



**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS**

Evaldas Ramoška

**ATSINAUJINANČIO ENERGIJOS ŠALTINIO ATSAKO I
ATSITIKTINĮ ŽADINIMĄ SKAITMENINIS MODELIAVIMAS**

Baigiamasis bakalauro projektas

Vadovas
Doc. dr. Giedrius Janušas

KAUNAS, 2015

**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS**

**ATSINAUJINANČIO ENERGIJOS ŠALTINIO ATSAKO I
ATSITIKTINĮ ŽADINIMĄ SKAITMENINIS MODELIAVIMAS**

Baigiamasis bakalauro projektas
Taikomoji matematika (kodas 612G10002)

Vadovas

(parašas) Doc. dr. Giedrius Janušas
(data)

Recenzentas

(parašas) asist. Tatjana Sidekerskienė
(data)

Projektą atliko

(parašas) Evaldas Ramoška
(data)

KAUNAS, 2015

Ramoška, E. Digital simulation of the response of renewable energy source to random excitation. Bachelor's work in applied mathematics / supervisor doc. dr. K. Štutienė; Department of Applied mathematics, faculty of mathematics and Nature Science, Kaunas University of Technology. Kaunas, 2015. 42 p.

SANTRAUKA

Research is focused on the task to create an energy harvester mathematic model and to do theoretical energy harvester response to random excitation analysis. One of the goals was to find pjezoceramic beam dynamic characteristics and just like that to create equation of motion. In research we analyzed beam response when it was stimulating external heater vibrations and we compare it with theoretical response which was received from beam equation witch was equated with response of equation witch was got with approximation method using same external heater vibrations, at the same time. Respond was analyzed using proگرامing language matlab with ODE45, Euler and modified Euler methods. Research aim was to compare methods, their accuracy, errors and availability.

Research shown that all methods are suitable analyzing response to random excitation at various time intervals and small step sizes. During research we realized that when we raise step size using Euler and modified Euler method, respond starts to show bad results. ODE45 method at all times and at all step sizes shown logic respond.

According literature there was expected that best respond of the random excitation will be using Euler modified method. During research we analyse that using all time intervals and all steps sizes modified Euler method never shown best result.

TURINYS

Ivadas.....	6
1. Analitinė dalis.....	7
1.1. Tyrimo tikslai ir uždaviniai.....	7
1.2. Atsinaujinančių energijos šaltinių vystymas pasaulyje.....	8
1.1.1. Energijos surinkimas iš mechaninių virpesių.....	8
1.1.2. Energijos surinkimas naudojant pjezoelektrinius virpesiu.....	9
1.1.3. Energijos gavimas iš žmogaus judesių.....	10
1.3. Virpesiai.....	10
1.2.1. Mechaninių sistemų virpesiai.....	10
1.2.2. Mechaninių virpesių prigimtis.....	11
1.2.3. Virpesių klasifikacija.....	12
1.2.4. Virpamų sistemų klasifikacija.....	12
1.2.5. Virpesių generavimo metodai.....	14
1.2.6. Virpesių matavimo metodai.....	15
2. Metodologinė dalis.....	16
2.1. Virpančių mechaninių sistemų matematinis modeliavimas.....	16
2.1.1. Laisvųjų neslopintamųjų virpesių modelis.....	16
2.1.2. Laisvųjų slopinamųjų virpesių modelis.....	17
2.1.3. Priverstiniai neslopintamieji virpesiai.....	18
2.1.4. Priverstiniai slopinamieji virpesiai.....	19
2.2. Skaitmeninio modeliavimo metodai.....	19
2.2.1. Eulerio metodas.....	19
2.2.2. Modifikuotas Eulerio metodas.....	22
2.2.2. ODE45 metodas.....	23
2.3. Polytec lazerio vibrometro sistema.....	25
2.4. Virpesių generavimas ir matavimas.....	25
2.5. Pjezoelektronika, pjezo išmanioji medžiaga.....	26
2.6. Determinacijos koeficientas.....	26

3. Tiriamoji dalis.....	27
3.1. Energijos šaltinio matematinis modelis.....	27
3.2. Atsako į atsitiktinį žadinimą teoriniai tyrimai.....	32
4. Išvados.....	39
5. Literatūros sąrašas.....	40
6. Priedas.....	41

Ivadas

Šiais laikais dažniausiai tiriamas mikro mechaninių sistemų atsakas į harmoninį žadinimą, tačiau aplinkoje vyrauja atsitiktiniai procesai. Todėl svarbu sukurti naują arba patobulinti esamą metodiką, leidžiančią nagrinėti suprojektuotų mikro mechaninių sistemų atsaką į atsitiktinį žadinimą.

Šiame darbe siekiama iširti, palyginti metodiką, kuri padeda nagrinėti mechaninių sistemų atsaką į atsitiktinį žadinimą. Todėl buvo pasirinkti keli metodai ir tirta, kuris metodas labiausiai tinka nagrinėjant iškeltą problemą. Darbe buvo siekiama sudaryti mikro mechaninės sistemos matematinį modelį ir stebėti sistemos atsaką į atsitiktinį žadinimą naudojant pasirinktą metodiką. Darbe nagrinėjami ODE45, Eulerio ir modifikuotas Eulerio metodai. Atsitiktiniu žadinimu buvo laikomi šildytuvo išoriniai virpesiai. Šildytuvo virpesių atsakas buvo lyginamas su tos pačios mikro mechaninės sistemos lygtimi, kuri prilyginta žadinimo lygčiai, kuri buvo gaunama aproksimuojant to paties šildytuvo virpesius. Skirtinga metodika nagrinėjant gautus atsakus galima sulyginant metodų tinkamumą bei nustatyti, kuris metodas universaliausias nagrinėjant mechaninių sistemų atsaką į atsitiktinį žadinimą.

1. ANALITINĖ DALIS

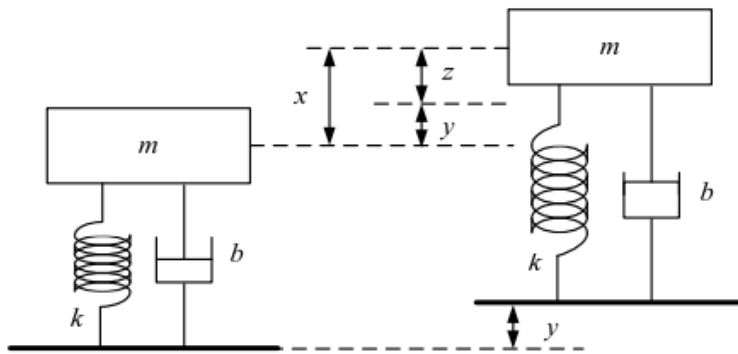
1.1. Tyrimo tikslai ir uždaviniai

- Išanalizuoti atsinaujinančių energijos šaltinių vystymą pasaulyje, virpesius, virpesių generavimo ir matavimo metodus.
- Apžvelgti mechatroninių sistemų atsako į netaisyklingą žadinimą skaitmeninio modeliavimo metodus.
- Sudaryti energijos šaltinio, šiuo atveju, pjezoelektrinės gembės matematinį modelį, bei nustatyti tiriamos gembės dinamines charakteristikas.
- Atlikti teorinius gembės atsako į atsitiktinį žadinimą tyrimus, tiriamą gembę žadinant išoriniais šildytuvo virpesiais bei teorinės žadinimo lygties, kuri buvo gaunama aproksimuojant tuos pačius šildytuvo parametrus.
- Įvertinti pasirinktų skaitmeninių metodų tikslumą keičiant žadinimo trukmę ir laiko žingsnių ilgį.
- Atsižvelgiant į rezultatus padaryti išvadas.

1.2. ATSINAUJINANČIŲ ENERGIJOS ŠALTINIŲ VYSTYMAS PASAULYJE

1.2.1. Energijos surinkimas iš mechaninių prietaisų virpesių

Labiausiai paplitę energijos surinkimo prietaisai būna pagaminti spyruoklinių sistemų principu. Kai sistema tiesinė, tos energijos surinkimo sistemos vadinamos tiesinėmis sistemomis. Pirmasis tiesinis vibracinis energijos surinkimo modelis buvo sukurtas Williama Yatso. Sistema susideda iš masės, m , kuri prijungta prie spyruoklės, k ir slopintuvo, b . Slopintuvas turi dvi paskirtis mechaninę ir elektrinę. Kai energijos surinkėjas vibruoja ant vibracinio šaltinio, inercinė masė juda su energijos surinkėju. Tai kartu ir reliatyvus poslinkis tarp masės ir stypo arba mechaninės įtampos.

