



Kauno technologijos universitetas
Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Paslėptųjų Markovo grandinių taikymas elektros kainų prognozei

Baigiamasis magistro studijų projektas

Martynas Jonaitis
Projekto autorius

doc. dr. Audrius Kabašinskas

Vadovas

doc. dr. Akvilė Čibinskiėnė

Vadovė

Kaunas, 2021



Kauno technologijos universitetas
Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Paslėptųjų Markovo grandinių taikymas elektros kainų prognozei

Baigiamasis magistro studijų projektas
Didžiųjų verslo duomenų analitika (6213AX001)

Martynas Jonaitis

Projekto autorius

doc. dr. Audrius Kabašinskas

Vadovas

doc. dr. Akvilė Čibinskienė

Vadovė

doc. dr. Kristina Šutienė

Recenzentė

doc. dr. Daiva Dumčiuvienė

Recenzentė

Kaunas, 2021



Kauno technologijos universitetas

Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Martynas Jonaitis

Paslėptųjų Markovo grandinių taikymas elektros kainų prognozei

Akademinio sąžiningumo deklaracija

Patvirtinu, kad:

1. baigiamąjį projektą parengiau savarankiškai ir sąžiningai, nepažeisdama(s) kitų asmenų autoriaus ar kitų teisių, laikydamasi(s) Lietuvos Respublikos autorių teisių ir gretutinių teisių įstatymo nuostatų, Kauno technologijos universiteto (toliau – Universitetas) intelektinės nuosavybės valdymo ir perdavimo nuostatų bei Universiteto akademinės etikos kodekse nustatytų etikos reikalavimų;
2. baigiamajame projekte visi pateikti duomenys ir tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti teisėtai, nei viena šio projekto dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar elektroninių šaltinių, visos baigiamojo projekto tekste pateiktos citatos ir nuorodos yra nurodytos literatūros sąrašė;
3. įstatymų nenumatytų piniginių sumų už baigiamąjį projektą ar jo dalis niekam nesu mokėjęs (-usi);
4. suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo ar kitų asmenų teisių pažeidimo faktui, man bus taikomos akademinės nuobaudos pagal Universitete galiojančią tvarką ir būsiu pašalinta(s) iš Universiteto, o baigiamasis projektas gali būti pateiktas Akademinės etikos ir procedūrų kontrolieriaus tarnybai nagrinėjant galimą akademinės etikos pažeidimą.

Martynas Jonaitis

Patvirtinta elektroniniu būdu

Martynas Jonaitis. Paslėptųjų Markovo grandinių taikymas elektros kainų prognozei. Magistro studijų baigiamasis projektas / vadovas assoc. prof. dr. Audrius Kabašinskas; Kauno technologijos universitetas, Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas.

Studijų kryptis ir sritis (studijų kryptių grupė): Taikomoji matematika.

Reikšminiai žodžiai: paslėptieji Markovo režimų modeliai, elektros kaina, prognozė, laiko eilučių režimai.

Kaunas, 2021. 61 p.

Santrauka

Nuo elektros sektoriaus liberalizavimo proceso pradžios elektros kainos dinamikos analizė bei prognozės modeliai tapo neatsiejama ir integrali sistemos režimų bei strategijų planavimo dalis, naudojama elektros skirstymo bei perdavimo operatorių, didžiųjų gamintojų, vartotojų bei kitų rinkos dalyvių. Nepastovūs elektros kainos pikiniai režimai, dinamikos pokyčiai, stebimas multi-sezoniškumas apsunkina analizės bei prognozavimo procesą ir reikalauja kompleksinių matematinių modelių taikymo. Šio darbo tikslas yra sudaryti Markovo dvejų paslėptųjų režimo modelį Lietuvos elektros dienos kainos prognozei bei režimo analizei bei taip iširti kokią įtaką galutiniam rezultatui turi pasirinktas apmokymo imties dydis, modelio kompleksiskumas, bei valandinių duomenų agregavimo į dienišius metodus.

Apmokymo imties ilgio įtakai galutiniam modelio rezultatui nustatyti buvo sudarytos 6 apmokymo periodo variacijos. Gauti rezultatai rodo, kad didėjant apmokymo imties ilgiui yra geriau ir tiksliau identifikuojami laiko eilutės režimai, bet prastėja galutinis modelio prognozės rezultatas. Mažinant apmokymo imtį, vidutinis modelio tikslumas gerėja, bet rezultatų liekanų dispersija, dėl prasčiau ir nestabiliau identifikuojamų režimų, prastėja.

Buvo nustatyta, kad sudėtingesni modeliai (turintys daugiau išorinių regresorių) geriau identifikuoja paslėptuosius režimus ir pateikia tikslesnę elektros kainos prognozę. Nustatytas geriausias modelis naudoja Lietuvos elektros energijos gamybą, vartojimą, vėjo elektrinių gamybą, tarpsisteminių jungčių srautus bei dujų, naftos ir biokuro kainų indeksus kaip išorinius regresorius.

Galiausiai buvo tiriamas valandinių duomenų agregavimo metodas į paros duomenis. Tam tikslui buvo ištestuoti 5 skirtingi agregavimo būdai – dienos vidurkis, dienos mediana, darbo valandų vidurkis, nakties valandų vidurkis, dienos didžiausių kainų vidurkis. Iš rezultatų nustatyta, kad naudojant šiuos agregavimo būdus išryškintos skirtingos elektros kainos laiko eilutės dinamikos savybės. Dienos vidurkio agregavimo metodas gali būti naudojamas įvertinant bendrąją elektros kainos kitimo dinamiką, bet darbo valandų bei nakties valandų agregavimo metodai pritaikyti atskirai padeda tiksliau analizuoti šiuos labai skirtingus dienos periodus.

Jonaitis Martynas. The application of Hidden Markov Chains for Electricity price prediction. Master's Final Degree Project / supervisor assoc. prof. dr. Audrius Kabašinskas; Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Kaunas University of Technology.

Study field and area (study field group): Applied Mathematics.

Keywords: Hidden Markov Model, regime switching, electricity price.

Kaunas, 2021. 61.

Summary

Since the electricity sector liberalization started electricity price forecasting has gradually become the central and integral process in the planning and operation of electric utilities, energy suppliers, system operators and other market participants. Irregular extreme price volatility, price dynamic change, observed multi-seasonality combined requires complex mathematical model implementation. The aim of this work is to apply 2 stage Markov hidden regime switching model with AR(2) modification for daily Lithuania electricity price prediction, regime identification and analyze the impacts of training dataset, model complexity, hourly data aggregation method on the final model results.

To analyze the impact of the training dataset length on the final model results 6 different training period variations were tested. It was identified that the longer data training period helps to better identify the hidden regimes in the time series but reduces overall prediction accuracy. Using the shorter training datasets improves the prediction accuracy, but due to worse regime identification also decreases model stability and increases prediction error volatility.

It was found that the more complex models, that uses more regressors shows better results both in the electricity price prediction and hidden regime identification. The best identified model uses Lithuania electricity consumption, generation, wind power generation, gas price, oil price, biofuel price and energy flow from neighbor countries as input variables for the Hidden Markov regime model.

Finally, the hourly time series aggregation to daily period method impact on the results were tested. Daily average, daily median, working hours average, night hours average and maximal electricity price average methods were tested. It was found that using these aggregation models yields different time-series characteristics and vastly impacts regime identification. While daily average method can be used to model overall price dynamics, night hours and working hours aggregation methods can be used to better model these two periods of day individually.

Turinys

Lentelių sąrašas	7
Paveikslų sąrašas	8
Įvadas	10
1. Elektros energijos sektorius	12
1.1. Elektros rinkos liberalizavimas	12
1.2. Elektros energijos sektoriaus struktūra Lietuvoje	13
1.3. Elektros gamybos kaštai	14
1.4. Lietuvos elektros energijos tinklo jungtys su kaimyninėmis šalimis	15
1.5. Elektros kaina galutiniam vartotojui	16
1.6. Veiksniai darantys įtaka elektros kainai rinkoje	17
1.7. Elektros kainos prognozavimo metodai	18
1.8. Apibendrinimas	20
2. Tyrimo metodologija	21
2.1. Laiko eilučių prognozavimas	21
2.2. Laiko eilučių dekompozicija	22
2.3. Laiko eilutės režimo pokyčio taško nustatymo algoritmai	22
2.4. Paslėptojo Markovo modelio apibrėžimas	23
2.5. Elektros kainos pikų įvertinimas	24
2.6. Modelio paklaidų įvertinimo metrikos	25
2.7. Atliekamo tyrimo planas	26
3. Tyrimas ir jo rezultatai	27
3.1. Duomenų žvalgomoji analizė	27
3.1.1. Elektros kainos kitimas analizuojamu laikotarpiu	28
3.1.2. Elektros kainos sezoniškumas	30
3.1.3. Elektros kainų pikų priklausomybė nuo paros laiko	31
3.1.4. Elektros kainų pikų glodinimas	32
3.1.5. Išorinių regresorių išskirčių šalinimas	33
3.1.6. Išoriniai regresoriai	34
3.2. Duomenų agregavimas	37
3.3. Modelio sudarymas	38
3.4. Modelio prognozės tikslumo priklausomybė nuo apmokymo imties dydžio	39
3.5. Išorinių kintamųjų vėlinimo įtaka modelio rezultatams	43
3.6. Optimalaus modelio nustatymas bei išorinių regresorių įtaka	44
3.7. Agregavimo metodo įtaka galutiniam modelio rezultatui	45
3.8. Gautų rezultatų režimų kompozicija ir liekanos	49
3.8.1. Apmokymo imties dydžio įtaka identifikuojamiems paslėptiesiems režimams	49
3.8.2. Agregavimo tipo įtaka identifikuojamiems paslėptiesiems režimams	50
3.8.3. Modelio kompleksškumo įtaka identifikuojamiems paslėptiesiems režimams	51
3.8.4. Rezultatų liekanų tyrimas	52
Išvados	55
Diskusija	56
Informacijos šaltinių sąrašas	57
Priedai	59

Lentelių sąrašas

1 lentelė. Lietuvoje veikiančias tarpvalstybinės elektros jungtys	15
2 lentelė. Tyrime analizuojami duomenys	27
3 lentelė. Elektros kainos laiko eilutės reikšmių skirstinio suderinamumo su normaliuoju skirstiniu hipotezės tikrinimo rezultatai	29
4 lentelė. Tyrimo metu implementuojamos vidiniai Markovo paslėptųjų grandinių modelių modifikacijos	38
5 lentelė. Modelio prognozės liekanų MAE bei jų standartinio nuokrypio (skliausteliuose) priklausomybė nuo imties dydžio tyrimo rezultatų suvestinė	42
6 lentelė. Modelio prognozės liekanų MAE bei jų standartinio nuokrypio (skliausteliuose) priklausomybė nuo modelyje naudojamų išorinių kintamųjų vėlinimų	43

Paveikslų sąrašas

1 pav. Išlyginta elektros energijos kaina (LCOE) skirtingiems elektrinių tipams	14
2 pav. Elektros energijos gamybos pajėgumų struktūra.....	17
3 pav. Paslėptųjų Markovo modelių struktūra	23
4 pav. Paslėptųjų Markovo grandinių pavyzdys su 3 paslėptomis būsenomis	24
5 pav. Lietuvos Elektros kainos kitimas Nordpool biržoje 2013 m. – 2021 m. metais	28
6 pav. Lietuvos elektros kainos NordPool biržoje skirstinys 2013 m. – 2021 m. laikotarpiui	28
7 pav. Lietuvos elektros kainos NordPool biržoje metiniai skirstiniai 2013 m. – 2021 m.	29
8 pav. Elektros kainos laiko eilutės dekompozicijos modelio rezultatas (24 h. sezoniškumas)	30
9 pav. Elektros kainos laiko eilutės dekompozicijos modelio rezultatas (7 d. sezoniškumas)	30
10 pav. Elektros kainų pikų priklausomybė nuo paros laiko. 2013 m. – 2021 m. laikotarpio duomenys	31
11 pav. Elektros kainų pikinių režimų trukmės skirstinys. 2013 m. – 2021 m. laikotarpio duomenys	31
12 pav. Elektros kainos dinamikoje pasitaikantys pikai (2020-06-01 – 2020-12-01 periodas).....	32
13 pav. Elektros kainos pikinių verčių priklausomybės kitimas nuo pasirinktos viršutinės ribinės vertės.....	32
14 pav. Elektros kainos laiko eilutė su glodintomis pikinėmis reikšmėmis (2020-06 – 2020-12 periodas)	33
15 pav. Trūkstamos vertės kintamiesiems (2013 m. – 2021 m. laikotarpis).....	33
16 pav. Išoriniai regresoriai apibūdinantys Lietuvos vidinį elektros energijos balansą	34
17 pav. Vėjo elektrinių pagamintos elektros energijos dalis Lietuvoje	34
18 pav. Elektros energijos tarpsteminiai srautai Lietuvoje su kaimyninėmis šalimis (Lenkija, Švedija, Latvija). 2013m. – 2021 m. laikotarpis.	35
19 pav. Elektros energijos tarpsteminiai srautai Lietuvoje su kaimyninėmis šalimis (Lenkija, Švedija, Latvija). 2013m. – 2021 m. laikotarpis.	35
20 pav. Dujų, naftos, biokuro kainos indeksai. 2013m. – 2021 m. laikotarpis.....	35
21 pav. Lietuvos, Latvijos bei Švedijos elektros kainos NordPool biržoje . 2017m. – 2021 m. laikotarpis.	36
22 pav. Visų išorinių regresorių koreliacijos matrica. 2017m. – 2021 m. laikotarpis.	36
23 pav. Elektros dienos kainos priklausomybė nuo agregavimo būdo	37
24 pav. Modelio M1 optimalaus apmokymo periodo tyrimo rezultatai	40
25 pav. Modelio M2 optimalaus apmokymo periodo tyrimo rezultatai	40
26 pav. Modelio M3 optimalaus apmokymo periodo tyrimo rezultatai	40
27 pav. Modelio M4 optimalaus apmokymo periodo tyrimo rezultatai	41
28 pav. Modelio M5 optimalaus apmokymo periodo tyrimo rezultatai	41
29 pav. Modelio M6 optimalaus apmokymo periodo tyrimo rezultatai	41
30 pav. Visų ištirtų modelių liekanos naudojant identifikuotus optimalius apmokymo periodus	44
31 pav. Visų ištirtų modelių AIC metrika naudojant identifikuotus optimalius apmokymo periodus	44
32 pav. Modelių M1-M6 liekanos modeliuojant elektros dienos vidutinę kainą.....	46
33 pav. Modelių M1-M6 liekanos modeliuojant elektros dienos kainos medianą	46
34 pav. Modelių M1-M6 liekanos modeliuojant elektros darbo valandų vidurkį.....	47
35 pav. Modelių M1-M6 liekanos modeliuojant elektros nakties valandų vidurkį	47
36 pav. Modelių M1-M6 liekanos modeliuojant elektros visos dienos 5 didžiausių verčių vidurkį	48

37 pav. Paslėptieji Markovo režimai. Modelis M3. Apmokymo imties dydžiai 273 d., 120 d., 60 d.	49
38 pav. Identifikuotų režimų priklausomybė nuo pritaikyto agregavimo būdo (dienos vidurkis, mediana, darbo valandų vidurkis, nakties valandų vidurkis, maksimalių kainų vidurkis) tame pačiame duomenų laikotarpyje	50
39 pav. Identifikuotų režimų priklausomybė nuo pritaikyto Markovo paslėptųjų režimo modelio modifikacijos (modeliai M1-M5) tame pačiame duomenų laikotarpyje	51
40 pav. M5 modelio rezultatai. Identifikuotų režimų tikimybės.....	52
41 pav. M5 modelio rezultatai. Atskirų režimų modelių liekanos	53
42 pav. M5 modelio rezultatai. Atskirų režimų modelių liekanų Q-Q charakteristika.....	53
43 pav. M5 modelio rezultatai. Atskirų režimų modelių liekanų ACF bei PACF grafikai	54

Įvadas

Istoriškai Lietuvos elektros rinka buvo monopolinė. Elektra pardavinėjo vienas tiekėjas, kuris ir nustatydavo tarifus bei kainas. Nuo 2010 m. Lietuvoje pradėtas įgyvendinti Elektros tinklo liberalizavimas [3]. Šio proceso tikslas yra atskirti elektros energijos tiekimo grandinę nuo gamybos, ko pasėkoje vartotojui suteikiama teisė rinktis iš kurio tiekėjo bus perkama elektra. Komerciniai vartotojai elektros energiją iš nepriklausomų tiekėjų privalomai perka jau nuo 2013-ųjų, o nuo 2021m. ir buitiniai vartotojai palaipsniui privalės atsisakyti monopolinių visuomeninio tiekimo paslaugų. Tai atveria galimybes ne tik vartotojui išsirinkti jam palankiausias sąlygas siūlantį elektros tiekėją, bet kartu ir naujų elektros energijos gamintojų atsiradimą. Dėl šio veiksnio rinkos pasiūloje atsiranda konkurencija, dėl ko dažniausiai laimi vartotojas.

Šie inicijuoti pakeitimai keičia istoriškai tradicinę, monopolinę, valstybės pilnai kontroliuojamos elektros rinką, bei jos savybes. Elektra, kitaip negu kiti išteklių yra išskirtinė tuo, kad ji ekonomiškai nėra kaupiama ir visos gamybos/tiekimo/perdavimo/vartojimo sistemos stabilumas reikalauja pastovaus momentinio balanso. Neišlaikius gamybos/vartojimo balanso sistema tampa nestabili, gali įvykti gedimai, bei neplanuoti sustojimai. Elektros poreikis sistemoje nėra stabilus ir priklauso nuo aplinkos sąlygų (vėjo, aplinkos temperatūros, kritulių), pramonės pajėgumų (stabilus arba dinaminis elektros vartojimas), buitinių vartotojų įpročių (darbo valandos, savaitgaliai, nakties režimas), bei kalendorinio laikotarpio (šventinis periodas, žiema, vasara). Visos šios priklausomybės sukuria ne visados dėsningai kintančius tiek pikinius, tiek atvirkščiai labai mažo elektros poreikio momentus. Elektros gamybos šaltiniai ne visados gali pakankamai greitai reaguoti į situaciją ir padengti visą poreikį, o kartais priešingai, pagaminamos elektros energijos yra per daug ir dėl to, kad būtų išlaikytas balansas visame tinkle tenka ją parduoti kitoms šalims. Svarbu paminėti kad ir pati elektros gamyba, ypač atsinaujinančia energija grįsta gamyba, kurios pagamintos elektros energijos dalis tampa vis didesne, yra nepastovi ir stipriai priklauso nuo aplinkos sąlygų. Visa tai lemia unikalią ir labai specifišką elektros kainos dinamiką, kurios palyginti negalime nei su viena kitokia ekonomikos rinka.

Elektros kainos prognozavimas ir gilesnė jos dinamikos bei priklausomybių analitika yra fundamentalūs įrankiai įmonėms, kurios prekiauja elektros energija [1]. Tinkamai suplanuota ir suvaldyta kainos dinamika yra itin svarbus faktorius šioms įmonėms, kadangi dauguma tinklo vartotojų elektrą vartoja fiksuotomis kainomis ir jiems negali būti perleidžiami patiriami nuostoliai bei atsiradusios papildomos išlaidos [8]. Netinkamo planavimo kaina, kai tenka realiu laiku kompensuoti per daug/mažai nupirktos elektros energijos ją perkant/parduodant yra itin didelė ir gali sukelti didelę ekonominę naštą. Didelis elektros kainos nestabilumas (dispersija) planavimo metu priverčia įmones įvertinti ne tik bruto elektros energijos poreikį ateities laiko momentams, bet ir galimą pačios elektros energijos kainos dinamiką. Dėl šios priežasties elektros kainos tiek trumpalaikis, tiek ilgalaikis prognozavimas yra vienas iš pagrindinių įrankių naudojamų visų elektros rinkų dalyvių. Elektros energijos operatoriai, gamintojai, dideli vartotojai gebantys prognozuoti elektros kainą pakankamai tiksliai gali tai išnaudoti lanksčiai prisitaikant prie rinkos bei taip minimizuojant nuostolius arba maksimizuojant pelną. Elektros energijos gamintojai gali keisti gaminamos elektros kiekį, pagal rinkos kainą, operatoriai – adaptuoti iš kur perkama ar parduodama elektros energija, o didieji vartotojai – adaptuoti gamybos planavimą minimizuojant energetinius kaštus.

Darbo tikslas – sudaryti paslėptųjų Markovo režimo modelį skirtą Lietuvos elektros kainos laiko eilutės prognozei bei režimų analizei ir ištirti apmokymo periodo, modelio modifikacijos, valandinių duomenų agregavimo būdo įtaką galutiniams rezultatams.

Darbo uždaviniai:

- Elektros energijos sektoriui bei rinkai įtaką darančių veiksnių analizė;
- Ištirti Lietuvos elektros kainos laiko eilutės dinamikos savybes;
- Nustatyti optimalų paslėptųjų Markovo režimo modelio apmokymo periodą;
- Ištirti svarbiausius elektros rinkos, infrastruktūros dalis, globalius faktorius reprezentuojančių išorinių regresorių įtaką sudarytam galutiniam modelio rezultatui;
- Įvertinti išorinių kintamųjų vėlinimo panaudojimo įtaką galutiniam modelio rezultatui;
- Įvertinti skirtingų valandinių duomenų agregavimo būdų įtaką galutiniam modelio rezultatui;
- Ištirti sudaryto geriausio modelio gautas prognozės liekanas bei gauto modelio struktūrą;

1. Elektros energijos sektorius

1.1. Elektros rinkos liberalizavimas

Lietuvos elektros energijos sektorius istoriškai buvo monopolinė rinka [4]. Nuo 1997 m. buvo pradėti leisti įstatymų paketai, kurių tikslas inicijuoti perėjimo procesą iš pilnai reguliuojamos rinkos į laisvosios prekybos sistemą. Bendras šios reformos tikslas yra elektros energijos rinkos liberalizavimas, kuris pasiekiamas atskiriant elektros gamybos sektorių nuo tiekimo ir perdavimo sektoriaus, tokiu būdu sukuriant konkurencines sąlygas gamybos rinkoje. Šį liberalizavimo procesą paskatino ir tai, kad Lietuva 2004 m. įstojo į Europos Sąjungą (EU), kas lėmė reikalingus papildomus pakeičius norint įgyvendinti tuo metu keliamus reikalavimus energetikos sektoriams. 2002 m. EU išleistoje direktyvoje nurodomi baziniai principai, kuriais vadovaujantis turėtų būti vykdomas rinkos liberalizavimas. Joje apibrėžiamas ryšys tarp elektros energijos gamintojo, skirstymo operatoriaus ir galutinio vartotojo bei nurodomos sąlygos, kurias reikia pasiekti norint leisti ir skatinti konkurenciją elektros energijos sektoriuje. Šioje direktyvoje taip pat nurodoma tai, kad vartotojai turi teisę sudaryti pirkimo sutartis tiesiogiai su elektros gamintojais arba su nepriklausomais elektros tiekėjais.

Liberalizavimo procesas reikalauja elektros energijos sektorių vidinių pokyčių, kurie leistų atsirasti konkurencijai. Tai atliekama restruktūrizuojant sektorių ir išskaidant vertikaliai tarpusavyje integruotas veiklas, bei sumažinant jų horizontalią koncentraciją. Pagrindinis vertikalaus išskaidymo tikslas yra atskirti potencialiai konkurencingą elektros energijos gamybos dalį nuo natūraliai monopolinės elektros energijos perdavimo ir skirstymo tinklų operatorių veiklos. Horizontalaus išskaidymo tikslas yra sukurti pakankamai efektyvią konkurenciją elektros gamybos sferoje.

Svarbu paminėti, kad nors elektros sektorius ir tampa vis liberalesnis, bet perdavimo ir skirstymo tinklai bet koku atveju išlieka natūralia monopolija. Dėl šių tinklų masto, įrengimo, aptaravimo kaštų jų dubliavimas nėra ekonomiškai prasmingas.

1.2. Elektros energijos sektoriaus struktūra Lietuvoje

Pagaminta elektros energija ne iš karto atkeliauja pas galutinį jos vartotoją. Dažniausiai didieji elektros energijos gamintojai geografiškai yra nutolę nuo galutinio elektros energijos vartotojo. Taip pat dalis elektros energijos yra perkama, bei parduodama per tarpvalstybines jungtis. Elektros energija perduoti ir išskirstyti reikalinga aukštos įtampos tinklų infrastruktūra. Dėl visų šių priežasčių natūraliai susidaro ir egzistuoja visas elektros energijos sektorius, kuris užtikrina elektros gamybą, perdavimą, vartojimą bei tiekimą. Elektros sektorius gali būti išskaidytas į šias dalis [9]:

- Elektros energijos gamintojai (elektrinės) konkuruoja tarpusavyje ir pagamintą elektros energiją parduoda bendroje tiekėjų ir gamintojų didmeninėje elektros rinkoje. Į šią kategoriją patenka ir atsinaujinančių šaltinių elektros gamintojai (vėjo, saulės, vandens energija), bei šiluminės, kombinuotos elektrinės;
- Elektros perdavimo operatorius yra nacionaliniu mastu elektros perdavimo aukštos įtampos tinklais įmonė, kuri palaiko stabilų šalies elektros energetikos sistemos darbą, valdo elektros energijos srautus ir sudaro sąlygas konkurencijai laisvoje elektros rinkoje.
- Elektros skirstomųjų tinklų operatorius elektros energiją persiunčia vartotojams vidutinės ir žemos įtampos skirstymo tinklais, užtikrina naujų vartotojų prijungimą prie skirstomojo tinklo, eksploatuoja skirstomuosius tinklus, juos prižiūri, valdo, plėtoja ir užtikrina jų saugumą bei patikimumą.
- Tiekėjai perka elektrą iš gamintojų ar elektros biržoje, o vėliau ją parduoda vartotojams. Lietuvos elektros rinkoje tiekimo veiklas vykdo visuomeniniai, garantiniai ir nepriklausomi elektros tiekėjai.
- Elektros energiją galima įsigyti biržoje arba dvišaliais kontraktais. Biržoje elektros gamintojai, konkuruodami tarpusavyje ir siūlydami palankiausias sąlygas ir kainą, bei tiekėjai, konkuruodami tarpusavyje ir pirkdami elektros energiją, vykdo elektros tiekimo sandorius.
- Elektros vartotojai yra visi, kurie vartoja elektros energiją – nuo įvairių gamyklų, prekybos centrų, komercinių pastatų iki individualių namų ar butų. Vartotojai už suvartotą elektros energiją atsiskaito su elektros visuomeniniu arba nepriklausomu tiekėju, o už persiuntimo paslaugą – su perdavimo arba skirstomųjų tinklų operatoriais. Kiekvienas elektros vartotojas turi sudaryti sutartį su elektros tiekėju tam, kad galėtų pirkti elektrą.

Visos šios atskiros dalys sudaro pilnąją elektros energijos pirkimo, gamybos, perdavimo, vartojimo grandinę. Kuo daugiau dalių yra tarp pirminio elektros gamintojo ir galutinio elektros vartotojo, tuo didėja galutinės elektros energijos kainos administracinių kaštų dalis. Kita vertus, šios tarpinės grandys yra būtinos norint užtikrinti elektros energijos kokybę (elektros energijos parametrai turi atitikti IEC standartus), perdavimo tinklų patikimumą nuolatinę priežiūrą, plėtrą ir platų energijos prieinamumą tiek geografinė tiek ekonomine prasmėmis.

1.3. Elektros gamybos kaštai

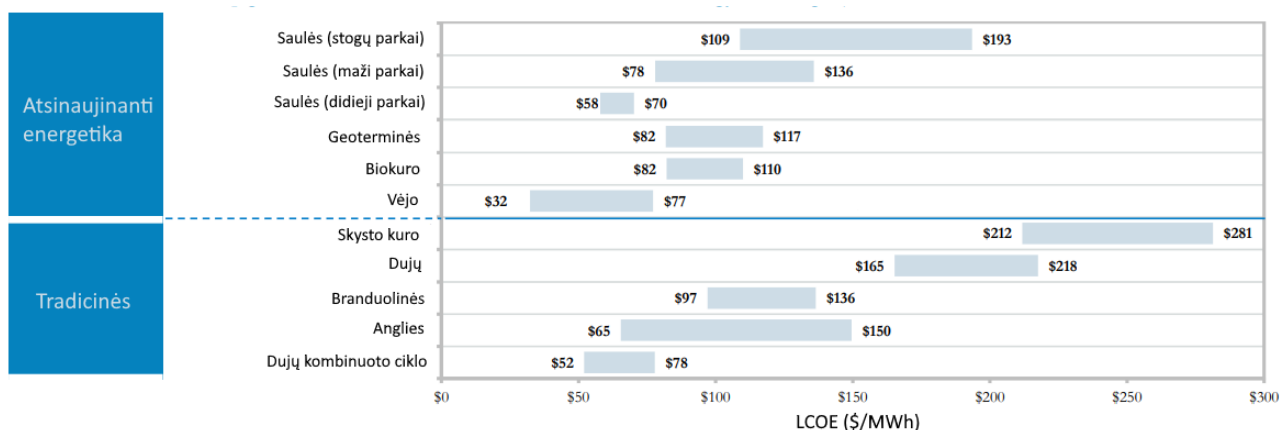
Šiuo metu elektros energija rinkoje pardavimui gamina įvairaus tipo elektrinės. Priklausomai nuo elektrinės tipo elektros gamybos kaštai, dinamika bei atsako laikas skiriasi. Šie faktoriai yra svarbūs norint optimizuoti elektros gamybos planą regione, šalyje ar didelio operatoriaus valdomo elektrinių tinkle bei planuojant ateities plėtros strategiją.

