



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS

Žydrūnas Šilkaitis

GROBUONIŲ IR AUKŲ SKAIČIAUS TIKIMYBINIS
JAUTRUMO TYRIMAS

Baigiamasis magistro projektas

Vadovas
prof. dr. Robertas Alzbutas

KAUNAS, 2015

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS

GROBUONIŲ IR AUKŲ SKAIČIAUS TIKIMYBINIS
JAUTRUMO TYRIMAS

Baigiamasis magistro projektas

Taikomoji matematika (621G10003)

Vadovas

prof. dr. Robertas Alzbutas

2015 06 05

Recenzentas

doc. dr.

2015 06 05

Projektą atliko

Žydrūnas Šilkaitis

2015 06 05

Šilkaitis, Ž. Probabilistic sensitivity analysis of predator and prey quantity. *Master's work in applied mathematics* / supervisor prof. dr. Robertas Alzbutas; Department of Applied mathematics, Faculty of Mathematics and Natural sciences, Kaunas University of Technology.

Kaunas, 2015. 61 p.

SUMMARY

Processes and random variables are often analyzed using mathematical models in various branches of science. Results of mathematical models are uncertain, but still they are applied in technology science, physics, biology, pharmacy and others. In this case the sampling of random variables is used for simulation and analysis.

The first task of this work is to get familiar with Latin hypercube sampling method and its advantages, and to compare it with other commonly used sampling methods. Another task is become acquainted with uncertainty and sensitivity analysis as well as sampling, simulation and SimLab 2.2 software applications. The predator and prey model is the main object in this work. It is a complicated model, described by a system of differential equations. This system is solved using 4-step Runge-Kutta method. Parameters of predator and prey model are going to be dynamic (uncertain), generated using LHS, FAST and Sobolmethods. Different results appear after performing calculations for each set of uncertain parameters. Quantiles are going to be used to determine the limits of uncertainty.

In order to find parameters, that can have the biggest influence to the uncertainty of results of this model the sensitivity analysis is performed and various sensitivity measures are compared. The following methods of sensitivity analysis are used: Pearson and Spearman rank correlation, partial correlation and partial rank correlation coefficients, Fast and Sobol methods.

TURINYS

IŽANGA.....	5
1. TEORINĖ DALIS	6
1.1. APŽVALGA	6
1.2. ATSITIKTINIŲ DYDŽIŲ GENERAVIMO METODAI	7
1.2.1. ATVIRKŠTINĖS PASISKIRSTYMO FUNKCIJOS GENERAVIMO METODAS	7
1.2.2. LOTYNŲ HYPERKŪBO IMTIES GENERAVIMO METODAS.....	7
1.3. KOLMOGOROVO – SMIRNOVO SUDERINAMUMO KRITERIJUS.....	8
1.4. GROBUONIES IR AUKOS MATEMATINIS MODELIS.....	9
1.5. 4-PAKOPIS RUNGĖS IR KUTOS METODAS	10
1.6. NEAPIBRĖŽTUMO IR JAUTRUMO ANALIZĖ	10
1.6.1. NEAPIBRĖŽTUMO ANALIZĖ	10
1.6.2. PIRSONO IR SPIRMENO RANGINĖS KORELIACIJOS KOEFICIENTAI.....	11
1.6.3. DALINĖS IR DALINĖS RANGINĖS KORELIACIJOS KOEFICIENTAI.....	11
1.6.4. FAST METODAS	12
1.6.5. SOBOL METODAS.....	13
1.7. PROGRAMOS SIMLAB 2.2 NAUDOJIMAS MODELIO ATSITIKTINIŲ PARAMETRŲ APIBŪDINIMUI.....	17
1.8. REZULTATŲ NEAPIBRĖŽTUMO IR JAUTRUMO ANALIZĖ TAIKANT SIMLAB 2.2 PROGRAMĄ	18
2. TYRIMŲ REZULTATAI IR JŲ APTARIMAS.....	19
2.1. IMTIES GENERAVIMO METODŲ PALYGINIMAS	19
2.2. GROBUONIES IR AUKOS MATEMATINIO MODELIO TYRIMAS NAUDOJANTIS SIMLAB 2.2 PROGRAMA	23
2.2. MODELIO REZULTATO NEAPIBRĖŽTUMO IR JAUTRUMO ANALIZĖ	24
2.2.1. REZULTATŲ NEAPIBRĖŽTUMO ANALIZĖ NAUDOJANT LHS, EFAST IR SOBOL METODAIS SUGENERUOTUS PARAMETRUS.....	24
2.2.2. LHS METODU SUGENERUOTŲ PARAMETRŲ NEAPIBRĖŽTUMO REZULTATUI JAUTRUMO ANALIZĖ.....	26
2.2.3. PARAMETRŲ JAUTRUMO REZULTATO NEAPIBRĖŽTUMUI ANALIZĖ NAUDOJANT FAST METODĄ	29
2.2.3. PARAMETRŲ JAUTRUMO REZULTATO NEAPIBRĖŽTUMUI ANALIZĖ NAUDOJANT SOBOL METODĄ.....	36
IŠVADOS.....	42
LITERATŪROS SĄRAŠAS.....	44
1 PRIEDAS. SIMLAB 2.2 PROGRAMOS LENTELĖS IR GRAFIKAI.....	45
2 PRIEDAS. TYRIMO REZULTATŲ LENTELĖS IR GRAFIKAI	50
3 PRIEDAS. PROGRAMOS KODAS.....	59

IŽANGA

Procesai ir reiškiniai įvairiose mokslo srityse dažnai analizuojami pasitelkus matematinius modelius. Matematiniai modeliai yra taikomi įvairiuose moksluose: technologiniuose, fiziniuose, biologijoje, farmacijoje bei kituose.

Pagrindinis šio darbo tikslas susipažinti bei pritaikyti neapibrėžtumo ir jautrumo analizės metodus grobuonies ir aukos modeliui. Tai sudėtingas modelis aprašomas diferencialinių lygčių sistema.

Tyrimui keliami uždaviniai: susipažinti su Lotybu hyperkubo proceso kintamųjų imties generavimo (LHS) metodu, jo privalumais bei palyginti jį su kitais dažnai naudojamais imties generavimo metodais ir pritaikyti generuojant modelio parametrus. Taip pat susipažinti su jautrumo ir neapibrėžtumo analizės taikymu SimLab 2.2 programine įranga.. Norint surasti parametrus, kurie gali turėti didžiausią įtaką šio modelio rezultatui bei parodo, kurias parametrus reiktų tikslinti norint sumažinti rezultato neapibrėžtumą naudojama jautrumo analizė. Šiame darbe pritaikysime šiuos jautrumo analizės metodus: Pirsono ir Spirmeno ranginės koreliacijos, dalinės ir dalinės ranginės koreliacijos koeficientus bei FAST ir Sobol metodus.

Kaip jau minėjome darbe nagrinėsime grobuonio ir aukos modelį, kuris aprašomas diferencialinių lygčių sistema. Šių lygčių sistemos sprendinių ieškosime naudodami 4-pakopį Rungės-Kutos metodą. Taigi susipažinsime ir su šio metodo taikymu.

Grobuonio ir aukos modelio parametrai bus nepastovūs (neapibrėžti), t.y. sugeneruoti pritaikius LHS, FAST ir Sobol metodais. Atlikus modelio skaičiavimus kiekvienam parametru rinkiniui bus gaunamos skirtingos modelio rezultatų reikšmės, tai ir atspindės rezultatų neapibrėžtumą. Neapibrėžtumo riboms nustatyti naudosime kvantilius.

1. TEORINĖ DALIS

1.1. APŽVALGA

Lotka-Volterra grobuonies ir aukos matematinis modelis plačiai taikomas biologijoje bei fiziologijoje aprašant gyvuosiuose organizmuose vykstančius procesus, pavyzdžiui: cukraligę (šiuo atveju insulinas yra plėšrūnas, o gliukozė - auka), žmogaus imuno deficito virusas (ŽIV) (virusas – plėšrūnas, o ląstelė - auka) ir t.t. Taigi tai yra gana aktuali tema šiandien.

Atliktas Grobuonies ir aukos modelio neapibrėžtumo ir jautrumo tyrimas [1]. Jame daugiausiai dėmesio skiriama jautrumo analizės metodams: dalinį ranginės koreliacijos koeficientą (PRCC) ir Furje amplitudžių jautrumo testas (FAST). Šis modelis tyrimas tik laiko momentu 9, naudojama Matlab programinė įranga. Taip pat kalbama apie Lotynų hiperkūbo imties generavimo metodą.

Taip pat yra atliktas tyrimas [2]. Jo metu naudojamas Lotka-Volterra modelis $\frac{dN_i}{dt} = r_i N_i \left(1 - \frac{N_i}{K_i} - \frac{1}{K_i} \sum_{j=1, n}^{\overline{1, n}} \alpha_{ij} N_j \right), i = \overline{1, n}$. Šiuo modelių tiriama stipri konkurencija tarp citotoksinių T limfocitų ir ŽIV. Iš jautrumo rodiklių šiame tyrime taikomas dalinės koreliacijos koeficientas (PCC).

Yra nemažai programinės įrangos paketų pritaikytų neapibrėžtumo ir jautrumo analizei: Simlab, SUSANA, SAFE [4] ir daugiau Matlab programinės įrangos aplinkoje pritaikytų kodų. Tyrimui atlikti pasirinkome, Simlab 2.2 programinės įrangos paketą [5], kadangi jame yra visi tyrimui naudojami jautrumo analizės metodai, tačiau šis paketas turi ir trūkumų: neskaičiuoja laike kintančių modelio rezultatų. Šią problemą išsprendėme naudodami excel visual basic programinės įrangos pakete susikūrę programėlę grobuonies ir aukos modelio rezultatams suskaičiuoti naudojant 4-pakopį Rungės-Kutos metodą. Šiuos rezultatus tinkamai suformavus perkėlėme į Simlab 2.2 programą neapibrėžtumo ir jautrumo analizei. SUSANA 3.5 programinės įrangos paketo naudojimą atmetėme dėl jautrumo analizės metodų trūkumo, nors SUSANA yra pritaikyta laike kintančių modelių rezultatų skaičiavimui. Atmetėme ir SAFE programinės įrangos paketą, kadangi Simlab valdymas paprasčiau.

Tyrimui atlikti naudojame [1] straipsnyje aprašytas grobuonies ir aukos modelio pradines reikšmes bei parametrų skirstinius su jų parametrais. Parametrų generavimui bei neapibrėžtumo ir jautrumo analizei atlikti naudojame Simlab 2.2 programinės įrangos paketą. Nagrinėjame 40 laiko momentų, rezultato neapibrėžtumui nustatyti panaudojame 0.05 ir 0.95 kvantilius, kurie apibrėžia 90 % rezultatų, o jautrumo analizei taikome: Pirsono koreliacijos, Spirmeno ranginės

koreliacijos, PCC ir PRCC koeficientus parametru generavimui naudojant LHS bei FAST ir Sobol metodus, kurie parodo ne tik neapibrėžtumo priklausomybę nuo parametru, bet ir nuo šių parametru tarpusavio sąveiką su likusiais parametrais rezultatai.

1.2. ATSITIKTINIŲ DYDŽIŲ GENERAVIMO METODAI

1.2.1. ATVIRKŠTINĖS PASISKIRSTYMO FUNKCIJOS GENERAVIMO METODAS

Atvirkštinės pasiskirstymo funkcijos metodas – tai algoritmas, kuriuo tolygųjį intervale $[0; 1]$ skirstinį galime transformuoti į tikimybinį skirstinį su žinoma pasiskirstymo funkcija $y = F(x)$ ir žinomu tikimybiniu tankiu $p(x)$. Patogiausia šį metodą naudoti, kai nesunku rasti žinomo skirstinio atvirkštinę funkciją $F^{-1}(x)$ [6].

1.2.2. LOTYNŲ HYPERKŪBO IMTIES GENERAVIMO METODAS

Lotynų hiperkūbo imties generavimas (LHS) yra statistinis metodas skirtas generuoti parametru reikšmių tikėtinų rinkinių imčiai iš daugiadimensinio skirstinio. Dažnai šis imties generavimo metodas naudojamas kuriant kompiuterinius eksperimentus.

LHS yra aprašytas McKay 1976 metais. Panaši metodo technika buvo pasiūlyta Eglajs 1977 metais bei buvo parengtas Ronald L. Iman 1981 metais. Kompiuteriniai algoritmai ir žinynai buvo paskelbti vėliau.

Statistinio imties generavimo kontekste, kvadratinis tinklelis (žr. 1.1 pav.),

A

	X			
		X		
B				X
			X	

1.1 pav. LHS kvadratinis tinklelis

kuriame imties pozicijos yra šio tinklelio kvadratai, čia yra tik viena imtis vienai eilutei ir stulpeliui. Šio modelio apibrėžimas yra Lotynų hiperkūbas laisvai pasirenkamam dimensijų skaičiui, pagal kurį kiekviena imtis yra tik viena kiekvienoje sulygiuotoje ašyje hyperplane, kurio sudėtyje ji yra.

Kai imties generavimo funkcija sudaryta iš N kintamųjų, kiekvieno kintamojo diapazonas yra padalintas į M vienodai tikėtinų intervalų. M imties taškų yra atidedami, kai tenkina Lotynų hyperkūbo reikalavimus; atkreipkime dėmesį, kad tai padaro intervalų skaičių M lygu kiekvienam kintamajam. Taip pat atkreipkime dėmesį, kad ši imties generavimo schema nereikalauja daugiau imčių didesniai skaičiui dimensijų (kintamųjų); ši savybė yra vienas iš pagrindinių šios imties generavimo schemas privalumų. Kitas privalumas yra toks, kad atsitiktinės imtys gali būti paimtos vienu metu, prisiminant, kurios imtys jau buvo paimtos.

Maksimalus kombinacijų skaičius Lotynų hyperkūbui iš M intervalų ir N kintamųjų gali būti apskaičiuotas su šia formule:

$$\left(\prod_{n=0}^{M-1} (M-n)\right)^{N-1} = (M!)^{N-1}. \quad (1)$$

Pavyzdžiui, Lotynų hyperkūbas iš $M = 4$ intervalų ir $N = 2$ kintamųjų turės 24 įmanomas kombinacijas, o Lotynų hyperkūbas iš $M = 4$ intervalų ir $N = 3$ kintamųjų turės 576 įmanomas kombinacijas [7].

1.3. KOLMOGOROVO – SMIRNOVO SUDERINAMUMO KRITERIJUS

Tarkime, kad stebėdami atsitiktinį dydį ξ turintį tolydžią pasiskirstymo funkciją $F_\xi(x)$ gavome imtį X_1, X_2, \dots, X_n .

Sudaroma hipotezė

$$H_0: F_\xi(x) \equiv F_0(x),$$

čia $F_0(x)$ tolydi pasiskirstymo funkcija nepriklausanti nuo nežinomo parametro.

Apibrėžiame Kolmogorovo statistiką

$$D_n = \sup_x |\hat{F}_n(x) - F_0(x)|. \quad (2)$$

Imame atsitiktinių dydžių X_1, X_2, \dots, X_n variacinę seką. Tada statistika D_n apskaičiuojama tokiu būdu:

$$D_n = \max(D_n^+; D_n^-),$$

čia $D_n^+ = \max_{1 \leq k \leq n} \left(\frac{k}{n} - F_0(X_k)\right)$, o $D_n^- = \max_{1 \leq k \leq n} \left(F_0(X_k) - \frac{k-1}{n}\right)$. Kai hipotezė teisinga, tai

$$P(\sqrt{n}D_n < x) \Rightarrow K(x),$$

čia $K(x)$ - Kolmogorovo pasiskirstymas.

$$K(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{-2k^2x^2}, & x > 0 \end{cases}$$

Fiksuojame reikšmingumo lygmenį α . Jei $D_n < k_{1-\alpha}$, tai H_0 priimtina. Čia k_p - Kolmogorovo pasiskirstymo p-tasis kvartilis.

Kai $n \geq 100$, tada

$$k_{1-\alpha} = \sqrt{\frac{-\ln \frac{\alpha}{2}}{2n}} - \frac{1}{6n} [8].$$

1.4. GROBUONIES IR AUKOS MATEMATINIS MODELIS

Grobuonies ir aukos tarpusavio sąveika gali būti apibrėžiama Lotkos-Voltero modeliu. Šis matematinis modelis imituoja aukos ir plėšrūno elgesį per atitinkamą gyvenimo periodą. Toliau suformuluosime Lotkos-Voltero modelį. Tarkime, kad laiko momentu t aukos populiacijos dydis yra $A(t)$, o grobuonies populiacijos dydis yra $G(t)$. Aukos populiacijos dydžio kitimą laike apibrėžkime modeliu:

$$\frac{dA(t)}{dt} = \alpha A(t) - \beta A(t)G(t), \quad (3)$$

čia α - aukos populiacijos vidinis augimo (didėjimo) greitis, β - teigiama konstanta, apibrėžianti aukos ir grobuonies tarpusavio sąveikos įtaką aukos populiacijos augimui. Grobuonies populiacijos dydžiui $G(t)$ aprašyti padarysime keletą prielaidų: 1) grobuonies populiacijos nykimas (išmirimas) vyksta proporcingai tempu σ ($\sigma > 0$), 2) grobuonies populiacijos kiekis keičiasi proporcingu tempu, kuris priklauso nuo aukos ir grobuonies tarpusavio sąveikos. Tada grobuonies populiacijos dydžio dinamiką laike apibrėžiame taip:

$$\frac{dG(t)}{dt} = -\sigma G(t) + \delta A(t)G(t). \quad (4)$$

Aukos ir grobuonies sąveikos pobūdį apibūdina parametrai β ir δ . Iš lygties (1) dešinės pusės matome, kad aukos populiacijos kiekis $A(t)$ pradeda mažėti nuo tokio laiko momento, kada grobuonies kiekis $G(t)$ tampa pakankamai didelis, būtent kai

$$\beta G(t) > \alpha.$$

Lygties (2) dešinė pusė rodo, kad aukos populiacijos kiekiui $A(t)$ pasiekus didelį dydį, būtent kai:

$$\delta A(t) > \sigma,$$

grobuonies populiacijos kiekis pradeda didėti. Vadinas, aukos ir grobuonies tarpusavio sąveika pagrįstas matematinis modelis yra aprašomas tokia diferencialinių lygčių sistema:

$$\begin{cases} \frac{dA(t)}{dt} = \alpha A(t) - \beta A(t)G(t), \\ \frac{dG(t)}{dt} = -\sigma G(t) + \delta A(t)G(t), \end{cases} \quad (5)$$

čia $\alpha, \beta, \sigma, \delta$ yra teigiami sistemos parametrai [9].

1.5. 4-PAKOPIS RUNGĖS IR KUTOS METODAS

Tobulindami Oilerio metodą, Rungė ir Kuta sudarė formulę, pagal kurią ieškomo sprendinio apytikslės reikšmės apskaičiuojamos žymiai tiksliau. Pagal šį metodą žingsnio h atžvilgiu tikslusis sprendinys $y = y(t)$ išreiškiamas Teiloro eilute. Tarkim turime lygtį

$$y' = f(t, y)$$

ir pradines sąlygas: $t = t_0, y = y(t_0) = y_0$ bei tikslusis sprendinys $y = y(t)$ gali būti išreikštas Teiloro eilute. Diferencialinės lygties sprendinio $y = y(t)$ Rungės ir Kutos skaitmeninės aproksimacijos y_n apskaičiuojamos naudojant Teiloro eilutę:

$$y_{n+1} = y_n + hy'_n + \frac{h^2}{2!} y''_n + \frac{h^3}{3!} y'''_n + \frac{h^4}{4!} y''''_n + \dots,$$

čia $h = t_1 - t_0 = t_2 - t_1 = \dots = t_n - t_{n-1}$.

Praktikoje dažniausiai naudojamas 4-osios eilės Rungės ir Kutos metodas. Apytikslės šio metodo sprendinio reikšmės galima apskaičiuoti taip:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), n = 0, 1, 2, \dots, \quad (6)$$

čia dydžiai k_1, k_2, k_3, k_4 apskaičiuojami pagal lygybes:

$$k_1 = f(t_n, y_n),$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1\right),$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2\right),$$

$$k_4 = f(t_n + h, y_n + hk_3),$$

čia n - žingsnių skaičius, h - žingsnio ilgis, $t_n = t_0 + nh$ [10].

1.6. NEAPIBRĖŽTUMO IR JAUTRUMO ANALIZĖ

1.6.1. NEAPIBRĖŽTUMO ANALIZĖ

Atlikus modelio skaičiavimus kiekvienam parametru rinkiniui gaunamos skirtingos modelio rezultatų reikšmės, tai ir atspindi rezultatų neapibrėžtumą. Vienas iš metodų nusakyti neapibrėžtumo analizės ribas yra skaičiuoti kvantilius, kurie nusako intervalą į kurį pateks $100\% \alpha$ modelio rezultatų reikšmių. Dažniausiai naudojamas α reikšmės yra 0.99, 0.95, 0.99 [11].

1.6.2. PIRSONO IR SPIRMENO RANGINĖS KORELIACIJOS KOEFIICIENTAI

Pirsono koreliacijos koeficientas naudojamas tiesinio ryšio stiprumui įvertinti. Dažniausiai jis naudojamas, kai kintamųjų skirstiniai yra normalieji. Pirsono koreliacijos koeficiento taškinis įvertis apskaičiuojamas taikant formulę:

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{s_x s_y}, \quad (7)$$

čia s_x ir s_y yra x ir y stebėjimų standartiniai nuokrypiai.

Kuo koreliacijos koeficientas $|r|$ arčiau 1, tuo y priklausomybė nuo x stipresnė. Jeigu $r > 0$, tai didėjant vieno kintamojo reikšmėms, kito taip pat tiesiškai didėja. Jeigu $r < 0$, tai didėjant vieno kintamojo reikšmėms, kito mažėja.

Kai kintamieji nėra pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį, naudoti Spirmeno ranginės koreliacijos koeficientą yra korektiškiau. Jis apibūdina ryšio tarp kintamųjų stiprumą monotoniškumo prasme, t.y. x didėjant, y monotoniškai didėja arba mažėja (priklausomai nuo ženklo).

Skaičiuojant Spirmeno ranginės koreliacijos koeficientą naudojami stebėtų reikšmių $(x_i; y_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, rangai $(rx_i; ry_i)$.

