



**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS**

Ilona Šeputytė

**TIKIMYBINIS EKSTREMALIŲ TEMPERATŪRŲ DINAMIKOS
VERTINIMAS**

Baigiamasis magistro projektas

Vadovas
prof. dr. Robertas Alzbutas

KAUNAS, 2015

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS

**TIKIMYBINIS EKSTREMALIŲ TEMPERATŪRŲ DINAMIKOS
VERTINIMAS**

Baigiamasis magistro projektas

Taikomoji matematika (621G10003)

Vadovas

prof. dr. Robertas Alzbutas

2015 06 01

Recenzentas

dr. Linas Martišauskas

2015 06 01

Projektą atliko

Ilona Šeputytė

2015 05 22

KAUNAS, 2015



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS

Ilona Šeputytė
Taikomoji matematika (621G10003)

Baigiamojo projekto „Tikimybinis ekstremalių temperatūrų dinamikos vertinimas“

AKADEMINIO SAŽININGUMO DEKLARACIJA

2015 m. birželio mėn. 5 d.

Kaunas

Patvirtinu, kad mano, **Ilona Šeputytė**, baigiamasis darbas tema „Tikimybinis ekstremalių temperatūrų dinamikos vertinimas“ yra parašytas visiškai savarankiškai, o visi pateikti duomenys ar tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti sąžiningai. Šiame darbe nei viena darbo dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar internetinių šaltinių, visos kitų šaltinių tiesioginės ir netiesioginės citatos nurodytos literatūros nuorodose. Įstatymu nenumatytų piniginių sumų už šį darbą niekam nesu mokėjęs.

Aš suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo faktui, man bus taikomos nuobaudos, remiantis Kauno technologijos universitete galiojančia tvarka.

(studento vardas ir pavardė, įrašyti ranka)

(parašas)

Šeputytė, I. Probabilistic assessment of extreme temperature dynamics. *Master's work in applied mathematics / supervisor prof. dr. Robertas Alzbutas; Department of Applied mathematics, Faculty of Mathematics and Natural sciences, Kaunas University of Technology.*
Kaunas, 2015. 109 p.

SUMMARY

Extreme temperatures are related to unusually hot or cold weather, which has a significant effect on the human, nature and important objects. They are fairly common phenomenon not only in the world but also in Lithuania. Thus there are important to perform probabilistic and statistical analyzes to prepare for and adapt to the possibly even larger temperature values and changes. It is important to carry out relevant research in areas with critical infrastructures and dangerous objects (e.g.: nuclear power plant, the company that makes nitrogen fertilizer “Achema”, phosphate fertilizer manufacturing company “Lifosa”). Applying probabilistic models and statistical methods the occurrence of extreme temperatures are evaluated calculating return periods and probabilities of temperature exceedance.

Main objective of this work is probabilistic assessment of extreme temperature dynamics, which is carried out for whole Lithuania and specifically for Dūkštas region. The other main purpose of this work is to analyse the changes of extreme temperatures. The probabilistic analysis of extreme temperatures in Lithuanian territory is based on historical data taken from Lithuanian Hydrometeorology Service, Dūkštas Meteorological Station, Lithuanian Energy Institute and INNP Environmental Protection Department of Environmental Monitoring Service.

Probabilistic assessment is focused on an application and comparison of Gumbel, Weibull and Generalized Value (GEV) distribution, enabling to select a distribution, which has the best fit for data of extreme temperatures. The probabilistic assessment is based on mathematical model, which was applied taking into account statistical data from 1961 up to 2014.

In order to estimate likelihood of the annual minimum and maximum temperatures (based on 1961-2014 data) the probabilistic assessment using the extreme value distributions was performed, in particular, for each sample the best extreme value distribution was identified. In addition, to the previously mentioned study of dry bulb temperature extremes, wet bulb temperature rating, which enables to determine the relative humidity, was also carried out. Using the selected Gumbel distribution, the local temperature data analysis in eastern Lithuania, i.e. in Dūkštas, region was conducted. Then temperature variation analysis using the moving average method was carried out and the extremes changes in view of the uncertain data were investigated.

The probabilistic assessment showed that using all extreme value distributions the return period for the annual minimum temperature of $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ (extremes events criterion) is 3 years. The Lithuanian record ($-38\text{ }^{\circ}\text{C}$, during 1970 recorded in Utena) return period considering 18 meteorological stations is 26 (Gumbel), 62 (Weibull) and 63 (Generalized) years. The probabilistic assessment showed that using all extreme value distributions the return period for the annual maximum temperature of $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ (extremes events criterion) is only about 1 year.

For the similar purposes this work can be used not only for extreme temperatures, but also for the assessment of other extreme phenomena or events.

TURINYS

MOKSLINIO DARBO APROBACIJA.....	7
IŽANGA.....	8
TEORINĖ DALIS.....	10
TEMOS APŽVALGA.....	10
1.1. Ekstremalių reikšmių teorija.....	10
1.2. Ekstremalūs įvykiai ir jų kriterijai Lietuvoje.....	11
1.3. Ekstremalių meteorologinių reiškinių tyrimų apžvalga.....	13
1.4. Klimato kaita, tyrimų modeliai, tarptautiniai projektai.....	16
1.5. Ekstremalių reiškinių tyrimo aktualumas.....	18
1.6. Meteorologinių duomenų apžvalga.....	20
TYRIMŲ METODAI.....	26
2.1. Ekstremalių temperatūrų vertinimo procedūra.....	26
2.2. Ekstremalių temperatūrų tikimybinis vertinimas.....	27
2.3. Ekstremalių temperatūrų pasikliautinieji intervalai.....	31
2.4. Ekstremumų pasikartojimo periodo vertinimas.....	32
2.5. Ekstremalių reikšmių skirstinių atranka.....	33
2.6. Suderinamumo kriterijų tikrinimas.....	34
2.7. Klimato kaitos tyrimo metodika.....	36
2.8. Programinės įrangos apžvalga.....	37
TYRIMŲ REZULTATAI IR JŲ APTARIMAS.....	40
3.1. Statistinių duomenų imčių pasirinkimas ir apžvalga.....	40
3.2. Minimalių temperatūrų tikimybinis vertinimas.....	41
3.2.1. Ekstremalių reikšmių skirstinių taikymas.....	42
3.2.2. Pasikartojimo periodo vertinimas.....	44
3.2.3. Ekstremalių reikšmių skirstinio atranka.....	45
3.2.4. Apibendrintojo skirstinio taikymas.....	49
3.3. Maksimalių temperatūrų tikimybinis vertinimas.....	54
3.3.1. Ekstremalių reikšmių skirstinių taikymas.....	55
3.3.2. Pasikartojimo periodo vertinimas.....	57
3.3.3. Ekstremalių reikšmių skirstinių atranka.....	59
3.3.4. Gumbelio skirstinio taikymas.....	63
3.4. Santykinio oro drėgnumo vertinimas taikant įvairių termometrų duomenis.....	66
3.5. Lokalių temperatūrų Dūkšto regione tyrimas taikant Gumbelio skirstinį.....	68
3.6. Ekstremumų tyrimas taikant slenkančius vidurkius.....	73
3.7. Ekstremalių temperatūrų kaitos tyrimas.....	79
IŠVADOS.....	86
REKOMENDACIJOS TYRIMAMS ATEITYJE.....	88
ŠALTINIAI IR LITERATŪRA.....	89
PRIEDAI.....	93

MOKSLINIO DARBO APROBACIJA

1. I.Šeputytė, R. Alzbutas. Probabilistic Assessment of Extreme Temperatures and Relative Humidity. Oral presentation. COINS 2014. Conference of Natural and Life sciences 2014. 3-8 of March, Vilnius, Lietuva. www.thecoins.eu. 29 psl.
2. I.Šeputytė, R.Alzbutas, D.Kitavičiūtė. Skaitmeninis ekstremalių meteorologinių reiškinių tyrimas ir vizualizavimas. KTU Technorama 2014. Gegužės 21 d. Santakos slėnis. K. Baršausko g. 59, Kaunas. Jaunųjų mokslininkų darbų katalogas, Nuo idėjos iki sprendimo. 77-78 psl.
3. I.Šeputytė, R.Alzbutas, D.Kitavičiūtė. Skaitmeninis ekstremalių meteorologinių reiškinių tyrimas ir vizualizavimas. XI Mokslo festivalis „Erdvėlaivis Žemė“ 2014. Kauno technologijos universitetas. Studentų g. 50. 2014 m. rugsėjo 12 d.
4. I.Šeputytė, R.Alzbutas. Tikimybinis Lietuvos maksimalių temperatūrų vertinimas. XII-oji studentų konferencija „Taikomoji matematika“. Kauno technologijos universitetas. Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas. Studentų g. 50, 2014 m. balandžio 24 d. Konferencijos medžiaga spausdinta leidinyje “Taikomoji matematika, XII studentų konferencijos medžiaga”. ISSN 2335-8491. 19-20 psl.
5. I.Šeputytė, R.Alzbutas. Klimato ekstremumų analizė laiko eilutėmis naudojant R programą. Konferencija „Matematika ir matematikos dėstymas – 2015“. Kauno technologijos universiteto Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas, 2015 m. balandžio 10 d.
6. R.Alzbutas, I.Šeputytė. Probabilistic models for assessment of extreme temperature and relative humidity in Lithuania. Posters. EGU (European Geosciences Union) General Assembly 2005. Vienna, Austria, 12-17 April 2015. Vol. 17, EGU2015-9560-1, 2015.
7. I.Šeputytė, R.Alzbutas. Tikimybinis ekstremalių temperatūrų dinamikos vertinimas. Lietuvos matematikų draugijos konferencija (LMD), 56 konferencija. Sekcija – Matematikos taikymai. Pranešimas. 2015 birželio 16-17 d., Kauno technologijos universitetas, Kaunas.

IŽANGA

Kiekvienais metais pasaulyje įvyksta daugybė stichinių ir katastrofinių gamtos reiškinių, kurie pridaro nuostolių žmogui, gamtai ir pastatams. Viena skaudžiausių katastrofų įvykusių pasaulyje yra 7 balų pagal Richterio skalę žemės drebėjimas įvykęs 2012 metais Haičio saloje, jo metu žuvo 250000 žmonių ir 800000 žmonių liko be pastogės [1]. Kita didžiulė katastrofa pridariusi daug žalos – 2004 metų cunamis Indijos vandenyne, kurio metu žuvo apie 235000 žmonių, daugybė dingo be žinios, žmonių turtas buvo sunaikintas ir jie liko be pastogės [2]. Ekstremalios temperatūros sukelia karščio ir šalčio bangas, kurios taip pat padaro daug žalos. 2003 metais Europoje pasireiškusios karščio bangos metu žuvo 70000 žmonių [3]. Keliais etapais pasireiškusi karščio banga 2010 metais visame šiaurės pusrutulyje buvo viena iš didžiausių karščio bangų [5]. Taip pat nemažai žalos pridaro šalčio bangos, galima paminėti keletą iš jų, tai 2012 metų vasario mėnesį netikėti šalčiai Europoje, 2013-2014 metų šalčiai Šiaurės Amerikoje [7]. Ekstremalių gamtos reiškinių padaryta žala parodo, kokie jie pavojingi, kaip svarbu tirti klimatą ir vertinti ekstremalių gamtos reiškinių pasirodymo bei jų ribinių ekstremalių įvykių kriterijų viršijimo tikimybes.

Lietuvoje nepasitaiko tokių ekstremalių gamtos reiškinių kaip cunamiai, ekstremalūs viesulai (tornadai) ar žemės drebėjimai, bet nemažai žalos gali pridaryti didelės audros, intensyvūs krituliai, škvalas ar ekstremalios temperatūros. Kintantis žemės klimatas, klimato kaitos nepastovumas pasauliniu mastu ir dažnėjantys ekstremalūs gamtos reiškiniai daro įtaką Lietuvai kaip regionui.

Ekstremalios temperatūros poveikis jaučiamas ne tik žmonėms, gamtai, bet gali padaryti nuostolių esamiems ar naujai projektuojamiems svarbiems objektams, todėl aktualu atlikti tikimybinę ir statistinę analizes, norint pasiruošti ir prisitaikyti prie galimų dar didesnių ekstremalių temperatūrų. Ypač tai svarbu vietovėse, kuriose yra ypatingos paskirties ir pavojingų objektų (pvz. atominė elektrinė, azoto trąšas gaminanti bendrovė „Achema“, fosforo trąšas gaminanti bendrovė „Lifosa“).

Pagrindinis darbo tikslas yra ekstremalių temperatūrų dinamikos tikimybinis vertinimas, kuris atliekamas Lietuvoje ir atskirai Dūkšto regione, bei atskiras temperatūrų kaitos tyrimas. Dūkšto regionas pasirinktas dėl aktualumo analizės, kuri susijusi su atominės elektrinės aikštelių vertinimu ir rytu Lietuvoje užfiksuotomis ekstremaliomis temperatūromis (aukščiausia oro temperatūra 1961-2014 metų laikotarpyje užfiksuota 1994 metais Zarasuose siekė 37,5 °C, o pati žemiausia oro temperatūra užregistruota Utenoje siekė -38 °C).

Uždaviniai: Statistinių duomenų imčių papildymas ir pasirinkimas. Tikimybinis minimalių temperatūrų vertinimas (ekstremalių reikšmių skirstinių taikymas, pasikartojimo periodo

vertinimas, tinkamiausio ekstremalių reikšmių skirstinio atranka ir jo pritaikymas minimalioms temperatūroms). Tikimybinis maksimalių temperatūrų vertinimas (panašiai kaip minimalių temperatūrų atveju). Drėgnojo termometro temperatūrų nustatymas atsižvelgiant į sausojo termometro temperatūras ir santykinį oro drėgnumą. Temperatūrų ekstremumų ir jų dinamikos tyrimas taikant slenkančius vidurkius ir nagrinėjant jų kitimo tendenciją bei ekstremalių temperatūrų sklaidos ir kaitos tyrimas, kuomet tiriamas ekstremalių temperatūrų skirstinių parametru kitimas skirtingais metais.

Naujumas: Darbe buvo atliekamas naujas tikimybinis vertinimas susijęs su Lietuvos ekstremalių temperatūrų analize. Ekstremalių temperatūrų duomenys buvo nusakyti taikant įvairius ekstremalių reikšmių skirstinius ir tuo pačiu atrinktas geriausiai duomenims tinkantis skirstinys. Taip darbe buvo įvertintas galimas temperatūrų pasikartojimo periodas, jų viršijimo tikimybė ir nagrinėjama jų kitimo tendencija.

Ekstremalių temperatūrų statistiniai duomenys buvo surinkti ir papildyti bendradarbiaujant su Lietuvos Hidrometeorologijos Tarnyba (LHMT), Lietuvos energetikos institutu (LEI), Dūkšto meteorologijos stotimi ir Ignalinos atominės elektrinės (IAE) Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba. Ekstremalių temperatūrų vertinimui naudoti statistiniai duomenys apimantys aštuoniolika Lietuvos meteorologinių stočių (1961-2014). Atskirai sausojo ir drėgnojo termometrų analizei naudoti IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnybos kiekvienos dienos kas 3 valandas užfiksuoti duomenys (1995-2004 m.), metinės maksimalios sausojo ir drėgnojo termometrų temperatūros IAE apylinkėse 1995-2014 m. ir pirminiais šaltiniais Lietuvoje užfiksuotos ekstremalios temperatūros (1961-2014 m.).

Ekstremalioms temperatūroms įvertinti ir apibūdinti naudojami šie pagrindiniai ekstremalių temperatūrų skirstiniai: Gumbelio, Veibulo ir Apibendrintasis (GEV).

TEORINĖ DALIS

TEMOS APŽVALGA

Šiame skyriuje apžvelgiama ekstremalių reikšmių teorija, ekstremalūs įvykiai ir jų kriterijai Lietuvoje (užfiksuojami LR vyriausybės nutarimu), trumpai aptariami ekstremalių reiškinių tyrimai, apžvelgta klimato kaita, pagrindiniai jos tyrimo modeliai, pasaulyje vykdomi projektai, siekiant sukurti bendrą tinklą modelių gerinimui ir jų platinimui. Taip pat trumpai apžvelgta meteorologiniai duomenys, iš kur jie gaunami ir meteorologinių stočių veikla.

1.1. Ekstremalių reikšmių teorija

Ekstremalių reikšmių teoriją galima apibūdinti kaip tam tikrą tikimybių teorijos sritį, nagrinėjančią atsitiktinių dydžių maksimumus ir minimumus, ekstremalių reikšmių skirstinius, aprašomąsias statistikas, ribų viršijimus ir jai analizuoti skirtus įvairius matematinius metodus [9].

Ekstremalių reikšmių teorijos pradininku laikomas Tipetas (1902-1985). Jis su Fišerio pagalba pirmą kartą išnagrinėjo ekstremalių reikšmių teoriją 1928 metais ir gavo tris ribinius asimptotinius ekstremumų skirstinius. 1943 metais Gnedenko parodė, kad nepriklausomų vienodai pasiskirsčiusių kintamųjų maksimumo bloko skirstinys sutampa su vadinamuoju ekstremalių reikšmių skirstiniu. Maksimumų bloko modelis plačiai naudojamas ekstremalių reikšmių teorijoje, jis susidaro imties stebėjimų duomenis dalinant į vienodo ilgio blokus ir iš kiekvieno bloko pasirenkant didžiausias arba mažiausias reikšmes (Coles ir kt., 1999) [10]. Jenkinson (1955 m.) išvystė ekstremalių reikšmių teoriją sujungdamas į viena bendrą šeimą tris paprastus skirstinius: Gumbelio, Veibulo ir Frečėto. Gumbelis 1958 m. išleido knygą „Ekstremumų statistikos“, kurioje nagrinėjo ekstremalių reikšmių problemas, joje aprašyti įvairūs taikymai [9]. Vokiečių matematikas Gumbelis pirmasis atkreipė mokslininkų dėmesį į tai, jog tam tikriems empiriškai nagrinėjamiems skirstiniams gali būti taikoma ekstremalių reikšmių teorija [9]. Pirmieji praktiški taikymai atsirado JAV 1941 metais ir jie buvo susiję su meteorologinių reiškinių analize, tokių kaip, pavyzdžiui, ekstremalūs krituliai [11]. Ekstremalių reikšmių teorija naudojama įvairiose srityse: meteorologijoje, hidrologijoje, įvairiems atsparumo tyrimams, finansuose ir kitose [12].

Pastaruosiu metu ekstremalių reikšmių teorijos taikymų žymiai padaugėjo, ji plačiai taikoma srityse, tokiose kaip draudimas, aplinkosauga, medicina, astronomija, energetika, svarbių objektų vertinimo analizėse. Visame pasaulyje atlikta daugybė tyrimų susijusių su ekstremalių reikšmių teorijos taikymu, publikacijų skaičius vis auga, tai rodo susidomėjimą šia

šaka, nors dauguma tyrimų atliekami lygiagrečiai ir panašūs naudojama metodika, bei tyrimo eiga [14].

Lietuvoje ekstremalių reikšmių teorijos taikymo pradininku laikomas A. Aksomaitis, kuris šia tematika paskelbė daug darbų ir taip ją išpopuliarino [9]. Taip pat šia tematika nemažai darbų paskelbė yra A.Jokimaitis, R.Vilkas, L.Sakalauskas ir P.Gudynas [15]. Nors ekstremalių reikšmių teorijos taikymu Lietuvoje susidomėta ne taip ir senai, bet darbų skaičius parodo susidomėjimą ir tematikos aktualumą. Taip pat kai kurie jaunieji matematikai iš visos Lietuvos nagrinėja ekstremumus, analizuoja ekstremalių reikšmių teorijos subtilybes, jos pritaikymą realioms turimiems duomenims (maksimalioms ir minimalioms reikšmėms), tam tikro metodo tinkamumo vertinimą ar tobulinimą. Darbai dažniausiai būna baigiamieji studijų darbai (bakalauro, magistro, doktorantų darbai), įvairios publikacijos, pranešimai konferencijose ar tarptautiniuose projektuose.

Atsitiktinių dydžių rinkinio X_1, X_2, \dots, X_n ekstremalios reikšmės apibrėžiamos [65]:

$$Z_n = \max (X_1, X_2, \dots, X_n),$$

$$W_n = \min (X_1, X_2, \dots, X_n).$$

Z_n – vadinamas maksimumu, o W_n – minimumu.

Ekstremalios reikšmės yra susijusios su labai mažomis tikimybėmis, nedideliu pasikartojimo dažnumu, tai įtakoja reti jų pasirodymo atvejai ir nedidelis turimų duomenų kiekis.

1.2. Ekstremalūs įvykiai ir jų kriterijai Lietuvoje

Pagal Civilinės saugos įstatymą ekstremalus įvykis apibūdinamas kaip nustatytus kriterijus atitinkantis, pasiekęs arba juos viršijęs įvykis, kuris būna gamtinio, ekologinio, techninio ar socialinio pobūdžio ir kelia grėsmę tiek patiems žmonėms, tiek jų gyvenimo sąlygoms tokioms kaip turtui, ūkiui ar aplinkai [16].

Pagal Sveikatos apsaugos ministerijos ekstremalių sveikatai situacijų centrą, gamtinio pobūdžio ekstremalūs įvykiai atsiranda, kai ryškiai pasikeičia tam tikros klimatinės sąlygos, dėl kurių atsiranda stichiniai ir katastrofiniai reiškiniai [17]. Bendrai ekstremalūs gamtos reiškiniai atsiranda netikėtai, jie būna didelio intensyvumo ir jų poveikis tiek gamtai, tiek žmogui būna labai didelis, įvertinant sužeistųjų ir mirusiųjų skaičių, sugriautus pastatus, suniokotas gamtos plotus, išnykusias rūšis. Lietuvai būdingi ekstremalūs gamtos reiškiniai [17]:

- Potvyniai ir gausūs krituliai, kurie pridaro daug žalos žemės ūkiui.
- Uraganinis vėjas, kurio poveikio pavyzdys gali būti 2015 m. sausio mėnesį Klaipėdoje praūžęs uraganas „Feliksas“ [18]. Stiprūs vėjai ir audros niokoja turimą turtą, o uraganinio vėjo sukeltos bangos ardo krantus [66].

1.3. Ekstremalių meteorologinių reiškinių tyrimų apžvalga

Darbu, kurių tematika susijusi su ekstremalių reikšmių teorija ir jos taikymu ekstremaliems reiškiniams yra atlikta daug, tiek iš teorinės pusės, tiek iš praktinės. Atlikti darbai publikuojami įvairiose internetinėse svetainėse, pavyzdžiui, „AGU publications“ [13], visus aptarti ar surasti neįmanoma. Knygų skaičius parašytas šia tematika taip pat nėra subtilus. Šiame skyrelyje bus paminėta keletą šaltinių norint apibūdinti ekstremalių reikšmių teoriją, jos taikymą ir ekstremalių reiškinių tyrinėjimo svarbą.

2001 metais Coles savo darbe „Įvadas į ekstremalių reikšmių statistinį modeliavimą“ [12] aprašė statistinius modelius skirtus tyrinėti ekstremalioms reikšmėms. Knygoje pristatomi pagrindiniai ekstremalių reikšmių modeliai, aprašomas jų pritaikymas praktikoje su realiais duomenimis, o skaičiavimai atliekami S-Plus programine priemone. Vienas iš nagrinėjamų autoriaus aspektų yra maksimumų blokas, kurio maksimalios ir minimalios reikšmės siejasi su Apibendrintuoju ekstremalių reikšmių (GEV) skirstiniu. Taip pat tam tikros ribos viršijimas gali būti modeliuojamas apibendrinto Pareto pasiskirstymu, o viršijimo priklausomybė pergrupavimo metodu. Pasikartojimo periodai gali būti gaunami vertinant Apibendrintojo ekstremalių reikšmių modelio rezultatus. Vertinant nestacionarias sekas, analizuojamiems trendams GEV modelyje taikomi Apibendrintieji tiesiniai modeliai (GLM) [12].

Pasaulyje vienu metu vyksta įvairūs meteorologiniai reiškiniai, kurie skirtingi savo dydžiu, pasikartojimo dažnumu, padaryta žala, norima kuo tiksliau juos įvertinti pritaikius įvairius tikimybinis metodus [21].

Klimatą nagrinėjantys viso pasaulio meteorologai sutinka, jog prognozių patikimumas ir jų pasitvirtinimas atliekant ilgalaikes prognozes yra nepakankamas. Tikėtina patikima prognozė yra iki 10-ies dienų, bet kad ji pasitvirtins siekia tik 90% [21]. Profesorius A. Bukantis teigia, kad atliekamos ilgalaikės prognozės yra tik įvairių šalių mokslininkų eksperimentai, moksliniai tyrimai tam tikriems regionams ir jos yra tik tikimybinio pobūdžio [21]. Tai parodo kaip sunku prognozuoti orus.

Analizuojant orų ekstremumų tyrimų literatūrą, pastebėta, kad analizuojant ekstremumus taikomi įvairūs metodai, dažniausiai taikoma ekstremalių reikšmių teorija (EVT) ir ekstremalių reikšmių skirstiniai, nuo kurių pasirinkimo priklauso gaunami tyrimų rezultatai [22].

Ekstremumai dažnai vertinami naudojant Apibendrintą ekstremalių reikšmių skirstinį (GEV). Tačiau tyrinėjant ekstremalius gamtos reiškinius analizei pasirenkamas ir normalusis ar lognormalusis skirstinys, kurie naudojami nelaimingų atsitikimų ar gaisro žalų vertinime [24]. Taip pat, pavyzdžiui, maksimalaus potvynio prognozei gali būti pritaikomas beta skirstinys [24].

Bendrai apžvelgus metodus taikomus ekstremumų analizei, 100-o metų pasikartojimo periodas, apskaičiuotas normaliuoju skirstiniu bus ne toks korektiškas, nei pasikartojimo

periodas apskaičiuotas Apibendrintuoju ekstremalių reikšmių skirstiniu (GEV). Taip pat konkrečių tikimybinių tankio funkcijų (PDF) pasirinkimas ar tam tikro trendo modelių pritaikymas gali įtakoti ekstremumų tyrimų rezultatus. Tyrimo rezultatai, kai taikoma tiesinės regresijos lygtis apskaičiuojama mažiausių kvadratų metodu, gali skirtis nuo tyrimo rezultatų, kai taikomi lankstesni trendo modeliai. [22].

Kiekvienoje bet kokių ekstremalių reiškinių analizėje yra įvertinamas trendas. Trendai vaidina svarbų vaidmenį norint nuspręsti ar turimi duomenys yra stacionarūs. Stacionariais duomenimis laikomi tokie, kurie laikosi stochastinio proceso, kurio metu tikimybinių tankio funkcija nesikeičia, kai keičiasi laiko momentas t . Taip pat stacionariuose procesuose, kai kinta laiko momentas t , turimos imties vidurkis ir dispersija nesikeičia. Trendo metodams analizuoti gali būti pritaikomi daugybė modelių: ARIMA modeliai [25], tiesinis trendas mažiausių kvadratų metodu (OLS), imties slenkančių vidurkių metodas ir kiti. Ekstremalių reikšmių analizėje taikomų trendo modelių skaičius mažesnis. Dažniausiai taikomas yra tiesinis mažiausių kvadratų modelis [22].

Mažiausių kvadratų (OLS) regresijos modelis užrašomas:

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t = B_0 + B_1 * t + \varepsilon_t.$$

OLS trendo pritaikymo pavyzdys yra Brown ir kitų autorių (2010) darbas apie šiaurės rytų JAV ekstremalių klimato indeksų pokyčius [11]. Darbe apskaičiuoti 40-ies stočių ekstremalių temperatūrų ir ekstremalių temperatūrų reikšmių trendai.

Kartais ekstremalių reiškinių duomenims pritaikomi ir kiti trendo modeliai, pavyzdžiui, logistinė regresija, kurią pritaikė Frei ir Schar (2001) retiems Šveicarijos Alpių regiono krituliams [22].

Ekstremalių oro reiškinių analizėms naudojami istoriniai duomenys, kurie surinkti iš įvairių stebėjimų stočių visame pasaulyje, arba galima naudoti istorinius arba būsimų laikotarpių duomenis, kurie gaunami panaudojant globalius klimato modelius (GCM).

Naudojant kelis skirstinius tai pačiai turimai duomenų imčiai ir norint įvertinti tam tikro skirstinio geresnį tinkamumą yra naudojami grafiniai metodai ir suderinamumo kriterijų tikrinimas [26]. Tinkamiausias skirstinys parenkamas atsižvelgiant į turimus duomenis. Skirstinys, kuris tinka vieniems duomenims nebūtinai gali tikti kitam ekstremalių įvykių duomenų rinkiniui, todėl naudinga atlikti skirstinio tinkamumo vertinimą įvairiais atrinkimo būdais. Grafiniai analizei dažniausiai naudojami Q-Q ir P-P grafikai, bei tikimybių skirtumo grafikas, kurie leidžia vizualiai pavaizduoti skirtumus tarp naudojamų skirstinių ir kuris yra geresnis turimiems duomenims [14]. Sekančiame etape atliekamas suderinamumo kriterijų tikrinimas. Dažniausiai suderinamumo kriterijų tikrinimui gali būti naudojami: Chi kvadrato,

Kolmogorovo-Smirnovo, Andersono-Darlingo kriterijus, Kramerio V testas (angl. k.: „Cramér-voin Mises test“) ir santykinis palyginimas [26].

Lietuvoje vykdomi įvairūs tyrimai susiję su branduolinių įrenginių sauga, juos atlieka Lietuvos energetikos institutas, siekiant įvertinti ir užtikrinti svarbių objektų saugumą. Analizės atliekamos taikant įvairius tikimybinis modelius siekiant įvertinti galimą ekstremalių įvykių (pvz. ekstremalių temperatūrų, ekstremalaus vėjo ir kt.) išorinį poveikį objektui, jų atsiradimo ir viršijimo tikimybes, dažnius [27, 28]. Poveikis saugomiems objektams yra vertinamas pagal branduolinės saugos reikalavimus [29] ir bendrą ekstremalių įvykių atrinkimo bei analizavimo metodologiją [27]. Dažniausiai tikimybiniam vertinimui naudojamas Gumbelio skirstinys [27], kuris aprašo įvykių atsiradimo tikimybes.

Matematikai dažniausiai ekstremalių įvykių tikimybinei analizei taiko Gumbelio, Fréčeto, Veibulo ir Apibendrintąjį ekstremalių reikšmių (GEV) skirstinį [30, 31].

Dažniausiai tikimybinuose vertinimuose naudojama prielaida neatsižvelgiant į klimato kaitą, kad stebimi maksimumai ar minimumai yra nepriklausomi ir vienodai pasiskirstę [32]. Slenkančiais vidurkiais nustačius kitimą, ekstremalių reikšmių skirstinys galėtų būti pakoreguojamas įvedus nuo laiko priklausantį parametą.

Pasaulyje ekstremalių reiškinų statistiniams tyrimams, tikimybiniam vertinimui skirta daugybė publikacijų. Vienas iš mokslinių darbų, taikant laike kintančius parametrus ir modifikavus Apibendrintąjį ekstremalių reikšmių skirstinį, atliktas maksimalioms oro temperatūroms Malaizijoje [33, 34]. Publikacijose turimi duomenys nagrinėjami pagal tris modelius: pirmas modelis, kai visi parametrai laikomi konstantomis, antras – kai laike kinta skirstinio μ parametras, o kiti parametrai laikomi konstantomis ir trečias – kai laike kinta skirstinio σ parametras, o kiti likę parametrai laikomi konstantomis.

Sheng Gong savo darbe [35] išsamiai išanalizavo Apibendrintą ekstremalių reikšmių skirstinį ekstremalių reikšmių atveju su kitimo tendencija, analizė praktiškai pritaikyta kasdienių maksimalių ir minimalių oro temperatūrų Upsaloje (Švedijoje) duomenų rinkiniui (1900-2001) pritaikant RGui programavimo kalbą.

Lietuvoje taip pat atliekama nemažai darbų ekstremalių reikšmių tematikoje, iš kurių galima paminėti [27, 36, 37].

Ekstremalių temperatūrų tikimybinio vertinimo santrauka

Apibendrinant nagrinėtą literatūrą galima daryti išvadą, kad ekstremalių temperatūrų reikšmių duomenims analizuoti gali būti pritaikomi bendrieji ekstremalių reikšmių modeliai. Taip pat pasirenkant ir taikant kelis skirstinius turimiems duomenims reikalingas jų įvertinimas atrenkant tinkamiausią skirstinį turimiems duomenims. Tinkamiausio skirstinio atranka vykdoma

pritaikant grafinius atrinkimo metodus ir suderinamumo kriterijų tikrinimą. Norint tirti ekstremumų kitimo tendenciją atliekama analizė pritaikant tiesinį regresijos modelį ir slenkamųjų vidurkių metodą. Ekstremumų kitimas pavaizduojamas analizuojant tikimybinių tankio funkcijų kitimą laike.

1.4. Klimato kaita, tyrimų modeliai, tarptautiniai projektai

Pasaulyje klimato reiškiniams tyrinėti ir klimato scenarijams sudaryti naudojami įvairiausi metodai pritaikant globalius ir regioninius klimato modelius.

Lietuvoje atliekant tyrimus taip pat taikomi įvairūs pasaulyje plačiai taikomi klimato scenarijai ir lyginamos prognozės. Tokius tyrimus dažniausiai atlieka Lietuvos hidrometeorologijos tarnybos tyrėjai. J.Kilpys (2013) savo darbe [39] pritaikė regioninius klimato kaitos modelius tokius kaip BCM-RCA, ECHAM5-REMO, HadCM3-HadRM ir naudojant dažnai klimato kaitos tyrimuose sutinkamą A1B scenarijų atliko klimato kaitos prognozę Vilniaus miestui XXI a. Pagal J.Kilpį: „XXI a. vidutinė, minimali ir maksimali temperatūra Vilniuje augs, o ryškiausi pokyčiai pastebimi šaltuoju metu laiku“ [39]. Jo darbe klimato pokyčiai apibūdinami remiantis 30 metų vidurkiais trims laikotarpiais į ateitį: 2030, 2060 ir 2085.

Taip pat pasaulyje gausu įvairių tarptautinių projektų susijusių su klimato kaita, ekstremumų nagrinėjimusi. Projektai suvienija mokslininkų daromas analizes, apibendrina naudojamus metodus ir rezultatus, bei leidžia juos tobulinti.

Lietuva dalyvauja tarptautiniame VALUE: COST Action ES1102 (2012-2015) (angl. k.: „Validating and Integrating Downscaling Methods for Climate Change Research“) [40] projekte, įsitraukimo iniciatorius profesorius R. Alzbutas. Pagrindinis VALUE veiklos tikslas yra įsteigti tinklą, kuris sistemingai validuotų ir integruotų metodus, skirtus detalizavimo tyrimams. VALUE veiklos aktualumas ir problematika tiesiogiai susijusi su akivaizdžia klimato kaitos tyrimų svarba ir jiems skirtų detalizavimo metodų tobulinimo poreikiu [40].

Klimato kaita yra grindžiama globaliais klimato modeliais (GCMs) su gana stambia rezoliucija (dideliu tinklelio kvadrato plotu). Kadangi klimato kaitos poveikio tyrimai daugiausia pasireiškia regioniniu mastu (RCM), tai smulkios rezoliucijos klimato kaitos scenarijai turi būti kilę iš GCM modeliavimo pagal jo mažinimą (angl. k.: „downscaling“). COST Action VALUE (2012-2015) užtikrina Europinį tinklą norint plėtoti tokius mažinimo metodus ir gerina bendradarbiavimą tarp išsibarsčiusių mokslinių tyrimų bendruomenių bei tais tyrimais suinteresuotomis šalimis [40].

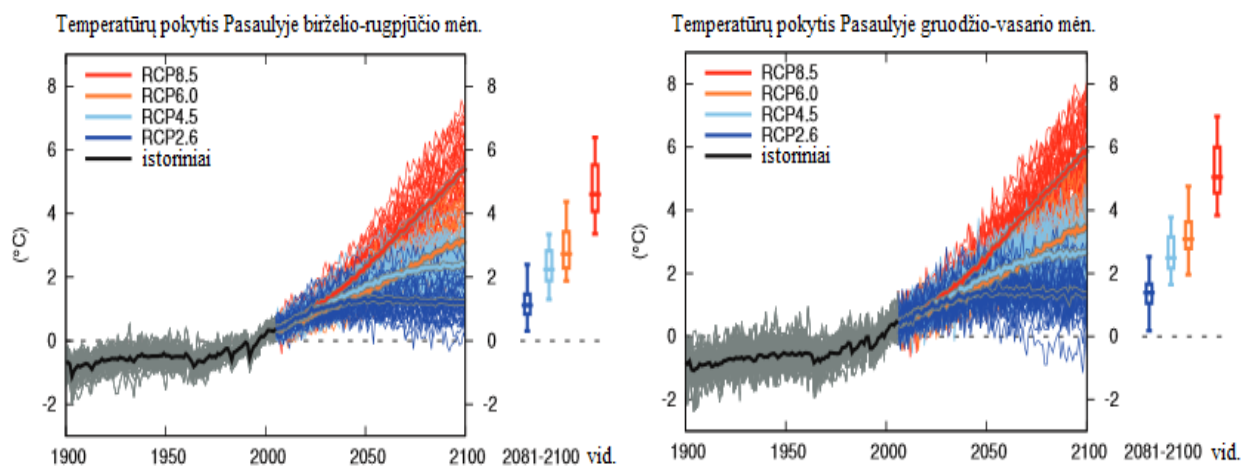
Taip pat Europoje vyksta įvairios tarptautinės sesijos apie klimato kaitą, klimato ir jo poveikio modeliavimą. Vieną iš jų būtų galima paminėti 2015 m. balandžio 12-17 dienomis

Vienoje vykusią tarptautinę EGU (angl. k.: „European Geosciences Union General Assembly“) sesiją apie klimato ir jo poveikio modelių tarpusavio ryšį [41].

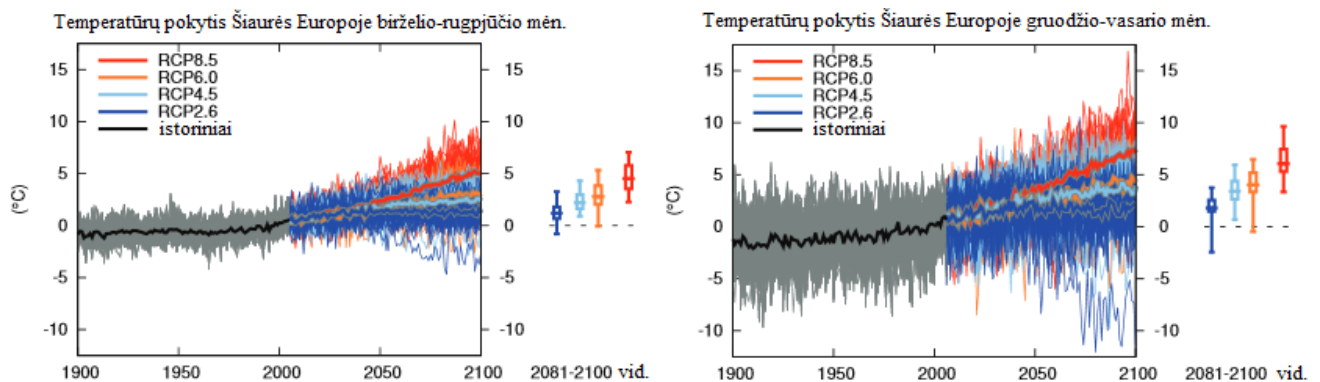
Klimato kaitos rizikai įvertinti 1988 metais įkurta Tarpvyriausybinė klimato kaitos komisija (angl. k.: „Intergovernmental Panel on Climate Change“, trumpinys – „IPCC“), jos tikslas – įvertinti klimato kaitos riziką, kurią sukelia žmogus. Ši komisija apibendrina viso pasaulio mokslininkų atliktus darbus [42].

Pasaulyje atliekami įvairiausi ateities klimato modeliavimai (Covie J. 2013; Dessler A., 2012) norint kuo tiksliau įvertinti energetinį dujų šiltnamio poveikį.

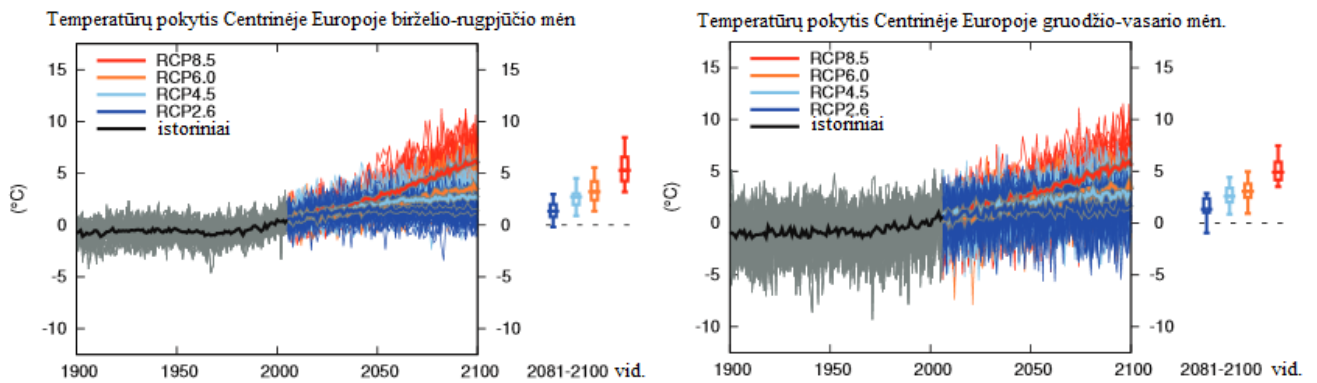
Remiantis Tarpvyriausybės klimato kaitos komisijos [42] ataskaitomis prognozuojami akivaizdūs temperatūros pokyčiai visame pasaulyje [43]. Temperatūrų pokyčius parodo 1.2. paveikslas.