Elektrinių tipai yra skirstomi į dvi pagrindines kategorijas – tradicinės elektrinės, bei atsinaujinančia energetika grįstos elektrinės. Tradiciniam tipui priskiriama branduolinės, anglies, dujų, skysto kuro elektrinių tipai. Atsinaujinančiosios energetikos kategorijai priskiriama saulės, vėjo, biologinės bei biokuro katilinės.

Elektros gamybos savikaina priklauso ne tik nuo pirminės energijos kainos, bet ir elektrinės pastatymui, palaikymui bei remontui reikalingų resursų [17]. Tam, kad būtų galima lyginti skirtingų elektrinių tipus tarpusavyje, naudojama išlygintos elektros energijos kainos sąvoka LCOE (angl. *Levelized cost of electricity*). Tai yra rodiklis, kuris parodo, kiek kokia yra vidutinė elektrinės elektros energijos gamybos savikaina įvertinant visą eksploataavimo laikotarpį (1).

$$LCOE = \frac{\text{kaštai per eksploatacijos laikotarpį}}{\text{pagaminta energija per eksploatacijos laikotarpį}} = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{I_t + M_t + F_t}{(1+r)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{E_t}{(1+r)^t}}, \quad (1)$$

kur I_t yra išlaidos investicijom per t metus, M_T yra remonto ir eksploatacijos išlaidos per t metus, F_t yra išlaidos kurui per t metus, E_T yra pagaminta elektros energija per t metus, r yra diskonto norma ir n yra numatoma elektrinės eksploatacijos trukmė.



1 pav. Išlyginta elektros energijos kaina (LCOE) skirtingiems elektrinių tipams

Suskaičiuotas LCOE rodiklis skirtingiems elektrinių tipams, rodo, kad jis gali svyruoti (**1 pav.**). Tai yra natūralus reiškinys, kadangi medžiagų, darbų kaina skiriasi nuo aptarnaujančios įmonės įkainių, naudojamų medžiagų kokybės bei gamintojo. Kaip mažiausia elektros energijos savikainą turintis šaltinis yra įvardijama vėjo elektrinės, po kurių seka dujų kombinuoto ciklo bei didieji saulės parkai. Brangiausia savikaina matoma skysto kuro, bei dujų elektrinėse. Taip pat išskiriama įdomus reiškinys, saulės elektrinių kaštai gali būti labai skirtingi. Tai dažniausiai priklauso nuo elektrinės pastatymo vietos, šalies klimatinių sąlygų bei parko dydžio, kai pradeda veikti masto ekonomikos dėsniai.

1.4. Lietuvos elektros energijos tinklo jungtys su kaimyninėmis šalimis

Kadangi Lietuvoje nepagaminama visa reikalinga elektros energija nacionaliniam poreikiui padengti, likęs energijos poreikis padengiamas ją perkant iš svetur. Priklausomai nuo kainos dinamikos rinkoje, elektra perkama atitinkamai iš ekonomiškai prasmingos krypties. Svarbu paminėti, kad elektros biržoje daug įtakos daro ir tarptautinė politika. Nuo 2021 m. elektros energija neprekiuojama su Baltarusija ir vietoj prekybos su Rusija prioritetas teikiamas Europos šalims. Ilgalaikėje perspektyvoje taip pat labai didelę įtaką daro politika, kadangi valstybės mastu yra sudaromos jungčių plėtimo, statymo bei atjungimo strategijos.

Tam, kad elektros energija galima būtų prekiauti tarp skirtingų šalių sistemoje yra reikalingos tarpvalstybinės elektros jungtys. Šiose jungtyse yra įdiegtos elektros energijos apskaitos sistemos, kurių pagrindu ir vyksta parduotos/nupirktos elektros energijos apskaita. Kaip ir kiekvienas elektros sistemos komponentas, šios jungtys turi savo limitus, t.y. priklausomai nuo jungties įtampos bei linijų tipo skiriasi jų pralaidumas, kuris riboja pratekančios elektros energijos kiekį. Dėl šios priežasties susidaro situacijos, kad pigios elektros iš kaimyninių šalių nupirkti daugiau negalima, nes tiesiog yra ribotas jungties su ta šalimi pralaidumas. Taigi pralaidumas taipogi yra vienas iš faktorių, kurį svarbu įvertinti sudarant elektros pirkimo/pardavimo/gamybos planą.

1 lentelė. Lietuvoje veikiančias tarpvalstybinės elektros jungtys

Pavadinimas	Valstybė su kuria sujungiama	Komentaras
Alytaus – Gardino elektros jungtis	Baltarusija	Planuojama naudoti kaip vienintelę jungtį su Baltarusija
Ignalinos – Minsko elektros jungtis	Baltarusija	Sustabdyta 2020 m.
Vilniaus – Molodečno elektros jungtis	Baltarusija	Sustabdyta 2018 m.
Jurbarko – Sovetsko elektros jungtis	Rusija (Kaliningrado sritis)	Jungia Lietuvą su Rusija
Klaipėdos – Sovetsko elektros jungtis	Rusija (Kaliningrado sritis)	
Kruonio – Sovetsko elektros jungtis	Rusija (Kaliningrado sritis)	Dedikuota jungtis sujungti Kruonio hidroelektrinę su Rusija
NordBalt	Švedija	Sujungia Lietuvą su šiaurės šalių elektros energijos perdavimo grandine
Visagino – Liksnos elektros jungtis	Latvija	Sujungia Lietuvą su Latvija, kuri taip pat yra NordPool elektros biržos dalyvė. Formuoja šiaurės šalių žiedą.
Klaipėdos – Gruobinio elektros jungtis	Latvija	
Panevėžio – Aizkrauklės elektros jungtis	Latvija	
Šiaulių – Jelgavos elektros jungtis	Latvija	
LitPol Link	Lenkija	Sujungia Lietuvą su kontinentinės Europos elektros energijos perdavimo grandine
Harmony link	Lenkija	Planuojama paleisti iki 2025 m.

Lietuva 2021 m. yra sujungta su penkiomis kaimyninėmis šalimis (Latvija, Švedija, Lenkija, Baltarusija ir Rusija) per dešimt aktyvių (eksploatuojamų) jungčių [10] (1 lentelė).

1.5. Elektros kaina galutiniam vartotojui

Analizuojant veiksnius darančius įtaką elektros kainai būtina atskirti elektros kainą atviroje rinkoje ir elektros kainą galutiniam vartotojui. Šios dvi kainos niekada nebūna tapačios, kadangi vartotojai elektrą perka netiesiogiai iš biržos, o iš pasirinkto elektros skirstymo operatoriaus, su kuriuo sudaroma sutartis, kurioje nurodoma sutarta kainodara. Taigi galiausiai elektros kaina vartotojui priklauso nuo [13]:

- Elektros kainos laisvojoje rinkoje (~45 %);
- Sistemos operatoriaus paslaugų kainos bei valstybinės kainų ir energetikos kontrolės komisijos nustatytų mokesčių (~55%).

Tuo tarpu elektros kaina rinkoje pastoviai kinta ir tai priklauso nuo daugelio veiksnių, kurių pamatas yra tam tikro laiko momento pasiūlos ir paklausos balansas. Kuo daugiau elektros sunaudojama, tuo jos daugiau reikia pagaminti arba nupirkti. Elektros gamybos kaina skirtingiems gamintojų tipams yra nevienoda, o atsinaujinančios elektros gamybos pajėgumai nėra pastovūs ir kinta nuo oro sąlygų, bei sezono. To pasėkoje, nacionaliniu lygiu net prie pastovaus elektros vartojimo, negalima užtikrinti stabilios elektros gamybos kainos. Taip pat svarbu paminėti, kad Lietuvoje, nėra pakankamai elektros gamintojų visam nacionaliniam poreikiui padengti, tad trūkstamą elektros energijos kiekį tenka pirkti iš kaimyninių šalių. Elektros importo kaina iš kiekvienos egzistuojančios jungties yra skirtinga, kadangi kitose šalyse gamybos/vartojimo balansas nėra pastovus. Galiausiai, turime atsižvelgti ir į tai, kad prie geriausių importo kainų, pigiau yra ne gaminti elektrą šalies viduje, o ją pirkti NordPool biržoje. Visi šie veiksmai yra dinaminiai, nuolat kintantys ir jų visuma ir nustato elektros kainos dinamiką rinkoje.

Svarbu paminėti, kad elektros rinka yra priklausoma ne tik lokalių regioninių veiksnių bei politikos – jai taip pat įtaką daro ir globalūs veiksniai:

- elektros energijos perdavimo pajėgumai bei jų įkainiai;
- anglies emisijų leidimų kainos;
- pasaulinių energijos šaltinių, pavyzdžiui, naftos, dujų ir anglies, kainų;
- vietos (vandens išteklių, perdavimo apribojimai, elektrinės techninės priežiūros darbai);
- regioninių veiksnių (hidrologinė situacija, pagrindinių elektrinių ir perdavimo linijų techninės priežiūros darbai);
- pasaulinių veiksnių (politinė situacija, gamta).

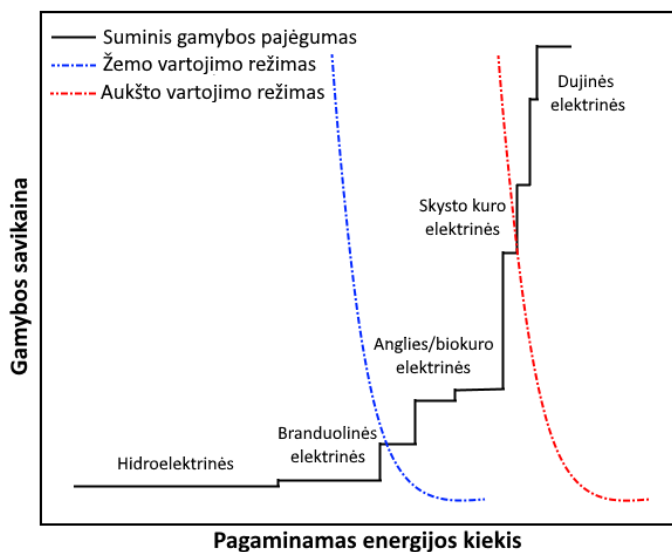
Visi šie veiksniai turi įtaką galutinei energijos kainai ir būtinai turi būti įvertinti analizuojant jos dinamiką.

1.6. Veiksniai darantys įtaka elektros kainai rinkoje

Elektros kainos dinamika iš visų kitų ekonomikos sektorių turbūt labiausiai išsiskiria tik jai būdingais labai staigiais ir trumpalaikiais kainų šuoliais, kurie amplitudė gali būt net iki 10 kartų didesnė už tos dienos ar periodo vidutinę kainą. Šis stilizuotas faktas yra svarbus ir išskirtinis, dėl to, kad elektros energijos staigus poreikio/pasiūlos pasikeitimas ne visuomet iššaukia didelį kainos pasikeitimą. Atsakymas dėl šių pikinių kainų kilmės slypi pačiame elektros kainos nustatymo algoritme [3] kuris tiesiogiai priklauso nuo techninių apribojimų pačioje elektros energijos rinkoje.

Pirmasis techninis apribojimas yra elektros energijos gamybos grandinės pajėgumai. Į šią dalį priskiriami visos elektros energiją pardavimui rinkoje gaminančios jėgainės tam tikrame regione ar priklausančios konkrečiai elektros energija gaminančiai kompanijai. Bendri gamybos pajėgumai yra įvertinami ir susideda iš daugybės faktorių, iš kurių pagrindiniai yra elektros energijos gamybos savikaina bei atsako laikas. Elektros energijos poreikiui padengti dažniausiai pirmiausia išnaudojamos branduolinės, hidro, anglimi ar biokuru kūrenamos elektrinės. Šių tipų gamintojai padengia bazinį elektros poreikį. Didesniems, pikiniams poreikiams dažniausiai panaudojamos dujinės bei vandens baseinų elektrinės. Kaip taisyklė elektrinės, kurių gamybos savikaina yra santykinai maža yra mažiau lanksčios, turi didesnę atsako laiką ir dėl ilgo pasileidimo laiko turi pastoviai gaminti bent kažkokį elektros energijos kiekį.

Kitas techninis ribojimas yra elektros energijos vartojimo grandinė. Į šią dalį priskiriami visi elektros energiją tiesiogiai ar netiesiogiai (per skirstymo operatorių) perkantys rinkos dalyviai. Elektros energijos poreikis pasižymi ryškiu sezoniškumu, kuris yra stipriai susietas su aplinkos meteorologinėmis sąlygomis. Žiemą elektros poreikis išauga dėl šaltų orų, kurie lemia didelį elektros energijos vartojimą šildymo sistemose. Vasarą elektros poreikis taip pat gali išaugti, jeigu temperatūros yra aukštos, elektros energija intensyviai naudoja klimato kontrolės sistemos. Taip pat pastebimas ir savaitinis, bei dienis sezoniskumai. Elektros energijos poreikis yra didžiausias darbo valandomis bei dienomis ir stipriai nukrenta nakties metu, savaitgaliais bei šventinėmis dienomis. Šie sezoniskumai pagrinde pasireiškia dėl didelės pramonės įtakos elektros suvartojimui. Taip pat svarbu paminėti, kad elektros poreikis gali stipriai pasikeisti dėl nenumatytų ir ekstremaliai pasikeičiančių oro sąlygų. Galiausiai poreikiui įtaka turi ir pačios sistemos patikimumas, joje įvykstantys tiek planiniai stabdymai, tiek nenumatyti gedimai.



2 pav. Elektros energijos gamybos pajėgumų struktūra

Momentinė elektros kaina priklauso nuo gamybos bei poreikio tarpusavio sąveikos (**2 pav.**). Kaina nėra labai jautri poreikio pasikeitimams tuo atveju, kai elektros energijos suvartojimas yra gan žemas, kadangi tiekimo grandis tokiu režimu dirba stabiliai ir pakankamai greitai sureaguoja į pokytį. Visai kitokia situacija susidaro tuo atveju, kai elektros poreikis patampa pakankamai didelis ir vis didesnė elektros energijos dalis turi būti pagaminama santykinai brangių elektros gamintojų. Tokiu atveju elektros kainos jautrumas stipriai išauga ir net mažiausias papildomas energijos poreikio išaugimas gali lemti stiprų papildomą kainos augimą. Galiausiai, kai elektros poreikis mažėja, kaina pamažu atsistato į vidutinę, kadangi brangiausi elektros gamintojai patampa nebereikalingi ir yra sustabdomi. Kita vertus gali susidaryti ir tokia situacija, kad elektros kaina stipriai išauga, nors poreikis išlieka toks pats. Taip nutinka tuo atveju, jeigu pakankamai didelis ir santykinai pigus elektros energijos gamintojas staiga yra sustabdomas, o poreikis yra padengiamas elektros energijos importavimu iš svetur arba paleidžiant brangesnį gamintoją. Galiausiai reikia įvertinti ir tai, kad yra ir daugybė kitų veiksnių, nuo kurių priklauso elektros gamybos/vartojimo santykis – globalūs veiksniai (naftos kainų dinamika), gedimai (gaminimo, vartojimo, perdavimo grandyse), perdavimo limitai ir kita.

Elektros kainos stiprūs pokyčiai visgi nėra pilnai paaiškinami vien gamybos/poreikio santykiu. Skirtingų gamybos metodu grįstų elektrinių savikaina drastiškai nesiskiria ir nėra vienintelė kainos išaugimo priežastis. Galiausiai, šie pikai priklauso nuo pačių rinkos dalyvių ir jų taikomų strategijų. Kadangi elektros energija kai kuriems rinkos dalyviams turi itin svarbų prioritetą, kai kurie iš jų yra pasiruošę už ją mokėti maksimalią kainą. Taip elgiamasi tam, kad būtų užtikrintas tiekimo sistemos patikimumas. Kitoje rinkos pusėje yra elektros gamintojai, įvertinantys tokių pirkėjų poreikį. Gamintojai įvertindami situaciją gali keisti pardavimo strategiją ir taip maksimizuoti savo pelną. Galiausiai sudėjus tiek elektros energijos gamybos/poreikio bei konkretaus momento rinkos situaciją, susidaro dažniausiai trumpalaikiai momentai, kuriais elektros kaina stipriai išauga.

1.7. Elektros kainos prognozavimo metodai

Elektros kainos prognozavimui per paskutiniųjų 15 metų laikotarpį yra išbandyti skirtingi, įvairaus tipo metodai, bet ne visi jie sugeba pasiekti tikslūs rezultatus. To pagrindinė priežastis yra unikali elektros energijos kainos dinamika bei priklausomybė nuo išorinių veiksnių, bei atsitiktinės dedamosios. Skirtingu matematinio modeliu grįsti modeliai dažniausiai gali gerai prognozuoti tik tam tikrus periodus, bet turėti dideles paklaidas, kai kainos dinamika pasikeičia. Priklausomai nuo modelio tipo ir struktūros, šie periodai varijuoja, todėl dažniausiai kaip galutinis modelis taikomas ne vienas, o daugelio modelių visuma.

R. Weron [3] išskiria penkis tipus modelių, dedikuotų elektros kainos prognozei:

- Agentais grįsti modeliai (multi-agentų simuliacija, ekvilibriumo modeliai, žaidimų teorija). Šie modeliai naudoja heterogeninius agentus ir taip simuliuoja visą elektros gamybos/perdavimo/vartojimo sistemą taip pat įvertinant ir atskirų agentų tarpusavio sąveiką. Kaina nustatoma sudarant elektros gamybos, vartojimo, bei perdavimo nuostolių balansą.
- Fundamentiniai (struktūriniai) modeliai. Šie modeliai elektros kainos dinamiką įvertina modeliuodami svarbiausius fizikinius bei ekonomikos faktorius, nuo kurių žinoma, kad priklauso elektros kaina.
- Sutrauktos formos modeliai (kiekybiniai, stohastiniai). Šie modeliai charakterizuoja statistines elektros kainos kitimo savybes per ilgą periodą. Šių modelių pagrindinis pridraikymas siejamas su kraštinių situacijų įvertinimu, modeliuojant rizikingumą.

- Statistiniai modeliai (ekonometriniai, techniniai). Šiai kategorijai priskiriamos visos tiesioginės statistinių modelių implementacijos, vartojimo elektros energijos poreikio prognozės modeliai, kitų ekonometrinių modelių pritaikymas.
- Mašininiai modeliai (dirbtiniu intelektu grįsti modeliai, neparamestriniai bei netiesiniai statistiniai modeliai). Šie modeliai apjungia automatinio mokymosi, evoliucijos, fuzzy logikos elementus taip siekiant sukurti modelius, kurie geba prisitaikyti prie kompleksinių dinaminųjų sistemų.

Turbūt daugiausia elektros kainos prognozės modeliuose yra taikomi autoregresiniai matematiniais modeliai (AR, ARIMA, GARCH). Amjadi ir Hemmati [4] išskiria šių modelių trūkumus bei privalumus. Pasak jų, šie modeliai gerai veikia tais atvejais, kai duomenų periodas yra gan žemas (tiriama dieniniai, savaitiniai kainų kitimai), o modeliuojant didesnio periodo laikotarpius (valandiniai duomenys) nėra tiksliai atkartojama didelių dispersijų dinamika. Šie autoriai išskiria, kad šie tokio tipo modelius galima sėkmingai taikyti kaip vieną iš sudėtinio hibridinio modelio dalių. Kita vertus, Garcia-Martos ir Conejo [6] sėkmingai pritaikė sezoninį autoregresinį modelį (sARIMA) valandiniams, netolimo horizonto – kitos dienos elektros kainoms prognozuoti. Sukurtas modelis sėkmingas todėl, kad buvo sukalibruotas tik trumpalaikio periodo prognozei. Šie autoriai taip pat pritaikė sezoninį vektorinį autoregresinį modelį (VAR ARIMA) su papildomo nestebimo faktoriaus komponente skirtą ilgesnių laiko horizontų prognozei.

Markovo režimo perėjimo modeliai elektros kainos prognozei yra tinkantys pagal esmines modelio savybes. Režimų perėjimo savybė leidžia prognozuoti tiek pikinio kainos išaugimo, atsistatymo bei normalias būsenas viename modelyje. Kadangi būsenų skaičius yra kaip modelio įvesties kintamasis, tai yra vienas iš pagrindinių nesutapimų skirtingose modelio implementacijose. Visgi dažniausiai taikomi 2 ar 3 režimų modeliai. Vienoje iš šio modelio pritaikymų [14] yra išskiriami trys režimai, pirmasis – normalusis režimas, antrasis – kainų išaugimas dėl gamybos pajėgumų trūkumo bei trečiasis – kaitos kritimas dėl sumažėjusio elektros energijos vartojimo. Kitoje tokio modelio implementacijoje [15] buvo išbandomi dveji režimai. Pirmasis – bazinis režimas modeliuoja dažniausiai pasitaikančią kainų dispersiją ir užima iki 98 % viso tiriamo laikotarpio. Antrasis – išskirčių režimas modeliuoja dideles kainų dispersijas ir taip prognozuoja jų pikines vertes.

Nors Markovo paslėptųjų režimų modeliai ir tinka elektros kainos tiesioginiam prognozavimui, jie labiausiai taikomi rizikos analizėje. Vienoje iš tokio tipo modelių implementacijų [21] yra pritaikomas 3 paslėptųjų režimų Markovo modelis elektros kainos išvestinių (pokyčio) prognozavimui. Kadangi elektros kainos rizikos analizei netinka standartiniai akcijoms taikomi metodai, rizika įvertinama pritaikant rizikos premijos konceptą. Galiausiai modelis pritaikomas kartu su elektros rinkoje pateikiamomis vienos dienos į priekį (angl. *day-ahead*) prognozės duomenimis, taip įvertinant trumpalaikes neigiamas ir teigiamas rizikos premijas bei jų dinamikos kitimą per ilgalaikį periodą.

Markovo paslėptųjų režimų modeliai elektros kainos prognozėje gali būti taikomi ir netiesiogiai, o naudojant kaip vieną iš hibridinio modelio dalių. Vienas iš tokio modelio taikymo principų yra naudoti Markovo paslėptųjų režimų modelį kaip geriausio prognozės modelio nustatymo metodą [22]. Remiantis tokiu principu pirmiausia yra sudaromi, apmokomi bei optimizuojami pavieniai vienas nuo kito nepriklausomi elektros kainos prognozavimo metodai. Toliau šių modelių prognozės liekanos yra paverčiamos dvejomis diskrečiomis, emisijos ir būsenos sekomis, kurios panaudojamos sudarant Markovo paslėptųjų režimų modelį. Šio apmokyto modelio rezultatas yra tranzicijos bei emisijos matrica, kuri parodo modelio galimybę tiksliai atlikti prognozę. Pagal gautas perėjimo matricos reikšmes kiekvienam modeliui yra parenkami optimalūs koeficientai. Galutinis prognozuojamas elektros kainos įvertis gaunamas kaip visų atskirų modelių prognozių su nustatytais koeficientais vidurkis.

Netiesiogiai paslėptųjų Markovo grandinių modelius analizuojant elektros kainos dinamiką taip pat pritaikė ir [25]. Tyrime akcentuojama, kad elektros kainos ekstremalių režimų nustatymas turėtų neapsiriboti pikinių verčių filtravimu. Būtent šią užduotį išspręsti buvo sukurtas Markovo paslėptųjų režimų modelis, kurio pagalba buvo identifikuojami tiek pikiniai, tiek pasikeitusios dinamikos elektros kainos eilutės režimai.

1.8. Apibendrinimas

Galutinė elektros kaina rinkoje priklauso nuo daugelio veiksnių, kurie gali būti sugrupuojami į sektoriaus infrastruktūrinius, regioninius, globalius bei specifinius rinkos faktorius. Prie infrastruktūrinių faktorių priskiriama šalies elektros energijos gamybos, perdavimo tinklų, tarpsisteminių jungčių pajėgumai, elektros vartotojų poreikio dinamika. Regioninius faktorius apibūna aplinkinių šalių, su kuriomis prekiaujama elektros energija gamybos pajėgumai, tų šalių esama elektros kaina bei politinė situacija ir susitarimai. Globaliems veiksniams priskiriamos klimatinės sąlygos (aplinkos temperatūra, vėjo greitis, debesuotumas), energetinių išteklių kainos (nafta, dujos, biokuras). Galiausiai elektros kainai įtakos turi ir rinkoje dalyvaujančių subjektų prekybos (pirkimo/pardavimo) strategijos bei jų kaita. Apibendrinant daroma išvada, kad norint prognozuoti elektros kainą bei ištirti jos dinamikos režimus reikalingas kompleksinis matematinis modelis, kuris įvertintų aprašytus veiksnius.

2. Tyrimo metodologija

Nepaisant to, kad elektros kainos prognozavimas jau yra tiriamas daugybę metų, tikslaus modelio sudarymas konkrečiam panaudojimui vis dar išlieka sudėtingu uždaviniu. Elektros kainos laiko eilutė pasižymi sezoniškumu, staigiu kainų dinamikos režimo pasikeitimu bei fiziniais faktoriais nusakoma priklausomybe. Darbe analizuojami statistiniai modeliai, kurių sudarymui reikalinga metodologija aprašoma šiame skyriuje.

2.1. Laiko eilučių prognozavimas

Laiko eilučių statistinėje analizėje dažnai prognozei yra taikomi ARMA modeliai [26]. Šie modeliai naudojami aprašant stacionarų procesą kaip balto triukšmo tiesinį filtrą su baigtiniu skaičiumi parametru. Modelis aprašo laiko eilutę naudojant dvejus polinomus. ARMA procesas atskirais atvejais yra autoregresijos procesas (2) ir slenkančio vidurkio procesas (3). Visgi dažniausiai praktikoje taikoma mišrus šių procesų darinys (4).

$$X_t = c + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (2)$$

kur $\varphi_1, \dots, \varphi_p$ yra modelio parametrai, c yra konstanta ir ε_t yra baltas triukšmas.

$$X_t = \mu + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i}, \quad (3)$$

kur $\theta_1, \dots, \theta_q$ yra modelio parametrai, μ yra konstanta (gali būti lygi 0) ir ε_t yra baltas triukšmas.

$$X_t = c + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^p \varphi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} \quad (4)$$

Sudarant ARMA modelį, reikia pirmiausia nustatyti jo eilę. Šis procesas susideda pirmiausia iš modelio struktūros pasirinkimo. Galimos trys modelio variacijos, grynasis autoregresijos modelis AR, grynasis slenkančio vidurkio metodas MA bei mišrus ARMA modelis. Antrame etape nustatomos AR bei MA dedamųjų eilės. Tradiciškai, šis procesas atliekamas analizuojant proceso autokoreliacijos (ACF) bei dalinės autokoreliacijos (PACF) grafikų dinamiką bei statistiškai svarbius jų pikus.

Praktikoje modelio identifikavimo procesas dažniausiai yra automatizuojamas pritaikant iteracinį algoritimą [27], kurio tikslas nustatyti paprasčiausią modelį, kuris pakankamai tiksliai atitiktų stebėjimus. Šiame etape sudaroma visos tiriamos modelių kombinacijos, jos apmokomos bei testuojamos. Modelio kokybė įvertinama apskaičiuojant AIC kriterijų. Priimama, kad geriausias modelis yra tas, kuris iš visos analizuotų modelių variacijos eilės turi mažiausią AIC reikšmę.

Galiausiai modelis pritaikomas jį apmokinant istoriniais duomenis. Tam kad būtų užtikrinta apmokinimo kokybė (modelis neapsimokytų) svarbu naudoti atskiras apmokymo bei testavimo imtis. Geresniam tikslumui pasiekti, į modelį taip pat gali būti įtraukiami ir išoriniai regresoriai. Jeigu modeliuojama laiko eilutė nėra stacionari, reikia ją apdoroti (diferencijuoti) arba taikyti pilną ARIMA modelį.

