KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS

Sandra Juškaitienė

Investicijų apdraudimas nuo rizikos naudojant išvestines finansines priemones

Baigiamasis magistro projektas

Vadovas

prof. dr. E. Valakevičius

KAUNAS, 2015

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS

Investicijų apdraudimas nuo rizikos naudojant išvestines finansines priemones

Baigiamasis magistro projektas

Taikomoji matematika 621G10003

Vadovas

prof. dr. Eimutis Valakevičius

Recenzentas

doc. dr. Dalius Makackas

Projektą atliko

Sandra Juškaitienė

KAUNAS, 2015

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS

Sandra Juškaitienė

Taikomoji matematika 621G10003

Investicijų apdraudimas nuo rizikos naudojant išvestines finansines priemones

AKADEMINIO SĄŽININGUMO DEKLARACIJA

2015 m. gegužės mėn. 22 d.

Kaunas

Patvirtinu, kad mano, **Sandros Juškaitienės,** baigiamasis darbas tema „ Investicijų apdraudimas nuo rizikos naudojant išvestines finansines priemones " yra parašytas visiškai savarankiškai, o visi pateikti duomenys ar tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti sąžiningai. Šiame darbe nei viena darbo dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar internetinių šaltinių, visos kitų šaltinių tiesioginės ir netiesioginės citatos nurodytos literatūros nuorodose. Įstatymu nenumatytų piniginių sumų už šį darbą niekam nesu mokėjęs.

Aš suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo faktui, man bus taikomos nuobaudos, remiantis Kauno technologijos universitete galiojančia tvarka.

(studento vardas ir pavardė, įrašyti ranka)	(parašas)

Juškaitienė S. Investment hedge using derivatives. Master‘s work in applied mathematics / supervisor prof. dr. Eimutis Valakevičius; Kaunas University of Technology, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Department of Mathematical Modelling.

Kaunas, 2015. 41 psl.

SUMMARY

Every day, many investors think of ways to get the maximum profit with minimum risk and search for techniques to enhance their risk management practices. Risk management is an important issue in finance. Hedging is a method helping an investor reduces risk in a portfolio. There are many ways under hedging method, one of the most famous methods is hedging by using options as its
tool.

Also, we can use the Greek letters for risk management. Each Greek letter measures a different dimension of the risk in an option position and the aim of a trader is to manage them so that all risks are minimized.

The main paper aim is to construct hedge investment portfolio using options. This strategy's background aspires to found a program which can count (providing a necessary data), process the results and return to the user important information forming the hedge portfolio.

It is important that hedging strategy proceeds working with real data and finds direct adaptation in a practice. By this way the strategy of hedge portfolio using options is realizing with the real data.

TURINYS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1 SKYRIUS

2 SKYRIUS

LENTELIŲ SĄRAŠAS

ĮVADAS

Tikslaus rizikos apibrėžimo, tinkamos visoms ekonomikos mokslo sritims, nėra. Dažnai net toje pačioje srityje rizika apibrėžiama skirtingai. Nors mokslininkai negali susitarti dėl universalaus rizikos apibrėžimo, tačiau galima išskirti dvi rizikos koncepcijos kryptis. Vieni mokslininkai (Vaughan, Belocerkovcev) riziką sieja su neapibrėžtumu, kai kiti (Sigloch, Clark ir Marois, Kancerevičius) neapibrėžtumą nuo rizikos kategoriškai atskiria ir sieja su įvykio tikimybe[1]. Tačiau plačiąja prasme „rizika" reiškia neapsaugojimą nuo nepalankios situacijos.

Kiekvieną dieną milijonai investuotojų sprendžia klausimą kaip gauti didžiausią įmanomą pelną, prisiimant mažiausią riziką. Tai nuolatinių diskusijų ir naujų teorijų objektas. Rinkoje gausu finansinių instrumentų, kuriuos tinkamai panaudojus galima įvertinti ir suvaldyti riziką. Šiame darbe pristatoma tema: investicijų apdraudimas nuo rizikos naudojant išvestines finansines priemones.

Išvestinės finansinės priemonės dažnai naudojamos siekiant atsverti bazinio turto kainos pokytį. Plačiausiai naudojamos išvestinės finansinės priemonės yra pasirinkimo sandoriai, kurie suteikia teisę ateityje pirkti arba parduoti bazinį turtą už iš anksto nustatytą kainą. Šio darbo tikslas, naudojant pasirinkimo sandorius, sudaryti portfelius apdraustus nuo bazinio turto vertės svyravimų, atlikti gautų portfelių jautrumo rinkos pokyčiams tyrimą bei padaryti išvadas, kas yra svarbiausia, sudarant nuo rizikos apdraustą portfelį.

Taip pat portfelio rizikos valdymui naudojami pasirinkimo sandorių jautrumo rodikliai (angl. *Greek parameters*), kurie apibrėžiami kaip portfelio vertės išvestinės atitinkamų parametrų atžvilgiu. Šie rodikliai atspindi portfelio vertės jautrumą atitinkamų parametrų kitimui. Naudojant šiuos rodiklius nustatome sudaromų portfelių sudėtį.

ŽODYNĖLIS

asset – turtas

derivative security – išvestinis vertybinis popierius

stock – akcija

bond – obligacija

call option – pirkimo pasirinkimo sandoris

put option – pardavimo pasirinkimo sandoris

expiration time – galiojimo terminas

hedging – draudimas nuo rizikos

short position – trumpoji pozicija

long position – ilgoji pozicija

exercise price – įvykdymo kaina

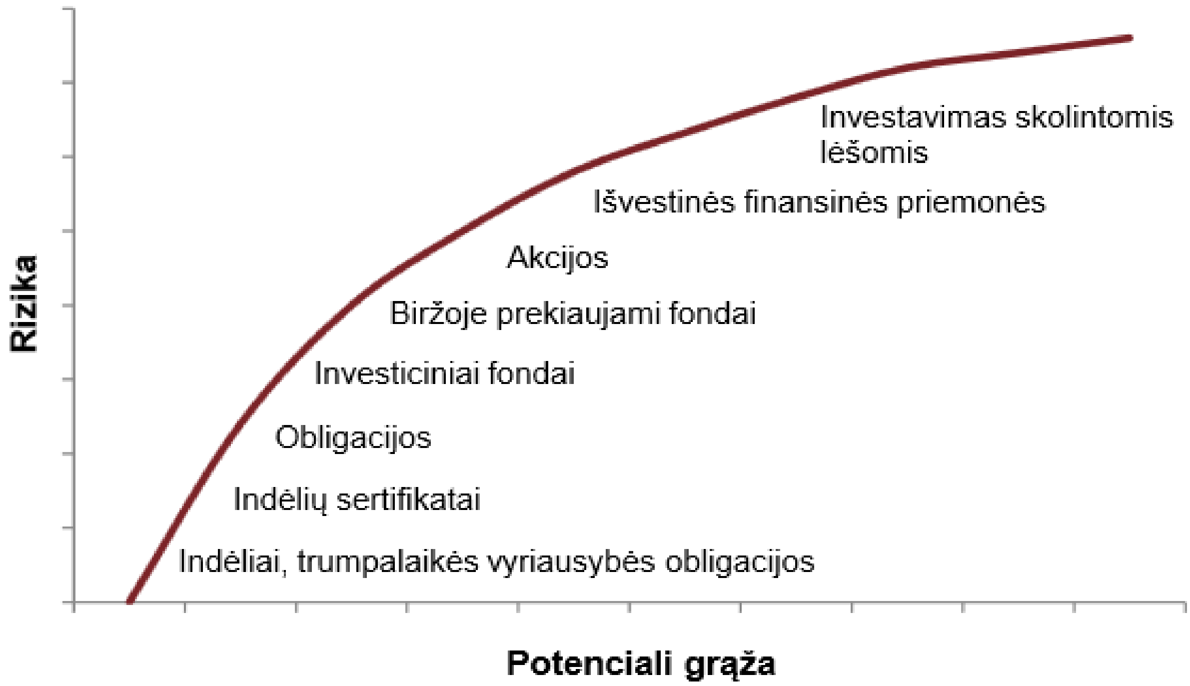
volatility – kintamumas

risk – free rate – nerizikinga palūkanų norma

1. TEORINĖ DALIS

1.1 INVESTAVIMO RIZIKA IR GRĄŽA

Kiekvieną dieną milijonai investuotojų biržoje prekiauja vertybiniais popieriais. Kiekvienas iš jų siekia gauti didžiausią pelną, prisiimant mažiausią riziką. Investicijų vertės galimo svyravimo laipsnis apibrėžia riziką, kad investicijos vertė sumažės. Didesnis svyravimas reiškia, kad vertybinių popierių vertė gali kisti dideliame kainos intervale. Tai reiškia, kad per labai trumpą laiką investicijos vertė gali stipriai išaugti arba sumažėti. Mažas svyravimas reiškia, kad investicijos vertė per trumpą laiką stipriai nepasikeis, o laikui bėgant vertės pokyčiai bus pastovūs. Investuotojui didesnė rizika reiškia didesnį neapibrėžtumą dėl finansinių tikslų įgyvendinimo, tačiau tuo pačiu tikėtiną didesnį uždarbį [2]. Šis investicinės rizikos ir pelno ryšys yra pamatinis investavimo dėsnis.

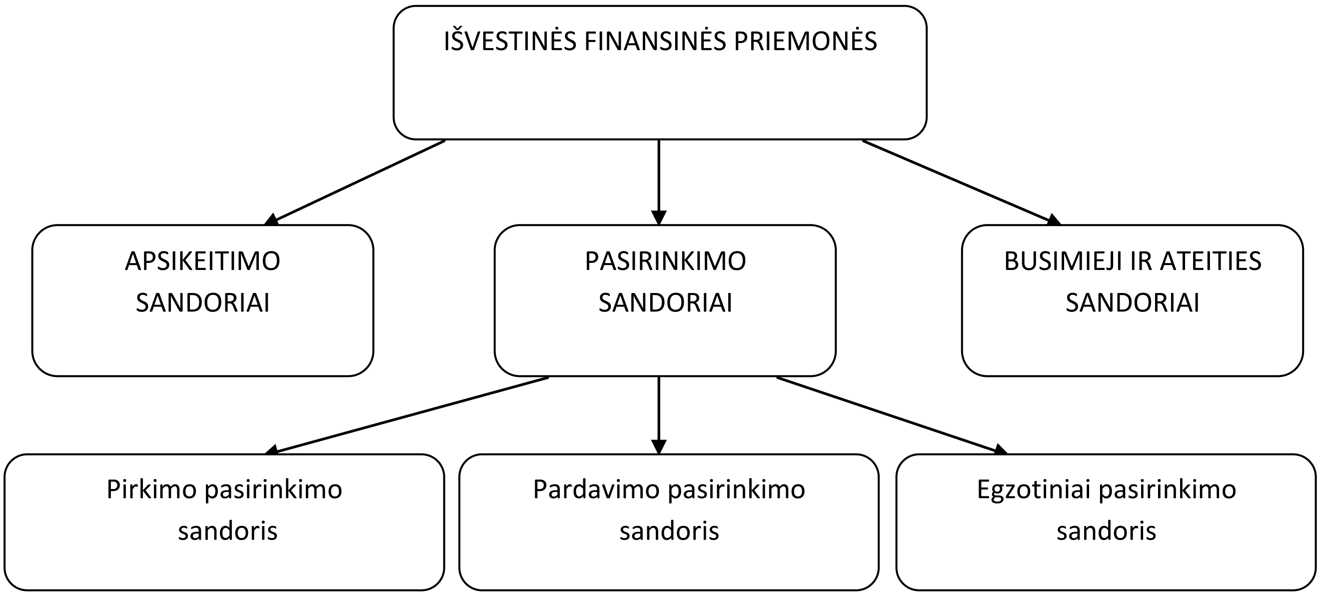


1.1 pav. Finansinių priemonių klasifikavimas pagal rizikingumą

Visus finansinius instrumentus pagal prisiimamos rizikos lygį ir galimos grąžos santykį galima suskirstyti kaip pavaizduota 1.1 paveiksle. Neapibrėžtumą galima vertinti kaip galimybę pasipelnyti tuo atveju, jeigu pavyks numatyti ateities įvykius geriau nei konkurentai. Riziką galima apibrėžti kaip tikimybę, kad investicijų grąža nebus tokia, kokios buvo tikimasi investuojant. Tai apima investicijų vertės sumažėjimą arba visų investicijų praradimą. Kad taip neatsitiktų, kuriamos teorijos, skirtos rizikos valdymui.

1.2 IŠVESTINĖS FINANSINĖS PRIEMONĖS

Finansiniai instrumentai, kurių vertė priklauso nuo bazinio turto vertės, vadinami išvestinėmis finansinėmis priemonėmis. Baziniu turtu gali būti įvairios prekės, žaliavos, vertybiniai popieriai, valiuta ir kt. Išvestinė finansinė priemonė dažnai naudojama siekiant atsverti bazinio turto kainos pokytį. Taip pat prekiauti išvestinėmis finansinėmis priemonėmis galima siekiant pelno. Išvestinės finansinės priemonės naudojimo prielaida – tam tikri lūkesčiai dėl bazinio turto, su kuriuo susieta išvestinė priemonė, kainos dinamikos. Bazinio turto (palūkanų normų, valiutų, žaliavų ir t. t.) rinkos kainas įtakoja daugybė veiksnių – esama šalies ar pasaulio ūkio būklė ir jo augimo lūkesčiai, atitinkamų pagrindinių priemonių pasiūla ir paklausa, centrinių bankų veiksmai, vyriausybių ekonominė ir skolinimosi politika, politiniai įvykiai, konfliktai ir kita. Prognozuoti minėtus veiksnius yra sudėtinga, o kai kurių ir neįmanoma [3]. Dažniausiai naudojamos išvestinės finansinės priemonės pavaizduotos grafiškai 1.2 paveiksle.



1.2 pav. Išvestinių finansinių priemonių klasifikavimas

Išvestinės finansinės priemonės gali būti standartizuotos ir nestandartizuotos. Standartizuotos priemonės pagrindinis ypatumas yra tas, kad sutarties sąlygos visada yra vienodos, ir tokia priemone paprastai prekiaujama reguliuojamose rinkose. Nestandartizuoti sandoriai yra tokie, dėl kurių vykdymo sąlygų susitaria dvi šalys. Tokie sandoriai paprastai sudaromi nereguliuojamose rinkose ir vadinami „užbiržiniais sandoriais“.

1.2.1 BŪSIMIEJI IR ATEITIES SANDORIAI

Busimieji ir ateities sandoriai yra labai panašios finansinės priemonės, kurios įpareigoja ateityje pirkti (parduoti) bazinį aktyvą už iš anksto nustatytą kainą nustatytu laiku. Pagrindinis šių sandorių skirtumas yra toks, kad būsimais sandoriais nėra prekiaujama vertybinių popierių biržoje, o ateities sandoriais – prekiaujama. Būsimojo sandorio kontraktas paprastai pasirašomas tarp dviejų finansinių institucijų arba tarp finansinės institucijos ir vieno iš korporacijos klientų. Ateities sandorio atveju abi sandorio šalys gali nepažinti viena kitos, todėl birža nustato papildomas sandorio sąlygas, kurios garantuoja abiems šalims sandorio įvykdymą[4].

Tiek būsimojo, tiek ateities sandorio viena šalių priima ilgąją poziciją (ang. *long position*) ir įsipareigoja pirkti bazinį aktyvą kontrakte numatytomis sąlygomis, kita priima trumpąją poziciją (angl. s*hort position*) ir įsipareigoja parduoti bazinį aktyvą už iš anksto nustatytą kainą, sutartu laiku. Sutartyje nustatyta kaina vadinama pristatymo kaina (angl. *delivery price*).

Šie sandoriai naudojami spekuliavimui arba siekiant išvengti nuostolių dėl bazinio aktyvo kainų svyravimų. Norint spekuliuoti baziniu turtu reikia turėti atitinkamai didelę pradinę pinigų sumą, kai tuo tarpu pasirašant busimąjį arba ateities sandorį tai pačiai bazinio turto vertei nereikalingos pradinės išlaidos. Termino pabaigos momentu galutinė ilgosios pozicijos sandorio vertė (angl. *terminal value*) už bazinio turto vienetą lygi $S_T - X$, čia X yra pristatymo kaina, o S_T – bazinio turto rinkos kaina sandorio pabaigoje. Analogiškai, trumposios pozicijos sandorio vertė už aktyvo vienetą lygi $X - S_T$[5].