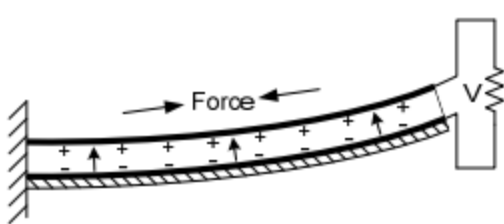


1.1. Pav. tiesinis energijos surinkimo vibracinis modelis

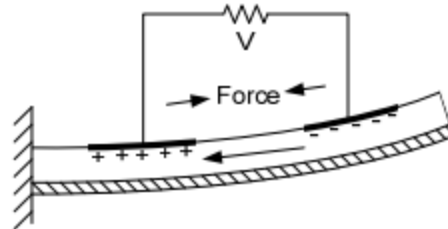
Paveiksle x yra absoliutinis inercinės masės poslinkis, y – stovo poslinkis, z reliatyvus masės judėjimas. Elektros energija gali būti surinkta keitikliais perduodant poslinkį arba įtampą.

1.2.2. Energijos surinkimas naudojant pjezoelektrinius virpesius

Pjezoelektrinis efektas buvo išrastas Pierro ir Jacqueso Curie. Tai tam tikrų medžiagų generuoti elektrinę potencialą atsakant mechaninei įtampai. Pjezoelektrinis energijos surinkimo prototipas yra toks, kad supantys virpesiai sukelia struktūrines deformacijas ir išskiria įtampą, kurios pasiverčia į elektros energiją dėl pjezoelektrinio efekto. Elektrinė potenciala proporcinga įtampai. Pjezoelektrinis energijos surinkimas gali veikti keliais būdais..



1.2.Pav. pirma švytuoklė



1.3.Pav. antra švytuoklė

Pirmu būdu šalutinė jėga veikia statmenai poliarizacijos kryptčiai, kaip pavyzdžiui išlenkta švytuoklė, kuri turi elektrodus ant viršutinio ir apatinio paviršių (1.Pav.). Antru būdu jėga veikia ta pačia kryptimi kaip ir poliarizacija, kaip pavyzdžiui išlenkta švytuoklė, kuri turi elektrodus ant viršutinio paviršiaus (2.Pav.). Nors pjezoelektrinė medžiaga pirmuoju būdu turi mažesnę susijungimo koeficientą negu antru būdu, bet pirmasis būdas yra dažniau naudojamas.

Tai yra todėl kad, kai gembė arba dviejų sluoksnių švytuoklė išsilenkia, išstumia daugiau pašalinės įtampos.

Pjezoelektrinis energijos įrenginiai generuoja aukštą įtampą, bet generuoja silpną srovę. Jie būna paprastų struktūrų kas padaro juos labai paklausius. Tačiau, dauguma pjezoelektrinių medžiagų turi prastus mechaninius parametrus.

Dedama daug pastangų, kad padidinti pjezoelektrinių įrenginių efektyvumą. Kai kurie metodai naudojami naudojant efektyvesnius pjezoelektrinius medžiagos, naudojant visokias pjezoelektrines konfigūracijas, naudojant skirtingų formų švytuokles ir naudojant daugiasluoksnius struktūras.

1.2.3. Energijos gavimas iš žmogaus judesių

Žmogaus kūnas saugo didelį kiekį energijos. Žmogaus judėjimo kinetinė energija gali būti surinkta ir paversta elektrine energija. Pagaminta elektrinė energija gali būti naudojama kitiems nešiojamiems elektriniams prietaisams, tokiems kaip laikrodžiai. Energija taip pat gali būti naudojama pakrauti elektroninius prietaisus tokius kaip mobilusis telefonas, mp3 grotuvas ar netgi nešiojamasis kompiuteris. Buvo atlikti tyrimai nagrinėjant skirtingų žmogaus kūno dalių judėjimą. Buvo iširta, kad viršutinė žmogaus kūno dalis išskiria judesio su dažniu mažesniu nei 10Hz, o apatinė žmogaus dalis nuo 10 iki 30 Hz. Pirmasis elektroninio prietaiso prototipas naudojantis žmogaus judėjimo energiją buvo elektrinis laikrodis sukurtas SEIKO, 1986. Po kelerių metų, SEIKO išleido pasaulyje pirmąjį žmonėms prieinamą laikrodį pavadintą AGS. Nuo tada vis daugiau tokio tipo elektroninių prietaisų pasiekė rinką.

1.3. VIRPESIAI

1.3.1. Mechaninių sistemų virpesiai

Besivystant technikai bei mokslams, žmogus vis dažniau susiduria su virpesiais, apimančiais beveik viskas sritis nuo ląstelių iki organizmų, nuo atomų iki dangaus kūnų virpesių.

Virpesiai yra bet kokį objektą apibūdinančių dydžių kitimas laikui bėgant – didėjimas ir mažėjimas. Dydžiai, kuriais nusakomas virpamojo objekto charakteristikų ir padėties kitimas laikui bėgant, vadinamas virpamaisiais dydžiais. Tokių dydžių pavyzdžiais gali būti mašinos ir jos visų detalių virpesiais, pastatai kuriuos veikia vėjo ar žemės sukeliami virpesiai, žmogaus kūnas ir kūno dalys, kaip pavyzdžiui, mes girdim, nes mūsų ausų būgneliai vibruoja, kalbame liežuvio virpesių dėka, kvėpavimas susijęs su plaučių virpesiais.

Virpamoji sistema tai stebimas ar tiriamas objektas, kurį apibūdina parametrai atitinkamomis sąlygomis gali būti laikomi virpamaisiais dydžiais. Pavyzdžiui virpamoji sistema gali būti važiuojantis automobilis, kurio dauguma detalių virpa nuo kelio nelygumų, variklio keliamų virpesių. Šios sistemos virpamieji dydžiai tai automobilio dalių, detalių virpesiai, detalių įtempimų kitimas ir t.t. Kartais virpamoji sistema apibūdinama trumpiau – virpamoji sistema yra tokia sistema kuri gali virpėti ir nežadinama iš išorės. Jos virpesiai gali kilti ir nuo energijos, suteiktos sistemai prieš stebėjimo laiką.

Pavyzdžiui pastatas virpės po staigaus vėjo gūσιο. Virpamosiomis sistemomis vadinami objektai, atspindintys tas savybes, kurios reikalingos tam tikriems virpesiams iširti ir suprasti.

Virpamos sistemos teoriniam tyrimui sudaromas dinaminis modelis – tai konkretus virpamos sistemos atvaizdas arba schema su duomenimis, reikalingais tos sistemos tyrimui ir skaičiavimams. Dinaminis modelis dar vadinamas ir objekto virpesių skaičiuojamąja schema.

Mokslas, nagrinėjantis bendruosius virpesių teorijos dėsningumus, jų įtaką gamtai ir technikai, vadinamas virpesių teorija. Ji nustato ir tiria dėsnius, kuriems paklūsta biologiniai procesai, dangaus kūnų virpesiai, vaizdo susidarymas televizijos ekrane, skrendančios kosmose raketos, robotų, įvairių mašinų ir jų dalių virpesiai.

1.3.2. Mechaninių virpesių prigimtis

Virpesiai yra labai svarbūs daugelyje mokslo bei gamybos šakų. Tačiau reikia žinoti kur virpesiai gali būti naudingi, o kur jie gali pridaryti daug žalos.

Žalingi virpesiai dažnai būna pavojingi, jie gali kelti pavojų įvairiems įrenginiams, statiniams, gali sukelti tų įrenginių ar statinių avarijas. Virpesiai gali pažeisti žmogaus organizmą. Dėl virpesių gali sutrikti kai kurių organų ir sistemų veikla. Dažniausiai pažeidžiama nervų, širdies ir kraujagyslių, kaulų ir raumenų sistema. Bangų virpinami lūžta metaliniai laivų korpusai, dėl virpėjimu susidėvi ir lūžta mašinų detalės.

Jau seniai žmonės sugalvojo kaip virpesius galima panaudoti naudingai. Sukurti vibraciniai įrenginiai ir prietaisai, kuriais paremta įvairių medžiagų maišymas ir apdirbimas. Virpesiai naudojami atlikti įvairius dydžių matavimus. Iš virpamųjų sistemų yra išrasti mechaninių virpesių jų greičių ir pagreičių registravimo prietaisai. Pagal veikiančių mašinų virpėjimo pobūdį galima spręst apie mašinos būklę bei gedimus. Virpesiai gali pagerinti žmogaus sveikatą ar gydyti. Pavyzdžiui, trumpas tam tikrų virpesių poveikis mažina skausmą.

1.3.3. Virpesių klasifikacija.

Virpesiai yra klasifikuojami pagal fizikines savybes. Virpesiai skirstomi į laisvuosius, priverstinius, parametrinius, savaiminius ir mišriuosius.

Laisvieji virpesiai tai tokie virpesiai, kurių neveikia jokia išorinė jėga. Jie kyla autonominėse sistemose.

Priverstiniai virpesiai kyla neautonominėse. Juos palaiko kintamos išorinės jėgos, kinematinis žadinimas ir jėgų momentai, kintantys laikui bėgant.

Parametriniai virpesiai kyla nestacionariosiose virpamosiose sistemose, kurių parametrai kinta laikui bėgant.

Autovirpesiai priklauso tik nuo pačios sistemos savybių. Jie kyla ir vėliau palaikomi papildant energiją iš nevirpamo šaltinio, esančio pačioje sistemoje.