2.2. Laiko eilučių dekompozicija

Elektros kainos eilutėje yra žinoma, kad egzistuoja paros, metų laiko sezoniškumai [27]. Jie atsiranda natūraliai dėl žmogaus darbo/polsio ciklo, aplinkos temperatūros kaitos bei sezoninių faktorių. Bet kokie pasikartojimai, jeigu yra pastovūs, gali padėti prognozavime bei analizės modelių sudaryme. Tradiciškai sezoniškumas yra pašalinamas atliekant laiko eilutės x_t dekompoziciją ir taip ją išskaidant į trendo T_t (arba trendo-ciklo komponentę), sezoninę S_t bei liekanų Y_t komponentes [23]. Pagrindinis skirtumas tarp ciklinės bei sezoninės komponentes yra tas, kad sezoninė komponentė stebima pastoviu dažniu. Ciklinė komponentė dažniausiai turi žymiai ilgesnį pasikartojimo intervalų, kuris dar gali variuoti tarp skirtingų ciklų. Svarbu paminėti, kad ciklinė komponentė ne visados yra pastebima analizuojamoje laiko eilutėje, todėl dažniausiai sujungiama su trendo komponente. Taip gaunama bendra trendo-ciklo dekompozicijos dedamoji.

Šių komponentių tarpusavio sąveika dažniausiai aprašoma dviem skirtingais būdais – adityviuoju (5) bei multiplikatyviuoju (6).

$$x_t = T_t + S_t + Y_t \quad (5)$$

$$x_t = T_t \cdot S_t \cdot Y_t \quad (6)$$

Vienas iš dekompozicijos implementacijos būdų yra komponentių įverčių gavimas pritaikius tiesinės regresijos metodą. Šiuo atveju toks modelis sudaromas iš atitinkamų komponentių parengtųjų (angl. *dummy*) kintamųjų. Gautas optimalus regresijos modelio rezultatas apdorojamas su originalia laiko eilute, tokiu būdu nustatant dekompozicijos dedamąsias.

Atlikus dekompozicija dažnai tolimesni modeliai sudaromi tik liekanų komponentei. Tokių modelių rezultatai apjungiami su sezoniškumo bei trendo komponentėmis pačioje pabaigoje, taip gaunant galutinį rezultatą [7].

2.3. Laiko eilutės režimo pokyčio taško nustatymo algoritmai

Laiko eilutės režimo pokyčio algoritmų (angl. *Change point detection*) pagrindinis tikslas yra identifikuoti staigius trendo (arba dispersijos) pokyčio taškus, kurie būtų aiškiai matomi ir turėtų suprantamą loginį paaiškinimą. Šie algoritmai yra lankstesni ir pateikia tikslesnius rezultatus lyginant su tradiciniais statistiniais metodais. Taikant šiuos algoritmus, laiko eilutę galima išskaidyti į režimus, kurie identifikuoja tam tikrą, tuo laikotarpiu duomenims būdingą savybę ir tai pritaikyti sudarant prognozės modelį. Yra išskiriami dvejį laiko eilutės režimo pokyčio taško nustatymo algoritmų tipai:

- Istorinių režimų nustatymas (angl. *Offline change point detection*). Taikant šį algoritmą yra analizuojami visa istorinė duomenų eilutės imtis. Kadangi analizuojama pilna laiko eilutė, šie algoritmai pateikia tikslesnius rezultatus. Pritaikius šiuos algoritmus, rezultate gauname visus istorinius režimų pokyčius.
- Einamųjų režimų nustatymas (angl. *Online change point detection*). Priešingai nei taikant istorinių režimų nustatymą, algoritme po apmokymo taikomi tik naujausi, pastoviai atsinaujinantys duomenys. Naudojant tokio tipo algoritmus, galime išpildyti laiko eilutės monitoringą ir žymiai greičiai identifikuoti naujai atsiradusį būsenos pokytį.

2.4. Paslėptojo Markovo modelio apibrėžimas

Paslėptųjų grandinių Markovo modelis priskiriamas prie tikimybinių modelių šeimos. Jis yra parentas Markovo grandinių modeliavimo principu. Šios grandinės praktikoje naudojamos tuomet, kai norime nustatyti stebimų įvykių sekos tikimybes. Šiame modelyje kiekviena grandinės dalis atitinka realų modeliuojamą įvykį, kurį tiriamo. Deja, bet dažnu atveju įtaką darantys įvykiai nėra žinomi ir yra paslėpti t.y. jų tiesiogiai stebėti negalime [19, 11].

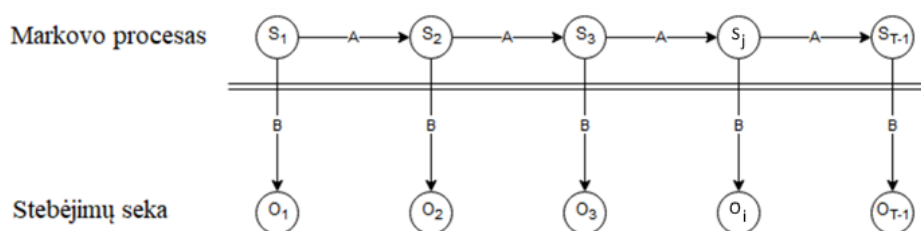
Paslėptieji Markovo modeliai – tai tokie modeliai, kai stebėjimo skirstinys priklauso nuo paslėptosios būsenos. Šis modelis gali būti apibūdinamas kaip dvigubas stochastinis procesas, nes jo nematoma (paslėptoji) būsena gali būti stebima tik per kitų stochastinių procesų sugeneruotą stebėjimų seką.

Markovo savybė nurodo, kad paslėptojo kintamojo s laiko momentu t sąlyginis tikimybinių skirstinys, kai duotos kintamojo $s(t)$ reikšmės visais laiko momentais, priklauso tik nuo pačio paslėptojo kintamojo $s(t - 1)$ vertės. Taip pat yra ir su stebimojo kintamojo $O(t)$ reikšme, kuri turi priklausomybę tik nuo paslėptojo kintamojo $s(t)$ vertės. HMM nematomų kintamųjų būsenų erdvė yra diskreti, o pačios stebimos vertės yra tolydžios sekos. Šių modelių parametrai yra būsenų perėjimo ir išvesties tikimybės.

Būsenų perėjimo iš vienos į kitą tikimybės kontroliuoja, kuri būsena yra parenkama laiko momentu t , kai duota nematoma būsena laiko momentu $t - 1$. Nematomų būsenų seka turi vieną iš N galimų verčių, kurios išreikštos naudojant kategorinį pasiskirstymą. Iš to seka, kad kiekvienam iš teoriškai galimų N režimų, kuriame laiko momentu t gali būti paslėptas kintamasis, egzistuoja perėjimo tikimybė iš to režimo į kiekvieną iš paslėptojo kintamojo N galimų būsenų laiko momentu $t + 1$. Tokiu atveju susidaro iš viso N^2 skirtingų perėjimo tikimybių ir gaunama $N \times N$ režimų tranzicijos matrica. Kadangi bet kurio perėjimo tikimybė gali būti įvertinta, jeigu žinoma kitų perėjimų tikimybės, iš viso egzistuoja $N(N - 1)$ perėjimo parametrai.

Kiekvienai iš galimų N būsenų atitinkamai nustatoma išvesties tikimybių seka, nuo kurios priklauso stebimo kintamojo skirstinys, tam tikru laiko momentu, kai yra žinoma paslėptojo kintamojo būsena, tuo laiko momentu. Šios sekos ilgis priklauso nuo stebimo parametro. Jeigu stebimasis parametras yra M – matis vektorius, pagal Gauso skirstinį, dėl to yra M parametru nuo kurių priklauso skirstinio vidurkius ir $M(M + 1)/2$ parametru, nuo kurių priklauso gaunama kovariacijų matrica, kai iš viso yra $O(NM^2)$ išvesties parametru.

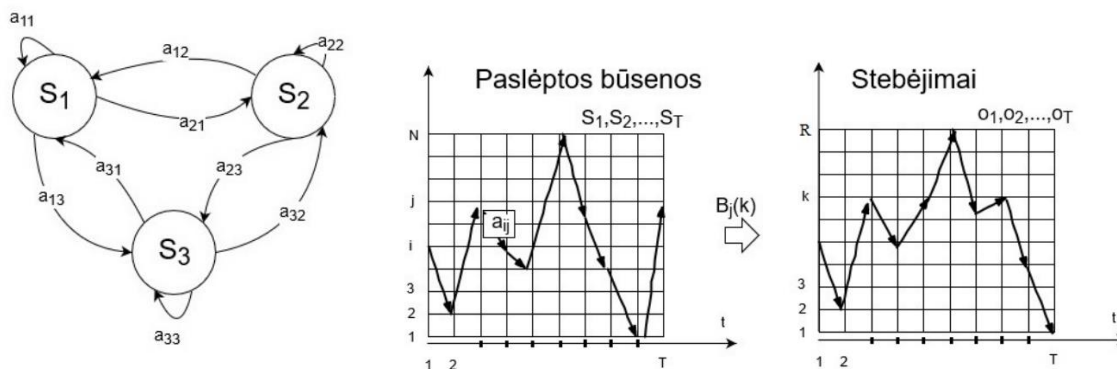
Markovo procesas nustatomas pagal dabartinę žinomą būseną ir tranzicijos tikimybių matricą A . Galima stebėti tik O_i , kuris susijęs su matricos B paslėptosiomis Markovo proceso būsenomis [18]. **3 pav.** parodytos dvi išsistinės linijos indikuoja Markovo procesą, rodyklės žymi sąlyginius ryšius, o S_i reikšmės – paslėptųjų būsenų eilė. Procesas generuoja stebėjimą O_i pagal būsenos S_j išvesties tikimybinių skirstinį $B_j(O)$.



3 pav. Paslėptųjų Markovo modelių struktūra

Norint aprašyti HMM, užtenka nurodyti rinkinį $\lambda = (A, B, \pi)$. Modelio apmokymo metu, pagal stebėjimų duomenis O , įvertinami nežinomi parametrai $\lambda = (A, B)$, t.y. transicijos matrica bei stebėjimų tikymybės tankio funkcijos kiekvienai modeliuojamai būsenai. Modelis aprašomas stebėjimų vektorių tikymybės tankio funkcija, nurodančia konkretaus stebėjimų vektoriaus tikymbę. Šis tikimybinis skirstinys būna įvairių tipų (tolydusis, normalus ar kt.).

HMM modelio parametrų įvertinimas labai dažnai atliekamas naudojant didžiausio tikėtino įverčio metodą. Egzistuoja ir kiti parametrų vertinimo būdai, tokie kaip maksimali bendra informacija (angl. *maximum mutual information*) ir minimali diskriminantinė informacija (angl. *minimum discrimination information*) [20].



4 pav. Paslėptųjų Markovo grandinių pavyzdys su 3 paslėptomis būsenomis

2.5. Elektros kainos pikų įvertinimas

Elektros kainos dinamikoje galima pastebėti didelius kainų šuolius bei sumažėjimus. Tokie įvykiai yra normalus rinkos reiškinys, kuris dažniausiai neturi lengvai atsekamos priežasties – pasekmės grandinės. Jeigu išoriniuose regresoriuose šiais laiko momentais nepastebime netipinio režimo, tokie pikai yra sunkiai modeliuojami ir prognozuojami.

Taip pat egzistuoja ir kita, su šiais pikais susijusi problema. Tokie dideli kainų kitimai (ypač kilimas į vertę, kuri gali būti net iki 10 kartų didesnė negu vidurkis) įprastai prognozavime yra laikomi kaip duomenų anomalijos. Jos trukdo modelių mokymosi procesui ir dažnai daro didelę įtaką galutiniam rezultatui. Įprastoje situacijoje, anomalijos tiesiog pašalinamos. Su elektros kainų modeliavimu to taip paprastai padaryti negalima, kadangi tai yra elektros kainos dinamikos dalis. Dėl šios priežasties didelės reikšmės dažniausiai yra apribojamos, kad nepakenktų modelio tikslumui, bet vis tiek galėtų būti atpažintos kaip netipinis režimas.

Dažniausiai tokie dideli kainų pikai yra apribojami ties kažkokia nustatyta fiksuota riba. Viena iš filtravimo implementacijų [3] yra naudoti logaritminį slopinimą. Pritaikius šį filtrą duomenų eilutėje didžiausios reikšmės – pikai yra prislopinami atitinkamai įvertinant jų dydį, bet neprarandama jų nešama informacija apie pasikeitusį režimą.

$$P_t = T + T \cdot \log_{10} \left(\frac{P_t}{T} \right), \quad (7)$$

kur P_t yra elektros kaina laiko momentu t , T yra viršutinė kainos riba. Lygtis taikoma tuo atveju jeigu $P_t > T$.

2.6. Modelio paklaidų įvertinimo metrikos

Elektros kainos prognozės modelių tikslumui įvertinti dažniausiai taikomos absoliutiniu skirtumu tarp realios ir prognozuotos vertės grįstos metrikos. Tradicinės santykinės paklaidos (MAPE) nėra optimalios, dėl skaitiklyje esančios realios elektros kainos – jeigu kaina staigiai krenta, apskaičiuota paklaida gali labai stipriai ir neadekvačiai išaugti. Kadangi elektros kainos dinamikoje gali pasitaikyti itin žemų kainų, MAPE ši metrika nėra naudojama.

$$MAE_{daily} = \frac{1}{24} \sum_{h=1}^{24} |P_h - \widehat{P}_h|, \quad (8)$$

kur P_h yra reali elektros kainą h valandą, o \widehat{P}_h yra elektros kainos įvertis (prognozuota reikšmė).

$$MAPE_{daily} = \frac{1}{24} \sum_{h=1}^{24} \frac{|P_h - \widehat{P}_h|}{P_h}, \quad (9)$$

kur P_h yra reali elektros kainą h valandą, o \widehat{P}_h yra elektros kainos įvertis (prognozuota reikšmė).

Žemų kainų problema dažnai yra sprendžiama tradicinėje santykinėje paklaidoje nudorojamą skaitiklį iš realios kainos vertės pakeičiant į vidutinę paros kainą. Taip išvengiama žemų verčių, kurios rinkoje egzistuoja tik trumpus periodus, bei įvertinama bendras dienos kainos vidurkis. Taip gaunama MDE paklaidos metrika.

$$MDE = \frac{1}{24} \sum_{h=1}^{24} \frac{|P_h - \widehat{P}_h|}{\overline{P}_{24}} = \frac{1}{\overline{P}_{24}} MAE_{daily}, \quad (10)$$

kur P_h yra reali elektros kainą h valandą, o \widehat{P}_h yra elektros kainos įvertis (prognozuota reikšmė), o \overline{P}_{24} yra dienos vidutinė elektros kaina.

Vietoje vidutinės dienos kainos taip pat naudojama ir dienos kainų mediana. Tokiu atveju gauname MeDE metriką.

$$MeDE = \frac{1}{24} \sum_{h=1}^{24} \frac{|P_h - \widehat{P}_h|}{\widetilde{P}_{24}} = \frac{1}{\widetilde{P}_{24}} MAE_{daily}, \quad (11)$$

kur P_h yra reali elektros kainą h valandą, o \widehat{P}_h yra elektros kainos įvertis (prognozuota reikšmė), o \widetilde{P}_{24} yra dienos elektros kainos mediana.

Be paklaidų vertinančių tik prognozuotos ir realios kainos atitikimą taip pat naudojamos ir kitos metrikos, kurios taip pat dar įvertina modelio sudėtingumą (parametrų skaičių) [16]. Dažniausiai naudojami tokio tipo kriterijai yra AIC (angl. *Akaike information criterion*) bei BIC (angl. *Bayesian information criterion*). Absoliuti šio kriterijaus vertė neneša naudingos informacijos, bet šis kriterijus naudojamas tarpusavyje lyginant skirtingus modelius. Derinimo metu stengiamasi minimizuoti šios metrikos vertę.

$$AIC = -2 \ln(L) + 2k, \quad (12)$$

$$BIC = -2 \ln(L) + 2k, \quad (13)$$

kur L yra modelio tikėtinumo funkcijos maksimali vertė, n – duomenų imties stebėjimų skaičius, k – modelio parametrų kiekis.

2.7. Atliekamo tyrimo planas

Šiame darbe atliekamo tyrimo metu siekiama nustatyti elektros kainos dinamikos prognozavimo tikslumo priklausomybę nuo apmokymo periodo, paros valandinių duomenų agregavimo į dienišius būdo ir pasirinktos Markovo paslėptųjų režimų modelio realizacijos. Žvalgomosios analizės metu analizuojamos pagrindinės elektros kainos eilutės savybės, ištiriamas sezoniškumą bei pikinių režimų charakteristikos. Modelio tyrimo metu nuosekliai išbandomi vis sudėtingesni autoregresiniai modeliai, taip nustatant pridedamų regresorių įtaką identifikuojamiems režimams bei galutiniam prognozės rezultato tikslumui. Kiekvienai modelio modifikacijai taip ištiriami skirtingi apmokymo periodai siekiant suprasti, ar nuo regresinio modelio struktūros priklauso optimalus apmokymo periodas. Galiausiai kiekvienai modelio ir apmokymo periodo kombinacijai išbandomi ir skirtingi valandinių duomenų agregavimo metodai.

Darbo eiga:

1. Nuskaitomi valandiniai bei dienišiai duomenys, identifikuojamos ir interpoliacijos būdu pašalinamos išskirtys.
2. Pritaikant elektros kainos eksponentinį glodinimo metodą (2.5 skyrius) apdorojamos Lietuvos, Latvijos bei Švedijos valandiniai elektros kainos duomenys. Optimaliam glodinimo rezultatui pasiekti atliekamas tyrimas nustatyti ribinę elektros kainos reikšmę.
3. Visi tiriami valandiniai duomenys skirtingais metodais (dienos vidurkis, dienos mediana, darbo valandų vidurkis, nakties valandų vidurkis, maksimalių kainų vidurkis) agreguojami į paros duomenis. Tolimesnėje tyrimo eigoje bus analizuojama šių skirtingų agregavimo būdų įtaka galutinio modelio režimo nustatymo bei rezultatų kokybei.
4. Agreguoti paros duomenys sujungiami su originaliais, paros periodiškumą turinčiais duomenimis (dalis pirminių duomenų yra gauti ne valandiniai, o turintys dienišį periodą).
5. Atliekama duomenų žvalgomoji analizė, tiriamas elektros kainos skirstinys, jo priklausomybė nuo skirtingų metų. Atliekamas laiko eilutės sezoniškumo tyrimas ir dekompozicija. Galiausiai ištiriamos pikinių režimų savybės.
6. Sudaromi 6 skirtingi Lietuvos elektros kainos Markovo paslėptųjų režimų modeliai ir jo modifikacijos. Visi modeliai yra autoregresinio tipo ir nuosekliai sudėtingėja pridedant vis daugiau išorinių regresorių, kurie reprezentuoja skirtingus elektros kainai turinčius veiksnius. Šie modeliai tolimesniame tyrime yra analizuojami – siekiama nustatyti modelio tipo bei išorinių regresorių įtaką galutiniam režimų nustatymo ir prognozės rezultato kokybei.
7. Atliekamas tyrimas, kurio tikslas identifikuoti galutinio prognozės rezultato, bei modelio stabilumo priklausomybę nuo naudojamo apmokymo periodo ilgio. Išbandomi 6 skirtingi apmokymo periodai. Tyrimas atliekamas visiems aprašytiems modeliams.
8. Atliekamas tyrimas, kurio metu analizuojama valandinių duomenų agregavimo būdo įtaka prognozės tikslumui, modelio stabilumui bei optimaliam apmokymo periodui. Tyrimas atliekamas visiems aprašytiems modeliams ir apmokymo imties ilgiams.
9. Tiriami gautų rezultatų režimų dinamika, jos priklausomybė nuo modelio kompleksiskumo, apmokymo periodo bei agregavimo būdo. Tikrinamas rezultatų liekanų skirstinys, bei pačio modelio sudarymo kokybė.
10. Suformuluojamos galutinės išvados bei aprašomi diskusijų verti tyrimo aspektai.

3. Tyrimas ir jo rezultatai

3.1. Duomenų žvalgomoji analizė

Šio darbo metu analizuojami Lietuvos elektros kainos bei su elektros tiekimu, gamyba bei prekyba susiję išmatuoti duomenys, numanomi globalūs, elektros kainai įtaką turintys veiksniai. Duomenų šaltiniai – Litgrid oficiali elektros tiekimo dabartinės bei istorinės informacijos platforma, Bloomberg, Nordpool duomenų platformos, bei Baltpool oficiali atstovybė. Priklausomai nuo šaltinio, originalūs duomenys pateikiami skirtingu dažnumu. Iš viso darbe analizuojami ir modeliuose pritaikomi duomenys pateikiami **2 lentelėje**.

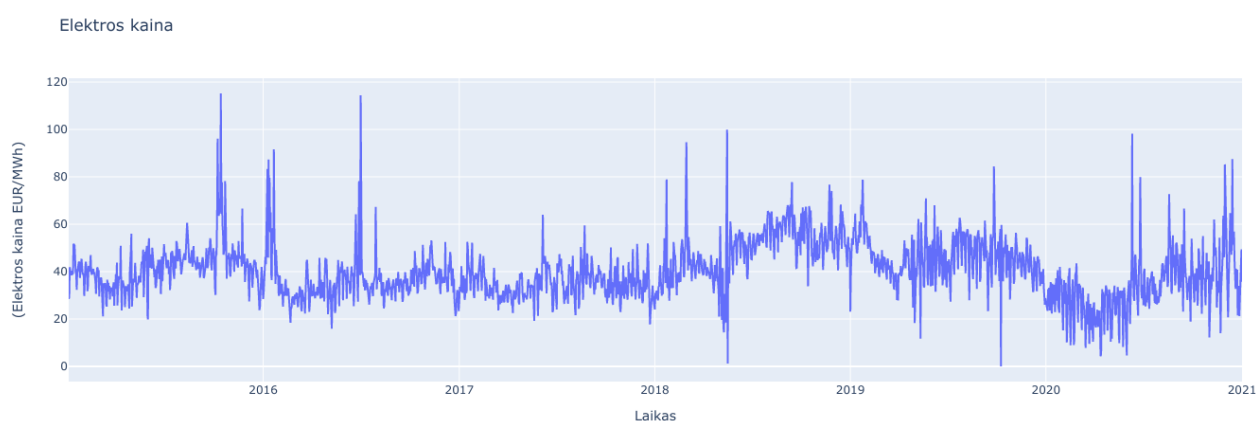
2 lentelė. Tyrime analizuojami duomenys

Pavadinimas	Aprašymas	Šaltinis	Dimensija	Periodas
Faktinė nacionalinė elektros energijos gamyba	Faktinė išmatuota pagaminta vėjo elektrinių energija	Litgrid	MWh	Valanda
Faktinė nacionalinė elektros energijos gamyba	Faktinė išmatuota kitų elektros gamintojų pagaminta energija	Litgrid	MWh	Valanda
Faktinis nacionalinis Elektros energijos vartojimas	Faktinis išmatuotas elektros energijos vartojimas	Litgrid	MWh	Valanda
Faktinis srautas Lietuva – Baltarusija	Faktinis išmatuotas elektros energijos srautas pratekęs per visas tarpvalstybines jungtis	Litgrid	MWh	Valanda
Faktinis srautas Lietuva – Latvija	Faktinis išmatuotas elektros energijos srautas pratekęs per visas tarpvalstybines jungtis	Litgrid	MWh	Valanda
Faktinis srautas Lietuva – Kaliningradas	Faktinis išmatuotas elektros energijos srautas pratekęs per visas tarpvalstybines jungtis	Litgrid	MWh	Valanda
Faktinis srautas Lietuva – Lenkija	Faktinis išmatuotas elektros energijos srautas pratekęs per visas tarpvalstybines jungtis	Litgrid	MWh	Valanda
Faktinis srautas Lietuva – Švedija	Faktinis išmatuotas elektros energijos srautas pratekęs per visas tarpvalstybines jungtis	Litgrid	MWh	Valanda
Nord Pool – Elektros kaina	Elektros kaina Lietuvoje	Litgrid	EUR/ MWh	Valanda
Spot price LV	Elektros kaina Latvijoje	NordPool	EUR/ MWh	Valanda
Sport price SE	Elektros kaina Švedijoje	NordPool	EUR/ MWh	Valanda
Oil price	Naftos kaina	Bloomberg	USD/bbl.	Diena
Natural gas price	Gamtinių dujų kaina	Bloomberg	USD/MMBtu	Diena
BWCS.LT	Biokuro indeksas Lietuvoje	BaltPool	EUR/MWh	Savaitė

Kadangi duomenų bazėje duomenys pradėti kaupti ne nuo to pačio laiko, darbe analizuojamas laikotarpis nuo momento, kai egzistuoja visi duomenys t.y. nuo 2015 metų sausio mėnesio iki 2021 m. sausio mėnesio. Iš viso, kiekvienam parametrai turima 51960 valandinių stebėjimų (už 2165 dienas arba 310 savaitių).

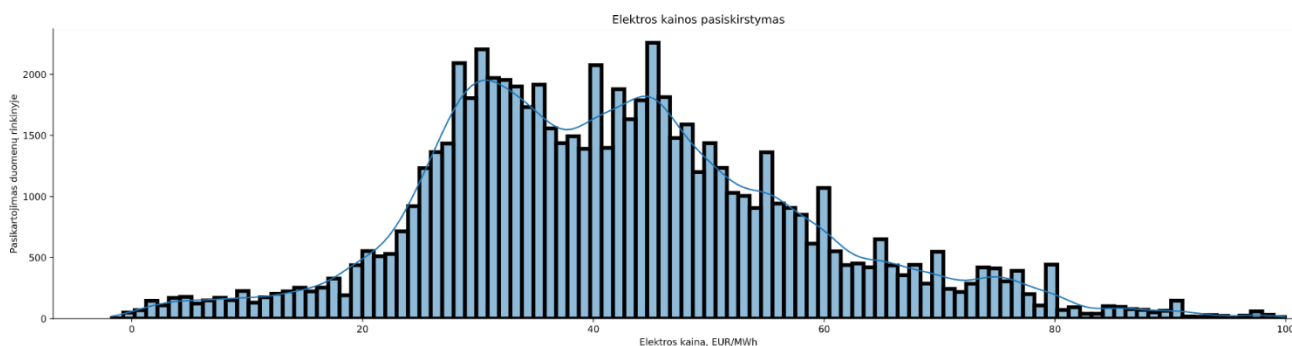
3.1.1. Elektros kainos kitimas analizuojamu laikotarpiu

Analizuojant elektros rinkos kainos kitimą už 2013 m. – 2021 m. laikotarpį (**5 pav.**) matome, kad elektros kaina pastoviai svyruoja. Priešingai akcijų rinkai būdingoms savybėms, elektros kaina per ilgą laikotarpį neišauga, o svyruoja apie gana pastovų vidurkį. Duomenyse taip pat pastebima ir išskirčių, kai kaina staigiai išauga arba nukrenta. Tai susiję su elektros tinklo arba didelių gamintojų/vartotojų atsijungimais/prisijungimais, skirstomojo tinklo gedimų tiek Lietuvoje, tiek kaimyninėse šalyse iš kurių perkama arba per kurias perduodama elektros energija bei ne iki galo subalansuotu tinklo gamybos/vartojimo planu. Įvykus gedimui, elektros energijos pertekliui arba stygiui tenka operatyviai reaguoti į situaciją ir nukrypti nuo gamybos/vartojimo plano bei prognozės, kas turi įtakos ir galutinei elektros kainai. Taip pat pastebima, kad elektros kainai būdinga greito atsistatymo savybė. Po staigaus kainų pikinio režimo atsiradimo, jam pasibaigus, yra greitai grįžtama į prieš tai vyravusią normaliąją būseną.



5 pav. Lietuvos Elektros kainos kitimas Nordpool biržoje 2013 m. – 2021 m. metais

Kadangi elektros kaina yra priklausoma nuo daugelio netiesioginių faktorių buvo atliekama detalesnė šios laiko eilutės analizė. Nubraižius elektros kainos histogramą 2013 m. – 2021 m. laikotarpiui matome, kad skirstinys nėra normalusis (**6 pav.**). Skirstinyje matome, kad egzistuoja dvi reikšmių pasikartojimo viršūnės, kas indikuoja, kad elektros kaina kinta ne vieninteliu režimu. Taip pat matome, kad kainos reikšmės yra labiausiai koncentruotos ~25 – 80 EUR/MWh intervale, visos likusios reikšmės priskiriamos prie nenormalių tinklo pikinių, bei žybaus kainos kritimo režimų.