1.2. pav. Prognozuojami oro temperatūros pokyčiai Pasaulyje [43]



1.3. pav. Prognozuojami oro temperatūros pokyčiai Šiaurės Europoje [43]



1.4. pav. Prognozuojami oro temperatūros pokyčiai Centrinėje Europoje [43]

Pagal IPCC 2014 m. ataskaitą [42, 43] ir remiantis klimato kaitos modelių (1.2, 1.3 ir 1.4 pav.) prognozėmis, pateiktomis paveiksluose, matomas vidutinių temperatūrų augimas tiek visame pasaulyje, tiek nagrinėjant Europos žemyną. Klimato scenarijai parodo, kad tikėtini dažnėjantys ekstremalių temperatūrų pasikartojimo periodai, temperatūrų ekstremumų atsiradimo tikimybių didėjimas tiek Europoje, tiek visame Pasaulyje. Skirtingose pasaulio vietose šie pokyčiai gali būti nevienodi savo mastu, daroma žala ar pasikartojimo dažnumu.

Baigiamajame darbe nagrinėjami regioniniai duomenys, apimantys Lietuvos meteorologines stotis ir tiems duomenims atliekama analizė.

1.5. Ekstremalių reiškinių tyrimo aktualumas

Kaip jau buvo minėta ekstremalūs meteorologiniai ir hidrologiniai reiškiniai atsižvelgiant į jo stiprumą, tokie kaip ekstremalios temperatūros, ilgalaikiai šalčiai ir karščiai, potvyniai, gausūs krituliai, tornadai, uraganai ir kiti meteorologiniai reiškiniai gali tiesiogiai ir netiesiogiai paveikti žmogų, jo turtą, aplinkinius pastatus, padaryti nuostolių gamtai. Ekstremalūs gamtos reiškiniai vis dažniau pasikartoja. Palyginus gamtos katastrofų skaičių septintajame dešimtmetyje ir pastarąjį dešimtmetį jis skiriasi tris kartus, tai yra pastarąjį dešimtmetį su oro sąlygomis susijusių katastrofų pasitaikė žymiai daugiau [17]. Dėl kylančios temperatūros ir dažnėjančių ekstremalių oro reiškinių nukenčia žmogaus sveikata, žemės ūkis, miškai, pastatai, svarbūs objektai.

Ekstremalūs įvykiai padaro nemažai nuostolių, nes įvyksta netikėtai, todėl tik prasidėjus tampa mokslininkų labiausiai nagrinėjamu objektu. Žinios apie ekstremalius įvykius dažnai yra neišsamios, trūksta patirties juos tiriant, atliktų darbų apimtis yra nedidelė. Sunku suprasti, kas būtent sukelia ekstremalius įvykius, kaip jie susikūria ir kada bei kur jie gali atsirasti [44].

Ekstremumai gamtoje įvyksta beveik visame pasaulyje ir be didžiulių nuostolių materialiniu atžvilgiu, kasmet sukelia nesuskaičiuojamus nuostolius žmogaus atžvilgiu. Daugiausia gyvybių nusineša žemės drebėjimai [8]. Kiti su oru susiję gamtos reiškiniai, kurie pridaro didelių nuostolių: audros, uraganai, taifūnai, nuošliaužos ir t.t. [45].

Ekstremalių įvykių statistinių duomenų tyrimas yra pirmas žingsnis šių katastrofų mažinimui. Ilgo laikotarpio ekstremalių įvykių stebėjimų duomenims pritaikius statistinius metodus galima įvertinti pavojaus laipsnį, tai yra pasirodymo ar viršijimo tikimybes. Tyrimai taikant statistinius metodus ir siekiant įvertinti keliamos rizikos laipsnį atliekami visame pasaulyje [45].

Darbo aktualumą rodo stichinių nelaimių metu žuvusių žmonių skaičius ir vis dažniau pasikartojantys orų ekstremumai.

Ekstremalios temperatūros yra viena aktualiausių temų ekstremalių meteorologinių reiškinių tyrinėjimuose. Jos yra vienos labiausiai mirtinų oro reiškinių ir aukų skaičiumi pralenkia ugnikalnių išsiveržimus, gamtos gaisrus, sausras, įvairias nuošliaužas, potvynius [8]. Ekstremalios temperatūros sukelia karščių ir šalčių bangas, kurios padaro nemažai nuostolių tiek pačiam žmogui, tiek gamtai, pastatams ir įrenginiams, kai kurios būna net labai skaudžios. Europoje pasireiškusi karščio banga 2003 metais [3] nusinešė 70000 žmonių gyvybes. 2006 metais [4] vykusį karščio bangą taip pat padarė nemažai nuostolių, kai kuriose šalyse viršyti maksimalių temperatūrų rekordai. Viena didžiausių karščio bangų buvo keliais etapais pasireiškusi karščio banga visame šiaurės pusrutulyje 2010 metais [5]. 2012 metais užfiksuoti karščiai Šiaurės Amerikoje [6]. Pasaulyje pasireiškia ne vien karščio bangos, bet galimos ir šalčių bangos, iš kurių būtų galima paminėti 2013-2014 metų žiemos šalčius Šiaurės Amerikoje, 2010-2011 žiemą Didžiojoje Britanijoje ir Airijoje, netikėta šalčio banga Europoje 2012 metų vasario mėnesį, kurios metu žuvo daugiau nei 590 žmonių [7]. Ekstremaliai karšti arba šalti orai daro didelį poveikį žmogui, padaugėja mirčių arba daroma neigiama įtaka žmogaus organizmui, galimi perkaitimai, nušalimai ir panašiai. Karšti orai sukelia gaisrus, alinančias sausras, paveikia gamtą ir gyvūnus, gyvūnai migruoja, daugėja epidemijų, gali žūti smulkesnės gyvūnų rūšys, pritrūkus tam tikrų gyvybiškai svarbių išteklių gali prasidėti nusikalstamumas.

Dažniausiai analizuojamos maksimalios temperatūros, nes jų pasikartojimo dažnumas yra didesnis, bandoma jas tyrinėti, prognozuoti. Pasaulyje atliekama pačių įvairiausių tyrimų taikant statistinius ir tikimybinus modelius, pritaikant klimato kaitos modelius. Tam tikras pasirinktas modelis duoda vis kitokį rezultatą, vieniems regioniniams duomenims tinkantis modelis, nebūtinai gali būti tinkamas ir kito regiono duomenims.

Baigiamojo darbo struktūra:

- Statistinių duomenų imčių pasirinkimas ir trūkstamų duomenų papildymas.
- Atskiri maksimalių temperatūrų ir minimalių temperatūrų tikimybiniai vertinimai ekstremalių reikšmių skirstiniais, kiekvienai turimai imčiai tinkamiausio skirstinio išrinkimas ir atrinkto skirstinio pritaikymas turimiems duomenims.
- Santykinio oro drėgnumo vertinimas taikant įvairių termometrų duomenis.

- Lokalių temperatūrų Dūkšto regione tyrimas.
- Ekstremumų tyrimas taikant slenkančius vidurkius.
- Ekstremalių temperatūrų kaitos tyrimas.

Pagrindinis tikimybinis vertinimas atliekamas 1961-2014 metų ekstremalių oro temperatūrų duomenims. Vertinimui naudojami dažniausiai ekstremalių reikšmių teorijoje naudojami ekstremalių reikšmių skirstiniai: Gumbelio, Veibulo ir Apibendrintas ekstremalių reikšmių skirstinys (GEV). Kiekvieno skirstinio atveju bus randamos tam tikros ekstremalios temperatūros atsiradimo ir viršijimo tikimybės, bei pasikartojimo periodai. Po to atrenkamas tinkamiausias skirstinys turimiems duomenims naudojant atrinkimo metodus: P-P ir Q-Q diagramas, tikimybių skirtumo grafiką ir suderinamumo kriterijų tikrinimą. Naudojami tokie pagrindiniai suderinamumo kriterijai: Chi kvadrato, Kolmogorovo-Smirnovo ir Andersono-Darlingo kriterijai. Kaitos tyrimams taikomi slenkantys vidurkiai, tiesinio trendo analizė, bei analizuojamas temperatūrų tikimybinio tankio funkcijų kitimas kintant laiko parametrai.

1.6. Meteorologinių duomenų apžvalga

Meteorologinių stočių apžvalga

Šiame skyrelyje trumpai aptariamas meteorologinių stočių darbas, meteorologinių stebėjimų istorija, naudojami kintamieji, duomenų rinkinys.

Taigi meteorologijos stotis – vieta, kurioje atliekami meteorologiniai stebėjimai, kuri būdinga tam tikram vietovės reljefui ir ji yra tam tikrų objektų (vandens telkinių, kelių ir kitų) atžvilgiu. Meteorologijos stotis sudaryta iš meteorologinės aikštelės, kurioje išdėstyti meteorologiniai prietaisai ir pastato, kuriame apdorojami užfiksuoti stebėjimų duomenys [46]. Stotyje analizuojami meteorologiniai įvykiai, jų kaita per dieną ar metus, pasiskirstymas pagal vietas, pasikartojimo tikimybės.

Pirmieji meteorologiniai stebėjimai pradėti 1770 metais, Vilniuje, bet duomenys išlikę nuo 1777 m. Lietuvos hidrometeorologijos tarnyba (LHMT) savo veiklą pradėjo 1921 metais. Ji vykdo hidrometeorologinius stebėjimus, rengia reiškinių prognozes, įspėja apie nelaimes, kaupia užfiksuotų stebėjimų duomenų bazines, leidžia įvairius informacinius leidinius, sudarinėja metraščius ir teikia įvairią informaciją savo interaktyviame tinklalapyje <<http://www.meteo.lt>>.

Dominančias maksimalias ir minimalias temperatūras Lietuvoje fiksuoja 18 meteorologijos stočių, o likusios stotys yra agrometeorologinės, vandens matavimo stotys, paprastosios automatinės klimato stebėjimo stotys, atliekančios kitus stebėjimus [46].

Pagrindinės sąvokos ir tam tikrų meteorologinių duomenų informacija aprašoma naudojantis Galvonaitės ir kitų autorių monografija „Lietuvos klimatas“ (2007 m.), knyga įtraukta į literatūros sąrašą [68].

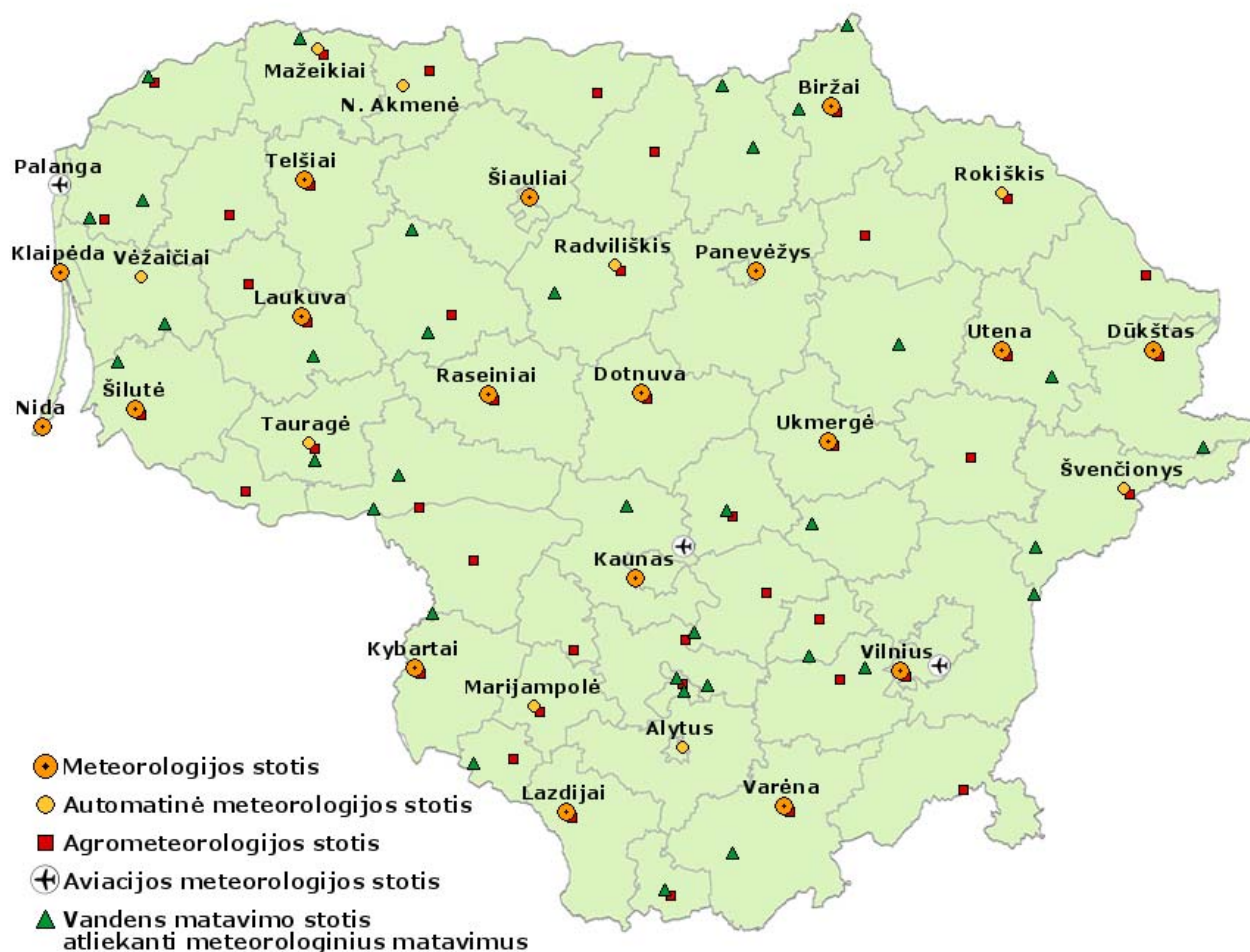
Oro temperatūra matuojama termometrais, norint jog termometrų neveiktų žemės paviršiaus šiluma, jie laikomi psichrometriniame narvelyje 1,5 - 2,0 m aukštyje.

Atmosferos slėgis yra jėga, kuria oras slegia visus žemiau atmosferos esančius kūnus. Atmosferos slėgis matuojamas hektopaskaliais (hPa).

Oro drėgnumas meteorologijos stotyse matuojamas psichrometru.

Dalyje stočių psichrometro nėra todėl naudojantis turimais duomenimis randami kiti. Tai yra jei turime užfiksuotą sausojo ir drėgnojo termometro temperatūrą, tai santykinis oro drėgnumas nustatomas iš jų skirtumo ir slėgio $SD = f(T_s, T_d, P)$. Detalesniam Dūkšto regiono tyrimui naudojami sausojo ir drėgnojo termometrų ekstremalių temperatūrų duomenys apimantys tą regioną, kuriame galėtų būti naujos Atominės elektrinės (AE) alternatyvios aikštelės, todėl statistiniai duomenys naudoti iš Dūkšto meteorologijos stoties ir IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnybos. Dūkšto meteorologinėje stotyje buvo fiksuojami sausojo ir drėgnojo termometrų temperatūros. Kadangi IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyboje (1995-2004 m.) buvo fiksuojamos tik sausojo termometro temperatūros bei santykinis oro drėgnumas, todėl buvo reikalinga naudojant tam tikrą metodologiją [50, 51], kuri aprašyta šio skyriaus pabaigoje, apskaičiuoti ir drėgnojo termometro temperatūras. Ir tada tik buvo galima vertinti ekstremalias įvykių reikšmes.

Vertinant ekstremalias temperatūras statistiniai duomenys buvo surinkti iš visų Lietuvos teritorijoje esančių meteorologinių stočių. Atskiras tyrimas atliekamas esančių rytinėje Lietuvos dalyje, nes ji labiausiai atitinka AE aikštelių charakteristikas, kurios svarbios vertinant pavojingų objektų patikimumą. Lietuvos meteorologijos stočių tinklo žemėlapis pavaizduotas 1.5 paveiksle.



1.5 pav. Lietuvos meteorologijos stočių tinklo žemėlapis [46]

Pagrindinės Lietuvos meteorologijos stočių charakteristikos apibūdintos 1.1 lentelėje.

Visose Lietuvos meteorologijos stotyse atliekami meteorologiniai stebėjimai vidutiniu Grinvičo laiku. Pavyzdžiui, Utenos MS oro temperatūra, drėgnumas, vėjo charakteristikos, atmosferos slėgis, dirvožemio temperatūra, matomumo nuotolis, debesų kiekis, forma, apatinės debesų ribos aukštis matuojamas kas 3 valandas, tai yra 21, 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18 val. vidutiniu Grinvičo laiku. Kritulių kiekis matuojamas kas 6 valandas, tai yra 0, 6, 12, 18 val. vidutiniu Grinvičo laiku. Atmosferos reiškiniai, orai stebimi ir registruojami nenutrūkstamai. Sniego dangos storis, dirvožemio būseną, sniego charakteristikos stebimi kas 6 valandas vidutiniu Grinvičo laiku. Lijundros, šerkšno apšalas matuojamas nuo jo susidarymo iki išnykimo [68].

1.1 lentelė. Lietuvos meteorologijos stočių charakteristikos

(Lentelė gauta bendradarbiaujant su Lietuvos energetikos institutu)

Pavadinimas	Įkūrimo data	Koordinatės		Aukščiai (m)				
		Platuma	Ilguma	Stoties virš jūros lygio	Barometras virš jūros lygio	Termometras virš žemės paviršiaus	Vėjo matavimų prietaisai virš žemės paviršiaus	Kritulių matavimų prietaisai virš žemės paviršiaus
Biržų MS	1924-02-01 00:00:00	56.200000	24.766667	60,2	61,5	1,5	10,0	1,5
Dotnuvos MS	1923-01-01 00:00:00	55.395920	23.866010	69,1	77,1	1,5	10,0	1,5
Dūkšto MS	1971-04-01 00:00:00	55.517900	26.315970	164,2	167,7	1,5	10,0	1,5
Kauno MS	1922-01-01 00:00:00	54.883960	23.835880	76,1	77,0	1,5	10,0	1,5
Klaipėdos KMS	1881-01-01 00:00:00	55.731290	21.091520	6,2	7,3	1,5	10,0	1,5
Kybartų MS	1923-10-01 00:00:00	54.633070	22.783380	57,7	59,4	1,5	10,0	1,5
Laukuvos MS	1924-02-01 00:00:00	55.608850	22.239540	165,0	165,8	1,5	10,0	1,5
Lazdijų MS	1923-11-01 00:00:00	54.250000	23.516667	133,0	133,6	1,5	10,0	1,5
Nidos KMS	1898-05-01 00:00:00	55.302190	21.007320	2,0	2,7	1,5	10,0	1,5
Raseinių MS	1924-10-01 00:00:00	55.394670	23.132860	110,7	110,5	1,5	10,0	1,5
Šiaulių MS	1924-11-01 00:00:00	55.942120	23.331280	105,9	107,4	1,5	10,0	1,5
Telšių MS	1924-01-28 00:00:00	55.991220	22.256580	153,3	151,8	1,5	10,0	1,5
Ukmergės MS	1924-01-01 00:00:00	55.250000	24.766667	72,1	73,2	1,5	10,0	1,5
Utenos MS	1925-10-01 00:00:00	55.515390	25.589630	104,8	105,7	1,5	10,0	1,5
Varėnos MS	1927-10-01 00:00:00	54.249550	24.555370	109,1	110,7	1,5	10,0	1,5
Vilniaus MS	1971-04-08 00:00:00	54.633333	25.100000	162,0	155,9	1,5	10,0	1,5

Trumpai aptariamos maksimalios ir minimalios oro temperatūros, bei santykinis oro drėgnumas.

Maksimalioji oro temperatūra

Dažniausiai karšti orai pasitaiko žemyninės kilmės aukšto slėgio srityse. Karščiaisi vadinami tokie orai, kai maksimali oro temperatūra 3 dienas ir daugiau viršija 25 °C, 30 °C [68].

Kaitra tampa stichine, kai bent 5 dienas iš eilės pasikartoja 30 °C ar dar aukštesnė temperatūra. Kai stichinė kaitra apima 1/3 ir daugiau Lietuvos teritorijos, ji gali sukelti šalies masto nelaimės [47].

Aukštesnė temperatūra nei 25 °C galima balandžio – rugsėjo mėnesių laikotarpyje, o smarki kaitra, kai 30 °C ir daugiau, gali atsirasti nuo gegužės mėnesio [47].

Minimalioji oro temperatūra

Arktinių oro masių išsiveržimas iš šiaurės ir šiaurės vakarų dažniausiai gali lemti smarkius speigus [48]. Jei oro temperatūra būna -30 °C mažiausiai 3 dienas yra fiksuojamas smarkus speigas. Katastrofiniu speigu vadinama, kai oro temperatūra -30 °C trunka ilgiau nei 3 paras, o kai trunka ilgiau nei 3 paras ir apima 1/3 Lietuvos teritorijos vadinama ekologine situacija [68].

Žemiausia oro temperatūra užregistruota 1956 metais, Utenos meteorologijos stotyje ir užfiksuota temperatūra siekė -42,9 °C. Žemesnė nei -25 °C temperatūra nėra sulaukiama kiekvieną žiemą, dažniau jos pasitaiko einant iš vakarinės Lietuvos dalies į rytinę. Taip pat labai žema temperatūra rečiau sulaukiama didžiuosiuose miestuose [68].

Santykinis oro drėgnumas

Vandens garų prisotinimo laipsnį apibrėžia santykinis oro drėgnumas. Jo pasiskirstymas priklauso nuo temperatūros ir vandens garų kiekio esančio ore. Didžiausias santykinis oro drėgnumas užfiksuojamas šaltuoju metu laikotarpiu ir apskritai jis didesnis būna vakarinėje Lietuvos dalyje, o mažesnis rytinėje dalyje [68].

Lietuvos ekstremalių temperatūrų apžvalga

Plačiau aptariami turimi Lietuvos ekstremalių temperatūrų duomenys ir pagrindinis jų panaudojimas.

Ekstremalių temperatūrų statistiniai duomenys surinkti bendradarbiaujant su Lietuvos hidrometeorologijos tarnyba ir Lietuvos energetikos institutu. Lietuvos energetikos instituto turimi duomenys surinkti vykdant tyrimus susijusius su svarbių objektų vertinimu, duomenys gauti iš Dūkšto meteorologine stoties ir IAE ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnybos. Ekstremalių temperatūrų vertinimui naudoti duomenys apimantys aštuoniolika Lietuvos meteorologinių stočių. Statistinius duomenis sudaro maksimalios ir minimalios metinės temperatūros, užfiksuotos 1961-2014 metų laikotarpyje.

Sausojo ir drėgnojo termometrų duomenys apima tą regioną, kuriame gali būti naujos AE alternatyvios aikštelės, todėl statistiniai duomenys naudoti ir iš Dūkšto meteorologinės stoties ir iš IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnybos. Kadangi drėgnojo termometro temperatūros priklausomybei nuo sausojo termometro temperatūros įvertinti reikalingos ir sausojo, ir drėgnojo termometrų temperatūros, bei santykinis drėgnumas, o tokie duomenys buvo prieinami tik iš IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnybos ir 1995-2004 m. laikotarpiu, todėl duomenų imtis susideda iš 10 metų laikotarpio. Likusiems įverčiams vertinti, kuriems užtenka metinių ekstremalių reikšmių, buvo naudoti duomenys tiek iš IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnybos (iki 2009 m.), tiek iš Dūkšto meteorologinės stoties ir jie apima 1995-2014 metus, t.y. 20 metų laikotarpį. Kadangi IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyboje (1995-2004 m.) buvo fiksuojamos tik sausojo termometro temperatūros bei santykinis oro drėgnumas (Priedas 1), todėl buvo reikalinga naudojant tam tikrą metodologiją [50,51], kuri aprašyta toliau, apskaičiuoti ir drėgnojo termometro temperatūras. Ir tada buvo galima vertinti ekstremalias įvykių reikšmes.

Statistiniai ekstremalių temperatūrų duomenys, kurie naudojami analizėse, pateikti pirmame priede (Priedas 1). Turimas valandinis dienos sausojo ir drėgnojo termometrų temperatūrų duomenų rinkinys, 1995-2004 metų intervale, yra labai didelės apimties, todėl prieduose jis nepateikiamas, o pateikiamos minėtų temperatūrų metinės reikšmės. Taip pat dėl gana didelės apimties nepateikti kiekvienos iš 18-os meteorologinių stočių 1961-2014 m. laikotarpio ekstremalių temperatūrų duomenys, o pateikti išrinkti iš tų aštuoniolikos stočių ekstremumai. Svarbu atsižvelgti ir į labai retai pasitaikančias ekstremalias temperatūras, kurias buvo užfiksuotos Lietuvos teritorijoje per visą nagrinėjamą 1961-2014 metų laikotarpį, nes tokios temperatūros pridaro daug žalos.

Pavyzdžiui, Lietuvos oro temperatūros maksimumas buvo užfiksuotas 1994 m. Zarasuose ir siekė 37,5 °C. Prie jos priartėjo tik 2014 metais rugpjūčio 4 d., Druskininkuose užfiksuota temperatūra, kuri siekė 37,1 °C. Oro temperatūros minimumas Lietuvos teritorijoje per nagrinėjamą laikotarpį užregistruotas Utenoje 1970 m. sausio 30 d. ir siekė -38 °C.

Drėgnojo termometro temperatūrų nustatymas iš sausojo termometro ir santykinio oro drėgnumo

Kadangi buvo paimti IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnybos statistiniai duomenys, kurie pateikia oro temperatūrą ir santykinį oro drėgnumą kas tris valandas, todėl iš šių dviejų parametrų nustatoma drėgnojo termometro temperatūrą tomis pačiomis valandomis. Ji apskaičiuojama pagal formulę (naudojantis [50] ir [51]):

$$T_d = \frac{0,00066 \cdot P_h \cdot T_s + \frac{4098 \cdot E}{(T_{rt} + 237,7)^2} \cdot T_{rt}}{0,00066 \cdot P_h + \frac{4098 \cdot E}{(T_{rt} + 237,7)^2}}, \quad (1.1)$$

kur

$$E = 6,11 \cdot 10^{\frac{7,5 \cdot T_{rt}}{237,7 + T_{rt}}}, \quad (1.2)$$

$$T_{rt} = T_s - (14,55 + 0,114 \cdot T_s) \cdot (1 - 0,01 \cdot f) - ((2,5 + 0,007 \cdot T_s) \cdot (1 - 0,01 \cdot f))^3 - (15,9 + 0,117 \cdot T_s) \cdot (1 - 0,01 \cdot f)^{14}, \quad (1.3)$$

Naudojamų parametų paaiškinimai:

T_s - sausojo termometro temperatūra (°C);

T_d - drėgnojo termometro temperatūra (°C);

T_{rt} - rasos taško temperatūra (°C);

P_h - atmosferos slėgis aukštyje h (m) virš jūros lygio (hPa);

E - sočiųjų vandens garų slėgis prisotintame ore, kurio temperatūra T_{rt} °C (hPa);

f - santykinis oro drėgnumas (%).

Atmosferos slėgis aukštyje h (m) virš jūros lygio apskaičiuojamas (naudojantis [50]):

$$P_h = P_a \cdot \left(\frac{288 - 0,0065 \cdot h}{288} \right)^{5,2561}, \quad (1.4)$$

kur

P_a - vidutinis atmosferos slėgis jūros lygyje (vidutinis $P_a = 1013,25$ hPa);

h - aukštis virš jūros lygio (m).

TYRIMŲ METODAI

2.1. Ekstremalių temperatūrų vertinimo procedūra

Ekstremalių meteorologinių įvykių tikėtinumo nustatymo bendra procedūra susideda iš trijų etapų:

- 1) Pirmiausia atliekama duomenų analizė ir jos kokybės vertinimas.

- 2) Turimam duomenų rinkiniui pritaikius grafinius atrinkimo metodus ir patikrinus suderinamumo kriterijais parenkamas tinkamiausias ekstremalių reikšmių skirstinys.
- 3) Turimi duomenys apdorojami surandant nagrinėjamo kintamojo imties statistines charakteristikas (vidurkis, standartinis nuokrypis ir kiti, jei būtina), kurie bus taikomi skaičiuojant pasiskirstymo funkcijų parametrus ir norint įvertinti dominančias charakteristikas.

Ekstremalios metinės oro temperatūrų reikšmės nusakomos atsitiktiniais kintamaisiais, kurie gali būti charakterizuojami specifiniais tikimybiniais skirstiniais. Turimas duomenų rinkinys susiejamas su tikimybine pasiskirstymo funkcija būdinga tam duomenų rinkiniui. Tarp plačiausiai naudojamų yra asimptotiniai ekstremalių reikšmių skirstiniai: Gumbelio skirstinys, Veibulo skirstinys ir Apibendrintasis (GEV).

2.2. Ekstremalių temperatūrų tikimybinis vertinimas

Apibendrintas ekstremalių reikšmių skirstinys

Tikimybių teorijoje ir statistikoje Apibendrintas ekstremalių reikšmių skirstinys apibrėžiamas kaip lankstus trijų parametru modelis, kuris sujungia Gumbelio, Veibulo ir Fréčeto ekstremalių reikšmių pasiskirstymus, kitaip žinomus I, II ir III tipo ekstremalių reikšmių su bendra tikimybių pasiskirstymo funkcija (CDF). Apibendrintojo ekstremalių reikšmių skirstinio pasiskirstymo funkcija apskaičiuojama pagal [38]:

$$F(x) = \exp\left(-\left(1 + \frac{\beta(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\beta}}\right). \quad (2.1)$$

Apibrėžiama, kad $1 + \frac{\beta(x-\mu)}{\sigma} > 0$, kur $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma > 0$ ir $-\infty < \beta < \infty$.

Apibendrintasis skirstinys sudarytas iš trijų parametru, kurie trumpai apibūdinami [35]:

- μ – vietos parametras (angl. k.: „location“), kurio reikšmė gali būti bet kokia reali reikšmė, tai yra $\mu \in \mathbb{R}$. Parametras parodo Apibendrintojo skirstinio centrą.
- σ – masto parametras (angl. k.: „scale“), kuris nustato nukrypimų dydį nuo parametro μ . Šis parametras visada teigiamas, $\sigma > 0$.
- β – formos parametras (angl. k.: „shape“), gali būti bet kokios realios reikšmės, $\beta \in \mathbb{Z}$.

Apibendrintojo skirstinio tikimybinis tankis (PDF) apibrėžiamas [38]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left(1 + \beta \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)^{(-1/\beta)-1} \exp\left(-\left(1 + \beta \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)^{-1/\beta}\right),$$

vėl $1 + \frac{\beta(x-\mu)}{\sigma} > 0$.

Norint apskaičiuoti tikimybę, kad dydis X bus didesnis už tam tikrą dydį x , naudojama garantijų funkcija, kitaip dar vadinama tikėtinumo funkcija $G(x)$ [35].

$$G(x) = P(X > x) = 1 - F(x) = 1 - \exp\left(-\left(1 + \frac{\beta(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\beta}}\right).$$

Klasikinė statistinė analizė remiasi prielaida jog stebimų duomenų X tikimybinis skirstinys F neturi kisti laikui bėgant, o rezultatai gaunami naudojantis maksimalaus tikėtinumo įvertinimu (MLE – angl. k.: „maximum likelihood estimation“). Nepriklausomi kintamieji su ne stacionariu apibendrintu ekstremalių reikšmių skirstiniu [33, 38]:

$$F(x) = \begin{cases} \exp\left(-1 + \beta \left(\frac{x-\mu(t)}{\sigma(t)}\right)^{-\frac{1}{\beta}}\right), & \text{jei } \beta \neq 0 \\ \exp\left(-\exp\left(-\frac{x-\mu(t)}{\sigma(t)}\right)\right), & \text{jei } \beta = 0 \end{cases}. \quad (2.3)$$

Parametrai μ ir σ gali priklausyti nuo kintamojo t , kuris reiškia laiką vieneta, tuomet jie taps priklausomais nuo laiko $\mu(t)$ ir $\sigma(t)$. Parametras β nepriklauso nuo laiko. Formos parametras yra laikomas vienas pagrindinių norint aprašyti ekstremalių reikšmių tikimybinio pasiskirstymo elgesį [31].

Gumbelio skirstinys

Ekstremalių reikšmių Gumbelio tikimybinis skirstinys yra dažniausiai naudojamas tyrimuose, nes jis universalus ir yra dviejų tipų – maksimalių ir minimalių reikšmių [38, 52-53]. Gumbelio skirstinį sudaro tik du parametrai, kurie suprantamai ir aiškiai gali būti apskaičiuojami momentu metodu naudojantis formulėmis

Maksimalios temperatūros vertinimui naudojamas maksimalių reikšmių skirstinys, kurio pasiskirstymo funkcija užrašoma formule:

$$F_{max}(x) = e^{-e^{-(x-\mu)/\sigma}}, \quad -\infty \leq x \leq \infty, \quad \sigma > 0, \quad (2.4)$$

kurioje μ – dažnio parametras, σ – nuokrypio parametras. Parametrai pagal momentų metodą apskaičiuojami naudojantis formulėmis:

$$\mu = \bar{X} - \gamma\sigma, \quad (2.5)$$

$$\sigma = \frac{s\sqrt{6}}{\pi}, \quad (2.6)$$

kur \bar{X} – maksimalių temperatūrų imties vidurkio įvertis, $\gamma = 0,5772$ – Eulerio konstanta, s – maksimalių temperatūrų standartinio nuokrypio įvertis. Parametrai apskaičiuojami remiantis maksimalių temperatūrų duomenų imtimi.

Gumbelio maksimalių reikšmių skirstinio tikimybinis tankis apsirašo formule:

$$f_{max}(x) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}} e^{-e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}}}. \quad (2.7)$$

Tuomet tikimybė, kad per tam tikrą laiką maksimali temperatūra X neviršys ribinio dydžio x :

$$P(x) = P(X \leq x) = F_{max}(x). \quad (2.8)$$

Gumbelio maksimalių reikšmių skirstinio atveju ekstremalių temperatūrų atsiradimo tikimybės įvertinimui yra naudojamas Gumbelio skirstinio funkcijos papildinys $G(x)$ (garantijų funkcija), kuri maksimalių reikšmių atveju parodo tikimybę, kad maksimali temperatūra X bus didesnė už tam tikrą ribinę temperatūrą x :

$$G_{max}(x) = P(X > x) = 1 - F_{max}(x), \quad (2.9)$$

$$G_{max}(x, \mu, \sigma) = 1 - e^{-e^{-(x-\mu)/\sigma}}. \quad (2.10)$$

Garantijų funkcija suprantama kaip dydis atvirkščias pasikartojimo periodui, per kurį tikėtina, kad bus vieną kartą viršytas numatytas dydis.

Jei kiekvienais metais dydis viršys numatytą vertę su tikimybe $1 - P(x)$, tai vidutinis pasikartojimo periodas bus:

$$T(x) = \frac{1}{1-P(x)}. \quad (2.11)$$

Kadangi tyrimas siejamas su vidurkio ir standartinio nuokrypio įverčiais, tai galutinė ekstremalios temperatūros Gumbelio maksimalių reikšmių tikimybinio modelio išraiška užrašoma:

$$G_{max}(x, \bar{X}, s) = 1 - e^{-e^{-\pi \left(x - \left(\bar{X} - 0,5772 \frac{s\sqrt{6}}{\pi} \right) \right) / s\sqrt{6}}}. \quad (2.12)$$

Pažymima, jog $y = (x - \mu)/\sigma$. Tuomet Gumbelio maksimalių reikšmių skirstinio atveju pasikartojimo periodas apskaičiuojamas formule:

$$T_{max} = \frac{1}{1 - e^{-e^{-y}}}. \quad (2.13)$$

Jei pasikartojimo periodas žinomas, tuomet galima apskaičiuoti maksimalią temperatūrą, kuri gali būti viršytą per tam tikrą pasikartojimo periodą T_{max} . Iš (2.13) formulės gaunama, jog

$$1 - e^{-e^{-y}} = \frac{1}{T_{max}}, \quad (2.14)$$

todėl

$$y = -\ln(\ln(T) - \ln(T - 1)). \quad (2.15)$$

Kadangi $y = (x - \mu)/\sigma$, tai maksimali temperatūra x_{max} tam tikram pasikartojimo periodui T_{max} apskaičiuojamas pagal formulę:

$$x_{max} = \mu + \sigma \left(-\ln(\ln(T_{max}) - \ln(T_{max} - 1)) \right). \quad (2.16)$$

(2.16) formulė reiškia, kad tikėtina, kad maksimali temperatūra x_{max} viršys numatytą temperatūrą per pasikartojimo periodą T_{max} .

Minimalios temperatūros vertinimui naudojamas Gumbelio minimalių reikšmių skirstinys [38, 53], kurio pasiskirstymo funkcija:

$$F_{min}(x) = 1 - e^{-e^{(x-\mu)/\sigma}}, \quad -\infty \leq x \leq \infty, \sigma > 0. \quad (2.17)$$

Parametrų priminimui: μ – dažnio parametras, σ – nuokrypio parametras. Jie apskaičiuojami pagal formules:

$$\mu = \bar{X} + \gamma\sigma, \quad (2.18)$$

$$\sigma = \frac{s\sqrt{6}}{\pi}, \quad (2.19)$$

kur \bar{X} – minimalių temperatūrų imties vidurkio įvertis, konstanta $\gamma = 0,5772$ – Eulerio konstanta, s – minimalių temperatūrų imties standartinio nuokrypio įvertis.

Gumbelio minimalių reikšmių skirstinio tikimybinis tankis:

$$f_{min}(x) = \frac{1}{\sigma} e^{\frac{x-\mu}{\sigma}} e^{-e^{\frac{x-\mu}{\sigma}}}. \quad (2.20)$$

(2.17) formulė jau parodo tikimybę, kad minimali temperatūra X bus mažesnė už tam tikrą ribinę temperatūrą x :

$$F_{min}(x) = P(X < x), \quad (2.21)$$

$$F_{min}(x, \mu, \sigma) = 1 - e^{-e^{(x-\mu)/\sigma}}. \quad (2.22)$$

todėl garantijų funkcijos šiuo atveju skaičiuoti nereikia, nes Gumbelio minimalių reikšmių pasiskirstymo funkcija jau parodo dominančią tikimybę, jog nebus viršyta ekstremali minimali temperatūra.

Gumbelio minimalių reikšmių tikimybinio modelio išraiška apibrėžiama:

$$F_{min}(x, \bar{X}, s) = 1 - e^{-e^{\pi \left(x - \left(\bar{X} + 0,5772 \frac{s\sqrt{6}}{\pi} \right) \right) / s\sqrt{6}}}. \quad (2.23)$$

Pasikartojimo periodas Gumbelio minimalių reikšmių skirstinio atveju apskaičiuojamas naudojantis formulę:

$$T_{min} = \frac{1}{1 - e^{-e^y}}, \quad (2.24)$$

čia $y = (x - \mu)/\sigma$.

Žinant pasikartojimo periodą galima apskaičiuoti minimalią temperatūrą, kuri nebus viršyta per atitinkamą pasikartojimo periodą T_{min} . Iš (2.24) formulės gauname, kad:

$$1 - e^{-e^y} = \frac{1}{T_{min}}, \quad (2.25)$$

todėl

$$y = \ln(\ln(T_{min}) - \ln(T_{min} - 1)). \quad (2.26)$$

Kadangi $y = (x - \mu)/\sigma$, tai minimalus dydis x_{min} tam tikram pasikartojimo periodui T_{min} apskaičiuojamas:

$$x_{min} = \mu + \sigma \left(\ln(\ln(T_{min})) - \ln(T_{min} - 1) \right). \quad (2.27)$$

(2.27) formulė reiškia, kad tikėtina, jog minimali temperatūra x_{min} neviršys numatytos vertės per pasikartojimo periodą T_{min} .

Trijų parametru Veibulo skirstinys

Veibulo skirstinys yra apibrėžiamas tik neneigiamoms reikšmėms [63]. Trijų parametru Veibulo skirstinio pasiskirstymo funkcija [65]:

$$F(x) = P(X < x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^\beta}, \quad x \geq \mu, \quad (2.28)$$

kur parametras $\mu \geq 0$, o σ ir β teigiamieji skaičiai, tai yra $\sigma > 0$ ir $\beta > 0$.

Tankis

$$f(x) = \frac{\beta}{\sigma} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^\beta\right), \quad x > \mu.$$

Veibulo skirstinio parametrai apskaičiuojami naudojantis ribiniu parametru ir mažiausiais kvadratais. Pertvarkyta Veibulo pasiskirstymo funkcija (CDF) į [64, 31]:

$$\log(x - \mu) = \frac{1}{\beta} \log(-\log(1 - p)) + \log\sigma, \quad (2.29)$$

yra gaunama tiesinė priklausomybė tarp $\log(x - \mu)$ ir $\log(-\log(1 - p))$, kur μ - ribinis parametras, o p - sukaupta tikimybė. Kiti parametrai kaip σ ir β gali būti rasti įrašius ribinį parametru ir naudojantis mažiausiais kvadratais. Transformuotų reikšmių $\log(x - c)$ ir $\log(-\log(1 - p))$ tiesinės regresijos determinacijos koeficiento R^2 reikšmė reikalinga siekiant geriausiai įvertinti parametru μ [31]. Veibulo skirstinio parametrai randami naudojantis Matlab programinės priemonės pagalbos parinktyje esančiu žinynu.