Virpamoje sistemoje galimi ir mišrieji virpesiai; jie gali būti priverstinių, parametrinių virpesių ir autovirpesių suma.

1.3.4. Virpamųjų sistemų klasifikacija.

Pagal mokslo šakas virpamos sistemos skirstomos į mechanines, elektrines, akustines, šilumines, astronomines, biologines, ekonomines, mišrias.

Nagrinėjant mechanines virpamas sistemas, jų dinaminis modelius ir juos aprašančias virpesių lygtis, galima klasifikuoti pagal laisvės laipsnių skaičių, stacionarias ir nestacionarias sistemas, tiesines ir netiesines sistemas, automatines ir neautomatines sistemas, konservatyvias ir nekonservatyvias sistemas, holonomines ir neholonomines sistemas.

Mechaninės virpamosios sistemos būna baigtinio ir begalinio laisvės laipsnių skaičiaus. Baigtinio laisvės laipsnių skaičiaus sistemoms nagrinėti sudaromi sutelktųjų parametrų (masės, tamprumo, slopinimo) dinaminiai modeliai. Todėl tokios sistemos dar vadinamos sutelktųjų parametrų sistemomis. Begalinio laisvės laipsnių skaičiaus sistemos vadinamos paskirstytųjų parametrų sistemomis.

Sistemų virpesius su baigtiniu laisvės laipsnių skaičiumi aprašo paprastosios diferencialinės lygtys, o sistemų virpesius su be galo daug laisvės laipsnių skaičiumi – dalinių išvestinių diferencialinės lygtys.

Iš baigtinio laisvės laipsnių skaičiaus sistemų dar išskiriamos vieno laisvės laipsnio sistemos, nes jos svarbios daugelio virpesių dėsningumui, jų fizikinės prasmės ir kilimo priežasčių tyrimui.

Taip pat dažnai išskiriamos ir dviejų laisvės laipsnių sistemos. Jose paprasčiausiu pavidalu atskleidžiami tie skirtumai, kuriais daugelio laisvės laipsnių sistemų virpesiai skiriasi nuo vieno laisvės laipsnio sistemų virpesių.

Stacionariosios ir nestacionariosios virpamosios sistemos.

Stacionariųjų sistemų savybės nepriklauso nuo laiko, o nestacionariųjų priklauso. Sistemų elementų tamprumo ir slopinimo jėginės charakteristikos masė ir inercijos momentai gali priklausyti nuo laiko. Tokie pokyčiai, kai jie yra virpamojo pobūdžio, sukelia parametrinius virpesius.

Tiesinės ir netiesinės virpamos sistemos.

Tiesinėse sistemose vyksta tiesiniai virpesiai, netiesinėse sistemose vyksta netiesiniai virpesiai. Tiesinės sistemos virpesius aprašo tiesinės diferencialinės lygtys, netiesinės – netiesinės lygtys. Tiesinės sistemos ir jų dinaminiai modeliai svarbūs tuo, kad juos aprašančios diferencialinės lygtys sprendžiamos daug paprasčiau negu netiesinės ir gaunamos sprendinių analizinės išraiškos, kurių negalima gauti daugumai netiesinių virpesių aprašančių diferencialinių lygčių. Pastaruoju atveju gaunami tik apytiksliai, įvairaus tikslumo artiniai. Tačiau netiesinių sistemų virpesiai turi tokių savybių, kurių neturi tiesinės sistemos.

Lengviausia spręsti diferencialines lygtis, aprašančias tiesines baigtinio laisvės laipsnių skaičiaus sistemas su pastoviais parametrais. Nors virpesių lygtys, aprašančios tiesines sistemas su kintamais per laiką parametrais teoriškai ir turi analizes sprendinių išraiškas, tačiau praktiškai jas gauti sunku.

Matematinio požiūriu tiesinės sistemos nuo netiesinių skiriasi tuo, kad tiesinėms sistemoms galioja superpozicijos principas, o netiesinėms – negalioja.

Automatinė ir neautomatinė virpamoji sistema.

Automatinės sistemos yra tokios, kurių virpesiai vyksta nuo anksčiau sukauptos vidinės energijos. Kitos sistemos – neautomatinės.

Konservatyviosios ir nekonservatyviosios virpamosios sistemos.

Konservatyviosios sistemos tai tokios sistemos, kuriose nepaisoma trinties ir kitokių slopinimo jėgų. Tokioje autonominėje sistemoje sukelti virpesiai nesilpsta ir nedidėja. Visai kitokios sistemos yra nekonservatyviosios. Nekonservatyviųjų sistemų pilnutinė energija sistemai virpant būna nepastovi, konservatyviųjų pastovi. Nekonservatyviosios sistemos dar skirstomos į disipacines ir autovirpesių sistemas. Disipacinės tai tokios sistemos, kuriose, paliktose savaime virpėti, virpesiai išnyksta. Autovirpesių sistemos tai tokios autonominės stacionariosios sistemos, kuriose tam tikromis sąlygomis gali kilti savaiminiai virpesiai.

Holonominės ir neholonominės sistemos.

Ryšiai analizinėje mechanikoje skirstomi i holonominius ir neholonominius. Holonominiai ryšiai riboja tik sistemos padėtis, neholonominiai – ir padėtis, ir greičius.

Bet kokia mechaninė virpamoji sistema gali turėti ir kelis čia išvardintus požymius, pavyzdžiui, sistema gali būti dviejų laisvės laipsnių tiesinė, neautomatinė ir kartu nekonservatyvioji.

1.3.5. Virpesių generavimo metodai.

Virpesių generavimas

Virpesių generatoriumi vadinamas įtaisas, keičiantis maitinamo šaltinio energiją pageidaujamos formos parametrų elektrinio virpesio energija.

Pagal generuojamų virpesių formą skiriami harmoninių ir impulsinių virpesių generatoriai.

Pagrindiniai šių generatorių parametrai – generuojamojo virpesio amplitudė A_m , dažnis f_g arba dažnio perderinimo ribos $f_{min} - f_{max}$, dažnio ir amplitudės santykiniai nestabilumai δ_j ir δ_A

$$\delta_j = \frac{\Delta f}{f_g},$$

f_g ir Δf – vidutinis generuojamo virpesio dažnis ir galimas dažnio nuokrypis.

$$\delta_A = \frac{\Delta A}{A_m},$$

A_m ir ΔA – vidutinė amplitudė ir galimas jos nuokrypis.

1.3.6. Virpesių matavimo metodai

1. Palyginimo metodas – kai žinome pakankamai tikslų kito virpesio dažnį ir jį lyginame su matuojamuoju. Jie gali būti sugrupuoti į grupes:

- Oscilografiniai metodai;
- Heterodinavimo metodai;
- Rezonansiniai metodai.

2. Tiesioginio matavimo būdai- kai dažnį matuojame dažnio matuokliais (dažniamačiais) arba periodo matuokliais ir taip apskaičiuojame dažnį. Dažniamačiai gali būti sugrupuoti į tokias grupes:

- Elektromechaniniai dažniamačiai;
- Kondensatoriniai dažniamačiai;
- Skaitmeniniai periodo ir dažnio matuokliai.

Šiais laikais dažnių matavimas daugiausiai naudojami skaitmeniniai matuokliai, kadangi jie gali matuoti periodus, laiko intervalus, dažnius ar dažnių santykius labai plačiame dažnių intervale, bei labai tikslai. Matuoklio rezultatai gali būti lengvai integruojami į matavimo sistemas, nes jie teikia matavimo rezultatus skaitmeniniu pavidalu. Tačiau kai dažniai yra labai dideli, tiesioginis dažnio matavimas yra neįmanomas dėl nepakankamos dėl nepakankamos elektronikos grandinių loginių elementų veikimo spartos. Taip tenka naudoti heterodinavimo metodą t.y. didesnius dažnius sumažinant, bei perkeltant žemyn. Kai dažniai labai maži tenka naudoti rezonansinius dažniamačius sugraduotus bangos ilgio vienetais.

Esant žemiems ir vidutiniams dažniams, kai nereikia didelio tikslumo, dažnį galima matuoti oscilografu. Oscilografas – universali virpesių stebėjimo ir parametrų matavimo priemonė.