Spirmeno ranginės koreliacijos koeficiento taškinis įvertis apskaičiuojamas taikant formulę:

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^n (rx_i - ry_i)^2}{n(n^2 - 1)}, \quad -1 \leq r_s \leq 1 \quad [12]. \quad (8)$$

1.6.3. DALINĖS IR DALINĖS RANGINĖS KORELIACIJOS KOEFIICIENTAI

Dalinės koreliacijos koeficientas (toliau žymimas PCC) parodo tiesinę rezultato priklausomybę nuo vieno parametro. Esant poros koreliacijų buvimui tarp parametrų PCC gaunami geresnis rezultatai nei Pirsono koreliacijos koeficientu. Dalinis ranginis koreliacijos koeficientas (toliau žymimas PRCC) apibūdina monotonišką ryšį bei naudoja rangus vietoje reikšmių. Jis taip pat yra mažiau jautrus išskirtims.

Esant rezultatui Y ir dviems parametrams x_1 ir x_2 , PCC tarp Y , po pašalintos x_2 įtakos, ir x_1 yra:

$$r_{Yx_1x_2} = \frac{r_{Yx_1} - r_{Yx_2} r_{x_2x_1}}{\sqrt{1 - r_{x_2x_1}^2} \sqrt{1 - r_{Yx_2}^2}} \quad (9)$$

bei PCC tarp Y , po pašalintos x_1 įtakos, ir x_2 yra:

$$r_{Yx_2x_1} = \frac{r_{Yx_2} - r_{Yx_1}r_{x_1x_2}}{\sqrt{1-r_{x_1x_2}^2}\sqrt{1-r_{Yx_1}^2}} \quad (10)$$

PRCC apskaičiuojami kaip ir PCC, bet naudojami rangai vietoj reikšmių [12].

1.6.4. FAST METODAS

Furje amplitudės jautrumo testas (sutrumpintai FAST) pradėtas taikyti 1973 m. yra jautrumo analizės metodas, kuris vienodai gerai veikia tiesinius ir netiesinius modelius. Šis metodas paremtas skaitiniu skaičiavimu gaunant tikėtiną modelio išvesties reikšmę ir dispersiją. Šio skaičiavimo pagrindas – transformacija, kuri konvertuoja daugiadimensinį integralą visoms neapibrėžtoms įvestims į viendimensinį integralą. Tiksliau, yra suformuojama paieškos kreivė, kuri skenuoja visą parametų erdvę tam, kad būtų išvengta daugiadimensinių integralų. Kiekvienai įvesčiai, keičiančiai dispersiją, yra išskaidoma Furje eilutė, taip gaunant modelio išvestį.

Analizė susideda iš žingsnių:

- x_i rangų ir pasiskirstymų sudarymas, tikėtinos y reikšmės ir dispersijos vystymas formaliai, atsižvelgiant į integralus apibrėžtus parametro Ω įvesties erdvėje;
- daugiadimensinio integralio, apibrėžto Ω , transformacija į viendimensinį integralą;
- tikėtinos y reikšmės ir dispersijos įvertinimas;
- jautrumo rodiklių įvertinimas.

Šiuo metu populiariausia FAST metodo versija yra EFAST (angl. Extended FAST). Ji leidžia apskaičiuoti kiekvieno rezultato jautrumo indeksą ir suminį parametro jautrumo indeksą išreiškiant jo priklausomybę nuo kitų parametų.

Kadangi FAST metodas remiasi funkcijos išdėstymo Furje integralais teorija, kuri kompiuterinio modelio parametų jautrumo analizės atveju reiškia, kad modelio rezultato dispersiją V galima užrašyti kaip sumą:

$$V = \sum_{i=1}^n V_i + \sum_i \sum_j V_{ij} + \sum_i \sum_j \sum_k V_{ijk} + \dots + V_{1,2,\dots,n} \quad (11)$$

čia V_i reiškia modelio rezultato dispersijos dalį dėl parametro i , o $V_{ijk\dots q}$ reiškia modelio rezultato dispersijos dalį dėl parametų i, j, k, \dots, q tarpusavio priklausomybės modelyje.

Parametų jautrumo rodiklį S_i apskaičiuojamas:

$$S_i = \frac{V_i}{V}. \quad (12)$$

Jis parodo santykinę rezultato dispersijos dalį dėl parametro i , kuo S_i didesnis, tuo parametras i yra svarbesnis modelio rezultato neapibrėžtumui. Aukštesnės eilės jautrumo rodikliai rodo

įvairių parametru tarpusavio priklausomybės modelyje įtaką rezultato dispersijai. Pilna FAST analizė turi pateikti $2^n - 1$ jautrumo indeksus, čia n – parametru skaičius, tačiau skaičiavimai daugelio praktinių modelių atveju yra pernelyg sudėtingi. Todėl skaičiuojamas suminis su parametru susietas jautrumo rodiklis $TS(i)$, atsižvelgiant į jautrumo priklausomybę modelyje ir su kitais parametrais. Suminis rodiklis $TS(i)$ apskaičiuojamas kaip suma visų rodiklių $S_{i,j,k,\dots,q}$, kuriuose dalyvauja parametras i . Jei $TS(i)$ yra gerokai didesnis nei S_i , tuomet rezultato neapibrėžtumas yra labai veikiamas parametro i tarpusavio priklausomybės su kitais parametrais.

FAST metodas turi tam tikrus apribojimus: reikia, kad modelis turėtų mažiausiai du parametrus, tokiu atveju reikia, kad būtų sugeneruota mažiausiai 130 atsitiktinių dydžių kiekvienam parametru. Kiekvieno papildomo parametro atveju, reikia sugeneruoti mažiausiai 65 atsitiktinius dydžius kiekvienam iš parametru, t.y. esant dviem parametrams reikia 130 atsitiktinių dydžių, trims - 195, keturiems 260 ir t.t. [1,4,5,13,14].

1.6.5. SOBOL METODAS

Sobolio metodas yra paremtas dispersijos skaičiavimu. Modelis $y = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$, kur x_1, x_2, \dots, x_k yra nepriklausomi parametrai ir y – modelio rezultatas. Parametru tankio pasiskirstymo funkcija:

$$P(x_1, x_2, \dots, x_k) = \prod_{i=1}^k p_i(x_i), \quad (13)$$

y vidurkis ir dispersija:

$$E(y) = \iint \dots \int f(x_1, x_2, \dots, x_k) \prod_{i=1}^k p_i(x_i) dx_i, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} V(y) &= \iint \dots \int (f(x_1, x_2, \dots, x_k) - E(y))^2 \prod_{i=1}^k p_i(x_i) dx_i \\ &= \iint \dots \int f^2(x_1, x_2, \dots, x_k) \prod_{i=1}^k p_i(x_i) dx_i - E^2(y). \end{aligned} \quad (15)$$

Jei vienas iš parametru x_j yra susijęs su reikšme \tilde{x}_j , y sąlyginė dispersija lygi:

$$\begin{aligned} V(y|x_j = \tilde{x}_j) &= \iint \dots \int ((f(x_1, x_2, \dots, \tilde{x}_j, \dots, x_k) - E(y|x_j = \tilde{x}_j))^2 \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k p_i(x_i) dx_i \\ &= \iint \dots \int (f^2(x_1, x_2, \dots, \tilde{x}_j, \dots, x_k)) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k p_i(x_i) dx_i - E^2(y|x_j = \tilde{x}_j). \end{aligned} \quad (16)$$

Dėl jautrumo analizės, turime eliminuoti priklausomybę nuo reikšmės \tilde{x}_j integruodami $V(y|x_j = \tilde{x}_j)$ per \tilde{x}_j tikimybės tankio funkciją, gaudami:

$$E(V(y|x_j = \tilde{x}_j)) = \iint \dots \int f^2(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_k) \cdot$$

$$\prod_{i=1}^k p_i(x_i) dx_i - \int E^2(y|x_j = \tilde{x}_j) p_j(\tilde{x}_j) d\tilde{x}_j. \quad (17)$$

Priklausomybė nuo \tilde{x}_j dingsta kairėje (17) lygties pusėje dėl integravimo. Dalinant (17) lygį iš (15) gaunam:

$$V(y) - E(V(y|x_j)) = \int E^2(y|x_j = \tilde{x}_j) p_j(\tilde{x}_j) d\tilde{x}_j - E^2(y). \quad (18)$$

Dėl statistinio identiškumo kairė (18) lygties pusė taip pat yra lygi $V(E(y|x_j))$ ir vaizduoja jautrumo matą:

$$S_j = \frac{V(E(y|x_j))}{V(y)}.$$

Jei sąlyginę dispersiją padalinam jį iš nesąlyginės, gaunam vadinamą pirmos eilės jautrumo rodiklį. (18) lygtis yra nepraktiška iš skaičiavimo efektyvumo pusės. Iš Monte Carlo pusės matome dvigubą grandinę: vidinė – skaičiuojant $E^2(y|x_j = \tilde{x}_j)$, išorinė – skaičiuojant integralą $d\tilde{x}_j$. Dėl šios priežasties integralas (18) lygtyje buvo perrašytas taip:

$$\begin{aligned} \int E^2(y|x_j = \tilde{x}_j) p_j(\tilde{x}_j) d\tilde{x}_j &= \int \left\{ \iint \cdots \int f(x_1, x_2, \dots, \tilde{x}_j, \dots, x_k) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k p_i(x_i) dx_i \right\}^2 p_j(\tilde{x}_j) d\tilde{x}_j = \\ &= \iint \cdots \int f(x_1, x_2, \dots, \tilde{x}_j, \dots, x_k) f(x'_1, x'_2, \dots, \tilde{x}_j, \dots, x'_k) \cdot \\ &= \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k (p_i(x_i) dx_i) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k (p_i(x'_i) dx'_i) p_j(\tilde{x}_j) d\tilde{x}_j = \\ &= \iint \cdots \int f(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_k) f(x'_1, x'_2, \dots, x_j, \dots, x'_k) \cdot \\ &= \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k (p_i(x_i) dx_i) \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^k (p_i(x'_i) dx'_i). \end{aligned} \quad (19)$$

Papildomo integralo naudojimas mums parodo, kad integralas (19) lygtyje yra tikėtina funkcijos F reikšmė aibės $(2k - 1)$ faktoriams:

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_k, x'_1, x'_2, \dots, x'_{j-1}, x'_{j+1}, \dots, x'_k) = \\ f(x_1, x_2, \dots, x_k) f(x'_1, x'_2, \dots, x'_{j-1}, x'_j, x'_{j+1}, \dots, x'_k). \end{aligned} \quad (20)$$

Integralas (19) lygtyje gali būti apskaičiuojamas panaudojant vieną Monte Carlo grandinę. Ši procedūra buvo pasiūlyta Sobol 1993 ir peržiūrėta Saltelli (2002).

Dvi faktorių matricos M_1 ir M_2 generuojamos taip:

$$M_1 = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{pmatrix}, \quad M_2 = \begin{pmatrix} x'_{11} & x'_{12} & \cdots & x'_{1k} \\ x'_{21} & x'_{22} & \cdots & x'_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x'_{n1} & x'_{n2} & \cdots & x'_{nk} \end{pmatrix}, \quad (21)$$

kur n yra kintamųjų skaičius, naudojamas Monte Carlo įvertyje. Tam, kad įvertintume x_j jautrumo faktorių reikia apskaičiuoti:

$$S_j = \frac{V(E(y|x_j))}{V(y)} = \frac{U_j - E^2(y)}{V(y)}, \quad (22)$$

$$U_j = \int E^2(y|x_j = \tilde{x}_j) p_j(\tilde{x}_j) d\tilde{x}_j.$$

Mums reikia $E(y)$ ir U_j įverčių. U_j galime rasti iš y reikšmių paskaičiuotų M_1 ar M_2 . U_j rasime iš y reikšmių matricoje N_j :

$$N_j = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2j} & \cdots & x_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nj} & \cdots & x_{nk} \end{pmatrix}, \quad (23)$$

$$\hat{U}_j = \frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n f(x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{rk}) f(x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{r(j-1)}, x_{rj}, x_{r(j+1)}, \dots, x_{rk}). \quad (24)$$

Jei apie M_1 matricą galvotume kaip apie imties matricą, o M_2 - pergeneruotos imties matricą, tada \hat{U}_j gauname iš f reikšmių apskaičiuotų imties matricoje ir jas dauginam iš f reikšmių N_j matricoje, t.y. matricos, kur visi faktoriai, išskyrus x_j yra pergeneruoti. Šiuo atveju skaičiavimo skaičius susijęs su pilna pirmos eilės parametrų aibe S_i bus $n(k+1)$. Tam, kad apskaičiuotume $E(y)$ reikalinga viena aibė f funkcijos su n skaičiavimų ir k aibių f funkcijos su n skaičiavimų reikalingi skaičiuojant antrąją (24) lygties dalį.

Sobol problema buvo k faktorių poaibio, kuris būtų atsakingas už didžiąją dalį y dispersijos radimas. Įsivaizduokime, kad faktoriai buvo suskirstyti į bandomąją aibę $u = (x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_m})$ ir likusią aibę $v = (x_{l_1}, x_{l_2}, \dots, x_{l_{k-m}})$. Tada, pagal Sobol, bendras poaibio u poveikis dispersijai gali būti nustatomas iš:

$$U_v = \iint \cdots \int f(u, v) f(u, v) du dv, \quad (25)$$

$$V(E(y|v)) = U_v - E^2(y), \quad (26)$$

$$V(E(y|u)) + V(E(y|u, v)) = V(y) - V(E(y|v)), \quad (27)$$

(27) lygtyje $V(E(y|u))$ yra pirmos eilės jautrumo rodiklis aibei u , o $V(E(y|u, v))$ yra siejantis sąryšis tarp aibių u ir v . Jei $V(y) \cong V(E(y|v))$, tai u nieko neįtakoja ir visi u faktoriai gali būti nekintantys tolimesnėje modelio analizėje. (25) lygtis parodo tą patį. Monte Carlo įvertis U_v yra:

$$\hat{U}_j = \frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n f(x_{ri_1}, x_{ri_2}, \dots, x_{ri_m}, x_{rl_1}, x_{rl_2}, \dots, x_{rl_{k-m}}) \cdot f(x_{rj_1}, x_{rj_2}, \dots, x_{rj_m}, x_{rl_1}, x_{rl_2}, \dots, x_{rl_{k-m}}) \quad (28)$$

t.y. įvertinti visą aibės u poveikį reikia pergeneruoti aibės u kintamuosius. Pastebime, kad (24) lygtis yra kitokia (28) lygties forma.

(27) lygtis yra Sobol siūlomos skaidymo schemos pavyzdys, skirtas rezultato dispersijai. Rezultato dispersija gali būti išskaidyta taip:

$$V(y) = \sum_i V_i + \sum_i \sum_{j>i} V_{ij} + \dots + V_{12\dots k}, \quad (29)$$

kur

$$V_i = V(E(Y|x_i)),$$

$$V_{ij} = V(E(Y|x_i, x_j)) - V_i - V_j$$

ir t.t. (29) lygtyje yra k pirmos eilės periodų V_i , $\frac{k(k-1)}{2}$ antros eilės periodų V_{ij} ir t.t., kol paskutinis periodas yra k eilės, iš viso $2^k - 1$ periodų. V_{ij} sąlygos yra antros eilės periodai, analogiški antros eilės jautrumo rodikliams. V_{ij} sąlygos nustato x_i ir x_j poveikį tokį, koks jis nenustatomas pirmos eilės periodais.

Sobol (29) lygties versija paremta f funkcijos skaidymu į didėjančių dimensijų periodus, t.y.:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_k) = f_0 + \sum_i f_i + \sum_i \sum_{j>i} f_{ij} + \dots + f_{12\dots k}, \quad (30)$$

kur kiekvienas periodas yra tik faktorių jo indekse funkcija, t.y. $f_i = f_i(x_i)$, $f_{ij} = f_{ij}(x_i, x_j)$ ir t.t. (29) ir (30) lygčių skaidymai yra unikalūs, jei įvesties faktoriai yra nepriklausomi ir individualūs periodai $f_{i_1 i_2 \dots i_s}$ (30) lygtyje yra kvadratiškai integruojami ir turi nulinį vidurkį visoje reikšmių srityje.

Homma ir Saltelli (1996) pristatė naują įvertį U_{-j} :

$$\hat{U}_{-j} := \frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n f(x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{rj}, \dots, x_{rk}) \cdot f(x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{r(j-1)}, x'_{rj}, x_{r(j+1)}, \dots, x_{rk}). \quad (31)$$

Kaip ir anksčiau:

$$V(E(y|x_{-j})) = \hat{U}_{-j} - \hat{E}^2(y),$$

kur $V(E(y|x_{-j}))$ yra bendras indėlis į y dispersiją dėl ne - x_j . Tai parodo, kad skirtumas $V(y) - V(E(y|x_{-j}))$ yra lygus visų periodų dispersijos (27) lygtyje, kur yra x_j . Kai $k = 3$:

$$S_1^T = \frac{V(y) - V(E(y|x_{-1}))}{V(y)} = \frac{E(V(y|x_{-1}))}{V(y)} = S_1 + S_{12} + S_{13} + S_{123}, \quad (32)$$

kur pvz.

$$S_1 = \frac{V(E(y|x_1))}{V(y)},$$

analogiškos išraiškos gali būti parašytos ir S_2^T, S_3^T . S_j^T yra vadinami suminiais jautrumo rodikliais. Jie yra naudingi identifikuoti įvesties faktoriams, kurie yra neįtakingi. Jei jautrumo

rodiklis duotajai įvesčiai yra mažas, tada faktorius gali būti priskirtas bet kokiai reikšmei jo neapibrėžtumo intervale (ir įvesties erdvės dimensija gali būti atitinkamai sumažinta).

Labai svarbus skirtumas tarp S_j^T ir S_j parodo svarbią rolę y sąveikavime su tuo faktoriumi. Visa jautrumo analizė gali būti gaunama įvertinant visus (29) lygties periodus, bet jų yra $2^k - 1$. Ši problema vadinama dimensionalumo prakeiksmu. Reikia $n2^k$ skaičiavimų norint įvertinti visus jautrumo rodiklius, n yra imties dydis, naudojamas įvertinti individualų rodiklį (reikėtų $n(2^k - 1)$ norint apskaičiuoti visus rodiklius, ir dar n apskaičiuojant $\hat{E}(y)$), Dėl šios priežasties mes renkames skaičiuoti aibę visų S_i ir visą aibę S_i^T , tai mums duoda gana detalų modelio jautrumo įvertinimą. Su Sobol metodu gauname $n(2k + 1)$ modelio skaičiavimų, t.y. nk pirmos eilės periodams, nk visiems rodiklių periodams ir n skaičiavimų $\hat{E}(y)$.

Techninė pastaba: Geresni įverčiai pirmai eilei gaunami, jei $E^2(y)$ (22) lygtyje parašomas taip:

$$\hat{E}^2 = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n f(x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{rk}) f(x'_{r1}, x'_{r2}, \dots, x'_{rk}), \quad (33)$$

o ne:

$$\hat{E}^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{r=1}^n f(x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{rk}) \right)^2. \quad (34)$$

(33) lygtis yra geras kvadratinės imties vidurkio įvertis, jei du imties vektoriai yra nepriklausomi. Iš (22) ir (24) lygčių aišku, kad S_j įvertis natūraliai artėja link nulio neįtakingam faktoriui x_j , kai naudojama (33) lygtis, kaip matome čia:

$$\begin{aligned} \hat{U}_j - \hat{E}^2(y) &= \frac{1}{n-1} \sum_{r=1}^n f(x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{rk}) \cdot f(x'_{r1}, x'_{r2}, \dots, x'_{r(j-1)}, x_{rj}, x'_{r(j+1)}, \dots, x'_{rk}) - \\ &\quad \frac{1}{n} \sum_{r=1}^n f(x_{r1}, x_{r2}, \dots, x_{rk}) f(x'_{r1}, x'_{r2}, \dots, x'_{rk}). \end{aligned} \quad (35)$$

Iš kitos pusės suminio jautrumo rodiklio skaičiavimai atliekami geriau naudojant (34) lygtį. $V(y)$ apskaičiuojamas iš M_1 visiems faktoriams [5,15,16].

1.7. PROGRAMOS SIMLAB 2.2 NAUDOJIMAS MODELIO ATSITIKTINIŲ PARAMETRŲ APIBŪDINIMUI

Atidarytas pagrindinis programos SimLab 2.2 langas (1 priede 1 pav.) suskirstytas į tris dalis:

1. *Statistical Pre Processor module*: sugeneruoja pateiktą kintamųjų imtis.
2. *Model Execution module*: pagal pateiktą modelį vykdo skaičiavimus.
3. *Statistical Post Processor model*: vykdo jautrumo ir neapibrėžtumo analizę.

Modelio parametrų kūrimui naudosime pirmąją dalį: *Statistical Pre Processor module*. Šioje dalyje pasirinkus *New Sample Generation* ir paspaudus mygtuką *Configure*, atidaromas naujas programos langas *STATISTICAL PRE PROCESSOR* (1 priede 2 pav.). Jis sudarytas iš trijų dalių:

1. *Select Input Factors*: šioje dalyje galima įkelti jau sukurtų parametrų nuorodą.

2. *Select Method*: šioje dalyje galima pasirinkti metodą, kuriuo bus generuojamos modelio parametrų imtys.

3. *Sample File Name*: pasirenkamas generuojamos parametro imties failo adresas.

Šiame lange pasirinkus *Create New*, atidaromas langas *Input Factors Selection* (1 priede 3 pav.), kuriame pasirinkus *Add*, atidaromas dar vienas langas (1 priede 4 pav.) ir jame jau galima aprašyti modelio parametą.

Sugrįžus į langą *Input Factors Selection* pateikiamas visų sukurtų parametrų sąrašas. Paspaudus mygtuką *Accept Factors* grįžtame į langą *STATISTICAL PRE PROCESSOR*. Paspaudus mygtuką *Specify Switches* nustatomas imties dydis. Tada grįžus į pagrindinį programos langą ir pasirinkus kairėje pusėje esantį *Generate* mygtuką sugeneruojamos parametrų imtys.

Sugeneruotų parametrų histogramas galima pasižiūrėti pagrindiniame programos lange paspaudus kairėje pusėje apačioje esantį mygtuką *Visualize* bei atsidariusiame lange (1 priede 5 pav.) perkėlus vieną iš parametrų į kairę pusę ir paspaudus mygtuką *Histogram* [5].

1.8. REZULTATŲ NEAPIBRĖŽTUMO IR JAUTRUMO ANALIZĖ TAIKANT SIMLAB 2.2 PROGRAMĄ

Atsidarius pagrindinį SimLab 2.2 programos langą, kairėje pusėje, paspaudus mygtuką *Analyse(UA/SA)* atidaromas naujas langas *STATISTICAL POST PROCESSOR – MAIN PANEL* (1 priede 6 pav.).