2.3. Ekstremalių temperatūrų pasikliautiniai intervalai

Ekstremalių reikšmių pasikliautinius intervalus galima nubraižyti naudojantis CumFreq programa, arba remiantis jos veikimu apskaičiuoti analitiniu būdu. Metodologija, kuria naudojantis apskaičiuojami pasikliautiniai intervalai, aprašyta H.P. Ritzema knygoje [55].

Ekstremalių reikšmių tikimybinio skirstinio pasikliautiniai intervalai randami pasinaudojant Binominio tikimybinio skirstinio standartiniu nuokrypiu S_d :

$$S_d = \sqrt{\frac{F(x) \cdot (1 - F(x))}{N}}, \quad (2.30)$$

kur $F(x)$ yra pasiskirstymo funkcija ($0 < F(x) < 1$), o N - imties duomenų skaičius.

Nustatinėjant pasiskirstymo funkcijos $F(x)$ pasikliautinąjį intervalą yra naudojama Stjudento tikimybinio skirstinio t statistika (kvantilis t). Naudojant 90% pasiklovimo ribas t statistikos reikšmė yra artima 1,7, kai $N > 10$. Be to, Binominis skirstinys yra simetris, kai

$F(x) = 0,5$, tačiau jis pasidaro asimetriškas, kai $F(x)$ artėja prie 0 ar 1. Todėl nustatinėjant apatinę (L) ir viršutinę (U) $F(x)$ pasikliautinio intervalo ribas, funkcija $F(x)$ yra naudojamas kaip svoris standartiniam nuokrypiui S_d . Tada pasikliautinio intervalo ribos yra apskaičiuojamos pagal formules:

$$L = F(x) - 2 \cdot 1,7 \cdot (1 - F(x)) \cdot S_d, \quad (2.31)$$

$$U = F(x) + 2 \cdot 1,7 \cdot F(x) \cdot S_d. \quad (2.32)$$

Kai $N = 55$, naudojant 90% pasiklivimo ribas t statistikos reikšmė yra 1,6735, naudojant 95% pasiklivimo ribas statistikos reikšmė yra 2,0045, o naudojant 99% reikšmė 2,669.

2.4. Ekstremumų pasikartojimo periodo vertinimas

Pagal Shiau, ekstremalus įvykis laikomas tuomet, jei atsitiktinis dydis X_i , kai $i = 1, \dots, n$, yra didesnis arba lygus tam tikram dydžiui x_T [56]. Pasikartojimo periodas T yra apibrėžiamas, kaip laikotarpis per kurį tikėtina jog bus viršytas numatytas dydis $X_i \geq x_T$.

Įvykio pasikartojimo periodas $X_i \geq x_T$ tokiu būdu gali būti susijęs su įvykių tikimybe. Daroma prielaida, kad įvykio atsiradimo tikimybė $X_i \geq x_T$ bet kokiais metais yra $P(X_i \geq x_T)$. X_i nepriklausoma eilės reikšmė, tikimybė, kad laiko intervalas T dėl temperatūros dydžio x_T viršijimo lygus n apskaičiuojamas pagal [54]:

$$P(T = n) = P(X_1 < x_T)P(X_2 < x_T) \dots P(X_{n-1} < x_T)P(X_n \geq x_T) = P(X_1 < x_T)^{n-1}P(X_n \geq x_T). \quad (2.33)$$

Tikėtinas pasikartojimo periodas T apskaičiuojamas pagal [54]:

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} n P(X_{n-1} < x_T)^{n-1} P(X_n \geq x_T) = \frac{1}{P(X_i \geq x_T)} = \frac{1}{1 - P(X_i < x_T)}. \quad (2.34)$$

Iš formulės matyti, kad pasikartojimo periodas priklauso nuo pasirinktų atsitiktinių dydžių skirstinio, t.y. ilgesnis pasikartojimo periodas T , mažesnė tikimybė $P(X_i \geq x_T)$, ir didenis atsitiktinio kintamojo dydis x_T .

Pavyzdžiui, Gumbelio maksimalių reikšmių skirstinio atveju garantijų funkcija suprantama kaip vertė, atvirkščia pasikartojimo periodui, per kurį tikėtina, kad bus vieną kartą viršyta tam tikra numatyta temperatūra [38].

Gumbelio skirstinio atveju pasikartojimo periodas randamas naudojantis išraiška:

$$T_{max} = \frac{1}{1 - e^{-e^{-y}}}. \quad (2.35)$$

Taip pat žinant pasikartojimo periodą galima apskaičiuoti maksimalią temperatūrą, kuri gali būti viršyta vieną kartą per atitinkamą pasikartojimo periodą T taigi:

$$1 - e^{-e^{-y}} = \frac{1}{T}, \quad (2.36)$$

todėl

$$y = -\ln(\ln(T) - \ln(T - 1)), \text{ kur } y = \frac{x-\mu}{\sigma}, \quad (2.37)$$

tai

$$x_G = \mu + \sigma(-\ln(\ln(T) - \ln(T - 1))). \quad (2.38)$$

Remiantis Veibulo ir Apibendrintojo skirstiniais ir pasikartojimo periodu gaunama jog:

$$x_w = \mu + \sigma(\ln(T))^{\frac{1}{\beta}}, \quad (2.39)$$

$$x_{GEV} = \mu + \frac{\sigma}{\beta(\ln(T) - \ln(T-1))^{\beta}} - \frac{\sigma}{\beta}. \quad (2.40)$$

x_G , x_w ir x_{GEV} reiškia atitinkamai Gumbelio, Veibulo ir Apibendrintojo skirstinio formules, kuriomis naudojantis apskaičiuojama maksimali temperatūra, kuri gali būti viršyta viena kartą per atitinkamą pasikartojimo periodą.

2.5. Ekstremalių reikšmių skirstinių atranka

Konkreto modelio parinkimas turimiems duomenims atsižvelgiant į tai, kad būtų rastas kompromisas tarp lengvesnės analizės ir modelio sudėtingumo yra gana sudėtinga užduotis. Siekiant įvertinti pasirinkto skirstinio tinkamumą turimiems duomenims ar kelių skirstinių palyginimą tarpusavyje, kuris tinkamesnis turimiems duomenims, pritaikomi įvairūs skirstinių atrinkimo metodai: grafiniai atrinkimo būdai (angl. graphical models) ir suderinamumo hipotezių tikrinimas (angl. k.: „goodness-of-fit test“) [26].

Duomenims atlikus grafinę analizę, ji vizualiai parodo tam tikro skirstinio tinkamumą turimiems duomenims. Grafiniams atrinkimo būdams priskiriami: skirstinių tikimybių, pasiskirstymų funkcijų arba kvantilių palyginimo grafikai. Detaliau grafinius atrinkimo metodus aptaria Nelson (1982) ir O'Connor (1997) [26].

Grafiniai atrinkimo būdai

Autoriai Murphy, Xie ir Jiang savo darbe [26] pradėjo taikyti grafinius atrinkimo būdus, kaip pagrindą vizualizuoti vieno arba kelių skirtingų modelių tinkamumą turimiems duomenims. Taikyti grafinius metodus gana paprasta ir jų suteikta informacija pakankamai naudinga.

Rinne savo darbe [57] nurodė, kad P-P ir Q-Q grafikai yra naudojami norint palyginti:

- dvi teorines pasiskirstymo funkcijas (CDF – skirstinio pasiskirstymo funkcija),
- dvi empirines pasiskirstymo funkcijas
- vieną empirinę pasiskirstymo funkciją ir vieną teorinę pasiskirstymo funkciją.

P-P diagrama – tai empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos palyginimo grafikas.

Wilk ir Gnadasekin teigė, kad nors P-P grafikai duoda ribotą naudą, jie yra naudingi norint aptikti neatitikimus skirstinio viduje (apie medianą) [26]. P-P grafikas yra empirinės pasiskirstymo funkcijos reikšmių atidėjimas grafike palyginant jas su teorinėmis pasiskirstymo

funkcijos reikšmėmis. EasyFit programa rodo atskaitos įstrižainės liniją, nuo kurios išilgai turėtų išsidėlioti taškai ir turėtų būti kuo arčiau įstrižainės. Jei taškai išsidėsto arti linijos gaunama, kad tam tikras specialus teorinis skirstinys yra tinkamas modelis turimiems duomenims.

Q-Q diagrama – empirinių ir teorinių kvantilių palyginimo grafikas. Grafikas gaunamas braižant turimų stebimų duomenų reikšmes x_i (kur $i = 1, \dots, n$) ties X ašimi ir reikšmes ant Y ašies, apskaičiuotas pagal formulę:

$$F^{-1}\left(F_n(x_i) - \frac{0.5}{n}\right),$$

kur F^{-1} – atvirkštinė pasiskirstymo funkcija (ICDF), $F_n(x)$ – empirinė pasiskirstymo funkcija, o n - imties dydis. Kuo labiau Q-Q grafikas gaunasi tiesinis, tuo teorinis pasiskirstymas yra tinkamesnis ir pasirinktas teisingai.

Tikimybės skirtumo grafikas

Tikimybės skirtumų grafikas yra skirtumų grafikas tarp empirinių ir teorinių pasiskirstymo funkcijų. Empirinė pasiskirstymo funkcija [58]:

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \cdot n_x, \quad (2.41)$$

kur n_x – imties reikšmių x_i nedidesnių už x skaičius.

Tikimybės skirtumų grafikas apibrėžiamas:

$$Diff(x) = F_n(x) - F(x). \quad (2.42)$$

Šis grafikas yra skirtas nustatyti kaip gerai teorinis pasiskirstymas tinka su turimais duomenimis ir palyginti kelių naudojamų skirstinių gerumą.

2.6. Suderinamumo kriterijų tikrinimas

Suderinamumo kriterijus įvertina atsitiktinės imties atitikimą su teorine skirstinio tikimybine funkcija. Kitaip tariant šie suderinamumo kriterijai parodo, kaip gerai pasirinktas skirstinys tinka prie konkrečių duomenų. Rekomenduojama suderinamumo hipotezes tikrinti skirtingais kriterijais, kad būtų gaunama daugiau informacijos leidžiančios įvertinti pasirinkto skirstinio tinkamumą. Hipotezės yra atmetamos, jei statistika viršija tam tikrą kritinę reikšmę.

Tikrinama nulinė hipotezė H_0 , ar gautų duomenų skirstinio pasiskirstymo funkcija $F(\bar{X}; \mu, \sigma, \beta)$ sutampa su teorine pasiskirstymo funkcija su alternatyvia hipoteze, kad nesutampa. Murphy, Xie ir Jiang savo darbe [26] nagrinėja kelis atvejus:

1 atvejis: Parametrai μ , σ ir β yra pilnai nurodyti arba žinomi.

2 atvejis: Parametrai μ , σ ir β yra ne pilnai nurodyti arba žinomi ir kiekvienas nenurodytas parametras turi būti nustatytas atsižvelgiant į duomenis. Tikslas patikrinti H_0 hipotezę, bei įvertinti imties atsiradimo tikėtinumą, atsižvelgiant į tai jog H_0 hipotezė teisinga.

Ekstremalių temperatūrų duomenų rinkinys baigtinis ir parametrai μ , σ ir β turi būti nustatyti atsižvelgiant į duomenis, tai atitinka 2 atvejį. Yra trys pagrindiniai suderinamumo hipotezių tikrinimo kriterijai, siekiant įvertinti, kuris skirstinys geriausiai tinka turimiems duomenims [26], [59-61]:

- Chi kvadrato suderinamumo kriterijus (angl. k.: „Chi-Square Test“)

χ^2 (Chi kvadratu) yra vienas iš populiariausių suderinamumo kriterijų, kuriuo tikrinama hipotezė ar turimas duomenų skirstinys sutampa su teoriniu skirstinio modeliu. Kriterijus taikomas grupuotiems duomenims. Duomenys suskirstomi į k kategorijų, kitaip tariant k intervalų. Nėra tam tikro optimalaus intervalų skaičiaus pasirinkimo, tik naudojant tam tikras formules ši skaičių galima apskaičiuoti pagal imties dydį N . Pavyzdžiui, naudojama programinė priemonė EasyFit ši skaičių randa naudojant empirinę formulę:

$$k = 1 + \log_2 N.$$

Chi kvadrato statistika apibrėžiama taip:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i},$$

kur O_j – stebėjimų dažniai intervale i , t.y. intervaliniai dažniai. E_i – tikėtinas dažnis intervale i , kuris apskaičiuojamas pagal

$$E_i = F(x_2) - F(x_1),$$

kur F – tikrinamo tikimybinio skirstinio pasiskirstymo funkcija, o x_1, x_2 ribos intervale i . Hipotezė įvertina skirtumus tarp tikėtinų ir stebimų dažnių, kuo skirtumai didesni, tuo labiau abejotinas skirstinio teisingumas ar tinkamumas turimiems duomenims [58].

- Kolmogorovo-Smirnovo suderinamumo kriterijus (angl. k.: „Kolmogorov-Smirnov Test“)

Pagal EasyFit programos metodiką, Kolmogorovo-Smirnovo kriterijus pagrįstas empirine pasiskirstymo funkcija (ECDF). Tarkime, kad turima atsitiktinė imtis x_1, \dots, x_n tam tikro skirstinio su pasiskirstymo funkcija $F(x)$. Empirinė pasiskirstymo funkcija žymima formule

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \cdot (\text{stebėjimų skaičius} \leq x).$$

Kolmogorovo-Smirnovo statistika (D) remiasi didžiausiu vertikaliu skirtumu tarp teorinės ir empirinės pasiskirstymo funkcijos

$$D = \max_{1 \leq i \leq n} \left(F(x_i) - \frac{i-1}{n}, \frac{i}{n} - F(x_i) \right).$$

- Andersono-Darlingo suderinamumo kriterijus (angl. k.: „Anderson-Darling Test“)

Andersono-Darlingo suderinamo kriterijus taip pat remiasi skirtumu tarp teorinės ir empirinės pasiskirstymo funkcijos [26]. Pagal EasyFit programinę priemonę šis kriterijus skiria daugiau dėmesio uodegoms nei Kolmogorovo-Smirnovo testas.

Andersono-Darlingo statistika apibrėžiama [26]:

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) \cdot [\ln F(X_i) + \ln (1 - F(X_{n-1+1}))].$$

2.7. Klimato kaitos tyrimo metodika

Klimato kaitos tyrimas atliekamas, pastebint jog duomenys turi kitimo tendenciją. Tokius duomenis galima nagrinėti įvairiais metodais. Viename iš magistro tiriamajame projekte buvo atlikta ekstremalių temperatūrų analizė laiko eilučių prognozavimo metodais [25]: autoregresiniu (AR), slenkamųjų vidurkių (MA) ir automatiniu ARIMA modeliu. Laiko eilučių analizėje nestacionariems duomenims gali būti naudojamos tam tikros transformacijos, kurios užtikrintų nagrinėjamų kintamųjų stacionarumą ir tik tada analizuoti transformuotus kintamuosius [62].

Laiko eilučių analizėje prieš atliekant analizę patikrinama duomenų stacionarumas. Stacionarumui tikrinti naudojama grafinė analizė ir formalus ADF (angl. k.: „Augmented Dickey Fuller test“) testas. Duomenys stacionarūs tuomet, kai yra pastovus vidurkis, pastovi dispersija ir stebėjimų kovariacija nepriklauso nuo laiko [62]. Jei duomenys nėra stacionarūs, tuomet pašalinamas trendas ir stacionarizuojamos laiko eilutės. Laiko eilutės stacionarizuojamos atliekant pirmos eilės skirtuminę transformaciją, tokiu būdu analizuojamos ne nominalios maksimalios ir minimalios temperatūros reikšmės, o metiniai ekstremalių temperatūrų pokyčiai.

Pirmos eilės skirtuminė transformacija:

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}, \text{ kur} \quad (2.43)$$

Y_t - laiko eilutės reikšmė momentu t ;

Y_{t-1} - laiko eilutės reikšmė momentu $t - 1$;

Klasikiniame apibendrintame ekstremalių reikšmių modelyje (2.2 skyrius) daroma prielaida, kad jame esantys parametrai μ , σ ir β yra nepriklausomi nuo laiko.

$$F(x) = \exp\left(-\left(1 + \frac{\beta(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\beta}}\right). \quad (2.44)$$

Tačiau, jei patikrinus stacionarumo prielaidą, duomenų imtis yra nestacionari arba atlikus slenkamųjų vidurkių tyrimą pastebima kitimo tendencija, reiktų įtraukti kintamą parametą (pvz. laikas). Norint patikrinti duomenų stacionarumą ir trendo egzistavimą gali būti naudojami: ADF testas, „Phillips Perron“ (PP) testas ir „Mann Kendal“ testas. Remiantis Husna B. Hasam publikacijomis [33, 34] gali būti sudaromi tokie modeliai:

1 modelis: μ , σ ir β yra konstantos.

2 modelis: $\mu(t) = B_0 + B_1 t$, o σ ir β yra konstantos.

kur t – pasirinkto metų laikotarpio metų vienetas.

Pirmas modelis parodo, kad visi parametrai nepriklauso nuo laiko, kitaip tariant yra konstantos. Tačiau, jei duomenyse aptinkami trendai, kitimo tendencija, tada šiuo atveju laikas yra išreiškiamas kaip kintamasis, kur μ sudaromas iš tiesinio trendo (2 modelis), o kiti parametrai paliekami tokie patys kaip pirmo modelio, nes jie yra konstantos.

Kitimas atliekamas Apibendrintojo ir Gumbelio skirstinio atvejais. Tik Gumbelio skirstinio atveju, kaip žinoma, nėra vieno parametro, $\beta = 0$. Gumbelio skirstinio atveju parametrai randami momentų metodu (LMOM), o Apibendrinto skirstinio atveju maksimalaus tikėtimumo metodu (MLE) naudojant Matlab programą.

Nagrinėjamos padėties charakteristikos (vidurkio, kuris apibūdina nagrinėjamų duomenų centrą) kitimas, kaip kintant laikui kinta tikimybinės tankio funkcijos. Turint parametrus μ , σ bei β ir naudojantis tam tikrą metodologiją apskaičiuojami Gumbelio skirstinio ir Apibendrintojo skirstinio kintančio laike tikimybinio tankio vidurkiai, bei jų 0,05 ir 0,95 kvantiliai.

Gumbelio skirstinio atveju vidurkis apskaičiuojamas pagal [71]:

$$\mu + \sigma \cdot \gamma, \quad (2.45)$$

kur μ – dažnio parametras, σ - nuokrypio parametras ir $\gamma = 0,5772$ yra Eulerio konstanta.

o Apibendrintojo skirstinio atveju vidurkis gali būti apskaičiuojamas pagal dvi formules, kurios duoda analogiškus rezultatus [71]:

$$\mu + \sigma \frac{\Gamma(1-\beta)-1}{\beta}, \text{ kai } \beta < 1, \quad (2.46)$$

$$\text{arba } \mu - \frac{\sigma}{\beta} + \frac{\sigma}{\beta} g_1, \text{ kai } g_k = \Gamma(1 - k \cdot \beta), k = 1, 2, 3, 4,$$

kur Gama funkcija Γ apskaičiuojama naudojant formulę [72], kad $\Gamma(n) = (n - 1)!$, čia n – teigiama Gama funkcijos reikšmė.

Tikimybių kvantiliai α (0,05 ir 0,95) apskaičiuojami naudojantis formulėmis [73]:

Gumbelio skirstinio atveju:

$$Q_\alpha = \mu - \sigma \cdot \log(-\log \alpha). \quad (2.47)$$

Apibendrintojo skirstinio atveju:

$$Q_\alpha = \mu - \frac{\sigma}{\beta} \cdot (1 - (-\log \alpha)^{-\beta}), \text{ kai } \beta \neq 0. \quad (2.48)$$

2.8. Programinės įrangos apžvalga

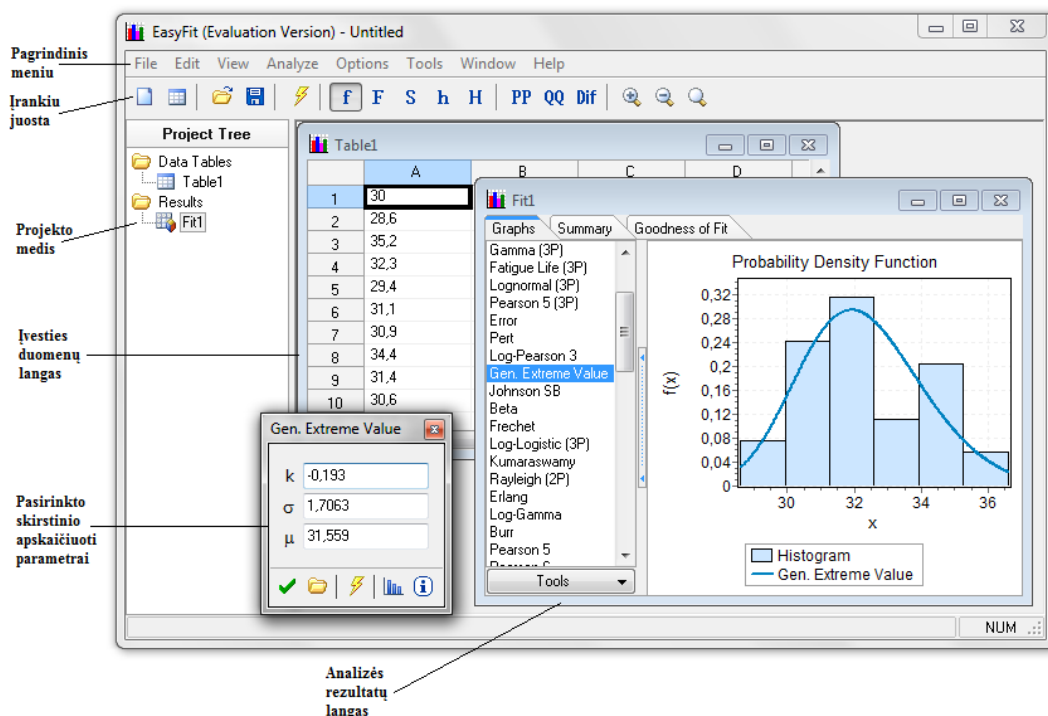
Sudėtingesnius statistinius skaičiavimus palengvina specialūs programiniai paketai: SAS, SPlus, SPSS, MINITAB, HYFRAN, R ir kiti. Jie plačiai naudojami statistinio modeliavimo uždaviniuose. Buvo išbandytos programinės priemonės R, Weibull++, Minitab, CumFreq. Analizei pasirinkta naudoti universalią programinę priemonę MS Excel, kurioje nėra iš karto paruoštų algoritmų skaičiavimams atlikti ir galima sukurti ekstremalių reikšmių skirstinių

skaičiavimo modelį. MS Excel programine priemone buvo atlikti tikimybių skaičiavimai, analizės, taikyti ekstremalių reikšmių skirstiniai, atliktas ekstremumų tyrimas taikant slenkančius vidurkius ir ekstremalių temperatūrų kaitos tyrimas.

EasyFit 5.6 programa yra duomenų analizės ir modeliavimo taikymo programa, leidžianti pritaikyti tikimybinis skirstinius turimai duomenų imčiai, pasirinkti geriausiai tinkantį modelį ir remiantis rezultatais atlikti kitus tyrimus ar priimti tam tikrus sprendimus. Programos privalumas, kad ją paprasta naudoti, išsami pagalbos sistema, daug įvairių skirstinių, pateikta gana konkreti teorija. EasyFit 5.6 Professional programine priemone atlikta tinkamiausio skirstinio atranka, naudojantis grafiniais atrinkimo būdais ir suderinamumo kriterijų tikrinimu. Programos aplinka nėra sudėtinga vartotojui, yra paaiškinimai.

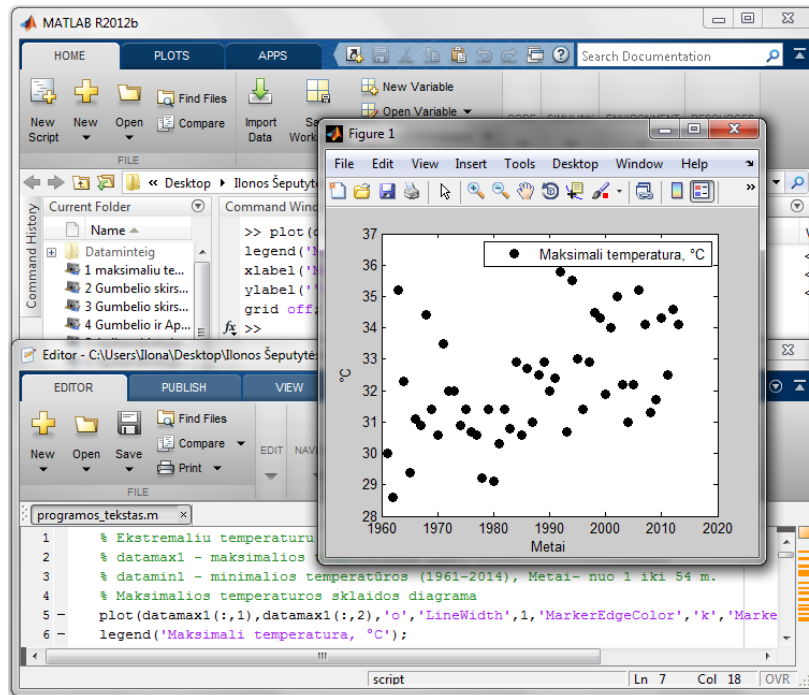
Taip pat naudota ir Matlab programinė priemonė. Matlab programa yra viena seniausių ir galingiausių kompiuterinių programų skirtų įvairiems moksliniams skaičiavimams. Pagrindinis Matlab programinės priemonės panaudojimas buvo ekstremalių reikšmių skirstinių parametru radimas ir grafikų braižymas. Tiek EasyFit, tiek MATLAB programinės priemonės nesudėtingos vartotojui, o įrankiu juostoje pagalbos parinktis (angl. k.: „Help“), padeda sužinoti apie tam tikrą komandą, funkciją ar iš teorinės pusės aprašo norimą taikyti metodą.

EasyFit programos vartotojo sąsaja yra nesudėtinga, taip pat nemažai patarimų, bei specialios informacijos susijusios su duomenų analize. Pagrindinis langas susideda iš duomenų lentelės ir analizės rezultatų. Projekto medis komponentus sudeda į kategorijas, kad lengviau būtų juos surasti. Taip pat kiekvieną komponentą galima redaguoti, tai yra ištrinti ar pakeisti, jei norima, galima išsaugoti visą projektą.



2.1 pav. EasyFit programos langas

Matlab' o programinės priemonės naudojimui yra pateikta nemažai žinyų (manualų).



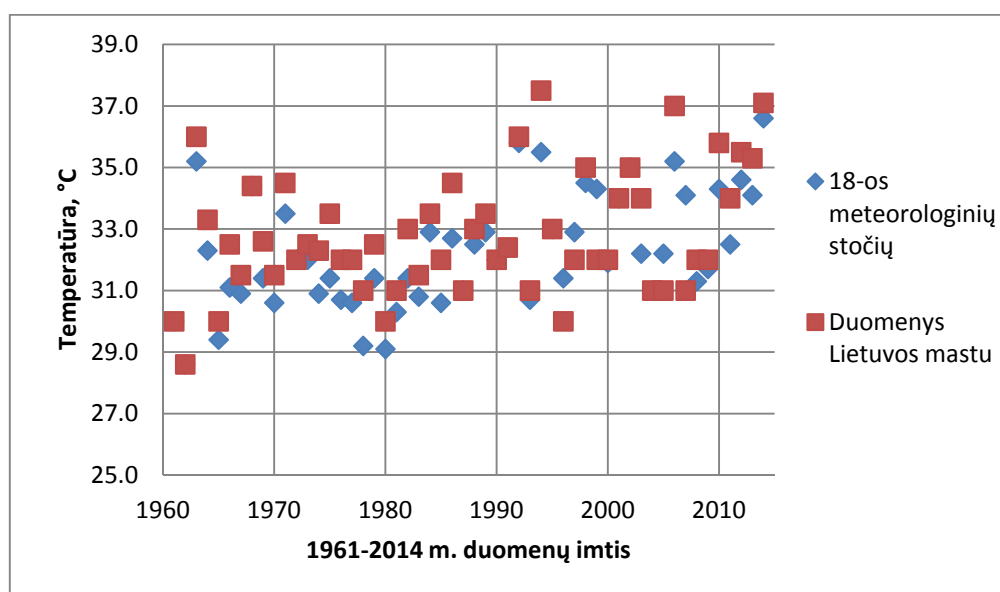
2.2 pav. Matlab programos langas

TYRIMŲ REZULTATAI IR JŲ APTARIMAS

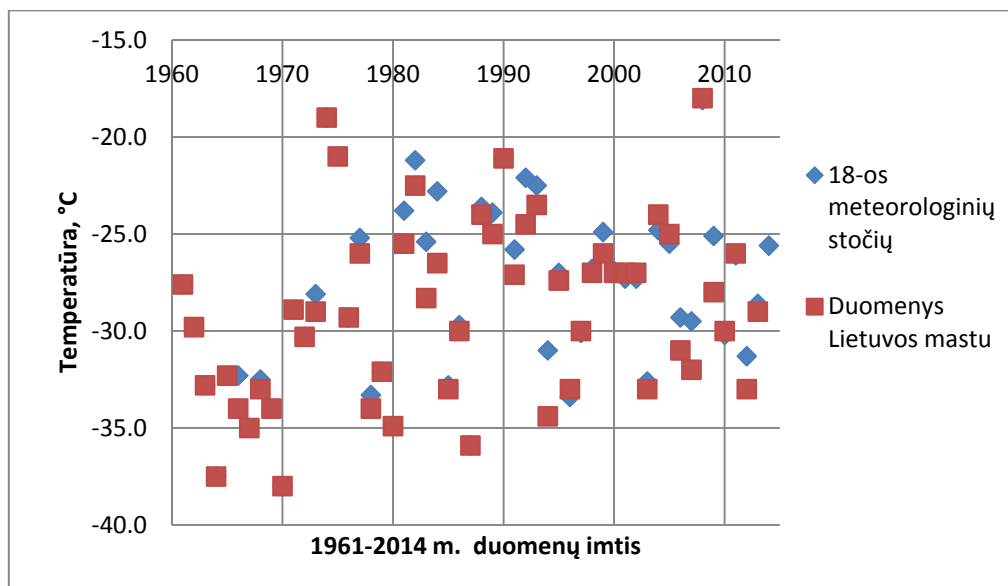
3.1 Statistinių duomenų imčių pasirinkimas ir apžvalga

Pagrindinė nagrinėjama duomenų imtis baigiamojo darbo metu yra Lietuvos aštuoniolikos meteorologinių stočių ekstremalios temperatūros. Atskirų aštuoniolikos meteorologinių stočių metiniai ekstremumai, 1961-2012 metų intervale, buvo gauti bendradarbiaujant su A. Jokimaičiu, kuris juos gavo iš Lietuvos Hidrometeorologijos tarnybos (LHMT). Duomenys buvo papildyti bendradarbiaujant su, jau minėta, LHMT, naudojantis suteiktais kiekvienos meteorologinės stoties 2013 ir 2014 metų metraščiais ir jų išsirenkant reikalingą informaciją. Iš turimų aštuoniolikos meteorologinių stočių ekstremalių temperatūrų duomenų išrenkami tam tikriems metams (1961-2014 metų intervale) didžiausia ir mažiausia temperatūra.

Naudojantis LHMT suteiktais leidiniais: „Stichinių meteorologinių reiškinių apžvalga“ [69] ir „Hidrometeorologinės sąlygos“ [70] papildyta Lietuvos energetikos instituto įvairiais šaltiniais surinkta ekstremalių temperatūrų duomenų imtis, kuri apima ne tik meteorologines stotis, bet ir teritorijas, kuriose jų nėra. Pavyzdžiui, Lietuvos oro temperatūros maksimumas buvo užfiksuotas 1994 m. Zarasuose ir siekė 37,5 °C.



3.1 pav. 54 metų intervalo 18 stočių ir visos Lietuvos teritorijos maksimalių temperatūrų duomenų imtis



3.2 pav. 54 metų intervalo 18 stočių ir visos Lietuvos teritorijos minimalių temperatūrų duomenų imtys

3.1 ir 3.2 pav. pateikti duomenys gauti iš 18 meteorologinių stočių metinių duomenų išrinkus ekstremumus ir kitais šaltiniais rastos temperatūros apimančios ir tuos regionus, kuriuose nėra meteorologinių stočių. Iš grafiko matyti, kad yra užfiksuotų ir ekstremalesnių temperatūrų tiek maksimalių temperatūrų, tiek minimalių temperatūrų imtyse. Analizė apsiribota 18-os stočių duomenimis, nes jie yra iš vieno šaltinio ir surinkti iš stočių apžvalgų metraščių.

3.2 Minimalių temperatūrų tikimybinis vertinimas

Naudojant minimalių temperatūrų duomenis gautus iš Lietuvos hidrometeorologijos tarnybos atliekamas tikimybinis vertinimas. Minimalių temperatūrų tikimybinį vertinimą sudaro pagrindinių ekstremalių reikšmių skirstinių taikymas duomenims, jų pasikartojimo periodo vertinimas, duomenims tinkamiausio skirstinio radimas ir rasto skirstinio pritaikymas.

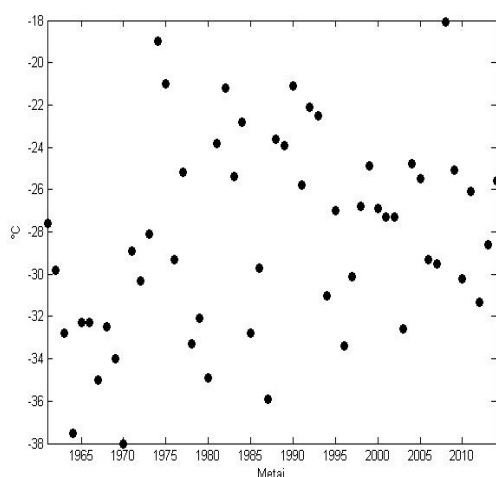
Tyrimo objektas – metinės minimalios temperatūros, užfiksuotos 18-oje Lietuvos meteorologinių stočių.

Naudojami ekstremalių reikšmių skirstiniai: Gumbelio, Veibulo ir Apibendrintasis (GEV). Kadangi Veibulo skirstinys nagrinėja tik neneigiamas reikšmes (2.2 skyrius), $x > 0$, tai atliekant vertinimą minimalioms temperatūroms ekstremalių reikšmių skirstiniais bus naudojama išraiška, kad $x = |-x|$. Programinėje priemonėje MS Excel naudojama ABS funkcija – ABS(<number>). Ši funkcija gražina absoliučiąją skaičiaus reikšmę, kur reikšmė tampa skaičiumi be ženklo.

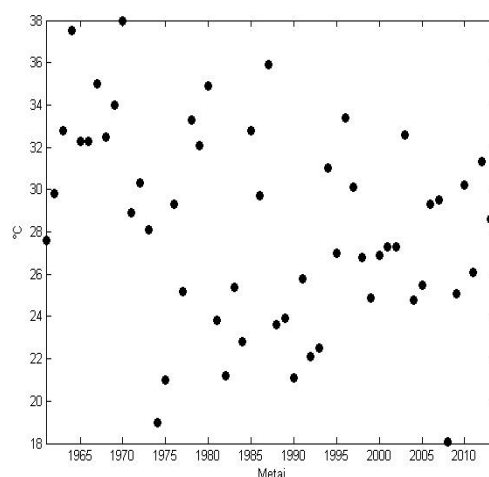
Minimalių temperatūrų duomenys pateikti 3.1 lentelėje.

3.1 lentelė. Oro temperatūros minimumai, užfiksuoti Lietuvos meteorologijos stotyse (°C)

Metai	°C	Metai	°C	Metai	°C	Metai	°C	Metai	°C	Metai	°C
1961	-27,6	1970	-38	1979	-32,1	1988	-23,6	1997	-30,1	2006	-29,3
1962	-29,8	1971	-28,9	1980	-34,9	1989	-23,9	1998	-26,8	2007	-29,5
1963	-32,8	1972	-30,3	1981	-23,8	1990	-21,1	1999	-24,9	2008	-18,1
1964	-37,5	1973	-28,1	1982	-21,2	1991	-25,8	2000	-26,9	2009	-25,1
1965	-32,3	1974	-19	1983	-25,4	1992	-22,1	2001	-27,3	2010	-30,2
1966	-32,3	1975	-21	1984	-22,8	1993	-22,5	2002	-27,3	2011	-26,1
1967	-35	1976	-29,3	1985	-32,8	1994	-31	2003	-32,6	2012	-31,3
1968	-32,5	1977	-25,2	1986	-29,7	1995	-27	2004	-24,8	2013	-28,6
1969	-34	1978	-33,3	1987	-35,9	1996	-33,4	2005	-25,5	2014	-25,6



a)



b)

3.3 pav. Minimalių temperatūrų imčių sklaidos diagramos: a) minimalių temperatūrų ir b) absoliučios temperatūros reikšmės

Minimalių temperatūrų imties aprašomosios statistikos pateiktos 3.2 lentelėje.

3.2 lentelė. Minimalių temperatūrų aprašomosios statistikos

Statistika	Minimalių temperatūrų imtis (1961-2014 m.)
vidurkis	-28,2574
dispersija	21,952
standartinis nuokrypis	4,6853
variacijos koeficientas	-0,16581
standartinė paklaida	0,63759
asimetrija	0,03945
ekscesas	-0,55251
max reikšmė	-18,1
min reikšmė	-38

3.2.1. EKSTREMALIŲ REIKŠMIŲ SKIRSTINIŲ TAIKYMAS

Naudojantis programinėmis priemonėmis EasyFit ir MATLAB gali būti surandami nagrinėjamų minimalių temperatūrų absoliutinių reikšmių ekstremalių reikšmių skirstinių parametrai, Veibulo skirstinio parametrai gali būti surandami su programine priemone Weibull++, taip pat su ja galima atlikti analizę (galima persisiųsti su nemokama registruojama

demonstracinės versijos licencija). Šiame tyrime panaudosime EasyFit programa gautus parametrus, kurie pateikti 3.3 lentelėje, parametrai apskaičiuojami remiantis išraiška, kad $x = |-x|$, tai yra parametrai apskaičiuojami minimalių temperatūrų absoliutinėms reikšmėms.

3.3 lentelė. Ekstremalių reikšmių skirstinių parametru reikšmės minimalių temperatūrų absoliutinėms reikšmėms

Parametras	Gumbelio	Veibulo	Apibendrintasis
μ	26,149	14,122	26,615
σ	3,6531	15,75	4,8053
β	-	3,4098	-0,29986

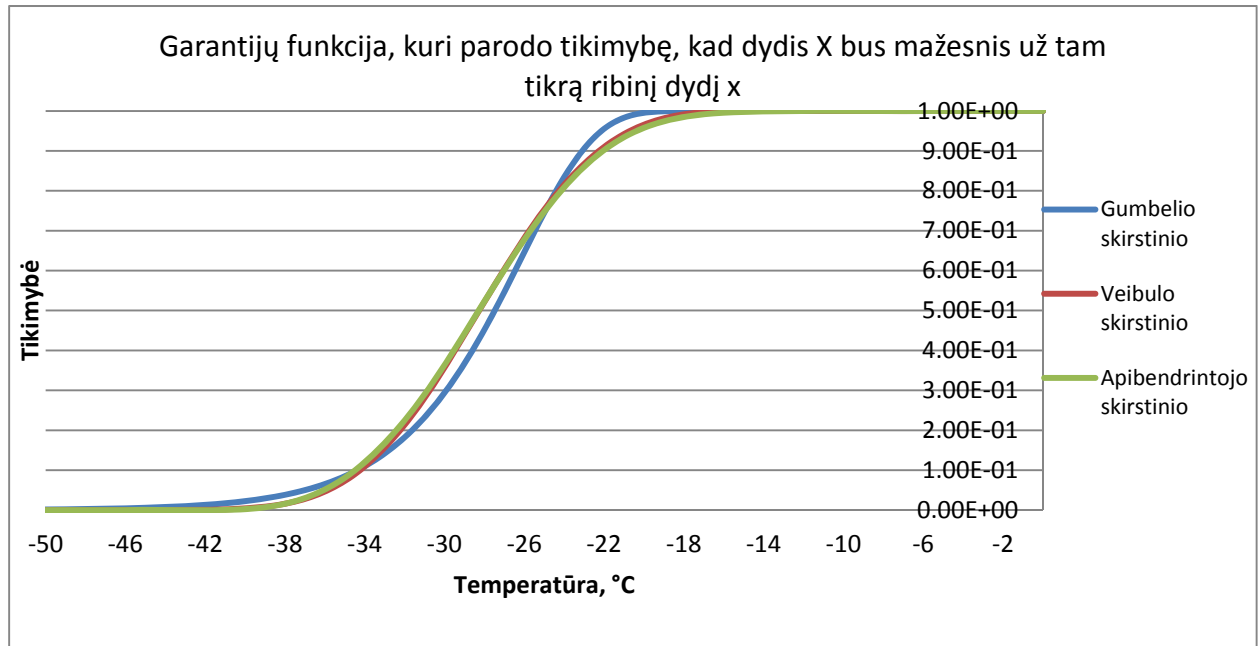
Nagrinėjant 1961-2014 m. laikotarpio 18-os meteorologinių stočių duomenys pastebėta, kad žemesnė nei $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$ temperatūra pasitaikė ne kiekvieną žiemą ir priklausė nuo to, kur randasi matuojama vietovė. Einant iš vakarinės Lietuvos dalies į rytinę dalį tokios temperatūros kartojosi dažniau.