2. METODOLOGINE DALIS

2.1. VIRPANČIŲ MECHANINIŲ SISTEMŲ MATEMATINIS MODELIAVIMAS

2.1.1. Laisvųjų neslopinamųjų virpesių modelis

Pavaizduokime sistema kurios neveikia jokios išorinės jėgos $f = c = 0$;

$$mx'' + kx = 0$$

šios lygties bendrasis sprendinys yra

$$x = Ce^{pt}$$

p ir C – konstantos. Įstačius gauname

$$C(mp^2 + k) = 0, \quad C \text{ negali būti lygus } 0 \text{ tai gauname}$$

$$mp^2 + k = 0 \text{ iš čia gauname}$$

$$p = \pm \left(-\frac{k}{m}\right)^{\frac{1}{2}} = \pm i\omega_0$$

Gauname bendrąjį sprendinį

$$x = C_1 e^{i\omega_0 t} + C_2 e^{-i\omega_0 t}$$

C_1 ir C_2 konstantos. Pažymime

$$e^{\pm i\omega_0 t} = \cos(\omega_0 t) \pm i \sin(\omega_0 t)$$

Tada perrašome prieš tai buvusią lygtį

$$x = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$$

Diferencialinės lygties eile dažniausiai atitinka pradinių sąlygų skaičių. Mūsų atveju poslinkis x , greitis x' . Pradiniais laiko momentais gauname pažymime x_0, x'_0 iš lygties gauname

$$x(t = 0) = A = x_0;$$

$$x'(t = 0) = \omega_0 B = x'_0.$$

Gauname:

$$x = x_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{x'_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t).$$

2.1.2. Laisvųjų slopinamų virpesių modelis.

Slopinamos sistemos lygtis turi tokį pavidalą :

$$mx'' + cx' + kx = 0$$

Lygties sprendinys gaunamas

$$x = e^{pt}$$

$$(mp^2 + cp + k)e^{pt} = 0$$

$$p_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4km}}{2m}$$

Apibrėšime slopinimo koeficientą:

$$\varepsilon = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2\omega_0 m}, \text{ kur } c_{cr} = 2\sqrt{km},$$

Jis yra lygus realaus ir kritinio slopinimų santykiui.

Tada:

$$p = \omega_0 \left(-\varepsilon \pm i\sqrt{1 - \varepsilon^2} \right)$$

Galimi trys sprendinių tipai.

Kai $\varepsilon < 1$

Tai slopinami virpesiai

Sprendinys harmoninis, su gėstančia amplitute

$$x = e^{-\varepsilon\omega_0 t} (A \cos(\omega_0 \sqrt{1 - \varepsilon^2} t) + B \sin(\omega_0 \sqrt{1 - \varepsilon^2} t))$$

$\varepsilon > 1$

Tai aperiodinis judėjimas

$$x = e^{-\varepsilon\omega_0 t} (A e^{\omega_0 \sqrt{\varepsilon^2 - 1} t} + B e^{-\omega_0 \sqrt{\varepsilon^2 - 1} t})$$

$\varepsilon = 1$

Aperiodinis judėjimas

$$x = e^{-\varepsilon\omega_0 t} (A + Bt)$$

2.1.3. Priverstiniai neslopinamieji virpesiai

Veikiant harmoniniai žadinimo jėgai sistemos virpesiai vadinami priverstiniais virpesiais.

Veikiant tokiai jėgai sistemos reakcija gali būti masės virpesių amplitudė arba sistemos absoliutinis perdavimas.

Jeigu neslopinamoje sistemoje veikia jėga - $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$, tada judėjimo lygtis

$mx'' + kx = F_0 \cos(\omega t)$, lygties homogeninis sprendimas

$$x_h(t) = C_1 \cos(\omega_n t) + C_2 \sin(\omega_n t)$$

tada atskirasis sprendinys

$$x_p(t) = X \cos(\omega t)$$

kur X yra konstanta kuri reiškia didžiausią amplitudę, ji skaičiuojama

$$X = \frac{F_0}{k - m\omega^2}$$

tada bendrasis sprendinys

$$x(t) = C_1 \cos(\omega_n t) + C_2 \sin(\omega_n t) + \frac{F_0}{k - m\omega^2} \cos(\omega t)$$

Kai turime pradines sąlygas $x(t = 0) = x_0$ ir $x'(t = 0) = x'_0$, randame konstantas

$$C_1 = x_0 - \frac{F_0}{k - m\omega^2}, \quad C_2 = \frac{x'_0}{\omega_n}$$

Gauname

$$x(t) = \left(x_0 - \frac{F_0}{k - m\omega^2}\right) \cos(\omega_n t) + \left(\frac{x'_0}{\omega_n}\right) \sin(\omega_n t) + \left(\frac{F_0}{k - m\omega^2}\right) \cos(\omega t)$$

2.1.4. Priverstiniai slopinamieji virpesiai

Jeigu slopinamojoje sistemoje duota funkcija $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$

$$mx'' + cx' + kx = F_0 \cos(\omega t)$$

atskirasis sprendinys

$$x_p(t) = X \cos(\omega t - \phi)$$

X ir yra ϕ konstantos

$$X = \frac{F_0}{((k - m\omega^2)^2 + c^2\omega^2)^{1/2}}$$

galima išsireikšti ir kitaip

$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(\omega_n^2 - m\omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2}}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{c\omega}{k - m\omega^2}\right)$$

bendrasis sprendinys gaunamas

$$x(t) = X_0 e^{-\zeta\omega_n t} \cos(\omega_d t - \phi_0) + X \cos(\omega t - \phi)$$

kur

$$\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n$$

2.2. SKAITMENINIO MODELIAVIMO METODAI

2.2.1. Eulerio metodas

Tarkime norime skaitmeniškai išspręsti uždavinį su pradinėmis sąlygom:

$$y' = f(t, y), \quad y(a) = y_0,$$

kai laiko intervalas $[a, b]$.

Pagal skaitmeninį sprendimą, mes turime išreikšti ribotą kiekį aproksimuotų taškų.

$$(t_0, y_0), (t_1, y_1), (t_2, y_2), \dots, (t_n, y_n),$$

Kur $t_0 = a$ ir $t_n = b$. Patys pirmieji šie taškai yra pradinė sąlyga. Jeigu mes imame n žingsnių ir tie žingsniai turi vienodus tarpus, tada laiko pokytis kiekvienam žingsniui yra :

$$h = \frac{b-a}{n},$$

tada laikas t_i yra išreikštas $t_i = a + ih$. Tada lieka sunkiausia dalis, rasti sprendinius.

Kad tai padarytumėm, pirmiausia perrašome diferencialinę lygtį su indeksais :

$$y'_i \approx f(t_i, y_i)$$

Tada išvestinę y' pakeičiame skirtumu. Pats greičiausias sprendimo būdas yra pakeisti y' tolimesniu aproksimuotu skirtumu. Gaunasi :

$$\frac{y_{i+1} - y_i}{h} = f(t_i, y_i)$$

Pertvarkę lygtį randame būdą išreikšti y_{i+1} , tai vadinama Eulerio metodu :

$$y_{i+1} = y_i + hf(t_i, y_i)$$

Su šiuo metodu galime pradėti nuo $(t_0; y_0)$ ir nustatyti visas tolimesnes aproksimacijas $(t_i; y_i)$.

Metodo realizavimas matlab aplinkoje:

```
X1=0;
```

```
X2=0;
```

```
n=length(tm);
```

```
x2=0;
```

```
x1=0;
```

```
z=0;
```

```
h=tm(1);
```

```
for i=1:n-1
```

```
    x1=y1 + h*x2;
```

```
    x2=x2+h*((f(x))*m-c*x2-k*x1)/m;
```

```
    h=(tm(i+1)-tm(i));
```

```
    X1=[X1;x1];
```

```
    X2=[X2;x2];
```

```
End
```

m- masė

k – standumo koeficientas

c – slopinimo koeficientas

h – žingsnis

tm – laikas

f(x) - žadinimas

X1 – poslinkis

X2 – greitis

2.2.2. Modifikuotas Eulerio metodas

Tai patobulintas Eulerio metodas. Šis metodo idėja yra panašus į trapecijos metodą, kur f yra ir žingsnio pradžioje, bei žingsnio pabaigoje ir skaičiuojamas jų aritmetinis vidurkis. Atliekant tai sukuria modifikuotą Eulerio metodą, kuris gali būti atvaizduotas taip :

$$k_1 = hf(t_i, y_i)$$

$$k_2 = hf(t_i + h, y_i + k_1)$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$$

Čia k_1 saugo žingsnio pradžios informaciją, o k_2 saugo žingsnio pabaigos informaciją.

Metodo realizavimas matlab aplinkoje:

```
X1=0;
X2=0;
n=length(tm);
x2=0;
x1=0;
h=tm(1);
for i=1:n-1
    x1=x1 + h*x2;
    x2=x2+h/2*(((f(x+1)*m-c*x2-k*x1))/m)+(((f(x))*m-c*x2-k*x1))/m);
    h=(tm(i+1)-tm(i));
    X1=[X1;x1];
    X2=[X2;x2];
end
```

2.2.3. ODE45 metodas

Programine įranga Matlab skaitmeniškai sprendžia diferencialines lygtis ODE45 metodu. Šio metodas paremtas tikslia Runge-Kutta formule. Tai reiškia, kad skaitmeninis metodas ODE45 jungia ketvirtos ir penktos eilės metodus, kurie yra panašūs į klasikinį ketvirtos eilės Runge-Kutta metodą.