Šiuo atveju, pasirinkus parametą *Y* ir perkėlus į pasirinktų parametrų sąrašą ir paspaudus mygtuką *UA* galime peržiūrėti neapibrėžtumo analizės grafikus (1 priede 7 pav.) bei rezultatus (1 priede 8 pav.). Kelis kartus paspaudus ant *Y* atidaromas ne tik neapibrėžtumo analizės grafikas, bet ir statistinės charakteristikos: vidurkis, dispersija, standartinis nuokrypis. Pasirinkus *Tabulated Values*, skirstinio reikšmių lentelę (1 priede 9 pav.).

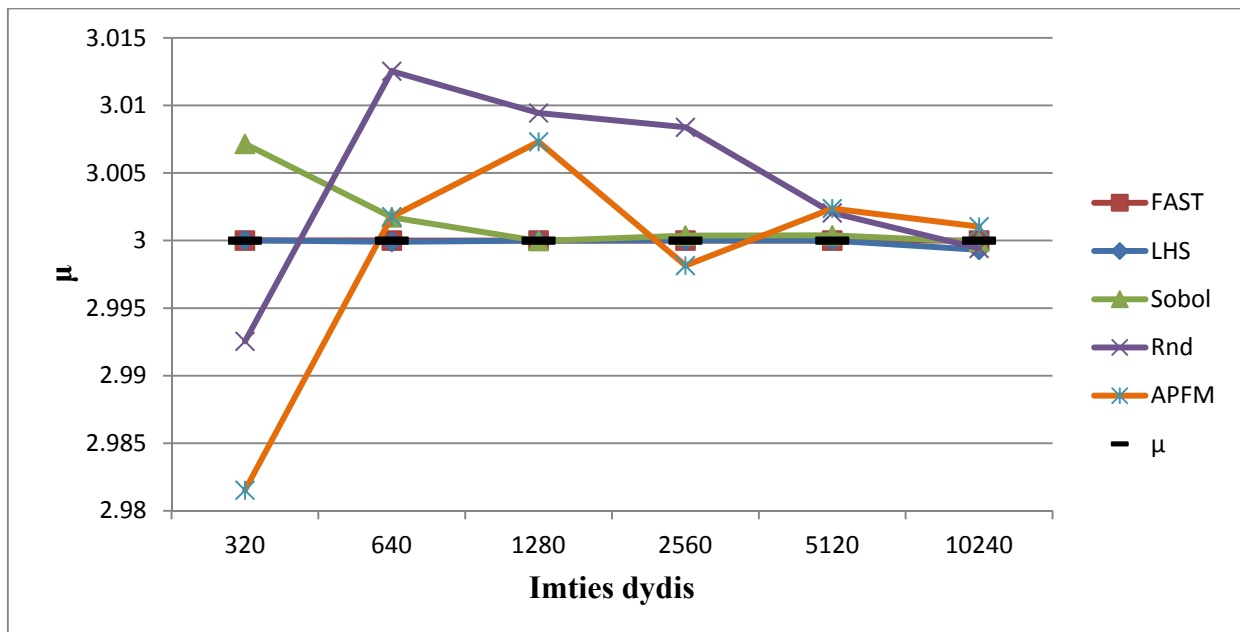
Grįžus į *STATISTICAL POST PROCESSOR – MAIN PANEL* langą ir paspaudus mygtuką *SA*, pasirinkus jautrumo rodiklį pateikiamas grafikas (1 priede 10 pav.). Remiantis šiuo grafiku nustatomi labiausiai rezultatai įtakojantys parametrai. Tada pasirinkus *Tabulated Values*, matome koreliacijos koeficientų lentelę (1 priede 11 pav.) [5].

2. TYRIMŲ REZULTATAI IR JŲ APTARIMAS

2.1. IMTIES GENERAVIMO METODŲ PALYGINIMAS

Nagrinėjant bet kokio modeliuojamo rezultato neapibrėžtumą ir jautrumą pradinių parametrų neapibrėžtumui visų pirma reikia pasirinkti atsitiktinių dydžių generavimo metodus. Siekiant ištirti skirtingus atsitiktinės imties sudarymo metodus, skirtingais metodais sugeneruojame l atsitiktinius dydžius pasiskirsčiusius pagal normalųjį skirstinį su vidurkiu $\mu = 3$ ir standartiniu nuokrypiu $\sigma = 0.2$. Tokius skirstinio parametrus pasirenkame atsižvelgdami į toliau naudojamų grobuonies ir aukos modelio parametrų aprašymus (žiūrėti 2.2 poskyrį). Paimami grobuonies ir aukos modelio parametro σ normaliojo skirstinio parametrai, kadangi jis pasiskirstęs su dydžiausiu vidurkiu ir standartiniu nuokrypiu.

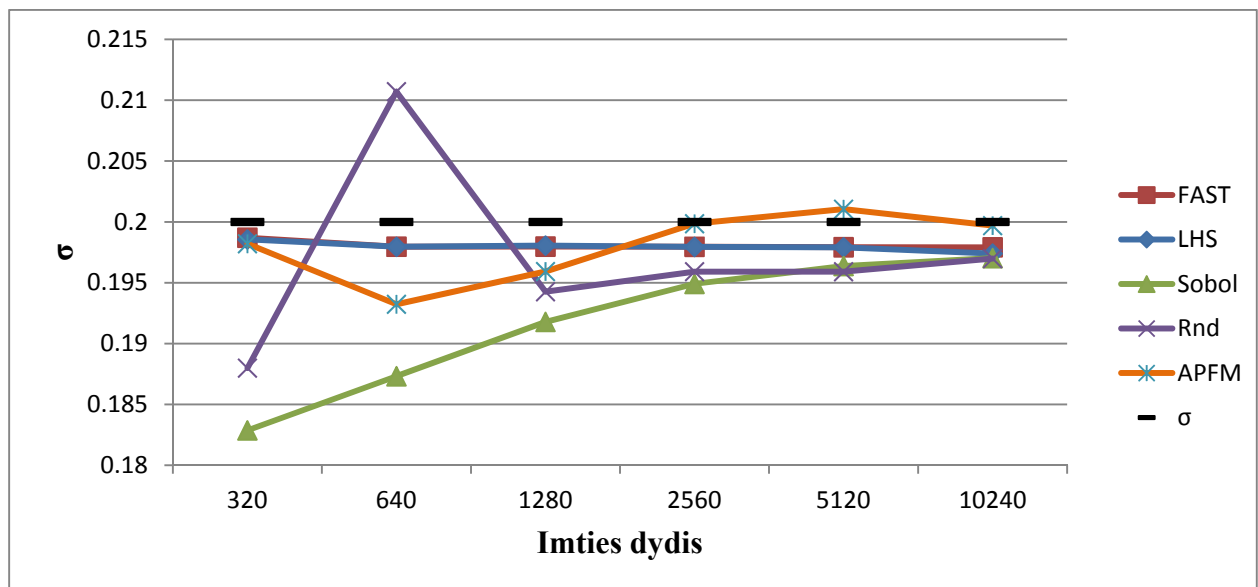
Generuojame 320, 640, 1280, 2560, 5120, 10240 atsitiktinių dydžių imtis LHS, atvirktinės pasiskirstymo funkcijos generavimo (toliau APFM), random, FAST ir Sobol metodais. Tokio dydžio imtys pasirinktos, kadangi taikant Sobol metodą su $k = 4$ parametrų rinkiniu gaunamos fiksuoto dydžio imtys pagal formulę $n2^k$, kur $n = 20, 40, 80, \dots$. Čia n yra nuo 10 palaipsniui galimai dvigubinamas skaičiavimų dydis, naudojamas įvertinti tik individualų jautrumo rodiklį. Tada lyginame kaip tiksliai skirtingais metodais sugeneruotų dydžių vidurkiai ir standartiniai nuokrypiai atitinka duotuosius su skirtingo dydžio imtimis.



2.1 pav. Skirtingų metodais sugeneruotų atsitiktinių dydžių vidurkio atitikimo grafikas

Šiame paveiksle matome juodą punktyrinę liniją, kuri nurodo $\mu = 3$, kad būtų galima lengviau stebėti kaip kiekvieno metodo sugeneruotų atsitiktinių dydžių vidurkiai atitinka nurodytą su

skirtingu imties dydžiu. Pastebime, kad LHS ir FAST metodai su skirtingų dydžių imtimis labai tiksliai atspindi nurodytą normaliojo skirstinio vidurkį (visais metodais gautų vidurkių reikšmės yra pateiktos 2 priedo 1 lentelėje). Tuo tarpu Sobol metodu gautų imčių vidurkiai didinant imtį artėja prie nurodyto vidurkio ir su 1280 dydžio imtimi gana tiksliai jį atspindi bei išlieka jam artimas didinant imtį toliau. Netikslingiausiai vidurkį atspindi random ir atvirktinės pasiskirstymo funkcijos metodai. Šiais atvejais, random ir APFM metodams reikia 10240, kad pakankamai tiksliai priartėtų prie vidurkio lyginant su kitais generavimo metodais. Analogiškai tyriname nurodytą standartinį nuokrypį.



2.2 pav. Skirtingų metodais sugeneruotų atsitiktinių dydžių standartinio nuokrypio atitikimo grafikas

Pateiktame 2.2 paveiksle matome, kad ir nurodytą standartinį nuokrypį su gana maža atsitiktinių dydžių imtimi taip pat geriausiai atspindi LHS ir FAST metodai. Jų sugeneruotų dydžių standartiniai nuokrypiai didėjant atsitiktinių dydžių imties dydžiui beveik nekinta (visais metodais gautų standartinių nuokrypių reikšmės yra pateiktos 2 priedo 1 lentelėje). Sobol metodu gauti imčių standartiniai nuokrypiai yra patys netikslingiausi, todėl tam pačiam tikslumui pasiekti reikia generuoti didesnes imtis. Matome, kad didinant imtį standartinio nuokrypio reikšmės artėja prie nurodyto ir su 10240 atsitiktinių dydžių jau pasiekia FAST ir LHS metodais gaunamus rezultatus. Random kaip ir Sobol metodui reikia 10240 atsitiktinių dydžių, kad pasiektų FAST ir LHS metodais gaunamus rezultatus. APFM beveik tiksliai atspindi nurodytą standartinį nuokrypį su 2560 atsitiktinių dydžių.

Toliau atliekame Kolmogorovo-Smirnovo normalumo testą norėdami ištirti ar tikrai sugeneruotos imtis yra pasiskirsčiusios pagal normalųjį skirstinį. Gauname tokius rezultatus:

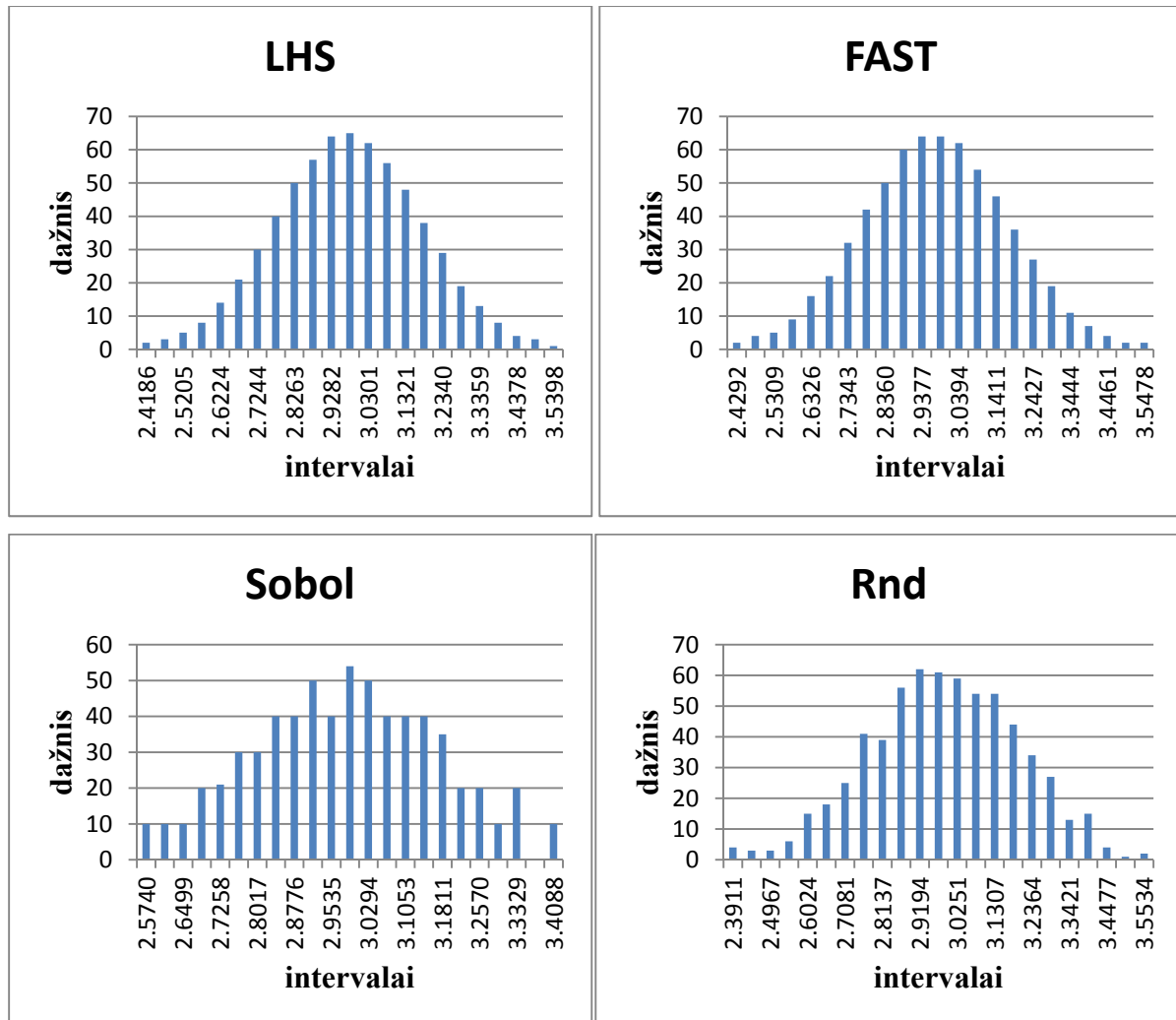
2.1 lentelė.

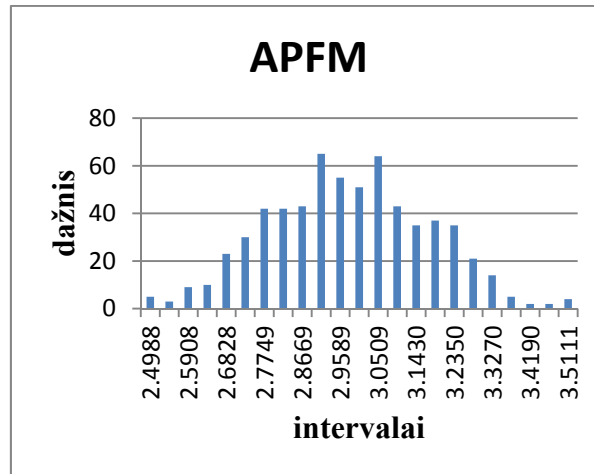
Kolmogorovo-Smirnovo normalumo testo rezultatai 320 atsitiktiniams dydžiams

Metodas	LHS	FAST	Sobol	Random	APFM
D_n	0.0042	0.0037	0.0327	0.0374	0.0338
$k_{0,95}$	0.0754				

Visiems metodams jau su 320 sugeneruotų atsitiktinių dydžių atlikus Kolmogorovo – Smirnov normalumo testą, kai $\alpha = 0.05$, gavome reikšmes, kurios yra mažesnės už $k_{0,95} = 0.0754$, o tai reiškia, kad nulinės hipotezės apie sugeneruotos imties normalumą negalime atmesti. Didinant imtį (pvz. iki 640) tikimybė, kad skirstinys nėra normalusis dar labiau mažėja.

Toliau pateikiame šiais metodais sugeneruotų 640 atsitiktinių dydžių histogramas:





2.3 pav. Įvairiais generavimo metodais sugeneruotų 640 atsitiktinių dydžių histogramos

Matome, kad LHS ir FAST metodu histogramos tiksliai atvaizduoja normaliuosius skirstinius, o likusiais metodais gautose histogramose matomi nukrypimai nuo normaliojo skirstinio: iškilę, nusileidę stulpeliai histogramų viduryje.

Taigi matome, kad FAST ir LHS metodai tiksliausi atvaizduoja normalųjį skirstinį su nurodytais parametrais ir tam jiems reikia mažiausiai sugeneruotų atsitiktinių dydžių. Tačiau FAST metodas turi tam tikrą apribojimą, atsirandant papildomiems parametrams šiuo metodu reikia sugeneruoti mažiausiai 65 atsitiktinius dydžius papildomai kiekvienam iš parametų, t.y. jei yra du parametrai reikia mažiausiai 130 atsitiktinių dydžių kiekvienam iš parametų, jei yra trys parametrai reikia mažiausiai 195 atsitiktinių dydžių kiekvienam iš parametų ir taip toliau. Sobol metodu reikia generuoti daug atsitiktinių dydžių, kad gautume pakankamai tikslius skirstinio vidurkius ir standartinius nuokrypius. Šiuo atveju matome, kad gana tikslus vidurkis gaunamas su 1280 atsitiktinių dydžių, o standartinis nuokrypis su 2560. Random ir atvirkštinės pasiskirstymo funkcijos atsitiktinių dydžių generavimo metodais reikia generuoti apie 2560 dydžių, kad pakankamai tiksliai atvaizduotų nurodytus skirstinio parametrus. Palyginus LHS metodą su random ir atvirkštinės pasiskirstymo funkcijos, kurie yra dažniausiai naudojami imties generavimo metodai matome, kad jam reikia daug mažiau atsitiktinių dydžių, jog pakankamai tiksliai atvaizduotų skirstinį su nurodytais parametrais. Tai ypač aktualu, kai rezultatų skaičiavimai užtrunka labai ilgai.

2.2. GROBUONIES IR AUKOS MATEMATINIO MODELIO TYRIMAS NAUDOJANTIS SIMLAB 2.2 PROGRAMA

Tyriame grobuonies ir aukos modelį:

$$\begin{aligned}\frac{dA(t)}{dt} &= \alpha A(t) - \beta A(t)G(t), \\ \frac{dG(t)}{dt} &= -\sigma G(t) + \delta A(t)G(t),\end{aligned}$$

čia $A(t)$ - aukų skaičius momentu t , $G(t)$ - grobuonių skaičius momentu t , α - aukos populiacijos vidutinis augimo (didėjimo) greitis, β - teigiama konstanta, apibrėžianti aukos ir grobuonies tarpusavio sąveikos įtaką aukos populiacijos augimui, σ - grobuonies populiacijos nykimas, δ - teigiama konstanta, apibrėžianti aukos ir grobuonies tarpusavio sąveikos įtaką grobuonies populiacijos nykimui.

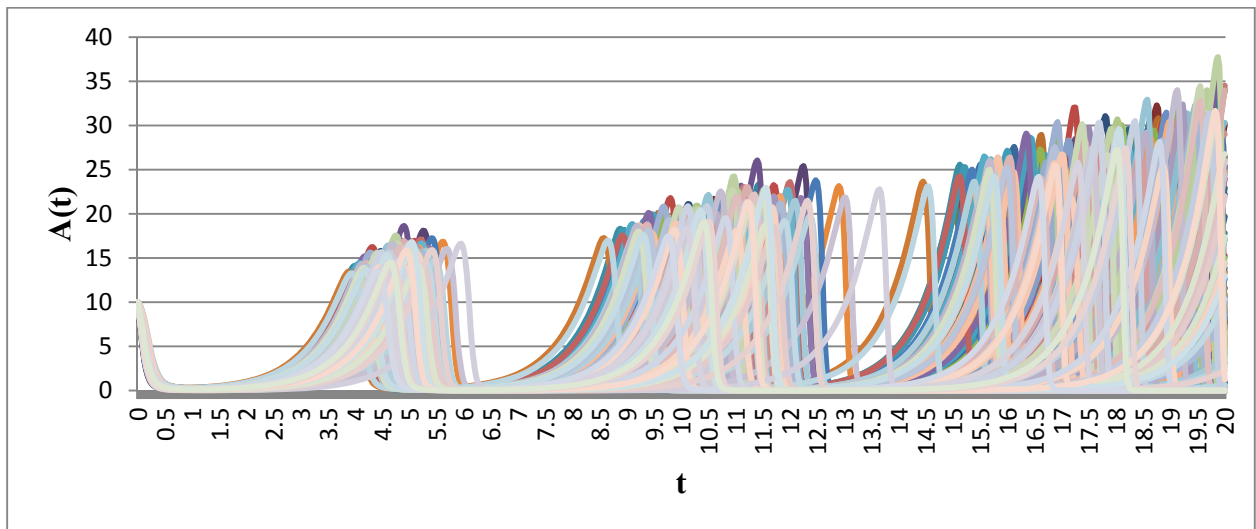
Tyrimą pradėdame nuo šio modelio parametrų $\alpha, \beta, \sigma, \delta$ reikšmių generavimo. Parametrų reikšmių generavimui naudojame LHS metodą bei FAST ir Sobol metodus, kad galėtume juos pritaikyti 1.6 poskyryje paminėtiems jautrumo rodikliams. Visus parametrus generuojame pasiskirsčiusius pagal normalųjį skirstinį tik su skirtingais skirstinio parametrais: $\alpha \sim N(1.5, 0.01)$, $\beta \sim N(1, 0.2)$, $\sigma \sim N(3, 0.2)$, $\delta \sim N(1, 0.01)$. Atlikdami skaičiavimus sugeneruojame 640 atsitiktinių dydžių LHS ir 612 - EFAST metodams (šis metodas leidžia sugeneruoti tik 612 atsitiktinių dydžių, o tai yra pakankamai artimas 640), nes tai pakankami imties dydžiai skaičiavimams bei Sobol metodui – 2560 (žiūrėti 2.1 poskyrį).

Modelio rezultatų skaičiavimui naudojame 4-pakopį Rungės-Kutos metodą (skaičiavimus atlikome excel visual basic pagalba, programos kodas pateiktas 3 priede), kuris aprašytas 1.4 poskyryje. Pradinį aukų skaičių paimame $A(0) = 10$, o pradinį grobuonių skaičių - $G(0) = 5$, žingsnis $h = 0.025$, žingsnių skaičius - 800. Rezultatų jautrumui ir neapibrėžtumui nustatyti naudojame SimLab 2.2 programą (programos naudojimas jautrumo ir neapibrėžtumo analizėms aprašytas 1.7 poskyryje).