1.2.2 APSIKEITIMO SANDORIAI

Apsikeitimo sandoris yra pinigų srautų, įskaitant įvairią valiutą, palūkanų normas ir kitus finansinius aktyvus, pirkimas ir pardavimas vienu metu. Sudarant apsikeitimo sandorį, dalyvauja dvi šalys, kurios privačiai susitaria keistis pinigų srautais ateityje nustatytais laiko momentais pagal iš anksto sudarytą matematinę išraišką. Šioje išraiškoje nustatomi pinigų srautų dydžiai bei keletas pirminių kintamųjų. Dažniausiai tai yra palūkanų norma, tačiau gali būti prekės kaina arba kiti bazinio turto vertę apibrėžiantys kintamieji.

Apsikeitimo sandorius galima skaidyti į paprastesnių ateities ir pasirinkimo sandorių rinkinį. Tokio rinkinio pinigų srautas dubliuotų apsikeitimo sandorio pinigų srautą. Būsimieji ir pasirinkimo sandoriai gali būti įkainojami atskirai, o apsikeitimo sandorio vertė atitinkamai gali būti nustatyta iš šių dviejų dydžių. Tokia procedūra supaprastina apsikeitimo sandorio įkainojimą[5].

1.2.3 PASIRINKIMO SANDORIAI

Pasirinkimo sandoris (angl. *Option*) yra dvišalis susitarimas, pagal kurį šalys patvirtina galimybę įsigyti bazinį turtą už iš anksto nustatytą kainą (įvykdymo kainą). Baziniu turtu gali būti valiuta, finansinės priemonės ar kitas konkretus turtas. Sandorio pirkėjas įgyja teisę pirkti (parduoti) bazinį turtą, o sandorio pardavėjas įsipareigoja parduoti (pirkti) bazinį turtą už įvykdymo kainą. Sandorio kaina vadinama premija, kuri nustatoma atsižvelgiant į rinkos situaciją sandorio sudarymo dieną ir sandorio gyvavimo terminą[6].

Skiriami dviejų tipų pasirinkimo sandoriai:

- Pirkimo pasirinkimo sandoris (angl. *Call Option*) – sandorio savininkui suteikia teisę pirkti ateityje bazinį turtą už iš anksto nustatytą kainą.
- Pardavimo pasirinkimo sandoris (angl. *Put Option*) - sandorio savininkui suteikia teisę parduoti ateityje bazinį turtą už iš anksto nustatytą kainą.

Šie sandoriai gali būti skirstomi:

- Europietiškieji pasirinkimo sandoriai,
- Amerikietiškieji pasirinkimo sandoriai,
- Azijietiškieji pasirinkimo sandoriai.

Europietiškasis pasirinkimo sandoris jo savininkui suteikia teisę pirkti arba parduoti bazinį turtą už įvykdymo kainą tik sandorio pabaigos dieną. Amerikietiškasis pasirinkimo sandoris gali būti įvykdytas bet kurią dieną iki sandorio galiojimo pabaigos. Azijietiškasis pasirinkimo sandorio pirkėjas turi teisę pirkti arba parduoti bazinį turtą vykdomąja kaina, kuri nustatoma kaip rinkos kainos vidurkis per visą sandorio galiojimo laikotarpį.

1.3 PASIRINKIMO SANDORIŲ VERTĖ TERMINO PABAIGOJE

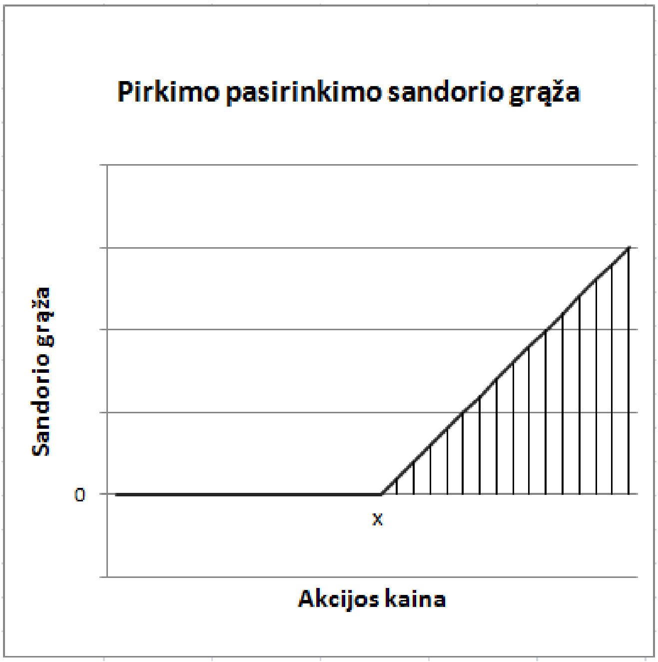
Pirkimo pasirinkimo sandoris suteikia teisė įsigyti bazinį turtą už iš anksto nustatytą įvykdymo kainą. Tai reiškia, kad sandoris bus realizuojamas tuomet, kai sandorio pabaigos momentu bazinio turto kaina bus didesnė už įvykdymo kainą. Pirkimo pasirinkimo sandorio vertė jo įvykdymo metu lygi [5]

$$C_T = \begin{cases} S_T - X, kai\ S_T > X \\ 0 \quad , kai\ S_T \le X \end{cases} \tag{1.1}$$

$$Pelnas = \begin{cases} C - (S_T - X), kai\ S_T > X \\ C \quad , kai\ S_T \le X \end{cases} \tag{1.2}$$

čia S_T - bazinio turto kaina sandorio pabaigos momentu, X - sandorio įvykdymo kaina, C_T - pirkimo pasirinkimo sandorio vertė.

Tarkime, kad įsigijome pirkimo pasirinkimo sandorį, kuris suteikia teisę termino pabaigoje pirkti akciją už įvykdymo kainą X. Ryšys tarp pirkimo pasirinkimo sandorio grąžos ir akcijos kainos pavaizduota grafiškai 1.3 paveiksle.



1.3 pav. Pirkimo pasirinkimo sandorio grąža termino pabaigoje

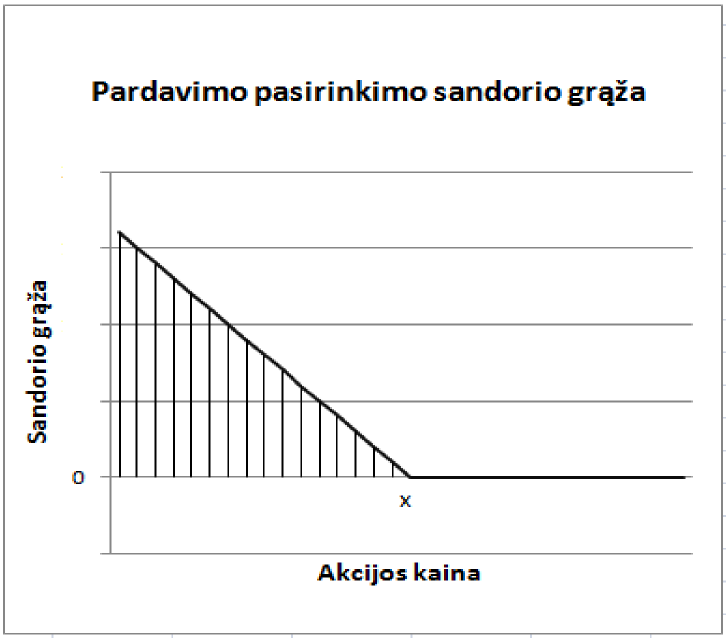
Remiantis ta pačia idėja, pardavimo pasirinkimo sandoris bus realizuojamas tuomet, kai sandorio pabaigos momentu bazinio turto kaina bus mažesnė už įvykdymo kainą. Pardavimo pasirinkimo sandorio vertė jo įvykdymo metu lygi [5]

$$P_T = \begin{cases} 0 & , kai\ S_T \geq X; \\ X - S_T & , kai\ S_T < X; \end{cases} \tag{1.3}$$

$$Pelnas = \begin{cases} -P & , kai\ S_T \geq X; \\ (X - S_T) - P & , kai\ S_T < X; \end{cases} \tag{1.4}$$

čia S_T - bazinio turto kaina sandorio pabaigos momentu, X - sandorio įvykdymo kaina, P_T - pardavimo pasirinkimo sandorio vertė.

Jei įsigijome pardavimo pasirinkimo sandorį, kuris suteikia teisę parduoti akciją už įvykdymo kainą X. 1.4 paveiksle pavaizduotas ryšys tarp pirkimo pasirinkimo sandorio grąžos ir akcijos.



1.4 pav. Pardavimo pasirinkimo sandorio grąža termino pabaigoje

1.4 BLACK-SCHOLES PASIRINKIMO SANDORIŲ ĮKAINOJIMO MODELIS

Nustatyti tikslią pasirinkimo sandorio vertę praktiškai yra sunku. Pasaulyje plačiausiai yra naudojami binominis ir Black – Scholes pasirinkimo sandorių įkainojimo modeliai. Pastarąjį sukūrė mokslininkai Fischeris Blackas ir Myronas Scholesas ir paskelbė 1973 metais. Šie mokslininkai pirmieji įrodė, kad pinigų laiko vertei nustatyti turi būti naudojama nerizikinga palūkanų norma.

Black – Scholes modelio prielaidos:

- ✓ Rinka veikia nepertraukiamai;
- ✓ Pasirinkimo sandorio pagrindą sudarančio turto pelnas pasiskirstęs pagal normalųjį tikimybinį dėsnį, kai σ yra žinomas ir pastovus per visą sandorio galiojimo laikotarpį;
- ✓ Nerizikinga palūkanų norma yra žinoma ir pastovi per visą sandorio galiojimo laikotarpį;
- ✓ Kaina skaičiuojama europietiškajam pasirinkimo sandoriui;
- ✓ Akcijos kaina kinta tolydžiai;
- ✓ Dividendai už akciją nemokami per visą sandorio galiojimo laikotarpį;
- ✓ Pasirinkimo sandoriais ir baziniu turtu prekiaujama tobulose rinkose, kai nėra transakcijų kaštų, mokesčių, o pirkimo ir pardavimo kainų skirtumas lygus nuliui[6].

Pasirinkimo sandorio kaina priklauso nuo akcijos kainos, tai pasirinkimo sandorio vertės $V(S_t, t)$ dinamiką galima aprašyti tokia diferencialine lygtimi[10]:

$$V(S_t, t) = \frac{\partial V(S_t,t)}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2 V(S_t,t)}{\partial S_t^2} + rS_t \frac{\partial V(S_t,t)}{\partial S_t} - rV(S_t, t) \qquad (1.5)$$

Pirkimo pasirinkimo sandorio (angl. *Call option*) kaina[11]:

$$C(S_t, t) = S_t \cdot N(d_1) - X \cdot e^{-r(T-t)} \cdot N(d_2) \quad (1.6)$$

Pardavimo pasirinkimo sandorio (angl. *Put option*) kaina[11]:

$$P(S_t, t) = X \cdot e^{-r(T-t)} \cdot N(-d_2) - S_t \cdot N(-d_1) \quad (1.7)$$

$$d_1 = \frac{ln\frac{S_t}{X} + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \quad (1.8)$$

$$d_2 = \frac{ln\frac{S_t}{X} + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \quad (1.9)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \quad (1.10)$$

čia S – akcijos kaina, t – sandorio termino pradžios momentas, T- sandorio termino pabaigos momentas, X – sandorio įvykdymo kaina, σ - kintamumo parametras, r - nerizikinga palūkanų norma, $N(d_i),\ i = 1,2$ - standartinio normaliojo skirstinio funkcija, kuri apibrėžiama

$$N(x) = \int_{-\infty}^{x} e^{\frac{-u^2}{2}} \frac{du}{\sqrt{2\pi}}. \quad (1.11)$$

$$C(t) = C(S_t, t | r, \sigma, T, K), P(t) = P(S_t, t | r, \sigma, T, K) \quad (1.12)$$

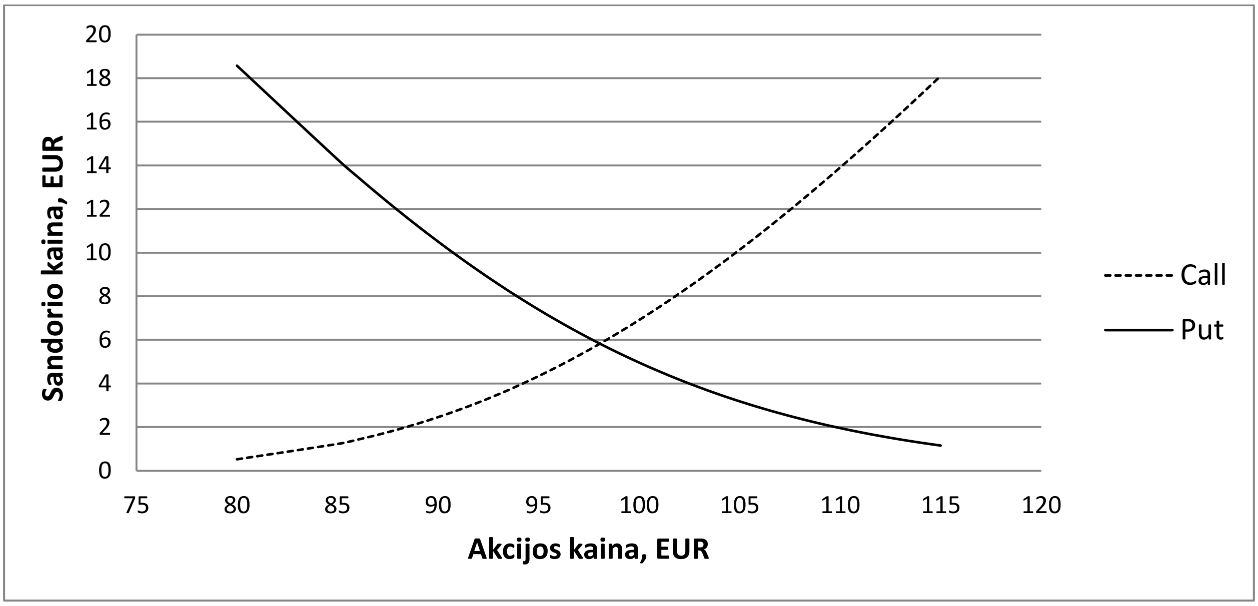
čia S_t, t - kintamieji, r, σ, T, K – parametrai.

Pirkimo ir pardavimo pasirinkimo sandorių vertė tenkina pariteto sąlygą, pagal šią formulę:

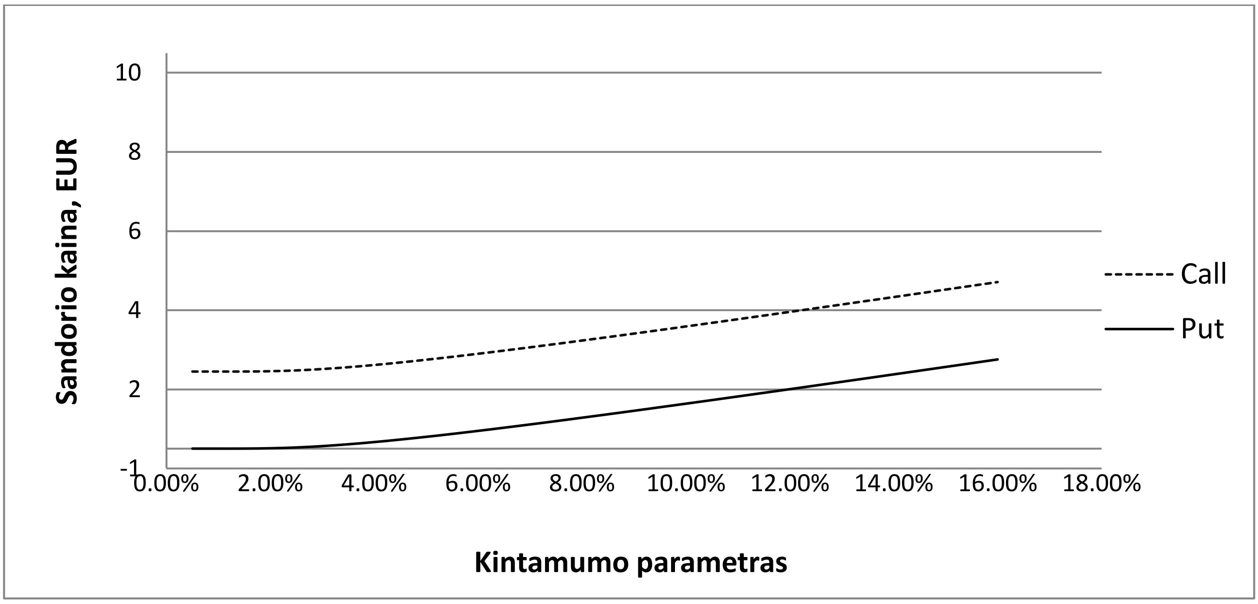
$$P(S_t, t) = C(S_t, t) - S_t + X \cdot e^{-r(T-t)} \cdot N(d_2) \quad (1.13)$$

1.5 PASIRINKIMO SANDORIŲ KAINOS JAUTRUMAS SKIRTINGIEMS PARAMETRAMS

Galime pastebėti, kad pasirinkimo sandorių kaina priklauso nuo daugybės faktorių, todėl apžvelgsime kaip pasirinkimo sandorių kaina priklauso nuo bazinio turto kainos, kintamumo parametro, sandorio termino bei nerizikingos palūkanų normos. Tarkime, kad sandoriai pasirašyti akcijos įsigijimui. 1.5 paveiksle vaizduojamos pirkimo ir pardavimo pasirinkimo sandorių kainos priklausomybė nuo bazinio turto, šiuo atveju akcijos kainos. Pastebime, kad didėjant bazinio turto kainai, didėja ir pirkimo pasirinkimo sandorio kaina, tai reiškia, kad dydžiai yra teigiamai koreliuoti, kai tuo tarpu pardavimo pasirinkimo sandorio kaina mažėja, tai dydžiai yra neigiamai koreliuoti. Kai bazinio turto kintamumas didėja, tiek pirkimo, tiek pardavimo pasirinkimo sandorių kainos didėja, tai matyti 1.6 paveiksle.