Nagrinėjant minimalių temperatūrų duomenų imtį matoma, kad mažiausia temperatūra, kuri buvo užfiksuota per 1961-2014 metų laikotarpį yra $-38\text{ }^{\circ}\text{C}$ (1970 m., Utenoje), o didžiausia minimali metinė temperatūra $-18,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ užfiksuota Dūkšte, 2008 metais. Naudojantis 2.2 skyriuje aprašytais ekstremalių reikšmių skirstiniais apskaičiuojama su kokia tikimybe, nebus viršyta tam tikra ekstremali minimali temperatūra ($-25\text{ }^{\circ}\text{C}$, $-26\text{ }^{\circ}\text{C}$, ..., $-38\text{ }^{\circ}\text{C}$). Tikimybės neviršyti nuo -38 iki $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$ minimalios oro temperatūros skirtingais ekstremalių reikšmių skirstiniais pateiktos 3.4 lentelėje.

3.4 lentelė. Dar mažesnių temperatūrų tikimybė per metus, tikimybė neviršyti tam tikros temperatūros skirtingais skirstiniais

Metinė temperatūra, $^{\circ}\text{C}$	Gumbelio	Veibulo	Apibendrintasis
-25	0,7457944	0,7534455	0,7477708
-26	0,6471212	0,6824295	0,6781971
-27	0,5471485	0,6044995	0,6023183
-28	0,4525503	0,5222758	0,5227657
-29	0,3675838	0,4388999	0,4424880
-30	0,2942403	0,3577275	0,3644422
-31	0,2328169	0,2819587	0,2913034
-32	0,1825479	0,2142677	0,2252360
-33	0,1421231	0,1565040	0,1677510
-34	0,1100457	0,1095267	0,1196556
-35	0,0848492	0,0732047	0,0810834
-36	0,0652101	0,0465748	0,0515869
-37	0,0499923	0,0281123	0,0302644
-38	0,0382530	0,0160431	0,0159020

Apskaičiuotos Veibulo ir Apibendrintojo skirstinio minimalių temperatūrų tikimybės tarpusavyje yra panašios, o Gumbelio skirstinio atveju matoma, jog tikimybės šiek tiek skiriasi, tikimybių funkcijos pavaizduotos 3.4 paveiksle.



3.4 pav. Tikimybė per metus skirtingais skirstiniais, kad nebus viršyta ekstremali minimali temperatūra

3.2.2. PASIKARTOJIMO PERIODO VERTINIMAS

Naudojantis 2.4 skyriuje nurodytą metodiką apskaičiuojamas minimalių temperatūrų pasikartojimo periodas

3.5 lentelė. Minimali temperatūra, kuri nebus viršyta per atitinkamą pasikartojimo periodą

Pasikartojimo periodas, metai	Dažnis	Metinė minimali temperatūra, °C		
		Gumbelio	Veibulo	Apibendrintojo
2	0,5	-27,49	-28,27	-28,28
5	0,2	-31,63	-32,23	-32,42
10	0,1	-34,37	-34,24	-34,48
20	0,05	-37,00	-35,85	-36,06
50	0,02	-40,40	-37,62	-37,67
100	0,01	-42,95	-38,77	-38,61
1000	0,001	-51,38	-41,88	-40,62
10000	0,0001	-59,80	-44,33	-41,63
100000	0,00001	-68,21	-46,37	-42,13
1000000	0,000001	-76,62	-48,14	-42,39

Apskaičiuota galima minimali temperatūra, kuri nebus viršyta vieną kartą per atitinkamą pasikartojimo periodą (3.5 lentelė). Per 2 metus tikėtina, kad nebus viršyta -27,49 °C (Gumbelio skirstinio atveju), -28,27 °C (Veibulo skirstinio atveju), -28,28 °C (Apibendrintojo skirstinio atveju) temperatūra. Tikimasi, kad per 50 metų pasikartojimo periodą, nebus viršyta, net pati

mažiausia temperatūra užfiksuota iš aštuoniolikos meteorologinių stočių (-38 °C buvo užfiksuota 1970 m. Utenoje). Taigi, vieną kartą per 50 metų gali nebūti viršytos tokios temperatūros: -40,40 °C (Gumbelio), -37,62 °C (Veibulo), -37,67 °C (Apibendrintojo). Įvairių ekstremalių reikšmių skirstinių pasikartojimo periodai pateikti 3.6 lentelėje.

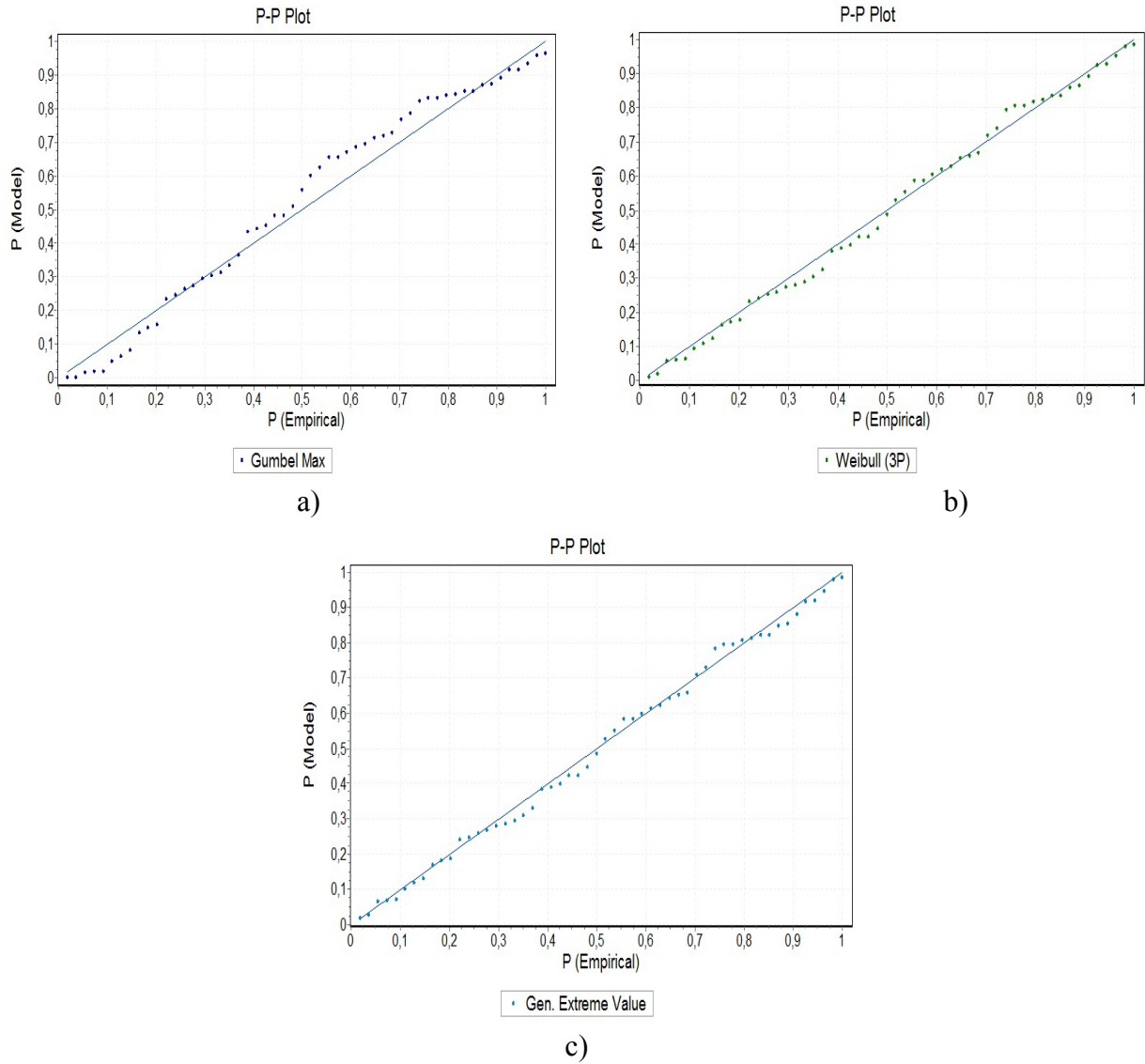
3.6 lentelė. Numatytos minimalios temperatūros reikšmių neviršijimo tikimybės, pasikartojimo periodai

Temperatūra, °C	Gumbelio skirstinio		Veibulo skirstinio		Apibendrintojo skirstinio	
	Tikimybė	Pasikartojimo periodas	Tikimybė	Pasikartojimo periodas	Tikimybė	Pasikartojimo periodas
-25	0,7457944	1,3	0,7534455	1,3	0,7477708	1,3
-26	0,6471212	1,5	0,6824295	1,5	0,6781971	1,5
-27	0,5471485	1,8	0,6044995	1,7	0,6023183	1,7
-28	0,4525503	2,2	0,5222758	1,9	0,5227657	1,9
-29	0,3675838	2,7	0,4388999	2,3	0,4424880	2,3
-30	0,2942403	3,4	0,3577275	2,8	0,3644422	2,7
-31	0,2328169	4,3	0,2819587	3,5	0,2913034	3,4
-32	0,1825479	5,5	0,2142677	4,7	0,2252360	4,4
-33	0,1421231	7,0	0,1565040	6,4	0,1677510	6,0
-34	0,1100457	9,1	0,1095267	9,1	0,1196556	8,4
-35	0,0848492	11,8	0,0732047	13,7	0,0810834	12,3
-36	0,0652101	15,3	0,0465748	21,5	0,0515869	19,4
-37	0,0499923	20,0	0,0281123	35,6	0,0302644	33,0
-38	0,0382530	26,1	0,0160431	62,3	0,0159020	62,9

Per vienus metus tikėtina, kad nebus viršyta -25 °C temperatūra, -30 °C temperatūra tikėtina nebus viršyta per 3 metus, o -34 °C temperatūra nebus viršyta per 9 metus. Pasikartojimo periodas, kai temperatūra -38 °C yra 26 metai (Gumbelio skirstinio atveju), 62 metai (Veibulo skirstinio atveju) ir 63 metai (Apibendrintojo skirstinio atveju).

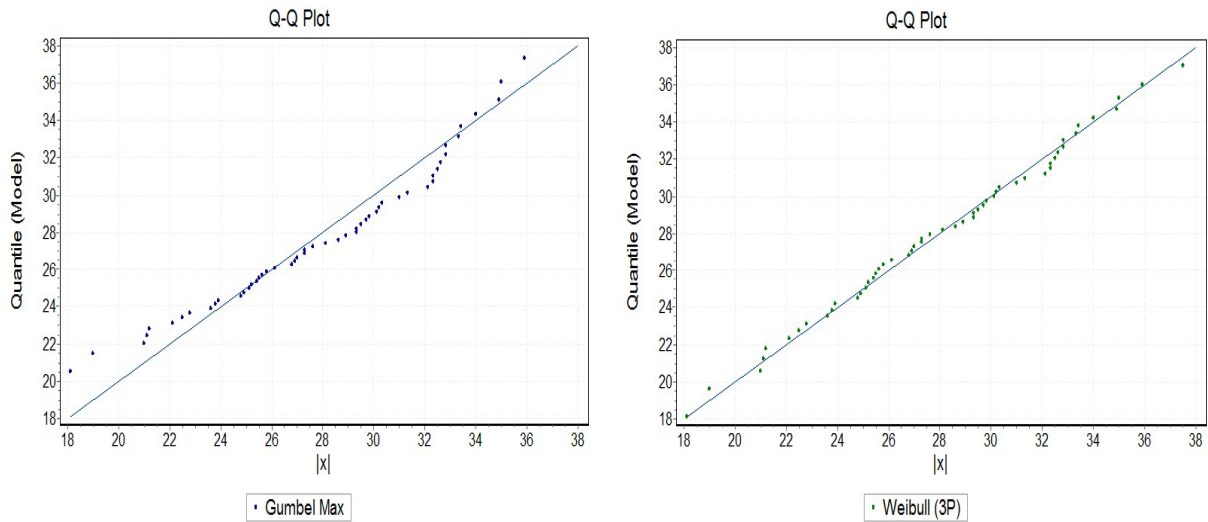
3.2.3. EKSTREMALIŲ REIKŠMIŲ SKIRSTINIO ATRANKA

Šiame skyriuje bus atrenkamas skirstinys, kuris geriausiai aprašo turimus minimalių temperatūrų duomenis. Skirstinio tinkamumas turimiems duomenims įvertinamas grafinais atrinkimo būdais ir suderinamumo kriterijais tikrinama hipotezė ar turimas duomenų skirstinys sutampa su teoriniu skirstinio modeliu. Tyrimas atliekamas minimalių temperatūrų reikšmėms su išraiška $x = |-x|$, tai reiškia, kad nagrinėjamos minimalių temperatūrų absoliutinės reikšmės.



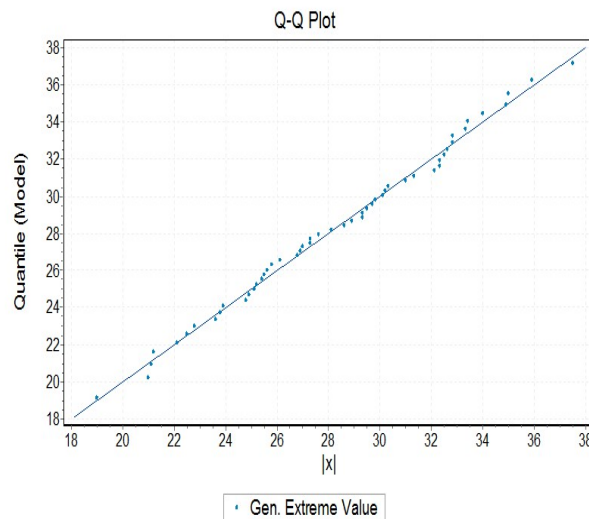
3.5 pav. P–P grafikai minimalių temperatūrų absoliutinėms reikšmėms: a) Gumbelio, b) Veibulo ir c) Apibendrintojo

3.5 paveiksle pateiktas empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos palyginimo grafikas (P-P diagrama) ekstremalių reikšmių skirstiniams: Gumbelio, Veibulo ir Apibendrintojo skirstinio atveju. Kuo arčiau tiesės išsidėsto taškai, tuo skirstinio suderinamumas geresnis.



a)

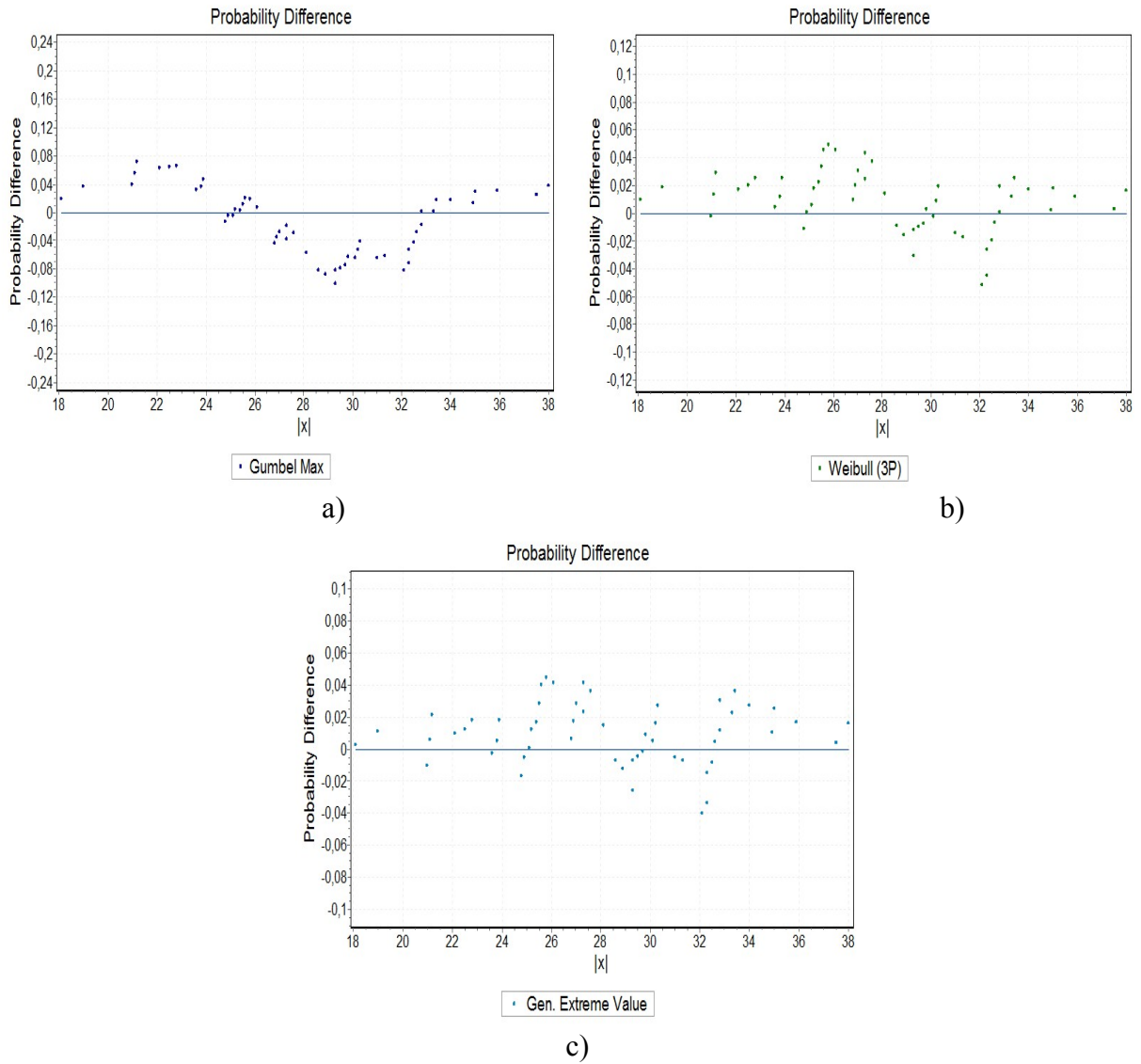
b)



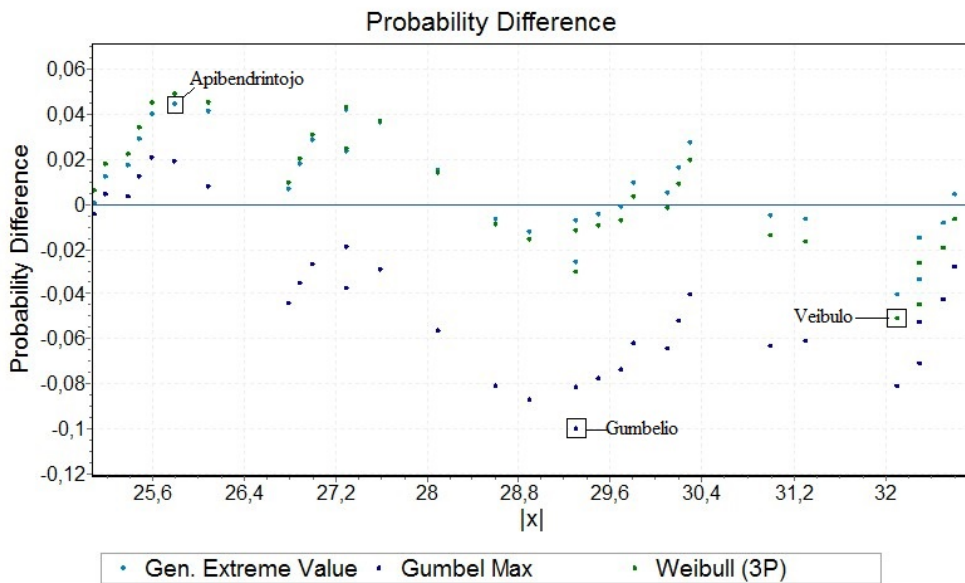
c)

3.6 pav. Q–Q grafikai minimalių temperatūrų absoliutinėms reikšmėms: a) Gumbelio, b) Veibulo, c) Apibendrintojo

3.6 paveiksle kiekvienam skirstiniui pateikti empirinių ir teorinių kvantilių palyginimo grafikai (Q-Q). Iš grafikų matoma, kad skirstinio $F_n(x)$ suderinamumas su teoriniu skirstiniu $F(x)$ yra pakankamai geras. Skirtumams tarp empirinių ir teorinių pasiskirstymo funkcijų pagrįsti nubraižomi tikimybių skirtumo grafikai, kurie pavaizduoti 3.7 paveiksle.



3.7 pav. Tikimybių skirtumo grafikai minimalių temperatūrų absoliutinėms reikšmėms: a) Gumbelio, b) Veibulo, c) Apibendrintojo



3.8 pav. Bendras tikimybių skirtumo grafikas skirtingiems ekstremalių reikšmių skirstiniams

Iš 3.8 paveikslo matyti jog didžiausi skirtumai tarp empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos yra 0.1 (Gumbelio skirstinio atveju), 0.051 (Veibulo skirstinio atveju) ir 0.045 (Apibendrintojo skirstinio atveju), kai minimalių temperatūrų absoliutinė reikšmė atitinkamai a) 29.3 °C, b) 32.1 °C ir c) 25.8 °C. Kuo gauti didžiausi skirtumai mažesni, tuo geriau teorinis pasiskirstymas tinka su turimais duomenimis. Kelis skirstinius lyginant tarpusavyje, mažiausius skirtumus turintis skirstinys yra tinkamiausias turimiems duomenims. Taigi pagal grafikus ir apytikres skirtumų reikšmes galima daryti išvadą, jog Apibendrintasis skirstinys turi mažiausią skirtumą tarp empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos ir jis yra tinkamiausias turimiems minimalių temperatūrų absoliutinių reikšmių duomenims.

Sekančiame etape tikrinamos suderinamumo hipotezės. Suderinamumo hipotezėms tikrinti naudojami χ^2 (Chi kvadrato), Kolmogorovo-Smirnovo ir Andersono-Darlingo kriterijai.

3.7 lentelė. Suderinamumo kriterijų įvertinimas

Skirstinys	Chi kvadrato		Kolmogorovo-Smirnovo		Andersono-Darlingo
	p-reikšmė	Statistika χ^2	p-reikšmė	Statistika D	Statistika A^2
Gumbelio	0.38924	5.2233	0.40127	0.11866	1.212
Veibulo	0.91451	1.4875	0.93878	0.06976	0.16291
Apibendrintojo	0.92116	1.4286	0.98694	0.05871	0.13451

3.7 lentelė rodo EasyFit programos pagalba apskaičiuotas suderinamumo kriterijų statistikas ir p reikšmes. Suderinamumo kriterijais tikrinama hipotezė ar turimas duomenų skirstinys sutampa su teoriniu skirstinio modeliu. Visos suderinamumo hipotezės su reikšmingumo lygmeniu $\alpha = 0,05$ yra neatmetamos. Lyginant suderinamumo kriterijų statistikas skirtingiems ekstremalių reikšmių skirstiniams tinkamesnis skirstinys yra tas, kurio statistika yra mažiausia. Taigi suderinamumo kriterijų įvertinimu parodyta, kad Apibendrintasis skirstinys geriausiai sutampa su turimu minimalių temperatūrų absoliutinių reikšmių skirstiniu.

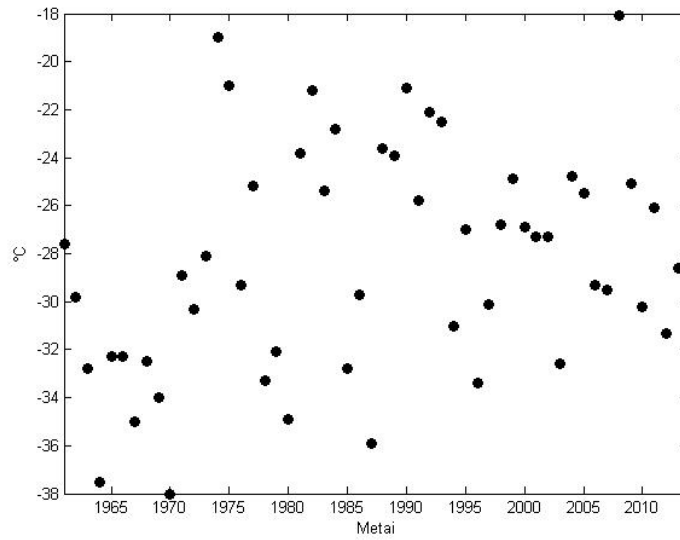
Grafiniai atrinkimo būdai ir suderinamumo kriterijų tikrinimas parodė, jog Apibendrintasis skirstinys geriausiai tinka minimalių temperatūrų absoliutinėms reikšmėms. Sekančiame skyrelyje Apibendrintasis skirstinys bus pritaikomas minimalių temperatūrų reikšmių duomenų imčiai.

3.2.4. APIBENDRINTOJO SKIRSTINIO TAIKYMAS

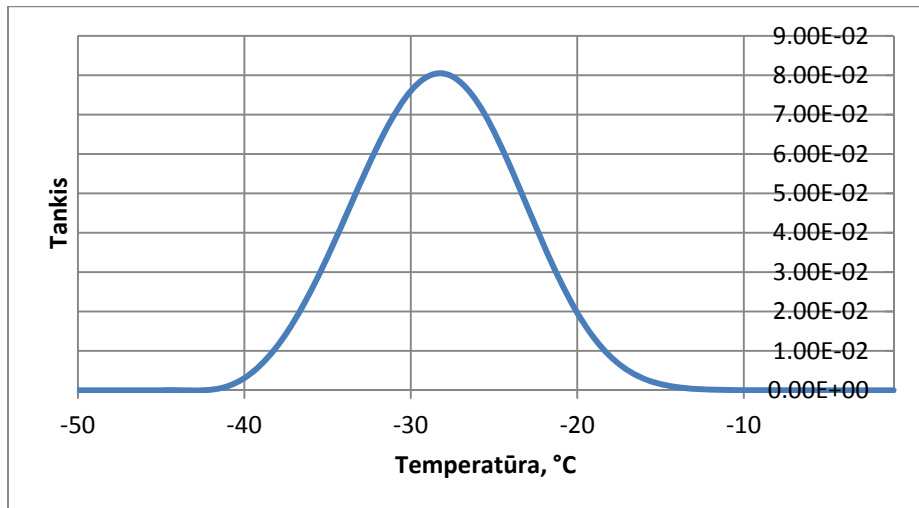
Šiame skyriuje turimai minimalių temperatūrų imčiai (3.8 lentelė) pritaikomas Apibendrintasis skirstinys. Formulėse palikta išraiška, kad $x=abs(x)$, kadangi minusas trivialus ir tikimybės gaunasi tos pačios.

3.8 lentelė. Minimalių oro temperatūrų duomenys (°C)

Metai	°C	Metai	°C	Metai	°C	Metai	°C	Metai	°C	Metai	°C
1961	-27,6	1970	-38	1979	-32,1	1988	-23,6	1997	-30,1	2006	-29,3
1962	-29,8	1971	-28,9	1980	-34,9	1989	-23,9	1998	-26,8	2007	-29,5
1963	-32,8	1972	-30,3	1981	-23,8	1990	-21,1	1999	-24,9	2008	-18,1
1964	-37,5	1973	-28,1	1982	-21,2	1991	-25,8	2000	-26,9	2009	-25,1
1965	-32,3	1974	-19	1983	-25,4	1992	-22,1	2001	-27,3	2010	-30,2
1966	-32,3	1975	-21	1984	-22,8	1993	-22,5	2002	-27,3	2011	-26,1
1967	-35	1976	-29,3	1985	-32,8	1994	-31	2003	-32,6	2012	-31,3
1968	-32,5	1977	-25,2	1986	-29,7	1995	-27	2004	-24,8	2013	-28,6
1969	-34	1978	-33,3	1987	-35,9	1996	-33,4	2005	-25,5	2014	-25,6



3.9 pav. Minimalių temperatūrų sklaidos diagrama (1961-2014 m.)



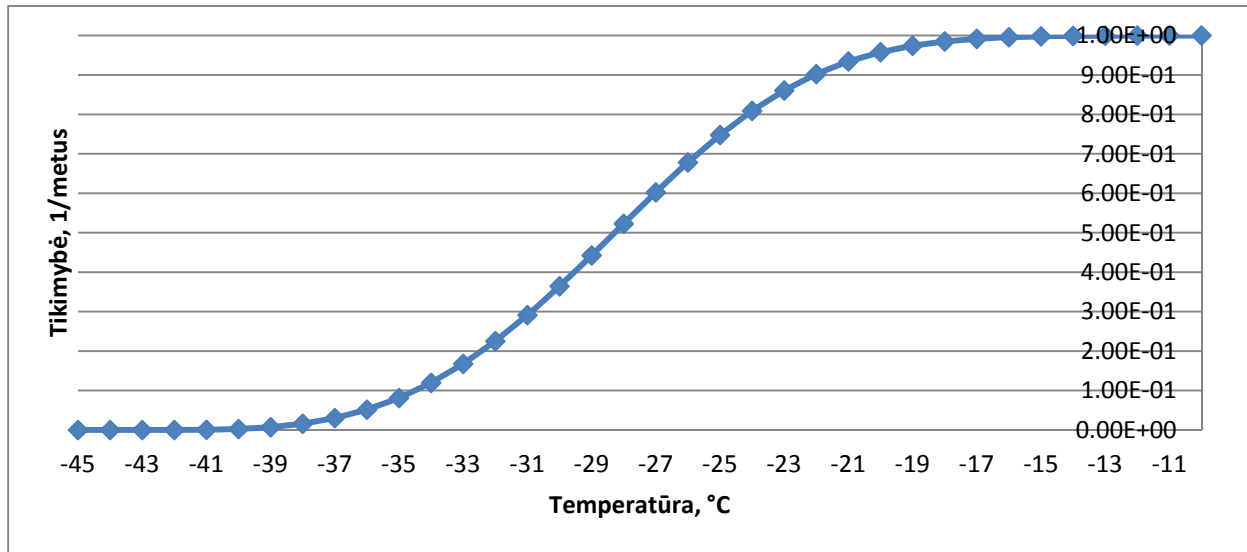
3.10 pav. Minimalių temperatūrų Apibendrintojo skirstinio tikimybinis tankis

Apskaičiuota dominanti tikimybė, kad nebus viršyta ekstremali minimali temperatūra ir jos pasikartojimo periodas.

3.9 lentelė. Dar mažesnių minimalių temperatūrų tikimybė per metus, bei pasikartojimo periodas

Temperatūra, °C	G(x), tikimybė, 1/metus	Pasikartojimo periodas, metai
-25	0,7477708	1
-26	0,6781971	2
-27	0,6023183	2
-28	0,5227657	2
-29	0,4424880	2
-30	0,3644422	3
-31	0,2913034	3
-32	0,2252360	4
-33	0,1677510	6
-34	0,1196556	8
-35	0,0810834	12
-36	0,0515869	19
-37	0,0302644	33
-38	0,0159020	63
-39	0,0071095	141
-40	0,0024416	410
-41	0,0004996	2002
-42	0,0000217	46124

Matoma, kad tikėtina jog po kartą kiekvienais metais nebus viršyta $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$ temperatūra, per 2 metus vieną kartą nebus viršyta $-29\text{ }^{\circ}\text{C}$ temperatūra, o $-38\text{ }^{\circ}\text{C}$ temperatūra tikėtina nebus viršyta vieną kartą per 63 metus.



3.11 pav. Tikimybė, kad per metus vieną kartą nebus viršyta tam tikra minimali temperatūra

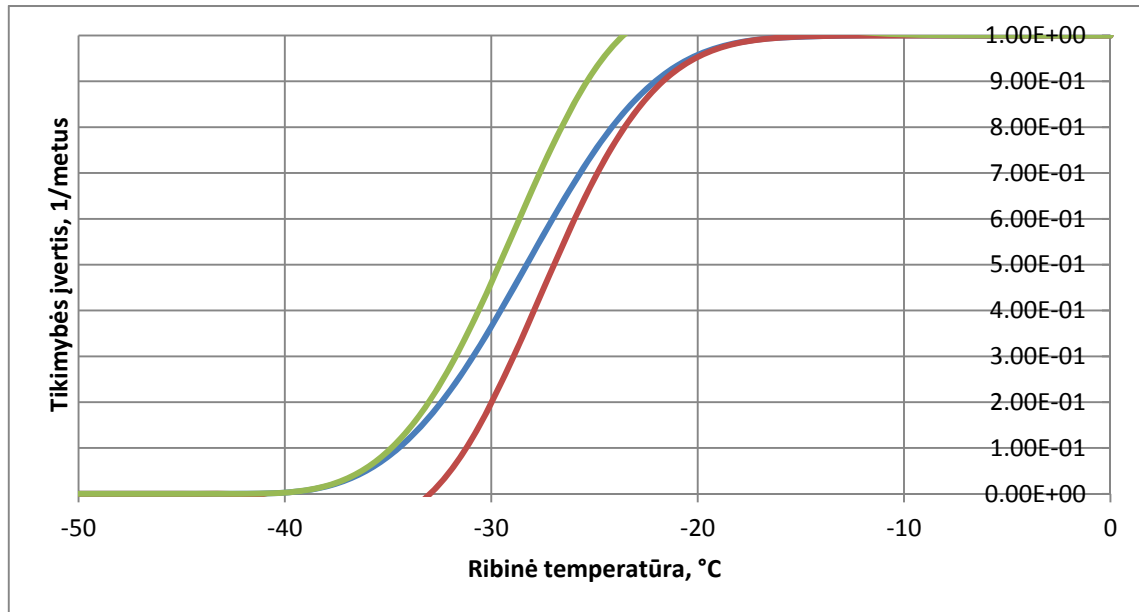
Tikimybė, kad nebus viršyta labai maža temperatūra, pavyzdžiui $-39\text{ }^{\circ}\text{C}$ ir dar mažesnė, kartą per metus yra labai maža arba jos beveik nėra.

Žinant pasikartojimo periodą apskaičiuojama minimali temperatūra, kuri tikėtina nebus viršyta vieną kartą per atitinkamą pasikartojimo periodą T.

3.10 lentelė. Minimali temperatūra, kuri nebus viršyta vieną kartą per atitinkamą pasikartojimo periodą

Pasikartojimo periodas, metai	Temperatūra, °C	Metinis dažnis, 1/metus
2	-28,28	0,5
5	-32,42	0,2
10	-34,48	0,1
20	-36,06	0,05
50	-37,67	0,02
100	-38,61	0,01
1000	-40,62	0,001
10000	-41,63	0,0001
100000	-42,13	0,00001
1000000	-42,39	0,000001

Funkcija, kuri parodo tikimybę, kad dydis X bus mažesnis už tam tikrą ribinį dydį x , pavaizduota 3.12 paveiksle.

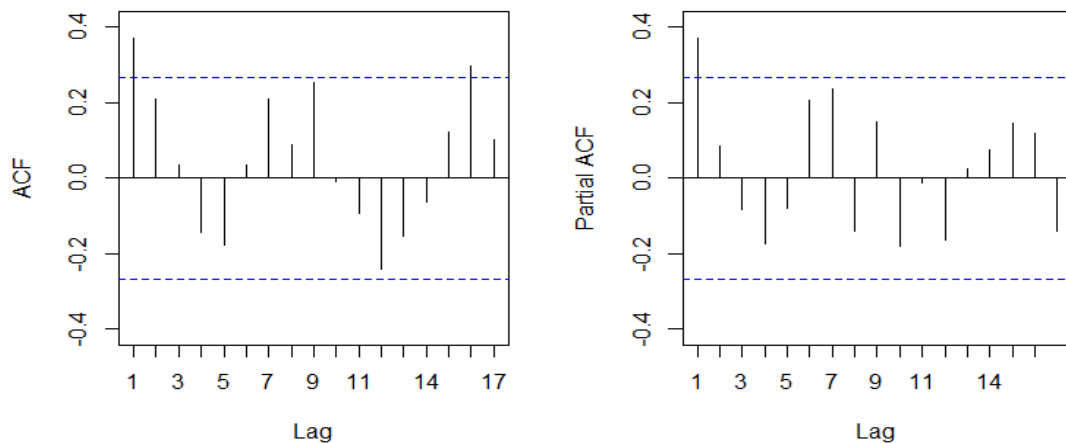


3.12 pav. Minimalių temperatūrų tikimybių kreivė su 95% pasikliautiniais intervalais

Iš minimalių temperatūrų sklaidos diagramos (3.9 pav.) matoma jog minimalių temperatūrų reikšmės išsibarstę vienodai visame intervale nuo -18 °C iki -38 °C ir nėra žymesnio duomenų pasikeitimo.

Norint patikrinti ar minimalių temperatūrų duomenyse yra konkreti kitimo tendencija, patikrinamas minimalių temperatūrų reikšmių stacionarumas grafine analize ir ADF testu. Papildoma ekstremalių reikšmių tyrimo analizė laiko eilutėmis naudojant R programą buvo atlikta vieno iš tiriamojo projekto metu [25], R programos kodas pateiktas prieduose.

Analizuojant minimalios temperatūros laiko eilutės autokoreliacijos (ACF) funkciją, matyti, kad autokoreliacijos funkcija kinta sinusoide pagal grafiką, todėl galima teigti, kad laiko eilutėje stebimas galimas tam tikras periodiškumas (tikėtina, jog 4 metų) ir laiko eilutė nėra stacionari (3.13 pav.).



3.13 pav. Minimalios temperatūros autokoreliacijos funkcija (ACF) ir dalinės autokoreliacijos funkcija (PACF)

Patikrinama stacionarumo prielaida naudojant vienetinės šaknies testą – ADF testą. Remiantis formaliojo ADF testo rezultatais, galima teigti, kad minimalios temperatūros laiko eilutė yra stacionari, nes „Dickey-Fuller“ statistikos reikšmė $-4,247$, $p = 0,01 < 0,05$.

```
Augmented Dickey-Fuller Test
data: df$Minimali_temperatura
Dickey-Fuller = -4.247, Lag order = 3, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary
```

Taigi minimalių temperatūrų duomenyse nepastebėta akivaizdi kitimo tendencija, todėl tolimesniuose ekstremalių reikšmių tyrimų etapuose pagrindas bus maksimalių temperatūrų analizė.

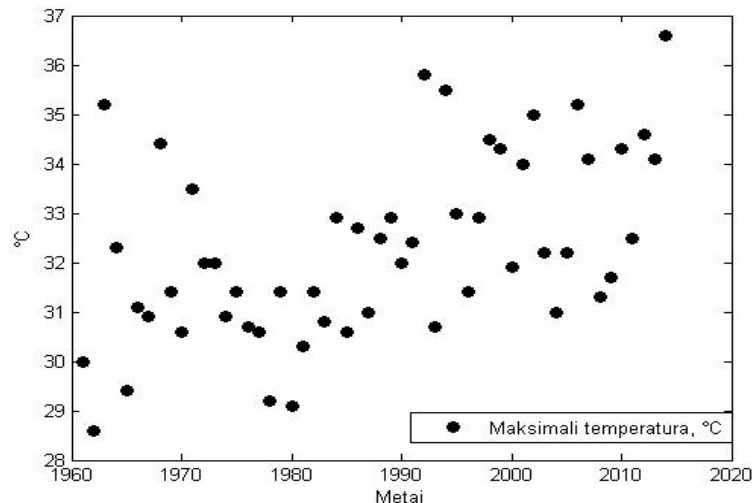
3.3 Maksimalių temperatūrų tikimybinis vertinimas

Maksimalių temperatūrų tikimybiniam vertinimui maksimalios temperatūros, kaip jau minėta 3.1 skyriuje, buvo gautos bendradarbiaujant su Lietuvos hidrometeorologijos tarnyba ir Lietuvos energetikos institutu. Maksimalių temperatūrų tikimybinis vertinimas atliekamas analogiškai kaip minimalių temperatūrų vertinimas. Naudojantis skirtingais metodais apskaičiuojami reikalingi parametrai ekstremalių reikšmių skirstinių vertinimui. Pateikiamas maksimalių temperatūrų tikimybinis vertinimas pagrindiniais ekstremalių reikšmių skirstiniais. Išrenkamas maksimalių temperatūrų tyrimui tinkamiausias skirstinys.

Tyrimo objektas – metinės maksimalios temperatūros, užfiksuotos 18-oje Lietuvos meteorologinių stočių. Naudojami ekstremalių reikšmių skirstiniai: Gumbelio, Veibulo ir Apibendrintasis. Maksimalios metinės oro temperatūros 1961-2014 metų laikotarpyje pateiktos 3.11 lentelėje, bei nubraižoma maksimalių temperatūrų sklaidos diagrama (3.14 pav.).

3.11 lentelė. Oro temperatūros maksimumai, užfiksuoti Lietuvos meteorologijos stotyse, °C

Metai	°C	Metai	°C	Metai	°C	Metai	°C	Metai	°C	Metai	°C
1961	30	1970	30,6	1979	31,4	1988	32,5	1997	32,9	2006	35,2
1962	28,6	1971	33,5	1980	29,1	1989	32,9	1998	34,5	2007	34,1
1963	35,2	1972	32	1981	30,3	1990	32	1999	34,3	2008	31,3
1964	32,3	1973	32	1982	31,4	1991	32,4	2000	31,9	2009	31,7
1965	29,4	1974	30,9	1983	30,8	1992	35,8	2001	34	2010	34,3
1966	31,1	1975	31,4	1984	32,9	1993	30,7	2002	35	2011	32,5
1967	30,9	1976	30,7	1985	30,6	1994	35,5	2003	32,2	2012	34,6
1968	34,4	1977	30,6	1986	32,7	1995	33	2004	31	2013	34,1
1969	31,4	1978	29,2	1987	31	1996	31,4	2005	32,2	2014	36,6



3.14 pav. Metinių maksimalių temperatūrų sklaidos diagrama 1961-2014 m.

3.3.1. EKSTREMALIŲ REIŠMIŲ SKIRSTINIŲ TAIKYMAS

Šiame skyriuje analizuojamos maksimalios oro temperatūros viršijimo tikimybės skirtingais ekstremalių reikšmių skirstiniais.