Metodo realizavimas matlab aplinkoje:

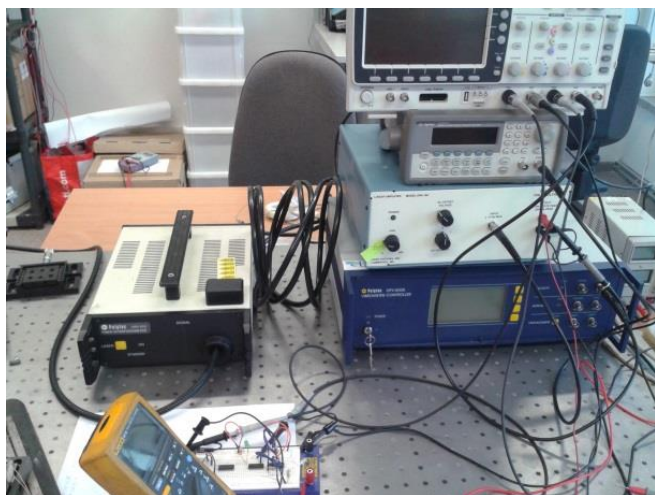
```
f=inline('[y(2);((f(x))*m-c*y(2)-k*y(1)))/m'],'t','y');
tspan=tm(1):h:tm(n);
[T, Y]=ode45(f,tspan,[int1;int2]);
X=Y(:,1);
V=Y(:,2);
X – poslinkis
V – greitis
Tspan – laiko intervalas
Int1,int2 – pradinės sąlygos
```

2.3 POLYTEC LAZERIO VIBROMETRO SISTEMA

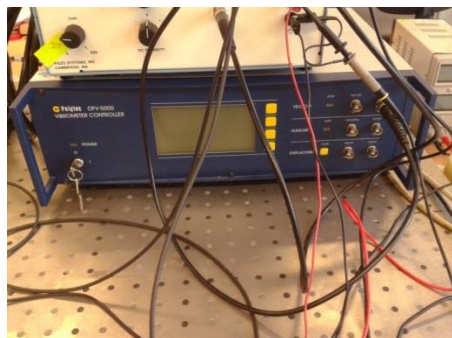
Vibracijų testams atlikti naudojamas Polytec lazerio vibrometro sistema. Čia pagrindinis prietaisas yra LabShop (OFV–5000 Modular Vibrometer Controller). Dažnį galime keistis labai plačiai, su greičiu ± 10 m/s bei poslinkiu su sritim nuo nanometro iki metro. Interferometrinis sensorius naudojamas nevibracinei analizei. Ši technika leidžia greičio dažnio bei poslinkio galimybes pritaikyti praktikoje.

Ijungus sistemą, bei įsiinstaliavus į kompiuterį LabView programa galima fiksuoti eksperimentinius išmatavimus tokius kaip dažnį ar amplitudę.

Ši sistema buvo naudojama slopinimo koeficientui nustatyti.



2.1. Pav. Polytec lazerio vibrometro sistema



2.2. Pav. OFV–5000 Modular Vibrometer Controller

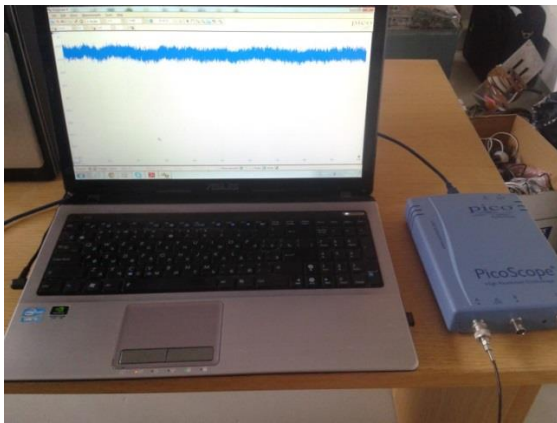


2.3. Pav. Interferometr

2.4. VIRPESIŲ GENERAVIMAS IR MATAVIMAS

Tiriamajam darbui buvo eksperimentiškai išmatuoti paprasto šildytuvo skleidžiami išoriniai virpesiai. Jie buvo matuojami Osciloskopu PicoScope.

Osciloskopas yra elektros signalo formos stebėjimo matavimo prietaisas. Signalas dažniausiai stebimas kaip dviejų matavimų grafikas, kur 'Y' ašis rodo tiriamo signalo amplitudę, o horizontali 'X' ašis rodo laiko reikšmę. Nors 'Y' ašis rodo elektros įtampos reikšmę, panaudojus paprastas priemones, bet koks tiriamas parametras gali būti konvertuojamas į įtampą. Dažniausiai osciloskopai naudojami tirti besikartojančius signalus, tačiau šiuolaikiniai skaitmeniniai osciloskopai leidžia tirti ir vienetinį impulsą ar nesikartojančią signalų seką.



2.4.Pav. Aukštadažnių signalų registravimo prietaisas Osciloskopas – PicoScope.



2.5.Pav.Šildytuvas.

2.5. PJEZOELEKTRONIKA , PJEZO IŠMANIOJI MEDŽIAGA.

Tyrime buvo naudojama pjezokeramikinė gembė, kuriai buvo sudarytas matematinis modelis. Gembė buvo naudojama kaip virpinamasis objektas.

Pjezoelektrinis efektas suprantamas kaip kristalinės medžiagos, tiesinė elektromechaninė sąveika tarp mechaninės ir elektrinės būsenos. Pjezo efektas tai grįžtamasis procesas kur medžiaga parodo tiesioginį pjezoelektroninį efektą kai kaupia paviršiuose elektros krūvį, taip pat ir atvirkščią pjezoelektroninį procesą kai veikdama elektrinio krūvio deformuojasi. Tokios medžiagos vadinamos pjezoelektrinėmis medžiagomis. Jos būna monokristalinės arba polikristalinės. Pjezoelektrinis efektas naudojamas akustinių sužadintojų ir jutiklių gamyboje, mikropozicionavimo ir tikslaus fokusavimo įrenginiuose, aukštų įtampų ir dažnių elektroniniuose prietaisuose ir kt.

2.6. DETERMINACIJOS KOEFICIENTAS

Tyrime buvo naudotas determinacijos koeficiento (R kvadrato) palyginimo metodas, kuriuo buvo lyginami metodų skirtumai.

Determinacijos koeficientas lygina skirtumas tarp Y reikšmių, kai atsižvelgiama į regresijos modelį, su skirtumais tarp Y reikšmių kai į modelį neatsižvelgiama. Determinacijos koeficientas gali įgyti reikšmes iš intervalo $[0,1]$. Kuo koeficiento reikšmė didesnė tuo modelis geriau atitinka duomenis.

3. TIRIAMOJI DALIS

3.1. ENERGIJOS ŠALTINIO MATEMATINIS MODELIS

Sudarysime pjezokeramikinės gembės matematinį modelį, t.y. nustatysime šios gembės dinamines charakteristikas taip sudarysime judėjimo lygtį.

Bendrasis slopinamos judėjimo lygties pavidalas :

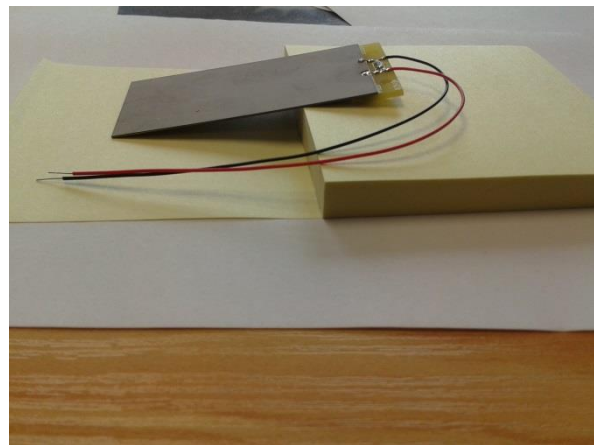
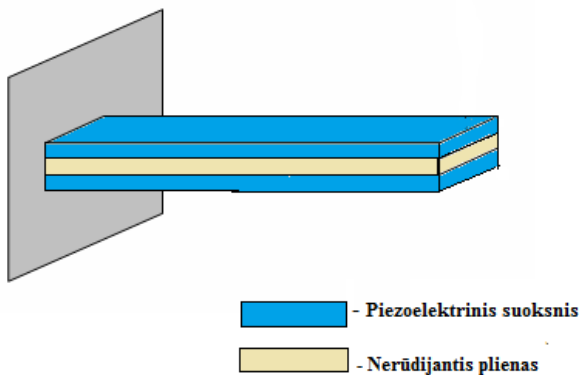
$$m \cdot x'' + c \cdot x' + k \cdot x = 0$$

m – masė,

c – slopinimo koeficientas,

k – standumo koeficientas.

Nagrinėjama gembė, kurią sudaro du pjezokeramikiniai sluoksniai ir per vidurį nerūdijančio plieno sluoksnis. Laikoma, kad vienas gembės galas yra pritvirtintas (pav)



3.1. Pav. Pjezo keramikinė gembė.

	Ilgis (m)	Plotis (m)	Aukštis (m)
Viršutinis sluoksnis	0.031	0.0095	0.000127
Vidurinis sluoksnis	0.031	0.0095	0.00005
Apatinis sluoksnis	0.031	0.0095	0.000127

3.1. lent.