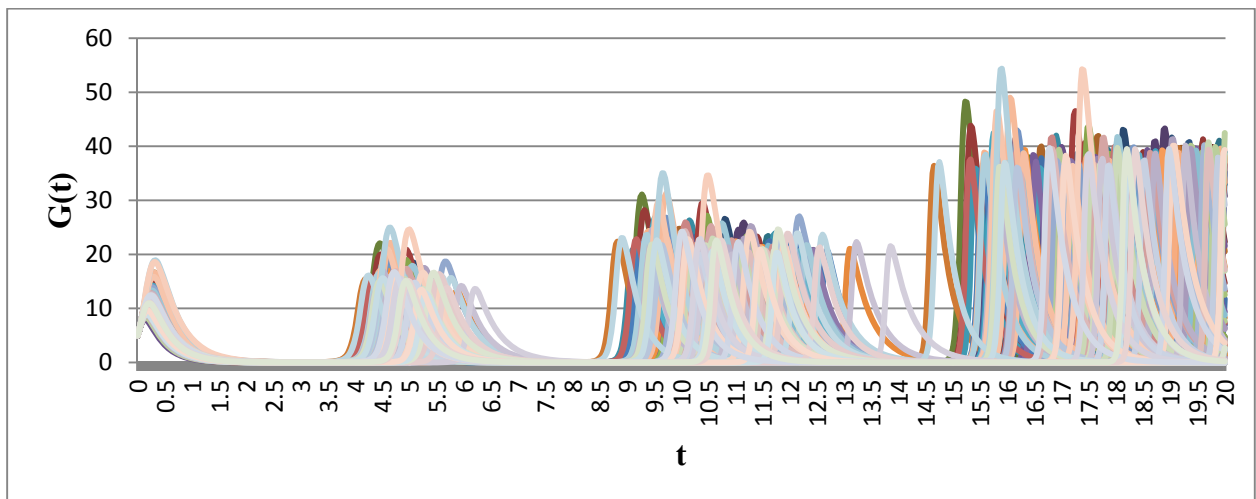
2.2. MODELIO REZULTATO NEAPIBRĖŽTUMO IR JAUTRUMO ANALIZĖ

2.2.1. REZULTATŲ NEAPIBRĖŽTUMO ANALIZĖ NAUDOJANT LHS, EFAST IR SOBOL METODAIS SUGENERUOTUS PARAMETRUS

Palyginsime LHS, EFAST ir Sobol metodais gautų rezultatų neapibrėžtumus. Pirmiausia pateikiame LHS metodu gautus grobuonių ir aukų skaičiaus kitimo laike grafikus:



2.4 pav. Aukų skaičiaus kitimo laike grafikas

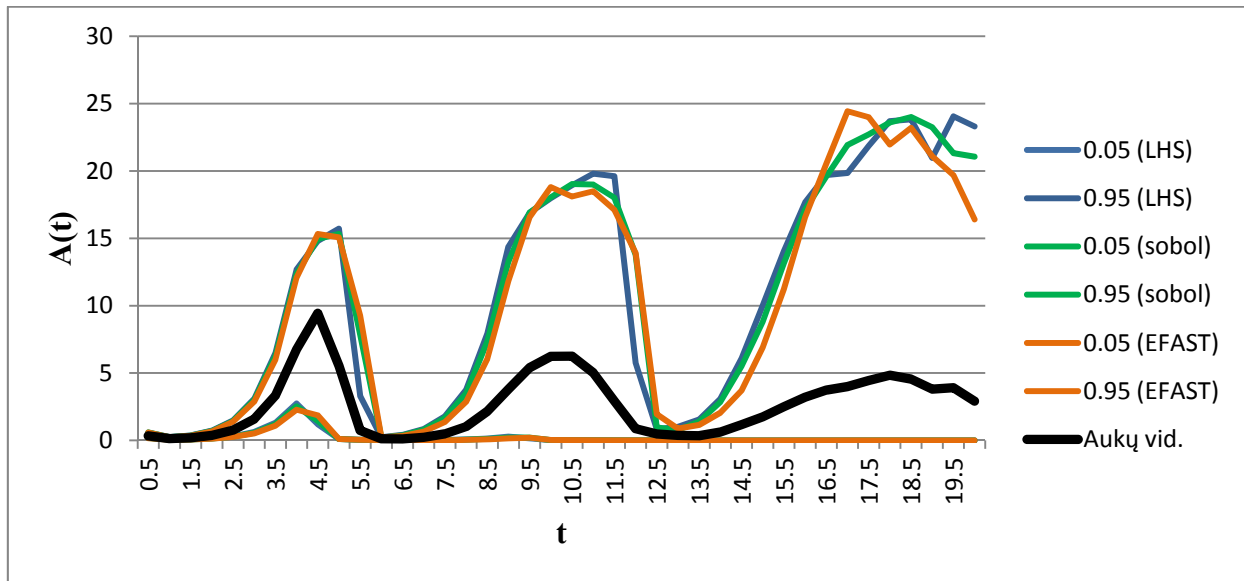


2.5 pav. Grobuonių skaičiaus kitimo laike grafikas

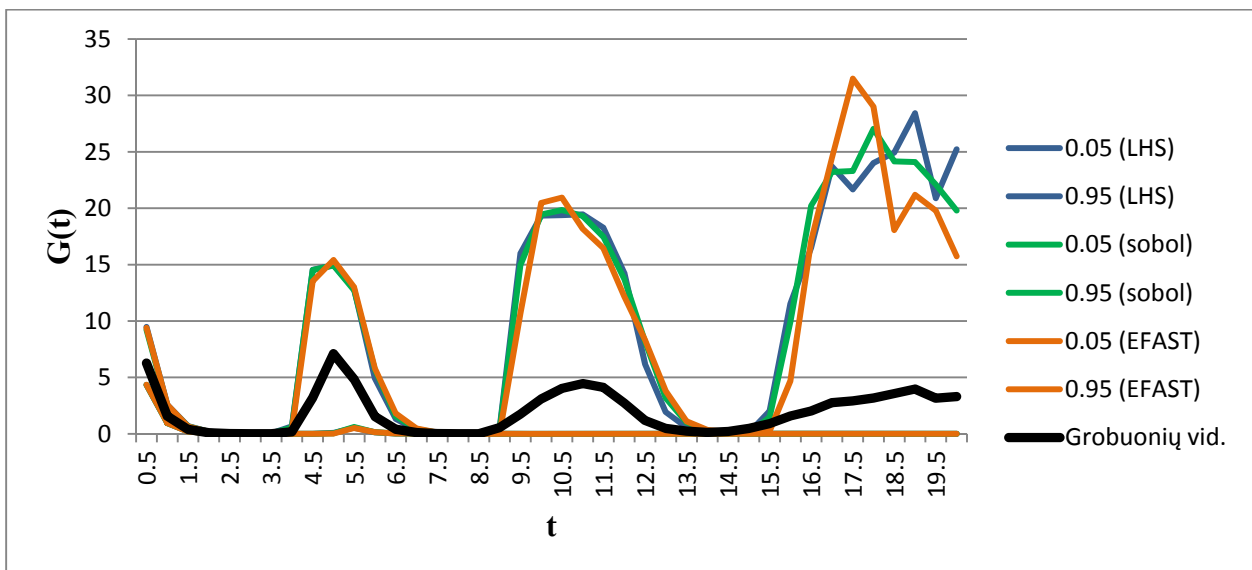
Aukų skaičiaus grafike nagrinėjamame intervale (iki $t = 20$) matomi trys „pikai“, o grobuonių skaičiaus grafike matomi keturi „pikai“, kuriuose cikliška padidėja aukų ir grobuonių skaičius. Taip pat palyginus šiuos grafikus galima pamatyti grobuonies ir aukos modelio veikimo principą: kai aukų skaičius pakankamai didelis pradeda augti grobuonių skaičius, bet taip

naikindami aukas po kiek laiko esant nepakakamam aukų skaičiui grobuonys pradeda patys nykti, o dėl to aukų skaičius vėl pradeda didėti.

EFAST ir Sobol metodais gautus rezultatų grafikus pateiksime 2 priede (1 pav., 2 pav. 3 pav. ir 4 pav.), kadangi šie grafikai labai panašūs į LHS metodu gautus grafikus. Be to, tai atsispindės toliau pateiktuose 2.6 pav. ir 2.7 pav., kuriuose matyti, kad šiais metodais gautų grobuonių ir aukų skaičiaus neapibrėžtumo intervalo kitimas laike yra labai panašus. Neapibrėžtumo intervalui nustatyti naudojame 0.05 ir 0.95 kvantilius, kurie apibrėžia 90 % visų sugeneruotų dydžių.



2.6 pav. Aukų skaičiaus neapibrėžtumo intervalo kitimo grafikas



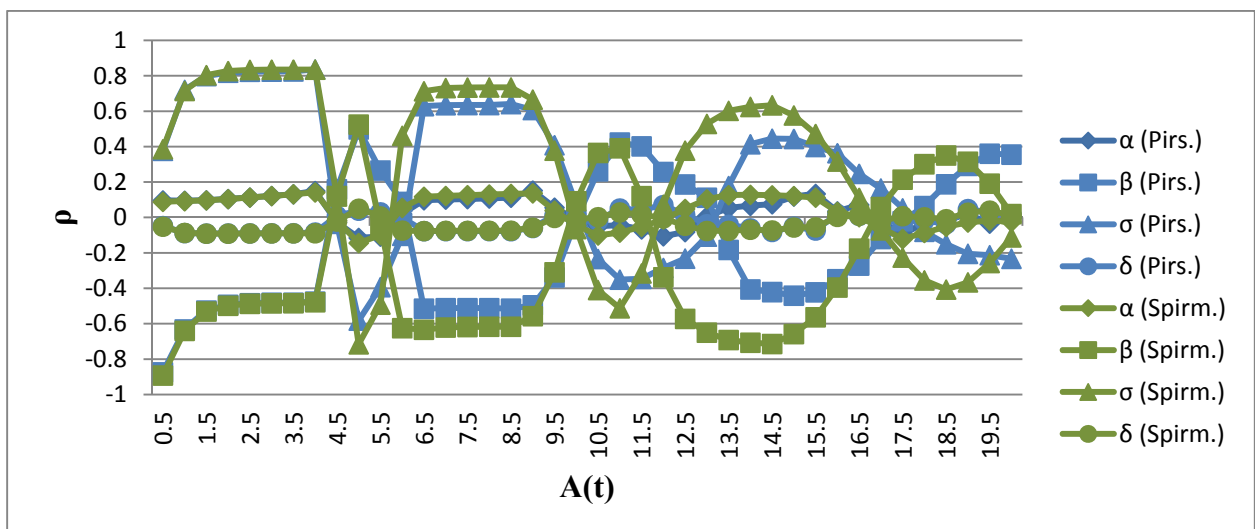
2.7 pav. Grobuonių skaičiaus neapibrėžtumo intervalo kitimo grafikas

Matome, kad tik pačioje laikotarpio pabaigoje stebimi neatitikimai gaunami naudojant skirtingus metodus. Taip atsitiko dėl to, kad paskutiniai „pikai“ yra pasklidę ilgame laikotarpyje. Taip pat iš

šių pav. matome aukų ir grobuonių skaičiaus neapibrėžtumą minėtuose „pikuose“. Aukų skaičius pirmame „pike“ kinta nuo beveik 0 iki 15, antrajame – nuo beveik 0 iki 20, o trečiajame – nuo beveik 0 iki 25. Tuo tarpu grobuonių skaičius pirmajame „pike“ kinta nuo 5 iki 10, antrajame nuo beveik 0 iki 15, trečiajame – nuo beveik 0 iki 20, o ketvirtajame – nuo beveik 0 iki 25 ir daugiau. Juodos linijos grafikuose vaizduoja atitinkamai aukų ir grobuonių skaičiaus vidurkius skirtingiems parametų rinkiniams. Pagal jas matome, kad bėgant laikui vidutinis aukų ir grobuonių skaičius didėjant neapibrėžtumui ne tik, kad ne augo, bet ir mažėja „pikuose“, tai parodo, kodėl paskutiniuose „pikuose“ matomi svyravimai. Priežastis paprasta: mažėja parametų rinkinių su kuriais aukų ir grobuonių skaičiai įgyja maksimalias reikšmes, bet pačios reikšmės didėja, o aukų ir grobuonių vidurkis mažėja.). Taigi, nagrinėjant tokį akivaizdžiai netiesinį modelį, pamatėme stiprius aukų ir grobuonių skaičiaus kitimus, todėl toliau pamėginsime nustatyti, kurie modelio parametrai lemia tokį rezultato neapibrėžtumą ir patyrinėti skirtumus, taikydami įvairius jautrumo rodiklius.

2.2.2. LHS METODU SUGENERUOTŲ PARAMETRŲ NEAPIBRĖŽTUMO REZULTATUI JAUTRUMO ANALIZĖ

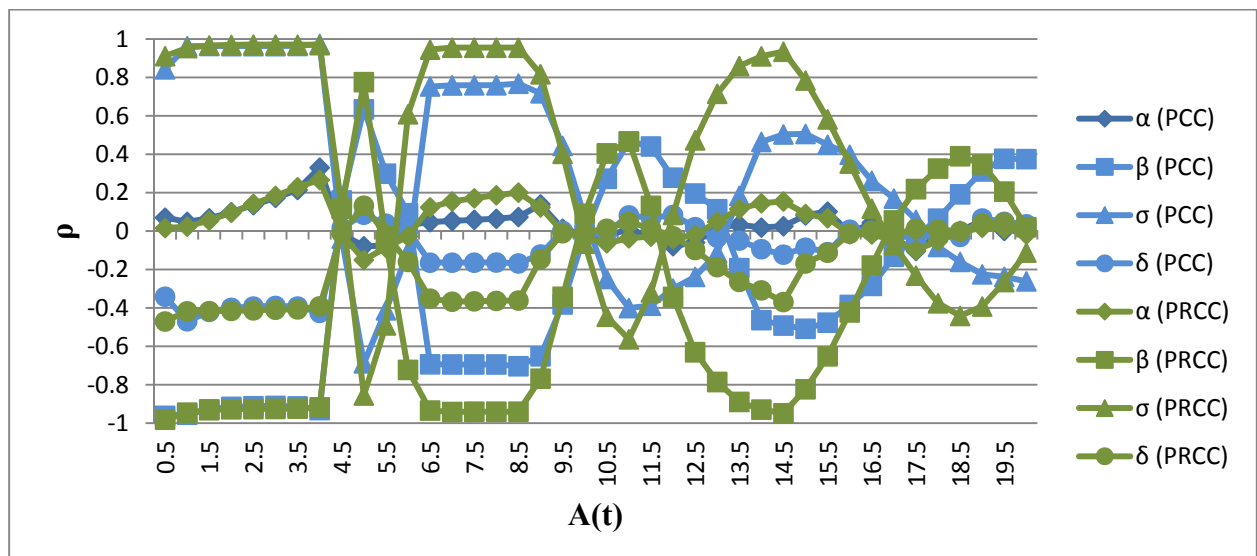
Jautrumo analizei Pirsono koreliacijos, Spirmeno ranginės koreliacijos, PCC ir PRCC metodais atlikti nagrinėjame 40 laiko momentu $t_i = 0.5, 1, 1.5, \dots, 20$, $i = 1, \dots, 40$, tam kad būtų galima palyginti skirtingais metodais gautus rezultatus. LHS metodu sugeneruojame 640 parametų rinkinių. Pirmiausia viename grafike pateikiame tyrimo metu gautas Pirsono koreliacijos ir Spirmeno ranginės koreliacijos reikšmes aukų skaičiaus priklausomybei nuo modelio parametų nustatyti:



2.8 pav. Pirsono koreliacijos ir Spirmeno ranginės koreliacijos koeficientų reikšmių grafikas (priklausomybė tarp aukų skaičiaus ir parametru)

Šiame pav. matome Pirsono koreliacijos (mėlynos spalvos linijos) ir Spirmeno ranginės koreliacijos (žalios spalvos linijos) koeficientus, aukų skaičiaus ir parametro α priklausomybę nurodančios koreliacijos koeficientų reikšmės žymimos rombais, aukų skaičiaus ir parametro β - kvadratais, aukų skaičiaus ir parametro σ - trikampiais, aukų skaičiaus ir parametro δ - apskritimais. Matome, kad priklausomybė tarp aukų skaičiaus ir parametru β , σ didėja laiko tarpuose nuo „piko“ pradžios iki „piko“ vidurio ir nuo „piko“ vidurio iki vietos ties kuria aukų skaičius staigiai pradeda mažėti, o „piko“ viduryje matomi koeficientų reikšmių nedideli „šoktelėjimai“. Pagal Pirsono koreliacijos koeficientą bėgant laikui matomas priklausomybės mažėjimas tarp aukų skaičiaus ir parametru β , σ , kai tuo tarpu Spirmeno ranginės koreliacijos koeficientų reikšmės rodo, kad monotoniškas ryšys tarp aukų skaičiaus ir parametro β stiprėja nurodytuose perioduose (iki trečiojo „piko“ vidurio, kur pagal 2.6 pav. matyti, kad neapibrėžtumas pradeda gana stipriai svyruoti: tai didėja, tai mažėja). Taigi matome, kad ranginis koeficientas parodo stipresnę priklausomybę. Taip pat galime pastebėti, kad tarp aukų skaičiaus ir parametru α ir δ yra tik labai silpni tiesiniai ir monotoniški ryšiai (šiais koreliacijos koeficientais gautas reikšmes galime pamatyti 2 priede 2 lentelėje).

Toliau viename grafike pateikiame tyrimo metu gautas PCC ir PRCC koreliacijos reikšmes aukų skaičiaus priklausomybei nuo modelio parametru nustatyti:

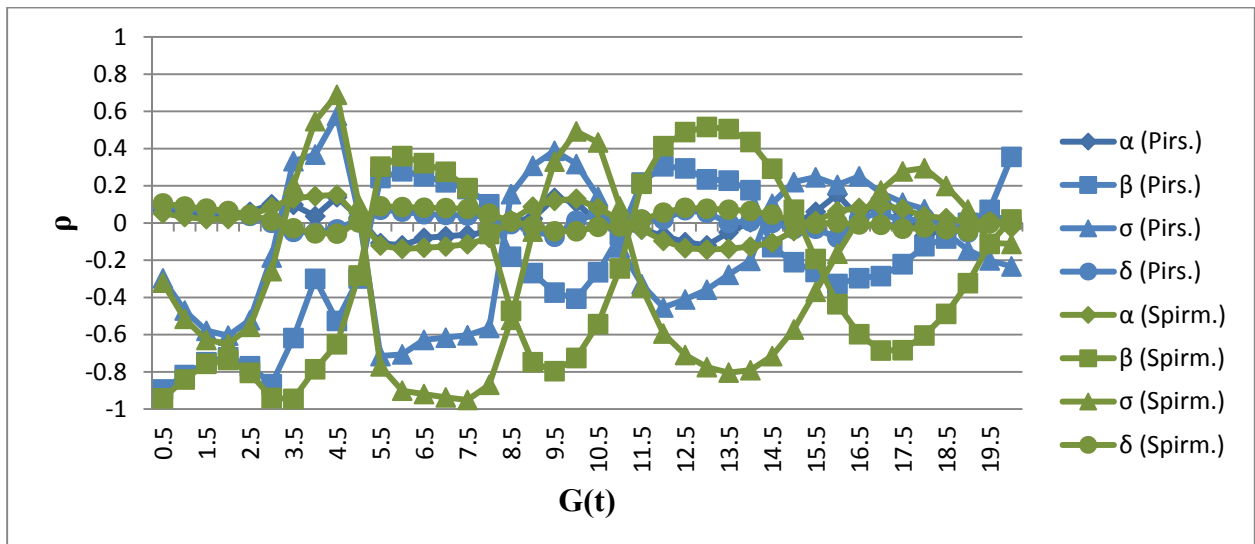


2.9 pav. PCC ir PRCC reikšmių grafikas (priklausomybė tarp aukų skaičiaus ir parametru)

Šiame pav. naudojami tokie pat žymėjimai kaip ir 2.8 pav. Matome, kad šie koreliacijos koeficientai duoda panašų rezultatų kitimą kaip ir Pirsono koreliacijos bei Spirmeno ranginės koreliacijos koeficientai, tačiau čia koeficientų reikšmės gana stipriai išauga ypač prie 2.8 pav.

minėtuose perioduose, kur PRCC gaunamos reikšmės artimos tiek 1, tiek -1 , o tai rodo, kad šiuose perioduose yra stipri priklausomybė tarp aukų skaičiaus ir parametrų β, σ pašalinus kitų parametrų įtaką (šiais koreliacijos koeficientais gautas reikšmes galime pamatyti 2 priede 2 lentelėje).