3.12 lentelė. Maksimalių oro temperatūrų ekstremalių reikšmių skirstinių parametrai

Parametras	Gumbelio	Veibulo	Apibendrintasis
μ	31,4435	27,6867	31,5589
σ	1,4453	5,1517	1,7063
β	-	2,7411	-0,1930

Apskaičiuoti maksimalių reikšmių skirstinių parametrai pateikti 3.12 lentelėje. Gumbelio skirstinio parametrai apskaičiuojami naudojantis momentų metodu, Veibulo skirstinio parametrai apskaičiuojami naudojantis ribiniu parametru ir mažiausiais kvadratais, o Apibendrintojo

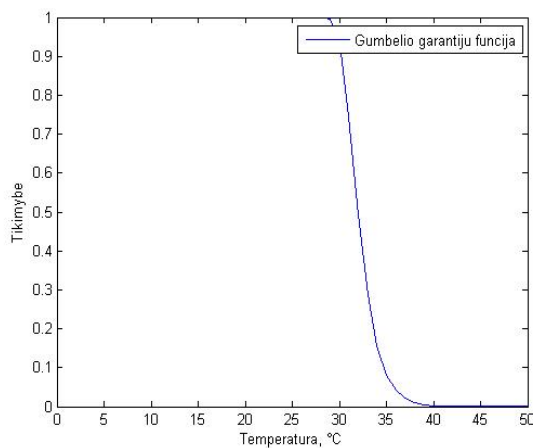
skirstinio parametrai apskaičiuojami maksimalaus tikėtinumo metodu. Kiekvieno skirstinio parametras apskaičiuojamas skirtingu metodu, norint pademonstruoti skirtingus rezultatus ir todėl, kad ne taip paprasta visų skirstinių parametrus apskaičiuoti momentu metodu.

Didžiausia užfiksuota temperatūra meteorologijos stotyse 54 metų intervale (1961-2014 m.) yra 36,6 °C, todėl apskaičiuojama su kokia tikimybe, bus viršyta tam tikra temperatūra (30 °C, 31 °C, 32 °C, 33 °C, 34 °C, 35 °C, 36 °C, 37 °C). Tikimybė, kad temperatūra 30-37 °C bus viršyta apskaičiuojama naudojant 3.12 lentelėje pateiktais parametrais (3.13 lentelė).

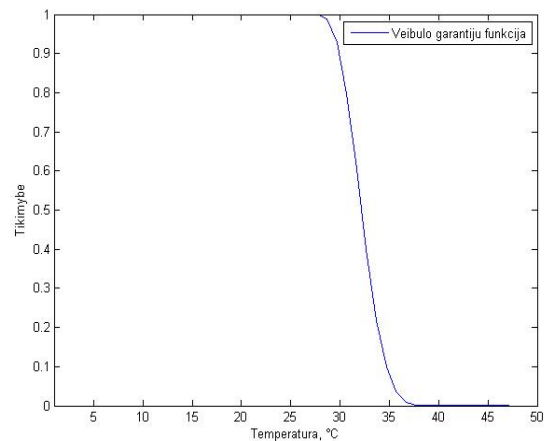
3.13 lentelė. Įvairių modelių maksimalios temperatūros viršijimo tikimybė

Metinė ekstremali temperatūra	Gumbelio	Veibulo	Apibendrintasis
30	0,9337883	0,89458467	0,90169673
31	0,7431200	0,74212668	0,74686844
32	0,4935971	0,54089047	0,53562575
33	0,2886826	0,33677178	0,32816701
34	0,1567832	0,17446274	0,17093619
35	0,0818295	0,07333452	0,07478460
36	0,0418390	0,02441706	0,02654013
37	0,0211692	0,00629165	0,00704687

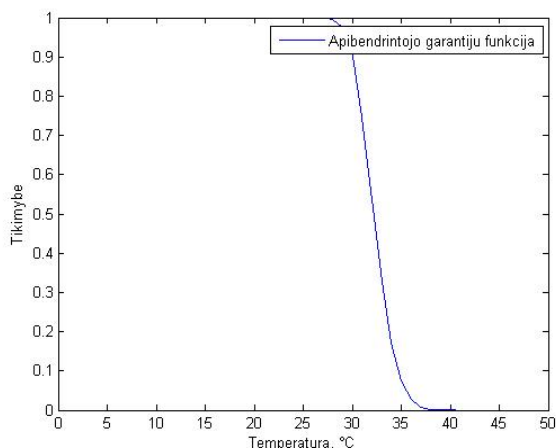
Kaip jau buvo minėta minimalių temperatūrų tikimybiname vertinime, tikimybių skaičiavimo metodika pateikta 2.2 skyriuje. Apskaičiuoti metiniai maksimalių temperatūrų tikimybių maksimalaus tikėtinumo įverčiai, kurie pateikti 3.15 pav. Apskaičiuotos Gumbelio, Veibulo ir Apibendrintojo skirstinio tikimybės tarpusavyje yra gana panašios (3.13 lentelė ir 3.15 pav.).



a)



b)



c)

3.15 pav. Maksimalios temperatūros viršijimo tikimybė per metus: a) Gumbelio, b) Veibulo, c) Apibendrintojo

3.3.2. PASIKARTOJIMO PERIODO VERTINIMAS

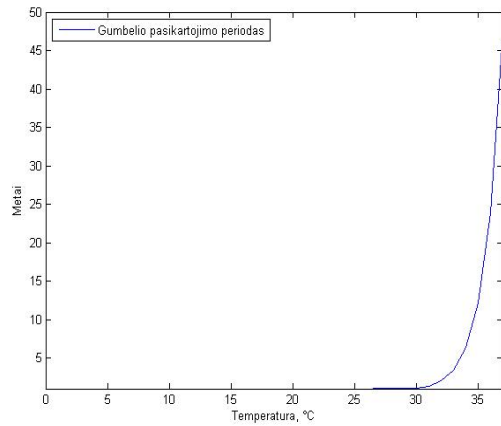
Šiame skyrelyje pagal 2.4 skyriuje pateiktą metodiką apskaičiuojami maksimalių temperatūrų pasikartojimo periodai skirtingais ekstremalių reikšmių skirstiniais.

3.14 lentelė. Maksimalių reikšmių pasikartojimo periodai

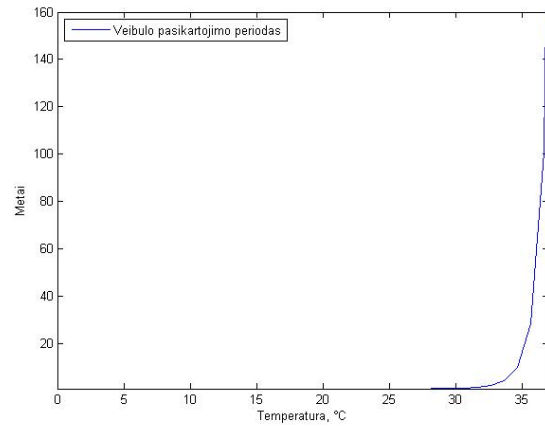
Pasikartojimo periodas, metai	Dažnis	Maksimali metinė temperatūra, °C		
		Gumbelio	Veibulo	Apibendrintojo
2	0,5	31,97	32,19	32,16
5	0,2	33,61	33,82	33,78
10	0,1	34,70	34,67	34,67
20	0,05	35,74	35,37	35,42
50	0,02	37,08	36,16	36,24
100	0,01	38,09	36,68	36,76
1000	0,001	41,43	38,11	38,07
10000	0,0001	44,76	39,27	38,91
100000	0,00001	48,08	40,25	39,44
1000000	0,000001	51,41	41,11	39,79

Apskaičiuota galima maksimali temperatūra, kuri gali būti viršyta vieną kartą per atitinkamą pasikartojimo periodą (3.14 lentelė).

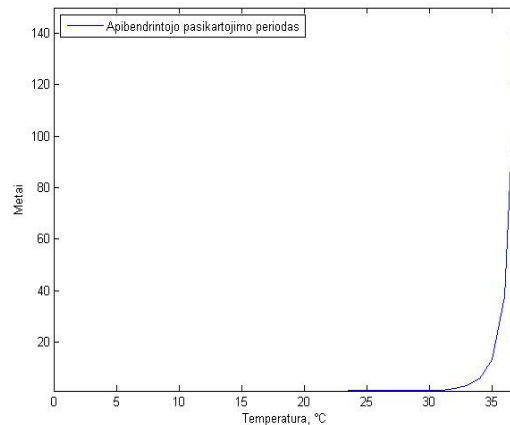
Per 2 metus vieną kartą gali būti viršyta 31,97 °C (Gumbelio skirstinio atveju), 32,19 °C (Veibulo skirstinio atveju), 32,16 °C (Apibendrintojo skirstinio atveju) temperatūra. Tikimasi, kad per 50 metų pasikartojimo periodą, bus viršyta, net pati didžiausia temperatūra užfiksuota iš aštuoniolikos meteorologinių stočių, t.y. 2014 m. Klaipėdos meteorologijos stotyje užfiksuota 36,6 °C temperatūra. Taigi, vieną kartą per 50 metų gali būti viršytos tokios temperatūros: 37,08 °C (Gumbelio skirstinio atveju), 36,16 °C (Veibulo skirstinio atveju), 36,24 °C (Apibendrintojo skirstinio atveju). Įvairių ekstremalių reikšmių skirstinių pasikartojimo periodai parodyti 3.16 paveiksle.



a)



b)



c)

3.16 pav. Pasikartojimo periodas: a) Gumbelio, b) Veibulo, c) Apibendrintojo

Pagrindinis grafinės analizės trukumas, kad sunku iš grafiko įvertinti tam tikrų maksimalių temperatūrų pasikartojimo periodus (pvz.: 30 °C, 31 °C, 32 °C, 33 °C, 34 °C, 35 °C, 36 °C, 37 °C), todėl konkrečių temperatūrų pasikartojimo periodai pateikiami 3.15 lentelėje.

3.15 lentelė. Numatytos maksimalios temperatūros viršijimo tikimybės, pasikartojimo periodai

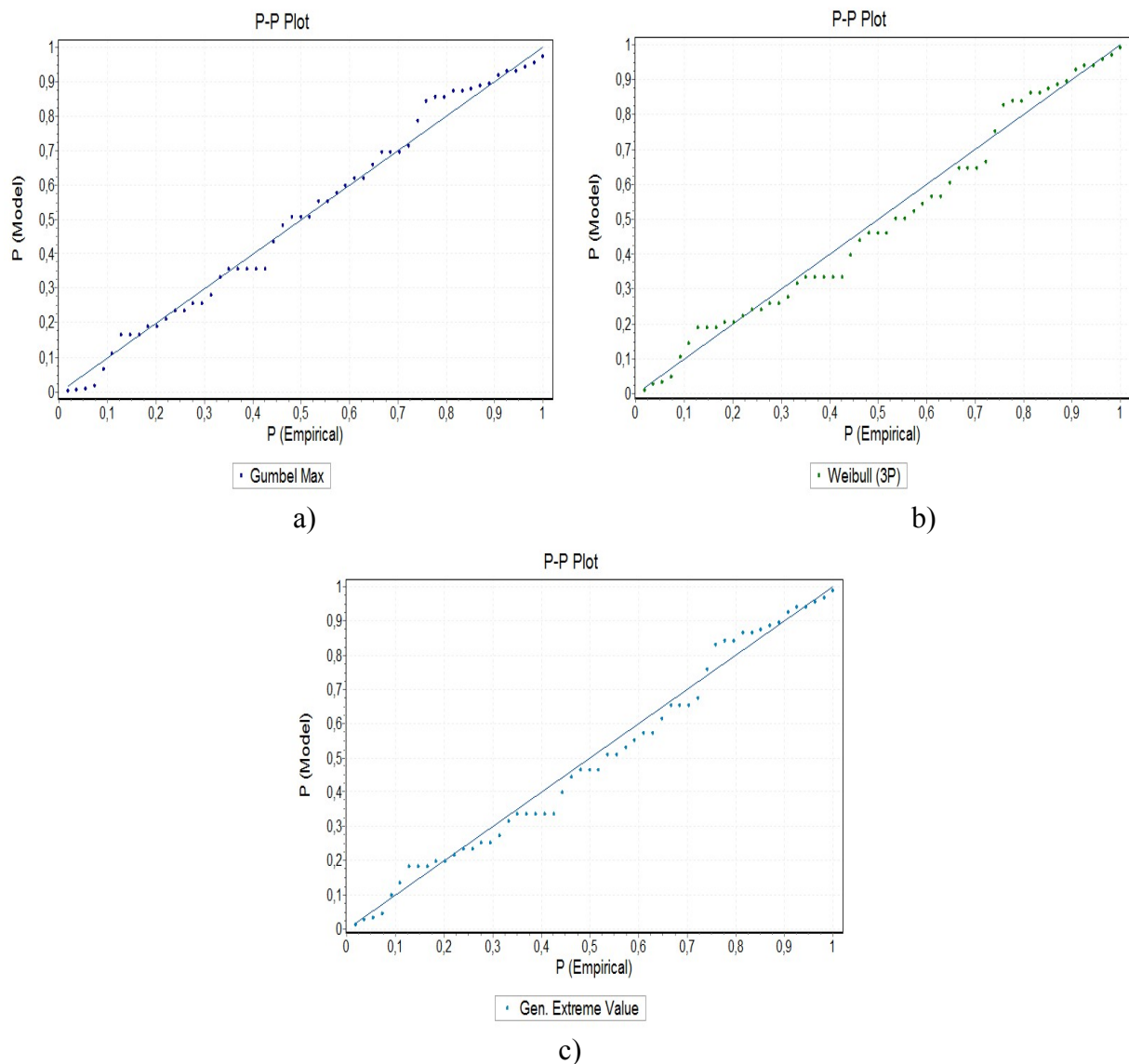
Gumbelio skirstinio								
Temperatūra, °C	30	31	32	33	34	35	36	37
Tikimybė	0,933788	0,743120	0,493597	0,288683	0,156783	0,081830	0,041839	0,021169
Pasikartojimo periodas, metai	1,1	1,3	2,0	3,5	6,4	12,2	23,9	47,2
Veibulo skirstinio								
Tikimybė	0,894585	0,742127	0,540890	0,336772	0,174463	0,073335	0,024417	0,006292
Pasikartojimo periodas, metai	1,1	1,3	1,8	3,0	5,7	13,6	41,0	158,9
Apibendrintojo skirstinio								
Tikimybė	0,901697	0,746868	0,535626	0,328167	0,170936	0,074785	0,026540	0,007047
Pasikartojimo periodas, metai	1,1	1,3	1,9	3,0	5,9	13,4	37,7	141,9

Kiekvienais metais tikėtina, kad bus viršyta 30 °C maksimali temperatūra, per du metus 32 °C temperatūra, o per šešis metus viršyta 34 °C temperatūra. Pasikartojimo periodas, kai

maksimali temperatūra 36 °C yra apie 24 metai (Gumbelio skirstinio atveju), 41 metai (Veibulo skirstinio atveju) ir 38 metai (Apibendrintojo skirstinio atveju). Galima nustatyti bet kokios temperatūros ir pasikartojimo periodo santykį naudojant pateiktais modeliais ir statistiniais duomenimis.

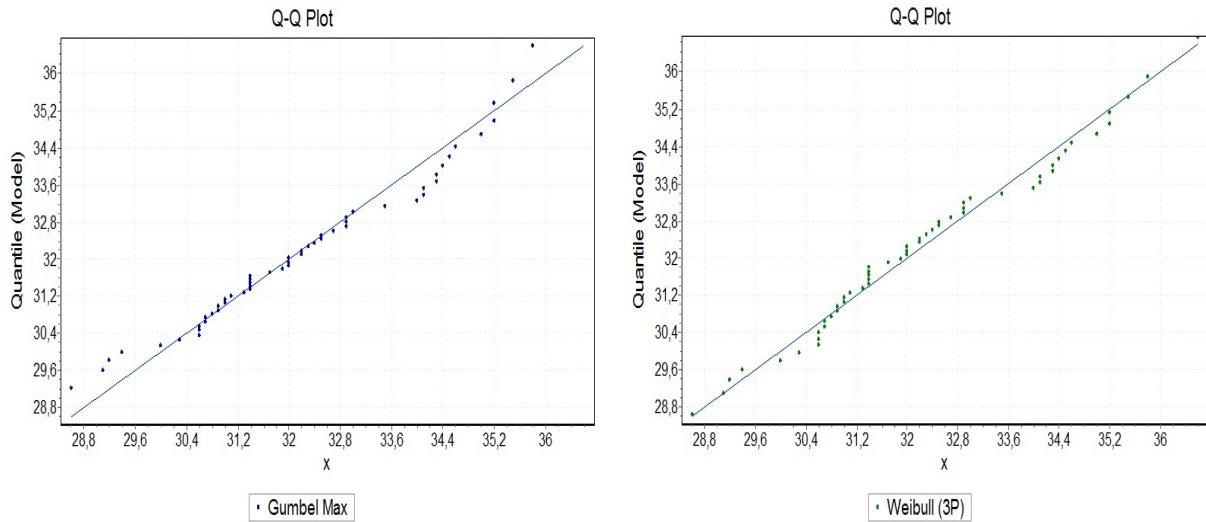
3.3.3. EKSTREMALIŲ REIKŠMIŲ SKIRSTINIŲ ATRANKA

Atliekamas ekstremalių reikšmių skirstinių tinkamumo įvertinimas turimiems maksimalių temperatūrų duomenims naudojant grafinius atrinkimo būdus ir suderinamumo kriterijų tikrinimą.



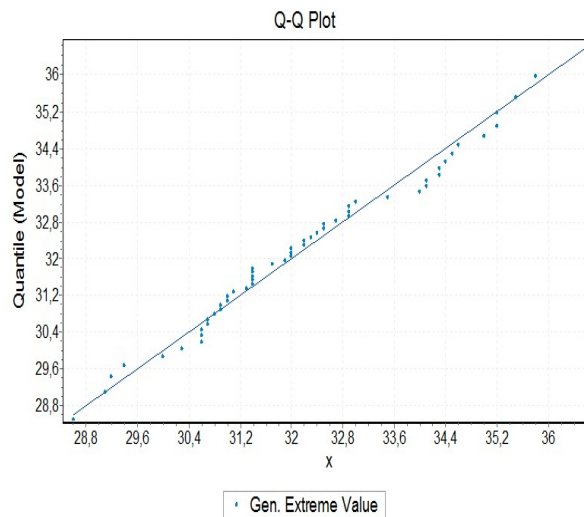
3.17 pav. P–P grafikai: a) Gumbelio, b) Veibulo, c) Apibendrintojo

3.17 paveiksle pateikta empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos palyginimo grafikas ekstremalių reikšmių skirstiniams: Gumbelio, Veibulo ir Apibendrintojo.



b)

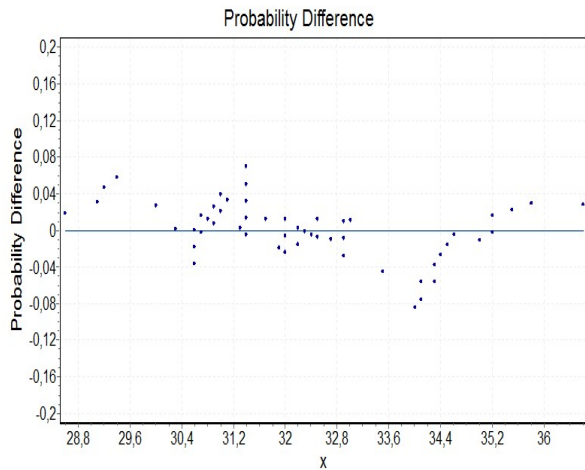
b)



c)

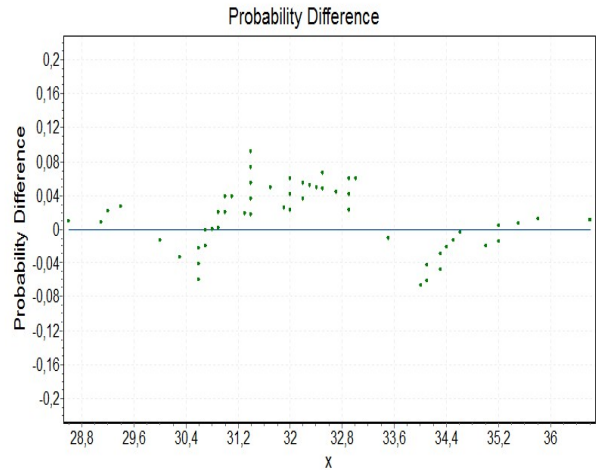
3.18 pav. Q–Q grafikai: a) Gumbelio, b) Veibulo, c) Apibendrintojo

3.18 pav. kiekvienam ekstremalių reikšmių skirstiniui pateikti empirinių ir teorinių kvantilių palyginimo grafikai (Q-Q diagramos). Empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos palyginimo grafikas (P-P) ir empirinių ir teorinių kvantilių palyginimo grafikas (Q-Q-) parodo tai, kad kuo arčiau tiesės išsidėsto taškai, tuo geresnis empirinio skirstinio $F_n(x)$ suderinamumas su teoriniu skirstiniu $F(x)$. Iš grafikų matoma, kad kai kurie taškai išsidėsto arti tiesės, o kai kurie yra nutolę nuo jos. Tašku išsidėstymas kiekvieno ekstremalių reikšmių skirstinio atveju yra panašus, bet yra ir žymesnių nukrypimų nuo tiesės. Apskritai, ekstremalių reikšmių skirstinių suderinamumas su turimu maksimalių temperatūrų duomenų skirstinių yra pakankamai geras. Plačiau pagrįstus skirtumus tarp empirinių ir teorinių pasiskirstymo funkcijų galima matyti iš tikimybių skirtumo grafikų parodytų sekančiuose paveiksluose (3.19 pav. ir 3.20 pav.).



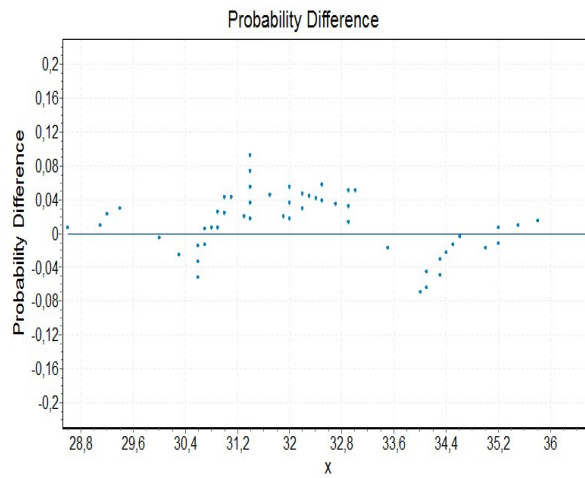
• Gumbel Max

a)



• Weibull (3P)

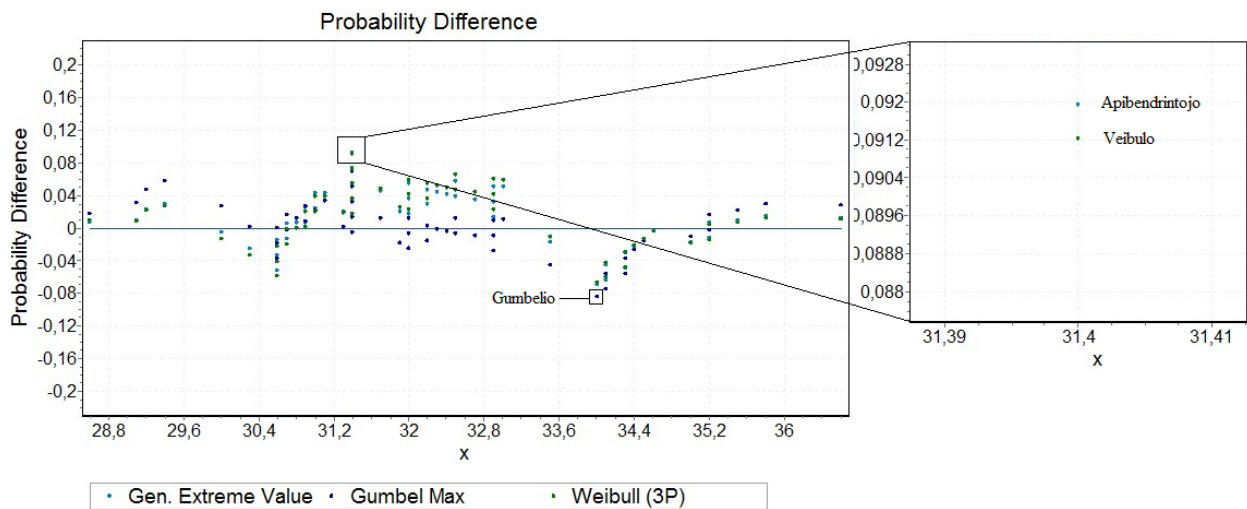
b)



• Gen. Extreme Value

c)

3.19 pav. Tikimybių skirtumo grafikai: a) Gumbelio, b) Veibulo, c) Apibendrintojo



3.20 pav. Bendras tikimybių skirtumo grafikas skirtingiems ekstremalių reikšmių skirstiniams

3.19 ir 3.20 paveikslai parodo tikimybių skirtumus skirtingais ekstremalių reikšmių skirstiniais tarp empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos. Didžiausi skirtumai tarp empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos yra 0.0839 (Gumbelio), 0.0912 (Veibulo) ir 0.0919 (Apibendrintojo), kai maksimali temperatūra atitinkamai a) 34 °C, b) 31.4 °C ir c) 31.4 °C. Maksimalių reikšmių Gumbelio skirstinys turi mažiausią skirtumą tarp empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos.

Grafinis atrinkimo būdas turi tam tikrų privalumų ir trūkumų. Pagrindinis privalumas yra tai, kad vienu metu lengva vizualiai lyginti kelis grafikus, bet tai nesuteikia tikslios reikšmės. Geriausias skirstinio įvertinimas yra suderinamumo hipotezių tikrinimas. Suderinamumo hipotezėms tikrinti naudojami χ^2 (Chi kvadrato), Kolmogorovo-Smirnovo ir Andersono-Darlingo kriterijai.

3.16 lentelė. Suderinamumo kriterijų įvertinimas

Skirstinys	Chi kvadrato		Kolmogorovo-Smirnovo		Andersono-Darlingo
	p-reikšmė	Statistika χ^2	p-reikšmė	Statistika D	Statistika A^2
Gumbelio	0.58255	3.7729	0.58616	0.10248	0.60306
Veibulo	0.02845	10.838	0.72606	0.09117	0.44455
Apibendrintojo	0.02664	10.993	0.71646	0.09195	0.41074

3.16 lentelė rodo apskaičiuotas suderinamumo kriterijų statistikas ir p reikšmes.

Chi kvadrato kriterijumi tikrinama hipotezė ar turimas maksimalių temperatūrų duomenų skirstinys sutampa su teoriniu skirstinio modeliu, tai yra H_0 : „kintamojo skirstinys sutampa su duotu žinomu skirstiniu“ su alternatyva H_a : „kintamojo skirstinys nesutampa su duotu žinomu skirstiniu“. Nulinės hipotezės ar alternatyvos pasirinkimas remiasi χ^2 kriterijaus statistika. Gumbelio skirstinio Chi kvadrato kriterijaus χ^2 statistika yra 3.7729, su reikšmingumo lygmeniu $\alpha=0,05$ kritinė reikšmė 11,07. Todėl hipotezė neatmetama esant reikšmingumo lygmeniui 0,05.

Veibulo ir Apibendrintojo skirstinio atveju Chi kvadrato kriterijumi tikrinama hipotezė, jog kintamojo skirstinys sutampa su duotu žinomu skirstiniu yra atmetama esant reikšmingumo lygmenims 0,2, 0,1 ir 0,05. Esant reikšmingumo lygmenims 0,02 ir 0,01 visais skirstiniais tikrinama hipotezė yra neatmetama.

Kolmogorovo-Smirnovo ir Andersono-Darlingo kriterijais taip pat tikrinama nulinė hipotezė H_0 : „kintamojo skirstinys sutampa su duotu žinomu skirstiniu“ su alternatyva H_a : „kintamojo skirstinys nesutampa su duotu žinomu skirstiniu“. Su reikšmingumo lygmeniu $\alpha = 0.05$ visos suderinamumo hipotezės neatmetamos.

Gumbelio skirstinio atveju suderinamumo kriterijų įvertinimas parodo, jog pagal visus kriterijus neatmetama nulinė hipotezė, kad turimas maksimalių temperatūrų duomenų skirstinys sutampa su teoriniu Gumbelio skirstinio modeliu. Taigi grafiniai atrinkimo būdai ir

suderinamumo hipotezių tikrinimas parodė, kad Gumbelio skirstinys geriausiai tinka maksimalių temperatūrų duomenų vertinimui.

3.3.4. GUMBELIO SKIRSTINIO TAIKYMAS

Atlikus geriausio skirstinio atrinkimą turimiems duomenims gauta išvada, kad Gumbelio skirstinys yra tinkamiausias turimiems maksimalių temperatūrų duomenims. Toliau atliekamas detalesnis 1961-2014 metų laikotarpio 18-os meteorologinių stočių metinių maksimalių temperatūrų tikimybinis vertinimas naudojant Gumbelio skirstinį.

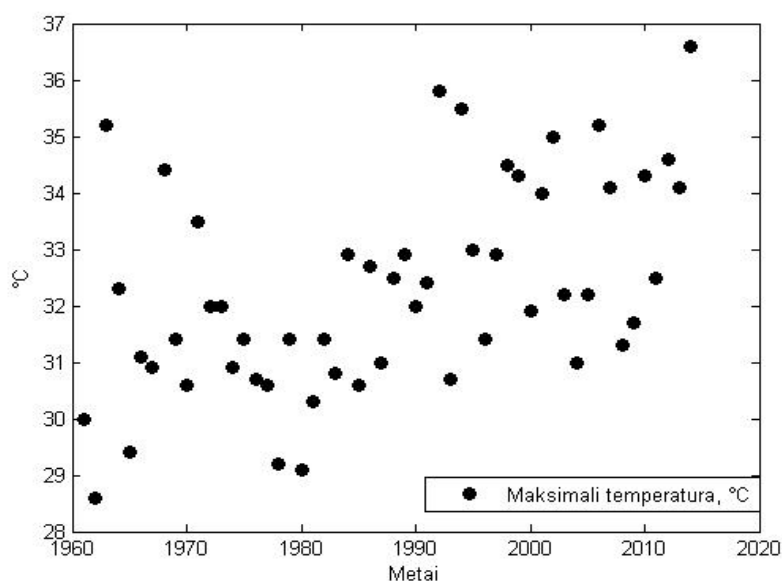
Apskaičiuojamos 54 metų laikotarpio maksimalių temperatūrų imties charakteristikos tokios, kaip temperatūrų vidurkis ir standartinis nuokrypis, kurios bus reikalingos apskaičiuoti Gumbelio skirstinio parametrus (μ – dažnio parametras, σ - nuokrypio parametras).

Naudojant pritaikytą Gumbelio skirstinio modelį apskaičiuojama, kokia tikimybė, kad per metus atsiras didesnė maksimali temperatūra ir nubraižomas atitinkamas tikimybių kitimo grafikas.

Gumbelio skirstinio taikymo turimiems duomenims metodika pateikta 2.2 skyriuje, maksimalių temperatūrų duomenų imtis pateikta 3.11 lentelėje, o apskaičiuoti parametrai apsteikti 3.17 lentelėje.

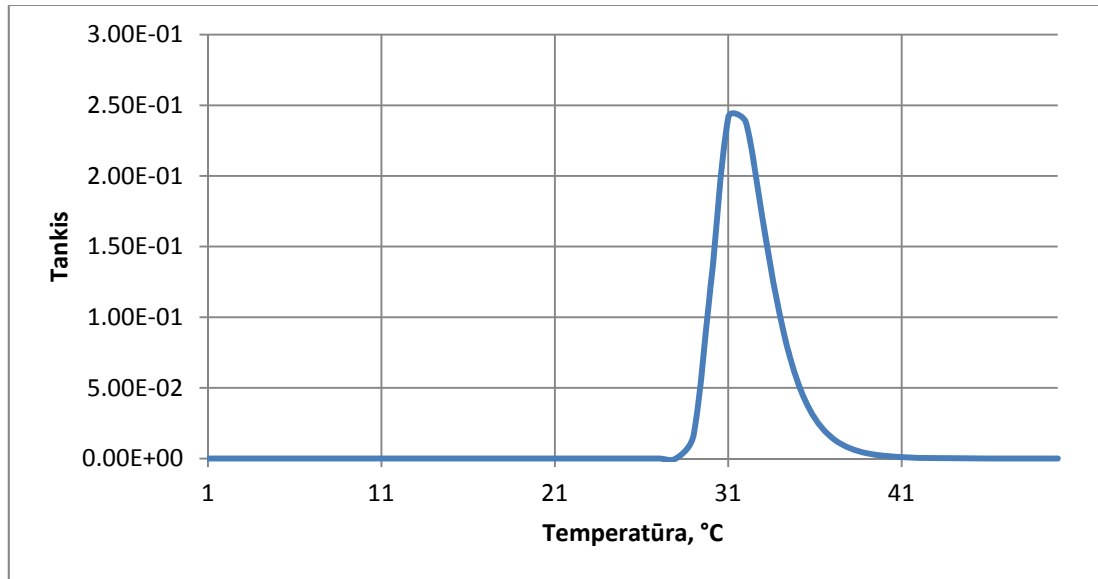
3.17 lentelė. Maksimalių temperatūrų Gumbelio skirstinio parametrai

Gumbelio skirstinio parametrai	
vidurkis \bar{X}	32,28
standartinis nuokrypis s	1,85
dažnio parametras μ	1,4453
nuokrypio parametras σ	31,4435



3.21 pav. Maksimalių temperatūrų imčių sklaidos diagrama

Vidurkis ir dispersija apibūdina temperatūrų vidutinę reikšmę ir jos reikšmių išsibarstymą. Pasiskirstymo funkcija ($F(x)$) atitinka tikimybę P , kad atsitiktinis dydis X įgis vertes, mažesnes už x . $F(x) = P(X \leq x)$.



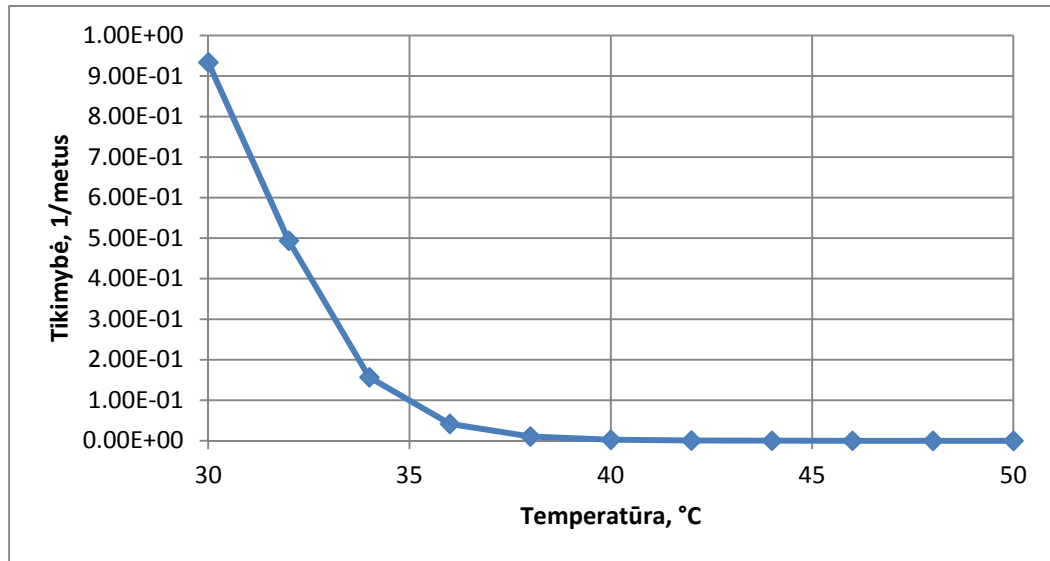
3.22 pav. Gumbelio maksimalių reikšmių skirstinio tikimybinis tankis

Apskaičiuojamas pasikartojimo periodas, per kurį tikėtina, kad bus vieną kartą viršyta numatyta temperatūra.

3.18 lentelė. Dar didesnių maksimalių temperatūrų tikimybė per metus, bei pasikartojimo periodas

Temperatūra, °C	G(x), tikimybė, 1/metus	Pasikartojimo periodas, metai
30	0,933794177	1
32	0,493609034	2
34	0,156788539	6
36	0,041840604	24
38	0,010654868	94
40	0,002681114	373
42	0,000672633	1487
44	0,000168622	5930
46	4,22637E-05	23661
48	1,05925E-05	94406
50	2,65478E-06	376679

Matoma, kad tikėtina jog po kartą kiekvienais metais bus viršyta 30°C temperatūra, per 6 metus vieną kartą bus viršyta 34°C temperatūra, o 40°C temperatūra tikėtina gali būti viršyta tik vieną kartą per 373 metus.



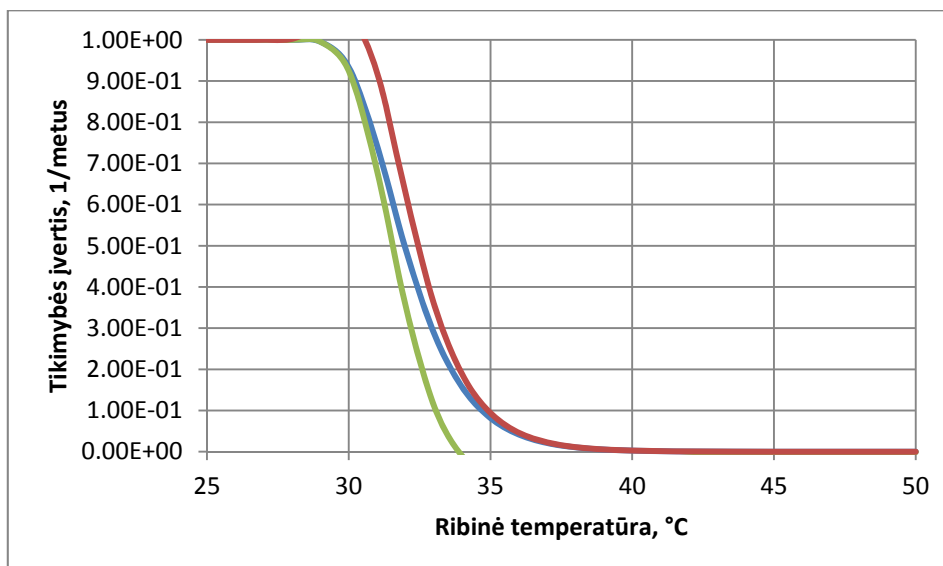
3.23 pav. Tikimybė, kad per metus vieną kartą bus viršyta tam tikra maksimali temperatūra

Tikimybė, kad bus viršyta didelė temperatūra kartą per metus yra labai maža. Tiksliai galima pasakyti, kad su didele tikimybe bus viršyta 30°C temperatūra, o tikimybė viršyti 38°C ir daugiau yra maža.

Žinant pasikartojimo periodą galima apskaičiuojama maksimali temperatūra, kuri gali būti viršyta vieną kartą per atitinkamą pasikartojimo periodą T_{\max} .

3.19 lentelė. Maksimali temperatūra, kuri gali būti viršyta vieną kartą per atitinkamą pasikartojimo periodą

Pasikartojimo periodas, metai	Temperatūra, °C	Metinis dažnis, 1/metus
2	32,0	0,5
5	33,6	0,2
10	34,7	0,1
20	35,7	0,05
50	37,1	0,02
100	38,1	0,01
1000	41,4	0,001
10000	44,8	0,0001
100000	48,1	0,00001
1000000	51,4	0,000001



3.24 pav. Maksimalių temperatūrų tikimybės kreivė su 95% pasikliautiniais intervalais

3.4 Santykinio oro drėgnumo vertinimas taikant įvairių termometrų duomenis

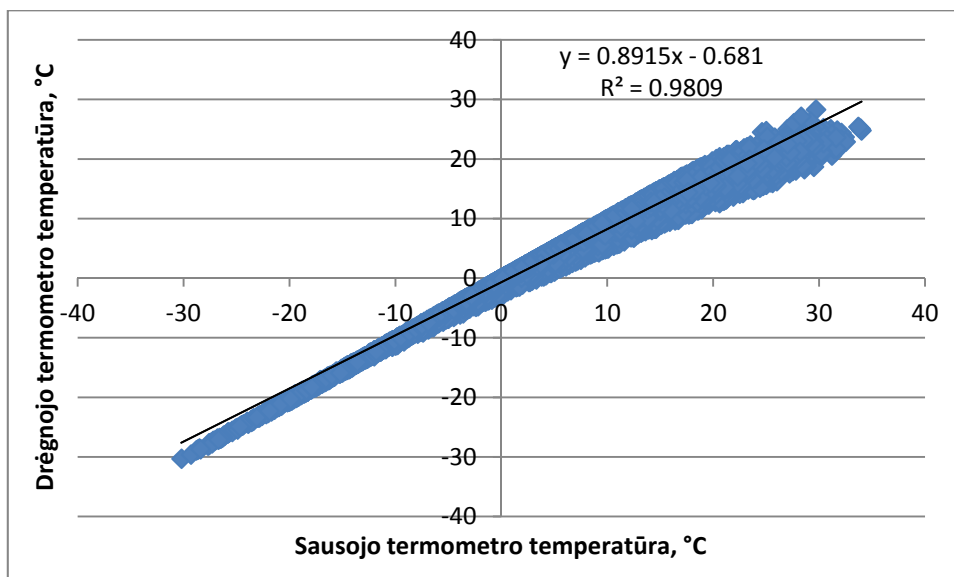
Naudojantis specifiniais IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnybos statistiniais duomenimis (1994-2004 m. laikotarpio) ir 1.6 skyriuje pateikta drėgnojo termometro temperatūrų nustatymo iš sausojo termometro ir santykinio drėgnumo metodika, buvo apskaičiuojama drėgnojo termometro temperatūra. Žinant santykinio drėgnumo reikšmes, apskaičiuota drėgnojo termometro temperatūra pateikta 3.20 lentelėje.