Medžiaga	Tankis
Pjezokeramikinė medžiaga	7500 kg/m^3
Nerūdijantis plienas	7850 kg/m^3

3.2. lent.

Dinaminių charakteristikų nustatymas:

Sudarinėjant matematinį modelį reikia nusistatyti tiriamo objekto dinamines charakteristikas.

Šiuo atveju:

1. Masę
2. Standumo koeficientą.
3. Slopavimo koeficientą.

1. Masę skaičiuosime pagal formulę:

$$m = V \cdot \rho$$

m – objekto masė,

V – objekto tūris,

ρ – medžiagos tankis.

Masei nustatyti reikia žinoti medžiagų tankį(1.1. lentelė), bei tiriamo objekto parametrus(1.2. lentelė) tankiui apskaičiuoti. Masę bei tūrį skaičiuosime atskirai pjezokeramikinėms plokštėms ir plieno plokštei.

$$V_p = 0.000000074803m^3$$

$$V_s = 0.000000014725m^3$$

V_p – Abiejų pjezokeramikinių plokščių tūris,

V_s – plieno plokštės tūris.

$$m_p = 0.00058204625kg$$

$$m_s = 0.00011559125kg$$

$$m_f = 0.0006976375kg$$

m_p – Abiejų pjezokeramikinių plokščių masė,

m_s – plieno plokštės masė,

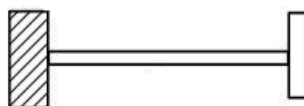
m_f – viso objekto masė.

Literatūros šaltiniai dažniausiai aprašo vibracinio tipo gembes tokio pavidalo (3.2.Pav.), kur ant gembes galo pritvirtinta masė. Tačiau tirama gembė yra kitokio pavidalo (3.3.Pav.), todėl buvo atlikti bandymai, kurie nustatė, kad gembės masė yra pasiskirsčiusi per visą jos ilgį. Bet paėmus trečdalį plokštelės masės, kai ji yra laisva, galima sakyti, kad sistema yra diskreti:

$$m = \frac{33}{140}m_f$$



3.2. pav tiriama gembė



3.3. pav teorinė gembė

$$m = 0.000164443kg$$

2. Standumo koeficientas pasirinktai gembei skaičiuojamas pagal formulę :

$$k = \frac{3 \cdot E \cdot I}{l^3}$$

k – standumo koeficientas,

E – Jungo modulis,

l – gembės ilgis,

Jungo modulis buvo gautas pasinaudojus COMSOL Multiphysics programinio paketo pagalba.

$$I = \frac{l \cdot h^3}{12}$$

I – inercijos momentas,

h – gembės aukštis.

$$k = 191.571049$$

3. Slopavimo koeficientas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$c = \xi \cdot 2 \cdot \sqrt{k \cdot m}$$

c – slopavimo koeficientas,

ξ – slopavimo konstanta,

k – standumo koeficientas,

m – masė.

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{4 \cdot \pi^2 + \delta^2}}$$

δ – logaritminis slopavimo dekrementas.

T – virpesių periodas.

Logaritminis slopavimo dekrementas buvo nustatytas bandymo pagalba, naudojant Polytec lazerio vibrometro sistema. Tiriama plokštė buvo virpinama ir pagal jos virpesių slopimą buvo nustatytas logaritminis slopavimo dekrementas.

$$\delta = \ln \frac{x(t)}{x(t + nT)}$$

$$\delta = 0.0496473676,$$

$$\xi = 0.0079016109$$

$$c = 0.0028048980340602$$

Gauta slopamos sistemos judėjimo lygtis :

$$0.000164443 \cdot x'' + 0.0028048980340602 \cdot x' + 191.571049 \cdot x = 0$$

3.2. ATSAKO Į ATSITIKTINĮ ŽADINIMĄ TEORINIAI TYRIMAI.

Tyrimo metu siekiama matlab programinės įrangos pagalba įvertinti pasirinktų skaitmeninių metodų, tokių kaip Eulerio, modifikuoto Eulerio ir ODE45 tikslumą, tiriant pjezoelektrinės gembės atsaką į netaisyklingą žadinimą

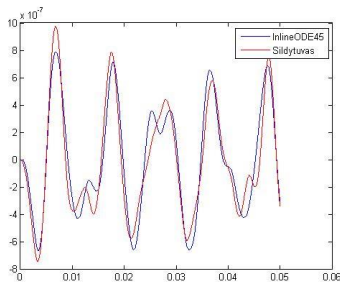
Tiriame pasirinktos pjezokeramikinės gembės atsaką kai ji žadinama išoriniais šildytuvo virpesiais ir lyginsime su atsaku, kuris gaunamas gembės lygtį priliginus žadinimo lygčiai, kuri buvo aproksimuota naudojantis tais pačiais šildytuvo parametrais, kitaip virpesių lygtį. Atsakai lyginami tais pačiais laiko momentais. Palyginimui naudosime determinacijos koeficiento (R^2) kriterijų. Atsakas bei determinacijos koeficientas yra randamas naudojantis matlab programine įranga.

Šildytuvo atsakas buvo gaunamas Eulerio metodu. Šildytuvo atsako skaičiavimo metodas nėra labai svarbus, kadangi mes lyginsime virpesių lygties atsaką, kuris bus gaunamas skirtingais metodais. Šildytuvo atsakas bus naudojamas tik kaip tiksliausias atsakas.

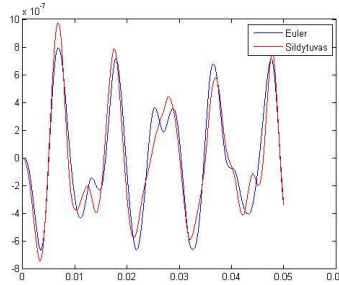
Pirmieji šildytuvo virpesių parametrai yra pasiskirstę laike nuo 0.0000032s iki 0.05000064s su 0.0000064s žingsniu. Gembės judėjimo lygtį prilyginam žadinimo lygčiai ir gauname virpesių :

$$0.000164443 \cdot x'' + 0.0028048980340602 \cdot x' + 191.571049 \cdot x = 0.3820 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot t + 1.7289) + 0.0821 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 259.95 \cdot t - 0.1614) + 0.0443 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 399.92 \cdot t + 2.1112) + 0.0382 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 839.84 \cdot t + 1.7771) + 0.0345 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 600 \cdot t - 0.8617) + 0.0290 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 59.99 \cdot t - 2.5419) + 0.0247 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 659.9 \cdot t - 0.7961)$$

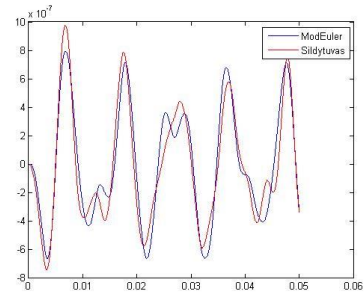
Naudodamiesi programine įranga Matlab lyginame šildytuvo atsaką ir gautos lygties atsakus ODE45 , Eulerio ir modifikuotu Eulerio metodais. Gauname atsakus:



3.4.Pav. šildytuvus su ODE45



3.5. Pav šildytuvus su .Eulerio metodu



3.6. pav šildytuvus su Modifikuotu Eulerio metodu

Lyginame metodų bei šildytuvo parodymus R^2 palyginimu.

	R^2
ODE45	0.8990
Euleris	0.8967
Modifikuotas Euleris	0.8970

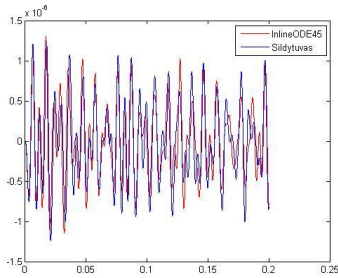
3.3. lent.

Esant mažiausiam žingsniui , bei mažiausiam intervalui metodai veikia beveik vienodai. Tad galima teigti, kad esant mažam žingsniui bei intervalui visi nagrinėjami metodai veikia gerai.