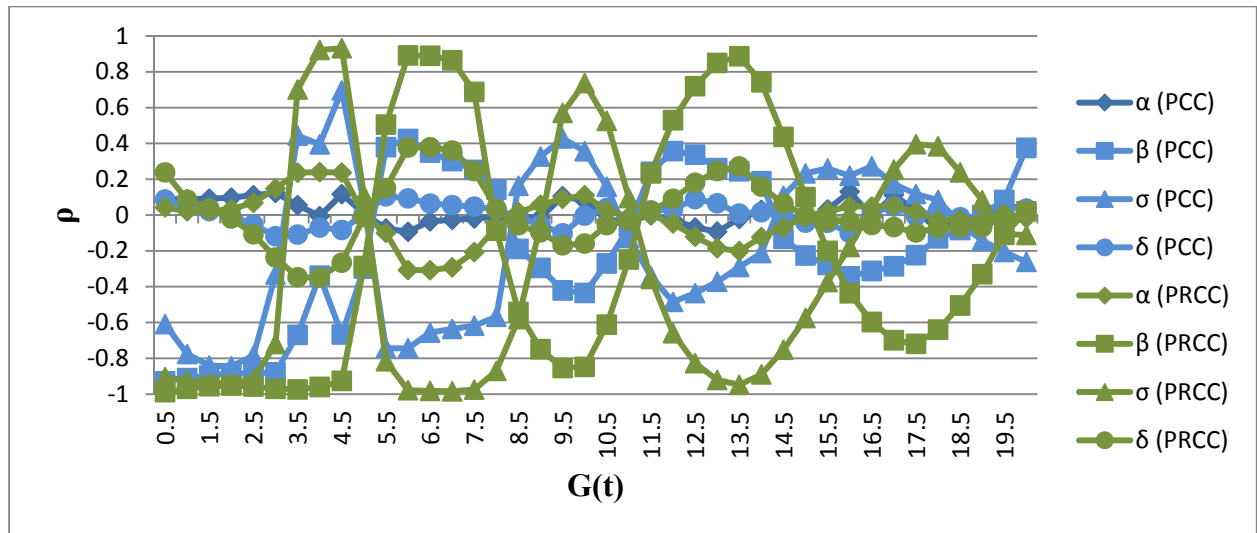
2.10 pav. pateikiame tyrimo metu gautas Pirsono koreliacijos ir Spirmeno ranginės koreliacijos reikšmes grobuonių skaičiaus priklausomybei nuo modelio parametrų nustatyti:



2.10 pav. Pirsono koreliacijos ir Spirmeno ranginės koreliacijos koeficientų reikšmių grafikas (priklausomybė tarp grobuonių skaičiaus ir parametrų)

Šiame pav. matome Pirsono koreliacijos (mėlynos spalvos linijos) ir Spirmeno ranginės koreliacijos (žalios spalvos linijos) koeficientus, grobuonių skaičiaus ir parametro α priklausomybę nurodančios koreliacijos koeficientų reikšmės žymimos rombais, grobuonių skaičiaus ir parametro β - kvadratais, grobuonių skaičiaus ir parametro σ - trikampiais, grobuonių skaičiaus ir parametro δ - apskritimais. Matome, kad priklausomybė tarp grobuonių skaičiaus ir parametrų β, σ didėja laiko tarpuose nuo „piko“ pradžios iki „piko“ vidurio ir nuo „piko“ vidurio iki jo pabaigos, o „piko“ viduryje matomi koeficientų reikšmių nedideli „šoktelėjimai“. Šiuo atveju tiek pagal Pirsono koreliacijos koeficientą, tiek pagal Spirmeno ranginės koreliacijos koeficientą bėgant laikui matomas priklausomybės mažėjimas tarp grobuonių skaičiaus ir parametrų β, σ nurodytuose perioduose. Taip pat galime pamatyti, kad ranginis koeficientas parodo žymiai stipresnius ryšius su parametrais nuo kurių priklauso grobuonių skaičiaus neapibrėžtumas. Taip pat galime pastebėti, kad tarp grobuonių skaičiaus ir parametrų α ir δ yra tik labai silpni tiesiniai ir monotoniški ryšiai (šiais koreliacijos koeficientais gautas reikšmes galime pamatyti 2 priede 3 lentelėje).

Toliau viename grafike pateikiame tyrimo metu gautas PCC ir PRCC koreliacijos reikšmes grobuonių skaičiaus priklausomybei nuo modelio parametrų nustatyti:

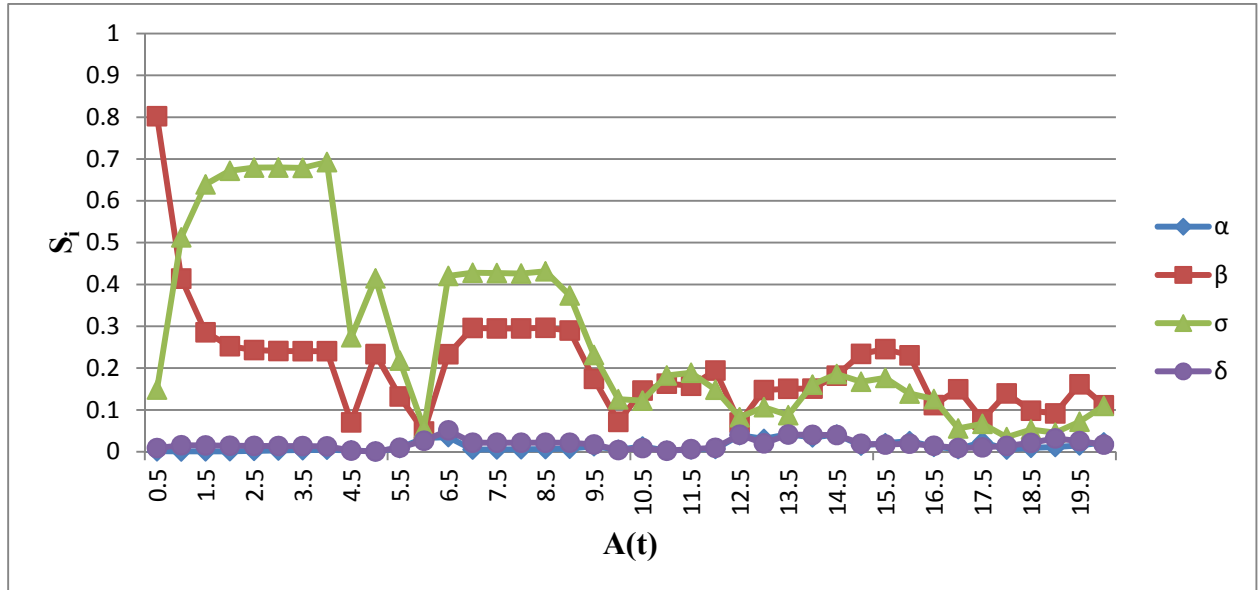


2.11 pav. PCC ir PRCC reikšmių grafikas (priklausomybė tarp grobuonių skaičiaus ir parametrų)

Šiame pav. naudojami tokie pat žymėjimai kaip ir 2.10 pav. Matome, kad šie koreliacijos koeficientai duoda panašų rezultatų kitimą kaip ir Pirsono koreliacijos bei Spirmeno ranginės koreliacijos koeficientai, tačiau čia koeficientų reikšmės išauga ypač prie 2.10 pav. minėtuose perioduose, kur PRCC gaunamos reikšmės rodančios, kad šiuose perioduose yra stiprūs ir vidutinio stiprumo monotoniški ryšiai tarp aukų skaičiaus ir parametrų β, σ pašalinus kitų parametrų įtaką (šiais koreliacijos koeficientais gautas reikšmes galime pamatyti 2 priede 3 lentelėje).

2.2.3. PARAMETRŲ JAUTRUMO REZULTATO NEAPIBRĖŽTUMUI ANALIZĖ NAUDOJANT FAST METODĄ

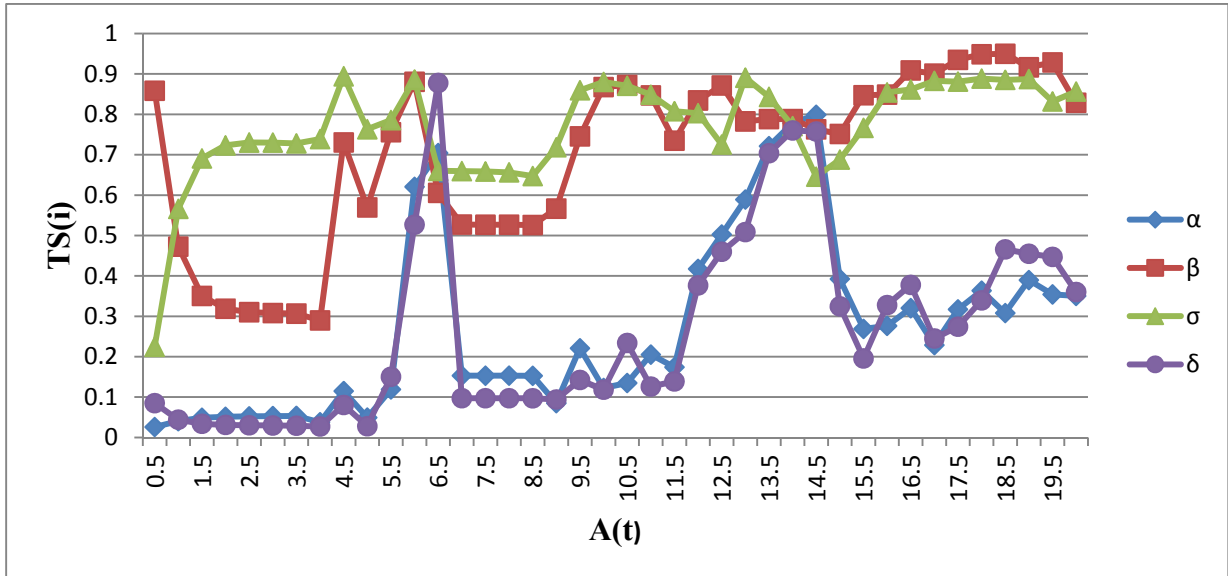
Jautrumo analizei EFAST metodu atlikti nagrinėjame 40 laiko momentu $t_i = 0.5, 1, 1.5, \dots, 20$, $i = 1, \dots, 40$, tam kad būtų galima palyginti skirtingais metodais gautus rezultatus. Naudodami EFAST metodą generuojame 612 parametrų rinkinių, kadangi jo generacijų skaičiui yra tam tikri apribojimai. Pirmiausia 2.12 pav. pateikiame EFAST metodu gautų aukų skaičiaus priklausomybės nuo parametrų pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmes:



2.12 pav. Pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmių grafikas (priklausomybė tarp aukų skaičiaus ir parametru)

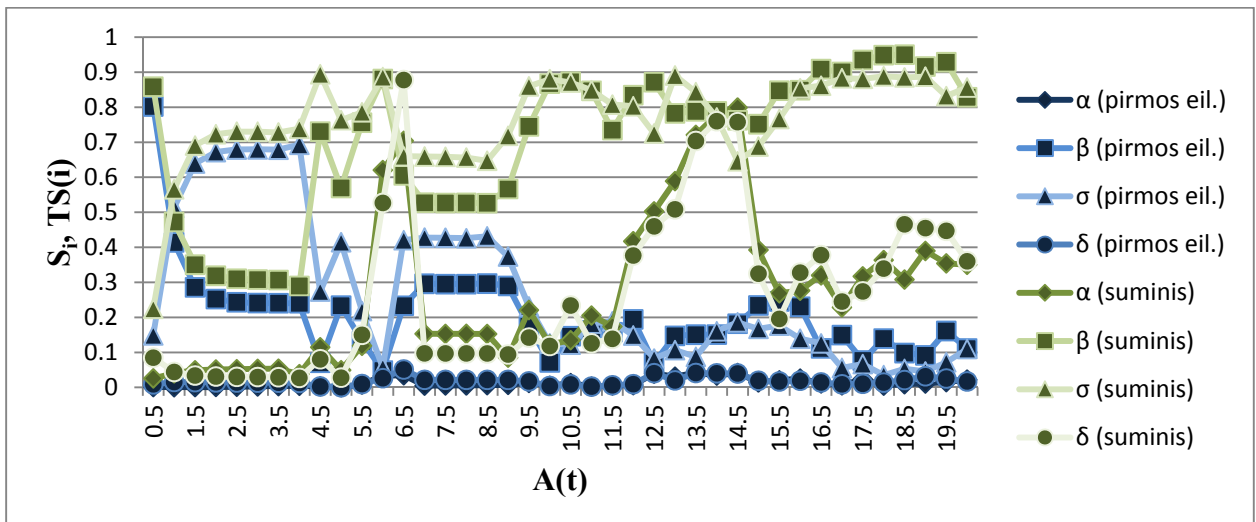
Iš šio grafiko matome, kad aukų skaičius visais 40 laiko momentų stipriausiai priklauso nuo parametru β ir σ . Ši priklausomybė bėgant laikui svyruoja tarp maždaug 0.05 iki 0.8 su parametru β bei tarp maždaug 0.05 iki 0.7 su parametru σ . Bet matome, kad didžiausios reikšmės pasiektos β laiko momentu $t_1 = 0.5$ bei σ – laiko momentu $t_9 = 4.5$, t.y. modelio paleidimo pradžioje. Laikui bėgant jautrumo rodiklių reikšmės, tai mažėja, tai didėja, bet jau nebesiekia tokių didelių reikšmių kaip modelio paleidimo pradžioje. Šį pav. palyginus su 2.6 pav. galime pastebėti, kad nuo laiko momento $t_8 = 4$ pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmių mažėjimai priklausomi nuo aukų skaičiaus mažėjimo bei priešingai, t.y. kai aukų skaičius pradeda mažėti „pikuose“ matome, kad ir jautrumo rodiklių reikšmės pradeda mažėti su retais nukrypimais bei priešingai. Esant plačiam trečio „piko“ išsibarstymui matome, kad šių parametru įtaką aukų skaičiaus neapibrėžtumui stipriai sumažėja. Taip pat pastebime, kad aukų skaičius nepriklausomas nuo parametru α ir δ .

Toliau pateikiame EFAST metodo suminių jautrumo rodiklių reikšmes:



2.13 pav. Suminių jautrumo rodiklių reikšmių grafikas (priklausomybė tarp aukų skaičiaus ir parametru)

Iš šio pav. matome, kad laikui bėgant visų parametru suminės jautrumo rodiklių reikšmės didėja bei mažėja periodais. Galime pastebėti, kad pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmei sumažėjus suminių jautrumo rodiklių reikšmės padidėja bei priešingai. Taip pat matome, kad α ir δ parametru suminių jautrumo rodiklių reikšmių padidėjimas sutampa su „pikų“ pirmąja dalimi („piko“ kilimu). Skirtumas tarp $TS(i)$ ir S_i nurodo i -ojo parametro sąveikos su likusiais parametrais įtaką rezultato dispersijai, todėl vaizduojame suminius ir pirmos eilės jautrumo rodiklius viename grafike:

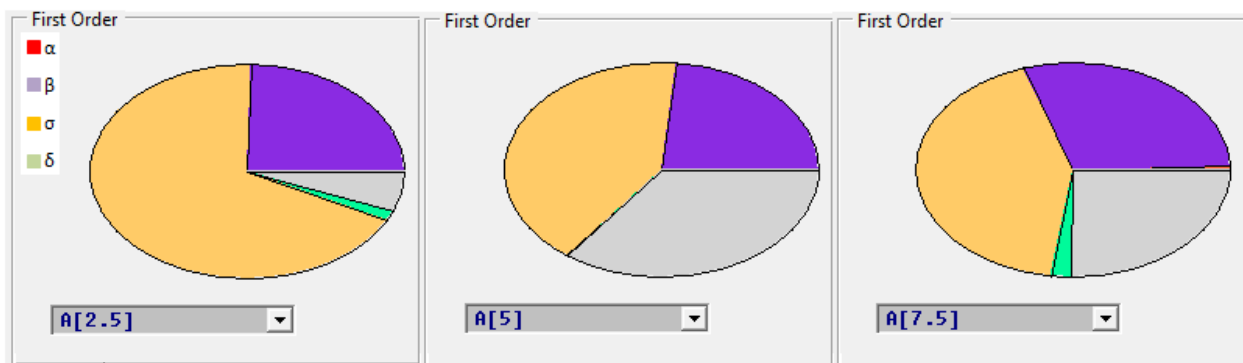


2.14 pav. Pirmos eilės ir suminių jautrumo rodiklių grafikas (priklausomybė tarp aukų skaičiaus ir parametru)

Šiame grafike žaliomis linijomis žymimi suminės parametru $\alpha, \beta, \sigma, \delta$ jautrumo rodiklių reikšmės, o mėlynomis linijomis šių parametru pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmės. Tarp

aukų skaičiaus ir parametro α gautos jautrumo rodiklių reikšmės žymimos rombais, tiek suminiuose, tiek pirmos eilės rodikliuose, β – kvadratais, σ – trikampiais, o δ – apskritimais. Taigi iš šio pav. matome, kad skirtumai tarp visų parametų suminių ir pirmos eilės rodiklių iki laiko momento t_8 yra labai maži, todėl šių parametų tarpusavio priklausomybė su likusiais parametrais labai silpnai veikia rezultato dispersiją, tačiau nuo momento t_9 parametų β ir σ suminių ir pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmių skirtumai stipriai išauga ir vis labiau didėja kartais sumažėdami, kai aukų skaičiaus neapibrėžtumas stipriai sumažėja ir vėl didėdami, kai neapibrėžtumas stipriai išauga. Stiprią priklausomybę tarp aukų skaičiaus ir parametų α , δ tarpusavio sąveikos su likusiais parametrais matome „pikų“ susidarymo pradžioje. Šiuo metodu gautas jautrumo rodiklių reikšmes galime pamatyti 2 priede 4 lentelėje.

Norėdami parodyti vieną iš Simlab 2.2 programinės įrangos privalumų, pateikiame šia programa suformuotas skritulines diagramas pirmos eilės jautrumo rodikliams pavaizduoti:

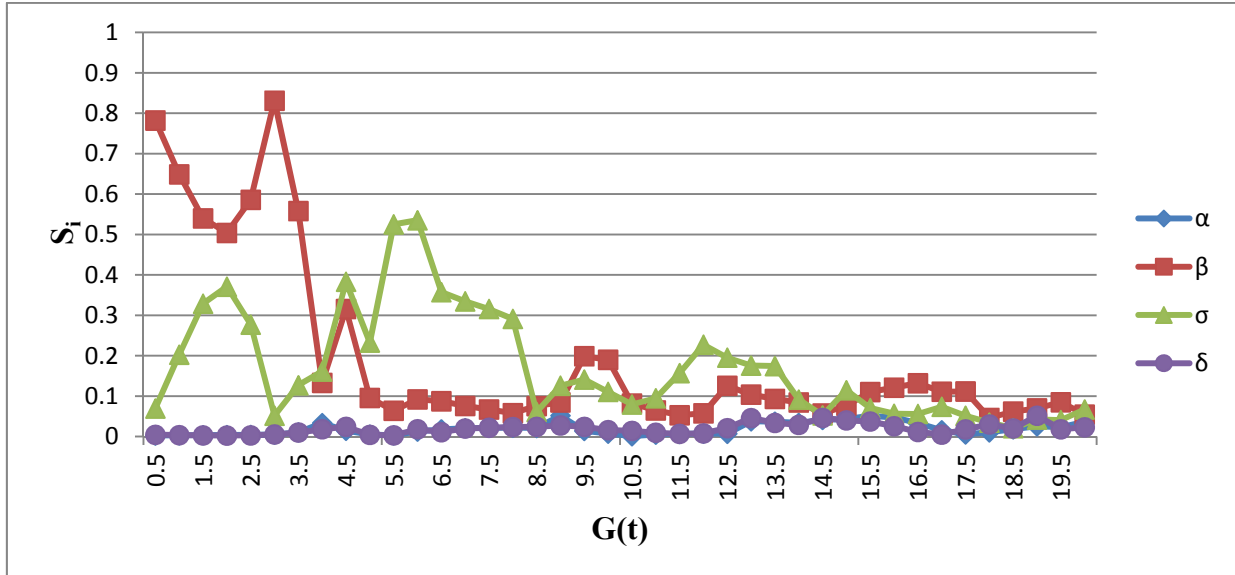


2.15 pav. Pirmos eilės jautrumo rodiklių skritulinės diagramos (priklausomybė tarp aukų skaičiaus ir parametų)

Kadangi EFAST metodas skritulines diagramas braižo tik vienam laiko momentui, tai pasirenkame 3 momentus aplink pirmąjį aukų skaičiaus augimo „piką“: $t_5 = 2.5$, $t_{10} = 5$ ir $t_{15} = 7.5$ (šiuos laiko momentus ir toliau naudojame tyrime grobuonių skaičiaus kitimui vaizduoti skritulinėmis diagramomis bei taikant Sobol metodą). Šiame pav. smėlio spalvos skiltis parodo santykinę rezultato dispersijos dalį dėl parametro σ , violetinės spalvos skiltis – β , žalios spalvos skiltis – δ , raudonos spalvos skiltis – α , pilkos spalvos skiltis diagramose parodo likusią santykinę rezultato dispersijos dalį dėl visų parametų tarpusavio sąveikos. Matome, jog aukų skaičiaus neapibrėžtumą stipriausiai lemia priklausomybė nuo parametų β ir σ . Laiko momentu t_5 didžiausią dalį skritulinės diagramos užima σ , tai parodo, kad aukų skaičiaus šiuo laiko momentu yra stipriausiai jo įtakojamas, bet ši priklausomybė sumažėja momentu t_{10} . Šiuo momentu padidėja pilkos spalvos skiltis, kuri parodo, jog pirmojo „piko“ viduryje sustiprėja aukų skaičiaus priklausomybė nuo visų parametų tarpusavio sąveikos. Momentu t_{15} (prasidedant antrojo „piko“ kilimui) vėl išaugus priklausomybei nuo parametro σ ,

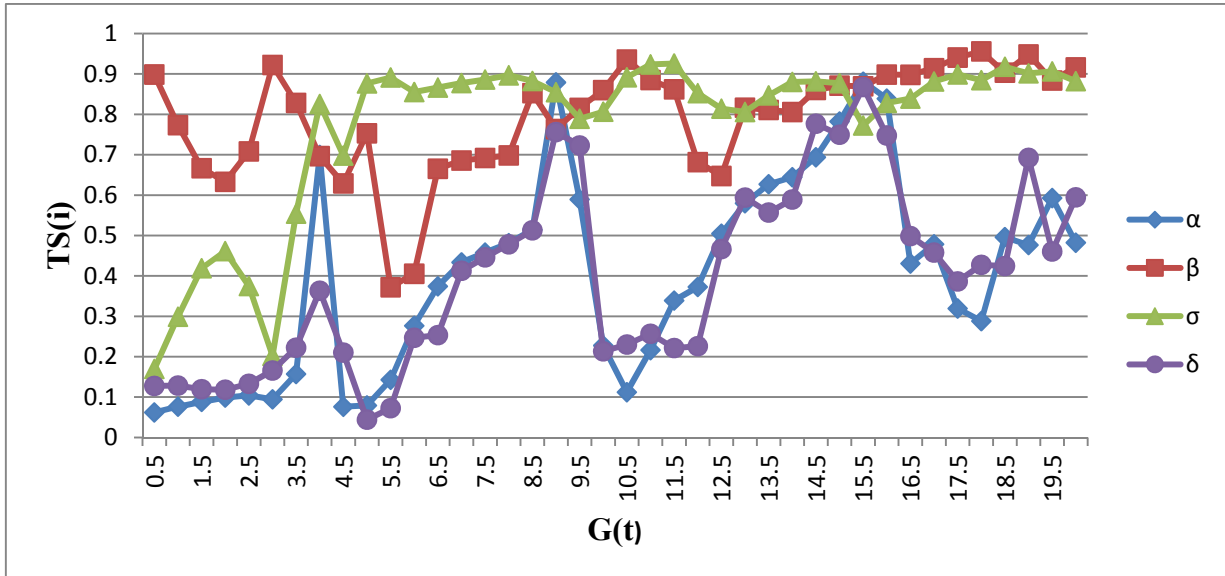
priklausomybė nuo visų parametru tarpusavio sąveikos sumažėja. Per šį laikotarpį aukų skaičiaus priklausomybė nuo parametro β šiek tiek išauga.