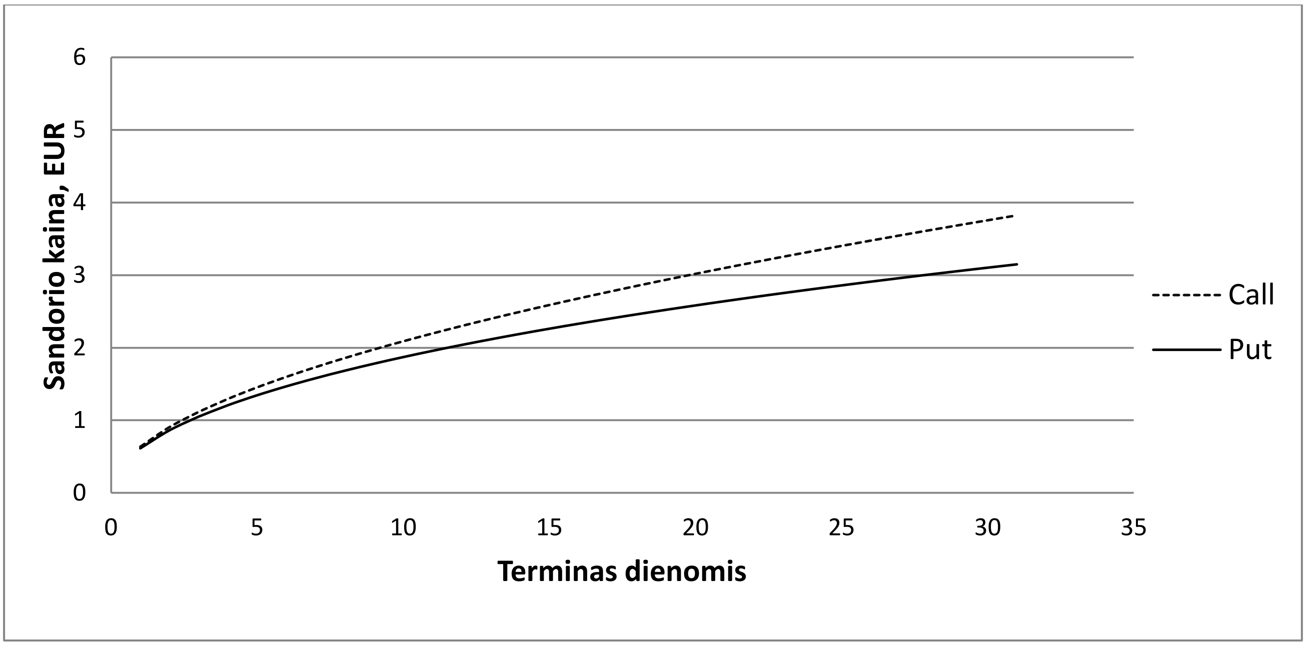


1.5 pav. Sandorio kainos priklausomybė nuo akcijos kainos

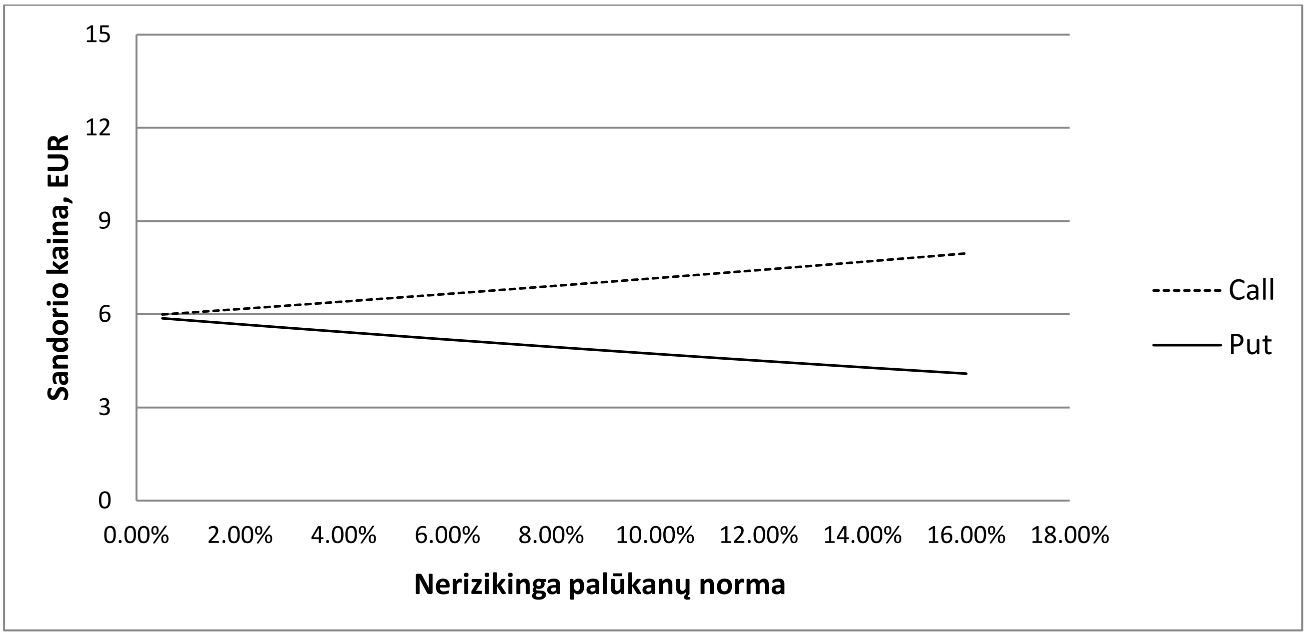


1.6 pav. Sandorio kainos priklausomybė nuo kintamumo

Sandorių kainas taip pat ženkliai įtakoja ir terminas iki sandorio pabaigos. Kuo ilgesnis laikotarpis, tuo didesnė pasirinkimo sandorių kaina. Pirkimo pasirinkimo sandorio kaina kyla sparčiau ilgėjant sandorio laikotarpiui, negu pardavimo pasirinkimo sandorio, tai iliustruoja kreivės 1.7 paveiksle.



1.7 pav. Sandorio kainos priklausomybė termino



1.8 pav. Sandorio kainos priklausomybė nuo nerizikingos palūkanų normos

Remiantis bazinio aktyvo ir pasirinkimo sandorių kainų koreliacijomis, galime įžvelgti tas pačias tendencijas vertindami pasirinkimo sandorių kainos priklausomybę nuo nerizikingos palūkanų normos. Ši priklausomybė iliustruojama 1.8 paveiksle.

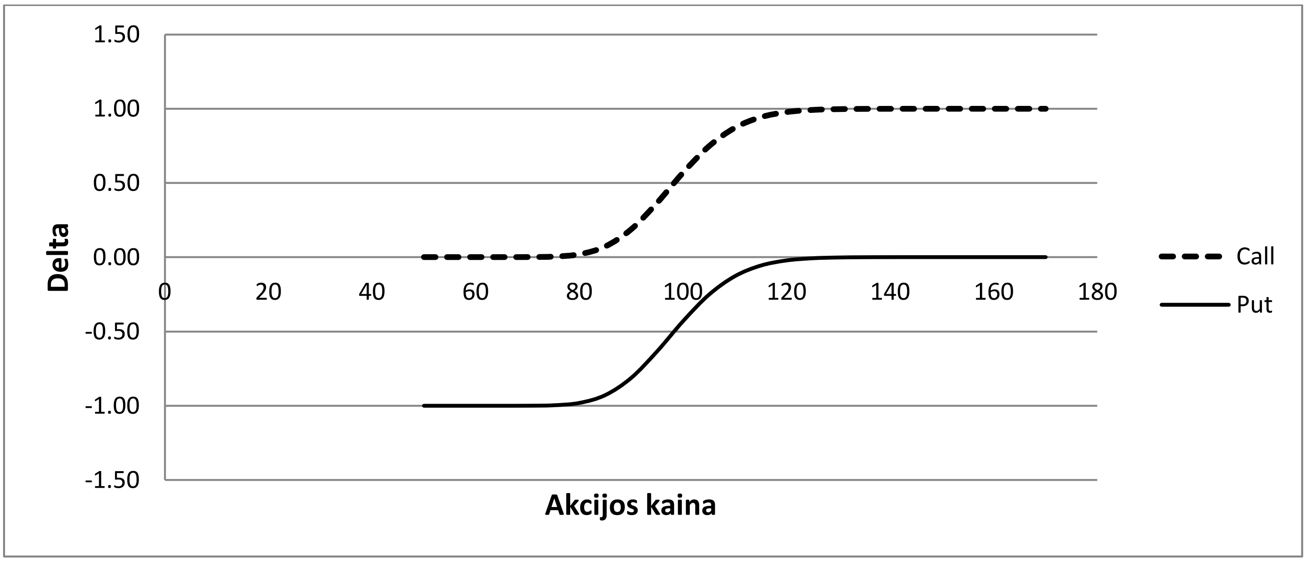
1.6 PASIRINKIMO SANDORIŲ RODIKLIAI

Portfelio rizikos valdymui naudojami pasirinkimo sandorių rodikliai (angl. *Greek parameters*), kurie atspindi portfelio vertės jautrumą atitinkamų parametrų kitimui. Vertinant pasirinkimo sandorius fiksuojama įvykdymo kaina X ir sandorio terminas T, o likusieji kintamieji, bazinio aktyvo kaina S, pradinis momentas t, bazinio turto kainos kintamumo parametras σ bei nerizikinga palūkanų norma r gali būti analizuojami [12].

Šie rodikliai apibrėžiami kaip portfelio vertės išvestinės atitinkamų parametrų atžvilgiu. Pažymėkime pasirinkimo sandorio kainą raide V. Tarkime, kad turime pirkimo ir pardavimo pasirinkimo sandorius su įvykdymo kaina $X = 100$. Vaizduojame kaip kinta jautrumo parametrų reikšmės prie skirtingų bazinio aktyvo, šiuo atveju akcijos, kainų.

Rodiklis, pagal kurį galime vertinti portfelio jautrumą bazinio aktyvo, šiuo atveju akcijos, kainos pokyčiams, vadinamas delta. 1.9 paveiksle galima matyti kaip kinta pirkimo ir pardavimo pasirinkimo sandorių delta parametro reikšmė prie skirtingų akcijos kainų. Galime pastebėti, kad pirkimo pasirinkimo sandorio atveju delta įgyja reikšmes nuo 0 iki 1, pardavimo pasirinkimo sandorio atveju – nuo -1 iki 0.

Delta: $\Delta \coloneqq \frac{\partial V}{\partial S}$ (1.14)



1.9 pav. Delta parametro dinamika

Išvesime pirkimo pasirinkimo sandorio parametrą delta, pasinaudodami pirkimo pasirinkimo sandorio kainos formule[10]:

$$C(S_t, t) = S_t \cdot \int_{-\infty}^{\frac{ln\frac{S_t}{X}+\left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-u^2}{2}} du - X \cdot e^{-r(T-t)} \cdot \int_{-\infty}^{\frac{ln\frac{S_t}{X}+\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-u^2}{2}} du \quad (1.15)$$

Pažymime $x_t = \frac{S_t}{Xe^{-r(T-t)}}$ ir pirkimo pasirinkimo sandorio kainos formulę perrašome:

$$C(x_t, t) = X \cdot e^{-r(T-t)} \cdot \left(x_t \int_{-\infty}^{\frac{ln\, x_t + \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-u^2}{2}} du - \int_{-\infty}^{\frac{ln\, x_t - \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-u^2}{2}} du \right) \quad (1.16)$$

Diferencijuojame pagal kintamąjį x_t:

$$\frac{dC(x_t,t)}{dx_t} = X \cdot e^{-r(T-t)} \cdot \left(\int_{-\infty}^{\frac{ln\, x_t + \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-u^2}{2}} du \right) + \frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\, x_t + \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)^2} \right) -$$

$$\left(\frac{1}{x_t\sigma\sqrt{T-t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\, x_t - \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)^2} \right) \quad (1.17)$$

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\, x_t + \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)^2} \right) = \left(\frac{1}{x_t\sigma\sqrt{T-t}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{ln\, x_t - \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)^2} \right) \quad (1.18)$$

Prisimename eksponentės ir natūrinio logaritmo savybę:

$$\frac{1}{x_t} = e^{-\ln x_t} \quad (1.19)$$

Pritaikę 1.17 formulę, gauname tokią išraišką:

$$\frac{dC(x_t,t)}{dx_t} = X \cdot e^{-r(T-t)} \cdot \left(\int_{-\infty}^{\frac{ln\, x_t + \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-u^2}{2}} du \right) \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial C(S_t,t)}{\partial S_t} = \int_{-\infty}^{\frac{ln(\frac{S_t}{Xe^{-r(T-t)}}) + \frac{\sigma^2}{2}(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-u^2}{2}} du = \int_{-\infty}^{\frac{ln\left(\frac{S_t}{X}\right) + (r + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-u^2}{2}} du = N(d_1) \quad (1.21)$$

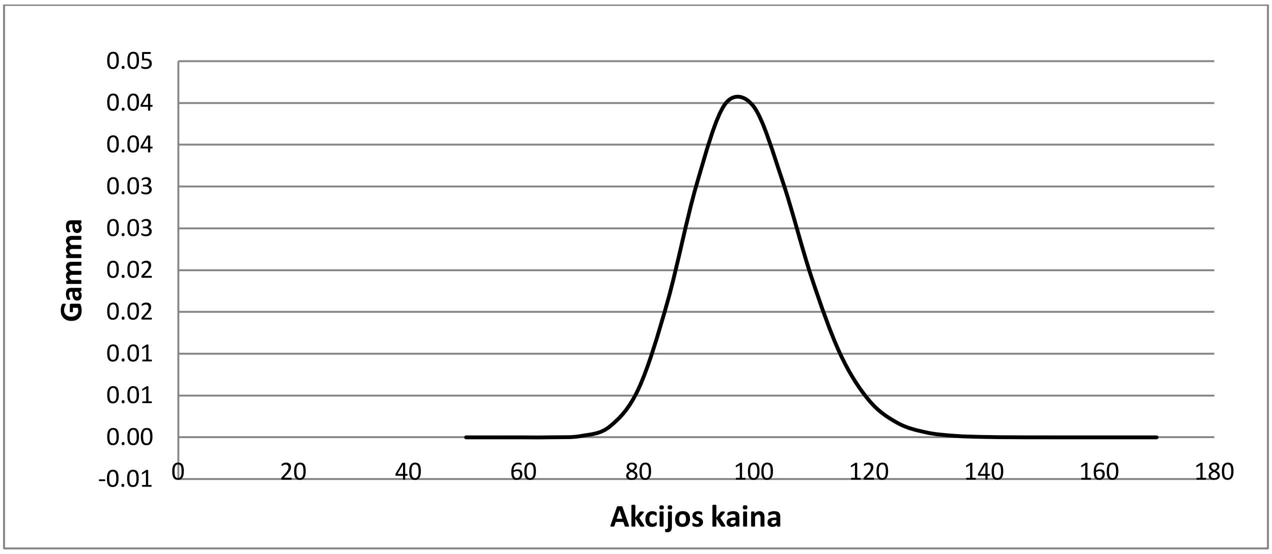
$$\Delta_{CALL} = N(d_1), \quad (1.22)$$

$$\Delta_{PUT} = N(d_1) - 1. \quad (1.23)$$

Analogiškai galime gauti kiekvieno jautrumo parametro išraišką.