3.20 lentelė. Sausojo ir drėgnojo termometrų temperatūros

Metai	Sausojo termometro metų maksimali temperatūra	Drėgnojo termometro metų maksimali temperatūra
1995	31,5	22,6
1996	28,9	25,3
1997	30	24,5
1998	31,7	25
1999	32,4	24,7
2000	29,5	21,3
2001	32,1	25,2
2002	34	28,3
2003	30,4	24,1
2004	28,2	23

Matoma, kad drėgnojo termometro ekstremali temperatūra ženkliai žemesnė nei sausojo.

Kai santykinis drėgnumas nėra žinomas (paprastai daugumoje stočių jis nėra matuojamas), nagrinėjama dviejų dydžių drėgnojo termometro ir sausojo termometro temperatūrų tiesinė priklausomybė. Pagal sausojo ir drėgnojo termometro temperatūros priklausomybę buvo gauta tiesinės regresijos lygtis, kuri bendru atveju leido įvertinti nežinomą drėgnojo termometro temperatūrą, kai yra žinoma sausojo termometro temperatūra.



3.25 pav. Drėgnojo termometro priklausomybė nuo sausojo termometro

Grafikas (3.25 pav.) parodo ryškią drėgnojo termometro priklausomybės nuo sausojo termometro temperatūros tiesinę tendenciją. Panaudojus tiesinį regresijos modelį gaunama regresijos lygtis $y = 0,8915x - 0,681$.

Tiesinė regresijos lygtis leidžia apytiksliai prognozuoti drėgnojo termometro temperatūrą, kai yra žinoma sausojo oro temperatūra. Greta regresijos lygties yra pateikta duomenų sekos aproksimavimo regresijos lygtimi kokybės įverčio R^2 (determinacijos koeficiento) reikšmė. Kai regresijos lygtis parenkama tinkamai, šio įverčio reikšmė būna artima 1. Šiuo atveju duomenų kaitą regresija aprašo labai gerai ($R^2 = 0.98$).

Tokiu būdu tolesniam vertinimui gaunamos 3 duomenų imtys:

- sausojo termometro temperatūra, kuri užfiksuojama meteorologijos stotyse;
- drėgnojo termometro temperatūra, kuri apskaičiuojama pagal 1.6 skyriuje pateiktą metodiką, kai žinomas santykinis oro drėgnumas;
- įvertinta drėgnojo termometro temperatūra, kuri apskaičiuojama pagal regresijos lygtį $y = 0,8915x - 0,681$.

Naudojantis IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnybos ir Dūkšto meteorologijos stoties duomenimis ir gautomis imtimis, žemiau pristatoma rytinei Lietuvos daliai atlikta tikimybinė analizė. Šiame regione ateityje gali būti statoma nauja atominė elektrinė, kuriai yra svarbu atlikti tikimybinę įvairių ekstremalių temperatūrų analizę ir turėti galimybę nustatyti santykinį oro drėgnumą, aktualų šilumnešio aušinimo bokštų projektavimui.

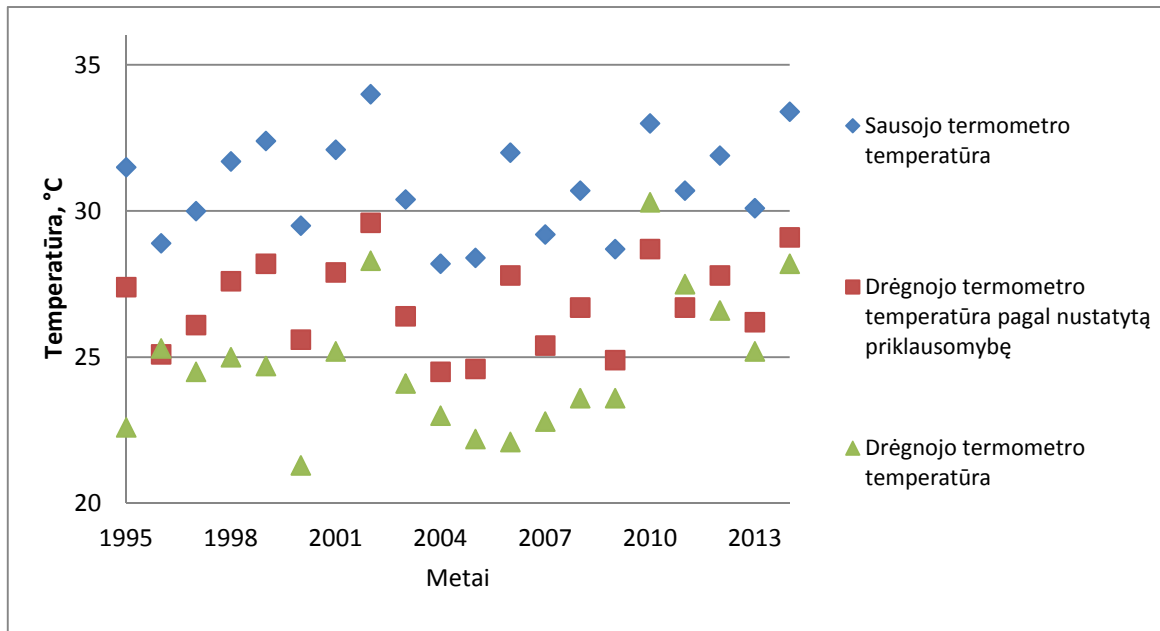
3.5 Lokalių temperatūrų Dūkšto regione tyrimas taikant Gumbelio skirstinį

Atliekamas tikimybinis vertinimas Dūkšto regione naudojantis duomenimis gautais iš Dūkšto meteorologinės stoties ir netoli IAE esančios laboratorijos duomenimis. Tikimybiniam vertinimui naudojamas Gumbelio skirstinys, nes jis buvo atrinktas kaip tinkamiausias skirstinys nagrinėjant maksimalių temperatūrų duomenų imtį.

3.21 lentelė. Duomenų imtys tikimybiniai vertinimui Dūkšto regione

Metai	Maksimali sausojo termometro temperatūra, °C	Drėgnojo termometro temperatūra pagal nustatytą priklausomybę, °C	Maksimali drėgnojo termometro temperatūra, °C
1995	31,5	27,4	22,6
1996	28,9	25,1	25,3
1997	30	26,1	24,5
1998	31,7	27,6	25
1999	32,4	28,2	24,7
2000	29,5	25,6	21,3
2001	32,1	27,9	25,2
2002	34	29,6	28,3
2003	30,4	26,4	24,1
2004	28,2	24,5	23
2005	28,4	24,6	22,2
2006	32	27,8	22,1
2007	29,2	25,4	22,8
2008	30,7	26,7	23,6
2009	28,7	24,9	23,6
2010	33	28,7	30,3
2011	30,7	26,7	27,5
2012	31,9	27,8	26,6
2013	30,1	26,2	25,2
2014	33,4	29,1	28,2

Duomenų imtį (3.21 lentelė) sudaro duomenys iš laboratorijos netoli IAE (1995-2004 m.) ir Dūkšto meteorologijos stoties (2005-2014 m.). Prognozuojama drėgnojo termometro temperatūra apskaičiuojama iš priklausomybės tarp drėgnojo ir sausojo termometro gautos tiesinės regresijos lygties $y = 0.8915x - 0.681$.



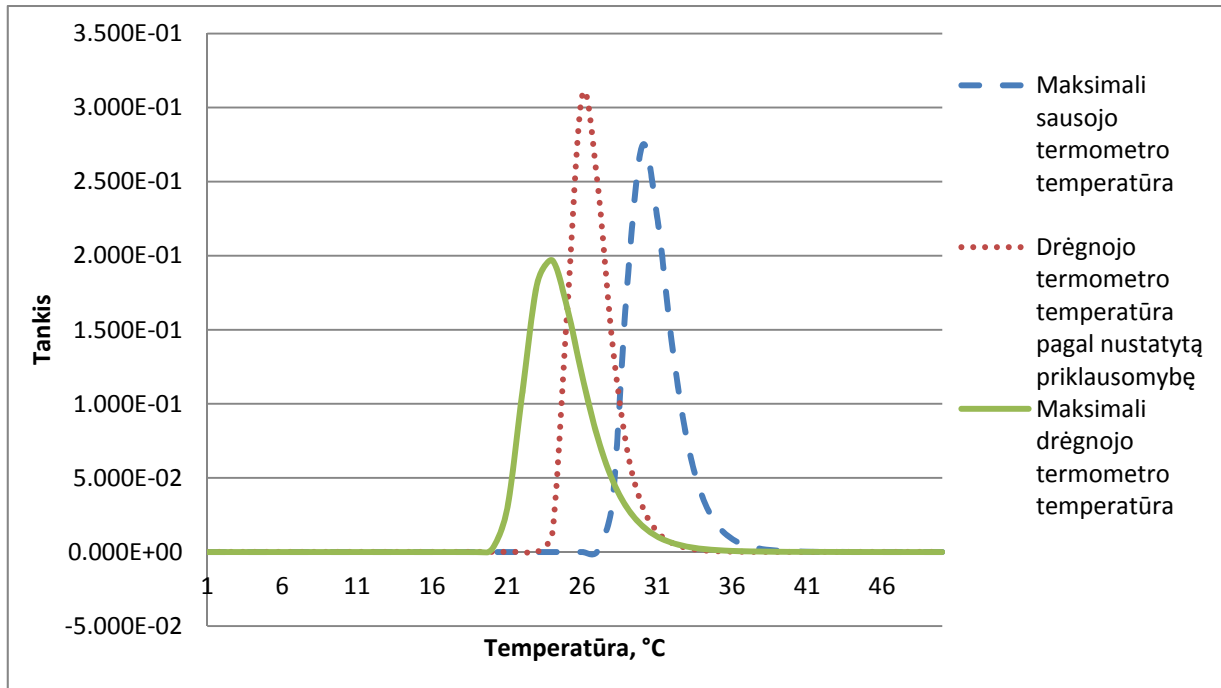
3.26 pav. Duomenų sklaidos diagrama

3.26 pav. pateikta duomenų sklaidos diagrama, kurioje galima matyti kaip išsidėsto kiekvienos imties duomenys.

3.22 lentelė. Maksimalių temperatūrų duomenų imčių parametrai

	Maksimalių sausojo termometro temperatūrų imtis	Drėgnojo termometro temperatūrų pagal nustatytą priklausomybę imtis	Maksimalių drėgnojo termometro temperatūrų imtis
Vidurkis	30,84	26,82	24,81
Standartinis nuokrypis	1,72	1,52	2,37
Sigma (σ)	1,34	1,19	1,85
Miu (μ)	30,07	26,13	23,74

3.22 lentelėje apskaičiuoti pagrindiniai parametrai, kurie bus skirti tolimesniems skaičiavimams pagal 2.2 skyriaus metodiką.



3.27 pav. Gumbelio maksimalių reikšmių skirstinio tikimybiniai tankiai atskiroms imtims

Apskaičiuojamas pasikartojimo periodas, per kurį tikėtina, kad bus vieną kartą viršyta nagrinėjama temperatūra.

3.23 lentelė. Dar didesnių maksimalių temperatūrų tikimybės per metus, bei pasikartojimo periodai (a, b, c)

a) Maksimalių sausojo termometro temperatūrų tikimybės

Temperatūra, °C	G(x), tikimybė, 1/metus	Pasikartojimo periodas, metai
30	6,504E-01	2
32	2,104E-01	5
34	5,171E-02	19
36	1,186E-02	84
38	2,679E-03	373
40	6,028E-04	1659
42	1,355E-04	7379
44	3,046E-05	32830
46	6,847E-06	146059
48	1,539E-06	649821
50	3,459E-07	2891073

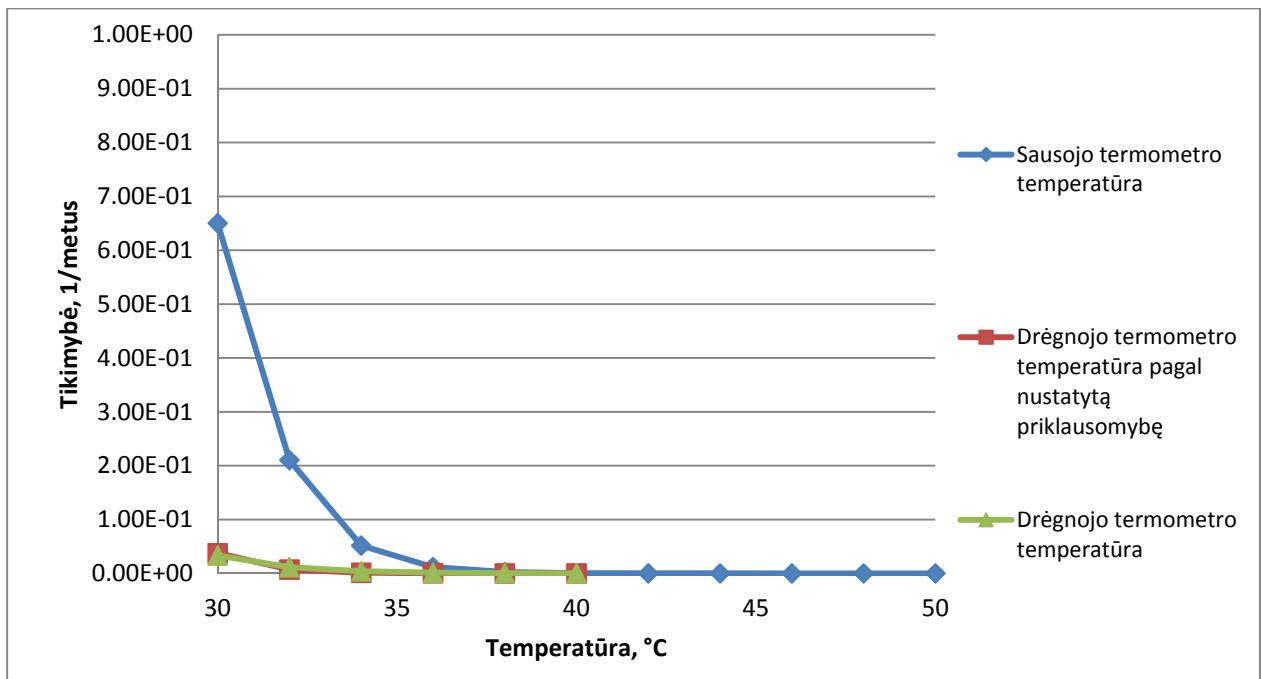
b) Drėgnojo termometro temperatūrų pagal nustatytą priklausomybę tikimybės

Temperatūra, °C	G(x), tikimybė, 1/metus	Pasikartojimo periodas, metai
20	1,000E+00	1
22	1,000E+00	1
24	9,976E-01	1
26	6,725E-01	1
28	1,868E-01	5
30	3,757E-02	27
32	7,067E-03	142
34	1,313E-03	762
36	2,432E-04	4111
38	4,505E-05	22195
40	8,345E-06	119837

c) Maksimalių drėgnojo termometro temperatūrų tikimybės

Temperatūra, °C	G(x), tikimybė, 1/metus	Pasikartojimo periodas, metai
20	9,995E-01	1
22	9,224E-01	1
24	5,800E-01	2
26	2,550E-01	4
28	9,508E-02	11
30	3,334E-02	30
32	1,144E-02	87
34	3,897E-03	257
36	1,324E-03	755
38	4,496E-04	2224
40	1,526E-04	6552

Iš lentelių matyti, kad sausojo termometro temperatūra yra didesnė, nei drėgnojo termometro temperatūra, kuri yra užfiksuota ir kuri nustatyta iš priklausomybės. 30 °C gali būti viršyta vieną kartą per 2 metus pagal sausąjį termometrą, viena karta per 27 metų pagal priklausomybę ir vieną kartą per 30 metus pagal užfiksuota drėgnojo termometro temperatūrą.



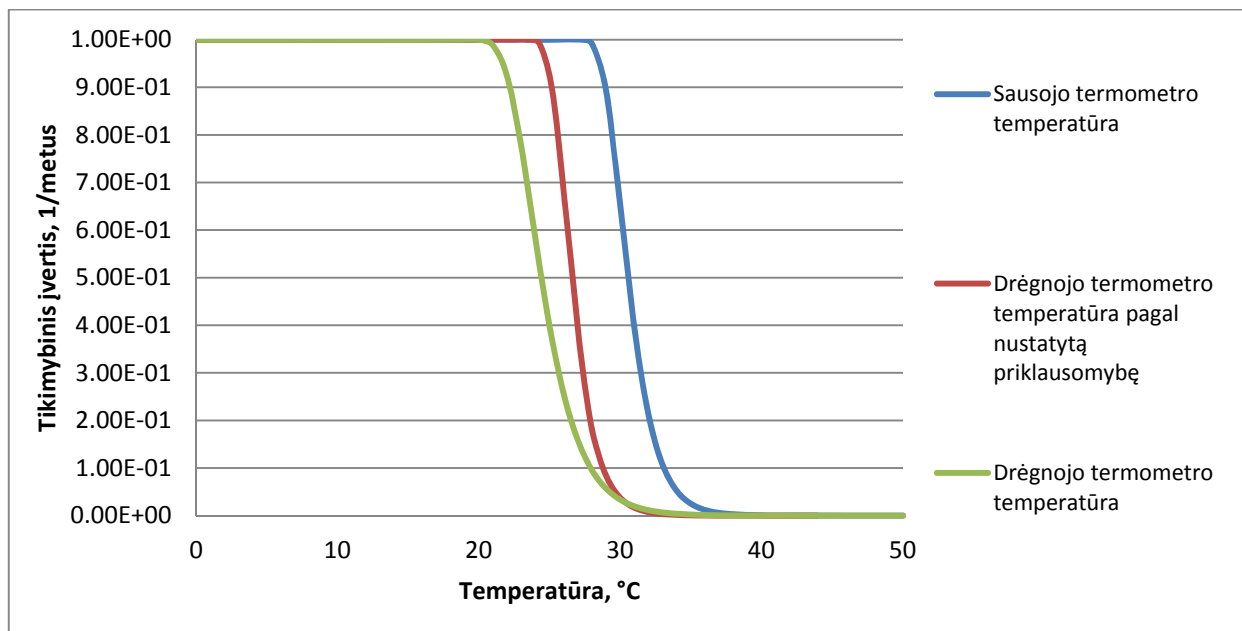
3.28 pav. Tikimybė, kad per metus vieną kartą bus viršyta tam tikra maksimali temperatūra (30-50°C)

Tikimybė, kad bus viršyta ekstremali temperatūra kartą per metus yra labai maža. Didesnė tikimybė viršyti 30 °C ir daugiau yra su sausuoju termometru.

Maksimali temperatūra, kuri gali būti viršyta vieną kartą per atitinkamą pasikartojimo periodą T_{\max} , analizuojant skirtingas maksimalių temperatūrų duomenų imtis, pateikta 3.24 lentelėje.

3.24 lentelė. Maksimali temperatūra, kuri gali būti viršyta vieną kartą per atitinkamą pasikartojimo periodą

Pasikartojimo periodas, metai	Sausojo termometro temperatūra, °C	Drėgnojo termometro temperatūra pagal nustatytą priklausomybę, °C	Drėgnojo termometro temperatūra, °C
2	30,6	26,6	24,4
5	32,1	27,9	26,5
10	33,1	28,8	27,9
20	34	29,7	29,2
50	35,3	30,8	31
100	36,2	31,6	32,3
1000	39,3	34,3	36,5
10000	42,4	37,1	40,8
100000	45,5	39,8	45
1000000	48,6	42,5	49,3



3.29 pav. Maksimalių temperatūrų tikimybių kreivės

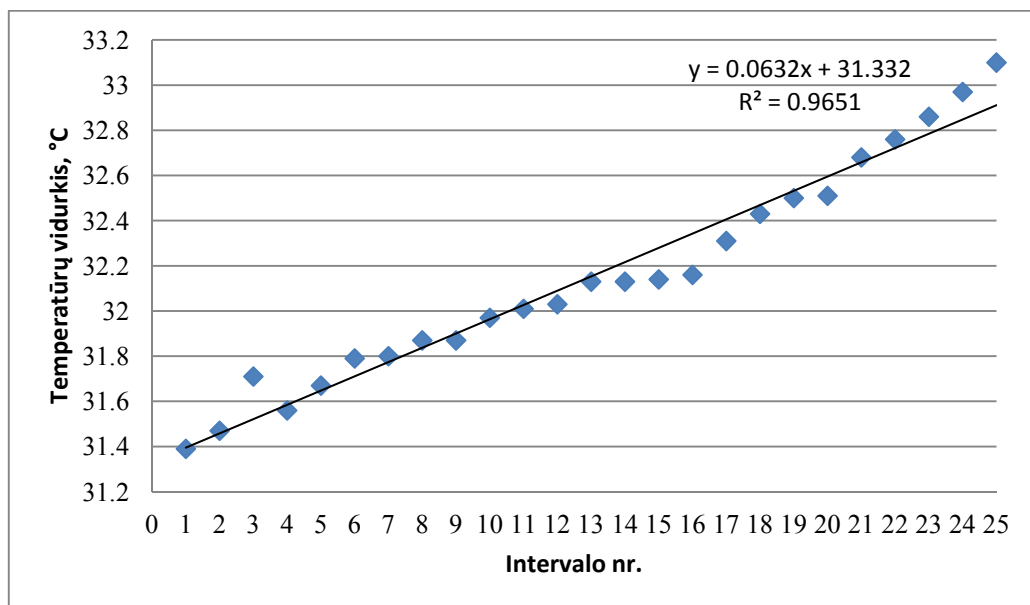
3.29 pav. naudojant Gumbelio skirstinį apskaičiuojama, kokia yra tikimybė, kad per metus atsiras didesnė maksimali temperatūra analizuojant skirtingas duomenų imtis.

3.6 Ekstremumų tyrimas taikant slenkančius vidurkius

Dabar atliekama duomenų kitimo analizė slenkančių vidurkių metodu. Imama 30 metų laikotarpio (pradinis taškas 1961-1990 m.) duomenys ir slenkant po vienus metus iki 2014 metų apskaičiuojami pagrindiniai įverčiai: vidurkis, standartinis nuokrypis (3.25 lentelė).

3.25 lentelė. Slenkančio maksimalių ir minimalių temperatūrų intervalo vidurkis ir standartinis nuokrypis

Intervalo nr.	Metai	Maksimalių temperatūrų vidurkis	Maksimalių temperatūrų standartinis nuokrypis	Minimalių temperatūrų vidurkis	Minimalių temperatūrų standartinis nuokrypis
1	1961-1990	31,39	1,51	-29,14	5,34
2	1962-1991	31,47	1,49	-29,08	5,37
3	1963-1992	31,71	1,59	-28,82	5,52
4	1964-1993	31,56	1,46	-28,48	5,58
5	1965-1994	31,67	1,62	-28,26	5,34
6	1966-1995	31,79	1,58	-28,08	5,29
7	1967-1996	31,80	1,58	-28,12	5,32
8	1968-1997	31,87	1,58	-27,96	5,18
9	1969-1998	31,87	1,59	-27,77	5,11
10	1970-1999	31,97	1,64	-27,46	5,00
11	1971-2000	32,01	1,62	-27,09	4,58
12	1972-2001	32,03	1,64	-27,04	4,57
13	1973-2002	32,13	1,73	-26,94	4,53
14	1974-2003	32,13	1,73	-27,09	4,64
15	1975-2004	32,14	1,73	-27,28	4,41
16	1976-2005	32,16	1,72	-27,43	4,26
17	1977-2006	32,31	1,78	-27,43	4,26
18	1978-2007	32,43	1,78	-27,58	4,26
19	1979-2008	32,50	1,69	-27,07	4,45
20	1980-2009	32,51	1,68	-26,84	4,36
21	1981-2010	32,68	1,59	-26,68	4,14
22	1982-2011	32,76	1,52	-26,76	4,11
23	1983-2012	32,86	1,53	-27,09	4,05
24	1984-2013	32,97	1,50	-27,20	4,04
25	1985-2014	33,10	1,64	-27,29	3,97



3.30 pav. Maksimalių temperatūrų slenkami vidurkiai 30 metų intervalais

3.30 pav. pavaizduotas vidurkių kitimo grafikas. Grafike pateikta regresijos tiesė, bei modelio tinkamumą rodantis determinacijos koeficientas. Regresijos tiesė nubrėžta su programine priemone MS Excel, bet, siekiant patikslinti programinės priemonės koeficientų apskaičiavimo tikslumą, atskirai pagal formules, apskaičiuojami tiesinės regresijos lygties koeficientai.

Taikant MS Excel gauta tiesinės regresijos lygtis $y = 0.0632x + 31.332$.

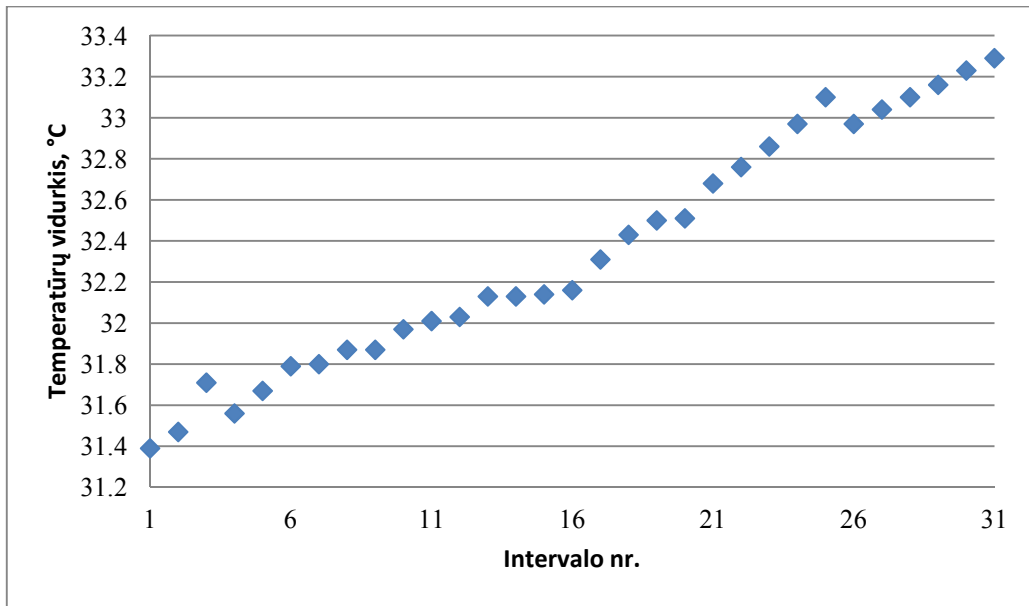
Pagal formules apskaičiuoti koeficientai ir gauta tiesinės regresijos lygtis $y=0.0631769x+31,3315003$. Palyginus abi lygtis yra labai maži netikslumai, kurie galėjo atsirasti dėl vidurkių apvalinimo. Modelio tinkamumą rodo determinacijos koeficientas R^2 , kuo jis didesnis, tuo labiau stebėjimai sukonzentruoti apie mažiausių kvadratų metodu gautą regresijos tiesę.

Taigi, turint lygtį galima prognozuoti, koks galėtų būti kito metų intervalo maksimalių temperatūrų vidurkis (pvz.: 26-as intervalas - 1986-2015 m., 27-as - 1986-2016 m. ir t.t.). Pvz.: kai $x = 26$ (1986-2015 m.), tai

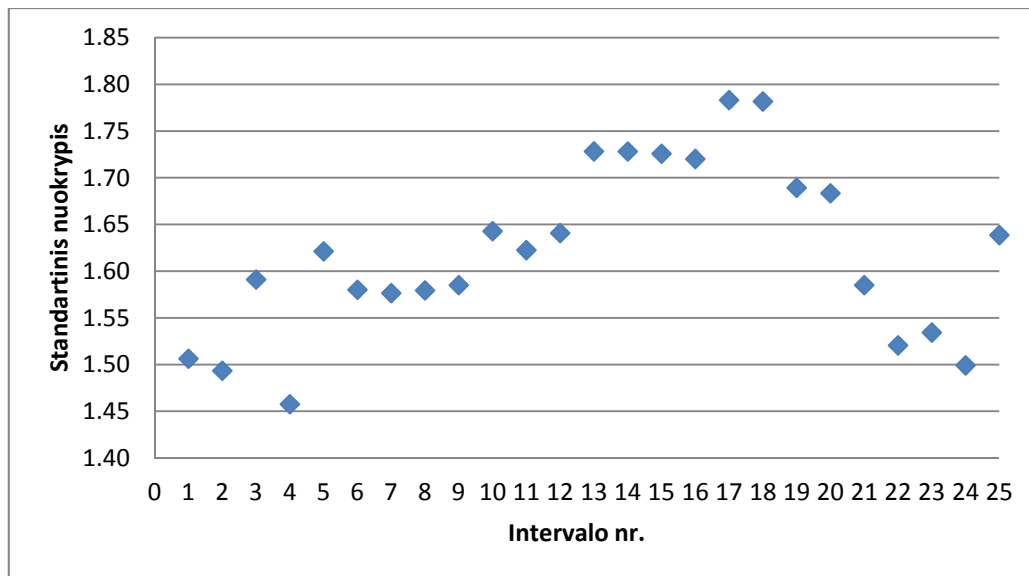
$$y(26) = 0.0631769x + 31.3315003 = 0.0631769 \cdot 24 + 31.3315003 = 32.97 \text{ (3.26 lentelė).}$$

3.26 lentelė. Prognozuoti maksimalių temperatūrų vidurkiai

Intervalo nr.	Metai	Maksimalių temperatūrų vidurkis
26	1986-2015	32,97
27	1987-2016	33,04
28	1988-2017	33,10
29	1989-2018	33,16
30	1990-2019	33,23
31	1991-2020	33,29



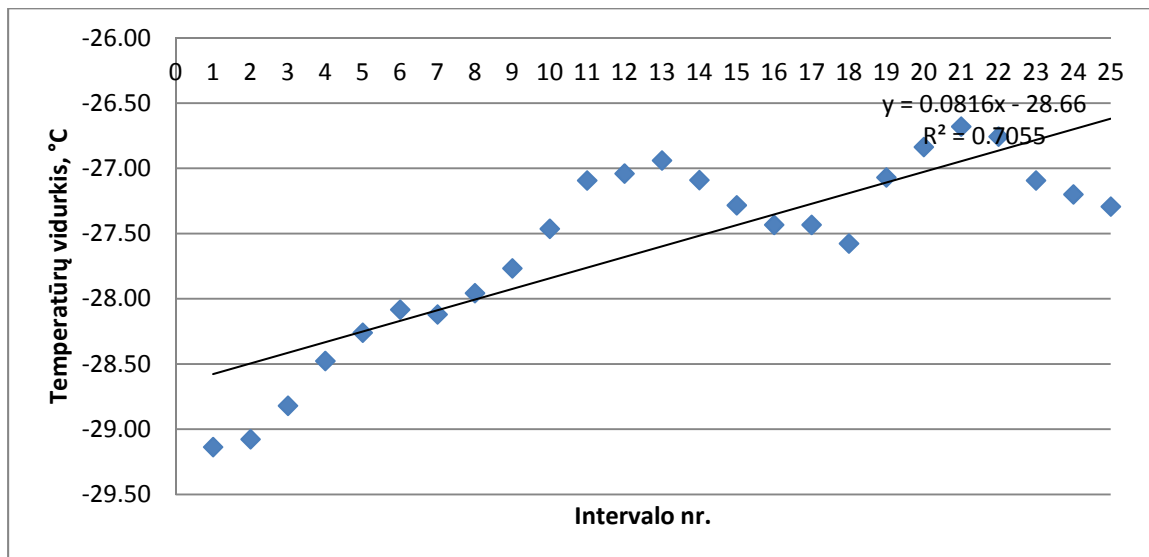
3.31 pav. Maksimalių temperatūrų slenkamųjų metų vidurkis (1961-2020 m.)



3.32 pav. Maksimalių temperatūrų standartinio nuokrypio kitimas

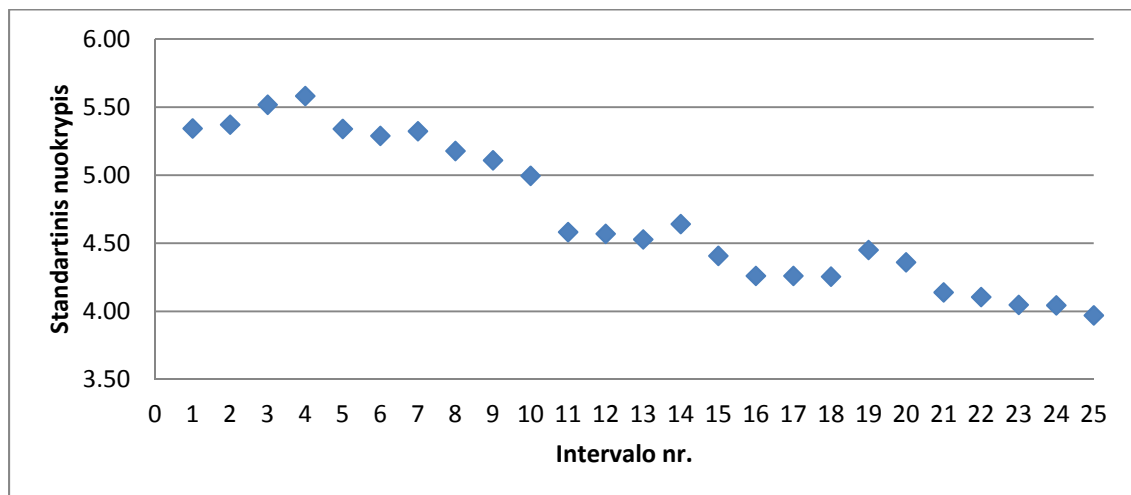
3.32 pav. pateiktas maksimalių temperatūrų standartinio nuokrypio kitimas, jis nusako maksimalių temperatūrų sklaidą apie vidurkį, kuo reikšmės įvairesnės, tuo standartinis nuokrypis yra didesnis. Šiuo atveju grafikas parodo, kad slenkant intervalą pasitaiko ir didesnių, ir mažesnių temperatūrų nei įprasta, kurios įtakoja standartinio nuokrypio kitimą.

Analogišką tyrimą galima padaryti su minimalių temperatūrų duomenimis.



3.33 pav. Minimalių temperatūrų slenkami vidurkiai 30 metų intervalais

Nagrinėjant minimalių temperatūrų duomenis slenkamais 30 metų vidurkiais matoma, kad iš pradžių buvo akivaizdi šiltėjimo tendencija (iki 2002 m., 3.25 lentelė), o paskui minimalių temperatūrų slenkami vidurkiai 30 metų intervalais arba mažėjo, arba didėjo. Iš metinių minimalių temperatūrų sklaidos diagramos ryškesnio kitimo nepastebėta, nes duomenys vienodai išsibarstę beveik visame stebėtame 1961-2014 metų intervale (3.9 pav.).

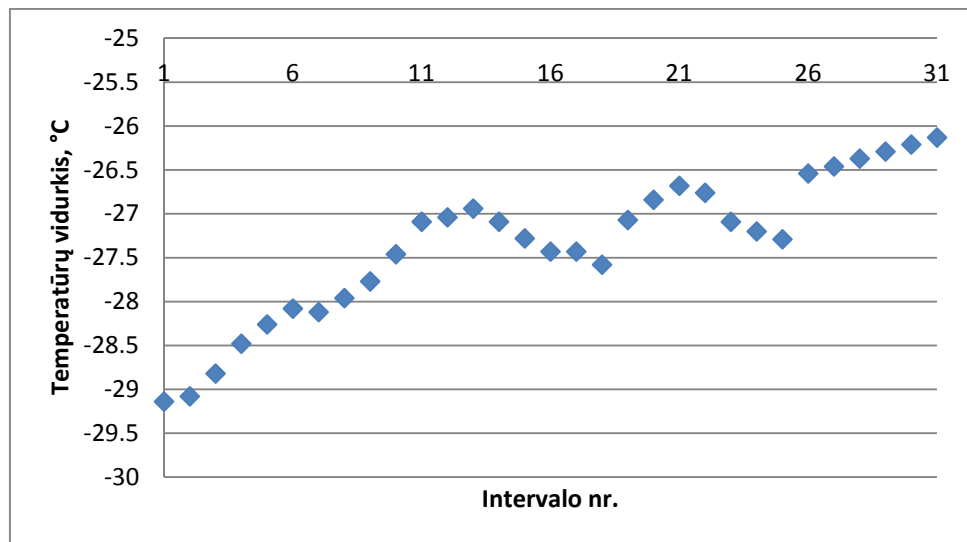


3.34 pav. Minimalių temperatūrų standartiniai nuokrypiai tam tikrais metų intervalais

3.33 pav. ir 3.34 pav. pateikia gana didelį minimalių temperatūrų vidurkių išsibarstymą pradiniais metų intervalais. Laikui bėgant po truputi mažėja standartinio nuokrypio parametrai, slenkant intervalą nauja minimali temperatūra yra vis panašesnė į vidurkį.

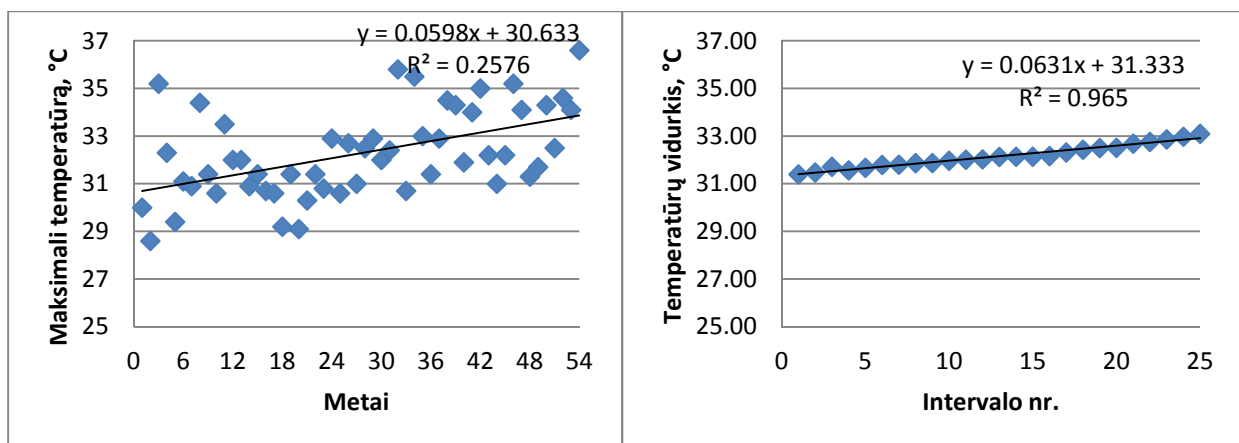
3.27 lentelė. Prognozuoti minimalių temperatūrų vidurkiai

Intervalo nr.	Metai	Minimalių temperatūrų vidurkis
26	1986-2015	-26,54
27	1987-2016	-26,46
28	1988-2017	-26,37
29	1989-2018	-26,29
30	1990-2019	-26,21
31	1991-2020	-26,13



3.35 pav. Minimalių temperatūrų slenkamųjų metų vidurkis (1961-2020 m.)

3.35 pav. pateiktas minimalių temperatūrų vidurkių prognozavimas 30 metų intervalais nuo 1961 iki 2020 metų, susidarė 31 intervalas. Šis grafikas parodo po truputi šiltėjantį orą atsižvelgiant į 30-ies metų vidurki.



a)

b)

3.36 pav. a) Maksimalių temperatūrų 54 metų imties (1961-2014 m.) ir b) 30 metų slenkamo vidurkio (1961-2014 m.) palyginimas

3.36 pav. pateikta, kad a) nagrinėta 54 metų duomenų imtis (1961-2014 m.) rodo didelį temperatūrų įvairumą, ko nematyti, kai atliekama slenkančių vidurkių analizė (b). Iš slenkančiųjų vidurkių negalima tiksliai pasakyti, kada gali būti prognozuojama temperatūra, nes vieną intervalą sudaro 30 metų vidurkis. Galima manyti jog 1961-1990 m. intervale, apie 1976 m. galėjo pasitaikyti tokia temperatūra. Taip pat vidurkis neleidžia pasireikšti didelėms temperatūrų išskirtims. Lyginant tiesinių regresinių lygčių parametrus matoma jog jie yra gana panašūs, bet patogumo dėlei prognozuoti yra patogiau su metiniais duomenimis nei su vidurkais. Prognozuojant metiniais duomenimis, galima prognozuojamą temperatūrą apskaičiuoti tiksliais metais. Prognozė pagal 54 metų intervalo maksimalių metinių temperatūrų tiesinę regresinę lygtį $y = 0.0598x + 30.633$ pavaizduota 3.28 lentelėje.

3.28 lentelė. Prognozuojamos metinės maksimalios temperatūros

Metai	Maksimali temperatūra
2015	33,92
2016	33,98
2017	34,04
2018	34,10
2019	34,16
2020	34,22

Ankstesniuose skyriuose naudota meteorologų daroma prielaida neatsižvelgiant į klimato kaitą, kad stebimi maksimumai ar minimumai yra nepriklausomi ir vienodai pasiskirstę. Pastebėjus kitimą laike yra pavaizduojamas trendas. Nustačius temperatūrų didėjimą, anksčiau taikyta prielaida negalioja ir todėl prieš tai naudoti ekstremalių reikšmių modeliai turėtų būti pakoreguojami įvedus nuo laiko priklausančius parametrus. Toks vertinimas susietas su klimato kaita.