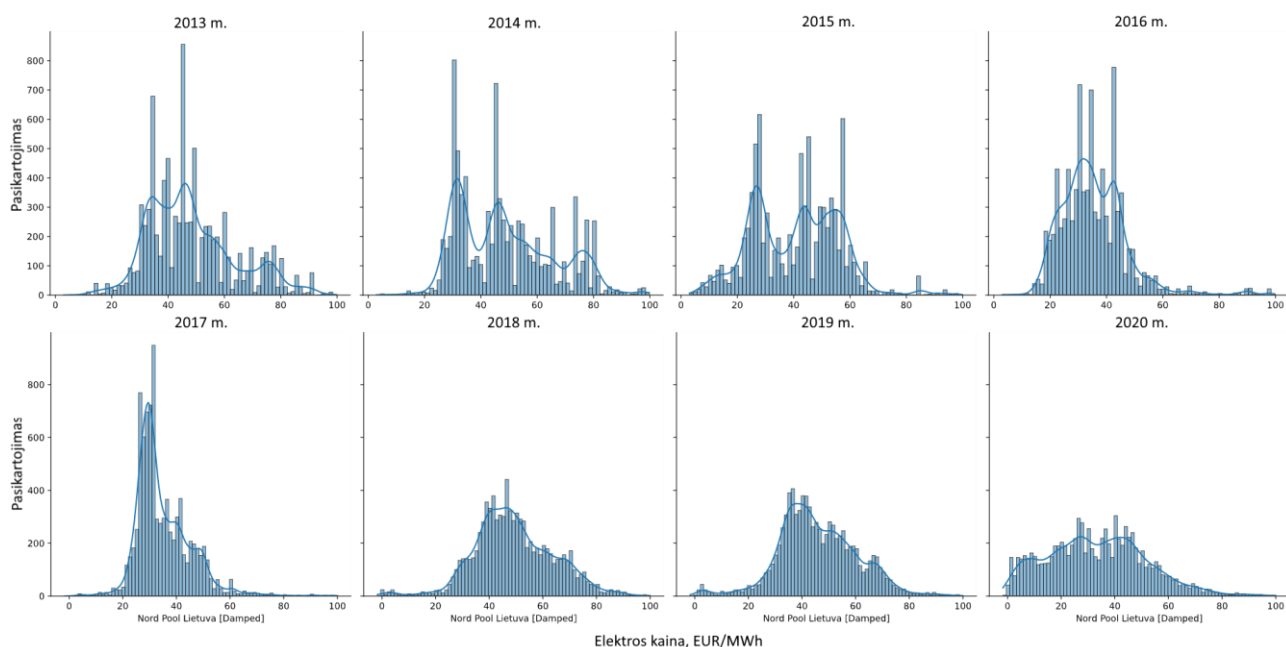
6 pav. Lietuvos elektros kainos NordPool biržoje skirstinys 2013 m. – 2021 m. laikotarpiui

Taip pat buvo atlikti elektros kainos laiko eilutės normalumo testai. Priėmus 0,05 reikšmingumo lygmenį rezultatai stipriai indikuoja, kad laiko eilutė kinta ne pagal normalųjį skirstinį (**3 lentelė**). Visi atlikti testai atmets normalumo hipotezę.

3 lentelė. Elektros kainos laiko eilutės reikšmių skirstinio suderinamumo su normaliuoju skirstiniu hipotezės tikrinimo rezultatai

Testo pavadinimas	P-vertė	Rezultatas
Shapiro-Wilk	0,0001	Hipotezė atmesta, skirsinys nėra suderinamas su normaliuoju skirstiniu
D'Agostino's K^2	0,0001	Hipotezė atmesta, skirsinys nėra suderinamas su normaliuoju skirstiniu

Elektros kainos istoriniuose duomenyse (**5 pav.**) nepastebimas ryškus ilgalaikis kainos augimas/kritimas. Kita vertus, galima matyti, kad kiekvienais metais, elektros kainos dinamika skiriasi. Dėl šios priežasties kiekvieniems metams buvo nubraižyta atskiras duomenų skirstinio grafikas (**7 pav.**). Iš rezultatų matome, kad kiekvienais metais skirstinys gana stipriai skiriasi. Taip pat pastebima, kad nei vienais metais elektros kaina nekinta pagal normalųjį pasiskirstymą. Tokią skirtingą dinamiką lemia kintanti geopolitinė situacija, nevienodai kiekvienais metais kintančios meteorologinės sąlygos bei Lietuvos ir kaimyninių šalių elektros perdavimo/skirstymo tinklų infrastruktūros pakeitimai, gedimai, plėtra.

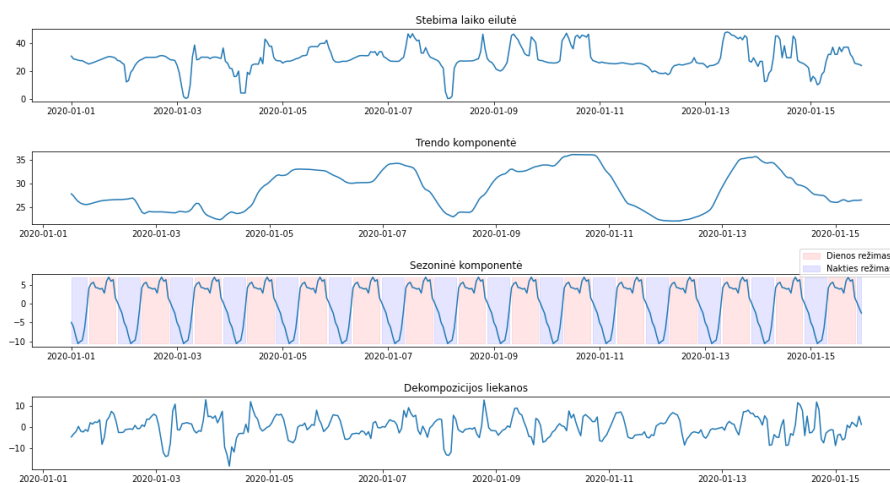


7 pav. Lietuvos elektros kainos NordPool biržoje metiniai skirstiniai 2013 m. – 2021 m.

3.1.2. Elektros kainos sezoniškumas

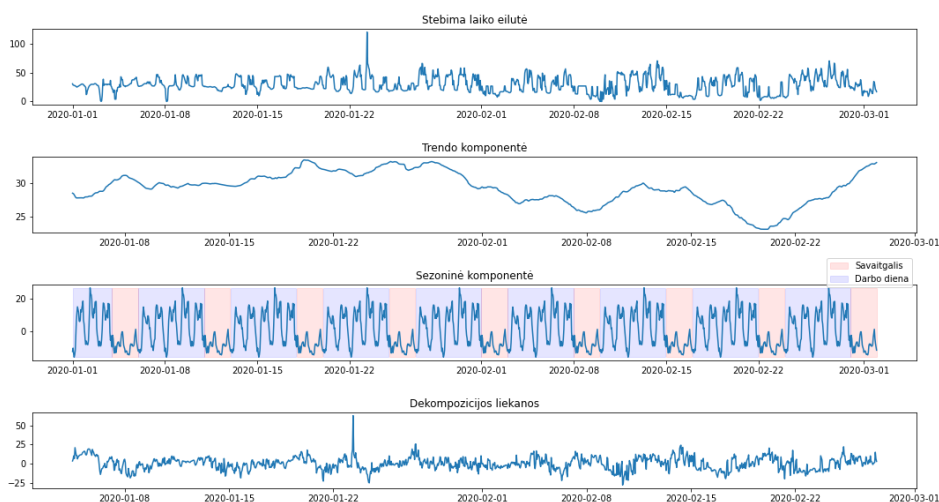
Elektros kainos kitime taip pat galima įžvelgti gana ryškius sezoniškumus. Siekiant nustatyti laiko eilutės sezonines savybes buvo atliekama multiplikatyvi dekompozicija originaliems valandiniams duomenims. Kadangi egzistuoja ne vienas, o keli sezoniškumai, dekompozicija atliekama etapais, į ilgesnio periodo sezoniškumo analizę pateikiant trumpesnio sezoniškumo dekompozicijos liekanas.

Atlikus elektros kainos (už 2020-01-01 iki 2020-01-15 laikotarpį) laiko eilutės dekompoziciją su 24 valandų periodiškumu buvo gauta paros sezoniškumo komponentė (**8 pav.**). Iš rezultatų matome, kad labai aiškiai išsiskiria darbo valandų/dienos (8h – 21h) bei nedarbo valandų/nakties (22h – 7h) režimai. Elektros kaina dienos režime šiuo laikotarpiu yra iki 15 EUR/MWh brangesnė už nakties režimo kainą. Paros sezoniškumas vidutiniškai paaikškina iki 10 EUR/MWh (~ 20%) nuo visos elektros kainos.



8 pav. Elektros kainos laiko eilutės dekompozicijos modelio rezultatas (24 h. sezoniškumas)

Toliau buvo atliekama elektros kainos (už 2020-01-08 iki 2020-03-01 laikotarpį) laiko eilutės dekompozicija su 7 d. periodiškumu taip išgryninant savaitinę sezoniškumo dedamąją. Iš rezultatų (**9 pav.**) matome, kad išsiskiria dveji, darbo dienos bei savaitgalio, režimai. Elektros kaina šiuo laikotarpiu darbo dienomis vidutiniškai yra iki ~13 EUR/MWh brangesnė už savaitgalio metu stebėtą kainą. Taip pat pastebima, kad savaitgaliais yra būdingi žemesni kainų svyravimai paros eigoje.

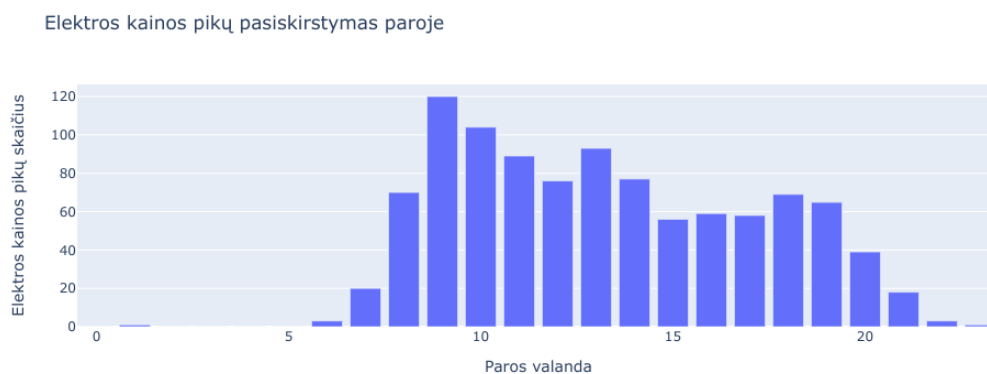


9 pav. Elektros kainos laiko eilutės dekompozicijos modelio rezultatas (7 d. sezoniškumas)

3.1.3. Elektros kainų pikų priklausomybė nuo paros laiko

Analizuojant elektros kainos duomenų eilutę matome, kad egzistuoja laiko momentai, kai elektros kaina stipriai išauga. Šie laiko momentai nėra klaidingi stebėjimai (1.6 skyrius). Tokių ekstremalių režimų metu elektros kaina stipriai išauga, o jiems pasibaigus vėl greitai normalizuojasi. Stebint laiko eilutę pastebime, kad šie pikai dažniausiai yra trumpalaikiai ir trunka tik dalį dienos. Kadangi tolimesniame tyrime buvo pritaikomi skirtingi agregavimo būdai įvertinantys tiek dienos, tiek nakties vidutines elektros kainas, buvo atlikta analizė nustatyti pikinių verčių pasiskirstymą paroje.

Tyrimo metu buvo analizuojamas 2013 m. – 2021 m. laikotarpis. Elektros kainos reikšmės viršijančios 85 EUR/MWh (3.1.4 skyrius) buvo priskiriamos kaip ekstremalios reikšmės. Gautos vertės buvo sugrupuotos pagal stebėjimo paros valandą ir suskaičiuotas jų pasikartojimo skaičius.



10 pav. Elektros kainų pikų priklausomybė nuo paros laiko. 2013 m. – 2021 m. laikotarpio duomenys

Iš tyrimo rezultatų (10 pav.) matome, kad beveik visa ekstremalių verčių dalis pasitaiko ir yra stebimos tik 8 h. – 20 h. intervale t.y. dienos metu. Šiuo periodu rinkoje vyksta aktyviausia prekyba, kadangi elektros suvartojimo poreikis yra didžiausias. Taip pat pastebima, kad daugiausiai pikų pasitaiko 9 h. – 10 h. intervale. Likusioje paros dalyje, nakties metu, pikai beveik niekada nepastebimi. Iš to galime daryti išvadą, kad elektros kainos ekstremalios pikinės reikšmės pasitaiko tik dienos metu.

Taip pat tokiu pačiu principu elektros kainos duomenų eilutei buvo atliktas ir elektros kainų pikinių režimų vidutinės trukmės tyrimas, kurio metu nustatoma, kokį laiko periodą dažniausiai yra stebimos ekstremalios elektros kainos reikšmės.

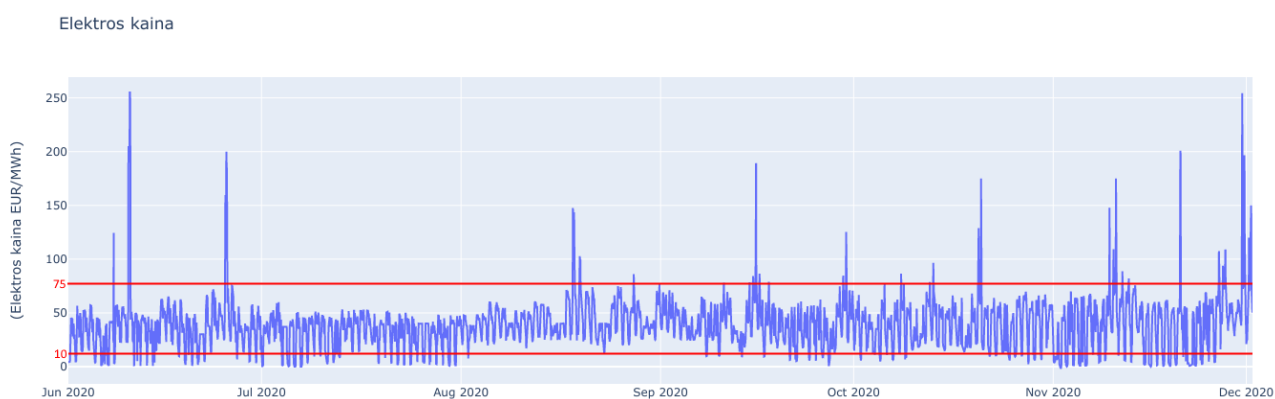


11 pav. Elektros kainų pikinių režimų trukmės skirstinys. 2013 m. – 2021 m. laikotarpio duomenys

Iš rezultatų (**11 pav.**) matome, kad ekstremalūs režimai dažniausiai būna trumpalaikiai ir trunka 1–3 h. Dažniausiai pasitaikantis reiškinys, kad elektros kaina stipriai išauga vos vienai valandai. Apskaičiuota vieno pikinio režimo vidutinė trukmė yra 3,56 h. Ilgiausias identifikuotas tokio tipo režimas truko 17 h. Rezultatuose taip pat pastebime, kad labai ilgų, daugiau negu 7 valandas trunkančių ekstremalių režimų santykinai yra itin mažai. Galiausiai, galime daryti išvadą, kad elektros rinkoje dažniausiai stebimi būtent trumpalaikiai kainų išaugimai.

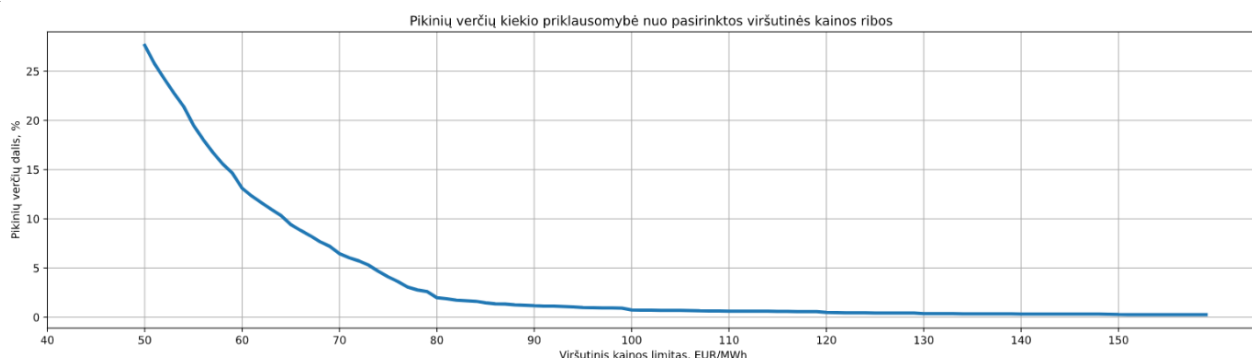
3.1.4. Elektros kainų pikų glodinimas

Elektros kainos laiko eilutėje stebimos ekstremalios pikinės vertės, gali viršyti normalaus režimo vidutinę dienos kainą iki net iki 10 kartų (**12 pav.**). Kadangi šios vertės yra realūs stebėjimai, pašalinti jų iš tiriamosios imties negalima. Tolimesniuose tyrimuose yra taikomi paslėptųjų režimų Markovo modeliai su autoregresinių modelių modifikacijomis, kurios pagal apibrėžimą yra jautrios įvesties duomenų išskirtims. Tam kad šios ekstremalios vertės nedarytų stiprios neigiamos įtakos matematiniam modeliui, jos yra glodinamos pagal 2.5 skyriuje aprašytus principus bei metodologiją.



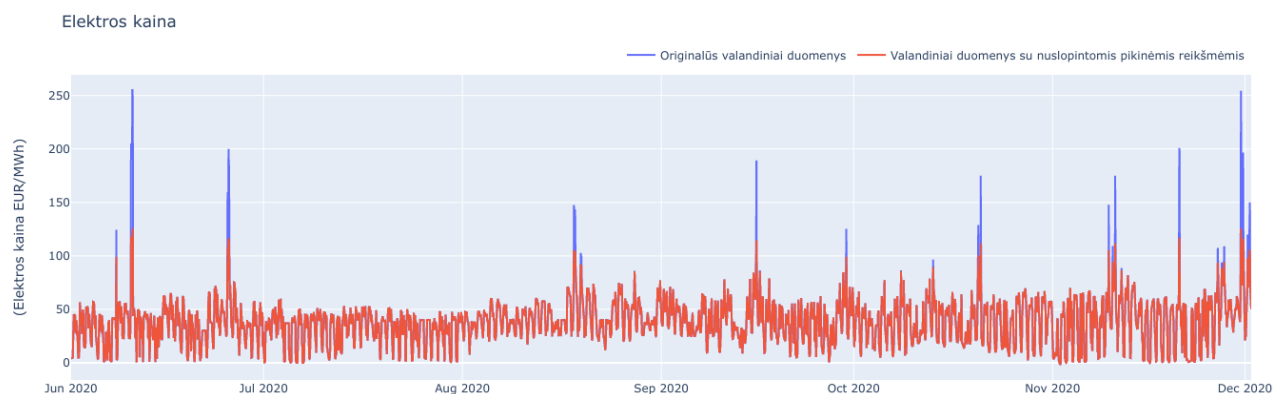
12 pav. Elektros kainos dinamoje pasitaikantys pikai (2020-06-01 – 2020-12-01 periodas)

Svarbu pastebėti, kad nėra apibrėžta, kaip nustatyti viršutinę leidžiamą kainos ribą šio glodinimo implementacijose. Per aukšta pasirinkta elektros energijos kainos riba gali lemti per mažą pikinių režimų glodinimo efektą, o dėl per žemos ribos, gali būti paveikta per daug stebėjimų. Abidvi šios ribinės situacijos pakenkia tolimesnei modeliavimo eigai. Dėl šios priežasties buvo atliktas tyrimas, kurio metu buvo nustatyta ribinių verčių dalies visame rinkinyje kitimo priklausomybė nuo pasirinktos viršutinės elektros kainos ribos.



13 pav. Elektros kainos pikinių verčių priklausomybės kitimas nuo pasirinktos viršutinės ribinės vertės

Iš rezultatų (**13 pav.**) matome, kad optimali viršutinė elektros kainos riba pikinių režimų nustatymui yra ~85 Eur/MWh (paveikiama 1,46 % duomenų). Ši vertė ir naudojama tolimesniuose skaičiavimuose.

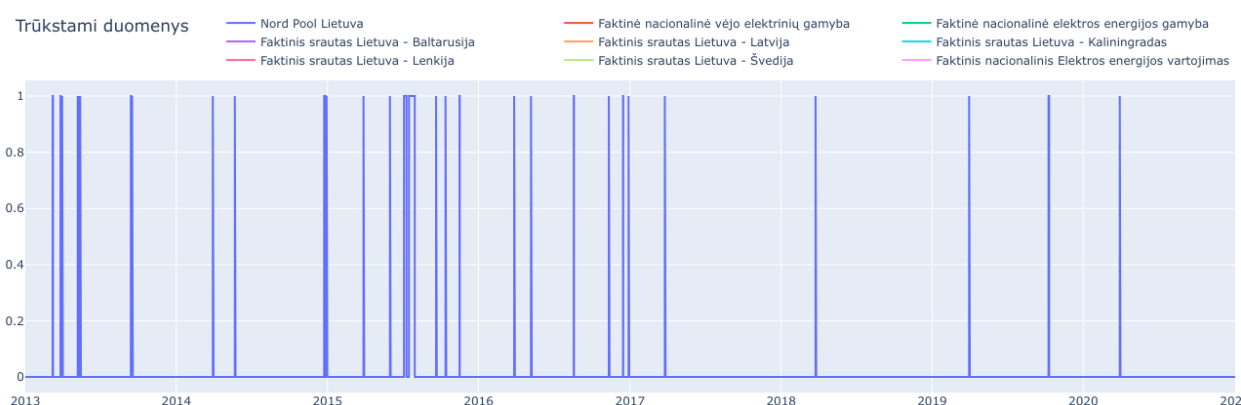


14 pav. Elektros kainos laiko eilutė su glodintomis pikinėmis reikšmėmis (2020-06 – 2020-12 periodas)

Galiausiai atliekamas originalios elektros kainos laiko glodinimas su nustatyta optimalia viršutine elektros kainos riba. Taip gaunama nauja laiko eilutė (**14 pav.**), kuri naudojama tolimesnėje analizėje.

3.1.5. Išorinių regresorių išskirčių šalinimas

Žvalgomosios analizės metu buvo pastebėta, kad per visą stebimą periodą daugelio išorinių regresorių laiko eilutėse egzistuoja praleistos reikšmės. Atlikus detalesnį tyrimą, buvo nustatyta, kad trūkstami laiko momentai sutampa per visus kintamųjų masyvus, kurių šaltinis yra Litgrid oficiali istorinių bei su planavimu susijusių duomenų platforma (**15 pav.**). Iš to daroma išvada, kad šie reikšmių praradimai yra tiesiogiai susiję su Litgrid IT infrastruktūra. Iš viso trūksta 755 valandų duomenų, kas sudaro ~1.1% viso duomenų rinkinio. Trūkstamos reikšmės apskaičiuojamos taikant tiesinę interpoliaciją.

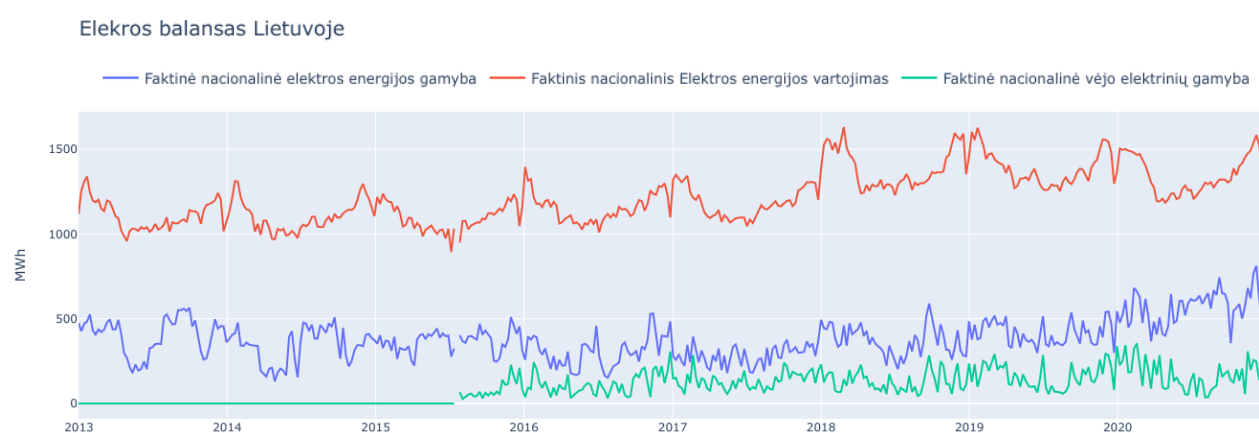


15 pav. Trūkstamos vertės kintamiesiems (2013 m. – 2021 m. laikotarpis)

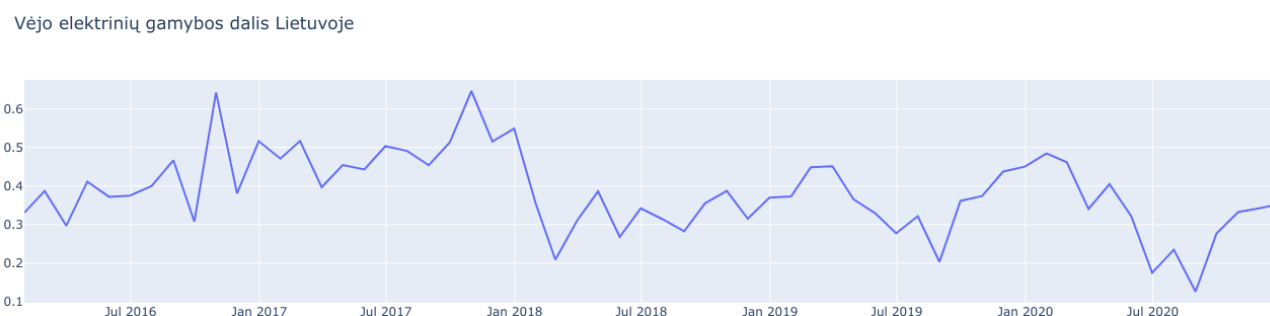
3.1.6. Išoriniai regresoriai

Kadangi elektros kainai rinkoje įtaką daro daugelis išorinių faktorių, analizuojant tik patį istorinį elektros kainos kitimą tikslumo nepakanka. Dėl šios priežasties į HMM modelį taip pat, kaip išoriniai regresoriai įtraukiami papildomi dydžiai.

Visų pirma į modelį įtraukiama Lietuvos vidinį elektros balansą apibūdinančių parametru grupė. Ją sudaro faktinis nacionalinis elektros energijos vartojimas, faktinė nacionalinė suminė elektros energijos gamyba bei faktinė nacionalinė vėjo elektrinių gamyba (**16 pav.**). Faktinis nacionalinis elektros energijos vartojimas apibūdina tuometinį elektros poreikį (t.y. kiek elektros energijos reikia pateikti visiems vartotojams), faktinė nacionalinė suminė elektros energijos gamyba nurodo, kuri dalis poreikio yra pagaminama Lietuvoje veikiančiose visų tipų elektros jėgainėse, o faktinė nacionalinė vėjo elektrinių gamyba nurodo, kiek iš pagamintos galios sudaro santykinai pigi, vėjo generuojama energija.

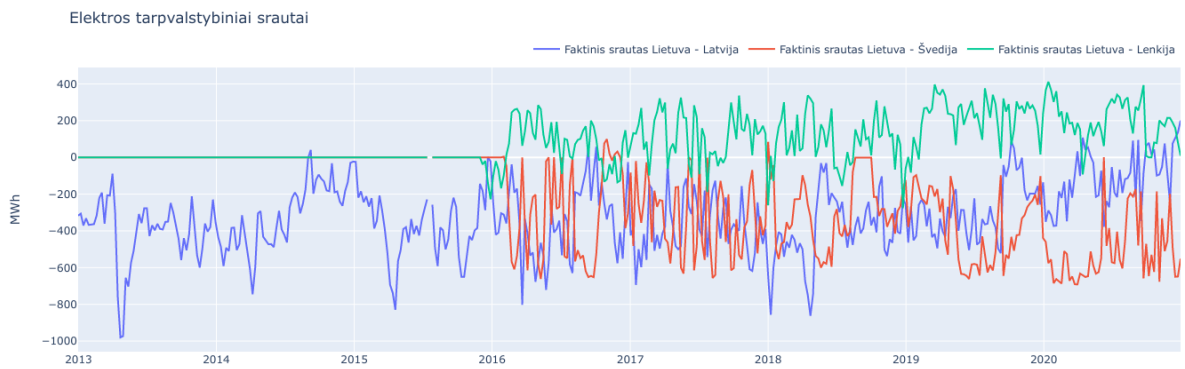


16 pav. Išoriniai regresoriai apibūdinantys Lietuvos vidinį elektros energijos balansą

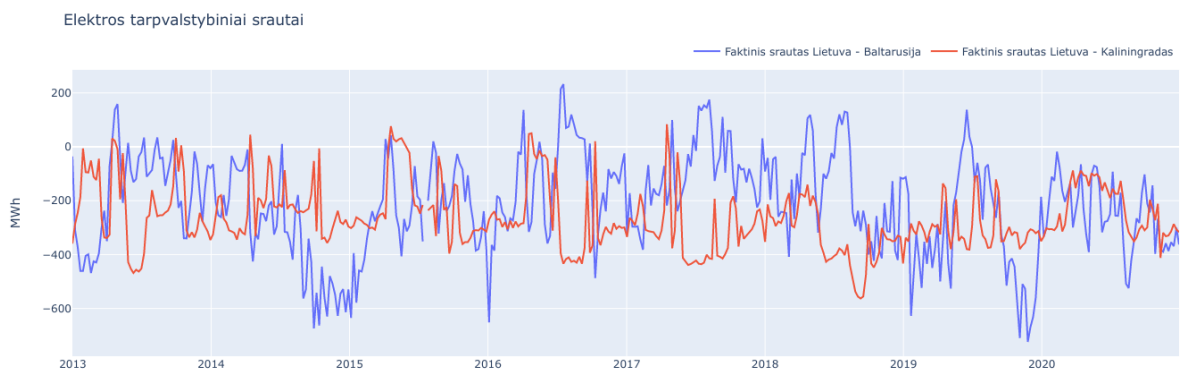


17 pav. Vėjo elektrinių pagamintos elektros energijos dalis Lietuvoje

Į modelį taip pat įtraukiama ir tarpsteminiai elektros energijos srautai. Kadangi didžioji dalis elektros energijos yra perkama, o ne pagaminama, šie parametrai modelyje indikuoja iš kur elektra yra perkama. Iš viso įtraukiami penki kintamieji aprašantys suminę elektros energiją pratekančią per tarpvalstybinę jungtį: faktinis srautas Lietuva – Latvija, Lietuva – Švedija, Lietuva – Lenkija, Lietuva – Baltarusija, Lietuva – Kaliningradas (**18 pav.** bei **19 pav.**). Kadangi elektros energiją Lietuva ne tik perka, bet ir parduoda, šie dydžiai gali keisti ženklą. Teigiamas dydis rodo parduotą elektros energijos kiekį, o neigiamas nupirktą. Galima pastebėti, kad didžiąją dalį elektros energijos Lietuva perka, o ne parduoda. Istoriskai daugiausiai elektros energijos yra parduodama Lenkijai, o nuperkama iš Baltarusijos, Švedijos bei Latvijos.