Gamma – tai dar vienas jautrumo rodiklis, pagal kurį taip pat galime vertinti portfelio jautrumą bazinio aktyvo, šiuo atveju akcijos, kainos pokyčiams. Šis rodiklis įgyja tik neneigiamas reikšmes vertinant tiek pirkimo, tiek pardavimo pasirinkimo sandorius. Taip pat galime pastebėti, kad gamma parametro reikšmė pasiekia maksimumą, kai bazinio aktyvo kaina yra lygi įvykdymo kainai.

$$\text{Gamma: } \Gamma \coloneqq \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{S}^2} \tag{1.24}$$

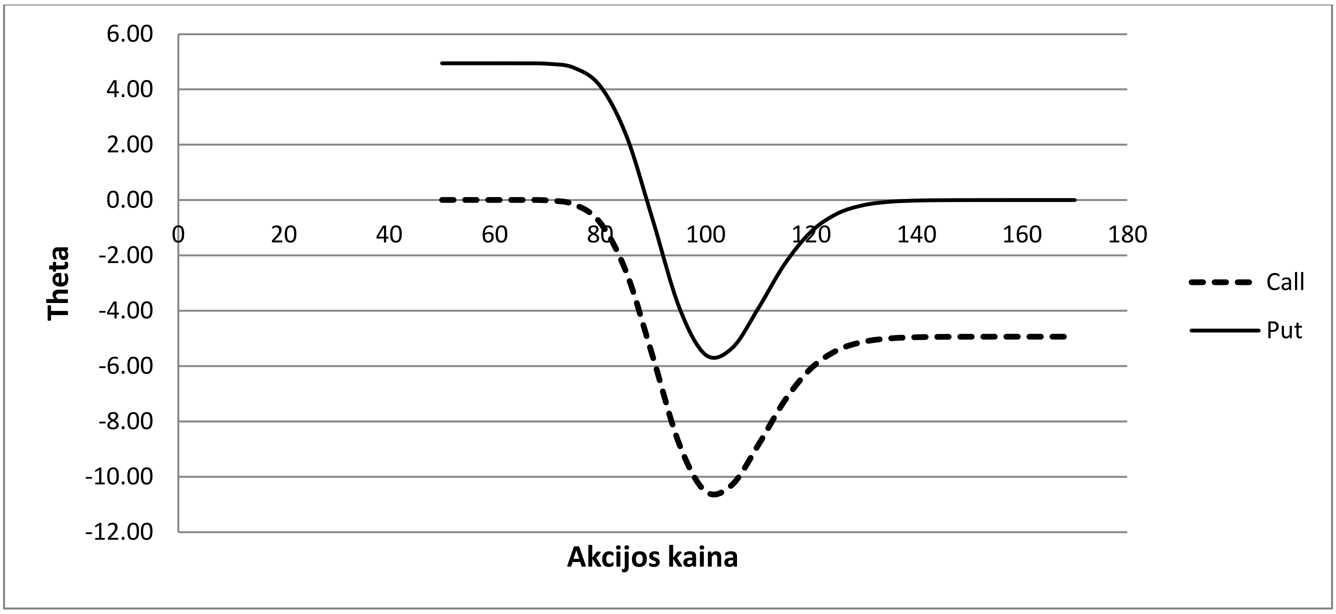


1.10 pav. Gamma parametro dinamika

$$\Gamma_{\mathrm{PUT}} = \Gamma_{\mathrm{CALL}} = \frac{1}{S(0)\sigma\sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{d_1^2}{2}} \tag{1.25}$$

$$\text{Theta: } \Theta \coloneqq \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{t}} \tag{1.26}$$

Sandorio pasirašymo momentas t taip pat labai svarbus sudarant investicinį portfelį. Portfelio jautrumą nuo pasirinkimo sandorio momento parodo parametras theta. 1.11 paveiksle vaizduojama theta parametro dinamika ir pirkimo, ir pardavimo pasirinkimo sandorių atveju. Galime pastebėti, kad theta reikšmė mažėja kol akcijos kaina artėja prie įvykdymo kainos ir yra už ją mažesnė, pasiekia minimumą, kai akcijos kaina pasiekia įvykdymo kainą, pradeda didėti, kai akcijos kaina kyla ir yra didesnė už įvykdymo kainą. Taip pat svarbus ir tai, kad pirkimo pasirinkimo sandorio theta parametro reikšmės yra visuomet mažesnės už pardavimo pasirinkimo sandorio theta parametro reikšmę.



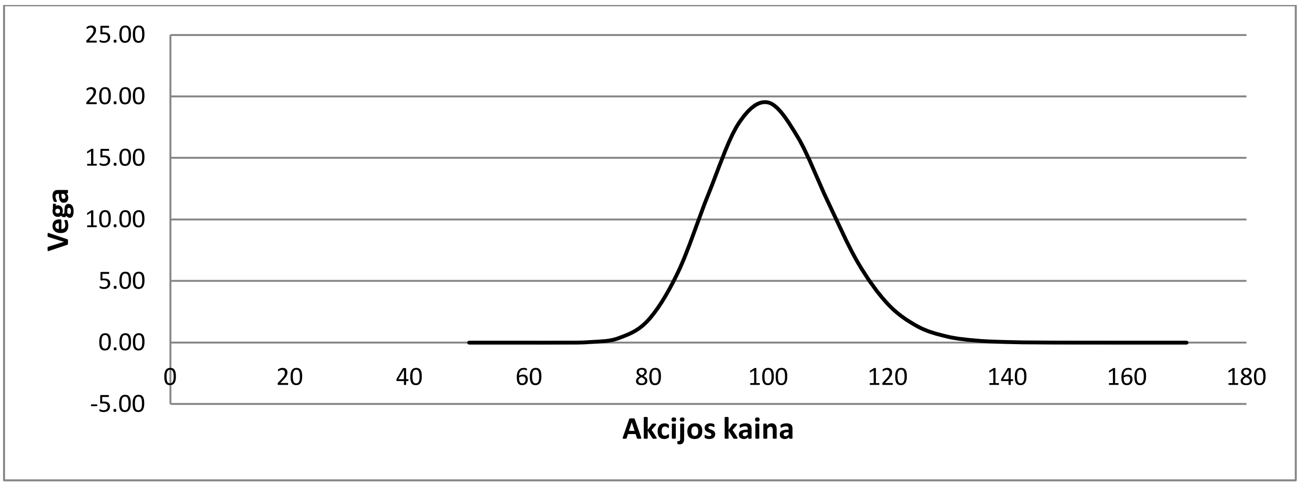
1.11 pav. Theta parametro dinamika

$$\Theta_{PUT} = -\frac{S(0)\sigma}{2\sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{d_1^2}{2}} - rXe^{-rT}N(d_2) \tag{1.27}$$

$$\Theta_{CALL} = -\frac{S(0)\sigma}{2\sqrt{2\pi T}} e^{-\frac{d_1^2}{2}} + rXe^{-rT}N(-d_2) \tag{1.28}$$

Vega - tai parametras, pagal kurį galime vertinti portfelio jautrumą kintamumui. Šis parametras įgyja tik teigiamas reikšmes ir pasiekia maksimumą, kai bazinio aktyvo kaina yra lygi pasirinkimo sandorio įvykdymo kainai.

$$\text{Vega: } \upsilon := \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \sigma} \tag{1.29}$$

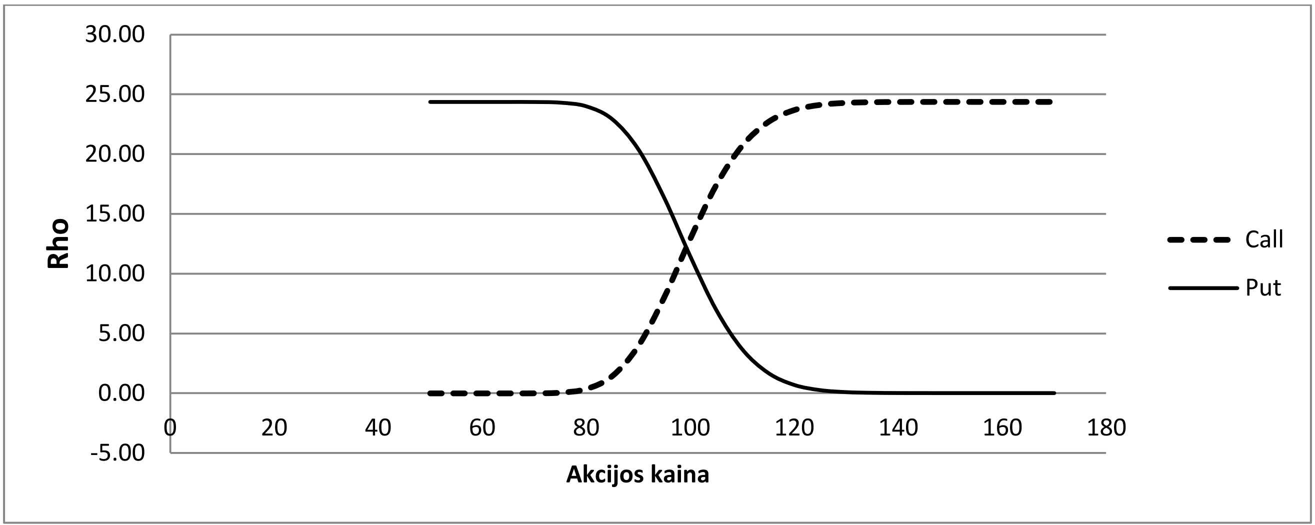


1.12 pav. Vega parametro dinamika

$$v_{PUT} = v_{CALL} = \frac{S(0)\sqrt{T}}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{d_1^2}{2}} \quad (1.30)$$

Rho – tai jautrumo parametras, kuris parodo portfelio jautrumą nerizikingos palūkanų normos kitimui. 1.13 paveiksle vaizduojama rho parametro dinamika, kintant akcijos kainai, pirkimo ir pardavimo pasirinkimo sandorių atveju. Galime pastebėti, kad pirkimo ir pardavimo pasirikimo sandorių rho jautrumo parametrų trajektorijos kertasi, kai akcijos kaina yra lygi pasirinkimo sandorio įvykdymo kainai. Taip pat akivaizdu, kad kai pirkimo pasirinkimo sandorio rho parametro trajektorija didėja, pardavimo pasirinkimo sandorio – mažėja.

$$\text{Rho: } \rho \coloneqq \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \mathrm{r}} \quad (1.31)$$



1.13 pav. Rho parametro dinamika

$$\rho_{CALL} = -XTe^{-rT}N(-d_2) \quad (1.32)$$

$$\rho_{PUT} = XTe^{-rT}N(d_2) \quad (1.33)$$

1.7 PORTFELIO KONSTRAVIMAS

Finansų matematikoje investuotojo turimų investavimo instrumentų arba turto rinkinys, vadinamas portfeliu. Jį gali sudaryti akcijos (angl. *stocks*), obligacijos (angl. *bonds*), įvairūs vertybiniai popieriai (angl. *securities*), investiciniai fondai ar kiti finansiniai instrumentai. Rinkos dalyviai gali keisti portfelio turinį, pirkdami arba parduodami finansinius instrumentus arba jų dalis.

Rinkos dalyviai, siekdami išvengti rizikos arba bent ją sumažinti turėtų įvertinti savo būsimuosius pinigų srautus ir derinti juos tarpusavyje taip, kad apsidraustų nuo galimų nuostolių. Draudžiantis nuo rizikos, pravartu prisiminti Aristotelio teiginį, kad sėkmė visur ir visada priklauso nuo dviejų dalykų: teisingai nustatytų galutinių uždavinių ir surastų atitinkamų priemonių, leidžiančių pasiekti galinį tikslą. Šiuolaikinių finansinių rinkų teikiamos įvairios finansinės priemonės (instrumentai) įgalina ne tik draustis nuo rizikos, bet ir gauti spekuliacinį ar arbitražinį pelną[11].

Portfelio draudimas (angl. *hedging*), kuriuo siekiama apsisaugoti nuo nepalankaus bazinio turto vertės svyravimo, vadinamas hedžingu. Konstruojant tokį portfelį siekiama išskirstyti investicijas taip, kad visų investuoto turto dalių vertės kritimas vienu metu būtų mažai tikėtinas.

Formuokime portfelį iš akcijų ir pasirinkimo santorių. Formaliai tokį portfelį galima aprašyti taip[15]:

$$\Pi_P(S_t, t) = \omega_1 V_1(S_t, t) + \cdots + \omega_i V_i(S_t, t) + n_s S_t + Y_t \qquad (1.34)$$

čia ω_i – i - tųjų pasirinkimo sandorių skaičius, $i = \overline{1, n}$, n_s - akcijų skaičius, S_t - akcijos kaina, momentu t, Y- vertė pinigų sumos, kurią paskolinome arba pasiskolinome, formuodami portfelį.
$\omega_i > 0$, kai priimame ilgąją poziciją, t.y. perkame pasirinkimo sandorį,
$\omega_i < 0$, kai priimame trumpąją poziciją, t.y. parduodame pasirinkimo sandorį.

Skolintis pinigus reiškia parduoti obligacijų už atitinkamą sumą, o skolinti – pirkti obligacijų už atitinkamą sumą.

1.7.1 DELTA NEUTRALAUS PORTFELIO FORMAVIMAS

Sudarykime investicinį portfelį apdraustą įtraukiant atitinkamą kiekį pasirinkimo sandorių. Tokio portfelio vertę galime aprašyti taip[15]:

$$\Pi_P(S_t, t) = \omega_1 V_1(S_t, t) + n_s S_t + Y_t \qquad (1.35)$$

čia ω_1 – į portfelį įtraukiamų pasirinkimo sandorių skaičius, n_s – į portfelį įtraukiamų akcijų skaičius, S_t - akcijos kaina, laiko momentu t, Y_t- vertė pinigų sumos, kurią paskolinome arba pasiskolinome, formuodami portfelį.

Delta neutralaus portfelio formavimas yra vienas iš paprasčiausių būdų apdrausti portfelį nuo nepalankių bazinio turto kainos svyravimų. Portfelis vadinamas delta neutraliu, kai portfelio delta parametras lygus nuliui:

$$\Delta_p = \omega_1 \Delta_1 + n_s = 0 \qquad (1.36)$$

Iš (1.36) lygties išreiškiame ω_1:

$$\omega_1 = -\frac{n_s}{\Delta_1} \qquad (1.37)$$

Pinigų sumą, kurią turime paskolinti arba pasiskolinti, gauname portfelio vertės išraišką pradiniu laiko momentu prilyginę nuliui.

1.7.2 DELTA – GAMMA NEUTRALAUS PORTFELIO FORMAVIMAS

Delta neutralų portfelį galima pagerinti į portfelį įtraukiant papildomą sandorį. Tuomet portfelio struktūrą galime aprašyti taip[15]:

$$\Pi_P(S_t,t) = \omega_1 V_1(S_t,t) + \omega_2 V_2(S_t,t) + n_s S_t + Y_t \tag{1.38}$$

Sprendžiama lygčių sistema:

$$\begin{cases} \Delta_p = \omega_1 \Delta_1 + \omega_2 \Delta_2 + n_s = 0 \\ \Gamma_p = \omega_1 \Gamma_1 + \omega_2 \Gamma_2 = 0 \end{cases} \tag{1.39}$$

Išsprendę (1.39) lygčių sistemą, išsireiškiame dydžius ω_1 ir ω_2:

$$\omega_1 = \frac{n_s \Gamma_2}{\Delta_2 \Gamma_1 - \Delta_1 \Gamma_2} \tag{1.40}$$

$$\omega_2 = -\frac{n_s \Gamma_1}{\Delta_2 \Gamma_1 - \Delta_1 \Gamma_2} \tag{1.41}$$

Pinigų sumą, kurią turime paskolinti arba pasiskolinti, kaip ir delta neutralaus portfelio formavimo atveju, gauname portfelio vertės išraišką pradiniu laiko momentu prilyginę nuliui.