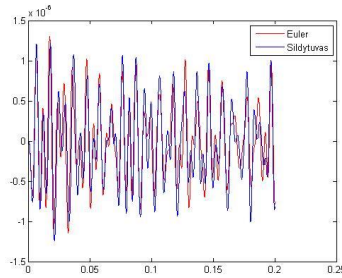
Antrieji šildytuvo virpesių parametrai yra pasiskirstę laike nuo nuo 0.0000128s iki 0.2000256s su 0.0000256s žingsniu. Gembės judėjimo lygtį prilyginam žadinimo lygčiai ir gauname virpesių lygtį :

$$0.000164443 \cdot x'' + 0.0028048980340602 \cdot x' + 191.571049 \cdot x = 0.3463 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot t + 2.1927) + 0.0871 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 215 \cdot t + 0.7602) + 0.0744 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot t + 0.4508) + 0.0492 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 90 \cdot t - 2.4291) + 0.0413 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 154.97 \cdot t + 2.9208) + 0.0372 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 270 \cdot t + 2.1769) + 0.0363 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 279.95 \cdot t - 2.4062)$$

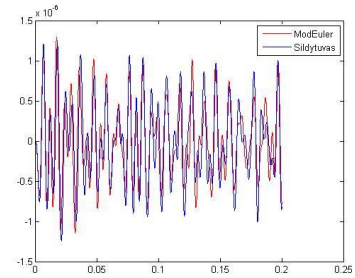
Naudodamiesi programine įranga Matlab lyginame šildytuvo atsaką ir gautos lygties atsakus ODE45 , Eulerio ir modifikuotu Eulerio metodais. Gauname atsakus:



3.7.Pav. šildytuvas su ODE45



3.8. Pav šildytuvas su Eulerio metodu



3.9. pav šildytuvas su Modifikuotu Eulerio metodu

Lyginame metodų bei šildytuvo parodymus R^2 palyginimu.

	R^2
ODE45	0.7071
Euleris	0.7229
Modifikuotas Euleris	0.7192

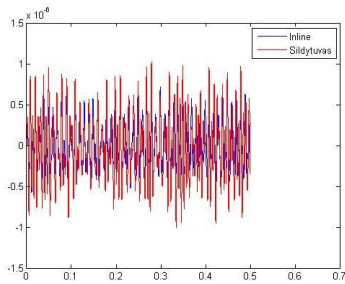
3.4. lent.

Padidinus žingsnį tiksliausią rezultatą rodo Eulerio ir modifikuotas Eulerio metodai, bet skirtumas nedidelis, todėl galima teigti, kad visi metodai veikia panašiai gerai.

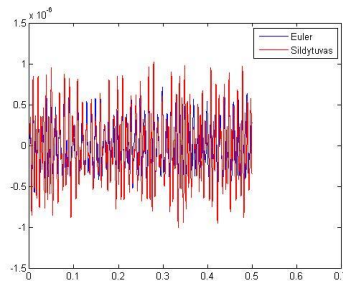
Tretieji šildytuvo virpesių parametrai yra pasiskirstę laike nuo 0.0000256s iki 0.5000448s su 0.0000512s žingsniu. Gembės judėjimo lygtį prilyginam žadinimo lygčiai ir gauname virpesių lygtį:

$$0.000164443 \cdot x'' + 0.0028048980340602 \cdot x' + 191.571049 \cdot x = 0.2506 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot t + 0.8516) + 0.0551 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot t - 1.6675) + 0.0435 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 94 \cdot t - 1.1105) + 0.0341 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 68 \cdot t - 1.4191) + 0.0305 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 266 \cdot t + 0.8128) + 0.0268 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 158 \cdot t - 1.1915) + 0.0264 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 387.9 \cdot t - 1.3869)$$

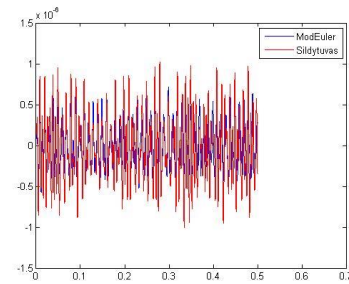
Naudodamiesi programine įranga Matlab lyginame šildytuvo atsaką ir gautos lygties atsakus ODE45, Eulerio ir modifikuotu Eulerio metodais. Gauname atsakus:



3.10.Pav. šildytuvai su ODE45



3.11. Pav šildytuvai su Eulerio metodu



3.12.pav šildytuvai su Modifikuotu Eulerio metodu

Lyginame metodų bei šildytuvo parodymus R^2 palyginimu.

	R^2
ODE45	0.4893
Euleris	0.4927
Modifikuotas Euleris	0.4917

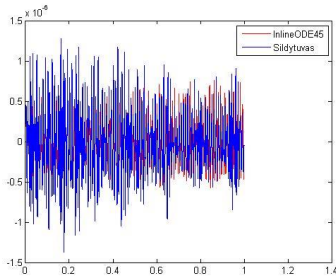
3.5. lent.

Didinant žingsnį didelio skirtumo tarp metodų neatsiranda.

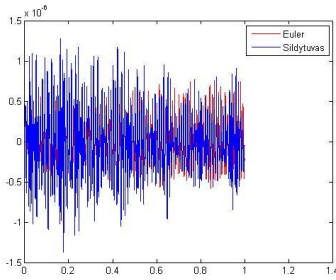
Ketvirtieji šildytuvo virpesių parametrai yra pasiskirstę laike nuo 0.000051s iki 1.000089s su 0.00010239s žingsniu. Gembės judėjimo lygtį prilyginam žadinimo lygčiai ir gauname virpesių lygtį :

$$0.000164443 \cdot x'' + 0.0028048980340602 \cdot x' + 191.571049 \cdot x = 0.3048 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 99.986 \cdot t - 1.3211) + 0.0804 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 90.987 \cdot t - 2.8170) + 0.0545 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 199.97 \cdot t + 0.2363) + 0.0318 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 156.98 \cdot t - 1.2648) + 0.0297 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 608.91 \cdot t - 0.4968) + 0.0289 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 95.987 \cdot t + 2.4693) + 0.0231 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 214.97 \cdot t - 0.5020)$$

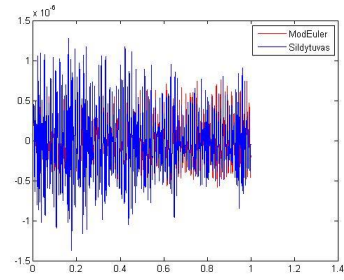
Naudodamiesi programine įranga Matlab lyginame šildytuvo atsaką ir gautos lygties atsakus ODE45 , Eulerio ir modifikuotu Eulerio metodais. Gauname atsakus:



3.13. Pav. šildytuvas su ODE45



3.14. Pav šildytuvas su Eulerio metodu



3.15. pav šildytuvas su Modifikuotu Eulerio metodu

Lyginame metodų bei šildytuvo parodymus R^2 palyginimu.

	R^2
ODE45	0.6927
Euleris	0.6890
Modifikuotas Euleris	0.6869

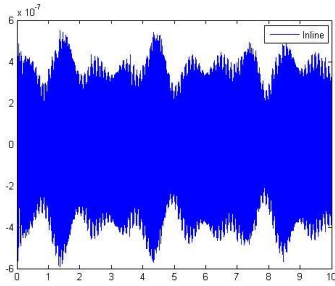
Esant sąlyginai dideliam žingsniui bei intervalui ODE45 metodas nežymiai, bet parodė tiksliausią rezultatą.

Esant vis didesniai žingsniui ir intervalui Eulerio bei Modifikuotas Eulerio metodai rodo vis netikslesnius rezultatus.

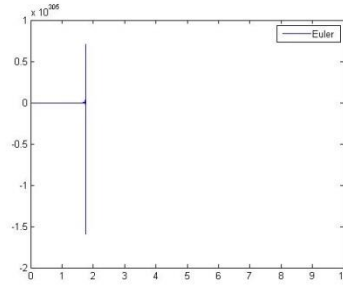
Penktieji šildytuvo virpesių parametrai yra pasiskirstę laike nuo 0.002s iki 10s su 0.002s žingsniu. Gembės judėjimo lygtį prilyginam žadinimo lygčiai ir gauname virpesių lygtį :

$$0.000164443 \cdot x'' + 0.0028048980340602 \cdot x' + 191.571049 \cdot x = 0.0603 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 181.6 \cdot t - 1.4743) + 0.0599 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 175.5 \cdot t - 1.9661) + 0.0584 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 181.8 \cdot t + 1.9545) + 0.1518 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 177.4 \cdot t - 2.8559) + 0.1185 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 177 \cdot t + 2.8677) + 0.1031 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 178.6 \cdot t + 2.0888) + 0.0992 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 175.9 \cdot t - 2.9899) + 0.0937 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 178.3 \cdot t + -2.5945) + 0.0902 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 176.4 \cdot t - 1.1502) + 0.0883 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot 177.2 \cdot t + 0.18129)$$

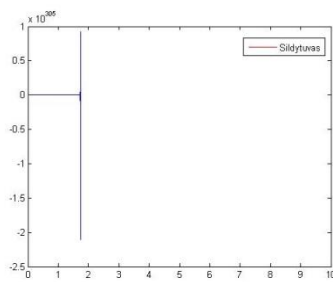
Lyginant šildytuvo atsaką ir gautos lygties atsakus ODE45, Eulerio ir modifikuotu Eulerio metodais buvo gauti labai skirtingi atsakai į žadinimą. ODE45 metodu atsakas buvo logiškas, tačiau Eulerio, modifikuoto Eulerio labai mažas. Iš ankstesnių tirtų trumpesnio intervalo atsakų galima teigti, kad Eulerio bei modifikuotas Eulerio metodas veikia klaidingai. Lygties atsako nebuvo galima palyginti su šildytuvo atsaku, nes šildytuvo atsakas taip buvo skaičiuotas Eulerio metodu, todėl ir šildytuvo parodymai buvo nelogiški.