Sekančiame skyriuje esančiame tyrime atliekamas ekstremalių temperatūrų kaitos tyrimas, analizuojamas maksimalių temperatūrų viršijimo tikėtinumo kitimas laikui bėgant.

3.7 Ekstremalių temperatūrų kaitos tyrimas

Atlikus ekstremumų tyrimą taikant slenkančius vidurkius (3.6 skyrius) pastebėtas kitimas laike, todėl ankstesniuose skyriuose naudota prielaida neatsižvelgiant į klimato kaitą, kad stebimi maksimumai ar minimumai yra nepriklausomi ir vienodai pasiskirstę pakoreguojama.

Akivaizdus temperatūrų kitimas pasireiškia maksimaliose oro temperatūrose, tai galima matyti vizualiai iš jų sklaidos diagramos (3.1 pav.) ir atliktų tikimybinių analizių. Kiekvienais metais gali būti tikėtinas maksimalių temperatūrų viršijimas, tam tikrų maksimalių temperatūrų išskirčių pasireiškimas, todėl atliekamas maksimalių temperatūrų viršijimo tikėtinumo kitimo tyrimas laikui bėgant.

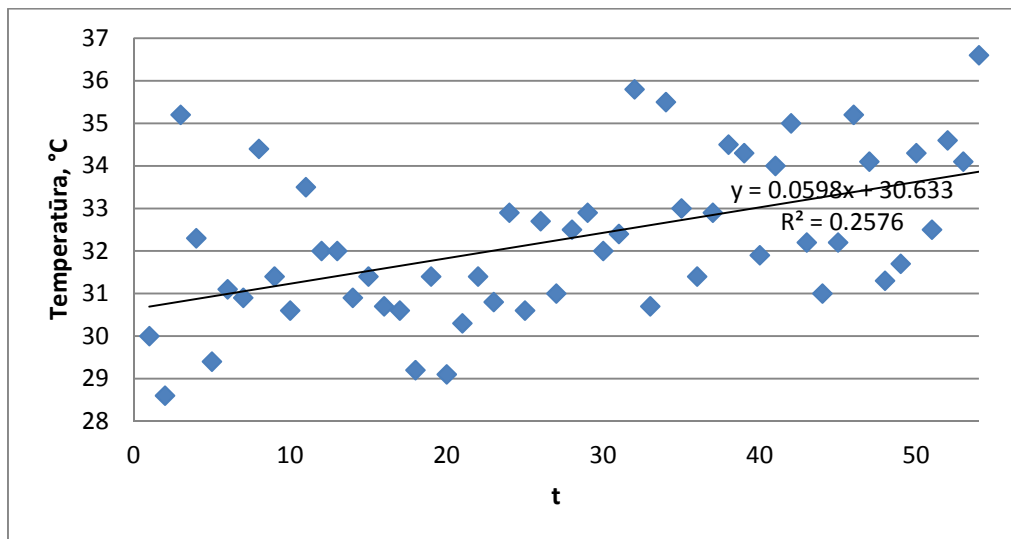
Tyrimas atliekamas 1961-2014 metų laikotarpio maksimalioms temperatūroms. Bendrajame ekstremalių reikšmių modelyje fiksuotas parametras μ pakeičiamas į kintamąjį, kuris priklauso nuo laiko, parametras išreiškiamas funkcija.

Daroma prielaida, jog μ parametras kinta laike naudojant tiesinį regresijos modelį $\mu(t)=B_0+B_1*t$, o kiti parametrai, tai yra σ ir β laikomi konstantomis. Tiesinio regresinio modelio išraiška:

$$y = B_0 + B_1 * t$$

kur B_1 – polinkis (rodo, kaip pakinta y , pakitus vienu vienetu laikui t), o B_0 - tiesinės regresijos lygties kirtimas, kai $t=0$.

Naudojant regresinius modelius netikslinga imti absoliutines metų reikšmes (1961, 1962, ...,2014), praktiškai visuomet taikomas kintamasis t , kurio reikšmė 1, 2, 3 ir t.t.



3.37 pav. Maksimalių temperatūrų grafikas su tiesine regresijos lygtimi

3.37 grafikas rodo metinius ekstremalių temperatūrų duomenis su trendu $\mu(t)$.

Iš duomenų grafiko daroma prielaida, kad yra tiesinis koreliacijos ryšys. Apskaičiavus koreliacijos koeficientą, gauta jog $r = 0.50751$, o pagal koreliacijos koeficiento reikšmių skalę tai reiškia vidutinį koreliacijos ryšį [74].

Programinės priemonės MS Excel pagalba apskaičiuota tiesinės regresijos lygtis, kuri pateikta 3.37 grafike. Taip pat norint didesnio tikslumo galima ją skaičiuoti pasinaudojant tiesinės regresijos modelio formulėmis, naudojant mažiausių kvadratų metodą.

Fiksuoto parametro pakeitimas atliktas Apibendrintojo ir Gumbelio skirstiniui, nes jie buvo atrinkti ankstesnėse analizėse kaip geriausiai tinkantys ekstremalių reikšmių skirstiniai vertinant ekstremalias temperatūras. Apibendrintasis geriau tiko minimalių temperatūrų absoliutinėms reikšmėms, o Gumbelio skirstinys atrinktas kaip tinkamiausias maksimalių temperatūrų skirstinys.

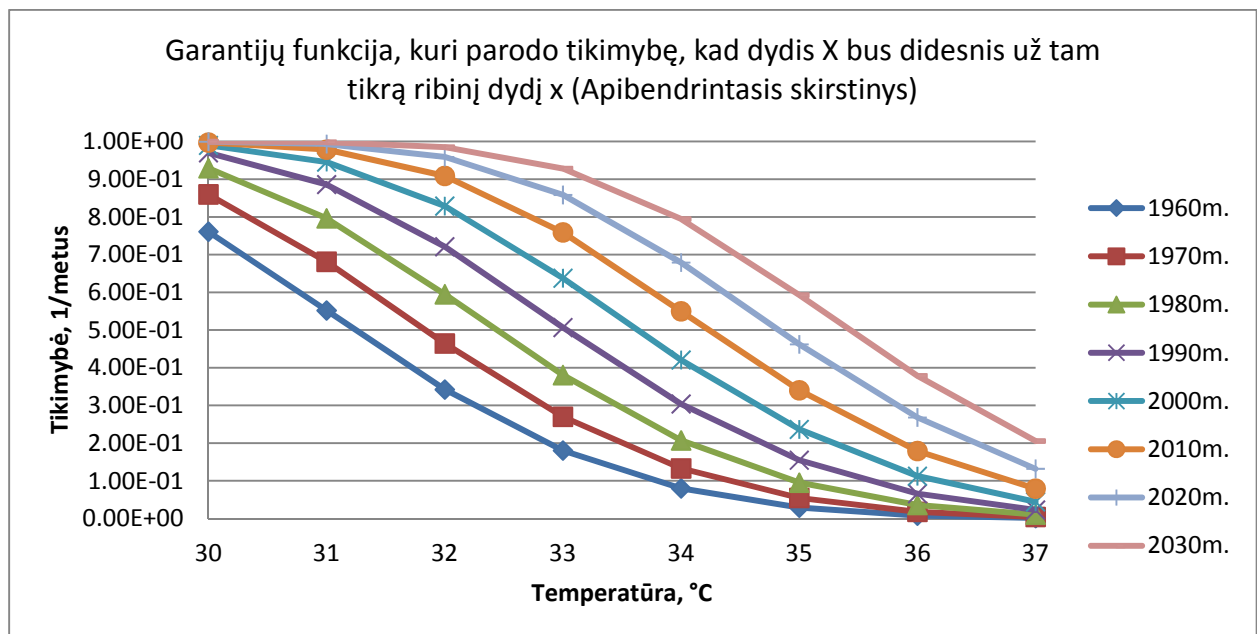
Taigi sudaromas Apibendrintasis (GEV) skirstinys ir Gumbelio skirstinys su kintamąja laiko komponente: $\mu(t) = B_0 + B_1 \cdot t$, o σ ir β konstantos

kur Gumbelio skirstinio atveju parametras $\beta=0$. Pagrindiniai skirstinių parametrai randami maksimalaus tikėtimumo ir momentu metodu atitinkamai taikant juos Apibendrintajam ir Gumbelio skirstiniui. Po to parametras μ , kaip jau minėta, pakeičiamas į kintamąjį priklausantį nuo laiko $\mu(t)$, tai yra parametras išreikštą tiesine regresine duomenų lygtimi. Tiesinės regresijos lygties parametrai B_0 ir B_1 randami mažiausių kvadratų metodu.

3.29 lentelė. Apibendrintojo ir Gumbelio skirstinio parametrai

Parametrai	Apibendrintasis	Gumbel
σ	1,7063	1,4453
β	-0,1930	-
B_0	30,633	30,633
B_1	0,0598	0,0598

Apskaičiuojamos maksimalių temperatūrų viršijimo tikimybės laikui bėgant kintant skirstinio parametru $\mu(t)$ su kokia tikimybe bus viršyta tam tikra temperatūra.



3.38 pav. Maksimalių temperatūrų tikimybių kreivės kintamo parametro modeliu (Apibendrintojo)

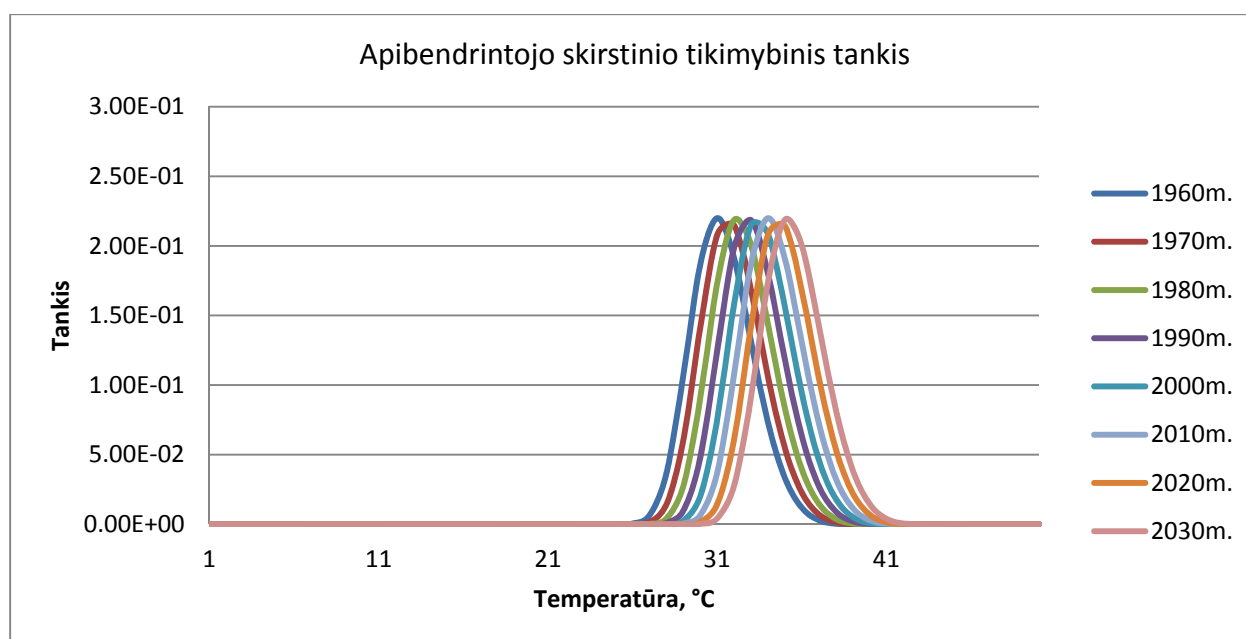
Maksimalių temperatūrų viršijimo tikimybės Apibendrintojo skirstinio atveju pateiktos 3.38 paveiksle. Garantijų funkcija braižoma su parametrais $\mu(t)=30.633+0.0598 \cdot t$, $\sigma=1.7063$, $\beta=-0.1930$. 1960 metų kreivė reiškia, jog μ parametras yra su laiko parametru $t=0$, 1970 metų bus su laiko parametru $t=10$ ir analogiškai kitos kreivės. Iš grafiko matyti jog laikui bėgant (kintant parametru t) kreivė kinta ir didesnė tikimybė sulaukti didesnių maksimalių temperatūrų.

Apskaičiuojami pasikartojimo periodai Apibendrintojo (GEV) skirstinio atveju per kurį tikėtina, kad bus viršyta maksimali temperatūra laikui bėgant.

3.30 lentelė. Maksimalių temperatūrų pasikartojimo periodai laikui bėgant (GEV)

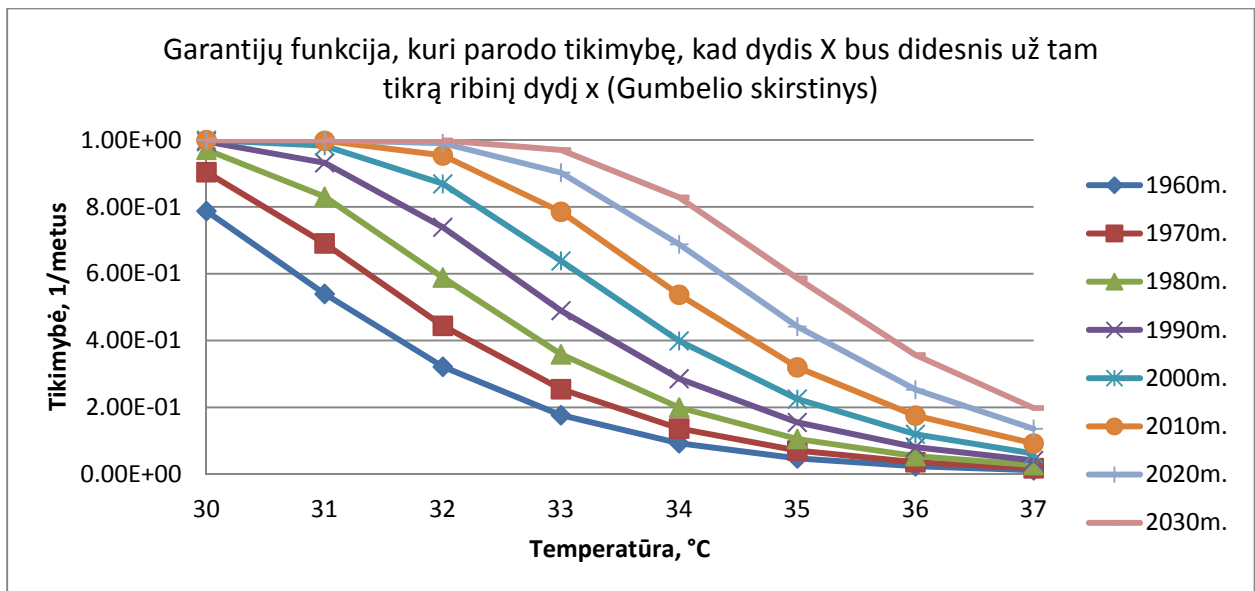
Temperatūra, °C	Maksimalių temperatūrų pasikartojimo periodai (Apibendrintuoju skirstiniu)							
	1960 m., kai t=0	1970 m., kai t=10	1980 m., kai t=20	1990 m., kai t=30	2000 m., kai t=40	2010 m., kai t=50	2020 m., kai t=60	2030 m., kai t=70
30	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
31	1,8	1,5	1,3	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0
32	2,9	2,2	1,7	1,4	1,2	1,1	1,0	1,0
33	5,5	3,7	2,6	2,0	1,6	1,3	1,2	1,1
34	12,5	7,5	4,8	3,3	2,4	1,8	1,5	1,3
35	34,6	18,3	10,5	6,5	4,2	2,9	2,2	1,7
36	127,0	56,0	27,8	15,1	8,9	5,6	3,7	2,6
37	734,8	239,7	95,7	44,0	22,6	12,6	7,6	4,9

Analizuojama maksimalių temperatūrų skaitinės imties charakteristika, tai yra padėties charakteristika - vidurkio kitimas.

**3.39 pav. Maksimalių temperatūrų tikimybines tankio funkcijos Apibendrintojo skirstinio atveju**

3.39 grafikas rodo Apibendrintuosius skirstinius maksimalioms temperatūroms laikui bėgant ir kintant padėties charakteristikai vidurkiui, laiko momentas atitinka nuo 1960 iki 2030 metų. Tikimybės viršyti tam tikrą temperatūrą Apibendrintųjų skirstinių atveju laikui bėgant didėja. Didesnės maksimalios temperatūros (nuo 35 °C ir daugiau) viršijimo plotai ankstesnių metų skirstinių yra daug mažesni, o tai reiškia, kad viršyti temperatūrą yra daug mažesnė tikimybė.

Taip pat analizuojami maksimalių temperatūrų skirstinių pokyčiai laikui bėgant, kai kinta vidurkio parametras Gumbelio skirstinio atveju, kuris atrinktas kaip tinkamiausias analizuoti maksimalias oro temperatūras.



3.40 pav. Maksimalių temperatūrų tikimybės kreivės kintamo parametro modeliu (Gumbelio)

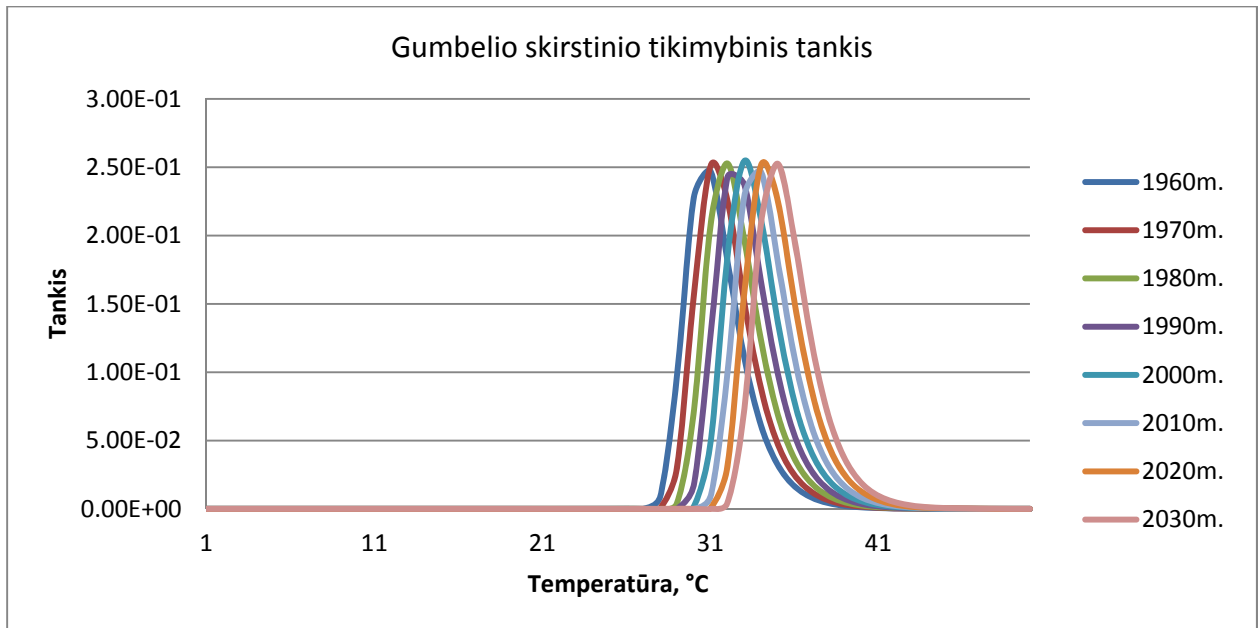
Maksimalių temperatūrų viršijimo tikimybės Gumbelio skirstinio atveju pateiktos 3.40 paveiksle. Šio skirstinio atveju garantijų funkcija braižoma su parametrais $\mu(t)=30.633+0.0598*t$, $\sigma=1,4453$. Gumbelio skirstinio atveju tikimybė viršyti 35 °C ribinę temperatūrą 1960 metais (kai laiko momentas $t=0$) yra daug mažesnė nei vėlesniais metais. 2020 metais ($t=60$) 35 °C viršijimo tikimybė yra 0,44197, o kai laiko momentas $t=50$ (2010 m.) viršijimo tikimybė mažesnė, tai yra 0,32001, atitinkamai pasikartojimo periodai 2 ir 3 metai.

Apskaičiuojami pasikartojimo periodai Gumbelio skirstinio atveju per kurį tikėtina jog bus viršyta maksimali temperatūra laikui bėgant.

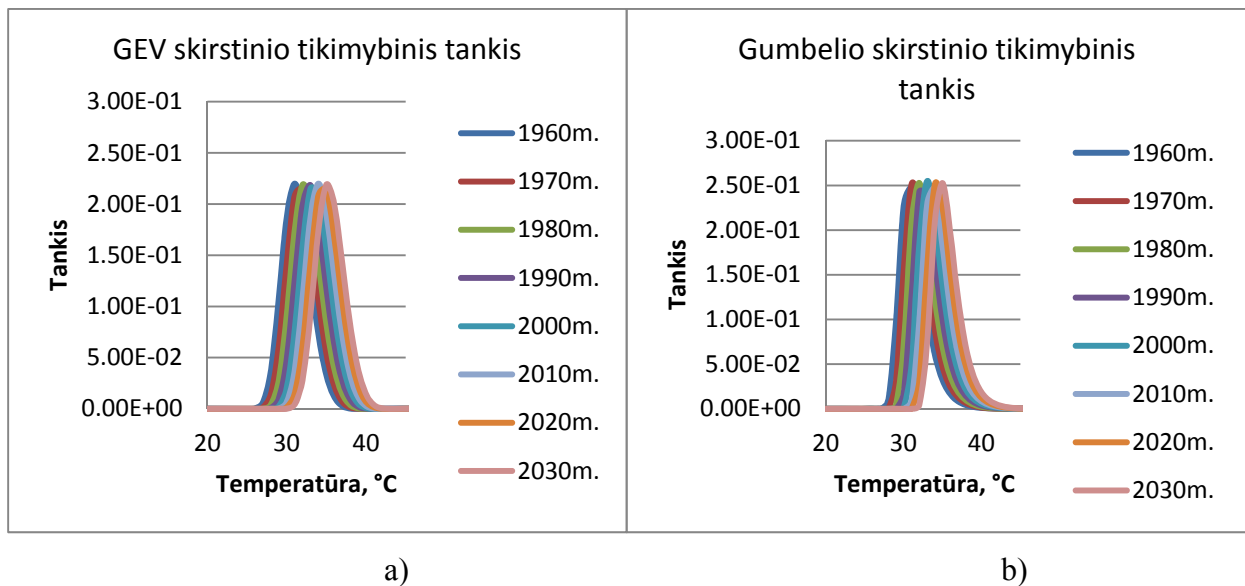
3.31 lentelė. Maksimalių temperatūrų pasikartojimo periodai laikui bėgant (Gumbelio)

Temperatūra, °C	Maksimalių temperatūrų pasikartojimo periodai (Gumbelio skirstiniu)							
	1960 m., kai $t=0$	1970 m., kai $t=10$	1980 m., kai $t=20$	1990 m., kai $t=30$	2000 m., kai $t=40$	2010 m., kai $t=50$	2020 m., kai $t=60$	2030 m., kai $t=70$
30	1,3	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
31	1,9	1,4	1,2	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0
32	3,1	2,3	1,7	1,4	1,2	1,0	1,0	1,0
33	5,7	3,9	2,8	2,0	1,6	1,3	1,1	1,0
34	10,8	7,3	5,0	3,5	2,5	1,9	1,5	1,2
35	21,0	14,1	9,5	6,4	4,4	3,1	2,3	1,7
36	41,5	27,6	18,4	12,4	8,3	5,7	3,9	2,8
37	82,4	54,6	36,3	24,2	16,2	10,9	7,4	5,0

Gumbelio skirstinių atvejais pasikartojimo periodai per kuriuos tikėtina, kad bus viršytos maksimalios temperatūros yra realesni, o viršijimo tikimybės didesnės nei Apibendrintųjų skirstinių. Gumbelio skirstinio tikimybinis tankis savo forma tinkamesnis maksimalių temperatūroms, geriau aprašo maksimalių temperatūrų atsiradimo ir viršijimo tikėtinumą.



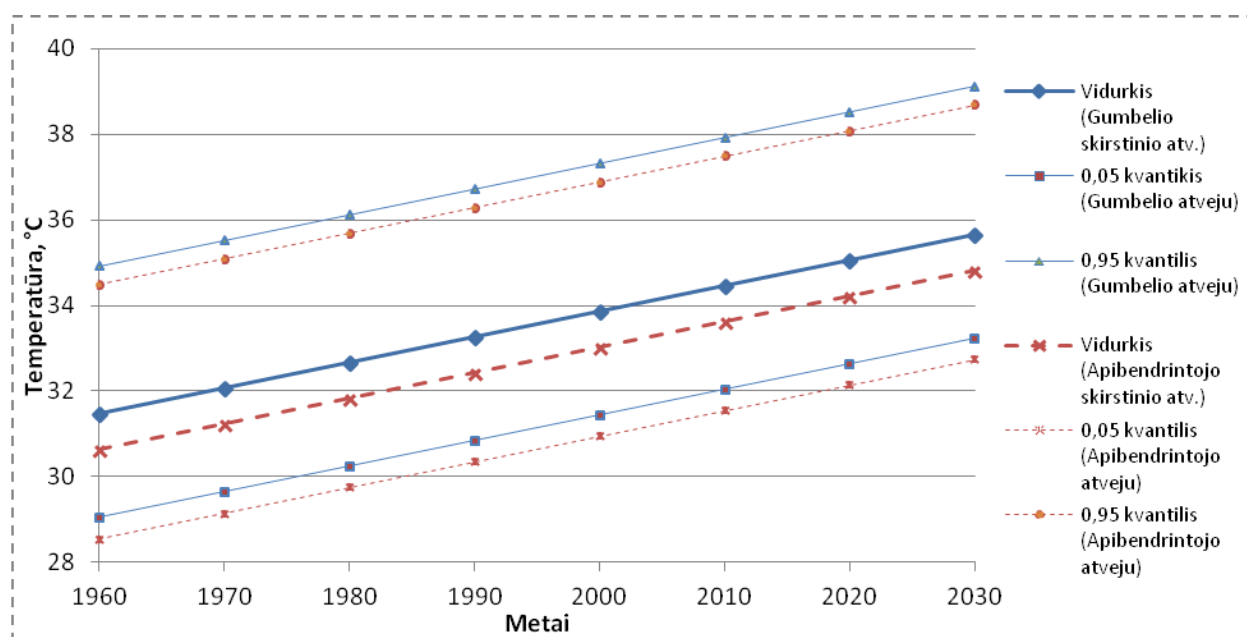
3.41 pav. Maksimalių temperatūrų tikimybinio tankio funkcijos Gumbelio skirstinio atveju



3.42 pav. Maksimalių temperatūrų tikimybinio tankio funkcijos: a) GEV skirstinio atveju ir b) Gumbelio skirstinio atveju

3.42 paveiksluose palyginimui pavaizduotas GEV ir Gumbelio skirstinio taikymas maksimaliai metiniai temperatūrai esant skirtingiems laiko parametrams, tai yra kai $t=0,10,20,\dots,70$, pavyzdžiui, Apibendrintojo skirstinys 1960 metams, apibendrintasis skirstinys 1970 metams ir kiti.

Vidurkis – pagrindinė duomenų padėties charakteristika apibūdinanti maksimalių temperatūrų duomenų centrą kiekvieno skirstinio atveju. Analizuojant vidurkio kitimą matoma kaip pasikeičia skirstinio padėtis kintant laiko parametrai t .



3.43 pav. Maksimalių temperatūrų skirstinių vidurkiai ir kvantiliai skirtingiems metams

Laikui bėgant maksimalių temperatūrų skirstinių vidurkiai ir 0,05 bei 0,95 kvantiliai skirtingiems laiko momentams atvaizduoja maksimalių temperatūrų tikimybinių tankių pasislinkimą ašimi ir didesnių temperatūrų viršijimo dažnumo didėjimą Gumbelio ir Apibendrintojo skirstinių atvejais (3.43 pav.).

Gumbelio skirstinio atveju, kai $t=0$ (atitinka 1960 metus) maksimalių temperatūrų vidurkis 31,47 ir su 95% garantija galima teigti, kad vidurkis μ yra tarp 29,05 °C ir 34,93 °C. Apibendrintojo skirstinio atveju, kai $t=0$, maksimalių temperatūrų vidurkis 30,63 ir su 95% garantija vidurkis μ yra tarp 28,55 °C ir 34,49 °C.

Lyginant pritaikomus du ekstremalių reikšmių skirstinius tokius kaip Gumbelio ir Apibendrintąjį, galima teigti jog nagrinėjamiems maksimalių oro temperatūrų duomenims geriau tinka Gumbelio skirstinys, tai buvo patvirtinta grafine atrinkimo analize ir suderinamumo kriterijų tikrinimu. Maksimalių temperatūrų duomenis analizuojant Gumbelio skirstiniu galima gauti realesnius pasikartojimo periodus ir tikėtina jog su didesne tikimybe bus viršyta tam tikra maksimali temperatūra. Pagal aštuoniolika Lietuvos meteorologinių stočių metinius maksimalių temperatūrų duomenis matoma, kad užfiksuojamos gana didelės maksimalios temperatūros, ypač pastaraisiais metais, todėl apskaičiuota didesnė viršijimo tikimybė gali būti tikėtina.

IŠVADOS

Siekiant atlikti metinių minimalių ir maksimalių temperatūrų (1961-2014 m.) tikimybinį vertinimą, taikant ekstremalių reikšmių skirstinius, visų pirma, kiekvienai ekstremumų imčiai buvo išrinktas jai tinkamiausias ekstremalių reikšmių skirstinys. Be minėto vertinimo ir sausojo termometro temperatūrų ekstremumų tyrimo, buvo atliktas ir drėgnojo termometro temperatūrų įvertinimas, įgalinantis nustatyti santykinį oro drėgnumą. Be to, taikant atrinktą Gumbelio skirstinį, buvo atlikta lokalių temperatūrų tikimybinė analizė rytinėje Lietuvos dalyje, tai yra Dūkšto regione. Pabaigoje buvo atlikta temperatūrų kitimo analizė naudojant slenkančių vidurkio metodą bei tyrinėta ekstremumų vertinimo kaita atsižvelgiant į duomenų neapibrėžtumą. Visų atliktų tyrimų pasekoje galima daryti tokias išvadas:

1. Atlikus tikimybinį vertinimą, nustatyta, kad su visais ekstremalių reikšmių skirstiniais minimalios metinės temperatūros $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ (ekstremalių įvykių kriterijaus) tikėtinas pasikartojimo periodas yra 3 m. Lietuvos rekordo ($-38\text{ }^{\circ}\text{C}$, 1970 m. užfiksuoto Utenoje) pasikartojimo periodas skirtingiems skirstiniams yra 26 (Gumbelio), 62 (Veibulo) ir 63 m. (Apibendrintojo). Pritaikius empirinio ir teorinio skirstinių palyginimą bei kriterijais patikrinus suderinamumo hipotezes pastebėta, kad turimiems minimalių temperatūrų duomenims geriausiai tinka Apibendrintasis (GEV) skirstinys. Taikant šį skirstinį tik pagrindinių meteorologinių stočių duomenims, nustatyta jog $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ ar mažesnės metinės temperatūros tikimybė yra 0,36.
2. Atlikus tikimybinį vertinimą, nustatyta, kad su visais ekstremalių reikšmių skirstiniais maksimalios metinės temperatūros $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ (ekstremalių įvykių kriterijaus) tikėtinas pasikartojimo periodas yra tik apie 1 m. Tai įgalina siūlyti tokią kasmetinę temperatūrą nelaikyti ekstremalaus įvykio kriterijumi ir LR Vyriausybės nutarime dėl ekstremalių įvykių kriterijų sąrašo jį pakeisti nurodant $33\text{ }^{\circ}\text{C}$ (pasikartojimo periodas 3 m.). Lietuvos rekordo ($37,5\text{ }^{\circ}\text{C}$, 1994 m. užfiksuoto Zarasuose) pasikartojimo periodas skirtingiems skirstiniams yra 67 (Gumbelio), 347 (Veibulo) ir 323 m. (Apibendrintojo). Palyginus skirstinius nustatyta, kad nagrinėtiems Lietuvos meteorologinių stočių duomenims geriausiai tinka Gumbelio skirstinys. Taikant šį skirstinį tik pagrindinių meteorologinių stočių duomenims, nustatyta jog $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ ar didesnės metinės temperatūros tikimybė yra 0.93.
3. Pritaikius Gumbelio skirstinį Dūkšto regiono tyrimui, nustatyta, jog per 50 metų laikotarpį galimai viršijama metinių maksimumų temperatūra Dūkšto regione yra: $35,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ (sausio termometro) ir apie $31\text{ }^{\circ}\text{C}$ (drėgnojo termometro) temperatūra. Šie ir kitų pasikartojimo periodų vertinimai gauti atsižvelgiant į tai, jog atskirais atvejais drėgnojo

termometro temperatūros nebuvo išmatuotos, bet buvo išskaičiuotos. Bendru atveju žinant atmosferos slėgį, tai taip pat įgalino nustatyti ir santykinį oro drėgnumą.

4. Atlikus temperatūrų kitimo analizę slenkančių vidurkių metodu, kuomet imami 30 metų laikotarpiai, buvo nustatytas temperatūros metinių ekstremumų didėjimas laike, kas tiesiogiai siejama su identifikuota klimato kaita Lietuvoje. Norint pavaizduoti klimato kaitos poveikį tam tikrais metais buvo pademonstruotas maksimalių temperatūrų skirstinių kitimas. Laikui bėgant taip pat kinta ribinių temperatūrų viršijimo tikimybių kreivė ir didėja tikimybė sulaukti didesnių temperatūrų. Pagal būsimą 2020 metų temperatūrų skirstinį 33 °C viršijimo tikimybė yra 0,90, o pagal 2010 metus, atitinkama viršijimo tikimybė yra tik 0,79, atitinkamai pasikartojimo periodai yra maždaug 1,1 ir 1,3 metai. Analogišką analizę galima atlikti ne tik atrinkto Gumbelio, bet ir kitų, pvz. Apibendrintojo (GEV) skirstinio atveju. Visgi maksimalių temperatūrų duomenų analizėje, taikant Gumbelio skirstinį, yra konservatyviai gaunami mažesni pasikartojimo periodai ir didesnė tikimybė, jog bus viršyta nagrinėta maksimali temperatūra. Toks pasirinkimas taip pat tinkamas atliekant ekstremalių temperatūrų pavojaus vertinimą ar rizikos analizę.
5. Taikant atliktą darbą gali būti tiriamos ne tik ekstremalios oro temperatūros, bet ir kiti ekstremalūs reiškiniai ar įvykiai. Tokiu būdu gali būti atliekama ypatingai retų ekstremalių reikšmių tikimybinė prognozė ateičiai, taip pat darbas gali būti tęsiamas ateityje pritaikant ir palyginant kitus metodus bei įtraukiant naujus duomenis.

REKOMENDACIJOS TYRIMAMS ATEITYJE

Magistrinio darbo metu dalyvaujant tarptautiniame projekte VALUE [40] daug dėmesio buvo skiriama globalių ir regioninių klimato modelių nagrinėjimuisi. Svarstant globalaus klimato modelio pritaikymą regioniniams duomenims, jį pakoregavus ir ieškant sąryšio tarp regresinių modelių, ateityje galima būtų labiau įsigilinti į šią temą ir pritaikyti nagrinėtus modelius realioms Lietuvos duomenims. Taip pat galima būtų pritaikyti pasaulyje gana plačiai naudojamą ir aptarinėjamą statistinį arba dinaminį vertinimo detalizavimą (angl. k.: „downscaling“), kuris skirtas nagrinėti globalių klimato kaitos modelių transformavimą ir jų sujungimą su regioniniais klimato modeliais. Turimą globalų mastelį norima susmulkinti ir, panaudojant sąryšį su regioniniu modeliu, sudaryti ir taikyti regioninius bei lokalius klimato modelius. Taip pat, ateityje būtų galima sudaryti naujus klimato kitimo modelius su laike kintančiais parametrais.