1.8 FINANSINIŲ AKTYVŲ KINTAMUMAS

Kintamumo parametrą galima įvertinti naudojant bazinio aktyvo istorines kainas per tam tikrą laikotarpį. Tarkime yra žinomos aktyvo kainos $S_0, S_1, \dots S_n$ periodiniais intervalais τ. Randamos tolydžios periodinės grąžos[5]:

$$u_i = ln\frac{S_i}{S_{i-1}}, i = \overline{1,n}. \tag{1.42}$$

Įvertinamas grąžų vidurkis bei dispersija:

$$\hat{E}u = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} u_i \tag{1.43}$$

$$\widehat{D}u = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \hat{E}u)^2 \tag{1.44}$$

Metinis kintamumo parametro įvertis lygus:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\widehat{D}u}{\tau}} \tag{1.45}$$

Kai periodinis intervalas yra viena diena, žinant, kad metuose yra 365 dienos $\tau = \frac{1}{365}$, tačiau vertinant tai, kad birža dirba 255 dienas per metus, priimta patikslinti ir laikyti, kad $\tau = \frac{1}{255}$.

2. TIRIAMOJI DALIS IR REZULTATAI

Remiantis teorija, kuri buvo pristatyta pirmojoje darbo dalyje, sudarysime investicinį portfelį, apdraustą nuo bazinio turto kainos svyravimų. Nagrinėsime kaip keičiasi jo vertė esant skirtingoms rinkos sąlygoms, t.y. kintant akcijos kainoms, kintamumui, nerizikingai palūkanų normai. Pasirenkame tarptautinės inžinerijos, architektūros ir statybos įmonių grupės Jacobs Engineering Group (JEC) akcijas, už kurias nėra mokami dividendai. Įvertindami akcijos kainų dinamiką nuo 2010 metų, pagal (1.45) formulę, suskaičiuojame akcijos kainos metinį kintamumo įvertį $\hat{\sigma} = 29{,}24$ %. Šiuo metu Jacobs Engineering Group (JEC) akcijos kaina yra $S_0 = 43{,}75\$$. Šiai akcijai siūloma keletas pasirinkimo sandorių su skirtingomis įvykdymo kainomis ir skirtingais terminais. Vertindami vidutines palūkanų normas, mokamas už nerizikingus vertybinius popierius, laikykime, kad rinkos nerizikinga palūkanų norma $r = 1\%$. Remiantis šiais skaičiais bus sudaryti nuo akcijos kainų svyravimo apdrausti portfeliai. Sudarysime dviejų tipų apdraustus portfeliu, delta neutralius ir delta – gamma neutralius. Lyginsime ir nagrinėsime, kaip parinkti pasirinkimo sandorius, kad keičiantis rinkos situacijai portfelio vertė išliktų stabili.

2.1 DELTA NEUTRALAUS PORTFELIO FORMAVIMAS SU REALIAIS DUOMENIMIS

Delta neutralaus portfelio formavimas yra vienas paprasčiausių būdų apdrausti portfelį nuo nepalankių bazinio turto, šiuo atveju, akcijos, kainos svyravimų. Portfelis vadinamas delta neutraliu, kai portfelio delta parametras lygus nuliui. Vienas iš delta neutralaus portfelio privalumų yra tai, kad turimų akcijų vertės apdraudimui pakanka vieno tipo pasirinkimo sandorių.

2.1.1 DELTA NEUTRALAUS PORTFELIO FORMAVIMAS SU PIRKIMO PASIRINKIMO SANDORIAIS

Pasirenkame pirkimo pasirinkimo sandorį ir apskaičiuojame jautrumo parametrus:

1 Lentelė Pirkimo pasirinkimo sandorių duomenys

Sandoris	Įvykdymo kaina	Laikas iki termino pabaigos	Sandorio vertė	**delta**	gamma	theta	vega	rho
Pirkimo pasirinkimo sandoris	40,00	7 dienos	3,77	**0,9874**	0,0184	-1,9003	0,1976	0,7562

Tarkime, kad nusipirkome 1000 Jacobs Engineering Group (JEC) akcijų, t.y. $n_s = 1000$.

Pirmoje lentelėje matome, kad pirkimo pasirinkimo sandorio delta parametras $\Delta_1 = 0.9874$.

Pritaikę (1.36) formulę skaičiuojame, kiek pirkimo pasirinkimo sandorių reikia įtraukti į portfelį, kad portfelio delta parametras būtų lygus 0.

$$0{,}9874\,\omega_1 + 1000 = 0 \qquad \to \qquad \omega_1 = \frac{-1000}{0.9874} \approx -1013$$

Tai reiškia, kad norėdami apdrausti 1000 portfelyje esančių Jacobs Engineering Group (JEC) akcijų, turime parduoti 1013 pirkimo pasirinkimo sandorių, šiai akcijai. Pirkimo pasirinkimo sandorius turime parduoti, kadangi $\omega_1 < 0$. Galiausiai ieškome pinigų sumos, kurią turime paskolinti arba pasiskolinti. Tai darome portfelio vertės išraišką pradiniu laiko momentu prilyginę nuliui:

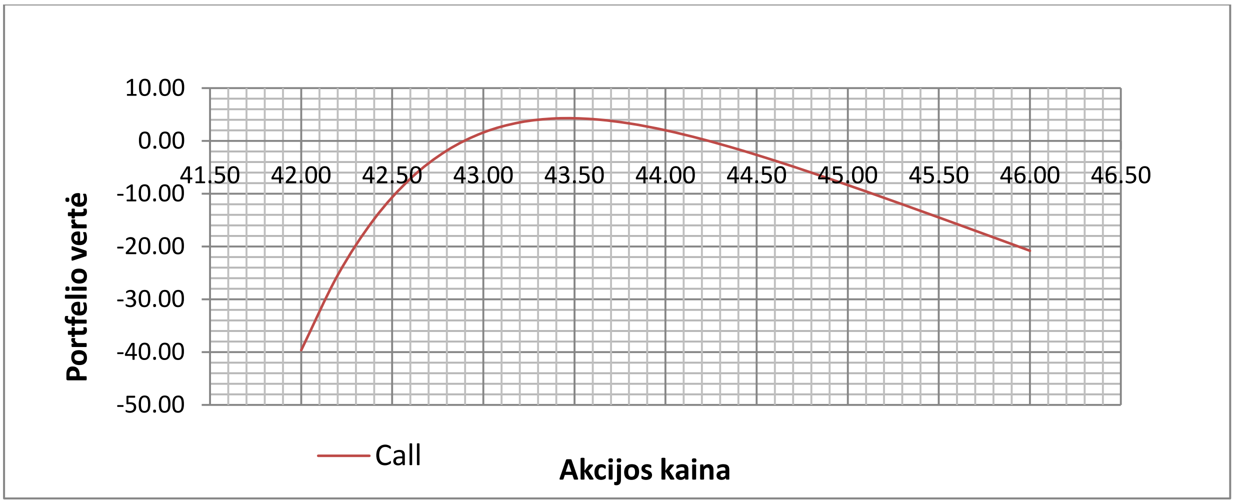
$$\Pi_P(S_0, 0) = -1013 \cdot 3.77 + 1000 \cdot 43{,}75 + Y_0 = 0 \qquad \to \qquad Y_0 = -39936{,}37$$

Kadangi $Y_0 < 0$, turime paskolinti 3 9936,37 \$ sumą. Paskolinti, šiuo atveju, reiškia nusipirkti obligacijų už 3 9936,37 \$ sumą. 2 lentelėje matome sudaryto delta neutralaus portfelio vertė pradiniu laiko momentu.

2 Lentelė Delta neutralaus portfelio vertė pradiniu laiko momentu

Portfelis	Vertė
Akcijų vertė	43 750,00
Pirkimo pasirinkimo sandorių vertė	-3 813,63
Skolinama pinigų suma	-39 936,37
Iš viso:	0,00

Kaip kinta portfelio vertė po vienos dienos esant skirtingoms akcijos kainoms vaizduojame grafiškai 2.1 paveiksle. Galime pastebėti, kad portfelio vertė išlieka stabili mažiems akcijos kainos pokyčiams.



2.1 pav. Apdrausto portfelio pagal delta su pirkimo pasirinkimo sandoriais vertės dinamika

2.1.2 DELTA NEUTRALAUS PORTFELIO FORMAVIMAS SU PARDAVIMO PASIRINKIMO SANDORIAIS

Sudarėme delta neutralų portfelį pasinaudodami pirkimo pasirinkimo sandoriais. Kaip ir pirmuoju atveju, tarkime, kad nusipirkome 1000 Jacobs Engineering Group (JEC) akcijų, t.y. $n_s = 1000$. Analogiškai, delta neutralaus portfelio formavimui galime panaudoti ir pardavimo pasirinkimo sandorius. Pasirenkame rinkoje siūlomą pardavimo pasirinkimo sandorį ir apskaičiuojame jautrumo parametrus:

3 Lentelė Pirkimo pasirinkimo sandorių duomenys

Sandoris	Įvykdymo kaina	Laikas iki termino pabaigos	Sandorio vertė	**delta**	gamma	theta	vega	rho
Pardavimo pasirinkimo sandoris Nr. 2	45,00	7 dienos	1,50	**-0,7488**	0,1798	-14,3720	1,9302	0,6571

Trečioje lentelėje matome, kad pardavimo pasirinkimo sandorio delta parametras $\Delta_1 = 0.9874$. Pritaikę (1.36) formulę skaičiuojame, kiek reikia pardavimo pasirinkimo sandorių, kad portfelio delta parametras būtų lygus 0.

$$-0{,}7488\,\omega_1 + 1000 = 0 \qquad \rightarrow \qquad \omega_1 = \frac{-1000}{-0{,}7488} \approx 1335$$

Tai reiškia, kad norėdami apdrausti 1000 portfelyje esančių Jacobs Engineering Group (JEC) akcijų, turime pirkti 1335 pardavimo pasirinkimo sandorių, šiai akcijai. Pardavimo pasirinkimo sandorius turime pirkti, kadangi $\omega_1 > 0$. Galime pastebėti, kad formuodami delta neutralų portfelį turime parduoti pirkimo pasirinkimo sandorius arba pirkti pardavimo pasirinkimo sandorius. Galiausiai ieškome pinigų sumos, kurią turime paskolinti arba pasiskolinti. Tai darome portfelio vertės išraišką pradiniu laiko momentu prilyginę nuliui:

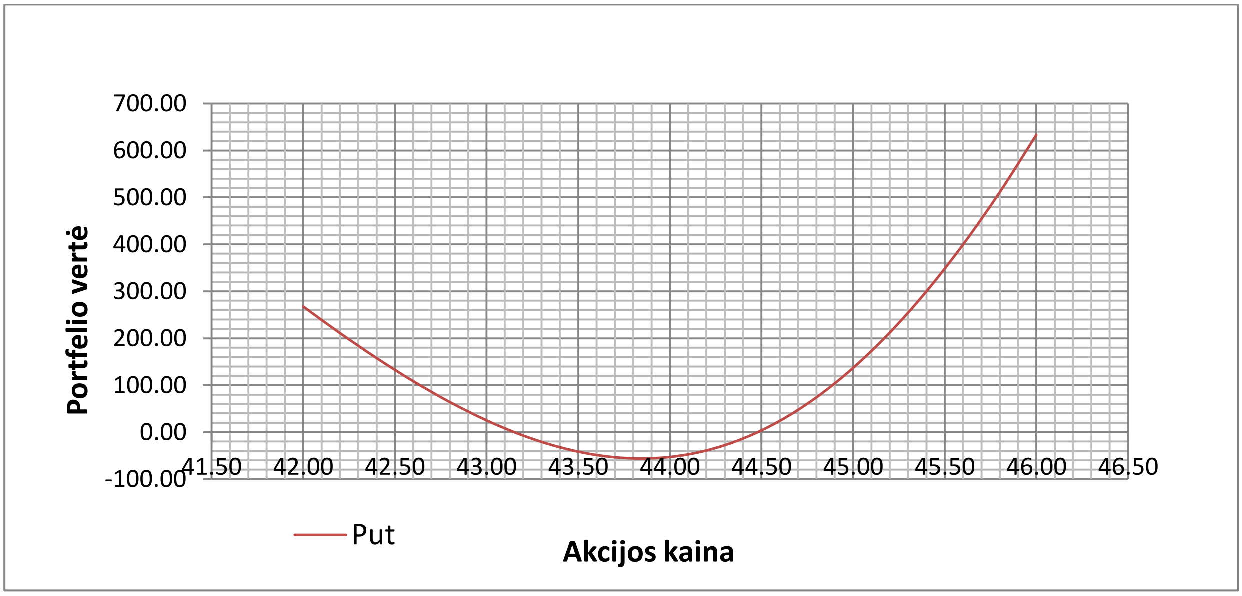
$$\Pi_P(S_0, 0) = 1335 \cdot 1{,}5 + 1000 \cdot 43{,}75 + Y_0 = 0 \rightarrow \qquad Y_0 = -45755{,}85$$

Kadangi $Y_0 < 0$, turime paskolinti, t.y. nusipirkti obligacijų už 45 755,85 \$ sumą. 4 lentelėje matome sudaryto delta neutralaus portfelio vertės sudedamąsias pradiniu laiko momentu.

4 Lentelė Delta neutralaus portfelio vertė pradiniu laiko momentu

Portfelis	Vertė
Akcijų vertė	43 750,00
Pardavimo pasirinkimo sandorių vertė	2 005,85
Skolinama pinigų suma	-45 755,85
Iš viso:	0,00

Kaip kinta šio portfelio vertė po vienos dienos esant skirtingoms akcijos kainoms vaizduojame grafiškai 2.2 paveiksle.



2.2 pav. Apdrausto portfelio pagal delta su pardavimo pasirinkimo sandoriais vertės dinamika

Galime pastebėti, kad šio portfelio vertė, taip pat, išlieka stabili tik mažiems akcijos kainos pokyčiams, tačiau didesnis akcijos pokytis, šiuo atveju, lemia portfelio vertės padidėjimą.

2.3 DELTA – GAMMA NEUTRALAUS PORTFELIO FORMAVIMAS SU REALIAIS DUOMENIMIS

Pakoreguosime sudarytus delta neutralius portfelius, pridėsi po papildomą pasirinkimo sandorį. Formuosime delta – gamma neutralius portfelius. Tai reiškia sudarysime portfelius taip, kad nuliui būtų lygus ne tik delta, bet ir gamma jautrumo parametras.