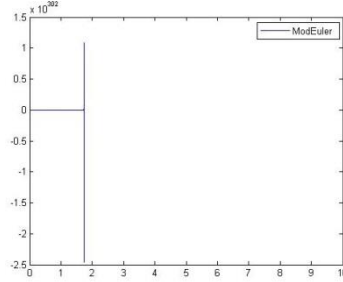
3.16. Pav. ODE45 atsakas



3.17. Pav Eulerio metodo atsakas

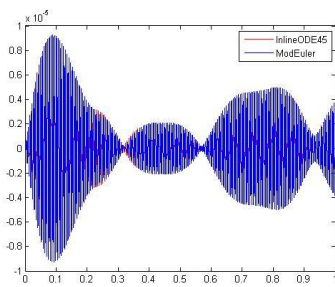


3.18. Pav. Šildytuvo atsakas

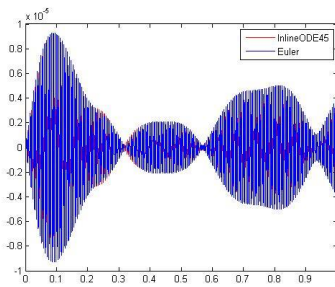


3.19. pav Modifikuotas Eulerio metodo atsakas

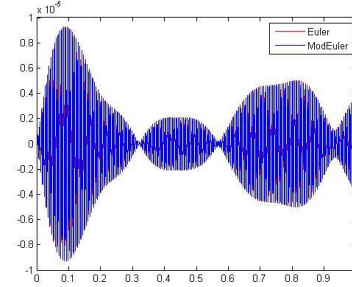
Keičiant laiko žingsnių dydį, buvo suprasta, kad Eulerio bei modifikuoto Eulerio metodai, esant vis didesniai laiko žingsniui rodo vis netikslesnį žadinimą, nes dar didinant žingsnį buvo gauti dar blogesni rezultatai, tačiau pamažinus žingsnį buvo gauta, kad metodai ODE45, Eulerio ir modifikuotas Eulerio metodai išleidžia beveik identišką atsaką. Dvigubai pamažinus žingsnį gavome :



3.20. pav. ODE45 ir modifikuotas Eulerio metodas



3.21. pav. Ode45 ir Eulerio metodas



3.22. pav. Eulerio ir modifikuotas Eulerio metodai

Kaip matome pagal determinacijos koeficientą metodų atsakas beveik identiškias. Galima teigti, kad abu metodai rodo teisingus rezultatus.

	R^2
ODE45 ir Eulerio metodas	0.9598
ODE45 ir modifikuotas Eulerio metodas	0.9834
Eulerio ir modifikuotas Eulerio metodai	0.9875

3.6. lent.

		Dat11 (0.05s.)	Dat7 (0.2s.)	Dat5 (0.5s.)	Dat4 (1s.)	Dat21 (10s.)
	Žingsnis	0.0000064s	0.0000256s	0.0000512s	0.00010239s	0.002s
Šildytuvo atsakas	Inline	0.8990	0.7071	0.4893	0.6927	NaN
	Euleris	0.8967	0.7229	0.4927	0.6890	NaN
	Modifikuotas Euleris	0.8970	0.7192	0.4917	0.6869	NaN

3.7. lent.

4. IŠVADOS

Darbe buvo surastos gembės dinaminės charakteristikos ir sudarytas energijos šaltinio matematikos modelis, kuris buvo pritaikytas pasirinktais metodais tiriant atsaką į atsitiktinį žadinimą. Atlikus tyrimą galima padaryti šias išvadas:

1. Esant nedideliam laiko žingsniui tiriant atsaką į atsitiktinį žadinimą galima naudoti visus tirtus metodus. Tiek ODE45, Eulerio ir modifikuotas Eulerio metodai pateikė beveik vienodą atsaką į nedidelio laiko žingsnio žadinimus.
2. Remiantis literatūros šaltiniais buvo manyta, kad modifikuotas Eulerio metodas pateiks tiksliausią atsaką. Tačiau, modifikuotas Eulerio metodas nei vienu laiko momentu neparodė tiksliausio atsako į atsaką į atsitiktinį žadinimą.
3. Tyrimo metu buvo nustatyta, kad Eulerio metodas bei modifikuotas Eulerio metodas didinant laiko žingsnį rodo vis netikslesnius rezultatus. Todėl Eulerio metodą ir modifikuotą Eulerio metodą negalima naudoti esant dideliems laiko žingsniams.
4. ODE45 metodas rodė stabiliausius rezultatus esant bet kuriam laiko intervalui bei bet kokiam laiko žingsniui.
5. Atlikus tyrimą galima teigti, kad atsako į atsitiktinį žadinimą tyrimui labiausiai verta naudoti ODE45 metodą.

5. LITERATŪROS SĄRAŠAS

1. Daniel J. Inman Engineering vibration, second edition; Virginia Polytechnic Institute and State University, New Jersey, 2001m.
2. Singiresu S Rao Mechanical Vibration, SI Edition; University of Miami, Singapore, 2005m.
3. Vytautas Kazimieras Augustaitis Mechaninių virpesių pagrindai;Kaunas: "Žiburio" leidykla,2000m.
4. Vytautas Ostaševičius Mechaninių konstrukcijų dinamika ir modeliavimas; Kaunas*Technologija*, 1998m.
5. Pjzomechanika: mokomoji knyga/R.Bansevičius, A.Bubulis, V.Jurėnas.-Kaunas*Technologija*,2007m.
6. <http://www.comsol.com/comsol-multiphysics>
7. http://www.sbucys.vnes.lt/Matavimai%20ir%20metrologijos%20pagrindai%20A.%20Seilius/5_Penktas%20skyrius.pdf
8. <http://iitg.vlab.co.in/?sub=62&brch=175&sim=1078&cnt=1>
9. http://www.lidata.eu/index.php?file=files/mokymai/trast/trast.html&course_file =trast_2_1_4.html

6. PRIEDAI.

Programos kodas

ODE45 metodas:

```
text='dat4.txt';% duomenų failas
[tm, v]=textread(text, '%f%f', 'headerlines',4);% nuskaitomas duomenų failas
tm=tm/1000000000;
n=length(tm);

f=inline('[y(2);(((f(x))·m-c·y(2)-k·y(1)))/0.000164443]', 't','y');% virpesių lygtis
tspan=tm(1):6400/1000000000:tm(n);% pasirenkamas laiko intervalas ir žingsnis
[T, Y]=ode45(f,tspan,[0;0]);% Metodas(virpesiu lygtis, laiko intervalas, [pradinės sąlygos]
X=Y(:,1);% Poslinkis (atsakas)
V=Y(:,2);% Greitis
```

Modifikuotas Eulerio metodas:

```
X1=0;
X2=0;
n=length(tm);
x2=0;
x1=0;
h=tm(1);
for i=1:n-1
    x1=x1 + h·x2;
    x2=x2+h/2·((((f(x+1))·m-c·x2-k·x1)/m)+((((f(x))·m-c·x2-k·x1)/m)));%virpesių lygtis
    h=(tm(i+1)-tm(i));%žingsnis
    X1=[X1;x1];%poslinkis (atsakas)
    X2=[X2;x2];% greitis
end
```

Eulerio metodas

```
Y1=0;
Y2=0;
n=length(tm);
y2=0;
y1=0;
h=tm(1);
for i=1:n-1
    y1=y1 + h*y2;
    y2=y2+h·(((f(x))·m-c·y2-k·y1))/m;
    h=(tm(i+1)-tm(i));%žingsnis
    Y1=[Y1;y1];%poslinkis (atsakas)
    Y2=[Y2;y2];%greitis
end
```

Šildytuvo atsakas Eulerio metodu.

```
G1=0;
G2=0;
n=length(tm);
g2=0;
g1=0;
h=tm(1);
for i=1:n-1
    g1=g1 + h·g2;
    g2=g2+h/2·((((((v(i+1)·0.294·m)/1000)-c·g2-k·g1))/m)+((((v(i)·0.294·m)/1000)-c·g2-k·g1))/m));
    h=(tm(i+1)-tm(i));%žingsnis
    G1=[G1;g1];%poslinkis (atsakas)
    G2=[G2;g2];%greitis
end
```

determinacijos koeficiento nustatymas

```
vid=mean(G1);  
SS_tot=sum((G1-vid).^2);  
SS_res=sum((X1-G1).^2);  
R2=1-SS_res/SS_tot
```

Grafikai

```
plot(T,X,'green'); hold on; % braižo ODE45 metodo atsako grafiką  
plot(tm,Y1,'cyan'); hold on;%braižo Eulerio metodo atsako grafiką  
plot(tm,X1,'blue'); hold on;% braižo modifikuoto Eulerio atsako grafiką  
plot(tm,G1,'red') ; braiž šildytuvo atsako grafiką  
legend(,inlineODE45','Euler','ModEuler','Sildytuvas')
```