Pateikiame EFAST metodu gautų grobuonių skaičiaus priklausomybės nuo parametru pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmes:



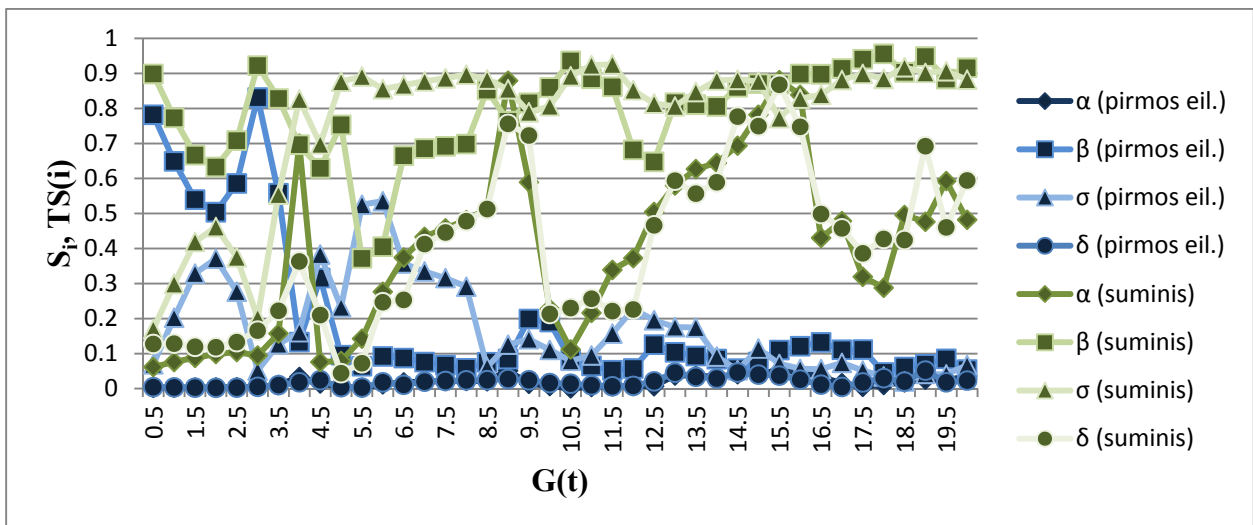
2.16 pav. Pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmių grafikas (priklausomybė tarp grobuonių skaičiaus ir parametru)

Iš šio grafiko matome, kad grobuonių skaičius stipriausiai priklauso nuo parametru β ir σ . Tačiau šiuo atveju matoma grobuonių skaičiaus gana stipri priklausomybė su parametru β iki laiko momento t_7 , vėliau išlieka silpna priklausomybė ir padidėja tik antro bei trečio „piko“ pradžioje (lyginame su 2.7 pav.). Ketvirtas „pikas“ yra stipriai pasklidęs ir matome, kad šiuo laiko tarpu priklausomybės tarp grobuonių skaičiaus ir parametru yra labai silpnos. Tuo tarpu priklausomybė tarp grobuonių skaičiaus ir parametro σ iš pradžių didėja ir nuo laiko momento $t_4 = 2$ pradeda mažėti iki momento $t_6 = 3$. Antro ir trečio „piko“ metu matomas šios priklausomybės didėjimas ir mažėjimas atitinka grobuonių skaičiaus neapibrėžtumo intervalo didėjimą ir mažėjimą (atitinkamai). Šiuo atveju taip pat matome, kad grobuonių skaičiaus kitimas nepriklauso nuo parametru α ir δ .



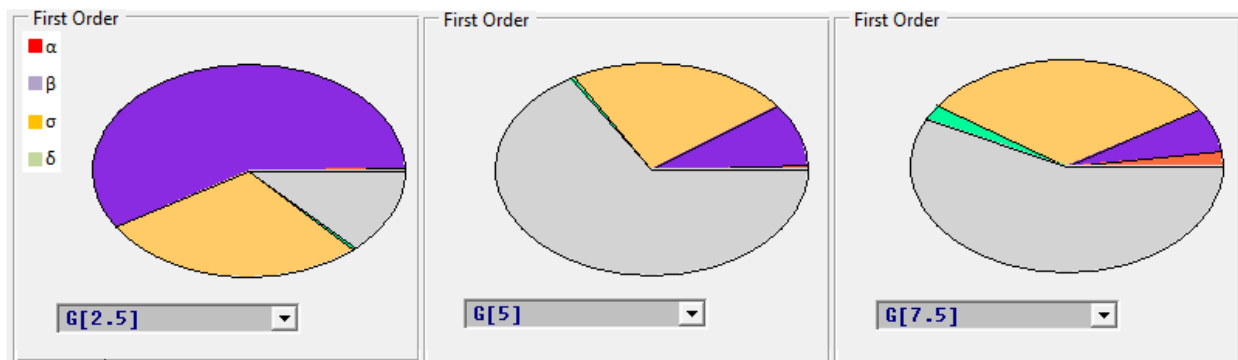
2.17 pav. Suminių jautrumo rodiklių reikšmių grafikas (priklausomybė tarp grobuonių skaičiaus ir parametų)

Šiame pav. matome, kad laikui bėgant visų parametų suminės jautrumo rodiklių reikšmės didėja bei mažėja periodais. Galime pastebėti, kad pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmei sumažėjus suminės jautrumo rodiklių reikšmės padidėja ir priešingai. Taip pat matome, kad α ir δ parametų suminių jautrumo rodiklių reikšmių padidėjimas sutampa su antro ir trečio „pikų“ pirmąja dalimi („piko“ kilimu) bei taip pat trečiojo „piko“ viduryje ties kuriuo matomi keliais parametų rinkiniais gautos „piko“ viršūnės. Taip pat galime pastebėti kylantį trendą. Skirtumas tarp $TS(i)$ ir S_i nurodo i -ojo parametro sąveikos su likusiais parametrais įtaką rezultato dispersijai, todėl pavaizduosime suminius ir pirmos eilės jautrumo rodiklius viename grafike:



2.18 pav. Pirmos eilės ir suminių jautrumo rodiklių reikšmių grafikas (priklausomybė tarp grobuonių skaičiaus ir parametų)

Šiame grafike taip pat žaliomis linijomis žymimi suminės parametru $\alpha, \beta, \sigma, \delta$ jautrumo rodiklių reikšmės, o mėlynomis linijomis šių parametru pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmės. Tarp grobuonių skaičiaus ir parametro α gautos jautrumo rodiklių reikšmės žymimos rombais, tiek suminiuose, tiek pirmos eilės rodikliuose, β – kvadratais, σ – trikampaiais, o δ – apskritimais. Iš šio pav. matome, kad skirtumai tarp visų parametru suminių ir pirmos eilės jautrumo rodiklių iki laiko momento t_7 yra labai maži, todėl šių parametru tarpusavio priklausomybė su likusiais parametrais labai silpnai veikia rezultato dispersiją, tačiau nuo momento t_8 parametru β ir σ suminių ir pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmių skirtumai stipriai išauga ir vis labiau didėja kartais sumažėdami, kai grobuonių skaičiaus neapibrėžtumas stipriai sumažėja ir vėl didėdami, kai neapibrėžtumas stipriai išauga. Stiprią priklausomybę tarp grobuonių skaičiaus ir parametru α, δ tarpusavio sąveikos su likusiais parametrais matome „pikų“ susidarymo pradžioje bei paskutiniojo „piko“ viduryje. Šiuo metodu gautas jautrumo rodiklių reikšmes galime pamatyti 2 priede 5 lentelėje.



2.19 pav. Pirmos eilės jautrumo rodiklių skritulinės diagramos (priklausomybė tarp grobuonių skaičiaus ir parametru)

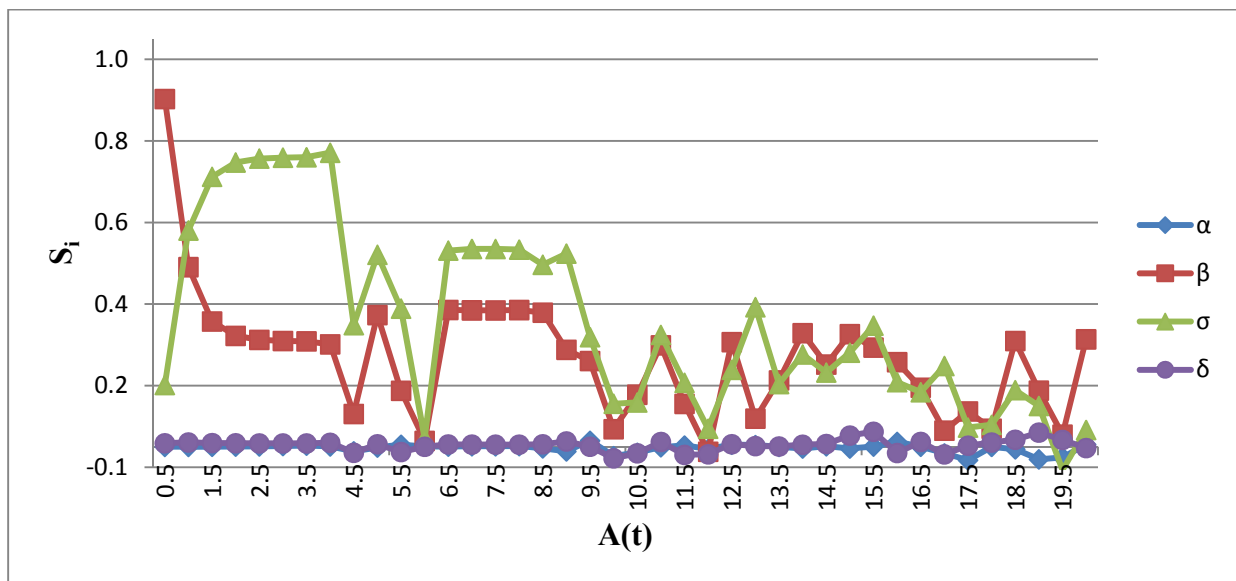
Šiame pav. pateiktų skritulinių diagramų skilčių reikšmės atitinka apibūdintas po 2.15 pav. reikšmes. Matome, kad momentu t_5 grobuonių skaičiaus neapibrėžtumo priklausomybė nuo parametro β yra labai stipri, užima daugiau nei 50 % diagramos. Bet „piko“ viduryje (t_{10}) ir pabaigoje (t_{15}) ši priklausomybė stipriai sumažėja. Tai pat pastebime, kad ir priklausomybės nuo σ parametro skiltis užima apie ketvirtį diagramos momentu t_5 , taigi nuo šio parametro irgi priklauso grobuonių skaičiaus neapibrėžtumas šiuo laiko momentu. Matome, kad „piko“ viduryje ši priklausomybė sumažėja, bet jo pabaigoje matomas priklausomybės sustiprėjimas. Nuo momento t_{10} grobuonių skaičiaus neapibrėžtumas stipriai priklausomas visų parametru tarpusavio sąveikos.

Atlikus rezultato neapibrėžtumo jautrumo analizę EFAST metodu pastebime, kad iki laiko momentu t_8 aukų skaičius stipriausiai priklausomas nuo parametru β ir σ . Vėlesniais laiko

momentais pastebimas šių parametų tarpusavio sąveikos su likusiais parametrais stiprus poveikis rezultato dispersijai bei bei „pikų“ pradžiose parametų α ir δ tarpusavio sąveikos su likusiais parametrais stiprus poveikis rezultato dispersijai. Grobuonių skaičius stipriai priklausomas nuo parametro β iki laiko momento t_7 ir nuo parametro σ pirmojo ir antrojo „piko“ metu. Toliau bėgant laikui grobuonių skaičius vis stipriau priklauso nuo parametų β ir σ tarpusavio sąveikos su likusiais parametrais bei α , δ tarpusavio sąveikos su likusiais parametrais „pikų“ susidarymo pradžiose bei paskutiniojo „piko“ viduryje.

2.2.3. PARAMETRŲ JAUTRUMO REZULTATO NEAPIBRĖŽTUMUI ANALIZĖ NAUDOJANT SOBOL METODĄ

Jautrumo analizei Sobol metodu atlikti taip pat nagrinėjame 40 laiko momentu $t_i = 0.5, 1, 1.5, \dots, 20$, $i = 1, \dots, 40$. Naudodami Sobol metodą generuojame 2560 parametų rinkinių, kadangi jo generacijų skaičiui yra tam tikri apribojimai paminėti 2.1 poskyryje. Pirmiausia 2.20 pav. pateikiame Sobol metodu gautų aukų skaičiaus priklausomybės nuo parametų pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmių:

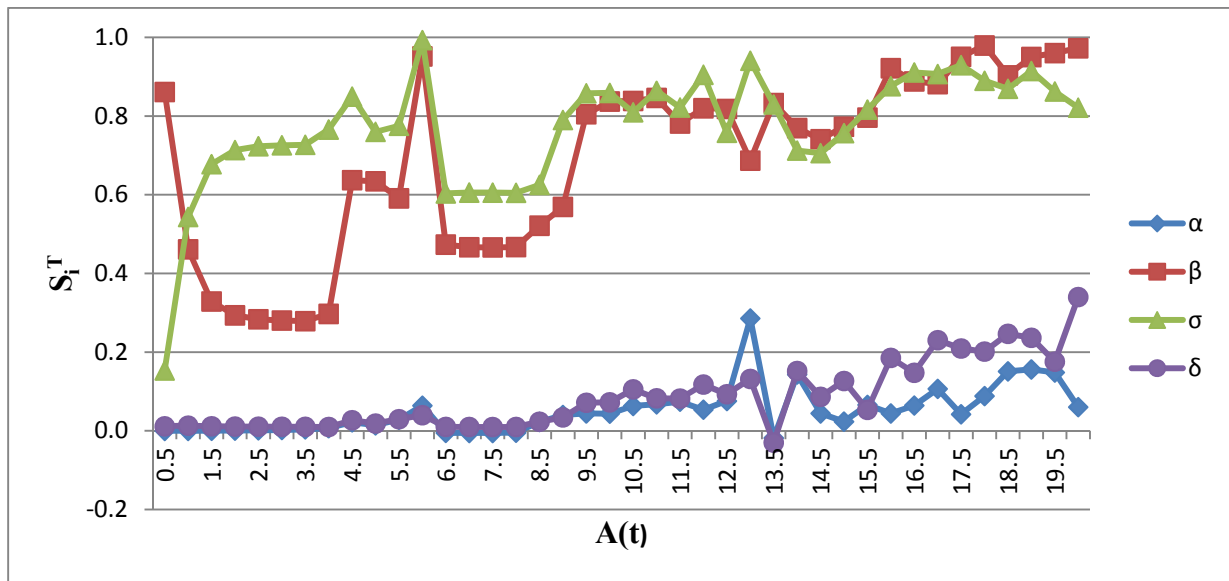


2.20 pav. Pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmių grafikas (priklausomybė tarp aukų skaičiaus ir parametų)

Iš šio grafiko matome, kad aukų skaičius beveik visais 40 laiko momentų stipriausiai priklauso nuo parametų β ir σ . Ši priklausomybė bėgant laikui svyruoja tarp maždaug 0.05 iki 0.9 su parametru β bei tarp maždaug 0.05 iki 0.8 su parametru σ . Tačiau matome, kad didžiausios reikšmės pasiektos β laiko momentu $t_1 = 0.5$ bei σ – laiko momentu $t_8 = 4$, t.y. modelio paleidimo pradžioje. Laikui bėgant jautrumo rodiklių reikšmės, tai mažėja, tai didėja, bet jau

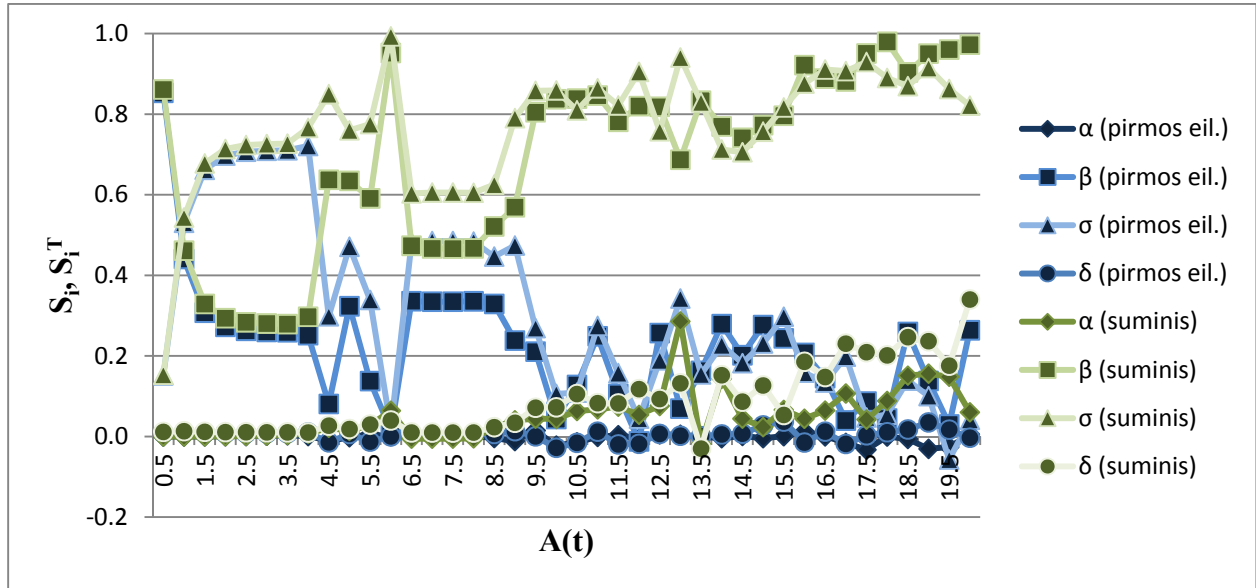
nebepasiekia tokių didelių reikšmių kaip modelio pradžioje. Šį pav. palyginus su 2.6 pav. galime pastebėti, kad nuo laiko momento $t_8 = 4$ pirmos eilės jautrumo rodiklio reikšmės mažėjimai priklausomi nuo aukų skaičiaus mažėjimo bei priešingai, t.y. kai aukų skaičius pradeda mažėti „pikuose“ matome, kad ir jautrumo rodiklių reikšmės pradeda mažėti su retais nukrypimais bei priešingai. Esant plačiam trečio „piko“ išsibarstymui matome, kad šių parametų įtaką aukų skaičiaus neapibrėžtumui mažėja. Taip pat pastebime, kad aukų skaičius nepriklausomas nuo parametų α ir δ .

Toliau pateikiame Sobol metodo suminių jautrumo rodiklių reikšmes:



2.21 pav. Suminių jautrumo rodiklių reikšmių grafikas (priklausomybė tarp aukų skaičiaus ir parametų)

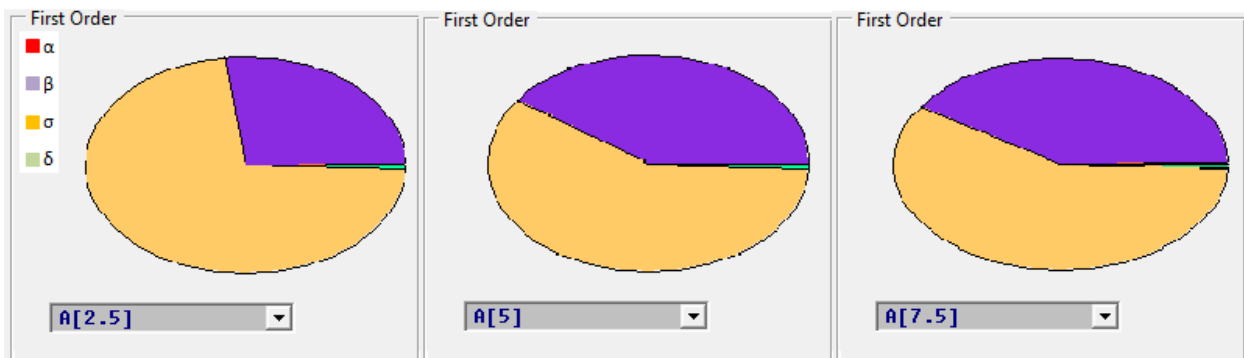
Šiame pav. matome, kad laikui bėgant visų parametų suminės jautrumo rodiklių reikšmės didėja bei mažėja periodais. Galime pastebėti, kad pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmei sumažėjus suminio jautrumo rodiklių reikšmės padidėja bei priešingai. Taip pat matome, kad α ir δ parametų suminių jautrumo rodiklių reikšmių padidėjimas sutampa su trečiuoju „piku“, jo išsisklaidymu. Skirtumas tarp S_i^T ir S_i nurodo i -ojo parametro sąveikos su likusiais parametrais įtaką rezultato dispersijai, todėl pamėginsime pavaizduoti suminius ir pirmos eilės jautrumo rodiklius viename grafike:



2.22 pav. Pirmos eilės ir suminių jautrumo rodiklių reikšmių grafikas (priklausomybė tarp aukų skaičiaus ir parametų)

Šiame pav. naudojamų ženklų ir linijų spalvų reikšmės atitinka nurodytus po 2.14 pav. Matome, kad skirtumai tarp visų parametų suminių ir pirmos eilės rodiklių iki laiko momento t_8 yra labai maži, todėl šių parametų tarpusavio priklausomybė su likusiais parametrais labai silpnai veikia rezultato dispersiją, tačiau nuo momento t_9 parametų β ir σ suminių ir pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmių skirtumai stipriai išauga ir vis labiau didėja kartais sumažėdami, kai aukų skaičiaus neapibrėžtumas stipriai sumažėja ir vėl didėdami, kai neapibrėžtumas stipriai išauga. Nuo trečiojo „piko“ matomas didėjantis skirtumas tarp suminių ir pirmos eilės jautrumo rodiklių α , δ parametų atžvilgiu. Tai parodo, kad stiprėja priklausomybė tarp aukų skaičiaus ir α , δ tarpusavio sąveikos su likusiais parametrais nuo trečiojo „piko“ pradžios. Šiuo metodu gautas jautrumo rodiklių reikšmes galime pamatyti 2 priede 6 lentelėje.