2.2.1 DELTA – GAMMA NEUTRALAUS PORTFELIO FORMAVIMAS SU PIRKIMO PASIRINKIMO SANDORIAIS

Parenkame du rinkoje siūlomus vienodo termino pirkimo pasirinkimo sandorius su skirtingomis įvykdymo kainomis ir apskaičiuojame jautrumo parametrus:

5 Lentelė Pirkimo pasirinkimo sandorių duomenys

Sandoris	Įvykdymo kaina	Laikas iki termino pabaigos	Sandorio vertė	**delta**	**gamma**	theta	vega	rho
Pirkimo pasirinkimo sandoris Nr. 1	40,00	7 dienos	3,77	**0,9874**	**0,0184**	-1,9003	0,1976	0,7562
Pirkimo pasirinkimo sandoris Nr. 2	42,50	7 dienos	1,50	**0,7706**	**0,1712**	-14,3261	1,8370	0,6178

Pagal 1.39 formulę sudarome lygčių sistemą:

$$\begin{cases} 0{,}9874 \cdot \omega_1 + 0{,}7706 \cdot \omega_2 + 1000 = 0 \\ 0{,}0184 \cdot \omega_1 + 0{,}1712 \cdot \omega_2 = 0 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \omega_1 \approx -1106, \omega_2 \approx 119$$

Tai reiškia, kad norėdami apdrausti 1000 portfelyje esančių Jacobs Engineering Group (JEC) akcijų, turime parduoti 1106 pirkimo pasirinkimo sandorių Nr. 1 ir pirkti 119 pirkimo pasirinkimo sandorių Nr. 2. Pirkimo pasirinkimo sandorius Nr. 1 turime parduoti, kadangi $\omega_1 < 0$, o pirkimo pasirinkimo sandorius Nr. 2 turime pirkti, kadangi $\omega_1 > 0$. Galiausiai ieškome pinigų sumos, kurią turime paskolinti arba pasiskolinti. Tai darome portfelio vertės išraišką, pradiniu laiko momentu, prilyginę nuliui:

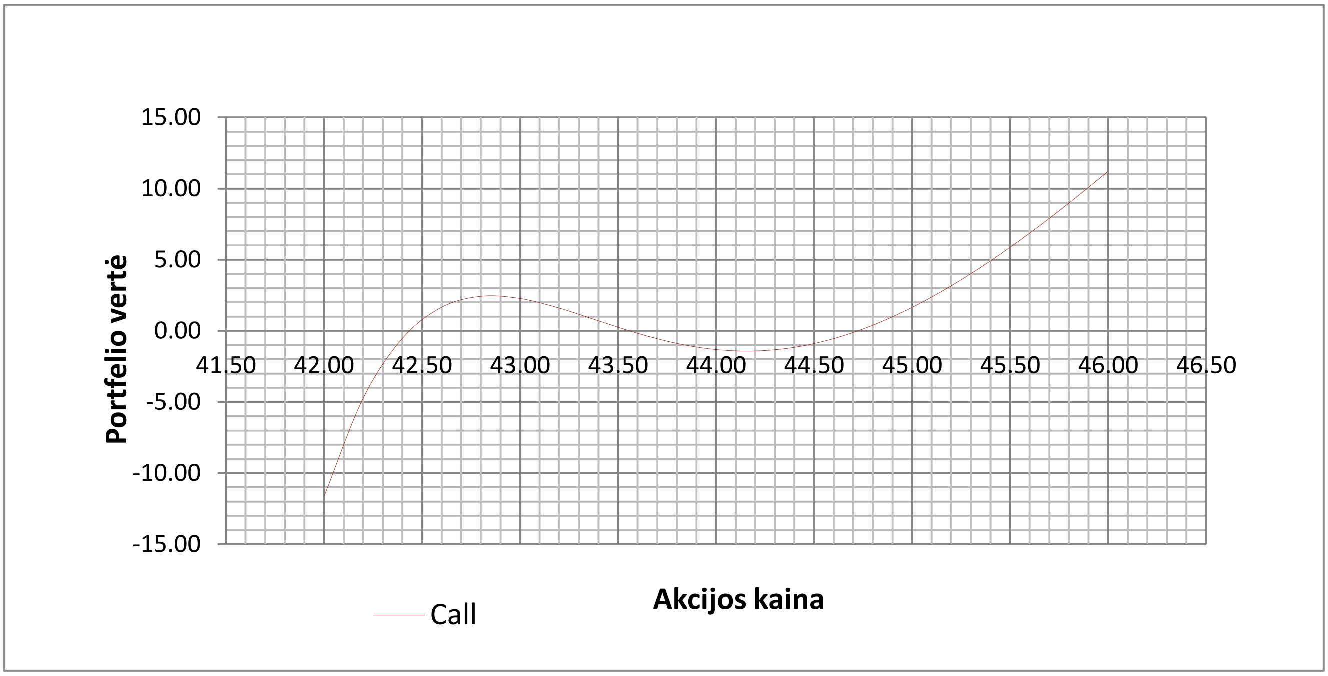
$$\Pi_P(S_0, 0) = -1106 \cdot 3{,}77 + 119 \cdot 1{,}5 + 1000 \cdot 43{,}75 + Y_0 = 0 \quad \rightarrow \quad Y_0 = -39765{,}19$$

Kadangi $Y_0 < 0$, turime paskolinti, t.y. nusipirkti obligacijų už $39765{,}19\$$ sumą. 6 lentelėje matome sudaryto delta neutralaus portfelio vertės sudedamąsias pradiniu laiko momentu.

6 Lentelė Delta – gamma neutralaus portfelio vertė pradiniu laiko momentu

Portfelis	Vertė
Akcijų vertė	43 765,00
Pirkimo pasirinkimo sandorių Nr. 1 vertė	-4 163,02
Pirkimo pasirinkimo sandorių Nr. 2 vertė	178,21
Skolinama pinigų suma	-39 765,19
Iš viso:	0,00

Kaip kinta šio portfelio vertė po vienos dienos esant skirtingoms akcijos kainoms vaizduojame grafiškai 2.3 paveiksle. Galime pastebėti, kad šio portfelio vertė, išlieka stabili esant didesniems akcijos kainos pokyčiams lyginant su delta neutraliu portfeliu. Stipriai padidėjus akcijos kainai portfelio vertė išauga, sumažėjus – patiriamas nuostolis.



2.3 pav. Apdrausto portfelio pagal delta-gamma su pirkimo pasirinkimo sandoriais vertės dinamika

2.2.2 DELTA – GAMMA NEUTRALAUS PORTFELIO FORMAVIMAS SU PARDAVIMO PASIRINKIMO SANDORIAIS

Analogiškai formuojame delta – gamma neutralų portfelį su pardavimo pasirinkimo sandoriais. Parenkame du rinkoje siūlomus vienodo termino pardavimo pasirinkimo sandorius su skirtingomis įvykdymo kainomis ir apskaičiuojame jautrumo parametrus:

7 Lentelė Pirkimo pasirinkimo sandorių duomenys

Sandoris	Įvykdymo kaina	Laikas iki termino pabaigos	Sandorio vertė	**delta**	**gamma**	theta	vega	rho
Pardavimo pasirinkimo sandoris Nr. 1	45,00	7 dienos	1,50	**-0,7488**	**0,1798**	-14,3720	1,9302	0,6571
Pardavimo pasirinkimo sandoris Nr. 2	47,50	7 dienos	3,76	**-0,9776**	**0,0301**	-1,9990	0,3233	0,8922

Pagal 1.39 formulę sudarome lygčių sistemą:

$$\begin{cases} -0{,}7488 \cdot \omega_1 - 0{,}9776 \cdot \omega_2 + 1000 = 0 \\ 0{,}1798 \cdot \omega_1 + 0{,}0301 \cdot \omega_2 = 0 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \omega_1 \approx -197, \omega_2 \approx 1173$$

Tai reiškia, kad norėdami apdrausti 1000 portfelyje esančių Jacobs Engineering Group (JEC) akcijų, turime parduoti 197 pardavimo pasirinkimo sandorius Nr. 1 ir pirkti 1173 pardavimo pasirinkimo sandorius Nr. 2. Pardavimo pasirinkimo sandorius Nr. 1 turime parduoti, kadangi $\omega_1 < 0$, o pirkimo pasirinkimo sandorius Nr. 2 turime pirkti, kadangi $\omega_1 > 0$. Galiausiai ieškome pinigų sumos, kurią turime paskolinti arba pasiskolinti. Tai darome portfelio vertės išraišką pradiniu laiko momentu prilyginę nuliui:

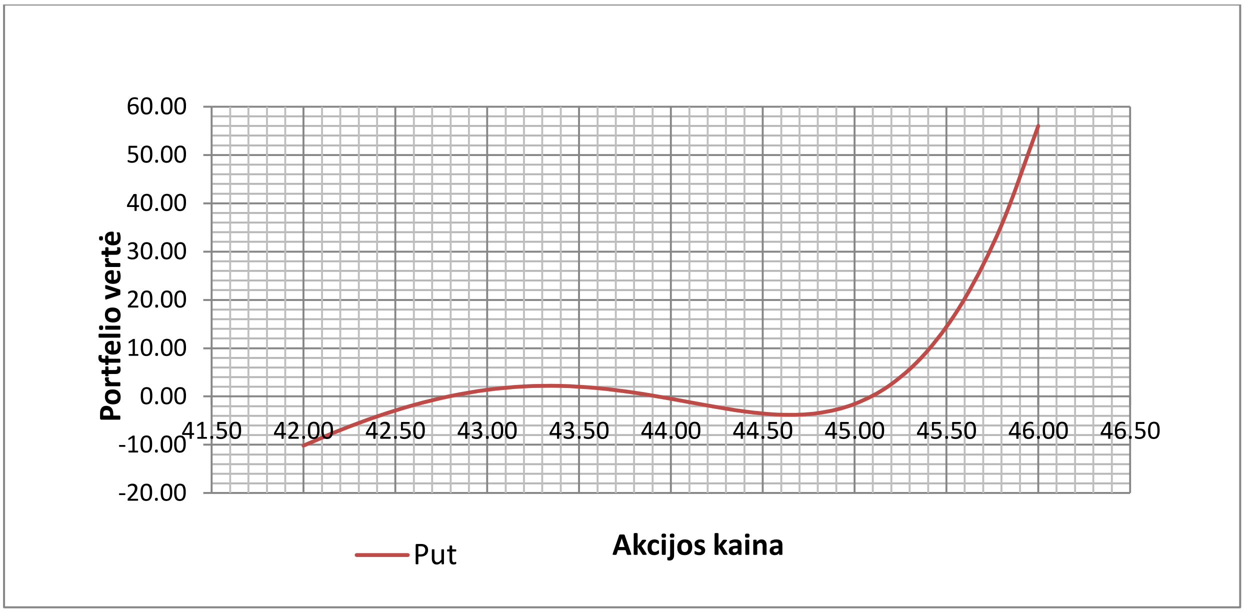
$$\Pi_P(S_0, 0) = -197 \cdot 1{,}5 + 1173 \cdot 3{,}76 + 1000 \cdot 43{,}75 + Y_0 = 0 \quad \rightarrow \quad Y_0 = -47\,861{,}82$$

Kadangi $Y_0 < 0$, turime paskolinti, t.y. nusipirkti obligacijų už $47\,861{,}82$ \$ sumą. 8 lentelėje matome sudaryto delta neutralaus portfelio vertės sudedamąsias pradiniu laiko momentu.

8 Lentelė Delta – gamma neutralaus portfelio vertė pradiniu laiko momentu

Portfelis	Vertė
Akcijų vertė	43 750,00
Pardavimo pasirinkimo sandorių Nr. 1 vertė	-295,17
Pardavimo pasirinkimo sandorių Nr. 2 vertė	4 406,98
Skolinama pinigų suma	-47 861,82
Iš viso:	0,00

Kaip kinta šio portfelio vertė po vienos dienos esant skirtingoms akcijos kainoms vaizduojame grafiškai 2.4 paveiksle. Galime pastebėti, kad šio portfelio vertė, išlieka stabili esant didesniems akcijos kainos pokyčiams lyginant su delta neutraliu portfeliu.



2.4 pav. Apdrausto portfelio pagal delta-gamma su pardavimo pasirinkimo sandoriais vertės dinamika

2.2 PORTFELIŲ JAUTRUMO RINKOS POKYČIAMS TYRIMAS

Buvo sudaryti keturi apdrausti portfeliai su pirkimo ir su pardavimo pasirinkimo sandoriais. 9 ir 10 lentelėse pateikiami duomenys apie portfelių vertę po vienos dienos prie esant skirtingoms akcijos kainoms. Matome, kad po vienos dienos delta – gamma portfelio, tiek investicijas draudžiant pirkimo pasirinkimo sandoriais, tiek pardavimo pasirinkimo sandoriais, vertės pokyčiai yra mažesnį negu delta neutralaus portfelio.

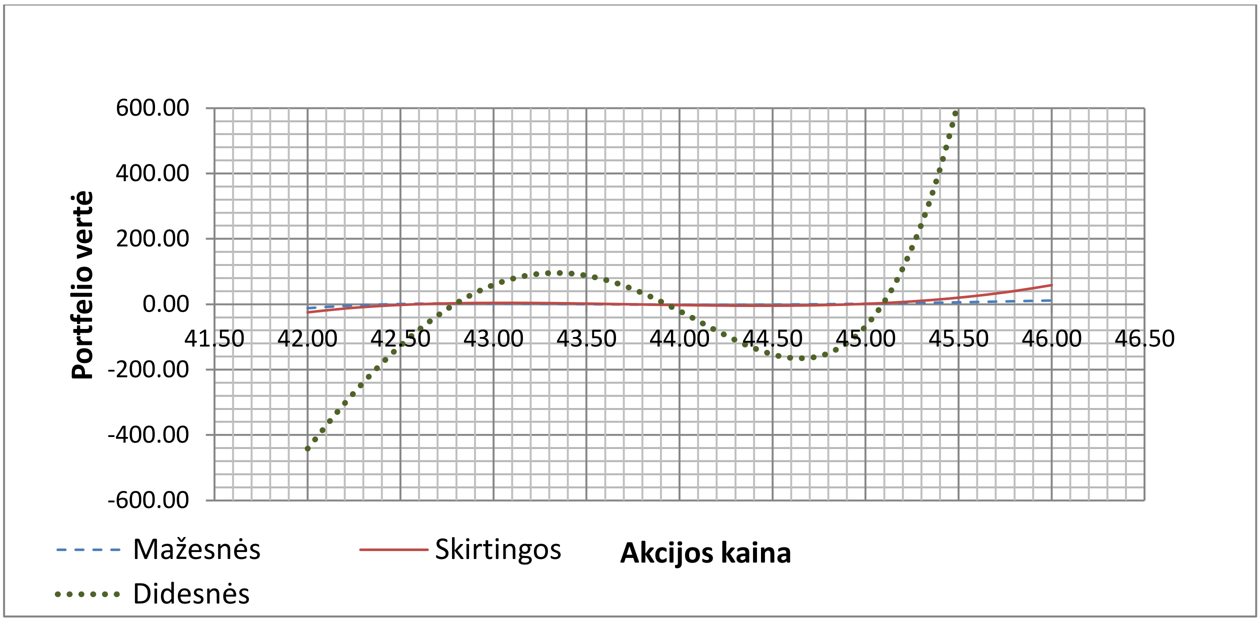
9 Lentelė Investicijų draudimo pirkimo pasirinkimo sandoriais palyginimas

$S(\frac{1}{365})$	Delta	Delta – gamma
41,00	-190,62	-117,35
42,00	-39,63	-11,62
43,00	1,62	2,28
44,00	2,03	-1,31
45,00	- 8,34	1,66
46,00	-20,79	11,22
47,00	-33,53	23,59

10 Lentelė Investicijų draudimo pardavimo pasirinkimo sandoriais palyginimas

$S(\frac{1}{365})$	Delta	Delta – gamma
41,00	579,51	-29,97
42,00	267,80	-10,18
43,00	25,41	1,37
44,00	-52,79	-0,48
45,00	136,64	-1,55
46,00	632,91	56,01
47,00	1 381,78	266,18

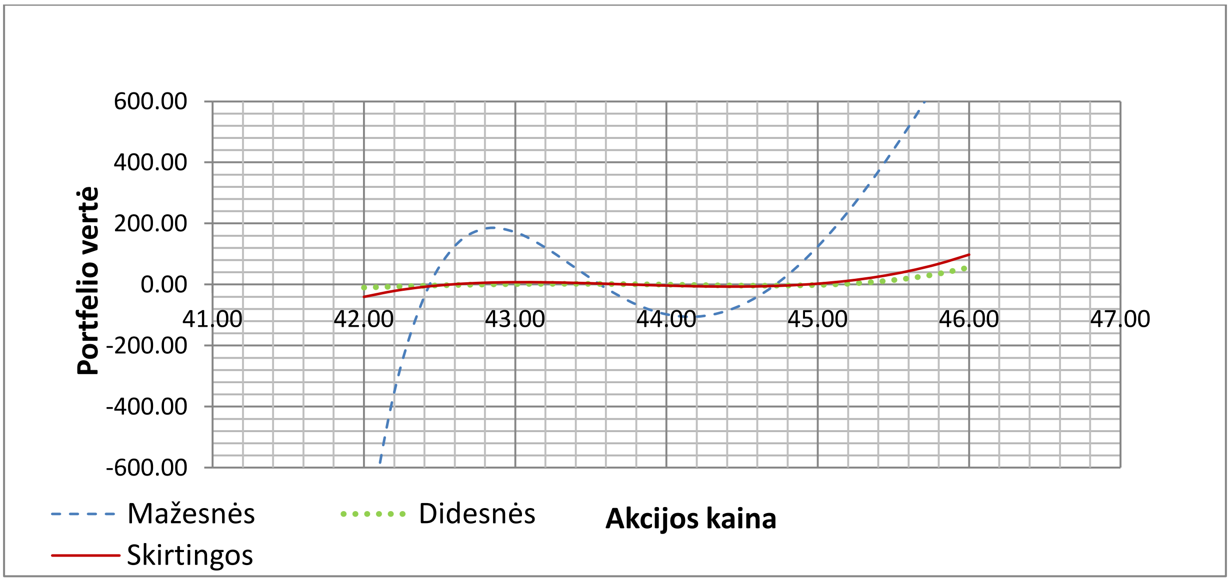
Įsitikinome, kad portfelio sudarymas atsižvengiant į kelis jautrumo parametrus garantuoja stabilesnę investiciją. Taip pat planuojant investicijas svarbu žinoti, į kokius pasirinkimo sandorių parametrus reikia atkreipti dėmesį, todėl panagrinėsime dar kelių skirtingų portfelių vertės dinamiką. Palyginsime tris delta – gamma neutralius portfelius, iš kurių viename įtraukti du pasirinkimo pirkti sandoriai su mažesnėmis įvykdymo kainomis už dabartinę akcijos kainą, kita – didesnes ir dar vieną su pirkimo pasirinkimo sandoriais, iš kurių vieno įvykdymo kaina mažesnė už dabartinė akcijos kainą, kito – didesnė. Rezultatus vaizduojame grafiškai 2.5 paveiksle.