18 pav. Elektros energijos tarpvalstybiniai srautai Lietuvoje su kaimyninėmis šalimis (Lenkija, Švedija, Latvija). 2013m. – 2021 m. laikotarpis.



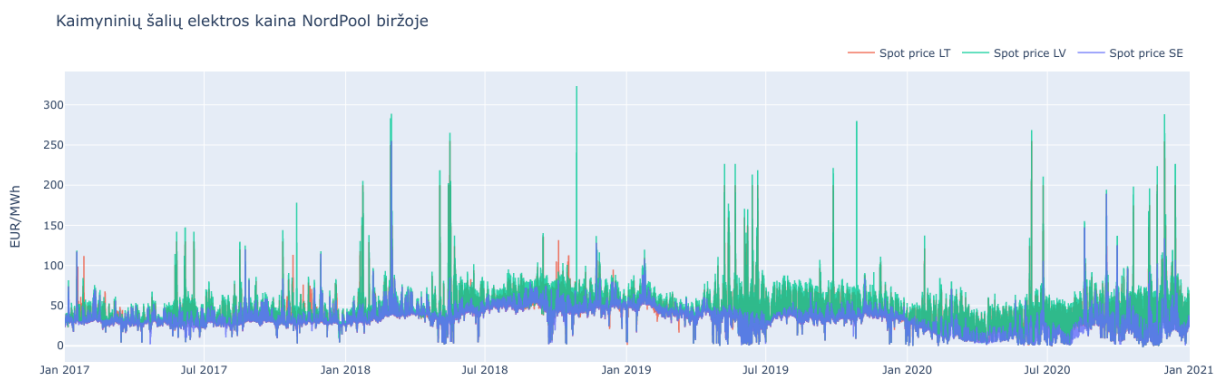
19 pav. Elektros energijos tarpvalstybiniai srautai Lietuvoje su kaimyninėmis šalimis (Lenkija, Švedija, Latvija). 2013m. – 2021 m. laikotarpis.

Elektros kainai taip pat įtakos turi ir globalūs veiksniai. Elektros energija taip pat gamina ir skysto kuro, dujinės bei biokuro katilinės. Šių tipų įrenginių, kuriuose deginamas pirktas kuras, elektros gamybos savikaina tiesiogiai priklauso nuo esamos kuro kainos rinkoje. Dėl šios priežasties į modelį taip pat įtraukiami rodikliai, kurie indikuotų kiekvieno iš pagrindinių kuro rūšių kainos dinamiką per tiriamąjį laikotarpį (**20 pav.**).



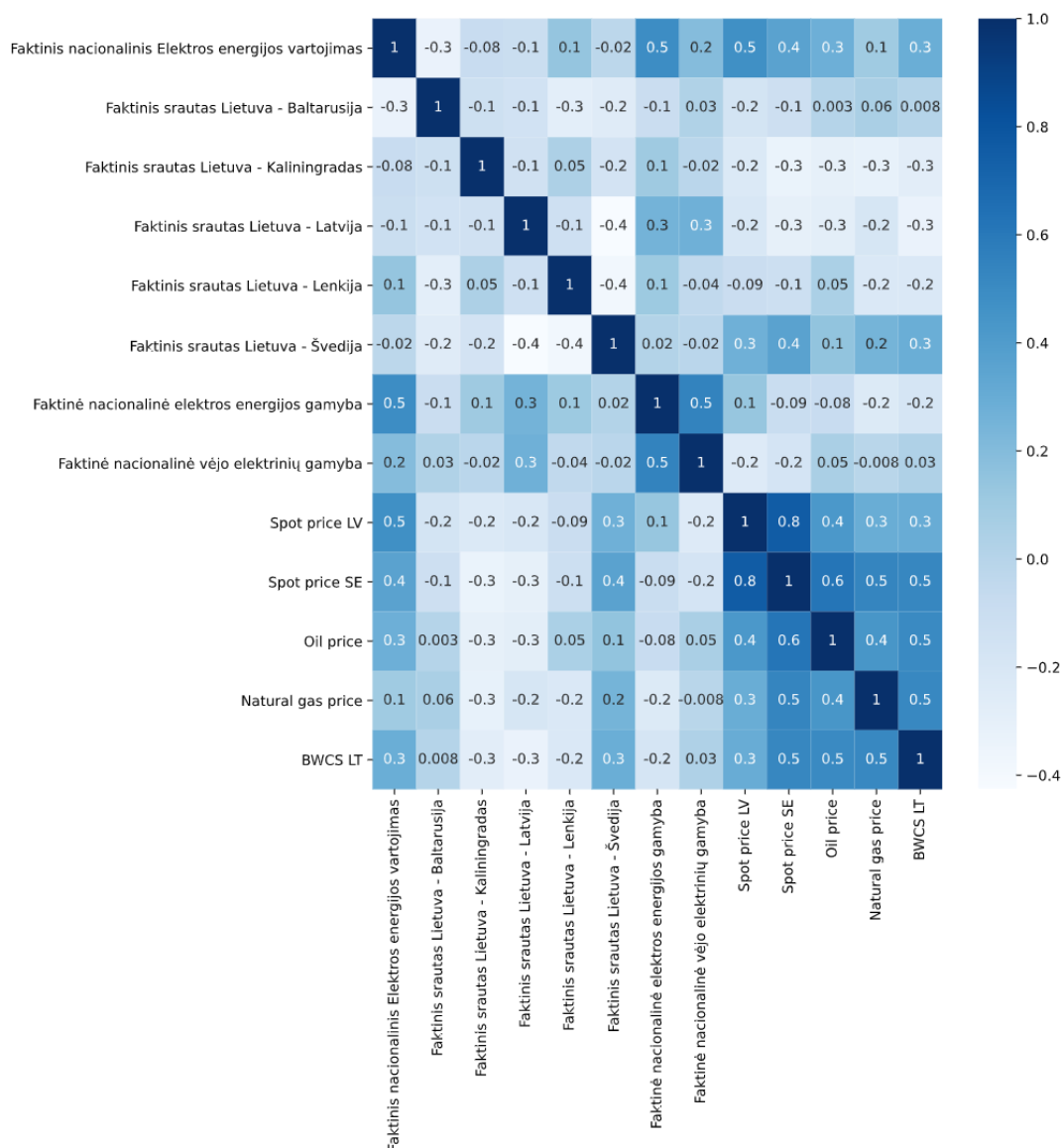
20 pav. Dujų, naftos, biokuro kainos indeksai. 2013m. – 2021 m. laikotarpis.

Galiausiai, kaip paskutinis faktorius į modelį yra įtraukiamos aplinkinių šalių elektros kainos NordPool biržoje (**21 pav.**). Kadangi ne visa elektros energija yra pagaminama lokaliai, likusį poreikį reikia padengti ją perkant iš aplinkinių šalių. Priklausomai nuo situacijos, elektros kaina visose šalyse skiriasi ir bėgant laikui, kinta nevienodai. Į modelį įtraukiamos Latvijos bei Švedijos elektros kainos, kadangi šios šalys yra Nord Pool dalyvės ir su jomis Lietuva turi tiesiogines tarpvalstybines elektros energijos perdavimo jungtis (**1.4 skyrius**).



21 pav. Lietuvos, Latvijos bei Švedijos elektros kainos NordPool biržoje . 2017m. – 2021 m. laikotarpis.

Visiems išoriniams regresoriams atliekamas tarpusavio koreliacijos tyrimas. Jo rezultatų matrica pateikiama **22 pav.** Iš rezultatų matome, kad stipri koreliacija ($> 0,7$) yra tik tarp Švedijos ir Latvijos elektros kainų. Toks rezultatas yra logiškas, kadangi abi šios šalys elektra prekiauja NordPool biržoje, tad jų kainų dinamika yra stipriai susijusi. Kitiems regresoriams stebimos nestiprios ($< 0,5$) tarpusavio koreliacijos.



22 pav. Visų išorinių regresorių koreliacijos matrica. 2017m. – 2021 m. laikotarpis.

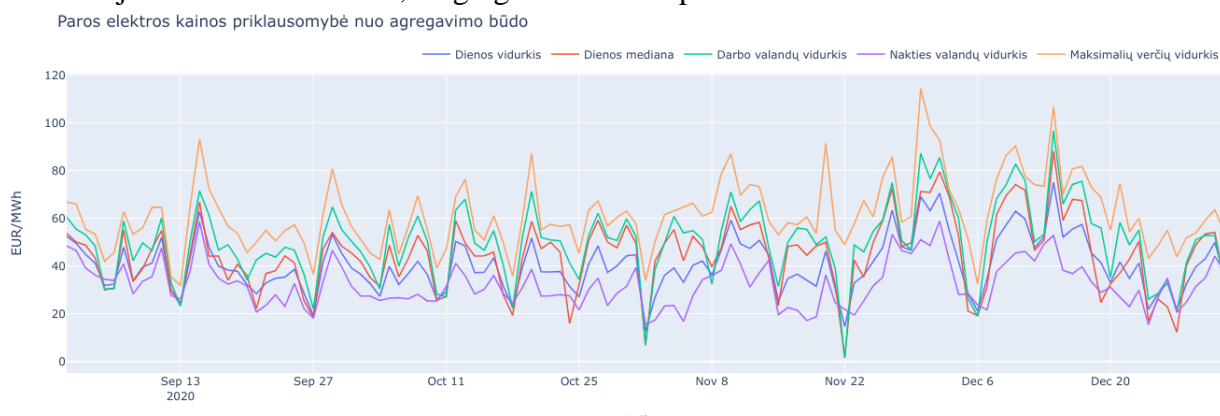
3.2. Duomenų agregavimas

Duomenų rinkinį originaliai sudaro valandiniai duomenys. Kadangi tiriamas ilgas laikotarpis, valandiniai duomenys netinka režimų nustatymui, dėl dvejų priežasčių. Visų pirma, valandiniuose duomenyse žinome, kad egzistuoja bent du sezoniškumai – paros bei ketvirčio. Dieną elektros kaina yra didesnė nei naktį, bei vasarą elektros energija yra pigesnė nei žiemą. Tai labai stipriai komplikuoja režimų kainos dinamikos identifikavimą bei prognozavimą, kadangi matematiniai modeliai nebesugeba išskirti ilgalaikių svarbių pokyčių ir identifikuoja trumpalaikį kainos dinamikos kitimą. Antra priežastis yra duomenų apimtis. Režimų identifikacijos metodai yra paremti gana intensyviais ir daug kompiuterinių resursų reikalaujančiais, daug iteracijų užtrunkančiais algoritmais. Dėl šios priežasties režimo perjungimo metodus taikyti visai ilgo laikotarpio valandinių duomenų imčiai yra nepraktiška, o skaidant imtį į mažesnes dalis, galimai prarandami ir nebenustatomi ilgalaikiai kainos dinamikos režimai. Taip pat, svarbu paminėti, kad tiriant ilgalaikes tendencijas (tarp skirtingų metų), valandiniai duomenų svyravimai praranda prasmę ir nebeturi įtakos.

Dėl anksčiau išvardintų priežasčių duomenims yra taikomas agregavimas – valandiniai duomenys yra perskaičiuojami į paros duomenis. Atliekant duomenų perskaičiavimą taip pat kyla neapibrėžtumas, kadangi nėra vieno teisingo būdo, kuris nurodytų, kuris agregavimas yra tiksliausias ir tolimesnėje analizėje lems geriausio rezultato pasiekimą. Dėl šios priežasties šios analizės metu yra išbandomi ne vienas, o grupė agregavimo metodų, kurių rezultatai vėliau yra palyginami. Tyrimo metu išbandomos šios agregavimo taisyklės:

- paros kainos vidurkis;
- paros kainos mediana;
- paros 5% didžiausių kainų vidurkis;
- paros darbo valandų (8–17 h) kainų vidurkis;
- paros nedarbo valandų (0–7h ir 18–24h) vidurkis.

Sutvarkius valandinius duomenis (atstačius trūkstamas reikšmes, nuslopinus pikus) bei pritaikius aprašytus agregavimo metodus, gaunami paros duomenys (**23 pav.**). Tolimesniuose skaičiavimuose jau naudojama nebe valandiniai, o agreguotos dienos periodo laiko eilutės.



23 pav. Elektros dienos kainos priklausomybė nuo agregavimo būdo

3.3. Modelio sudarymas

Markovo paslėptųjų grandinių modeliai leidžia implementuoti skirtingus vidinius procesus. Nuo šio proceso priklauso, kaip yra identifikuojami režimai bei koks gaunamas galutinis modelio prognozės rezultatas. Kaip rodo atlikta literatūros apžvalga, skirtingi autoriai naudoja nevienodas vidinių Markovo grandinių proceso struktūras, bei nėra išgryninama kuri iš jų yra geriausia. Dėl šios priežasties tyrimo metu yra sudaromi 6 skirtingi ARMA procesai, kurie implementuojami kartu su Markovo paslėptųjų grandinių modeliu (**4 lentelė**). Su kiekvienu iš šių procesų yra bandoma iširti skirtingų išorinių regresorių įtaką elektros kainai bei bendram modelio rezultatui. Tolimesni tyrimai atliekami su kiekvienu iš šių modelių, o vėliau nustatoma, kuris iš jų pasiekia geriausius rezultatus.

4 lentelė. Tyrimo metu implementuojamos vidiniai Markovo paslėptųjų grandinių modelių modifikacijos

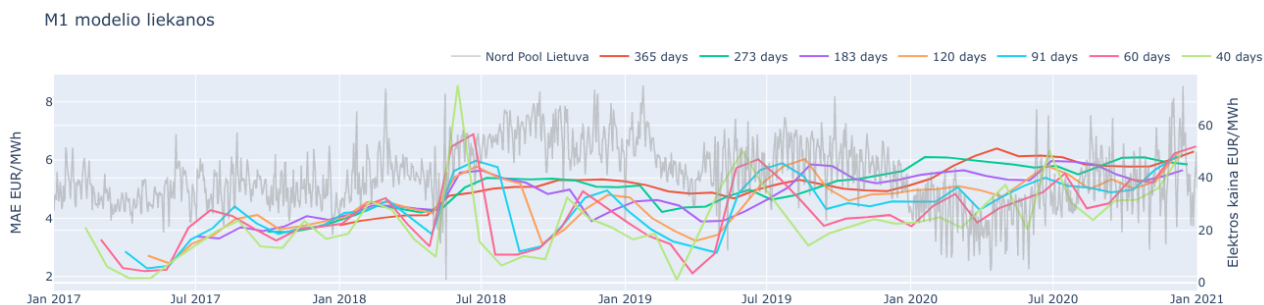
Modelio pavadinimas	Modelio lygtis	MA eilė
M1	<i>Elektros kaina ~ Faktinis nacionalinis elektros energijos vartojimas</i>	2
M2	<i>Elektros kaina ~ Faktinis nacionalinis elektros energijos vartojimas + Faktinė nacionalinė elektros energijos gamyba</i>	2
M3	<i>Elektros kaina ~ Faktinis nacionalinis elektros energijos vartojimas + Faktinė nacionalinė elektros energijos gamyba + Faktinė nacionalinė vėjo elektrinių gamyba</i>	2
M4	<i>Elektros kaina ~ Faktinis nacionalinis elektros energijos vartojimas + Faktinė nacionalinė elektros energijos gamyba + Faktinė nacionalinė vėjo elektrinių gamyba + Faktinis srautas Lietuva Baltarusija + Faktinis srautas Lietuva Latvija + Faktinis srautas Lietuva Kaliningradas + Faktinis srautas Lietuva Lenkija + Faktinis srautas Lietuva Švedija</i>	2
M5	<i>Elektros kaina ~ Faktinis nacionalinis elektros energijos vartojimas + Faktinė nacionalinė elektros energijos gamyba + Faktinė nacionalinė vėjo elektrinių gamyba + Faktinis srautas Lietuva Baltarusija + Faktinis srautas Lietuva Latvija + Faktinis srautas Lietuva Kaliningradas + Faktinis srautas Lietuva Lenkija + Faktinis srautas Lietuva Švedija + Oil price + Natural gas price + BWCS LT</i>	2
M6	<i>Elektros kaina ~ Faktinis nacionalinis elektros energijos vartojimas + Faktinė nacionalinė elektros energijos gamyba + Faktinė nacionalinė vėjo elektrinių gamyba + Faktinis srautas Lietuva Baltarusija + Faktinis srautas Lietuva Latvija + Faktinis srautas Lietuva Kaliningradas + Faktinis srautas Lietuva Lenkija + Faktinis srautas Lietuva Švedija + Oil price + Natural gas price + BWCS LT + Spot price LV + Spot price SE</i>	1

Kadangi Markovo paslėptųjų režimų modelyje pritaikomi vidiniai regresiniai modeliai, jų komponentės parenkamos su tikslu įvertinti skirtingas elektros kainos priklausomybes. Modeliu M1 siekiama nustatyti ar elektros kainai nustatyti ir režimams identifikuoti pakanka tik suplanuoti ir žinoti elektros energijos vartojimą – poreikį. Modelis M2 papildo M1 įtraukiant visą suminę elektros energijos Lietuvoje gamybą, taip įvertinant, kuri dalis energijos pagaminama Lietuvoje ir nėra perkama iš kitų šalių. Modelis M3 papildo M2 įtraukiant vėjo elektrinių gamybą, taip įvertinant kuri pagamintos elektros energijos dalis yra santykinai pigesnė (lyginant su likusia gamyba). Modelis M4 papildo M3 įtraukiant tarpvalstybinius elektros energijos srautus, taip įvertinant iš kur perkama/parduodama elektros energija. Modelis M5 papildo M4 įtraukdamas globalius ekonomikos faktorius darančius įtaką elektros kainos gamybos savikainai dujų, biokuro bei skysto kuro elektrinėse. Galiausiai modelis M6 papildo M5 įtraukiant aplinkinių šalių elektros kainas, taip įvertinant už kokią kainą yra perkama/parduodama elektros energija.

3.4. Modelio prognozės tikslumo priklausomybė nuo apmokymo imties dydžio

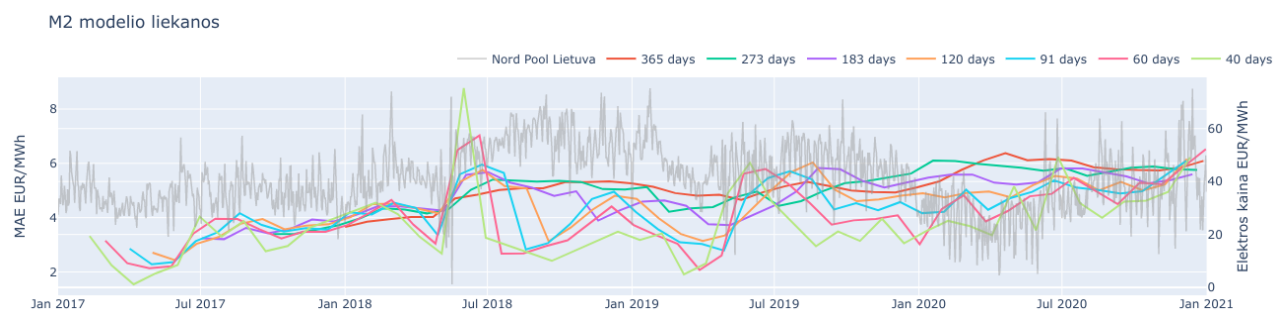
Praktikoje pritaikant Markovo paslėptųjų grandinių modelius laiko eilutėms nėra vienos metodologijos, kuri nurodytų, kokį duomenų periodą reikia naudoti modelio apmokymui. Tai labai aktualu ir sudarant modelį, kuris prognozuoja elektros energijos kainą. Šis periodas tiesiogiai priklauso nuo to, kaip dažnai laiko eilutėje keičiasi režimai. Kadangi šios būsenos pagal Markovo paslėptųjų grandinių modelio apibrėžimą nėra matomos ir negali būti paprastai nustatytos, dar prieš sudarant modelį sunku įvertinti optimalų apmokymo duomenų laikotarpio dydį. Kadangi elektros kainos skirstinys kiekvienais metais kinta, neturint labai gerai elektros kainos dinamiką paaiškinančių išorinių regresorių, pasirinktas per ilgą apmokymo periodą gali lemti tai, kad modelis nesugebės prognozuoti naujausių laiko eilutės kitimo tendencijų. Kita vertus, pasirinkus per mažą periodą, rizikuojame, kad į apmokymo imtį pakliūs tik vienas arba ne visi modeliuojami paslėpti režimai, kas lemtų modelio neapibrėžtumą ir rezultatų nestabilumą. Dėl šių priežasčių buvo atliktas tyrimas, kurio metu iteraciniu būdu buvo nustatytas optimalus apmokymo periodas kiekvienam sudarytam modeliui. Kadangi modeliuose naudojami dieniniai duomenys, buvo tiriamas gan platus apmokymo periodo diapazonas. Kiekvienam skirtingam matematiniam modeliui buvo pritaikyti šie apmokymo imties dydžiai: 365 d. (1 metai), 273 d. (3 ketvirčiai), 183 d. (2 ketvirčiai), 121 d. (4 mėn.), 91 (1 ketvirtis), 60 d. (2 mėn.), 40 d.

Elektros kainos dinamika kinta kiekvienais metais, dėl to negalime tirti tik paskutiniojo periodo ir gauti vieno tikslumo įverčio. Tam, kad geriau įvertinti modelio tikslumą bei tinkamumą ilgalaikėje perspektyvoje, buvo modeliuojamas visas 2017 m. – 2021 m. laikotarpis. Su kiekvienu tiriamu imties dydžiu pradedant 2017 m. kas 7 d. modelis buvo iš naujo apmokomas bei testuojamas, taip iteruojant ir slenkant per visą tiriamą laikotarpį. Visiems šiame laikotarpyje sudarytiems modeliams buvo apskaičiuojamos 2.6 skyriuje aprašytos metrikos. Kadangi optimalus apmokymo periodas taip pat priklauso ir nuo pačio Markovo paslėptųjų režimų modelio vidinės struktūros bei hiper-parametrų, visi šie veiksmai pakartoti kiekvienam iš 3.3 skyriuje aprašytų vidinių modelių.



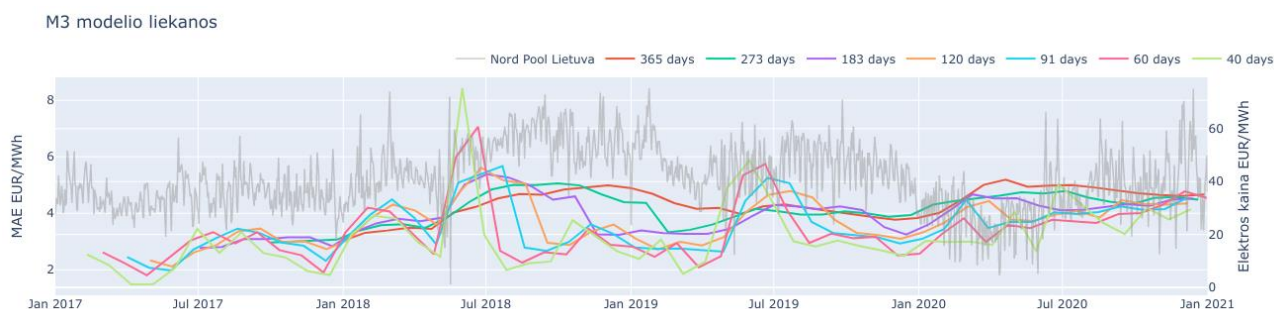
24 pav. Modelio M1 optimalaus apmokymo periodo tyrimo rezultatai

Atlikus skaičiavimus iš M1 modelių rezultatų (**24 pav.**) matome, kad stabilūs rezultatai buvo gauti tik taikant 365 d., 273 d. bei 183 d. apmokymų periodą. Modeliai, sudaryti su mažesne mokymo duomenų imtimi, pateikė nestabilius ir laike stipriai varijuojančius rezultatus. Pastebima, kad šis modelis geriausiai prognozavo 2017 m. – 2018 m. laikotarpį, o vėliau modelio liekanos išaugo. Didžiausios modelio paklaidos matomos prognozuojant 2020 m. laikotarpį.



25 pav. Modelio M2 optimalaus apmokymo periodo tyrimo rezultatai

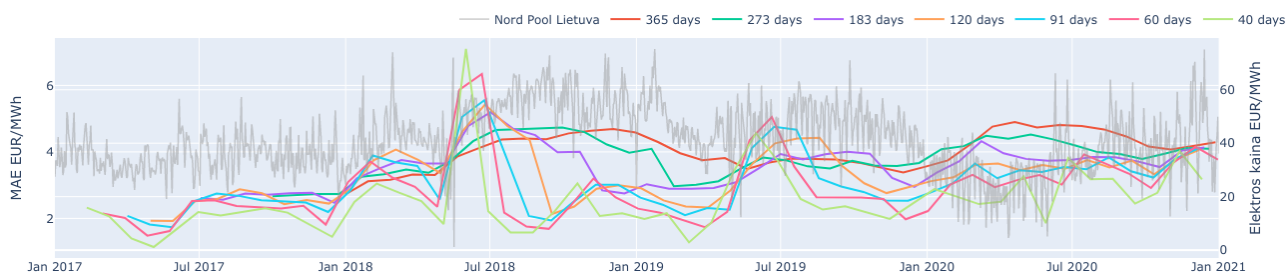
M2 modelio rezultatai yra labai panašūs į M1 modelio rezultatus (**25 pav.**). Analogiškai stabilūs rezultatai buvo gauti tik taikant 365 d., 273 d., 183 d. bei 120 d. apmokymų periodą. Modelis taip pat geriausiai prognozavo 2017 m. – 2018 m. laikotarpį, o vėliau modelio liekanos išaugo. Didžiausios modelio paklaidos matomos prognozuojant 2020 m. laikotarpį.



26 pav. Modelio M3 optimalaus apmokymo periodo tyrimo rezultatai

M3 modelio rezultatai skiriasi nuo M1 bei M2 modelio. Stabilūs rezultatai buvo gauti taikant 365 d., 273 d., 183 d., 120 d. ir 91 d. (priešingai nei M1, M2) apmokymų periodą. Modelis geriausiai prognozavo 2017 m. – 2018 m. bei 2020 m. Q1 laikotarpį. Priešingai nei M1 bei M2, modelio paklaidos vėlesniais laikotarpiais išaugo ženkliai mažiau.