ŠALTINIAI IR LITERATŪRA

1. Aprašomos gamtos stichijos, paminėtos skaudžiausios gamtos katastrofos [žiūrėta 2015 02 10]. Prieiga per internetą: <<http://www.15min.lt/ji24/straipsnis/ivairenybes/tai-idomu/kai-isisiauteja-gamtos-stichijos-572-214718>>
2. Indijos vandenyno cunamis 2004 metais [žiūrėta 2015 02 12]. Prieiga per internetą: <http://lt.wikipedia.org/wiki/2004_m._Indijos_vandenyno_cunamis>
3. Karščio banga Europoje 2003 metais [žiūrėta 2015 04 02]. Prieiga per internetą: <http://en.wikipedia.org/wiki/2003_European_heat_wave#France>
4. Karščio banga Europoje 2006 metais [žiūrėta 2015 04 02]. Prieiga per internetą: <http://en.wikipedia.org/wiki/2006_European_heat_wave>
5. Karščio bangos, įvykusios 2010 metais Šiauriniame pusrutulyje [žiūrėta 2015 04 02]. Prieiga per internetą: <http://en.wikipedia.org/wiki/2010_Northern_Hemisphere_summer_heat_waves>
6. Karščio banga Šiaurės Amerikoje 2012 metais [žiūrėta 2015 04 02]. Prieiga per internetą: <http://en.wikipedia.org/wiki/Summer_2012_North_American_heat_wave>
7. Šalčio bangos [žiūrėta 2015 04 02]. Prieiga per internetą: <http://en.wikipedia.org/wiki/Cold_wave>
8. Stichinių nelaimių aukos. Iliustruoto mokslo tinklapis [interaktyvus] [žiūrėta 2015 05 05]. Prieiga per internetą: <<http://www.iliustruotasmokslas.lt/?PublicationId=f3651721-c1cd-4f59-988b-d9b96f521433>>
9. Siderskienė, T. Ekstremumų asimptotinė analizė, kai imties didumo skirstinys yra neigiamas binominis. Magistro darbas.
10. Faranda, D.; Lucarini, V.; Turchetti, G.; Vaienti, S. Numerical Convergence of the Block-Maxima Approach to the Generalized Extreme Value Distribution, *J Stat Phys*, 145, 1156–1180, Springer 2011.
11. Brown, P.J.; Bradley, R.S. and Keimig F.T. Changes in Extreme Climate Indices for the Northeastern United States, 1870-2005. *J. Climate*, 23, 6555-6572.
12. Coles, S. An introduction to statistical modeling of extreme values. Springer – Verlag London 2001.
13. AGU (American Geophysical Union) PUBLICATIONS [žiūrėta 2015 04 20]. Prieiga per internetą: <<http://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/agu/search/?journal-doi=all&q=extreme+temperature>>
14. Reiss, R. D.; Thomas, M. Statistical analysis of extreme values. Second Edition. p. 3-7, 117-123, 168-172, 181-182.
15. Kasparavičiūtė, L. Maksimumų vidurkių analizė. Magistro darbas.
16. Teisės aktų registras. Lietuvos Respublikos Civilinės saugos įstatymas. Pirmasis skirsnis – Bendrosios nuostatos. Valstybės žinios. LR Civilinės saugos įstatymo pakeitimo įstatymas 2009-12-22 Nr. XI-635, Vilnius (Žin. 1998, Nr. 115-3230, 2009-12-31, Nr. 159-7207). [žiūrėta 2015 04 10]. Prieiga per internetą: <https://www.e-tar.lt/portal/lt/legalAct/TAR.C15592B096FA/TAIS_465456>
17. Sveikatos apsaugos ministerijos ekstremalių sveikatai situacijų centras. Gamtinės kilmės grėsmės [žiūrėta 2015 05 01]. Prieiga per internetą: <http://www.essc.sam.lt/lt/informacija_visuomenei_ir_specialistams/patarimai_visuomenei/gamtines_kilmes_gresmes.html>
18. Uraganas „Feliksas“, 2015 m. sausio mėn. praūžęs Klaipėdoje [žiūrėta 2015 04 25]. Prieiga per internetą: <<http://grynas.delfi.lt/aplinka/paaiskejo-kam-dar-uraganas-padare-dideles-zalos.d?id=66886766>>
19. Teisės aktų registras. Lietuvos Vyriausybės Nutarimas Dėl ekstremalių įvykių kriterijų patvirtinimo 2006 m. kovo 9 d. Nr. 241. Vilnius [žiūrėta 2015 03 10]. Prieiga per internetą: <<https://www.e-tar.lt/portal/lt/legalAct/TAR.F2432CA5A7F8>>

20. Hidrometeorologinių reiškinių rekordai Lietuvoje [interaktyvus] [žiūrėta 2015 01]. Prieiga per internetą: < http://www.meteo.lt/klim_rekordai_zem.php >
21. Bukantis, A. Kas užlopys dangų. Vilnius: Tyto alba, 2014, 416 p., iliustr., ISBN 9786094660382.
22. Visser, H. ir Peterson A.C. Inferences on weather extremes and weather-related disasters: a review of statistical methods. *Clim. Past*, 8, 265–286, 2012.
23. Žuklijaitė, V. Nupjauto lognormaliojo ir pareto skirstinių mišinio kai kurios savybės. Magistro darbas.
24. Simaitytė-Volskienė, J. Maksimalių Nemuno potvynių prognozė. *Energetika*. 2005. Nr. 1. P. 34-39.
25. Šeputytė, I. Klimato ekstremumų analizė laiko eilutėmis naudojant R programą.
26. Murphy, P.N.D.; Xie, M.; Jiang, R. *Weibull Models*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2004, P. 9, 13, 85-87, 89-92. ISBN0-471-36092-9. Prieiga per internetą: <<http://onlinelibrary.wiley.com/book/10.1002/047147326X>>
27. Alzbutas, R.; Kupčiūnienė, K.; Lysak, S. Atominės elektrinės saugą veikiančių ekstremalių vėjų tikimybinis vertinimas. *Energetika*. 2009. T. 55. Nr. 1. P. 20-26.
28. Alzbutas R.; Maioli A. Risk zoning in relation to risk of external events (application to IRIS design) // *International Journal of Risk Assessment and Management*. 2008. Vol. 8. No. 1/2. P. 104–122
29. Branduolinės saugos reikalavimai BSR-2.1.3-2010 „Atominių elektrinių aikštelių vertinimo bendrieji reikalavimai“. [žiūrėta 2015 02 01]. Prieiga per internetą: <<https://www.e-tar.lt/acc/legalAct.html?documentId=TAR.BA338F703FFF>>
30. Šeputytė, I. Tikimybinis ekstremalių temperatūrų ir santykinio drėgnumo vertinimas. 2013.
31. Česnulytė, V. Extreme precipitation probabilistic assessment and uncertainty analysis. 2011.
32. Embrechts, E.; Kluppelberg, C.; Mikosch, T. *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*. New York: Springer-Verlag, 1997. 152 p.
33. Husna B. Hasan; Nortatin B. Salam and Suraiya B. Kassim. On the Use of GEV Distribution: a Case Study of Temperature in Malaysia. *School of Mathematical Sciences, Universiti Sains Malaysia, Pulau Pinang, Malaysia*.
34. Husna B. Hasan; Noor Fadhilah B. Ahmad Radi, and Suraiya B. Kassim. Modeling of Extreme Temperature Using Generalized Extreme Value (GEV) Distribution: A Case Study of Penang. *Proceedings of the World Congress on Engineering 2012 Vol I. WCE 2012, July 4-6, 2012, London, U.K.*
35. Gong, S. Estimation of hot and cold spells with extreme value theory. Department of Mathematics. Uppsala universitet. U.U.D.M. Project Report 2012:19.
36. Česnulytė, V. and Alzbutas, R. Probabilistic modelling and uncertainty analysis of extreme weight of snow. In *11th International Probabilistic Safety Assessment and Management Conference and the Annual European Safety and Reliability Conference (PSAM11 ESREL2012)*, Helsinki, Finland, June 25–29, 2012, pp. 1243–1252. IAPSAM and ESRA, 2012. ISBN 978-1-62276-436-5.
37. Jokimaitis, A.; Petronaitis, D. Apie maksimalių oro temperatūrų Lietuvoje pasiskirstymą. Lietuvos matematikos rinkinys. Lietuvos matematikų draugijos darbai, ser. B. 54 t., 2013, 12-16. ISSN 0132-2818. <www.mii.lt/LMR/>
38. Kotz, S.; Nadarajah, S. *Extreme Value Distributions: Theory and Applications*. Imperial College Press, London, 2000.
39. Kilpys, J. Klimato kaitos prognozės Vilniaus miestui XXI a., remiantis A1B scenarijumi. LHMT. 2013.
40. VALUE: COST Action ES1102 (2012-2015). Contribute to the validation. Prieiga per internetą: <<http://value-cost.eu/>>
41. European Geosciences Union General Assembly 2015. Vienna| Austria| 12-17 April 2015. <<http://meetingorganizer.copernicus.org/EGU2015/posters/18190>>

42. Intergovernmental panel on climate change [interaktyvus] [žiūrėta 2015 05 01]. Prieiga per internetą: <<http://ipcc.ch/>>
43. IPCC, 2013: Annex I: Atlas of Global and Regional Climate Projections [van Oldenborgh, G.j., M. Collins, J. Arblaster, J.H. Christensen, J. Marotzke, S.B. Power, M. Rummukainen, T. Zhou.]. [žiūrėta 2015 05 01]. Prieiga per internetą: <http://www.climatechange2013.org/images/report/WG1AR5_AnnexI_FINAL.pdf>
44. Albeverio, S.; Jentsch, V.; Kantz, H. Extreme Events in Nature and Society. New York: Springer Berlin Heidelberg, 2006. 1 p. ISBN-13 978-3-540-28610-3
45. Salvadori, G.; De Michele, C.; Kottegoda, N. T.; Rosso, R. Extremes in Nature. An Approach Using Copulas. New York: Springer, Dordrecht, 2007, Vol. 56. eBook ISBN 978-1-4020-4415-1
46. Lietuvos hidrometeorologijos tarnybos prie aplinkos ministerijos tinklapis [interaktyvus] [žiūrėta 2015 02 04]. Prieiga per internetą: <<http://www.meteo.lt>>
47. Alosevičienė G. Didelės kaitros Lietuvoje, Geografijos metraštis 34(1), 2001, p. 22-30.
48. Alosevičienė G. Smarkūs speigai Lietuvoje, Geografijos metraštis 33, 2000, p. 81-89.
49. Bukantis A.; Paulauskaitė S. Oro temperatūros kaitos metinio ciklo ypatybės Klaipėdoje ir jas lemiančios atmosferos cirkuliacijos formos. Geografijos metraštis 34(2), 2001, p. 5-12.
50. Orų informacijos centro (Weather Information Center) tinklapis [interaktyvus] [žiūrėta 2015 03 15]. Prieiga per internetą: <<http://www.4wx.com>>
51. Andrew Revering's meteorologinių formulių sąrašo tinklapis [interaktyvus] [žiūrėta 2015 03 25]. Prieiga per internetą: <<http://www.aprweather.com/pages/calc.htm>>
52. Haan, de H.; Ferreira, A. Extreme Value Theory: An Introduction. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering, New York, 2006.
53. Vaidogas, E.R. Tikimybių skirstinių žinynas: Techninių objektų rizikai ir patikimumui vertinti. Vilnius, 2008.
54. Kottegoda, N., T. Stochastic Water Resources Technology. Hong Kong: Mac. Press LTD, 1980.
55. Ritzema, H.P. Drainage Principles and Applications. International Institute for Land Reclamation and Improvement, P.O. Box 45, 6700 AA Wageningen, The Netherlands, 1994.
56. Shiau, T.J. Return period of bivariate distributed extreme hydrological events. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment 17, Springer-Verlag, 2003. p.42-57. DOI 10.2007/soo477-003-0125-9.
57. Rinne, H. The Weibull Distribution. A Handbook. New York: Taylor & Francis Group, 2009. 317 p. ISBN-13: 978-1-4200-8743-7 (Hardcover).
58. Janilionis, V. Įvadinio kurso į statistinę analizę mokomoji medžiaga. [žiūrėta 2015 05 03]. Prieiga per internetą: <http://www.lidata.eu/index.php?file=files/mokymai/stat/stat.html&course_file=stat_turinys.html>
59. Stokhammar, P.; Oller, E., L. Density Forecasting of the Dow Jones Stock Index. Research rapport. 2010. 14 p. ISBN 0280-7564; 1
60. Kruopis, J. Matematinė statistika. Vilnius. 1977. 364 p.
61. Čekanavičius, V.; Murauskas, G. Statistika ir jos taikymai. I knyga. 2000. 240 p. ISBN: 9986-546-93-1
62. Kvedaras, V. Taikomoji laiko eilučių ekonometrija. Vilnius. 2005. Taikomosios ekonometrijos kurso konspektų santrumpa. Prieiga per internetą: <http://web.vu.lt/mif/v.kvedaras/files/2013/09/Konspektas_2005.pdf>
63. Manual by using ReliaSoft's Weibull++. Įvadas į Veibulo skirstinį, formulės, pavyzdžiai. [žiūrėta 2015 02 01]. Prieiga per internetą: <http://reliawiki.org/index.php/The_Weibull_Distribution>
64. Beirlant, J.; Teugels, J.; Vynckier, P. Practical analysis of extreme values. Leuven University Press, 1996. 24 p. ISBN-10: 9061867681.

65. Aksomaitis, A. Tikimybių teorija ir statistika. Vadovėlis aukštųjų mokyklų studentams. Kaunas, Technologija, 2000. p. 207. ISBN 9986-13-893-0.
66. Papšys, K. Ekstremalių įvykių rizikos vertinimo kartografinės informacijos sistemos kūrimo metodologija. Daktaro disertacija. Vilnius, 2013.
67. Lietuvos hidrometeorologijos tarnybos prie aplinkos ministerijos tinklalapyje pateikta literatūra [interaktyvus] [žiūrėta 2015 03 01]. Janušauskienė, J. „Ekstremalūs meteorologiniai reiškiniai. Padariniai. Saugumą užtikrinantys veiksmai.“ Šiaulių meteorologijos stotis, Radviliškio PKS. Prieiga per internetą:
<[http://www.meteo.lt/dokumentai/literatura/steb_konkurso_darbai/janina_janusauskiene%20_ekstremalus_reiskiniai.pdf](http://www.meteo.lt/dokumentai/literatura/steb_konkurso_darbai/janina_janusauskiene%200_ekstremalus_reiskiniai.pdf)>
68. Galvonaitė, A.; Misiūnienė, M.; Valiukas, D.; Buitkuvienė, M. S. Lietuvos klimatas. Monografija. Vilnius, 2007.
69. LHMT leidiniai „Stichinių meteorologinių reiškinų apžvalga“, 1996-2013 m., Vilnius.
70. LHMT leidiniai „Hidrometeorologinės sąlygos“, 1996-2013 m., Vilnius.
71. Generalized extreme value distribution. [žiūrėta 2015 05 01]. Prieiga per internetą:
<http://en.wikipedia.org/wiki/Generalized_extreme_value_distribution>
72. Gamma function. [žiūrėta 2015 05 01]. Prieiga per internetą:
<http://en.wikipedia.org/wiki/Gamma_function>
73. Boliver, A., Diaz-Francés, E., Ortega, J. and Vilchis, E. Likelihood-confidence intervals for quantiles in Extreme Value Distributions. Centro de Investigacion en Matematicas; A.P. 402, Guanajuato, Gto. 36000; México.
74. Koreliacijos koeficiento reikšmių skalė [žiūrėta 2015 05 10]. Prieiga per internetą:
<<http://lt.wikipedia.org/wiki/Koreliacija>>
75. Matlabo programos dokumentacija. Fitting a Univariate Distribution Using Cumulative Probabilities [žiūrėta 2015 02 01]. Prieiga per internetą:
<<http://se.mathworks.com/help/stats/examples/fitting-a-univariate-distribution-using-cumulative-probabilities.html?searchHighlight=paramhat>>
76. Lietuvos energetikos instituto tinklapis [interaktyvus]. Prieiga per internetą:
<<http://www.lei.lt/>>

PRIEDAI

PRIEDAS 1

Ekstremalių temperatūrų statistika

Aukščiausios ir žemiausios temperatūros išrinktos iš 18-os Lietuvos meteorologinių stočių
1961-2014 metų laikotarpyje

Metai	Maksimali temperatūra (kaitra)	Minimali temperatūra (speigas)
1961	30	-27,6
1962	28,6	-29,8
1963	35,2	-32,8
1964	32,3	-37,5
1965	29,4	-32,3
1966	31,1	-32,3
1967	30,9	-35
1968	34,4	-32,5
1969	31,4	-34
1970	30,6	-38
1971	33,5	-28,9
1972	32	-30,3
1973	32	-28,1
1974	30,9	-19
1975	31,4	-21
1976	30,7	-29,3
1977	30,6	-25,2
1978	29,2	-33,3
1979	31,4	-32,1
1980	29,1	-34,9
1981	30,3	-23,8
1982	31,4	-21,2
1983	30,8	-25,4
1984	32,9	-22,8
1985	30,6	-32,8
1986	32,7	-29,7
1987	31	-35,9
1988	32,5	-23,6
1989	32,9	-23,9
1990	32	-21,1
1991	32,4	-25,8
1992	35,8	-22,1
1993	30,7	-22,5
1994	35,5	-31
1995	33	-27
1996	31,4	-33,4
1997	32,9	-30,1
1998	34,5	-26,8

1999	34,3	-24,9
2000	31,9	-26,9
2001	34	-27,3
2002	35	-27,3
2003	32,2	-32,6
2004	31	-24,8
2005	32,2	-25,5
2006	35,2	-29,3
2007	34,1	-29,5
2008	31,3	-18,1
2009	31,7	-25,1
2010	34,3	-30,2
2011	32,5	-26,1
2012	34,6	-31,3
2013	34,1	-28,6
2014	36,6	-25,6

Aukštos ir žemos temperatūros Lietuvoje 1961-2014 metų laikotarpyje
(Lietuvos teritorijoje užfiksuoti ekstremumai)

Metai	Maksimali temperatūra (kaitra)	Minimali temperatūra (speigas)
1961	30	-27,6
1962	28,6	-29,8
1963	36	-32,8
1964	33,3	-37,5
1965	30	-32,3
1966	32,5	-34
1967	31,5	-35
1968	34,4	-33
1969	32,6	-34
1970	31,5	-38
1971	34,5	-28,9
1972	32	-30,3
1973	32,5	-29
1974	32,3	-19
1975	33,5	-21
1976	32	-29,3
1977	32	-26
1978	31	-34
1979	32,5	-32,1
1980	30	-34,9
1981	31	-25,5
1982	33	-22,5
1983	31,5	-28,3
1984	33,5	-26,5
1985	32	-33
1986	34,5	-30
1987	31	-35,9
1988	33	-24
1989	33,5	-25
1990	32	-21,1
1991	32,4	-27,1
1992	36	-24,5
1993	31	-23,5
1994	37,5	-34,4
1995	33	-27,4
1996	30	-33
1997	32	-30
1998	35	-27
1999	32	-26
2000	32	-27
2001	34	-27
2002	35	-27
2003	34	-33

2004	31	-24
2005	31	-25
2006	37	-31
2007	31	-32
2008	32	-18
2009	32	-28
2010	35,8	-30
2011	34	-26
2012	35,5	-33
2013	35,3	-29
2014	37,1	-

Metinės maksimalios sausojo termometro temperatūros ir santykiniai oro drėgnumai naujos AE
apylinkėse 1995-2004 m.

Metai	Maksimali sausojo termometro temperatūra, °C	Minimalus santykinis oro drėgnumas, %	Vidutinis santykinis oro drėgnumas, %	Stotis, punktas
1995	31,5	30	81	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
1996	28,9	30	80	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
1997	30	30	87	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
1998	31,7	35	87	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
1999	32,4	31	85	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
2000	29,5	30	84	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
2001	32,1	34	83	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
2002	34	30	81	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
2003	30,4	32	85	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
2004	28,2	30	83	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba

Metinės maksimalios sausojo ir drėgnojo termometrų temperatūros naujos AE apylinkėse 1995-2014 m.

Metai	Maksimali sausojo termometro temperatūra, °C	Maksimali drėgnojo termometro temperatūra, °C	Stotis, punktas
1995	31,5	22,6	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
1996	28,9	25,3	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
1997	30	24,5	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
1998	31,7	25	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
1999	32,4	24,7	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
2000	29,5	21,3	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
2001	32,1	25,2	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
2002	34	28,3	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
2003	30,4	24,1	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
2004	28,2	23	IAE Ekologinės saugos skyriaus Aplinkos Monitoringo tarnyba
2005	28,4	22,2	Dūkšto MS
2006	32	22,1	Dūkšto MS
2007	29,2	22,8	Dūkšto MS
2008	30,7	23,6	Dūkšto MS
2009	28,7	23,6	Dūkšto MS
2010	33	30,3	Dūkšto MS
2011	30,7	27,5	Dūkšto MS
2012	31,9	26,6	Dūkšto MS
2013	30,1	25,2	Dūkšto MS
2014	33,4	28,2	Dūkšto MS

Ekstremalių įvykių kriterijai

Ekstremalaus įvykio pavadinimas	Ekstremalaus įvykio apibūdinimas	Kriterijai	
		apibūdinimas (matavimo vienetas)	įvertinimas (dydis, reikšmė)
I. GAMTINIO POBŪDŽIO			
1. Geologinis reiškiny:			
1.1. žemės drebėjimas	žemės drebėjimų virpesiai ir (ar) seisminis gruntų praskydymas, įvertinamas pagal Tarptautinę makroseisminę skalę MSK-64 ir Europos makroseisminę skalę EMS-98 [1]:		
	miesto teritorijoje	balai	≥5
	kitoje šalies teritorijoje	balai	≥7
	valstybės įmonėje Ignalinos atominėje elektrinėje (toliau vadinama – IAE), kitame branduolinės energetikos objekte	balai	≥7
1.2. karstinis reiškiny	atsivėrusi karstinė įgriuva arba nustatyta požeminė karstinė ertmė miesto ar kaimo gyvenamojoje vietovėje, greta ypatingo statinio (po statiniu), taip pat greta bet kokio gyvenamojo namo ar po juo, atsižvelgiant į nustatytą pavojingumo ir grėsmių diferencijuotą lygmenį [2], nesvarbu, kokie įgriuvos matmenys ar įgriuvų skaičius, – pavojingas atstumas iki statinio	m	≤15
1.3. nuošliauža	natūralaus ar supilto šlaito nuošliauža, kelianti pavojų ypatingam objektui ar infrastruktūrai, – nuošliaužos paviršiaus plotas; poslinkio greitis	m ² ; m per parą	≥100; ≥0,5
	Klaipėdos valstybinio jūrų uosto įplaukos ir laivybos kanalo povandeninio šlaito nuošliauža – šlaito poslinkio greitis pagal geodinaminio monitoringo duomenis	m per parą	≥1
1.4. sufozinis reiškiny	sufozinės deformacijos trukmė; grunto sufozinės išnašos intensyvumas pažeistoje vietoje	para; m ³ per parą	≥1; ≥5
	Kauno hidroelektrinės, Kaišiadorių hidroakumuliacinės elektrinės, kito hidrotechnikos statinio grunto sufozijos sukelta deformacija ir (ar) sufozinė grunto išnaša	m ²	≥100
2. Hidrometeorologinis reiškiny:			
2.1. stichinis meteorologinis reiškiny:			
2.1.1. labai smarki audra, viesulas, škvalas	maksimalus vėjo greitis	m/s	28÷32
2.1.2. smarkus lietus	kritulių kiekis per 12 valandų ir trumpiau	mm	50÷80
2.1.3. ilgai trunkantis smarkus lietus	kritulių, iškritusių per 5 paras ir trumpiau, kiekis viršija vidutinį daugiamečių mėnesio kritulių kiekį	kartai	2÷3
2.1.4. stambi kruša	ledėkų skersmuo	mm	≥20
2.1.5. smarkus snygis	kritulių kiekis; sniego dangos storis; trukmė	mm; cm; val.	20÷30; 20÷30; ≤12
2.1.6. smarki pūga	vidutinis vėjo greitis; trukmė	m/s; val.	15÷20; ≥12

2.1.7.	smarki lijundra	apšalo storis ant standartinio lijundros stovo laidų	skersmuo, mm	≥ 20
2.1.8.	smarkus sudėtinis apšalas	apšalo storis ant standartinio lijundros stovo laidų	skersmuo, mm	≥ 35
2.1.9.	šlapio sniego apdraba	apšalo storis ant standartinio lijundros stovo laidų	skersmuo, mm	≥ 35
2.1.10	speigas	nakties minimali temperatūra; trukmė	$^{\circ}\text{C}$; naktis	minus 30 arba žemesnė; 1÷3
2.1.11	tirštas rūkas	trukmė; matomumas	val.; m	≥ 12 ; ≤ 100
2.1.12	šalna aktyviosios augalų vegetacijos laikotarpiu	paros vidutinė oro temperatūra; oro (dirvos paviršiaus) temperatūra	$^{\circ}\text{C}$; $^{\circ}\text{C}$	≤ 10 ; < 0
2.1.13	kaitra	dienos maksimali oro temperatūra; trukmė	$^{\circ}\text{C}$; diena	≥ 30 ; ≥ 10
2.1.14	sausra aktyviosios augalų vegetacijos laikotarpiu	drėgmės atsargos dirvos sluoksnyje (0÷20 cm ir 0÷100 cm); hidroterminis koeficientas; trukmė	mm; skaitinė reikšmė; mėnuo	≤ 10 ir ≤ 60 ; $< 0,5$; > 1
2.2.	katastrofinis meteorologinis reiškiny:			
2.2.1.	uraganas	maksimalus vėjo greitis; tarptautinio pavadinimo suteikimas	m/s; suteikiamas uragano tarptautinis pavadinimas	≥ 33 ; taip
2.2.2.	labai smarkus lietus	kritulių kiekis; trukmė	mm; val.	> 80 ; ≤ 12
2.2.3.	ilgai trunkantis labai smarkus lietus	kritulių, iškritusių per 5 paras ir trumpiau, kiekis viršija vidutinį daugiamečių mėnesio kritulių kiekį	kartai	> 3
2.2.4.	labai smarkus snygis	kritulių kiekis; sniego dangos storis; trukmė	mm; cm; val.	> 30 ; > 30 ; < 12
2.2.5.	labai smarki pūga	vidutinis vėjo greitis; trukmė	m/s; para	> 20 ; ≥ 1
2.2.6.	smarkus speigas	nakties minimali temperatūra; trukmė	$^{\circ}\text{C}$; naktis	minus 30 arba žemesnė; > 3

Informacija apie Lietuvos meteorologijos stotis
(Lentelė gauta iš Lietuvos energetikos instituto)
Meteorologiniai stebėjimai (tipinė, specialioji programa)

Eil. Nr.	Stotis	Oro t ^o , drėgmė, vėjas, slėgis, krituliai, reiškiniai	Stichiniai ir katastrofiniai reiškiniai	Valandinė oro t ^o ir drėgmė termografu, higrografu	Kritulių intensyvumas pluviografu	Saulės švytėjimo trukmė heliografu	Dirvožemio t ^o Savinovo termometrais	Dirvožemio t ^o giluminiais termometrais	Dirvožemio įšal.	Dirvožemio paviršiaus t ^o (kas 3 val.)	Kasdieninis sniego dangos storis	Sniego nuotraukos		Lijandros šerkšno apšalas	Bendras ozono kiekis	Saulės spinduliuotė	UV Saulės spinduliuotė	Augalų fenologinės fazės	Atmosferos radiozondavimas	Specialieji aviaciniai meteorologiniai stebėjimai
												lauke	miške							
1.	Biržai	+	+		+	+	+		+	+	+	+		+				+		
2.	Dotnuva	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+		+				+		
3.	Dūkštas	+	+	+	+	+	+	+		+	+	+		+				+		
4.	Kaunas	+	+		+	+	+	+	+	+	+	+		+	+	+	+	+	+	
5.	Kybartai	+	+		+	+			+	+	+	+	+	+				+		
6.	Klaipėda	+	+	+	+	+	+			+	+		+	+				+		
7.	Laukuva	+	+		+				+	+	+	+		+				+		
8.	Lazdijai	+	+		+	+	+	+	+	+	+	+		+				+		
9.	Nida	+	+	+		+			+	+	+	+	+	+				+		
10.	Panevėžys	+	+		+			+	+	+	+	+	+	+				+		
11.	Raseiniai	+	+				+		+	+	+	+		+				+		
12.	Šiauliai	+	+		+			+	+	+	+	+		+				+		
13.	Šilutė	+	+			+	+	+	+	+	+	+		+		+		+		
14.	Telšiai	+	+		+	+	+	+	+	+	+	+	+	+				+		
15.	Ukmergė	+	+						+	+	+	+	+	+				+		
16.	Utena	+	+		+	+	+		+	+	+	+		+				+		
17.	Varėna	+	+	+		+	+		+	+	+	+	+	+				+		
18.	Vilnius	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+				+		
19.	AMC	+	+																	+
20.	Kauno AMS																			+
21.	Palangos AMS	+	+														+			+
	Iš viso	20	20	6	13	14	12	8	14	18	18	16	7	16	1	2	2	16	1	3

MATLAB programos kodas

```

%Programa parasyta naudojantis Matlab programos dokumentacija bei 2.2
skyrelio ekstremaliu reiksmiu skirstiniu metodologija.
%Naudojama Matlab programa R2012b (8.0.0.783)
%datamax - maksimalios temperatūros (1961-2014)
%datamin - minimalios temperatūros (1961-2014)
%dataabs - minimaliu temperaturu absoliutines reiksmes (1961-2014)
%Metai - nuo 1 iki 54 m.
%Maksimaliu temperaturu sklaidos diagrama
plot(datamax(:,1),datamax(:,2),'o','LineWidth',1,'MarkerEdgeColor','k','Marke
rFaceColor','k')
legend('Maksimali temperatūra, °C')
xlabel('Metai')
ylabel('°C')
grid off;
%Minimaliu temperaturu sklaidos diagrama
plot(datamin(:,1),datamin(:,2),'o','LineWidth',1,'MarkerEdgeColor','k','Marke
rFaceColor','k')
xlabel('Metai')
ylabel('°C')
grid off;
%Minimaliu temperaturu absoliutiniu reiksmiu sklaidos diagrama
plot(dataabs(:,1),dataabs(:,2),'o','LineWidth',1,'MarkerEdgeColor','k','Marke
rFaceColor','k')
xlabel('Metai')
ylabel('°C')
grid off;

%Tiesines regresijos lygties koeficientu radimas
mdl=LinearModel.fit(Metai,datamax(:,2));

%Naudojantis funkcijomis galima rasti duomenu aprasomasias statistikas
vid=mean(datamax(:,2)); %duomenu vidurkis
stdev=std(datamax(:,2)); %standartinis nuokrypis
minimum=max(datamax(:,2)); %maksimaliu temperaturu duomenu maziausia reiksme
CV=stdev/vid*100; %variacijos koeficientas
SK=skewness(datamax(:,2)); %asimetrija
%Duomenu stacionarumui tirti gali buti naudojami
[h,p]=jbtest(datamax(:,2),0.05)
[h,pValue]=adftest(datamax(:,2))
[h,pValue,stat,cValue,reg] = pptest(datamax(:,2))

%GUMBELIO SKIRSTINYS

%Gumbelio skirstinio parametrai randami pagal metodika, kuri pateikta 2.2
skyrelyje
vid=mean(datamax(:,2))
stdev=std(datamax(:,2))
%Gumbelio skirstinio parametrai: miu-daznio parametras, sigma-nuokrypio
%parametras, 0.5772 - Eulerio konstanta
sigma=sqrt(6)*stdev/pi
miu=vid-0.5772*sigma
%Gauti parametrai miu=31.4435, o sigma=1.4453
%Tikimybe, kad dydis X bus didesnis uz tam tikra ribini dydi x (garantiju
%f-ja)
y=0:1:50;
TikimybeG=1-exp(-exp(-(y-miu)/sigma))
%Garantiju f-jos grafikas

```

```

plot(y,TikimybeG, 'LineWidth',1);
legend('Gumbelio garantiju funkcija');
xlabel('Temperatura, °C');
ylabel('Tikimybe');
%Pasikartojimo periodo grafikas
y=0:1:37;
TikimybeG=1-exp(-exp(-(y-miu)/sigma))
PeriodasG=1./(TikimybeG)
plot(y,PeriodasG, 'LineWidth',1)
legend('Gumbelio pasikartojimo periodas', 'location', 'northwest')
xlabel('Temperatura, °C')
ylabel('Tikimybe')

%APIBENDRINTASIS SKIRSTINYS

%Naudojantis maksimalaus tiketinum0 metodu apskaiciuojami skirstinio
%parametrai
GEV=mle(datamax(:,2), 'distribution', 'gev')
%Taip pat tokius pat parametrus randa:
GEV=gevfit(datamax(:,2))
size(gevfit(datamax(:,2))) %rodo, kad funkcija sudaro 3 parametrai
%Norint rasti parametru pasikliautinuosius intervalus naudojama
[paramEsts,paramCIs]=gevfit(datamax(:,2))
%Gauti parametrai miu=31.5589, sigma=1.7063 ir beta=-0.1930
%Skirstinio empirine pasiskirstymo funkcija apskaiciuojama Kaplan-Meier
metodu.
%datamax(:,2)-duomen0 reiksmiu vektorius, F-skirstinio empirines
pasiskirstymo funkcijos ivertinto yi reiksmiu vektorius.
[F,yi]=ecdf(datamax(:,2))
[nll,acov]=gevlke(paramEsts,datamax(:,2)); %Parametru standartines paklaidos
paramSEs=sqrt(diag(acov)) %Asimptotines kovariacijos koeficientu suderinimas
lowerBnd=muMLE-sigmaMLE./kMLE; %Sumontuotas skirstinys turi nuline tikimybe
zemiau aptines ribos
%Tankio pdf grafikas
ymax=1.1*max(datamax(:,2))
[F,yi]=ecdf(datamax(:,2))
%Apibendrintojo skirstinio pasiskirstymo funkcijos reiksmes
y=0:1:50
PasiskGEV=gevcdf(y,-0.1930,1.7063,31.5589)
%Apibendrintojo skirstinio garantiju funkcija
y=0:1:50
plot(y,1.-gevcdf(y,-0.1930,1.7063,31.5589), '-','LineWidth',1)
xlabel('Temperatura, °C')
ylabel('Tikimybe')
legend('Apibendrintojo garantiju funkcija', 'location', 'northeast')
%Apibendrintojo pasikartojimo periodai
y=0:1:37
plot(y,1./(1.-gevcdf(y,-0.1930,1.7063,31.5589)), '-','LineWidth',1)
xlabel('Temperatura, °C');
ylabel('Metai');
legend('Apibendrintojo pasikartojimo periodas', 'location', 'northwest');

%VEIBULO SKIRSTINYS

%Veibulo (2P) skirstinio parametrai randami maksimalaus tiketinum0 metodu,
%naudojant Matlab funkcijas. Duomen0 imtis turi b0ti teigiama.
WBL=mle(datamax(:,2), 'distribution', 'wbl')
% dviej0 parametru 95% pasiklovimo intervalai
[parmhat,parmcI] = wblfit(datamax(:,2))
% Placiau dviej0 parametru Veibulo skirstinio nagrinejimas didžiausio
tiketinum0 ir mažiausiu kvadratu metodais aprašomas Matlab
%dokumentacijoje "Fitting a Univariate Distribution Using Cumulative
%Probabilities".

```



```

% Ieskant triju Veibulo skirstinio parametru, naudojamas slenksties metodas
% fiksuojamas ribinis parametras (miu=1) ir randami parametrai sigma ir beta
naudojant maziausiu kvadratu metoda [75]
n = 54; % duomenu sk, imties dydis
% Taip pat naudojantis x = wblrnd(A,B,m,n); galima susigeneruoti imti
% Duomenims apsiskaiciuojama empirine pasiskirstymo f-ja (ECDF).
y = sort(datamax(:,2));
p = ((1:n)-0.5)' ./ n;
logy = log(-log(1-p));
logxm1 = log(y-1);
poly1 = polyfit(log(-log(1-p)),log(y-1),1);
paramHat1 = [exp(poly1(2)) 1/poly1(1)]
figure(1)
plot(logxm1,logy,'b+', log(paramHat1(1)) + logy/paramHat1(2),logy,'r--');
xlabel('log(x-1)');
ylabel('log(-log(1-p))');
% ribinis parametras (miu=2)
logxm2 = log(y-2);
poly2 = polyfit(log(-log(1-p)),log(y-2),1);
paramHat2 = [exp(poly2(2)) 1/poly2(1)]
% ribinis parametras (miu=4)
logxm4 = log(y-4);
poly4 = polyfit(log(-log(1-p)),log(y-4),1);
paramHat4 = [exp(poly4(2)) 1/poly4(1)]
% palyginame linijas su miu=1, miu=2, miu=4
figure(2)
plot(logxm1,logy,'b+', logxm2,logy,'r+', logxm4,logy,'g+', ...
      log(paramHat1(1)) + logy/paramHat1(2),logy,'b--', ...
      log(paramHat2(1)) + logy/paramHat2(2),logy,'r--', ...
      log(paramHat4(1)) + logy/paramHat4(2),logy,'g--');
xlabel('log(x - c)');
ylabel('log(-log(1 - p))');
legend({'Threshold = 1' 'Threshold = 2' 'Threshold = 4'},
       'location','northwest');
% maksimizuojama R^2 reiksme per visas galimas ribines reiksmes siekiant
invertinti ribini parametra
r2 = @(x,y) 1 - norm(y - polyval(polyfit(x,y,1),x)).^2 / norm(y -
mean(y)).^2;
threshObj = @(c) -r2(log(-log(1-p)),log(y-c));
cHat = fminbnd(threshObj,.75*min(y), .9999*min(y));
poly = polyfit(log(-log(1-p)),log(y-cHat),1);
paramHat = [exp(poly(2)) 1/poly(1) cHat]
logx = log(y-cHat);
logy = log(-log(1-p));
figure(3)
plot(logx,logy,'b+', log(paramHat(1)) + logy/paramHat(2),logy,'r--');
xlabel('log(x - cHat)');
ylabel('log(-log(1 - p))');
%Rasti Veibulo(3P) skirstinio parametrai: miu=27.6867, sigma=5.1517,
beta=2.7411.

%Kai jau zinomi Veibulo(3P) skirstinio parametrai, naudojantis formulemis
% apskaiciuojama garantiju funkcija ir pasikartojimo periodas bei nubraizomi
% grafikai
y = 27.6867:1:50;
sigma = 5.1517;
beta = 2.7411;
miu = 27.6867;
% Veibulo skirstinio garantiju funkcija
TikimybeV=exp(-((y-miu)/sigma).^beta)
plot(y,TikimybeV,'LineWidth',1);
legend('Veibulo garantiju funkcija','location','northeast');

```

```
xlabel('Temperatura, °C');  
ylabel('Tikimybe');  
% Veibulo pasikartojimo periodas  
plot(y,1./(TikimybeV),'-','LineWidth',1)  
legend('Veibulo pasikartojimo periodas','location','northwest');  
xlabel('Temperatura, °C');  
ylabel('Metai');
```

R programos kodas

dataa – duomenų failas, kuri sudaro tris stulpeliai (date-data, kaitra-metines maksimalios temperatūros, speigas-metines minimalios temperatūros) atskirti kableliais

```
data <- read.table("C:/Users/Ilna/Desktop/Tiriamasis/dataa.csv", header=TRUE, sep="," )
```

```
# Maksimalios temperatūros duomenys
ts1 <- ts(data$kaitra, start=1961, end=2014, frequency=1)
# Minimalios temperatūros duomenys
ts2 <- ts(data$speigas, start=1961, end=2014, frequency=1)
```

```
library(ggplot2)
# duomenų failas df, kuri sudaro maksimaliu temperatūrų stulpelis ir minimaliu temperatūrų stulpelis
df <- data.frame(data$date, ts1, ts2)
colnames(df) <- c("Metai", "Maksimali_temperatura", "Minimali_temperatura")
```

```
# Maksimalios temperatūros laiko eilutė
ggplot(df, aes(x=Metai, y=Maksimali_temperatura)) + geom_line()
# Minimalios temperatūros laiko eilutė
ggplot(df, aes(x=Metai, y=Minimali_temperatura)) + geom_line()
```

```
library(fpp)
library(forecast)
```

```
# Maksimalios temperatūros originalios laiko eilutės autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijos
par(mfrow=c(1,2))
Acf(df$Maksimali_temperatura, main="")
Pacf(df$Maksimali_temperatura, main="")
```

```
# Minimalios temperatūros originalios laiko eilutės autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijos
par(mfrow=c(1,2))
Acf(df$Minimali_temperatura, main="")
Pacf(df$Minimali_temperatura, main="")
```

```
# ADF kriterijus
library(tseries)
adf.test(df$Maksimali_temperatura)
adf.test(df$Minimali_temperatura)
```

```
# I(1), transformuojamos originalios temperatūros laiko eilutės į temperatūrų metinius pokyčius
plot(diff(df$Maksimali_temperatura, 1), xlab="Metai",
      ylab="Temperatūros metiniai pokyčiai (maksimali temperatura)")
plot(diff(df$Minimali_temperatura, 1), xlab="Metai",
      ylab="Temperatūros metiniai pokyčiai (minimali temperatura)")
```

```
# ACF in PACF I(1) maksimali temperatūra
par(mfrow=c(1,2))
Acf(diff(df$Maksimali_temperatura, 1), main="")
Pacf(diff(df$Maksimali_temperatura, 1), main="")
```

```
# ACF in PACF I(1) minimali temperatūra
par(mfrow=c(1,2))
Acf(diff(df$Minimali_temperatura, 1), main="")
Pacf(diff(df$Minimali_temperatura, 1), main="")
```

```
# ADF kriterijus
library(tseries)
adf.test(diff(df$Maksimali_temperatura, 1))
adf.test(diff(df$Minimali_temperatura, 1))
```

```
# AR modeliai
# maksimalios temperatūros metinių pokyčių laiko eilutės
fit.1 <- Arima(diff(df$Maksimali_temperatura, 1), order=c(1,0,0))
fit.1
fit.2 <- Arima(diff(df$Maksimali_temperatura, 1), order=c(2,0,0))
fit.2
fit.3 <- Arima(diff(df$Maksimali_temperatura, 1), order=c(3,0,0))
fit.3
```

```

fit.4 <- Arima(diff(df$Maksimali_temperatura,1), order=c(4,0,0))
fit.4
fit.5 <- Arima(diff(df$Maksimali_temperatura,1), order=c(5,0,0))
fit.5
fit.6 <- Arima(diff(df$Maksimali_temperatura,1), order=c(6,0,0))
fit.6

# AR modeliai
# minimalios temperaturos metiniu pokyciu laiko eilutes
fit.1 <- Arima(diff(df$Minimali_temperatura,1), order=c(1,0,0))
fit.1
fit.2 <- Arima(diff(df$Minimali_temperatura,1), order=c(2,0,0))
fit.2
fit.3 <- Arima(diff(df$Minimali_temperatura,1), order=c(3,0,0))
fit.3
fit.4 <- Arima(diff(df$Minimali_temperatura,1), order=c(4,0,0))
fit.4
fit.5 <- Arima(diff(df$Minimali_temperatura,1), order=c(5,0,0))
fit.5
fit.6 <- Arima(diff(df$Minimali_temperatura,1), order=c(6,0,0))
fit.6
fit.7 <- Arima(diff(df$Minimali_temperatura,1), order=c(7,0,0))
fit.7

# AR(4) modelio prognoze (grafikas), maksimalios oro temperaturos
plot(forecast(fit.4, h = 4))

# AR(4) modelio prognoze (reiksmes)
predict(fit.4, n.ahead = 4)

# AR(6) modelio prognoze (grafikas), minimalios oro temperaturos
plot(forecast(fit.6, h = 4))

# AR(6) modelio prognoze (reiksmes)
predict(fit.6, n.ahead = 4)

# MA modeliai
# maksimalios temperaturos metiniu pokyciu laiko eilutes
fit.1 <- Arima(diff(df$Maksimali_temperatura,1), order=c(0,0,1))
fit.1
fit.2 <- Arima(diff(df$Maksimali_temperatura,1), order=c(0,0,2))
fit.2
fit.3 <- Arima(diff(df$Maksimali_temperatura,1), order=c(0,0,3))
fit.3
fit.4 <- Arima(diff(df$Maksimali_temperatura,1), order=c(0,0,4))
fit.4
fit.5 <- Arima(diff(df$Maksimali_temperatura,1), order=c(0,0,5))
fit.5
fit.6 <- Arima(diff(df$Maksimali_temperatura,1), order=c(0,0,6))
fit.6
fit.7 <- Arima(diff(df$Maksimali_temperatura,1), order=c(0,0,7))
fit.7

# MA modeliai
# minimalios temperaturos metiniu pokyciu laiko eilutes
fit.1 <- Arima(diff(df$Minimali_temperatura,1), order=c(0,0,1))
fit.1
fit.2 <- Arima(diff(df$Minimali_temperatura,1), order=c(0,0,2))
fit.2
fit.3 <- Arima(diff(df$Minimali_temperatura,1), order=c(0,0,3))
fit.3
fit.4 <- Arima(diff(df$Minimali_temperatura,1), order=c(0,0,4))
fit.4
fit.5 <- Arima(diff(df$Minimali_temperatura,1), order=c(0,0,5))
fit.5
fit.6 <- Arima(diff(df$Minimali_temperatura,1), order=c(0,0,6))
fit.6
fit.7 <- Arima(diff(df$Minimali_temperatura,1), order=c(0,0,7))
fit.7

```

```
# MA(1) modelio prognoze (grafikas), maksimalios oro temperatūros  
plot(forecast(fit.1, h = 1))  
# MA(1) modelio prognoze (reikšmes)  
predict(fit.1, n.ahead = 1)
```

```
# MA(6) modelio prognoze (grafikas), minimalios oro temperatūros  
plot(forecast(fit.6, h = 4))  
# MA(6) modelio prognoze (reikšmes)  
predict(fit.6, n.ahead = 4)
```

```
# automatinis arima modelis  
# maksimalios temperatūros auto arima modelis ARIMA(2,0,1)  
fit.Maksimali_temperatura <- auto.arima(diff(df$Maksimali_temperatura,1),seasonal=FALSE)  
fit.Maksimali_temperatura  
# grafikas  
plot(forecast(fit.Maksimali_temperatura, h = 4))  
# prognozės reikšmes  
predict(fit.Maksimali_temperatura, n.ahead = 4)
```

```
# minimalios temperatūros auto arima modelis ARIMA(1,0,1)  
fit.Minimali_temperatura <- auto.arima(diff(df$Minimali_temperatura,1),seasonal=FALSE)  
fit.Minimali_temperatura  
# grafikas  
plot(forecast(fit.Minimali_temperatura, h = 4))  
# prognozės reikšmes  
predict(fit.Minimali_temperatura, n.ahead = 4)
```