2.5 pav. Put delta – gamma neutralių portfelių palyginimas

Galime daryti išvadą, kad sudarydami delta – gamma neutralų portfelį su pirkimo pasirinkimo sandoriais geriausia yra imti sandorius su mažesnėmis įvykdymo kainomis už dabartinę akcijos kainą.

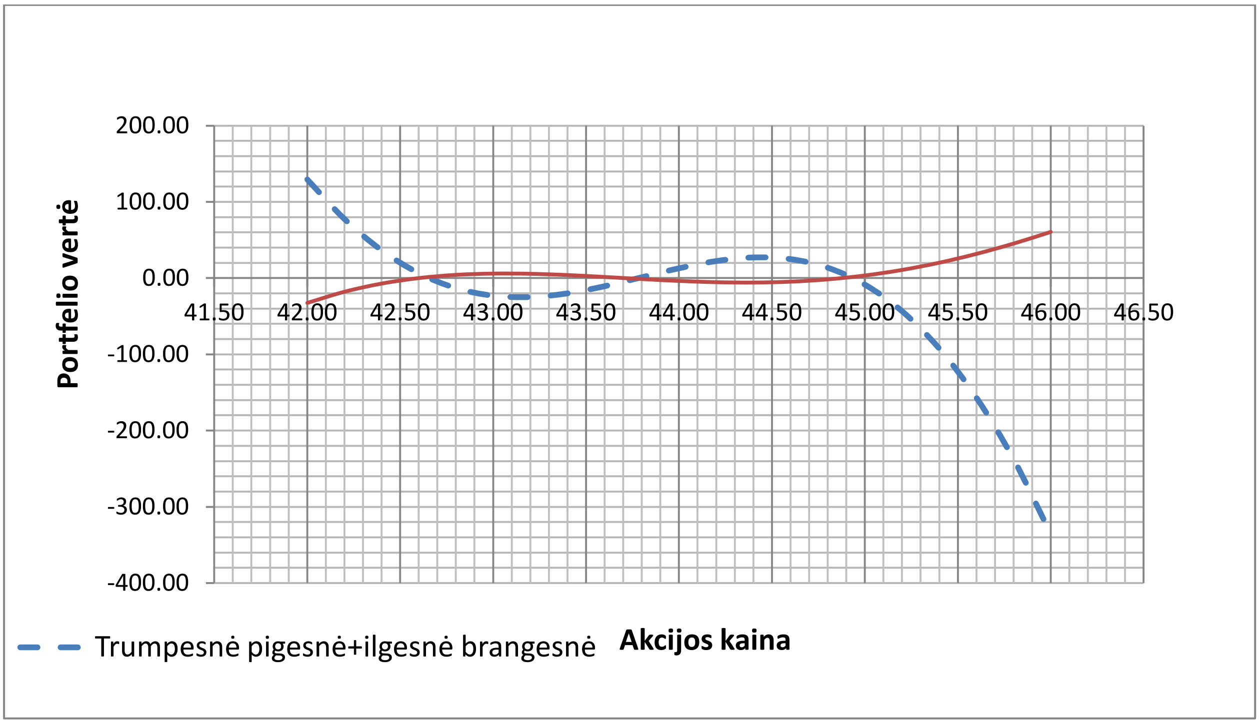
Vertinkime, remiantis tuo pačiu principu sudarytus, delta – gamma neutralius portfelius su pardavimo pasirinkimo sandoriais, kurių vertės lyginamos 11 lentelėje. Darome išvadą, kad sudarydami delta – gamma neutralų portfelį su pardavimo pasirinkimo sandoriais geriausia yra imti sandorius su didesnėmis įvykdymo kainomis už dabartinę akcijos kainą.



2.6 pav. Call delta – gamma neutralių portfelių palyginimas

Suformavome rekomendacijas, kaip formuojant apdraustą investicinį portfelį reikėtų pasirinkit pasirinkimo sandorius, juos vertinant pagal įvykdymo kainą. Dar vienas parametras pagal, kurį galime klasifikuoti pasirinkimo sandorius yra terminas iki sandorio pabaigos.

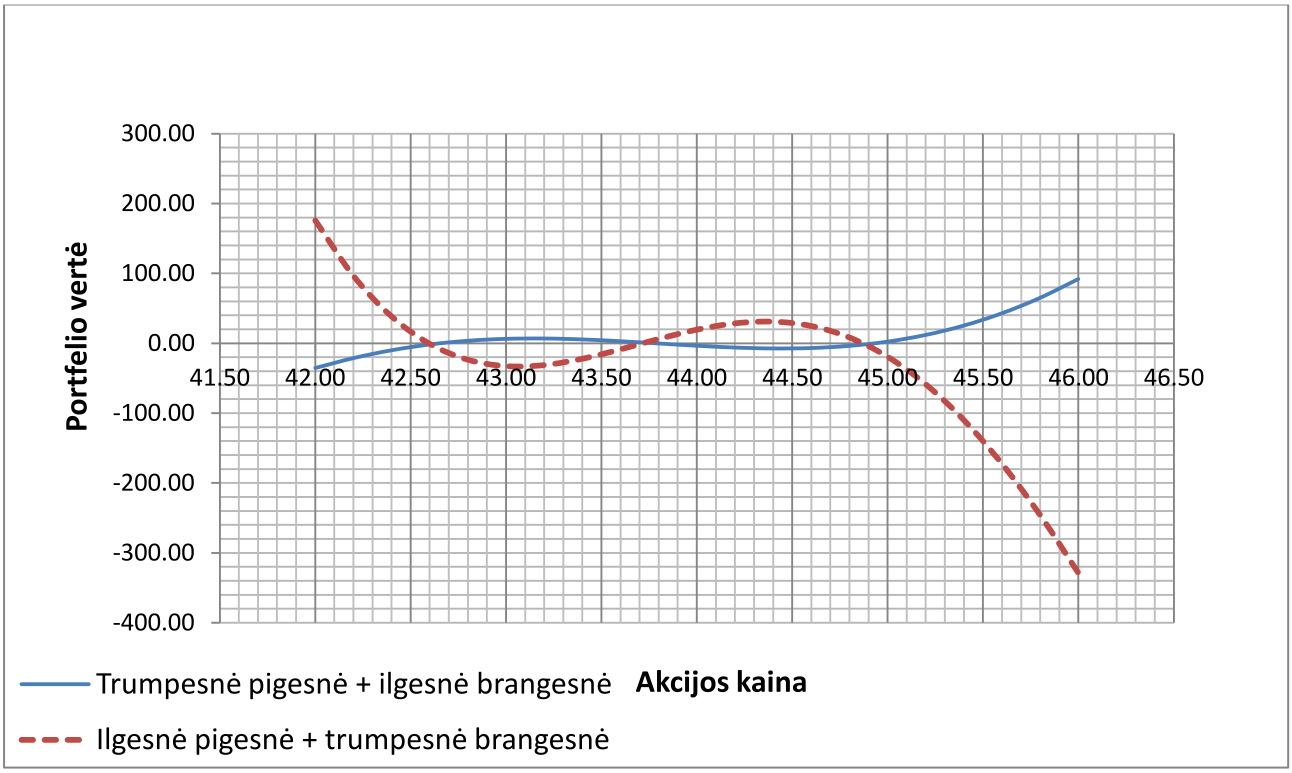
Sudarome du delta – gamma neutralius portfelius su pirkimo pasirinkimo sandoriais, kurių vertės pokyčių dinamika po vienos dienos vaizduojama grafiškai 2.7 paveiksle.



2.7 pav. Call delta – gamma neutralių portfelių vertės palyginimas

Pirmajam parenkame ilgesnio laikotarpio pirkimo pasirinkimo sandorius su mažesne įvykdymo kaina už dabartinę akcijos kainą ir trumpesnio laikotarpio pirkimo pasirinkimo sandorius su didesne įvykdymo kaina, kitam – trumpesnio laikotarpio su mažesne įvykdymo kaina ir ilgesnio laikotarpio su didesne įvykdymo kaina. Akivaizdu, kad stabilesnis portfelis gaunamas pasirinkus ilgesnio laikotarpio su mažesne įvykdymo kaina už dabartinę akcijos kainą ir trumpesnio laikotarpio su didesne įvykdymo kaina.

Remiantis ta pačia idėja sudaromi du portfeliai su pardavimo pasirinkimo sandoriais. Rezultatai vaizduojami 2.8 paveiksle.



2.8 pav. Put delta – gamma neutralių portfelių vertės palyginimas

Matome, kad, apdraustą portfelį formuojant pardavimo pasirinkimo sandoriais, stabilesnis portfelis gaunamas pasirinkus trumpesnio laikotarpio sandorius su mažesne įvykdymo kaina už dabartinę akcijos kainą ir ilgesnio laikotarpio sandorius su didesne įvykdymo kaina.

Dar vienas svarbus rinkos parametras yra nerizikinga palūkanų norma, todėl paanalizuokime, kaip portfelių vertės pokyčius įtakoja pasikeitusi nerizikinga palūkanų norma. Vertinant 11 lentelėje surašytus portfelių vertės pokyčius, kintant nerizikingai palūkanų normai, galime teigti, kad didėjant nerizikingai palūkanų normai delta – gamma neutralių portfelių vertė mažėja.

111 lentelė Portfelių vertės pokyčiai kintant nerizikingai palūkanų normai

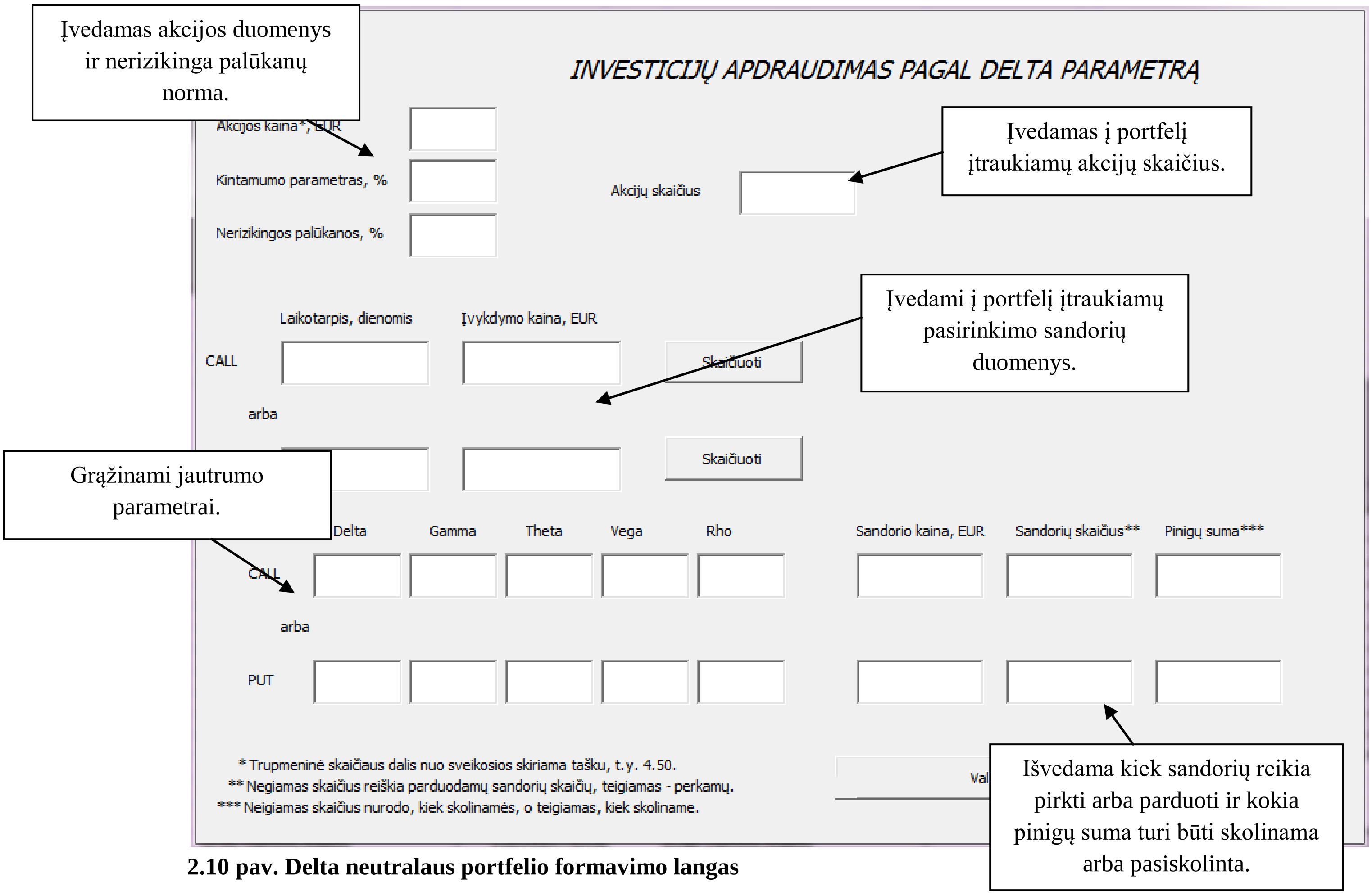
$S(\frac{1}{365})$	Call 2%	Call 3%	Call 4%	Put2%	Put 3%	Put 4%
42,00	-18.96	-26.29	-33.63	-19.24	-28.30	-37.35
43,00	-5.36	-13.01	-20.65	-7.77	-16.91	-26.06
44,00	-8.94	-16.57	-24.21	-9.71	-18.93	-28.16
45,00	-5.92	-13.49	-21.06	-10.62	-19.68	-28.75
46,00	3.68	-3.86	-11.39	47.71	39.43	31.15

2.4 PROGRAMINĖ REALIZACIJA IR INSTRUKCIJA VARTOTOJUI

Remiantis darbe aprašyta teorija Microsoft Excel aplinkoje Visual Basic kalba buvo sukurta investavimo skaičiuoklė. 2.8 paveiksle parodytas pradinis skaičiuoklės langas, kuriame vartotojas gali išsirinkti portfelio apdraudimo tipą. Mygtuku „Delta hedging“ iškviečiamas langas, kuriame įvedami duomenys, delta neutraliam portfeliui formuoti, „Delta – Gamma hedging“ – langas, delta – gamma neutraliam portfeliui, „Delta – Vega hedging“ – langas, delta – vega neutraliam portfeliui.

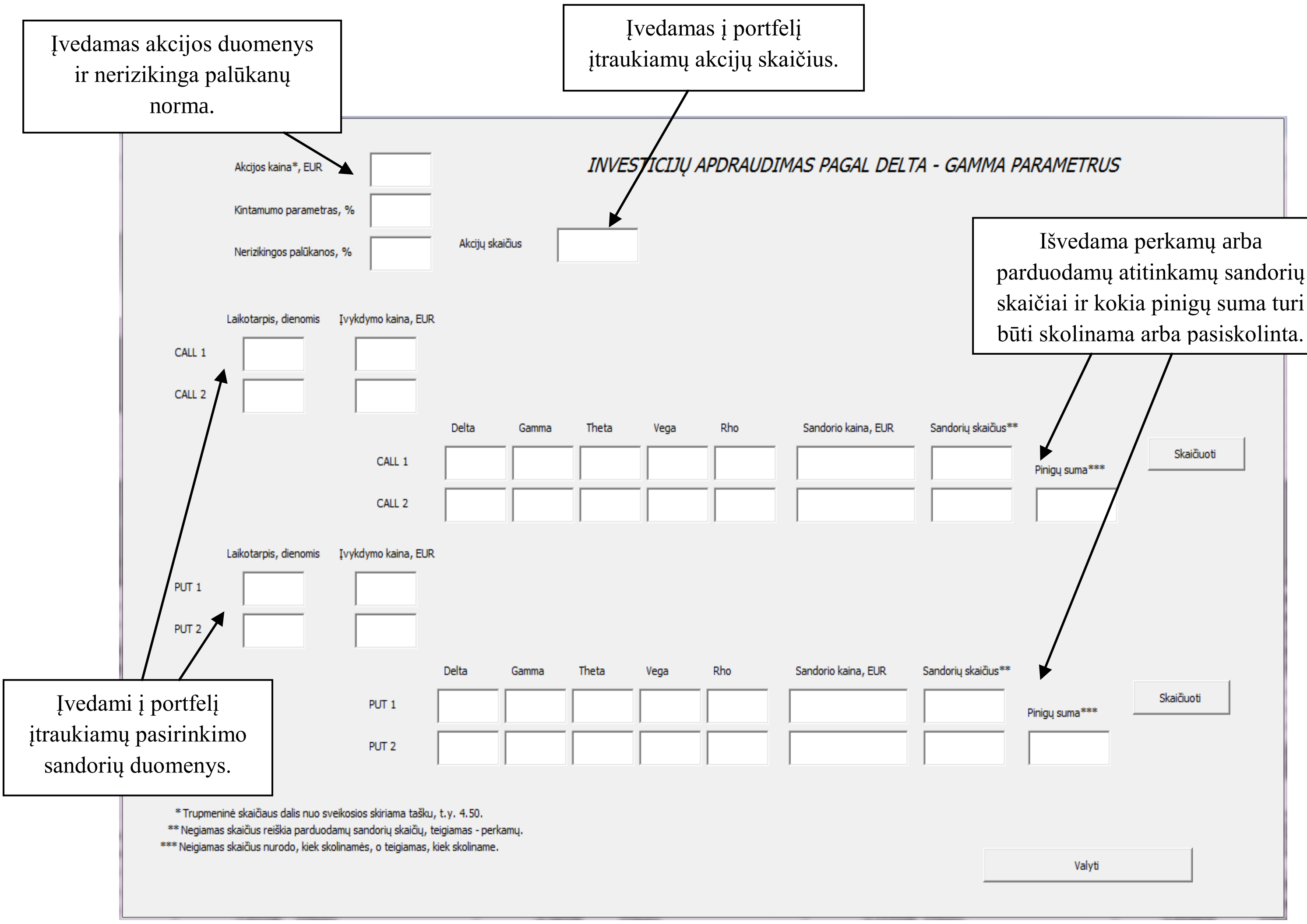
2.9 pav. Investavimo skaičiuoklės pradinis langas

Paspaudę mygtuką “Delta hedging“ išvysime 2.12 paveiksle pavaizduotą langą.