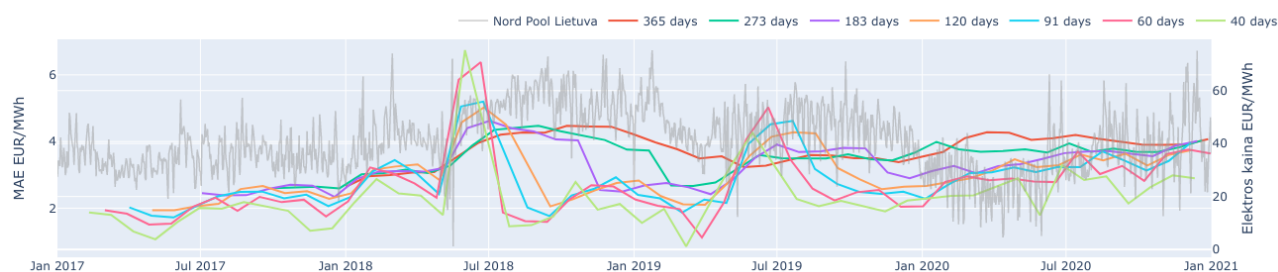
M4 modelio liekanos



27 pav. Modelio M4 optimalaus apmokymo periodo tyrimo rezultatai

M4 modelio rezultatai yra panašūs į modelio M3 rezultatus. Priešingai nei M3, stabilūs rezultatai buvo gauti taikant tik 365 d., 273 d., 183 d., 120 d. apmokymų periodą. Modelis geriausiai prognozavo 2017 m. – 2018 m. bei 2020 m. Q1 laikotarpį. Paklaidos vėlesniais laikotarpiais išaugo nežymiai. Lyginant su M3 matomos mažesnės modelio prognozės rezultato liekanos.

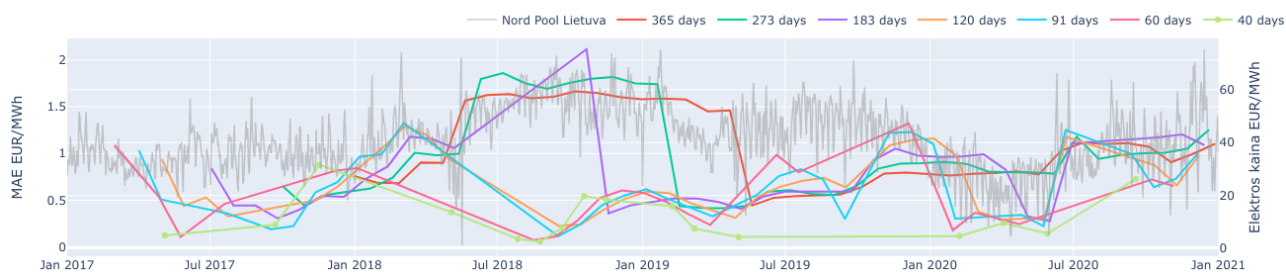
M5 modelio liekanos



28 pav. Modelio M5 optimalaus apmokymo periodo tyrimo rezultatai

M5 modelio rezultatų dinamika atitinka M4 rezultatus. Stabilūs rezultatai buvo gauti taikant 365 d., 273 d., 183 d., 120 d. apmokymų periodą. Modelis geriausiai prognozavo 2017 m. – 2018 m. bei 2020 m. Q1 laikotarpį. Paklaidos vėlesniais laikotarpiais išaugo nežymiai. Lyginant su M4 matomos šiek tiek mažesnės modelio prognozės rezultato liekanos.

M6 modelio liekanos



29 pav. Modelio M6 optimalaus apmokymo periodo tyrimo rezultatai

M6 modelio dinamika labai stipriai skiriasi nuo prieš tai buvusių modelių rezultatų. Priežastis yra ta, kad, į modelį įtrauktos kaimyninių šalių kainos, yra labai stiprus regresorius padedant įvertinti elektros kainą Lietuvoje. Dėl šio regresoriaus svarbos, Markovo modelio režimai buvo įvertinti visai kitaip, negu prieš tai buvusių modelių. Priešingai negu M1–M5 modeliams, ilgas apmokymo duomenų periodas šiam modeliui netinka, ir duoda nestabilius rezultatus. Anologiškai M1–M5 per trypas mokymo periodas taip pat lemia prastą rezultatų stabilumą. M6 modelio stabilūs modelio rezultatai buvo gauti su 120 d., 91 d., 60 d. apmokymo periodais. Šio modelio liekanos yra ženkliai mažesnės lyginant su prieš tai buvusiais modeliais.

5 lentelė. Modelio prognozės liekanų MAE bei jų standartinio nuokrypio (skliausteliuose) priklausomybė nuo imties dydžio tyrimo rezultatų suvestinė

Modelis	Apmokymo periodas						
	365 d.	273 d.	183 d.	120 d.	91 d.	60 d.	40 d.
M1	5.22 (0.67)	5.06 (0.75)	4.83 (0.77)	4.55 (0.90)	4.38 (0.99)	4.14 (1.16)	3.87 (1.29)
M2	5.19 (0.67)	5.04 (0.77)	4.77 (0.79)	4.47 (0.89)	4.28 (0.97)	4.01 (1.17)	3.74 (1.33)
M3	4.35 (0.55)	4.13 (0.60)	3.90 (0.67)	3.68 (0.78)	3.50 (0.84)	3.37 (1.07)	3.13 (1.20)
M4	4.04 (0.55)	3.81 (0.59)	3.54 (0.64)	3.30 (0.80)	3.08 (0.86)	2.89 (1.01)	2.55 (1.00)
M5	3.77 (0.46)	3.53 (0.52)	3.28 (0.62)	3.01 (0.75)	2.85 (0.83)	2.69 (1.02)	2.28 (0.95)
M6	1.06 (0.40)	0.98 (0.46)	0.76 (0.37)	0.69 (0.31)	0.65 (0.35)	0.54 (0.33)	0.31 (0.24)

Galiausiai visiems pritaikytiems modeliams bei ištirtiems apmokymų periodams buvo suskaičiuotos vidutinės metrikų reikšmės, bei jų standartiniai nuokrypiai per visą tiriamąjį laikotarpį (**5 lentelė**). Priimama, kad modelis, kurio liekanų dispersija yra didesnė už 1 EUR/MWh per visą stebimą periodą nėra stabilus. Apibendrinant iš šio tyrimo rezultatų matome, kad nuo modelio apmokymo duomenų imties dydžio labai stipriai priklauso galutinių modelio rezultatų stabilumas. Pastebima, kad M1-M5 modelių tyrimo rezultatai yra panašūs. Kuo mažesnis apmokymo laiko periodas, tuo vidutinis tikslumas gerėja, bet rezultatų liekanų dispersija didėja. Didžiausias stabilumo pokytis įvyksta tada, kai apmokymo imties dydis patampa mažesnis nei 91 d. (3 mėn.). Tokiu atveju per visą tyrimo laikotarpį atsiranda tam tikrų apmokymo periodų, į kuriuos nepatenka visi Markovo paslėptųjų režimų modeliuose nurodyti režimai, to pasekoje atsiranda neapibrėžtumas ir tam tikrais laikotarpiais rezultatai tampa labai nestabilūs. Taip pat pastebima, kad didinant apmokymo periodą ilgesnį nei 91 d., modelio rezultatai pradeda prastėti. Tai siejama su tuo, kad elektros kainos dinamika nuolat kinta ir pritaikius per ilgą apmokymo periodą, prarandamas modelio lankstumas, todėl nebegalima tiksliai prognozuoti dabartinių dinamikos ypatybių. Galiausiai darome išvada, kad minimalus ir kartu optimalus apmokymo periodas elektros kainos modeliams, kai yra naudojami dieniniai duomenys, yra 91 d. M6 modelis, dėl papildomų elektros kainų kaimyninėse šalyse regresorių elgiasi priešingai M1-M5. Šio modelio rezultatai gerėja naudojant trumpesnę apmokymo periodą.

3.5. Išorinių kintamųjų vėlinimo įtaka modelio rezultatams

Sudarant laiko eilučių prognozavimo ar kitus tyrybos metodus, dažnai yra įtraukiamos ne tik dabartinės (analizuojamo laiko momento), bet ir per tam tikrą laikotarpį atsiliekančios išorinių kintamųjų reikšmės. Įtraukiant tiek dabartinę, tiek reikšmę su vėlinimu, įvertinama tai, kad išorinių kintamųjų įtaka analizuojamam dydžiui nėra momentinė, t.y. pasikeitęs išorinis regresorius įtaka tiriamam kintamajam daro ne iš karto, o po tam tikro laikotarpio. Sudarant modelius, nėra nustatytos metodikos, kaip iš karto parinkti optimalų šį vėlinimo laikotarpį/laikotarpius. Dažniausiai tai atliekama iteraciniu metodu, įtraukiant didesnę kiekį skirtingų vėlinimų ir gavus rezultatus pašalinant nereikšmingas opcijas.

Šio tyrimo metu siekiama nustatyti, kokią įtaką turi išorinių regresorių vėlinimas galutiniam sudaromo modelio rezultatui. Kadangi analizuojami paros laikotarpio duomenys, į 3.3 skyriuje aprašytus modelius papildomai yra įtraukiami išoriniai regresoriai su 7 d. vėlinimu. Visiems sudarytiems modeliams pritaikomas 120 d. apmokymo periodas, naudojami paros vidurkio duomenys.

6 lentelė. Modelio prognozės liekanų MAE bei jų standartinio nuokrypio (skliausteliuose) priklausomybė nuo modelyje naudojamų išorinių kintamųjų vėlinimų

Modelis	Vėlinimas = 0	Vėlinimas = 7 d.	MAE pokytis
M1	4.58 (0.88)	4.53 (0.86)	1%
M2	4.50 (0.87)	4.37 (0.84)	3%
M3	3.69 (0.76)	3.57 (0.73)	3%
M4	3.30 (0.77)	3.06 (0.70)	7%
M5	3.04 (0.74)	2.78 (0.68)	9%
M6	0.46 (0.26)	0.39 (0.22)	15%

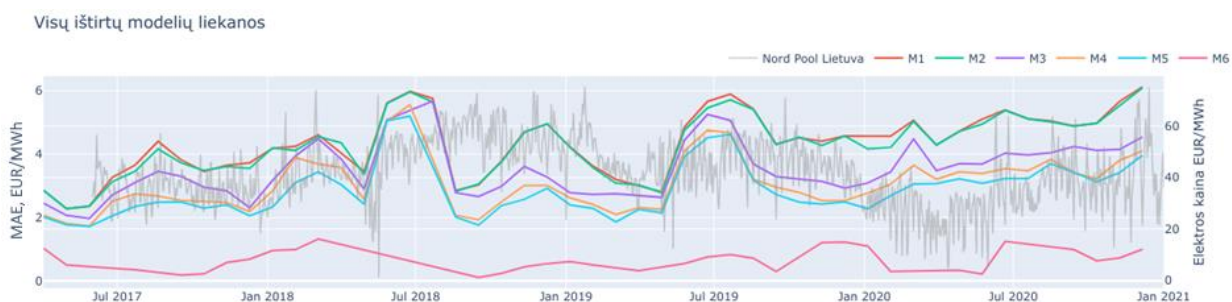
Iš atlikto tyrimo rezultatų (**6 lentelė**) matome, kad į sudaromą modelį įtraukiamas išorinių kintamųjų vėlinimas turi teigiamą efektą modelių tikslumui. Visiems sudarytiems modeliams buvo stebimas MAE paklaidų sumažėjimas. Matoma, kad augant išorinių regresorių skaičiui tikslumo pagerėjimo efektas didėja. Taip pat pastebima, kad vėlinimo naudojimas modelyje ženkliai nesumažina paklaidų dispersijų (nežymus pokytis įvyksta tik dėl pačių MAE reikšmių sumažėjimo).

Priede 1 pateikiama papildomų vėlinimų panaudojimo modeliuose M1-M6 įtaka rezultatų dinamikai 2017 m. – 2021 m. laikotarpyje. Iš grafikų matome, kad naudojama 7 d. išorinių kintamųjų vėlinimas sumažina modelio prognozės liekanas, bet visiškai nepakeičia jų dinamikos. Iš to darome išvadą, kad papildomas vėlinimas režimų nustatymui statistiškai svarbios įtakos neturi.

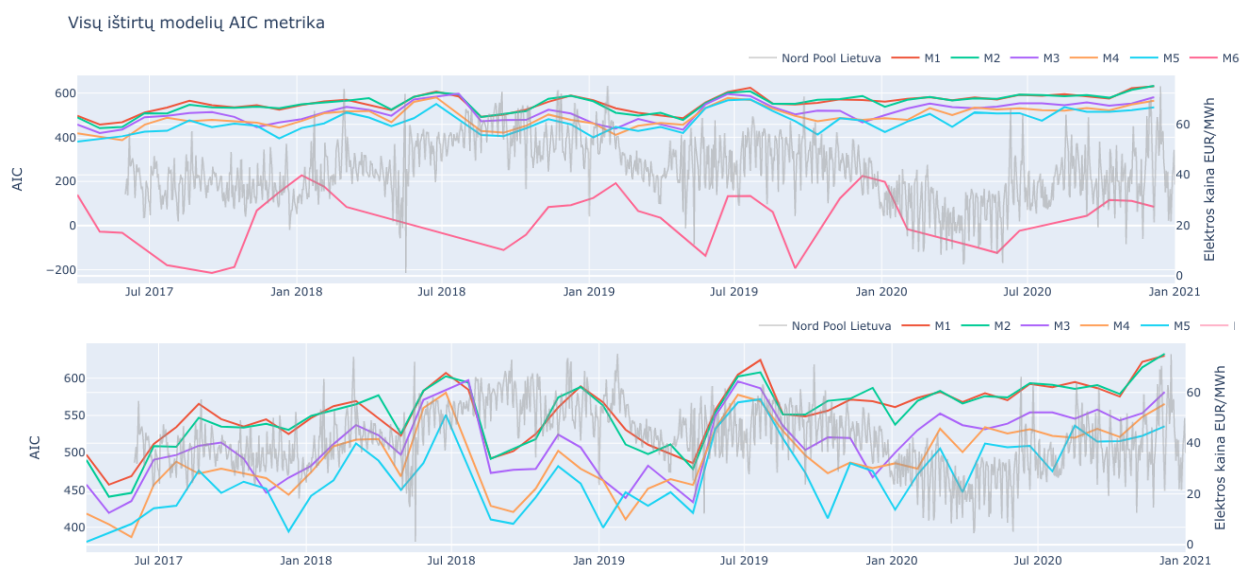
Apibendrinant tyrimo rezultatus, galima daryti išvadą, kad sudarant optimalų Markovo paslėptųjų režimų modelį svarbu įtraukti ne tik prasmingus išorinius regresorius, bet ir jų vėlinimus. Tinkamas vėlinimo laiko parinkimas, nors ir neturi įtakos bendrai režimų nustatymo kokybei, bet ženkliai pagerina modelių modifikacijų prognozavimo tikslumą.

3.6. Optimalaus modelio nustatymas bei išorinių regresorių įtaka

Nustačius kiekvieno 3.3 skyriuje aprašyto modelio optimalų apmokymo laikotarpį galime jų tikslumo rezultatus lyginti tarpusavyje. Iš ištirtų modelio rezultatų liekanų (30 pav.) bei apskaičiuotų AIC kriterijų (31 pav.) 2017 m. – 2021 m. laikotarpyje matome, kad M1-M5 modelių rezultatai ir jų dinamika tarpusavyje yra panašūs. Visų regresinių modelių liekanos pastebimai išauga 2018 m. bei 2019 m. vasaros laikotarpiais. Tai siejama su staigiu elektros kainos tais laikotarpiais kritimu bei kainų dispersijos išaugimu. Sudarytuose modeliuose naudojami išoriniai regresoriai nepadaeda identifikuoti ir tiksliai modeliuoti šių laikotarpių.



30 pav. Visų ištirtų modelių liekanos naudojant identifikuotus optimalius apmokymo periodus



31 pav. Visų ištirtų modelių AIC metrika naudojant identifikuotus optimalius apmokymo periodus

M6 modelio prognozės rezultatas yra geriausias iš visų ištirtų modelių. Kita vertus, reikia įvertinti, kad tai yra idealistinis modelis, kadangi kaip išoriniai regresoriai papildomai panaudojama kaimyninių šalių elektros kainos. Kadangi kainų dinamika Lietuvoje, Latvijoje bei Švedijoje yra tarpusavyje labai stipriai susieta, Markovo modeliai lengvai identifikuoja netipinius režimus ir pagal šių šalių kainą gauna tikslų prognozuojamos vertės įvertį. Praktikoje, šio modelio taikymas nėra tikslingas, kadangi tam, kad suprognozuoti elektros kainą Lietuvoje, pirmiausia reiktų suprognozuoti elektros kainas Latvijoje bei Švedijoje. Elektros kainos dinamiką šiose šalyse taip pat priklauso ir nuo Lietuvos elektros kainos, kas stipriai apsunkina šį žingsnį. Dėl šios priežasties galutinio modelio tikslumas labai stipriai priklauso nuo šių išorinių regresorių ateities prognozės kokybės.

Likę analizuoti modeliai M1-M5 yra tarpusavyje panašūs bei inkrementiniai t.y. vis papildantys vienas kitą. Dėl šios priežasties iš gautų rezultatų taip pat galima daryti šias papildomas išvadas:

- Modelių grupės [M1, M2] bei [M3, M4, M5] pagal prognozės liekanas stipriai atsiskiria viena nuo kitos ir [M3, M4, M5] grupė gauna aiškiai mažesnes prognozavimo liekanas;
- M1, M2 modelių liekanos praktiškai tarpusavyje nesiskiria. Kadangi abu šie modeliai yra regresiniai, galima daryti išvadą, kad M2 naudojamas papildomas regresorius, faktinė nacionalinė elektros energijos gamyba, nėra svarbus faktorius prognozuojant elektros energijos kainos Lietuvoje dinamiką. Šio regresorius sudarant galutinį modelį galima nenaudoti;
- Didžiausias modelio tikslumo išaugimas matomas tarp modelių M2 ir M3. Iš to galime daryti išvadą, kad M3 naudojamas papildomas regresorius, faktinė nacionalinė vėjo elektrinių gamyba, yra svarbus faktorius prognozuojant elektros energijos kainos Lietuvoje dinamiką.
- Nors liekanų skirtumas tarp M3 ir M4 nėra didelis, vis tiek galime daryti išvadą, kad M4 naudojami papildomi regresoriai, susiję su tarpvalstybiniais elektros energijos srautais, padeda geriau identifikuoti elektros kainos dinamiką bei paslėptuosius režimus;
- Geriausius rezultatus M1-M5 modelių grupėje pasiekia modelis M5. Šio modelio liekanos yra mažiausios per visą ištirtą periodą. Nors liekanų absoliutus skirtumas nuo M4 nėra didelis, galime daryti išvadą, kad M5 naudojami papildomi regresoriai susiję su globaliais ekonominiais veiksmis, darančiais įtaką biokuro, dujinių bei skysto kuro elektrinių gamybos savikainai, yra svarbūs ir padeda geriau prognozuoti elektros kainą Lietuvoje.

3.7. Agregavimo metodo įtaka galutiniam modelio rezultatui

Šio tyrimo metu nustatoma, kokią įtaką modelio stabilumui bei galutiniams prognozės rezultatams turi valandinių elektros eilutės duomenų agregavimas į dieninius duomenis. Iš viso yra išbandoma 5 agregavimo būdai (vidurkis, mediana, dienos valandų vidurkis, nakties valandų vidurkis, maksimalių dienos kainų vidurkis), 6 skirtingi modeliai (M1-M6) bei 7 apmokymo periodai (365 d., 273 d., 183 d., 120 d., 90d., 60 d., 40 d.). Visos modelių kombinacijos yra sudaromos 2017 – 2021 m. periodui taikant slenkančio duomenų lango principą kas 14 d. Iš viso sudaroma, apmokoma ir įvertinama 210 skirtingų modelių kombinacijų ir atliekama 16800 slenkančio lango skaičiavimų. Gauti paklaidų įverčiai per visą laikotarpį yra vidurkinami.

Elektros dienos kainos agregavimas vidurkinant yra bene dažniausiai taikomas valandinių verčių pavertimo į dienes būdas. Tokiu būdu agreguoti duomenys indikuoja vidutinę paros kainą, taip įvertinant tiek nakties kainų nukritimus, tiek dienos kainų išaugimą. Svarbu suprasti, kad į vidurkinamas reikšmes įtraukiami ir kainų pikai, taigi dienos, kuriose ekstremalūs kainų pokyčiai yra ilgesni, stipriai išsiskiria iš kitų. Iš modelio rezultatų (**32 pav.**) matome, kad tokio modelio rezultatų liekanos per visą tirtą laikotarpį svyruoja tarp 2 ir 5 EUR/MWh. Pastebima, kad liekanos stipriai išauga 2018 m. vasaros pabaigoje, bei 2019 m. vasaros viduryje. Tiksliausiai dienos kainų vidurkį prognozuoti pavyko taikant optimistinį modelį M6, o iš likusių modelių mažiausias liekanas pasiekė modelis M5. Pastebima, kad 2020 m. pabaigoje visų modelių liekanos pradėjo didėti.

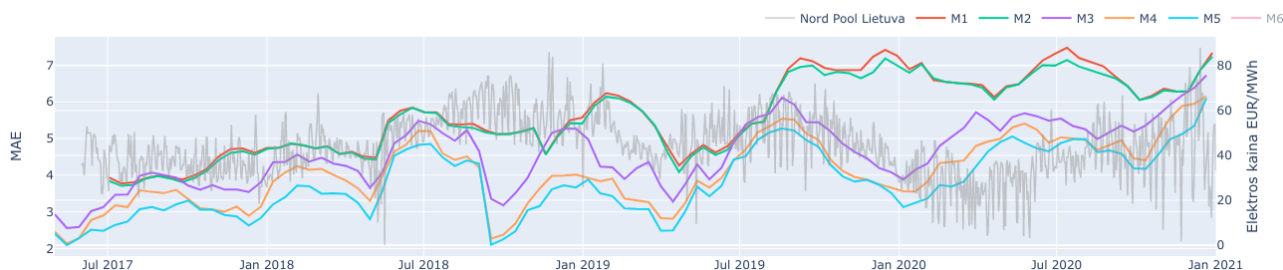
Agregavimo būdas - dienos vidutinė kaina



32 pav. Modelių M1-M6 liekanos modeliuojant elektros dienos vidutinę kainą

Agreguojant valandinius elektros kainos duomenis, naudojant valandinių reikšmių medianą analogiškai vidurkiui yra įvertinama tiek nakties kainų nukritimas, tiek dienos kainų išaugimas. Pagrindinis skirtumas tarp šių dvejų agregavimo būdų yra tai, kokį efektą agreguotai paros reikšmei turi ekstremalios elektros kainos vertės. Mediana yra jautresnis dydis trumpalaikėms išskirtims, būtent tokioms, kokios stebimos elektros kainų pikų metu. Dienose, kuriose pasitaiko elektros kainos dideli pikai, agreguota paros reikšmių mediana bus didesnė lyginant su vidurkiu. Iš to seka išvada, kad mediana yra labiau tinkama tuo atveju, kai norime modeliuodami įvertinti elektros kainos pikus. Iš šio modelio rezultatų (33 pav.) matome, kad liekanos svyruoja tarp 2 ir 6 EUR/MWh. Lyginant su vidurkio agregavimu, absoliučios paklaidos yra didesnės, bet įvertinant ir tai, kad pačios prognozuojamos agreguotos medianos reikšmės yra didesnės, priimama, kad modelių tikslumas stipriai nepakinta. Pastebima, kad lyginant su vidurkio agregavimu 2018 m. vasaros pabaigoje modelio liekanos taikant medianos agregavimą neišauga, o 2019 m. paklaidų išaugimas yra ne toks didelis. Iš to daroma išvada, kad agregavimas pritaikant medianą taikant paslėptuosius Markovo modelius yra prasmingas, kadangi gaunami stabilesni rezultatai. Kadangi agreguotos vertės yra jautresnės ir ne taip stipriai nuslopina valandinius elektros kainos pikus, Markovo grandinių modelis lengviau identifikuoja netipinius režimus. Tiksliausią prognozę su mažiausiomis paklaidomis pateikė modelis M5. Taip pat pastebima, kad modelis M6 visiškai netinka tokio tipo eilutei modeliuoti, nes jo pateikiami rezultatai yra nestabilūs, bei dažnu atveju modelis nekonverguoja.

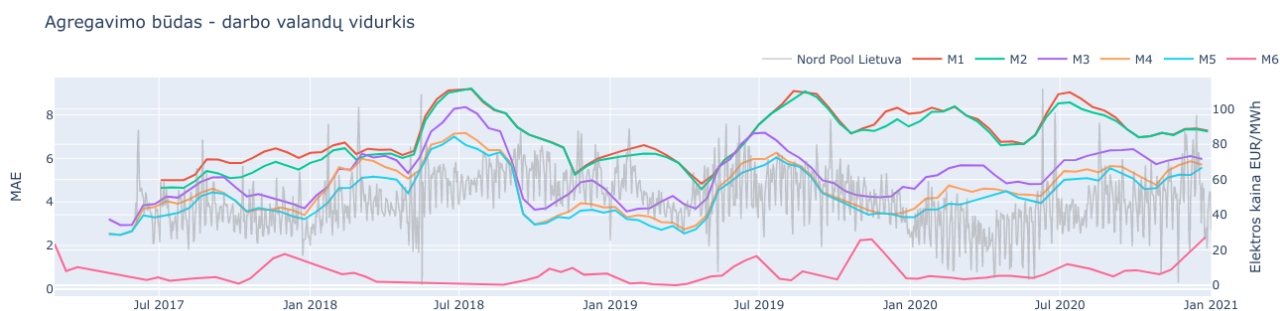
Agregavimo būdas - dienos kainos mediana



33 pav. Modelių M1-M6 liekanos modeliuojant elektros dienos kainos medianą

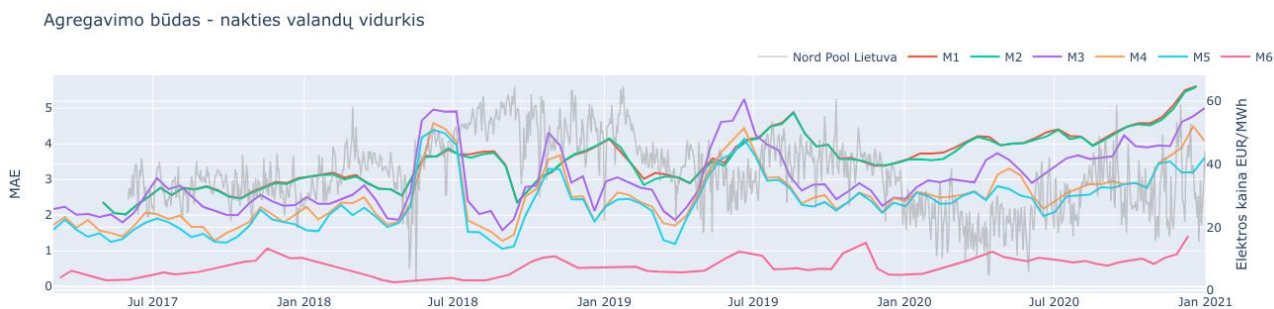
Sudarant modelį, kuris prognozuoja elektros kainos darbo valandų vidurkį neįvertinama dienos sezoniškumas. Tokiu būdu suagreguotos valandinės vertės bus didesnės už vidurkį, kadangi į skaičiavimus neįtraukiamos žemesnių, nakties valandų vertės. Toks agregavimo būdas aktualus dideliems elektros vartotojams, kurių poreikis išauga būtent darbo valandų metu ir stipriai skiriasi nuo nakties valandų poreikio. Tokiu būdu tiksliau įvertinama reali elektros kaina, kurią reikės sumokėti už suvartotą elektros energija. Svarbu pastebėti, kad elektros kainų pikai dažniausiai pasitaiko būtent dienos metu. Kadangi vidurkis skaičiuojamas tik iš 9 valandų, o ne visos paros, šis rodiklis yra jautresnis ekstremalioms reikšmėms lyginant su visos dienos elektros kainų vidurkiu. Iš gautų rezultatų (34 pav.) matome, kad liekanos per visą tiriamą laikotarpį geriausiems modeliams

svyruoja tarp 2 ir 6 EUR/MWh. Absoliučia verte, tai identiškas rezultatas modeliui naudojančiam visos paros elektros kainos vidurkio agreguotas vertes. Kita vertus, šio modelio agreguotos vertės yra didesnės, todėl santykinai paklaida yra mažesnė. Dėl šios priežasties darbo valandų agregavimo būdą yra prasminga taikyti prognozuojant elektros kainą. Pastebima, kad, lyginant su vidurkio agregavimu tiek 2018 m. vasaros pabaigoje, tiek 2019 m., modelio liekanų išaugimas, taikant darbo valandų agregavimą, yra ne toks didelis. Kadangi agreguotos vertės yra jautrios dienos metu labiau vyraujantiems elektros kainos pikams, Markovo grandinių modelis lengviau identifikuoja netipinius režimus. Tiksliausią prognozę su mažiausiomis paklaidomis pateikė modelis M5.