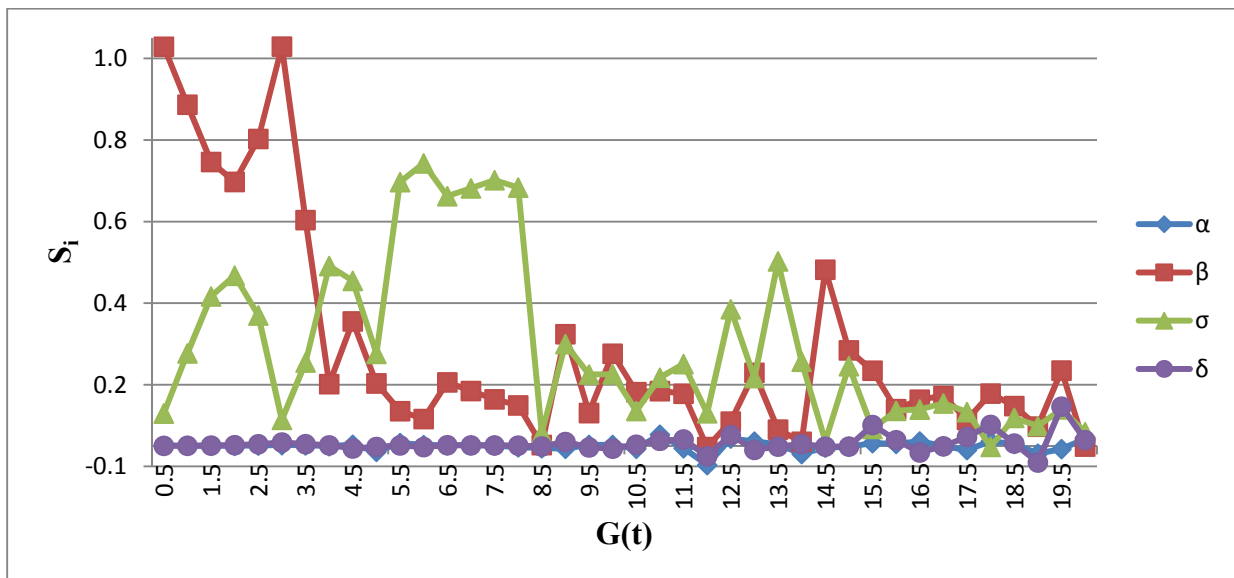
Kaip jau minėjome 2.2.2 skyrelyje Sobol metodo pirmos eilės jautrumo rodikliams atvaizduoti skritulinėje diagramoje naudojame laiko momentus $t_5 = 2.5$, $t_{10} = 5$ ir $t_{15} = 7.5$:



2.23 pav. Pirmos eilės jautrumo rodiklių skritulinės diagramos (priklausomybė tarp aukų skaičiaus ir parametų)

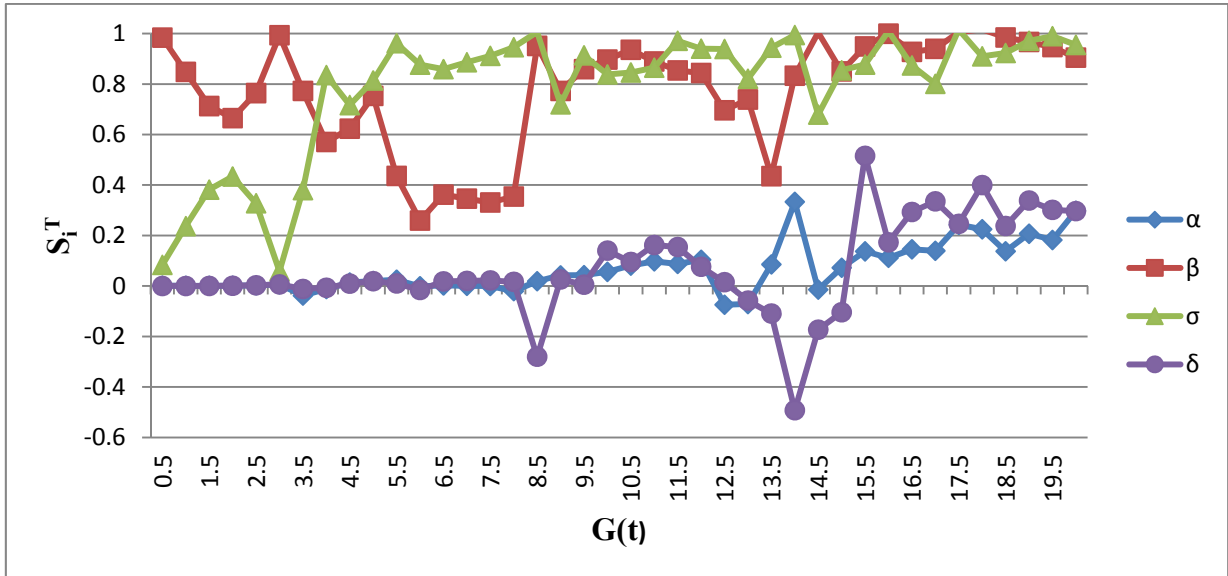
Šiame pav. smėlio spalvos skiltis parodo santykinę rezultato dispersijos dalį dėl parametro σ , violetinės spalvos skiltis – β , žalios spalvos skiltis – δ , raudonos spalvos skiltis – α . Matome, jog aukų skaičiaus neapibrėžtumą stipriausiai lemia priklausomybė nuo parametru β ir σ . Laiko momentu t_5 beveik 75 % skritulinės diagramos užima σ , tai parodo, kad aukų skaičiaus šiuo laiko momentu yra stipriausiai jo įtakojamas, bet ši priklausomybė šiek tiek sumažėja momentu t_{10} ir vėl padidėja momentu t_{15} (prasidedant antrojo „piko“ kylimui). Per šį laikotarpį aukų skaičiaus priklausomybė nuo parametro β šiek tiek sumažėja ir vėl šiek tiek išauga. Nuo likusių parametru aukų skaičiaus neapibrėžtumo intervalas šiuo laikotarpiu nepriklauso.

Toliau pateikiame Sobol metodu gautų grobuonių skaičiaus priklausomybės nuo parametru pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmes:



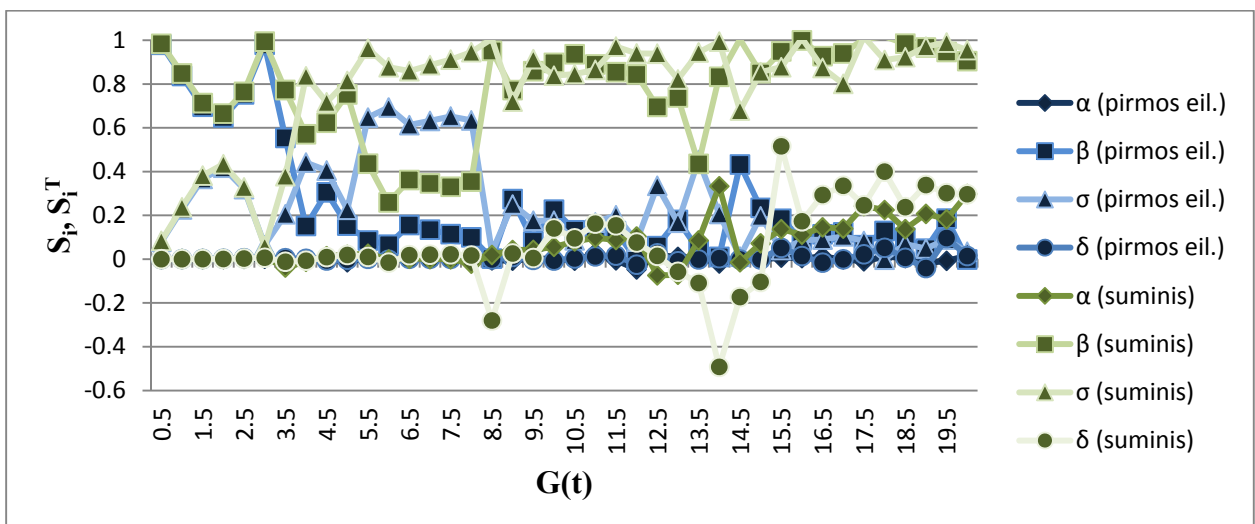
2.24 pav. Pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmių grafikas (priklausomybė tarp grobuonių skaičiaus ir parametru)

Šiame pav. taip pat matome, kad grobuonių skaičius stipriausiai priklauso nuo parametru β ir σ . Tačiau šiuo atveju matoma grobuonių skaičiaus gana stipri priklausomybė su parametru β iki laiko momento t_7 , vėliau išlieka silpna priklausomybė ir padidėja tik antro, trečio ir ketvirto „piko“ pradžioje (lyginame su 2.7 pav.). Ketvirtas „pikas“ yra stipriai pasklidęs ir matome, kad šiuo laiko tarpu priklausomybės tarp grobuonių skaičiaus ir parametru yra labai silpnos. Tuo tarpu priklausomybė tarp grobuonių skaičiaus ir parametro σ iš pradžių didėja ir nuo laiko momento $t_4 = 2$ pradeda mažėti iki momento $t_6 = 3$. Antrojo „piko“ metu matomas šios priklausomybės didėjimas ir mažėjimas atitinka grobuonių skaičiaus neapibrėžtumo intervalo didėjimą ir mažėjimą (atitinkamai). Trečiojo „piko“ pabaigoje matomas priklausomybės tarp grobuonių skaičiaus ir parametro σ sustiprėjimas. Taip pat matome, kad grobuonių skaičiaus kitimas nepriklauso nuo parametru α ir δ .



2.25 pav. Suminių jautrumo rodiklių reikšmių grafikas (priklausomybė tarp grobuonių skaičiaus ir parametų)

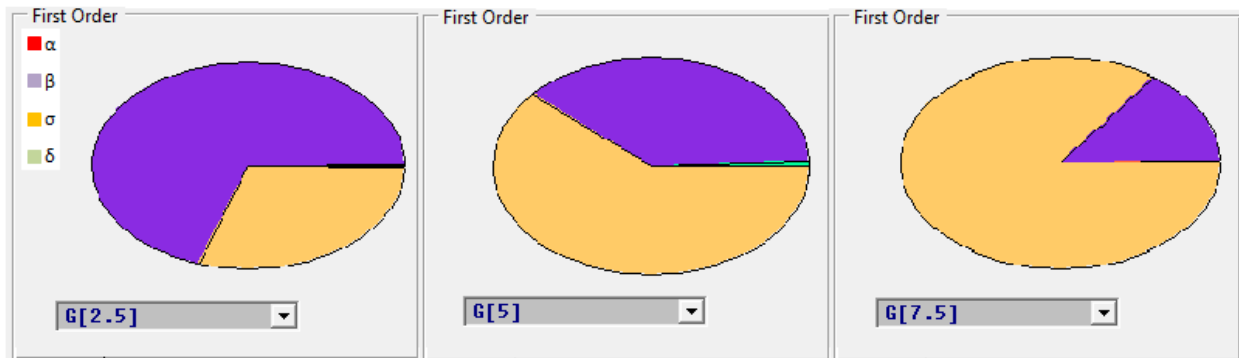
Šiame pav. matome, kad laikui bėgant visų parametų suminės jautrumo rodiklių reikšmės didėja. Galime pastebėti, kad pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmei sumažėjus suminės jautrumo rodiklių reikšmės padidėja ir priešingai. Taip pat matome, kad α ir δ parametų suminių jautrumo rodiklių reikšmių padidėjimas sutampa su ketvirtojo „piko“ pradžia. Taip pat šiuo laikotarpiu galime pastebėti kylantį trendą. Skirtumas tarp S_i^T ir S_i nurodo i -ojo parametro sąveikos su likusiais parametrais įtaką rezultato dispersijai, todėl pamėginsime pavaizduoti suminius ir pirmos eilės jautrumo rodiklius viename grafike:



2.26 pav. Pirmos eilės ir suminių jautrumo rodiklių reikšmių grafikas (priklausomybė tarp grobuonių skaičiaus ir parametų)

Šiame grafike taip pat žaliomis linijomis žymimi suminės parametų $\alpha, \beta, \sigma, \delta$ jautrumo rodiklių reikšmės, o mėlynomis linijomis šių parametų pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmės. Tarp

grobuonių skaičiaus ir parametro α gautos jautrumo rodiklių reikšmės žymimos rombais, tiek suminiuose, tiek pirmos eilės rodikliuose, β – kvadratais, σ – trikampaiais, o δ – apskritimais. Matome, kad skirtumai tarp visų parametų suminių ir pirmos eilės jautrumo rodiklių iki laiko momento t_7 yra labai maži, todėl šių parametų tarpusavio priklausomybė su likusiais parametrais labai silpnai veikia rezultato dispersiją, tačiau nuo momento t_8 parametų β ir σ suminių ir pirmos eilės jautrumo rodiklių reikšmių skirtumai stipriai išauga ir vis labiau didėja nors ir kartais sumažėdami, kai grobuonių skaičiaus neapibrėžtumas stipriai sumažėja ir vėl padidėdami, kai neapibrėžtumas stipriai išauga. Sustiprėjusią priklausomybę tarp grobuonių skaičiaus ir parametų α , δ tarpusavio sąveikos su likusiais parametrais matome nuo ketvirtojo „piko“ pradžioje. Šiuo metodu gautas jautrumo rodiklių reikšmes galime pamatyti 2 priede 7 lentelėje.



2.27 pav. Pirmos eilės jautrumo rodiklių skritulinės diagramos (priklausomybė tarp grobuonių skaičiaus ir parametų)

Šiame pav. pateiktų skritulinių diagramų skilčių reikšmės atitinka apibūdintas po 2.23 pav. Matome, kad grobuonių skaičiaus neapibrėžtumas priklauso tik nuo parametų β ir σ . Grobuonių skaičiaus neapibrėžtumo priklausomybė nuo parametro β bėgant laikui stipriai mažėja, o nuo parametro σ - stipriai didėja. Šiuo laikotarpiu grobuonių skaičiaus neapibrėžtumo intervalas nepriklauso nuo likusių parametų.

Taigi atlikus rezultato neapibrėžtumo jautrumo analizę Sobol metodu pastebėjome, kad iki laiko momentų t_8 aukų skaičius stipriausiai priklausomas nuo parametų β ir σ . Vėlesniais laiko momentais pastebimas šių parametų tarpusavio sąveikos su likusiais parametrais stiprus poveikis rezultato dispersijai bei parametų α , δ tarpusavio sąveikos su likusiais parametrais sustiprėjęs poveikis rezultato dispersijai. Grobuonių skaičius stipriai priklausomas nuo parametro β iki laiko momento t_7 ir nuo parametro σ pirmojo ir antrojo „piko“ metu. Toliau bėgant laikui grobuonių skaičius vis stipriau priklauso nuo parametų β ir σ tarpusavio sąveikos su likusiais parametrais bei ketvirtojo „piko“ metu nuo parametų α , δ tarpusavio sąveikos su likusiais parametrais.

IŠVADOS

Atliekant šį darbą, kuriame vykdytas grobuonių ir aukų skaičiaus kitimo modeliavimo tikimybinis jautrumo tyrimas, visų pirma buvo plačiau susipažinta su LHS metodu, jo privalumais. LHS metodas tiksliau generuoja skirstinį nei tai daro atvirkštinės funkcijos, random ir Sobol imties generavimo metodai, bet LHS įgalina panašius rezultatus kaip FAST metodas. Be to, darbe taip pat detaliau buvo pasinagrinėtas 4-pakopio Rungės-Kutos metodo taikymas, FAST ir Sobol jautrumo rodiklių bei SimLab 2.2 programos taikymas jautrumo ir neapibrėžtumo analizei. Atlikus su darbu susijusius tyrimus galima padaryti tokias išvadas:

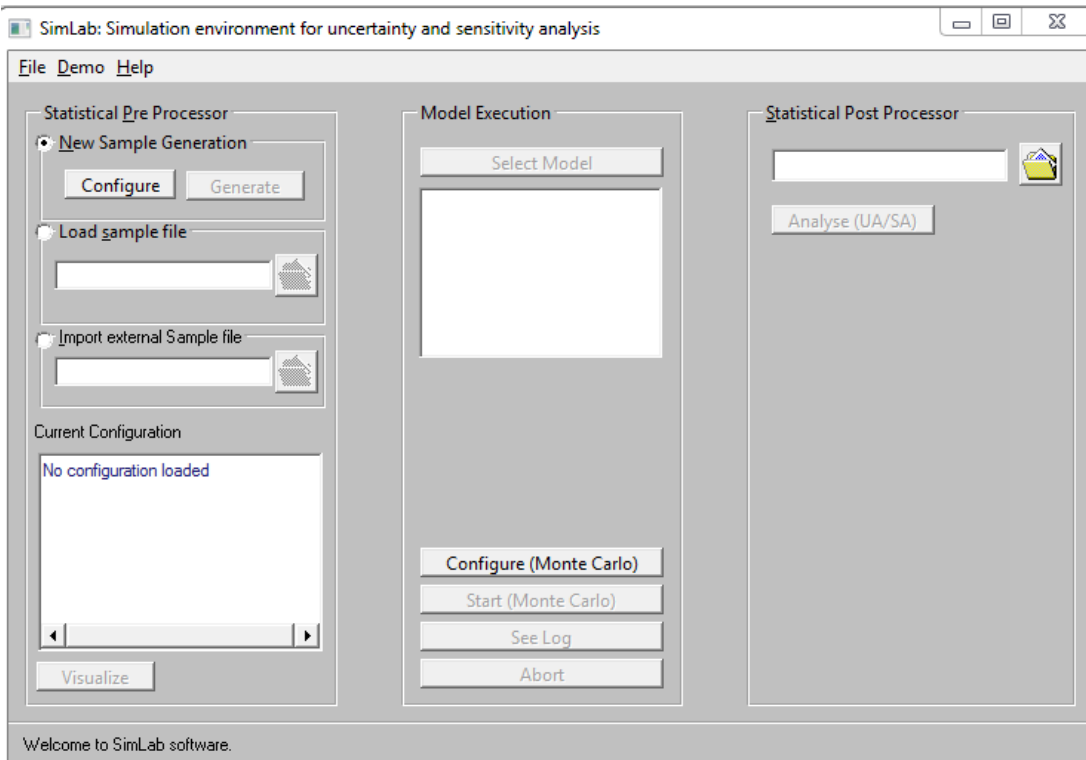
1. Nagrinėjant grobuonies ir aukos matematinio modelio bei neapibrėžtumo analizės rezultatus pastebėjome, kad aukų ir grobuonių skaičiui stipriai svyruojant laiko tarpu $[0; 20]$, aukų skaičiaus neapibrėžtumo intervalas laikui bėgant sudaro tris „pikus“, kuriuose šis skaičius stipriai kinta, o grobuonių skaičiaus neapibrėžtumo intervalas šiuo laikotarpiu sudaro keturis „pikus“. Šiuose pikuose aukų skaičiaus neapibrėžtumas kinta apytiksliai tokiuose intervaluose $(0; 15]$, $(0; 20]$ ir $(0; 25]$, o grobuonių skaičiaus neapibrėžtumas - $(5; 10]$, $(0; 15]$, $(0; 20]$ ir $(0; 25]$.
2. Atlikus jautrumo analizę rezultato neapibrėžtumui nustatėme, kad su Spirmeno ranginės ir dalinės ranginės koreliacijos koeficientais gaunamos didesnės reikšmės nei su Pirsono ir dalinės koreliacijos koeficientais. Pastebėjome, kad aukų ir grobuonių skaičiaus neapibrėžtumą „pikuose“ stipriausiai lemia parametrai β (teigiama konstanta, apibrėžianti aukos ir grobuonies tarpusavio sąveikos įtaką aukos populiacijos augimui), σ (grobuonies populiacijos nykimas), tačiau šių priklausomybių stiprumas laikui bėgant mažėja. Šie koreliacijos koeficientai parodo stiprias priklausomybes tarp aukų skaičiaus ir β, σ bei tarp grobuonių skaičiaus ir β, σ „pikų“ pradžioje ir pabaigoje, tačiau susilpnėja „piko“ viduryje.
3. FAST ir Sobol metodai sudaro galimybę gauti panašius rezultatus ir parodo, kad pradžioje aukų ir grobuonių skaičiaus neapibrėžtumas yra taip pat priklausomas nuo parametrų β, σ , o nuo maždaug $t_8 = 4$ laiko momento didėja šių ir likusių parametrų įtaka rezultato dispersijai. Be to, FAST metodo taikymas parodo, kad aukų ir grobuonių skaičiaus neapibrėžtumas „pikų“ pradžioje taip pat yra stipriai priklausomas nuo parametrų α (aukos populiacijos vidutinis augimo greitis) ir δ (teigiama konstanta, apibrėžianti aukos ir grobuonies tarpusavio sąveikos įtaką grobuonies populiacijos nykimui).

4. Atlikus šį darbą galima patvirtinti, kad netiesinio modelio jautrumo analizei atlikti tinkamesni metodai yra FAST ir Sobol, kadangi jie suteikia daugiau informacijos apie aukų ir grobuonių skaičiaus neapibrėžtumą visame kitimo intervale. Pirsono koreliacijos, Spirmeno ranginės koreliacijos, PCC ir PRCC koeficientai, deja, aiškiai neparado nuo ko priklauso aukų ir grobuonių skaičius „pikų“ viduryje, kur yra didžiausias neapibrėžtumas.