2.10 pav. Delta neutralaus portfelio formavimo langas

Paspaudę mygtuką “Delta – Gamma hedging“ išvysime 2.13 paveiksle pavaizduotą langą.



2.11 pav. Apdrausto portfelio pagal delta ir gamma parametrus formavimo langas

Programos langas, skirtas delta – vega neutralaus portfelio formavimui atrodo analogiškai, pateiktas 1 priede. Paspaudus tiek mygtuką “Delta hedging“, tiek “Delta – Gamma hedging“ ar “Delta – Vega hedging “ pasirodžiusiame lange vartotojas turi galimybę sudaryti dviejų tipų portfelius, t.y. su pirkimo pasirinkimo sandoriais arba su pardavimo pasirinkimo sandoriais. Tai reiškia, kad portfelis bus sudaromas iš nurodyto skaičiaus akcijų, pasirinktų pasirinkimo sandorių ir paskolintų arba pasiskolintų lėšų. Formuojant portfelį skolintis pinigus reiškia parduoti obligacijų už atitinkamą sumą, o skolinti – pirkti obligacijų už atitinkamą sumą. Mygtukai:

„Skaičiuoti“ – apskaičiuoja atitinkamų sandorių jautrumo parametrus, sandorių kainas, kiek reikia pirkti arba jų parduoti ir skolinamą arba pasiskolinamą pinigų sumą.

„Valyti“ – šiuo mygtuku ištrinami į lentelę surašyti duomenys ir paruošiama lentelė naujiems duomenims.

IŠVADOS

- ✓ Investicijų apdraudimas remiantis jautrumo parametrais yra trumpalaikis, todėl reikia nuolat perskaičiuoti parametrus ir pakoreguoti portfelio turinį, perkant arba parduodant atitinkamus finansinius instrumentus.
- ✓ Siekiant apdrausti investicinį portfelį nuo akcijų kainos svyravimo reikia parduoti pirkimo pasirinkimo sandorius su įvykdymo kaina, kuri yra didesnė už dabartinę akcijos kainą.
- ✓ Siekiant apdrausti investicinį portfelį nuo akcijų kainos svyravimo reikia pirkti pardavimo pasirinkimo sandorius su įvykdymo kaina, kuri yra mažesnė už dabartinę akcijos kainą.
- ✓ Investicinio portfelio apdraudimas remiantis keliais jautrumo parametrais geriau užtikrina portfelio stabilumą negu apdraudimas remiantis vienu.

LITERATŪRA

1. GUSIATINA, J. *Laivų kuro rinkos valdymas išvestiniais finansiniais instrumentais*, 2008.
2. http://www.investologija.lt/LT/investavimo-pagrindai/414/2/investicine-rizika/rizika-kas-tai/
3. http://lt.wikipedia.org/wiki/I%C5%A1vestin%C4%97_finansin%C4%97_priemon%C4%97
4. LEIPUS, R. Finansų *rinkos teorijų pagrindai,* 2003.
5. VALAKEVIČIUS, E. *Investicijų moklas,* 2001.
6. JUOZAPAVIČIENĖ, A. *Išvestiniai instrumentai tarptautinėse finansų rinkose*, 2013.
7. LEIPUS, R. *Finansų matematiniai modeliai.* 2003.
8. THUL, M., *Hedging Portfelio Greeks,* 2012.
9. HULL, J. C. *Options, Futures, And Other Derivatives*, 2012.
10. NEFTCI, S. N. *Principles of financial Engineering*, 2008.
11. CAPINSKI, M.; ZASTAWNIAK, T. *Mathematics for Finance: An Introduction to Financial Engineering*, 2003.
12. MACKEVIČIUS, V. *Stochastiniai finansų matematikos modeliai*. Vilnius 2014.
13. GODSON MWANGA, G. *Hedging of Financial Derivatives and Portfolio Insurance,* 2005.
14. SINHA; PANKAJ; JOHAR; ARCHIT, *Hedging Greeks for a portfolio of options using linear and quadratic programing*, 2010.
15. BENCHAPHON, C.; CHUTIMA K.; APIWAT, P.; THANASUNUN S. *Hedging with Options*, 2008.
16. PAUNOVIC, J. Singidunum Journal of applied sciences, *Options, Greeks, and risk management*, 2014.
17. RAJU S., Journal of economics and finance educatio*n. Delta Gamma Hedging and Black – Scholes Partial*, 2012.
18. JACKSON, M.; STAUNTON, M. *Advanced Modelling in Finance using Excel and VBA*, 2001.
19. THUL, M. *Pricing and hedging og Equity Derivatives under Volatility Smile consistent Underlying Dynamics, 2011.*
20. http://finance.yahoo.com/q/hp?s=GE

1 PRIEDAS Standartinio normaliojo skirstinio reikšmių lentelė

Cumulative Area Under the Standard Normal Distribution Table									
D	N(d)	D	N(d)	D	N(d)	D	N(d)	D	N(d)
-3.00	0.0013	-0.99	0.1611	-0.28	0.3897	0.43	0.6664	1.28	0.8997
-2.95	0.0016	-0.98	0.1635	-0.27	0.3936	0.44	0.6700	1.30	0.9032
-2.90	0.0019	-0.97	0.1660	-0.26	0.3974	0.45	0.6736	1.32	0.9066
-2.85	0.0022	-0.96	0.1685	-0.25	0.4013	0.46	0.6772	1.34	0.9099
-2.80	0.0026	-0.95	0.1711	-0.24	0.4052	0.47	0.6808	1.36	0.9131
-2.75	0.0030	-0.94	0.1736	-0.23	0.4090	0.48	0.6844	1.38	0.9162
-2.70	0.0035	-0.93	0.1762	-0.22	0.4129	0.49	0.6879	1.40	0.9192
-2.65	0.0040	-0.92	0.1788	-0.21	0.4168	0.50	0.6915	1.42	0.9222
-2.60	0.0047	-0.91	0.1814	-0.20	0.4207	0.51	0.6950	1.44	0.9251
-2.55	0.0054	-0.90	0.1841	-0.19	0.4247	0.52	0.6985	1.46	0.9279
-2.50	0.0062	-0.89	0.1867	-0.18	0.4286	0.53	0.7019	1.48	0.9306
-2.45	0.0071	-0.88	0.1894	-0.17	0.4325	0.54	0.7054	1.50	0.9332
-2.40	0.0082	-0.87	0.1922	-0.16	0.4364	0.55	0.7088	1.52	0.9357
-2.35	0.0094	-0.86	0.1949	-0.15	0.4404	0.56	0.7123	1.54	0.9382
-2.30	0.0107	-0.85	0.1977	-0.14	0.4443	0.57	0.7157	1.56	0.9406
-2.25	0.0122	-0.84	0.2005	-0.13	0.4483	0.58	0.7190	1.58	0.9429
-2.20	0.0139	-0.83	0.2033	-0.12	0.4522	0.59	0.7224	1.60	0.9452
-2.15	0.0158	-0.82	0.2061	-0.11	0.4562	0.60	0.7257	1.62	0.9474
-2.10	0.0179	-0.81	0.2090	-0.10	0.4602	0.61	0.7291	1.64	0.9495
-2.05	0.0202	-0.80	0.2119	-0.09	0.4641	0.62	0.7324	1.66	0.9515
-2.00	0.0228	-0.79	0.2148	-0.08	0.4681	0.63	0.7357	1.68	0.9535
-1.98	0.0239	-0.78	0.2177	-0.07	0.4721	0.64	0.7389	1.70	0.9554
-1.96	0.0250	-0.77	0.2206	-0.06	0.4761	0.65	0.7422	1.72	0.9573
-1.94	0.0262	-0.76	0.2236	-0.05	0.4801	0.66	0.7454	1.74	0.9591
-1.92	0.0274	-0.75	0.2266	-0.04	0.4840	0.67	0.7486	1.76	0.9608
-1.90	0.0287	-0.74	0.2296	-0.03	0.4880	0.68	0.7517	1.78	0.9625
-1.88	0.0301	-0.73	0.2327	-0.02	0.4920	0.69	0.7549	1.80	0.9641
-1.86	0.0314	-0.72	0.2358	-0.01	0.4960	0.70	0.7580	1.82	0.9656
-1.84	0.0329	-0.71	0.2389	0.00	0.5000	0.71	0.7611	1.84	0.9671
-1.82	0.0344	-0.70	0.2420	0.01	0.5040	0.72	0.7642	1.86	0.9686
-1.80	0.0359	-0.69	0.2451	0.02	0.5080	0.73	0.7673	1.88	0.9699
-1.78	0.0375	-0.68	0.2483	0.03	0.5120	0.74	0.7704	1.90	0.9713
-1.76	0.0392	-0.67	0.2514	0.04	0.5160	0.75	0.7734	1.92	0.9726
-1.74	0.0409	-0.66	0.2546	0.05	0.5199	0.76	0.7764	1.94	0.9738
-1.72	0.0427	-0.65	0.2578	0.06	0.5239	0.77	0.7794	1.96	0.9750
-1.70	0.0446	-0.64	0.2611	0.07	0.5279	0.78	0.7823	1.98	0.9761
-1.68	0.0465	-0.63	0.2643	0.08	0.5319	0.79	0.7852	2.00	0.9772
-1.66	0.0485	-0.62	0.2676	0.09	0.5359	0.80	0.7881	2.05	0.9798
-1.64	0.0505	-0.61	0.2709	0.10	0.5398	0.81	0.7910	2.10	0.9821
-1.62	0.0526	-0.60	0.2743	0.11	0.5438	0.82	0.7939	2.15	0.9842
-1.60	0.0548	-0.59	0.2776	0.12	0.5478	0.83	0.7967	2.20	0.9861
-1.58	0.0571	-0.58	0.2810	0.13	0.5517	0.84	0.7995	2.25	0.9878
-1.56	0.0594	-0.57	0.2843	0.14	0.5557	0.85	0.8023	2.30	0.9893
-1.54	0.0618	-0.56	0.2877	0.15	0.5596	0.86	0.8051	2.35	0.9906
-1.52	0.0643	-0.55	0.2912	0.16	0.5636	0.87	0.8078	2.40	0.9918
-1.50	0.0668	-0.54	0.2946	0.17	0.5675	0.88	0.8106	2.45	0.9929
-1.48	0.0694	-0.53	0.2981	0.18	0.5714	0.89	0.8133	2.50	0.9938
-1.46	0.0721	-0.52	0.3015	0.19	0.5753	0.90	0.8159	2.55	0.9946
-1.44	0.0749	-0.51	0.3050	0.20	0.5793	0.91	0.8186	2.60	0.9953
-1.42	0.0778	-0.50	0.3085	0.21	0.5832	0.92	0.8212	2.65	0.9960
-1.40	0.0808	-0.49	0.3121	0.22	0.5871	0.93	0.8238	2.70	0.9965
-1.38	0.0838	-0.48	0.3156	0.23	0.5910	0.94	0.8264	2.75	0.9970
-1.36	0.0869	-0.47	0.3192	0.24	0.5948	0.95	0.8289	2.80	0.9974
-1.34	0.0901	-0.46	0.3228	0.25	0.5987	0.96	0.8315	2.85	0.9978
-1.32	0.0934	-0.45	0.3264	0.26	0.6026	0.97	0.8340	2.90	0.9981
-1.30	0.0968	-0.44	0.3300	0.27	0.6064	0.98	0.8365	2.95	0.9984
-1.28	0.1003	-0.43	0.3336	0.28	0.6103	0.99	0.8389	3.00	0.9987
-1.26	0.1038	-0.42	0.3372	0.29	0.6141	1.00	0.8413		
-1.24	0.1075	-0.41	0.3409	0.30	0.6179	1.02	0.8461		
-1.22	0.1112	-0.40	0.3446	0.31	0.6217	1.04	0.8508		
-1.20	0.1151	-0.39	0.3483	0.32	0.6255	1.06	0.8554		
-1.18	0.1190	-0.38	0.3520	0.33	0.6293	1.08	0.8599		
-1.16	0.1230	-0.37	0.3557	0.34	0.6331	1.10	0.8643		
-1.14	0.1271	-0.36	0.3594	0.35	0.6368	1.12	0.8686		
-1.12	0.1314	-0.35	0.3632	0.36	0.6406	1.14	0.8729		
-1.10	0.1357	-0.34	0.3669	0.37	0.6443	1.16	0.8770		
-1.08	0.1401	-0.33	0.3707	0.38	0.6480	1.18	0.8810		
-1.06	0.1446	-0.32	0.3745	0.39	0.6517	1.20	0.8849		
-1.04	0.1492	-0.31	0.3783	0.40	0.6554	1.22	0.8888		
-1.02	0.1539	-0.30	0.3821	0.41	0.6591	1.24	0.8925		
-1.00	0.1587	-0.29	0.3859	0.42	0.6628	1.26	0.8962		

2 PRIEDAS Rinkoje siūlomi pasirinkimo sandoriai Jacobs Engineering Group (JEC) akcijoms

Jacobs Engineering Group Inc. (JEC) ★ Watchlist

43.75 **+0.46(+1.06%)** NYSE - As of 4:03PM EDT

After Hours: **43.87** +0.12 (0.27%) 4:48PM EDT

May 15, 2015 | In The Money | List | Straddle | Lookup Option

Calls

Strike	Contract Name	Last	Bid	Ask	Change	%Change	Volume	Open Interest	Implied Volatility
40.00	JEC150515C00040000	3.00	3.30	4.20	0.00	0.00%	10	20	79.88%
42.50	JEC150515C00042500	1.50	1.30	1.65	0.60	+66.67%	11	29	40.33%
45.00	JEC150515C00045000	0.25	0.10	0.30	0.00	0.00%	20	118	33.89%
47.50	JEC150515C00047500	0.11	0.00	0.15	0.00	0.00%	2	233	51.17%
50.00	JEC150515C00050000	0.06	0.00	0.15	0.00	0.00%	2	44	62.50%
52.50	JEC150515C00052500	0.25	0.00	0.15	0.00	0.00%	150	150	80.08%

Puts

Strike	Contract Name	Last	Bid	Ask	Change	%Change	Volume	Open Interest	Implied Volatility
40.00	JEC150515P00040000	0.20	0.00	0.15	0.00	0.00%	1	1	55.66%
42.50	JEC150515P00042500	0.50	0.10	0.20	0.00	0.00%	15	94	29.00%
45.00	JEC150515P00045000	2.25	1.05	1.50	0.00	0.00%	2	196	31.06%
47.50	JEC150515P00047500	4.48	3.30	4.20	0.00	0.00%	2	122	73.24%
50.00	JEC150515P00050000	3.90	5.80	6.70	0.00	0.00%	2	3	99.22%