34 pav. Modelių M1-M6 liekanos modeliuojant elektros darbo valandų vidurkį

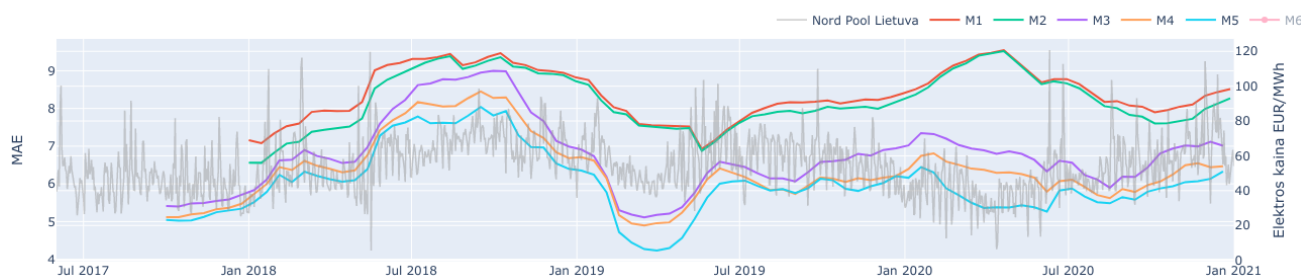
Agreguojant valandinius duomenis į dieninius ir naudojant nedarbo valandų vidurkį (18h – 07h) taip pat neįvertinamas pilnas paros sezonškumas. Tokiu būdu agreguotos vertės bus mažesnės už dienos vidurkį, kadangi į skaičiavimus neįtraukiama didesnių, darbo valandų, elektros kaina. Toks agregavimo būdas galėtų būti aktualus dideliems vartotojams, kurių pagrindinis elektros energijos poreikis yra ne darbo valandomis. Kadangi elektros kainų pikai dažniausiai pasitaiko būtent dienos metu, tokiu būdu agreguota elektros kaina yra pastebimai stabilesnė lyginant su darbo valandų vidurkiu. Iš gautų rezultatų (**35 pav.**) matome, kad per visą tiriamąjį laikotarpį modelių liekanos svyruoja tarp 1 ir 5 EUR/MWh. Taip pat pastebime, kad modelio rezultatai nėra labai stabilūs. Matomas visų modelių rezultatų suprastėjimas 2018 m., 2019 m. vasaros laikotarpiais, o nuo 2020 m. pabaigos rezultatų liekanos pradėjo stipriai didėti. Priešingai nei praeitų agregavimo būdų tyrimuose, modelis M5 modelio rezultatai nėra vienareikšmiai geriausi ir beveik idealiai sutampa su modelio M4 rezultatais. Iš to daroma išvada, kad nakties režimų kainai M5 modelyje įtraukiamų papildomų globalių veiksnių dinamika turi mažą poveikį. Dėl to, kad kaina nakties režime yra pakankamai stabili, sudaryti Markovo paslėptųjų procesų modeliai nėra itin tinkami modeliuoti šiai laiko eilutei. Mažas reikšmių kitimas apsunkina paslėptųjų režimų nustatymą ir iš to atsiranda rezultatų nestabilumai.



35 pav. Modelių M1-M6 liekanos modeliuojant elektros nakties valandų vidurkį

Galiausiai buvo išbandytas valandinių reikšmių agregavimas į dienos naudojant 5 didžiausių reikšmių vidurkį. Tokiu algoritmu agreguotos reikšmės labai gerai įvertina kainų ekstremumus. Jeigu paroje nepasitaikė pikinių režimų, agreguota vertė bus labai panaši į visos dienos vidurkį. Priešingai, jeigu paroje buvo ekstremalių kainų pokyčių, bus agreguojamos būtent šios pikinės reikšmės. Pritaikius šį algoritmo tipą, gaunama didžiausią amplitudę turinti laiko eilutė. Toks agregavimo būdas gali būti naudojamas rizikos įvertinimo metu, kai prognozuojamos būtent maksimalios galimos kainos vertės. Iš gautų rezultatų (**36 pav.**) matome, kad visų modelių rezultatų dinamika yra labai panaši. Svarbu paminėti, kad šiam agregavimo būdai, lyginant su prieš tai aprašytais metodais, optimalūs apmokymo imčių dydžiai buvo ilgiausi. Visų modelių paklaidos per tiriamąjį laikotarpį svyruoja tarp 5 ir 9 EUR/MWh ir pateikia prasčiausius rezultatus iš visų agregavimo būdų. Kadangi šiuo tipu agreguotos laiko eilutės reikšmių tiek amplitudė, tiek dispersija yra santykinai didelės, pritaikytos Markovo paslėptųjų režimų modelių modifikacijos neduoda optimalaus rezultato. Elektros kainai agreguotai pagal dienos didžiausių valandų vidurkį prognozės geresniam rezultatui pasiekti galėtų būti implementuojamos ne tradicinės autoregresinės, bet GARCH ar kvantilinės regresijos tipo modelių modifikacijomis. Taip pat pastebima, kad modelis M6 visiškai netinka tokio tipo eilutei modeliuoti, nes jo pateikiami rezultatai yra nestabilūs, bei dažnu atveju modelis nekonverguoja.

Agregavimo būdas - dienos 5 didžiausių kainų vidurkis



36 pav. Modelių M1-M6 liekanos modeliuojant elektros visos dienos 5 didžiausių verčių vidurkį

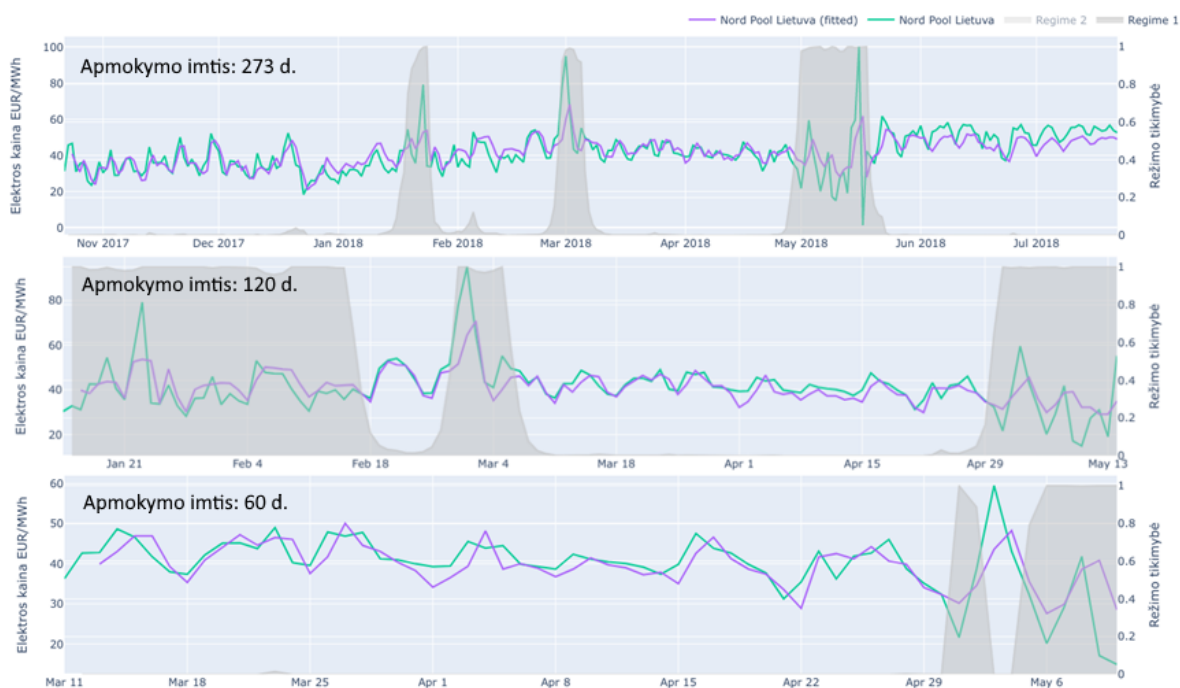
Visų tirtų modelių variacijų rezultatai pateikiami 1 priede. Analizuojant bendrus rezultatus matome, kad egzistuoja priklausomybė tarp agregavimo būdo ir optimalios apmokymo imties. Toks rezultatas gaunamas todėl, kad skirtingu agregavimo metu gaunami nevienodai išreikšti režimai. Dėl šios priežasties jiems identifikuoti reikia skirtingo kiekio apmokymo duomenų. Taip pat visiems modeliams matomas MAE paklaidų gerėjimas mažėjant apmokymo imčiai, bet tuo pačiu rezultatų dispersijos išaugimas. Iš to galime daryti išvadą, kad modelio modifikacija atlieka tikslesnę prognozavimą su mažesne apmokymu imtimi (modelis nepersimoko), bet Markovo paslėptųjų režimų modelis tokiu atveju prasčiau identifikuoja režimus, dėl ko išauga dispersija. Įdomu tai, kad modelis M6 buvo visiškai netinkamas medianos ir maksimalių paros reikšmių prognozavimui. Pritaikant šiuos agregavimo būdus, prie visų apmokymo imčių M6 modelis dažniausiai nekonverguoja ir nepateikė rezultatų.

3.8. Gautų rezultatų režimų kompozicija ir liekanos

Šiame skyriuje analizuojamas gautų galutinių Markovo paslėptųjų režimų modelio identifikuosius režimus, jų savybes bei prognozavimo liekanas. Svarbu suprasti, kad režimų nustatymui didelę įtaką daro apmokymo periodas, agregavimo tipas bei pačio modelio kompleksiskumas (regresorių skaičius). Kadangi visi modeliai yra tiriami slenkančio lango principu, šiame skyriuje analizuojamas vienas, 365 d. laikotarpis. Buvo pasirinktas 2018 – 2019 sezonas, kadangi jame pastebima visi charakteringi elektros kainos dinamikai režimai – stabilusis, staigus kainų išaugimas bei kainos dispersijos padidėjimas.

3.8.1. Apmokymo imties dydžio įtaka identifikuojamiems paslėptiesiems režimams

Apmokymo duomenų periodas turi labai didelę įtaką galutiniams nustatomiems režimams. Kuo ilgesnis yra apmokymo periodas, tuo į jį patenka daugiau skirtingą kitimo dinamiką turinčių režimų ir juos tampa lengviau identifikuoti. Mažinant apmokymo imtį, didėja tikimybė, kad į šią imtį nepateks nei vienas ekstremalus režimas, ko pasekoje bus identifikuojami mažesni, visai kitokie dinamikų pasikeitimai. Žemiau pateikiama M3 modelio nustatytų režimų rezultatų priklausomybė nuo apmokymo imties dydžio tame pačiame laikotarpyje.



37 pav. Paslėptieji Markovo režimai. Modelis M3. Apmokymo imties dydžiai 273 d., 120 d., 60 d.

Iš to pačio tiriamo laikotarpio duomenų, modelio M3 (agregavimo tipas – dienos vidurkis) rezultatų (37 pav.) matome, kad, kuo modeliui apmokyti naudojama ilgesnė duomenų imtis, tuo daugiau į periodą patenka skirtingo tipo periodų – stabilių, pikinių, ekstremalių režimų, kas lemia tikslesnį režimų nustatymą. Kai apmokymo imtis trumpėja, pasitaiko tokių laiko periodų, kai kaina kinta tik stabiliai arba priešingai, kainų dispersija yra didesnė negu įprastai. Tai lemia visai kitokį režimų identifikavimą, išryškinamos žymiai subtilesnės dinamikos savybės, kas taip pat daro įtaką ir galutiniam modelio rezultatui. Svarbu paminėti, kad tai ypač aktualu, jeigu modelio apmokymo apimtyje stebimas tik stabilus kainų kitimas, o testavimo imtyje jau turima kitokia kainų dinamika. Dėl šių priežasčių, tikslesniam bei stabilesniam režimų identifikavimui tinkamesnės yra ilgesnio periodo apmokymo imtys.

3.8.2. Agregavimo tipo įtaka identifikuojamiems paslėptiesiems režimams

Pritaikant skirtingus agregavimo tipus valandiniams duomenims yra išryškinamos skirtingos dinamikos savybės, o kartu keičiama ir gauta paros įverčių eilutė. Priklausomai nuo agregavimo tipo taip pat yra skirtingai įvertinami pikinių bei ekstremalių režimų metu pasitaikančios nestandartinės elektros kainos vertės. Dėl šių priežasčių, skirtingiems agregavimo tipams, tiriant tą patį elektros kainos kitimo laikotarpį yra gaunami skirtingi režimai bei jų savybės.

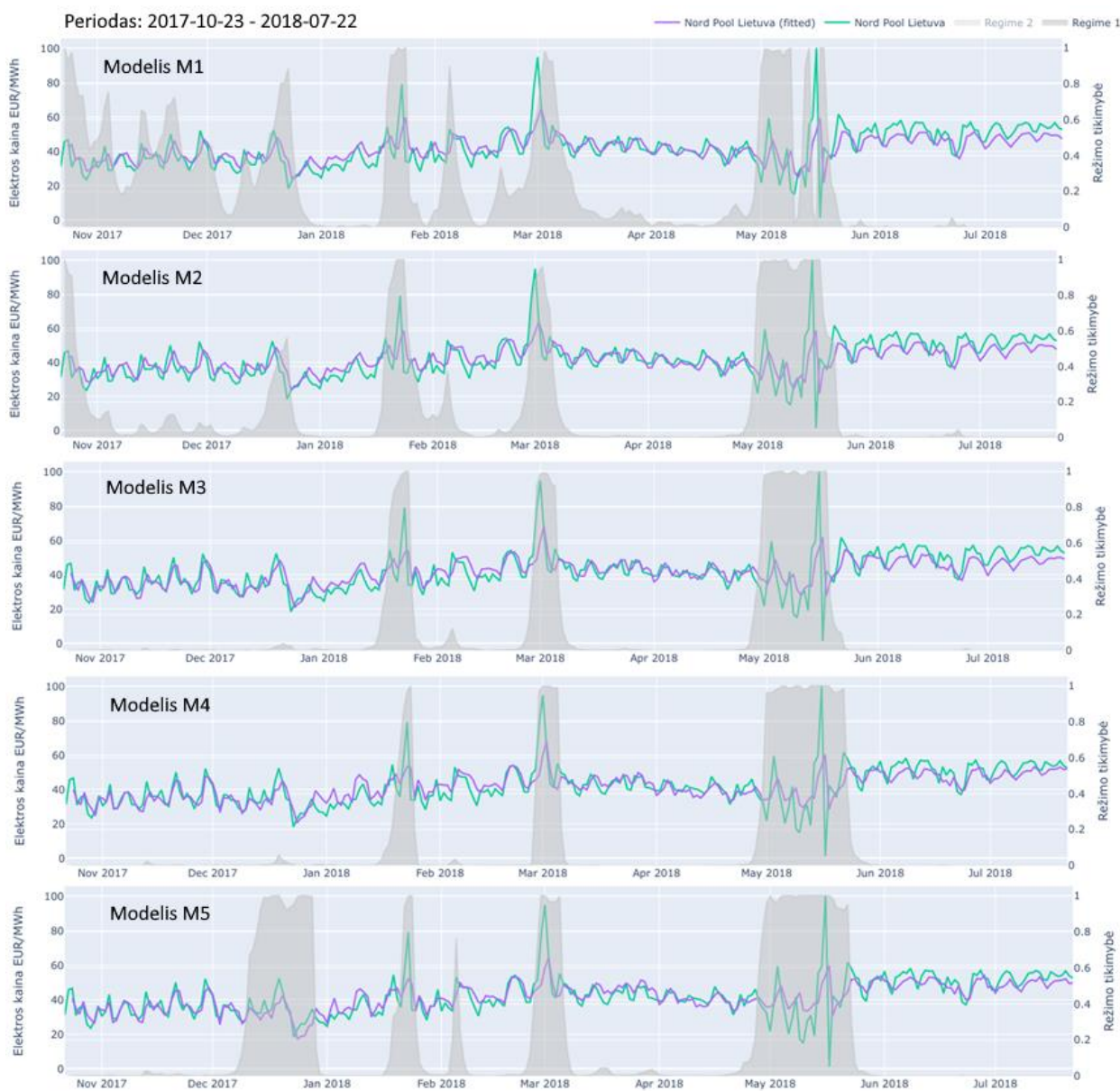


38 pav. Identifikuotų režimų priklausomybė nuo pritaikyto agregavimo būdo (dienos vidurkis, mediana, darbo valandų vidurkis, nakties valandų vidurkis, maksimalių kainų vidurkis) tame pačiame duomenų laikotarpyje

Iš rezultatų (38 pav.) matome, kad visi skirtingi agregavimo būdai identifikavo nestandartinį režimą 2018 m. Gegužės – Liepos mėnesiais, o tuo tarpu Sausio – Kovo mėnesio intervalais rezultatai nesutapo. Visi agregavimo būdai išryškina labai skirtingas laiko eilutės dinamikos savybes. Pastebima, kad visose laiko eilutėse nepriklausomai nuo agregavimo būdo 2018 m. Gegužės – Liepos mėnesiais stebimas dinamikos pasikeitimas, kurį visi modeliai sėkmingai indikuoja.

3.8.3. Modelio kompleksiškumo įtaka identifikuojamiems paslėptiesiems režimams

Nuo modelio kompleksiškumo priklauso kaip Markovo paslėptųjų režimų modelis identifikuoja skirtingas būsenas. Pagal apibrėžimą šis modelis gauną optimalų sprendinį kiekvienam režimui atskirai, taip optimizuojant du skirtingus vidinės modelio modifikacijos koeficientus. Kuo vidinė modelio modifikacija yra sudėtingesnė (kuo daugiau regresorių), tuo šio koeficientų rinkinio dydis plečiasi. Didėjantis koeficientų kiekis leidžia modeliui vis lanksčiau identifikuoti režimus. Kompleksinių modelių paslėptieji režimai gali būti sunkiai paaiškinami ir vizualizuojami, kadangi modelis tiria ir optimizuoja daugiamatį dydį. Priešingu atveju, jeigu modelis yra paprastas, režimai tampa lengviau paaiškinami, bet yra ne tokie lankstūs. Dėl šios priežasties tokie modeliai gali lengviau persimokyti arba rasti dvejus režimus, kurie vienas kitą pastoviai keičia, o jų modifikacijų koeficientai patampa vienodais.

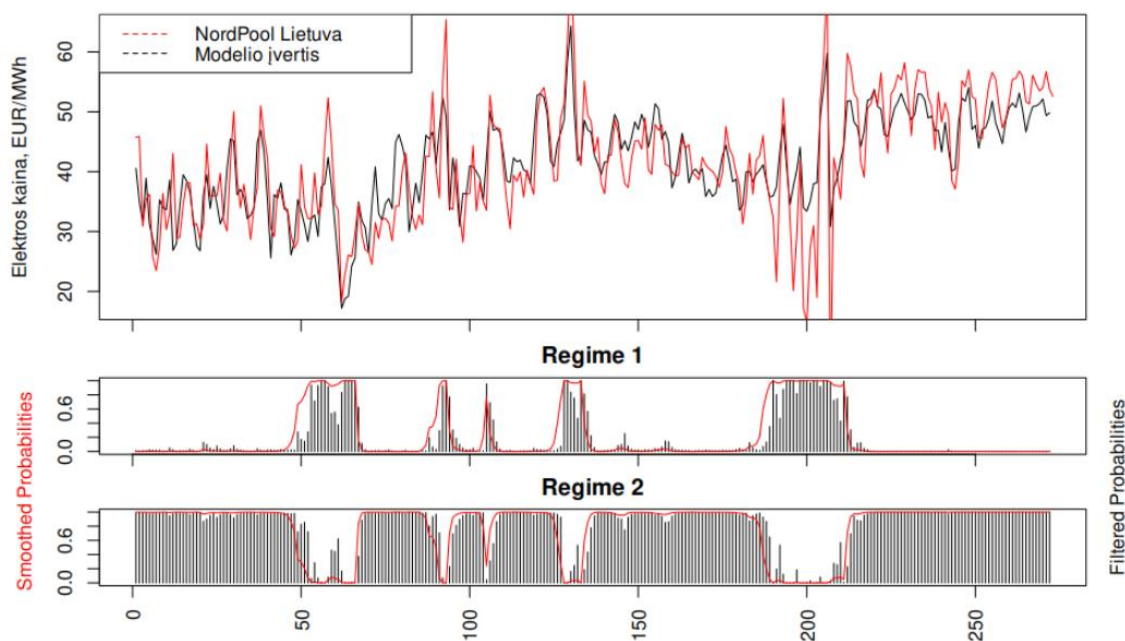


39 pav. Identifikuotų režimų priklausomybė nuo pritaikyto Markovo paslėptųjų režimo modelio modifikacijos (modeliai M1-M5) tame pačiame duomenų laikotarpyje

Iš tyrimo rezultatų (39 pav.) matome, kad būtent paprasčiausiems modeliui M1, M2 buvo sudėtingiausia identifikuoti režimus. Šis gautas rezultatas sutampa ir kartu patvirtina priežastį, kodėl šie du modeliai ankstesniame tyrime parodė prasčiausius rezultatus. Taip pat pastebima, kad visi modeliai sugebėjo identifikuoti ryškų elektros kainos dinamikos pasikeitimą Gegužės – Liepos mėnesiais. Modeliai M4-M5 režimus identifikuoja labai panašiai, o tai taip pat paaškina jų beveik identiškus rezultatus ankstesniame tyrime. Geriausiai ir lanksčiausiai režimus identifikuoja kompleksiščiausias modelis M5, kuris vienintelis sugebėjo įvertinti net ir ne tokius ryškius kainos dinamikos pasikeitimus.

3.8.4. Rezultatų liekanų tyrimas

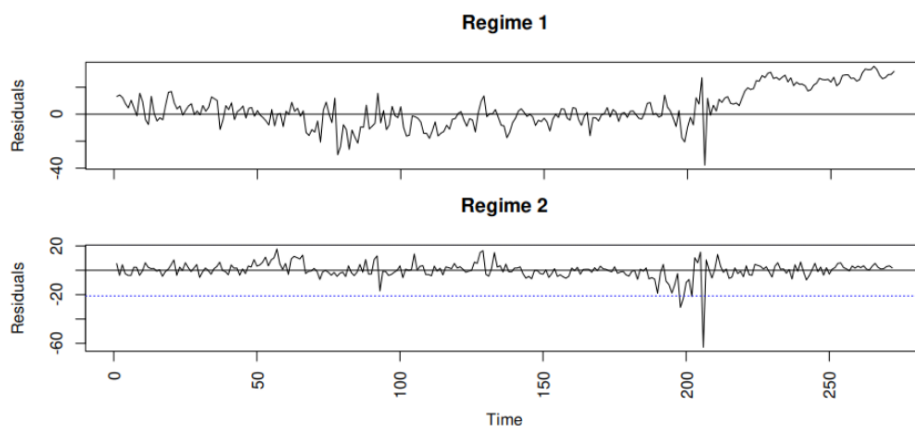
Galiausiai tyrimas užbaigiamas modelio liekanų priklausomybės nuo identifikuotų ir apmokytų režimų analize. Iš rezultatų matome (40 pav.), kad identifikuoti dveji režimai – Nr. 1 ir Nr. 2. Režimas Nr. 1 išskiriamas netipinėms situacijom modeliuoti, kai elektros kainos dinamikos savybės skiriasi nuo įprastai stebimų – elektros kaina išauga, staigiai krenta ar tiesiog pasikeičia dispersija. Režimas Nr. 2 modeliuoja įprastai matoma ir didžiąją laiko dalį užimančią elektros kainos kitimą. Pastebima, kad modelis šiame laiko periode tiksliai identifikuoja elektros kainos dinamikos pasikeitimą ir atitinkamai įvertina esamą režimą.



40 pav. M5 modelio rezultatai. Identifikuotų režimų tikimybės

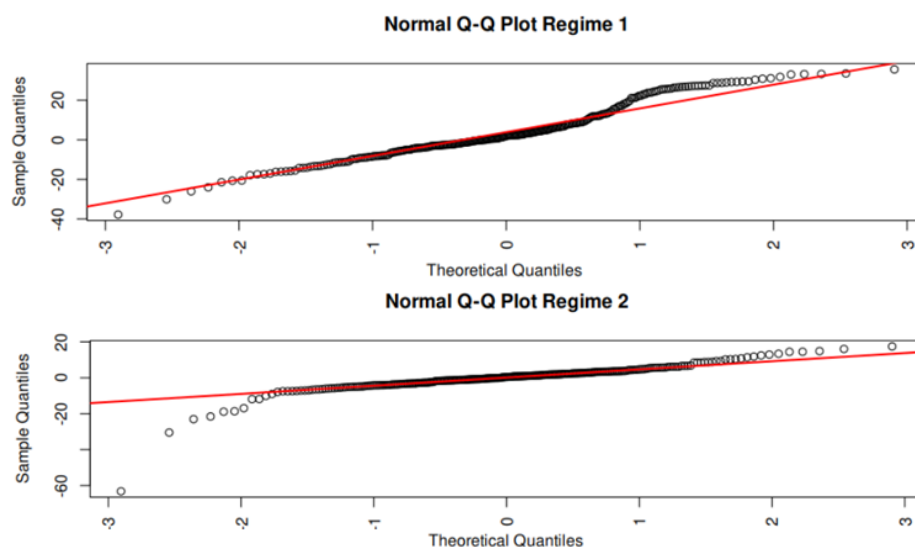
Iš modelio liekanų matome, kad elektros kaina prognozuojama žymiai tiksliau, kai identifikuojamas režimas Nr. 2, lyginant su režimu Nr. 1. Šio reiškinio priežastis yra ta, kad normaliu režimu (Nr. 2) elektros kainos dinamika yra lengviau paaiškinama išoriniais regresoriais, sezoniškumu, bei kitais faktoriais, kurie leidžia gauti tikslesnę elektros kainos įvertį. Netipinio režimo metu (Nr. 1) elektros kainos dinamika labai skiriasi ne tik lyginant su normaliuoju režimu, bet ir to pačio režimo skirtingais laiko momentais. Tai gerai atspindi dveji Nr. 1 režimai ties 55 ir 200 stebėjimu. Nors abu šie laiko momentai priskiriami režimui Nr. 1, bet, vienu atveju elektros kainos eilutėje stebima trumpalaikis kritimas, o kitu – labai didelės dispersijos atsiradimas. Tokie nepastovumai labai apsunkina tikslaus elektros kainos įverčio gavimą pritaikant vieną modelį.

Analizuojant atskirų režimų modelio liekanų grafikus (**41 pav.**) matome, kad režimo Nr. 1 bei Nr. 2 rezultatai labai skiriasi. Režimo Nr. 2 gauto modelio liekanų vidurkis beveik visados artimas 0. To negalime pasakyti apie režimo Nr. 1 modelį – pastebimas žymiai didesnis liekanų svyravimas ir didelis išaugimas nuo 200 laiko momento. Svarbu suprasti, kad šie du gauti modeliai nėra taikomi visai laiko eilutei. Paslėptųjų režimo Markovo modelis identifikuoja ir režimą ir parenka naudojamą modelį. Režimo Nr. 1 modelis, kuris optimizuotas modeliuoti netipinę elektros kainos kitimo dinamiką, nėra optimizuotas ir tinkamas modeliuoti ir normalaus režimo laiko momentų. Dėl šios priežasties, o taip ir dėl to, kad režimas Nr. 1 užima žymiai mažesnę laiko dalį, yra gaunamos didesnės paklaidos per visą analizuojamą periodą.



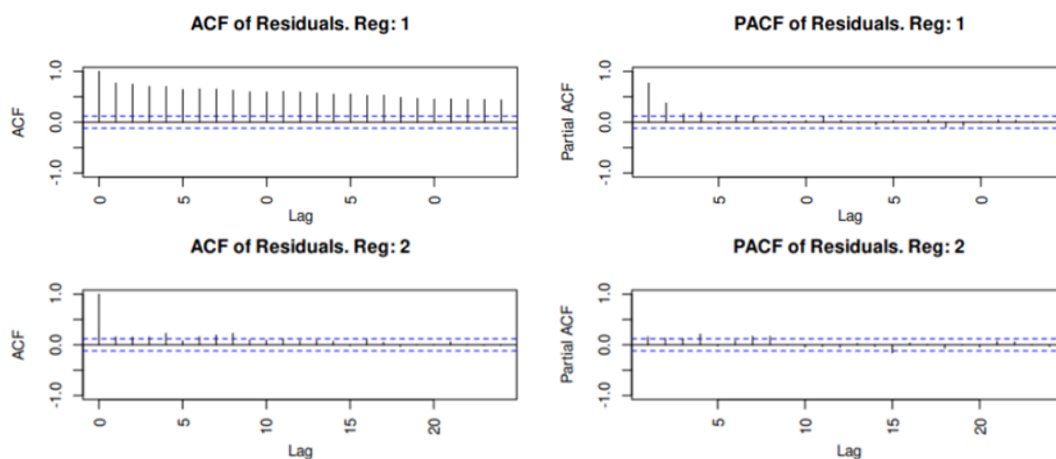
41 pav. M5 modelio rezultatai. Atskirų režimų modelių liekanos

Iš atskirų režimų modelių liekanų Q-Q charakteristikų (**42 pav.**) matome, kad nei vieno modelio gauti rezultatai nėra idealiai atitinkantys normalųjį skirstinį. Iš to galime daryti išvadą, kad liekanose dar lieka šiek tiek papildomos informacijos, kurią būtų galima modeliuoti. Ši savybė labiausiai priklauso nuo naudojamų išorinių regresorių bei modelio hiperparametrų. Kadangi praeitame skyriuje buvo tirti optimalūs modelio parametrai, o šiame skyriuje analizuojamas geriausias modelis, daroma išvada, kad į modelį papildomai galimų būtų įtraukti išorinių regresorių, kurie padėtų sumažinti šias liekanas. Iš grafikų matome, kad režimo Nr. 2 modelio liekanos yra žymiai artimesnės normaliajam skirstiniui lyginant su režimo Nr. 1.



42 pav. M5 modelio rezultatai. Atskirų režimų modelių liekanų Q-Q charakteristika

Toliau analizuojamos atskirų režimų modelių liekanų autokoreliacijos bei dalinės autokoreliacijos rezultatai (**43 pav.**). Matome, kad režimo Nr. 2 modelio liekanos praktiškai neturi likutinės autokoreliacijos, dėl to darome išvada, kad sezoniškumas yra įvertintas teisingai ir liekanos tarpusavyje nėra priklausomos. Režimo Nr. 1 liekanose yra nustatoma tiek autokoreliacija, tiek dalinė autokoreliacija. Kadangi šis modelis optimizuotas tik netipiniam režimui modeliuoti, jis tinkamai neįvertina didžiąją laiko dalį stebimo sezoniškumo ir dėl to liekanose matoma tarpusavio priklausomybė. Svarbu suprasti, kad, prognozuojant ekstremalius režimus, tai nėra problema, kadangi juose dažniausiai elektros kaina kinta visiškai kitokia dinamika negu įprastai.



43 pav. M5 modelio rezultatai. Atskirų režimų modelių liekanų ACF bei PACF grafikai

Priede 3 pateikiami sudaryto ir apmokyto Markovo paslėptųjų režimų modelio M5 struktūra. Iš rezultatų matome, kad atskirų režimų modeliai stipriai skiriasi vienas nuo kito. Visgi pastebima, kad yra regresorius, kurių koeficientas nuo modelio nepriklauso – faktinis elektros srautas Lietuva – Baltarusija. Kadangi jo autoregresinio modelio koeficientas yra vienodas abejais režimais, galime daryti išvada, kad elektros kainos dinamikos kitimui jis įtakos nedaro. Labiausiai koeficientai tarp dvejų režimų modelių skiriasi faktinio srauto Lietuva – Švedija, dujų bei biokuro kainų regresoriams. Tai yra logiškas rezultatas, kadangi, esant elektros energijos trūkumui, jis dažniausiai yra padengiamas į tinklą įjungiant dujines bei papildomas šiluminės elektrines, kas dėl didelės savikainos iškelia elektros kainą. Taip iš Švedijos daugiausiai perkama pigesnė, hidroelektrinių pagaminta elektros energija, tad, jeigu šis srautas sumažėja, elektros kaina gali išaugti. Galiausiai bendrai vertinant visus abejų režimų modelių koeficientus matome, kad nėra labai stiprių regresorių t.y. visi koeficientai yra pakankamai žemi, kas leidžia daryti išvada kad modelis nėra persimokęs ir stipriai priklausomas nuo vieno išorinio dydžio, o autoregresijos dalies koeficientai taip pat nėra dideli.

Išvados

1. Elektros kainai rinkoje įtaką daro daug įvairių veiksnių, kurie susiję tiek su pačia sektoriaus infrastruktūra (energijos gamybos, perdavimo tinklų, tarp sisteminių jungčių pajėgumai, vartojimo dinamika), tiek regioniniais veiksniais (gamybos pajėgumai, elektros kaina aplinkinėse šalyse, politinė situacija), globaliais veiksniais (naftos, dujų, biokuro kainos bei klimatinės sąlygos) bei elektros rinkoje dalyvaujančių subjektų pirkimo/pardavimo strategija.
2. Žvalgomosios analizės metu identifikuota, kad Lietuvos elektros kainos laiko eilutėje stebimi ryškūs paros (darbo valandos, naktis), savaitės (darbo diena, savaitgalis) bei metų (žiema, vasara) sezoniškumai.
3. Žvalgomosios analizės metu nustatyta, kad Lietuvos elektros kainos dinamikoje stebimi ekstremalūs pikiniai režimai pasitaiko tik dienos metu (8 h. – 20 h.) bei dažniausiai trunka iki 3h (vidutinė trukmė yra 3,56 h.).
4. Atlikus Lietuvos elektros kainos laiko eilutės tyrimą nustatyta, kad optimali Lietuvos elektros kainos riba taikoma logaritminių reikšmių glodinimo algoritme yra 85 EUR/MWh.
5. Modelio apmokymo imties įtakos galutiniam Markovo paslėptųjų režimų rezultatai rodo, kad didėjant apmokymo imčiai režimų nustatymo tikslumas gerėja, bet prognozavimo MAE paklaida prastėja. Mažinant apmokymo imtį MAE paklaidos vidurkis mažėja, bet dėl prastėjančio režimo identifikavimo tikslumo didėja paklaidos dispersija. Nustatyta, kad daugeliu atveju 120 d. yra optimalus apmokymo periodas.
6. Išorinių kintamųjų vėlinimas panaudojimas, sudarant Markovo paslėptųjų režimų modelį, turi įtakos galutiniam modelio rezultatui. Tinkamas vėlinimo laiko parinkimas, nors ir nekeičia režimų nustatymo kokybės, bet ženkliai pagerina modelių modifikacijų prognozavimo tikslumą.
7. Nustatyta, kad geriausius rezultatus iš visų ištirtų modelių pateikia modelis M5. Tai yra autoregresinis modelis AR(2), į kurį kaip išoriniai regresoriai įtraukiami Lietuvos suminės gamybos, vartojimo, vėjo gamybos, tarp sisteminių elektros energijos srautų, biokuro, naftos dujų kainų indeksai.
8. Valandinių duomenų elektros kainos agregavimo į paros duomenis metodas turi didelę įtaką galutiniam prognozės bei režimų nustatymo rezultatui. Lyginant su plačiausiai taikomu visos dienos kainos vidurkiu, nakties valandų vidurkiu metodu gautuose duomenyse stebima žymiai mažiau ekstremalių elektros kainos dinamikos pasikeitimų. Analogiškai lyginant darbo valandų vidurkį, šių netipinių režimų yra pastebimai daugiau. Nustatyta, kad paslėptųjų Markovo režimų modelis su autoregresine modifikacija labiausiai tinka modeliuojant paros duomenis agreguotus dienos vidurkiu, darbo valandų vidurkiu, dienos medianos duomenis. Tinkamai pasirinktas agregavimo būdas nuo sudaryto modelio paskirties gali padėti pasiekti optimesnį rezultatą.
9. Nuo Markovo paslėptųjų režimų modelio sudėtingumo (regresoriaus skaičiaus) priklauso režimų nustatymo kokybė. Kuo modelis yra kompleksiškesnis, tuo identifikuojami režimai yra labiau paslėpti ir sunkiau interpretuojami vizualiai.
10. Sudarytas Markovo paslėptųjų režimų modelis su M5 modifikacija gerai tinka režimų identifikavimui ir gali būti panaudotas ne tik kaip prognozavimo įrankis, bet kaip sudėtinė dalis sudarant hibridinį Lietuvos elektros energijos kainos prognozės modelį. Svarbu paminėti, kad modelį taikant tik režimų nustatymo tikslu, tikslinga naudoti ilgesnius apmokymo periodus.
11. Lyginant su kitais režimų perėjimo algoritmais pritaikius Markovo paslėptųjų režimų modelį identifikuojami ne tik pikiniai režimai, bet ir kitokie kainos dinamikos pokyčiai (padidėjusi dispersija, pasikeitęs sezoniškumas).

Diskusija

1. Galutiniam rezultatui taip pat įtakos turi ir originalių pikinių verčių pakeitimo, slopinimo metodas. Šio darbo metu buvo pritaikytas logaritminis glodinimas, bet literatūroje randama ir kitokių panaudojamų metodų [3, 28]. Šiuose šaltiniuose aptariamos ir siūlomos glodinimo alternatyvos grįstos fiksuotos ribos metodu, kaimyninių verčių vidurkio metodu, banginių procesų filtravimo metodais. Taip pat kaip alternatyva šiems metodams, ekstremalios reikšmės gali būti visiškai pašalintos iš duomenų rinkinio ir atstatomos interpoliacijos algoritmais. Nuo pasirinkto glodinimo metodo priklausys ir Markovo paslėptųjų režimų rezultatai nustatant nestandartinę kainų dinamiką;
2. Atlikus valandinių duomenų skirtingų agregavimo metodų galutiniam modelio prognozės bei režimo nustatymo tyrimą buvo pastebėta, kad ne visoms situacijoms autoregresinė Markovo modelio modifikacija yra optimali. Tai matoma taikant paros maksimalių verčių agregavimo metodą. Tiriant sudaryto modelio rezultatą matoma, kad tokio tipo agreguotiems duomenims analizuoti labiau tiktų kvantilinės regresijos arba GARCH modelių modifikacijos;
3. Galutinis modelio rezultatas galėtų būti optimizuojamas ieškant papildomų išorinių regresorių, kurie padėtų dar geriau paaiškinti Lietuvos elektros kainos dinamiką. Kadangi Lietuvoje pagaminamas elektros kiekis yra santykinai mažas, elektros kaina yra stipriai priklausoma nuo aplinkinių šalių bei rinkos kainų. Dėl šios priežasties galima į modelį bandyti įtraukti aplinkinių šalių gamybos, vartojimo duomenis, hidro baseinų lygius, vėjo bei saulės elektrinių pajėgumus.
4. Valandinių duomenų agregavimo į dieninius metodo parinkimas turėtų priklausyti nuo galutinio sudaromo modelio pritaikymo paskirties. Dienos vidurkio metodas tinka modeliuoti bendrąją elektros kainų dinamiką, tuo tarpu darbo valandų bei nakties valandų vidurkio metodai labiau tinka konkrečių dienos periodų prognozei, kadangi dienos ir nakties laiko eilutės dinamika labai skiriasi. Kaip alternatyva galėtų būti sudaromi dveji lygiagretūs modeliai, viename pritaikant darbo valandų vidurkį, o kitame nakties valandų vidurkį. Galutinis rezultatas būtų šių dvejų modelių kombinacija. Dienos maksimalių kainų vidurkis gali būti taikomas rizikos analizėje prognozuojant tik didžiausias numatomas kainų vertes.
5. Svarbu paminėti, kad elektros energijos kainos prognozės tikslumui įtakos turi ne tik sudaryto modelio kokybė, bet ir išorinių regresorių prognozuotų verčių tikslumas. Jeigu išorinių regresorių prognozė nebus tiksli, tai turės didelę neigiamą įtaką ir sudarytam Markovo paslėptųjų režimų modelio galutiniam rezultatui.

Informacijos šaltinių sąrašas

1. BUNN, D.W. (Ed.) Modelling prices in competitive electricity markets, 2004.
2. EYDELAND, A., & WOLYNIEC, K. Energy and power risk management. Hoboken, NJ: Wiley, 2003.
3. WERON, R. Modeling and forecasting electricity loads and prices: a statistical approach. Christester: Wiley, 2006.
4. D. STREIMIKIENĖ ir A. ČIBINSKIENĖ. The evaluation of impact of natural monopolies on the national economy and competitiveness, 2015.
5. AMJADY, N ir M. HEMMATI. Day-ahead price forecasting of electricity markets by a hybrid intelligent system. European Transactions on Electrical Power, 2009.
6. C. GARCIA-MARTOS ir A. J. CONEJO. Price forecasting techniques in power systems. In Wiley encyclopedia of electrical and electronics engineering, 2013.
7. R. H. SHUMWAY ir D. S. STOFFER. Time series analysis and its applications (2nd ed.), 2006.
8. JASKOW, P.L. Colifornia's electricity crisis. Oxford review of Economic Policy, 2001.
9. Elektroniniai valdžios vartai: Elektros energijos tiekimo paslaugos. 2021. [žiūrėta 2021-04-18]. Prieiga per: <https://www.epaslaugos.lt/portal/content/41221>
10. Wikipedia: High voltage trasmission links in Lithuania. 2021. [žiūrėta 2021-03-20]. Prieiga per: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_high-voltage_transmission_links_in_Lithuania
11. M. BESSEC ir O. BOUABDALLAH. What causes the forecasting failure of Markov-switching models? A Monte Carlo Study, 2005.
12. HASSAN, M R. ir B. NATH. Stock market forecasting using hidden markov model: A new Approach, 2005.
13. Elektrum: Elektros kaina galutiniam vartotojui. 2021. [žiūrėta 2021-01-15]. Prieiga per: <https://mano.elektrum.lt/lt/namams/apie-rinka/elektros-kaina/>
14. JANCZURA, J., & WERON, R. En empirical comparison of alternate regime-switching models for electricity spot prices. Energy economics, 2010.
15. LIEBL, D. Modelling and forecasting electricity spot prices: a functional data perspective. Annals of Applied statistics, 2013.
16. KENNETH P. BURNHAM, DAVID R. ANDERSON. Model Selection and Multimodel Inference: A Practical Information-Theoretic approach. Second addition, 2002.
17. SANTOSH RAIKAR, SEABRON ADAMSON. Renewable energy finance in the international context. Theory and practice, 2020,
18. M. STAMP, A Revealing Introduction to Hidden Markov Models, 2015.
19. L.R. RABINER, „A tutorial on hidden Markov models and selected applications in speech recognition“. Proceedings of the IEEE, vol. 77, no. 2, pp. 257-286, 1989.
20. Y. EPHRAIM ir L.R. RABINER. On the relations between modeling approaches for information sources. In Proc. ICASSP, vol. 88, pp. 24-27. 1988.
21. JANCZURA, J. Pricing electricity derivatives within a Markov regime-switching model: a risk premium approach. Mathematical Methods of Operations Research volume 79, pages 1–30, 2014.
22. YANG SHUXIA ir ZHITAO GUAN. Electricity Price Forecast Using Combined Models with Adaptive Weights Selected and Errors Calibrated by Hidden Markov Model. Mathematical Problems in Engineering 2013(11):1-8.

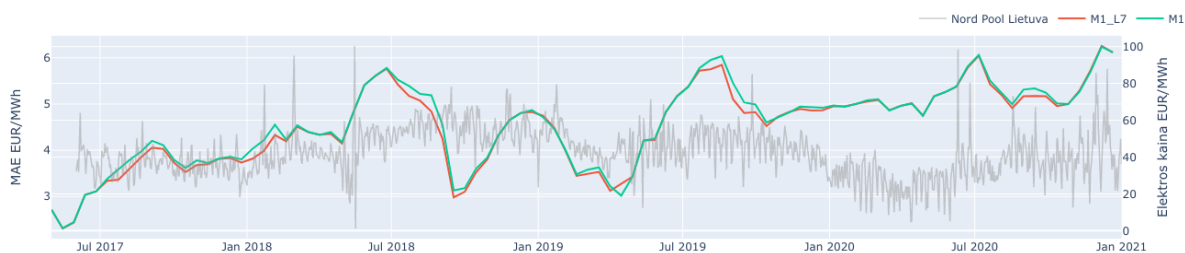
23. P. J. BROCKWELL ir R. A. DAVIS. Time series: Theory and Methods. Springer, 2nd edition, 2002.
24. D. C. MONTGOMERY, C. L. JENNINGS, and M. KULAHCI. Introduction to Time Series Analysis and Forecasting. Wiley, 2008
25. JANCZURA JOANNA, TRUEECK STEFAN, WERON RAFAL ir WOLFF RODNEY. Identifying spikes and seasonal components in electricity spot price data: A guide to robust modeling, 2012.
26. T. S. RAO, S. S. RAO, ir C. RAO. Time Series Analysis: Methods and Applications, volume 30 of Hanbook Of statistics. Elsevier, 2012.
27. R. HARRIS and R. SOLLIS. Applied Time Series Modelling and Forecasting. Willey, 2003.
28. J. JANCZURA, S. TRUEECK, R. WERON ir R. WOLFF. Identifying spikes and seasonal components in electricity spot price data. A guide to robust modelling, 2012.

Priedai

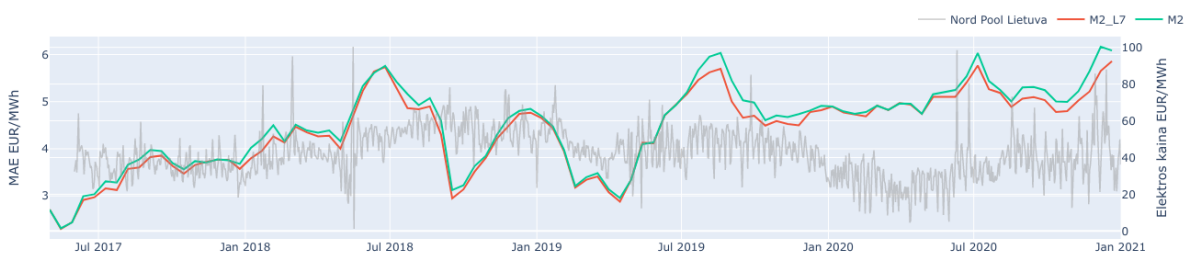
1 priedas. Išorinių kintamųjų delsos įtaka paslėptųjų Markovo režimų modelio rezultatams

Rezultatai pateikiami modeliams M1-M6. Tyrime naudotas 120 d. apmokymo periodas.

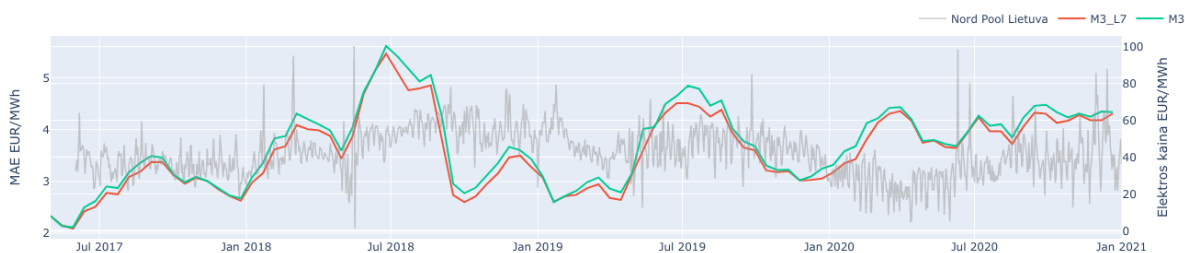
M1 modelio liekanos



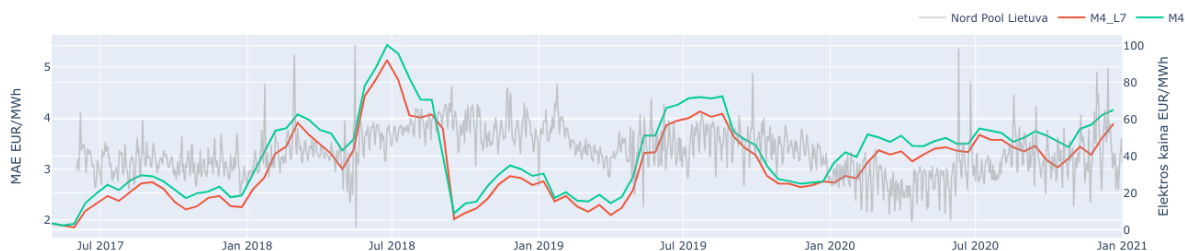
M2 modelio liekanos



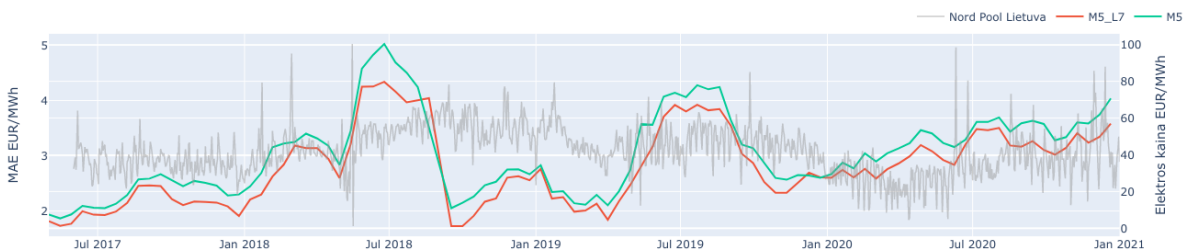
M3 modelio liekanos



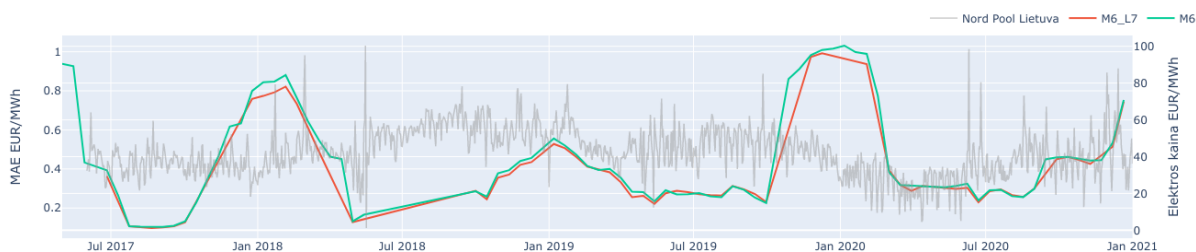
M4 modelio liekanos



M5 modelio liekanos



M6 modelio liekanos



2 priedas. Modelio priklausomybės nuo apmokymo periodo, modelio tipo bei agregavimo būdo rezultatų lentelė.

Pateikiamos MAE paklaidos bei jų dispersijos (skliausteliuose). Žalia spalva žymima optimalūs modeliai, raudona – nestabilius rezultatus gavę modeliai, oranžinė spalva identifikuoja modelius, kurių konvergavimas nebuvo stabilus.

		Apmokymo periodas						
		365 d.	273 d.	183 d.	120 d.	91 d.	60 d.	40 d.
M1 M2 M3 M4 M5 M6	Vidurkis	5.22 (0.67)	5.06 (0.75)	4.83 (0.77)	4.55 (0.90)	4.38 (0.99)	4.14 (1.16)	3.87 (1.29)
		5.19 (0.67)	5.04 (0.77)	4.77 (0.79)	4.47 (0.89)	4.28 (0.97)	4.01 (1.17)	3.74 (1.33)
		4.35 (0.55)	4.13 (0.60)	3.90 (0.67)	3.68 (0.78)	3.50 (0.84)	3.37 (1.07)	3.13 (1.20)
		4.04 (0.55)	3.81 (0.59)	3.54 (0.64)	3.30 (0.80)	3.08 (0.86)	2.89 (1.01)	2.55 (1.00)
		3.77 (0.46)	3.53 (0.52)	3.28 (0.62)	3.01 (0.75)	2.85 (0.83)	2.69 (1.02)	2.28 (0.95)
		1.06 (0.40)	0.98 (0.46)	0.76 (0.37)	0.69 (0.31)	0.65 (0.35)	0.54 (0.33)	0.31 (0.24)
M1 M2 M3 M4 M5 M6	Mediana	6.11 (0.96)	5.96 (1.02)	5.65 (1.07)	5.33 (1.20)	5.09 (1.30)	4.85 (1.49)	4.49 (1.54)
		6.07 (0.93)	5.92 (1.00)	5.58 (1.04)	5.21 (1.21)	4.98 (1.33)	4.74 (1.51)	4.24 (1.55)
		5.37 (0.73)	5.15 (0.71)	4.87 (0.72)	4.56 (0.90)	4.38 (1.07)	4.17 (1.30)	3.76 (1.29)
		4.97 (0.80)	4.75 (0.79)	4.38 (0.73)	4.04 (0.92)	3.82 (1.08)	3.70 (1.30)	3.24 (1.23)
		4.64 (0.71)	4.37 (0.73)	4.06 (0.75)	3.74 (0.91)	3.56 (1.07)	3.34 (1.27)	2.89 (1.21)
		0.79 (0.27)	0.80 (0.32)	0.48 (0.30)	0.49 (0.45)	0.63 (0.59)	0.64 (0.67)	0.67 (0.71)
M1 M2 M3 M4 M5 M6	Darbo valandų vidurkis	7.83 (0.91)	7.61 (1.06)	7.09 (1.16)	6.47 (1.34)	6.22 (1.47)	5.85 (1.73)	5.43 (1.91)
		7.68 (0.99)	7.43 (1.14)	6.88 (1.24)	6.33 (1.38)	6.05 (1.48)	5.72 (1.77)	5.24 (1.90)
		6.21 (0.81)	5.90 (0.92)	5.54 (1.05)	5.16 (1.24)	4.96 (1.43)	4.72 (1.70)	4.48 (1.85)
		5.64 (0.74)	5.33 (0.82)	4.93 (0.95)	4.54 (1.17)	4.32 (1.34)	3.98 (1.36)	3.67 (1.62)
		5.24 (0.65)	4.91 (0.76)	4.57 (0.90)	4.23 (1.11)	4.10 (1.31)	3.83 (1.57)	3.27 (1.63)
		1.95 (0.70)	1.78 (0.80)	1.53 (0.77)	1.30 (0.58)	1.22 (0.56)	1.06 (0.61)	0.95 (0.61)
M1 M2 M3 M4 M5 M6	Nakties valandų vidurkis	3.78 (0.55)	3.72 (0.60)	3.63 (0.63)	3.52 (0.75)	3.45 (0.85)	3.49 (1.03)	3.23 (1.14)
		3.76 (0.54)	3.69 (0.59)	3.59 (0.62)	3.49 (0.74)	3.38 (0.85)	3.37 (1.03)	3.21 (1.13)
		3.47 (0.45)	3.37 (0.47)	3.27 (0.52)	3.17 (0.64)	3.09 (0.75)	3.01 (0.93)	2.76 (0.92)
		3.27 (0.43)	3.14 (0.46)	2.99 (0.51)	2.81 (0.62)	2.68 (0.70)	2.45 (0.73)	2.17 (0.78)
		3.16 (0.38)	3.03 (0.44)	2.86 (0.51)	2.66 (0.62)	2.52 (0.70)	2.29 (0.75)	1.97 (0.74)
		0.96 (0.16)	0.93 (0.22)	0.87 (0.26)	0.74 (0.22)	0.75 (0.34)	0.68 (0.29)	0.57 (0.23)
M1 M2 M3 M4 M5 M6	Didžiausių verčių vidurkis	8.39 (0.70)	8.14 (0.99)	7.63 (1.19)	7.20 (1.49)	6.89 (1.67)	6.66 (1.95)	6.25 (2.17)
		8.20 (0.78)	7.91 (1.07)	7.45 (1.24)	7.04 (1.48)	6.74 (1.67)	6.44 (1.96)	5.99 (2.11)
		7.01 (0.79)	6.73 (0.97)	6.44 (1.21)	6.11 (1.40)	5.89 (1.60)	5.66 (1.86)	5.32 (2.06)
		6.64 (0.73)	6.33 (0.87)	5.98 (1.09)	5.64 (1.32)	5.38 (1.47)	5.06 (1.68)	4.46 (1.68)
		6.30 (0.68)	6.00 (0.87)	5.68 (1.12)	5.34 (1.31)	5.11 (1.50)	4.72 (1.71)	4.19 (1.91)
		2.32 (0.47)	1.96 (0.72)	2.42 (1.22)	2.06 (0.74)	2.39 (1.00)	1.89 (0.82)	1.72 (1.09)

3 priedas. Markovo paslėptųjų režimo modelio M5 struktūra

Markov Switching Model

AIC BIC logLik
1674.146 1932.071 -809.0728

Coefficients:

Description	Model 1	Model 2
(Intercept) (S)	6.484111	8.372488
Faktinis.nacionalinis.Elektros.energijos.vartojimas(S)	0.018012	0.043892
Faktinė.nacionalinė.elektros.energijos.gamyba(S)	0.024584	0.041182
Faktinė.nacionalinė.vėjo.elektrinių.gamyba(S)	-0.044043	-0.083511
Faktinis.srautas.Lietuva...Baltarusija(S)	0.005551	0.005517
Faktinis.srautas.Lietuva...Latvija(S)	0.011407	0.029774
Faktinis.srautas.Lietuva...Kaliningradas(S)	-0.015150	-0.007412
Faktinis.srautas.Lietuva...Lenkija(S)	0.057105	0.024790
Faktinis.srautas.Lietuva...Švedija(S)	-0.001745	0.039997
Oil.price(S)	0.020553	-0.005312
Natural.gas.price(S)	2.697089	-0.334838
BWCS.LT(S)	-1.577403	0.649271
Y_1(S)	0.442805	0.027557
Y_2(S)	0.020086	-0.070866
Std(S)	3.468092	9.620435

Transition probabilities:

Regime 1 Regime 2
Regime 1 0.9746423 0.09565381
Regime 2 0.0253577 0.90434619