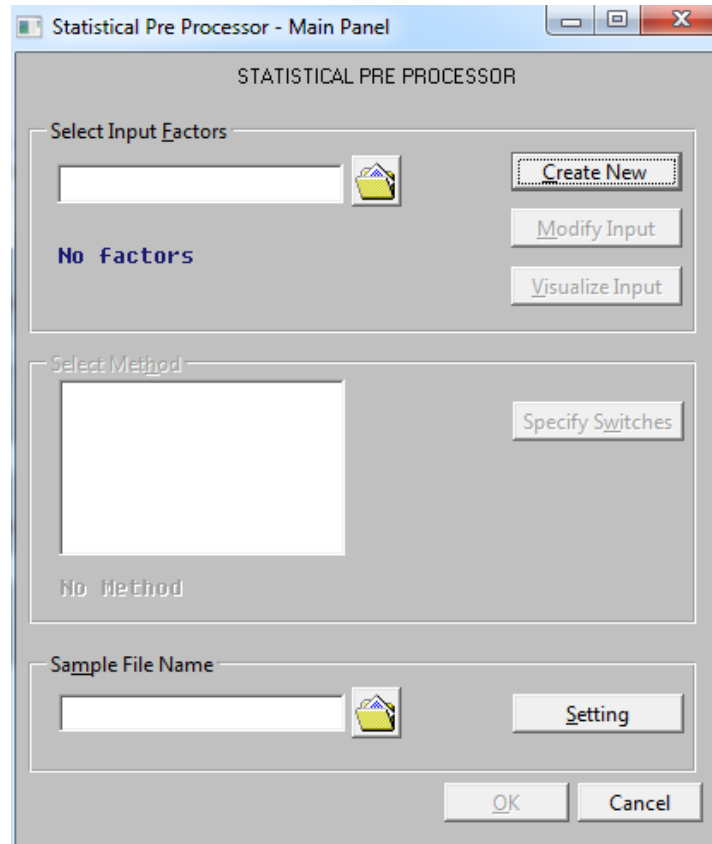
LITERATŪROS SĄRAŠAS

1. S. Marino, I. B. Hogue, C. J. Ray, D. E. Kirschner, A Methodology For Performing Global Uncertainty And Sensitivity Analysis In Systems Biology. Prieina per internetą: <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2570191/>.
2. Helen R. Fryer, Almut Scherer, Annette Oxenius, Rodney Phillips, Angela R. McLean, No evidence for competition between cytotoxic T-lymphocyte responses in HIV-1 infection, 2009, p. 4389-4397.
3. Marino S., Kirschner DE., The human immune response to Mycobacterium tuberculosis in lung and lymph node, J Theor Biol. 2004, p. 463–486.
4. F. Pianosi, F. Sarrazin, T. Wagener, A Matlab toolbox for Global Sensitivity Analysis. Prieina per internetą: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364815215001188>.
5. SIMLAB 2.2 Reference Manual, European Commission, Institute for Protection and Security of Citizens. Prieiga per internetą: <http://simlab.jrc.cec.eu.int/>.
6. Prieiga per internetą: http://en.wikipedia.org/wiki/Inverse_transform_sampling.
7. Eglajs, V.; Audze P. (1977), New approach to the design of multifactor experiments, p. 104–107.
8. A. Aksomaitis, Tikimybių teorija ir statistika, p. 310-311.
9. Berryman, A.A., The Origins and Evolution of Predator-Prey Theory, p. 1530-1535.
10. Tan, Delin; Chen, Zheng (2012), On A General Formula of Fourth Order Runge-Kutta Method, Journal of Mathematical Science & Mathematics Education 7.2, p. 1–10.
11. V. Čekanavičius, G. Murauskas, Statistika ir jos taikymas, p. 93.
12. V. Janilionis, Koreliacinės ir regresinės analizės pagrindai. Prieiga per internetą: http://www.lidata.eu/index.php?file=files/mokymai/Janilionis_III/jan_III.html&course_file=jan_III_1.html.
13. Saltelli A, Bolado R, An alternative way to compute Fourier amplitude sensitivity test (FAST) Computational Statistics & Data Analysis, 1998, p. 445–460.
14. Collins DC., Avissar R., An Evaluation with the Fourier Amplitude Sensitivity Test (Fast) of Which Land-Surface Parameters Are of Greatest Importance in Atmospheric Modeling, Journal of Climate, 1994, p. 681–703.
15. Bratley, P. and Fox, B. L. (1988), Algorithm 659: Implementing Sobol's quasirandom sequence generator, p. 88–100.
16. Sobol, I.M. (1967), Distribution of points in a cube and approximate evaluation of integrals, p. 86-112.

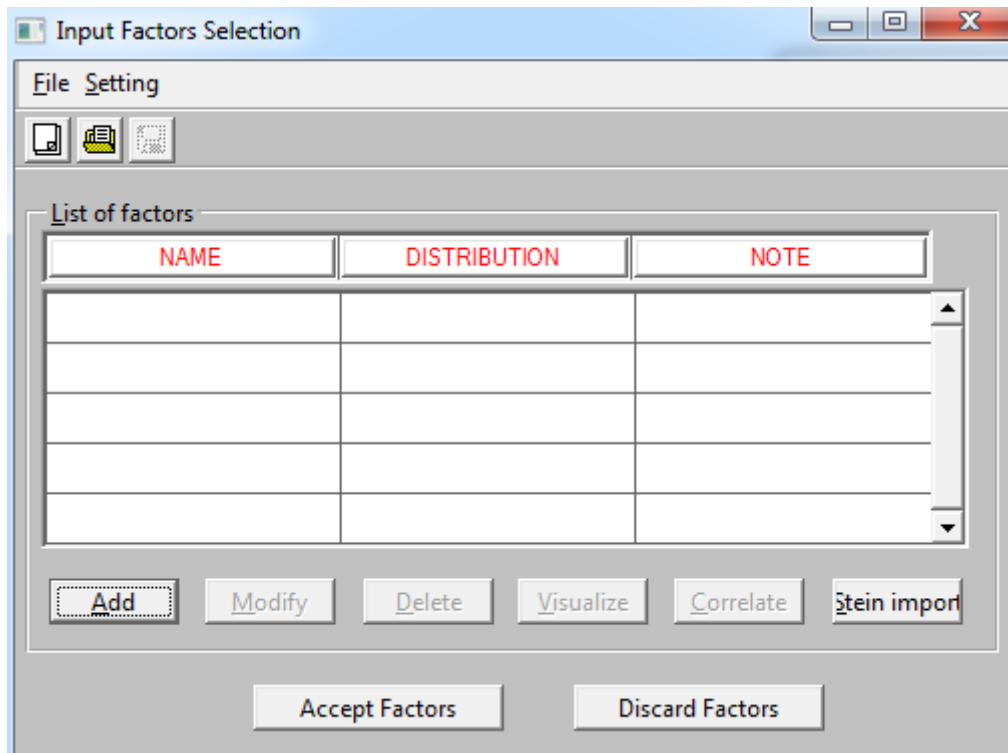
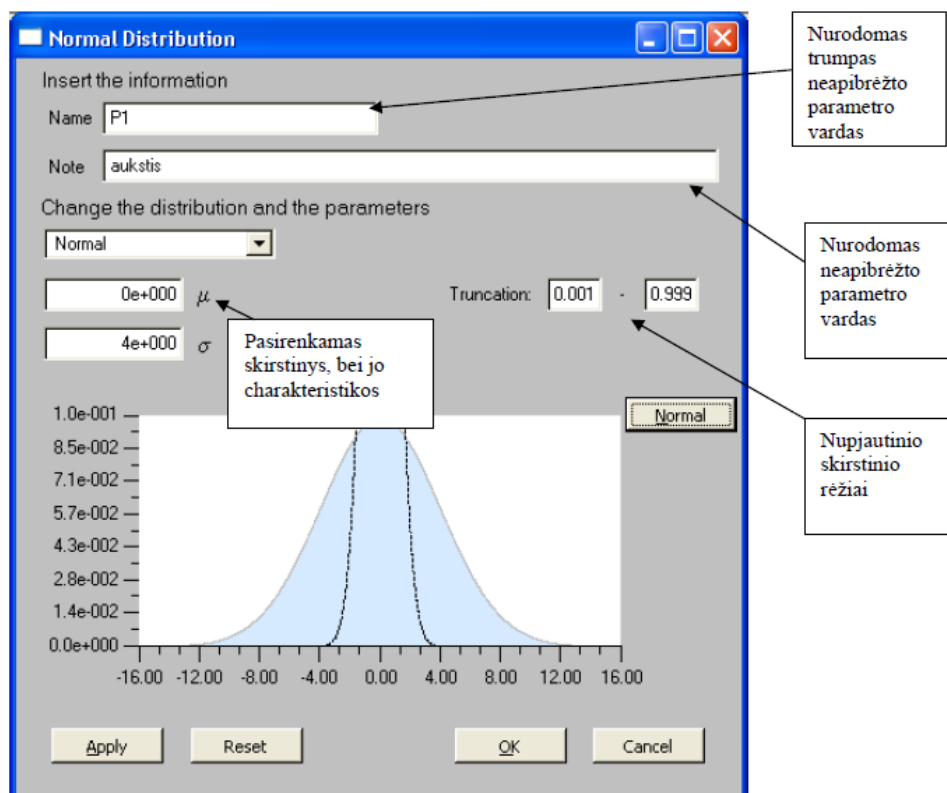
1 PRIEDAS. SIMLAB 2.2 PROGRAMOS LENTELĖS IR GRAFIKAI



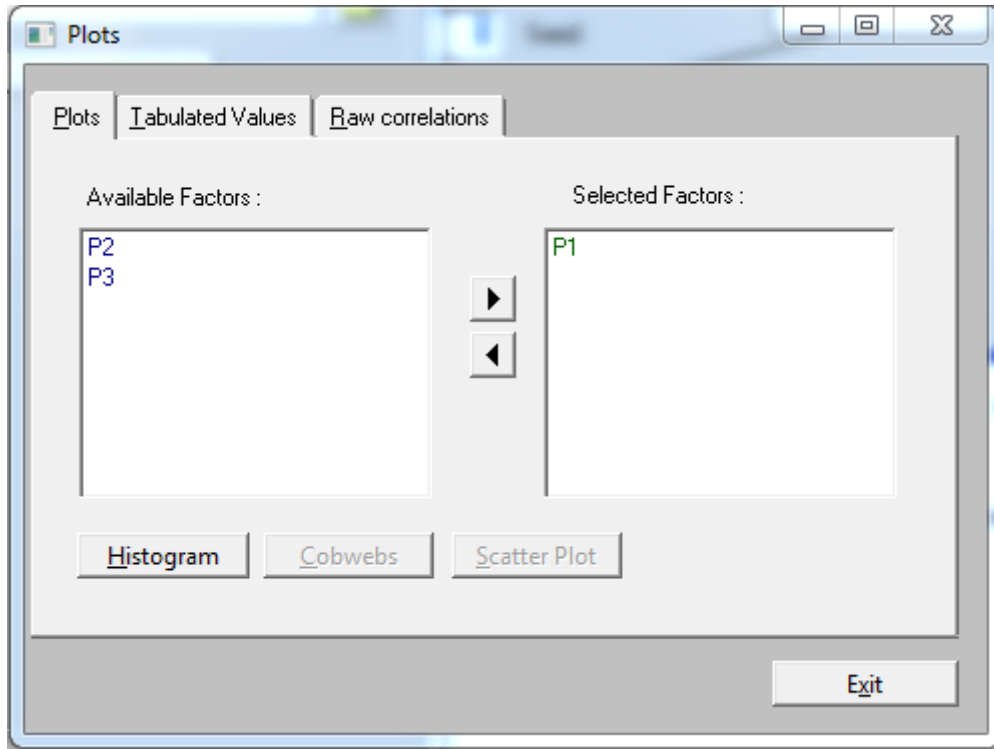
1 pav. SimLab 2.2 programos pagrindinis langas



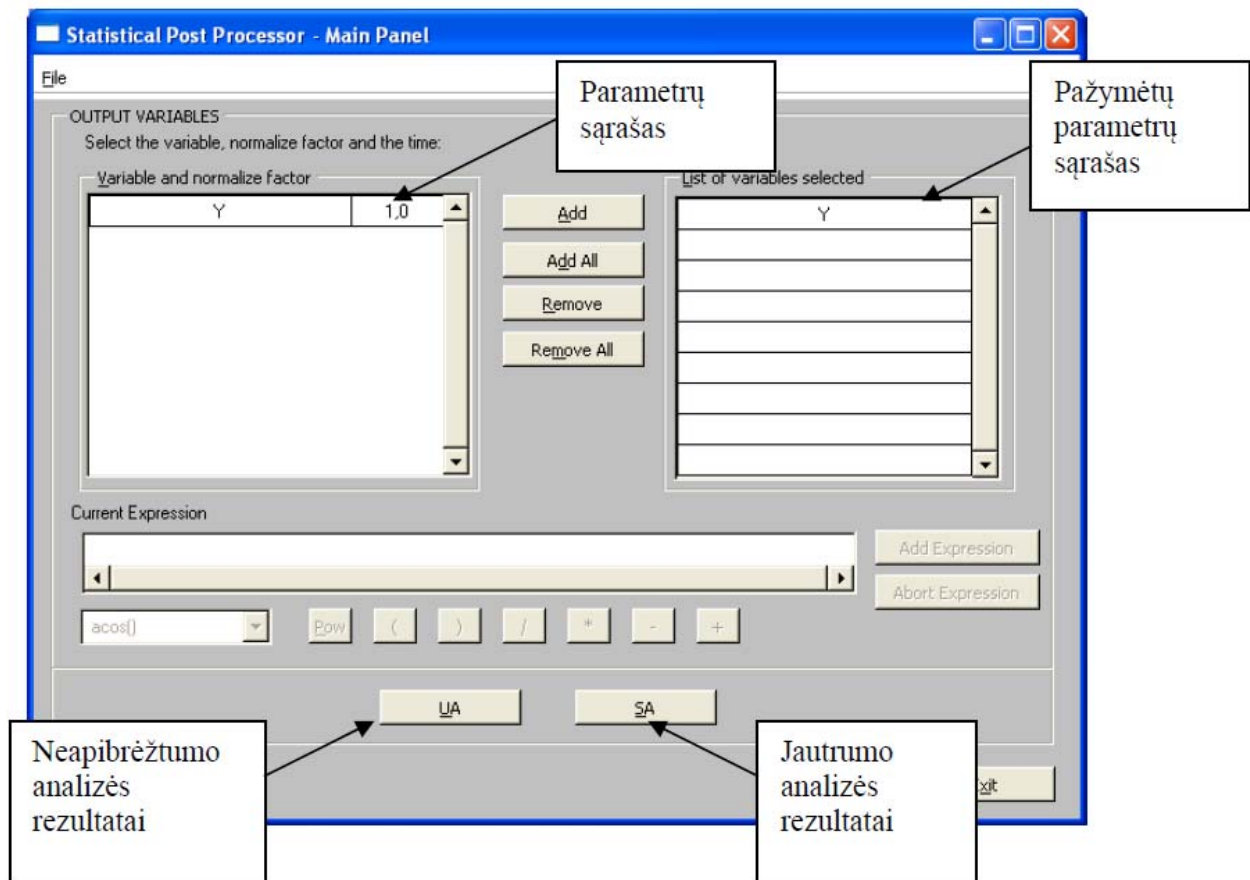
2 pav. STATISTICAL PRE PROCESSOR langas

3 pav. *Input Factors Selection* langas

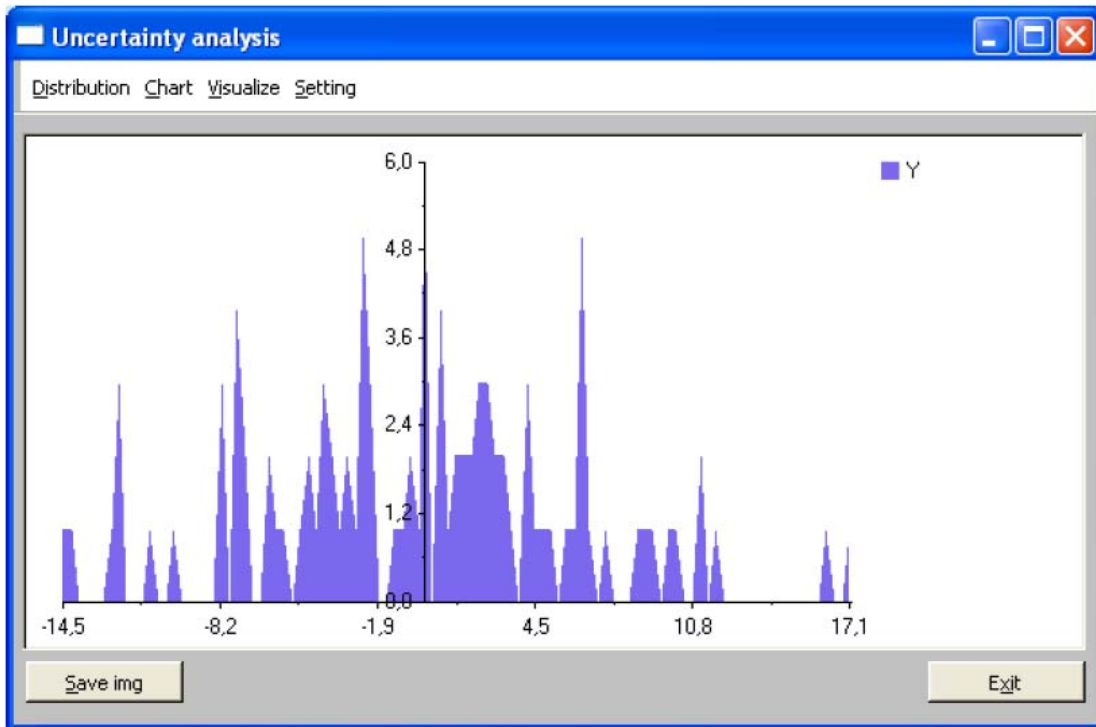
4 pav. Parametrų aprašymo langas



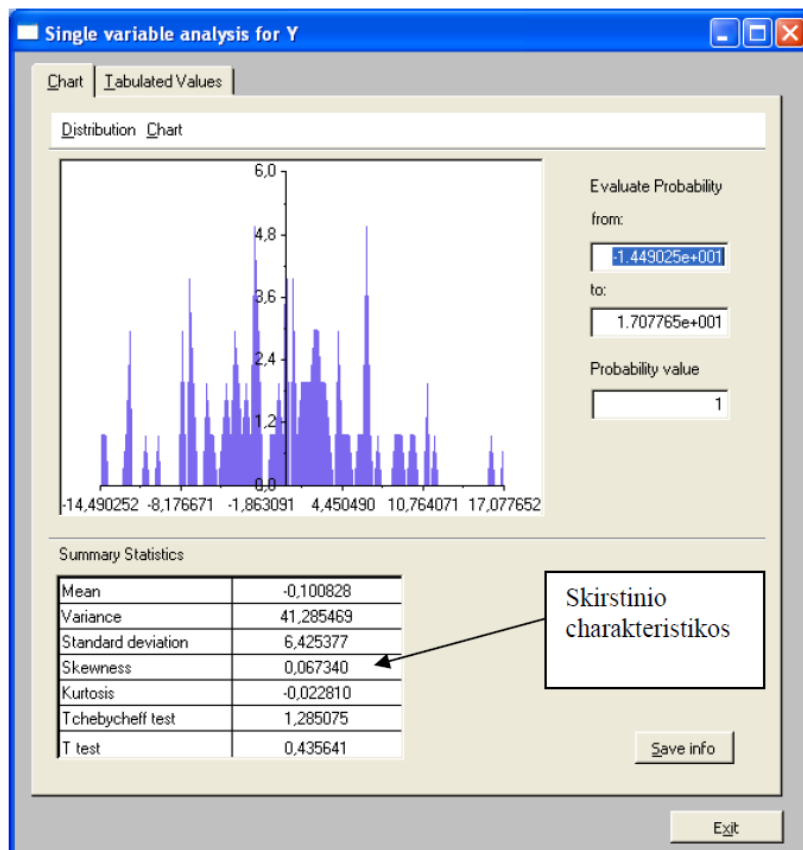
5 pav. Sugeneruotų atsitiktinių dydžių langas histogramų peržiūrai



6 pav. Statistical Post Processor langas



7 pav. Neapibrėžtumo analizės grafikas



8 pav. Neapibrėžtumo analizės grafikas ir skirstinio charakteristikos

Single variable analysis for Y

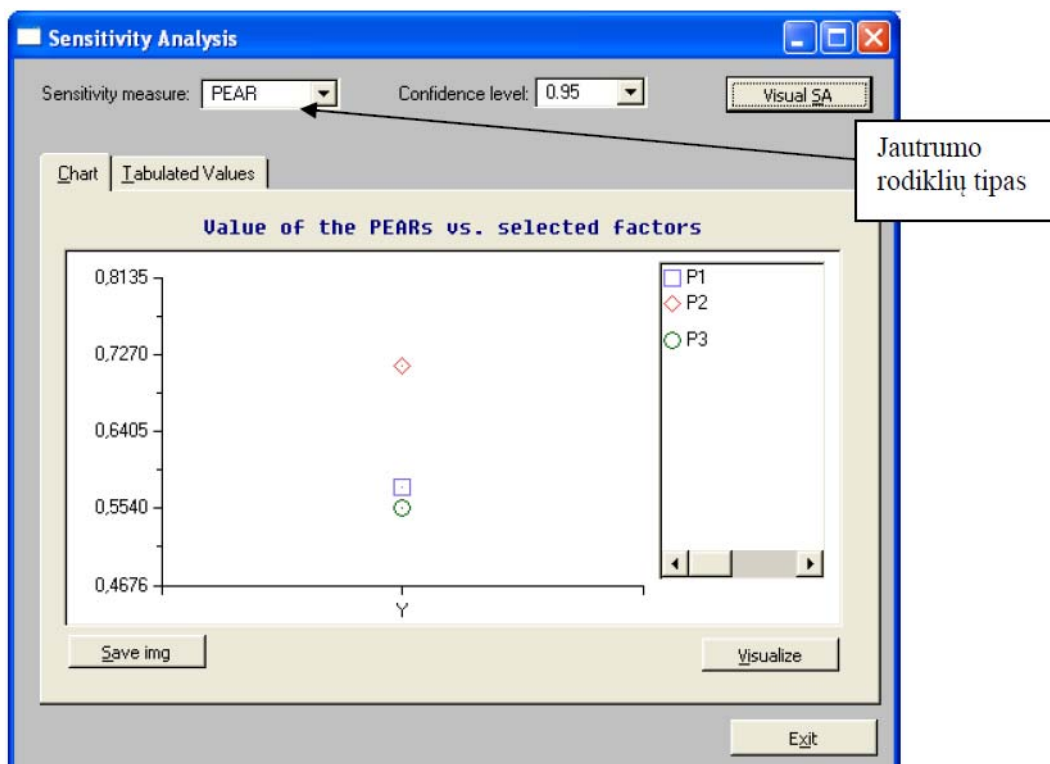
Chart | Tabulated Values

X	Frequency	Increment	Cumulative	Inv. Cumulative
-14,490252	1	0	0,010000	0,990000
-14,174573	1	0,010000	0,020000	0,980000
-13,858894	0	0	0,020000	0,980000
-13,543215	0	0	0,020000	0,980000
-13,227536	0	0	0,020000	0,980000
-12,911857	0	0	0,020000	0,980000
-12,596178	1	0,010000	0,030000	0,970000
-12,280499	3	0,030000	0,060000	0,940000
-11,964820	0	0	0,060000	0,940000
-11,649140	0	0	0,060000	0,940000
-11,333462	0	0	0,060000	0,940000
-11,017783	1	0,010000	0,070000	0,930000

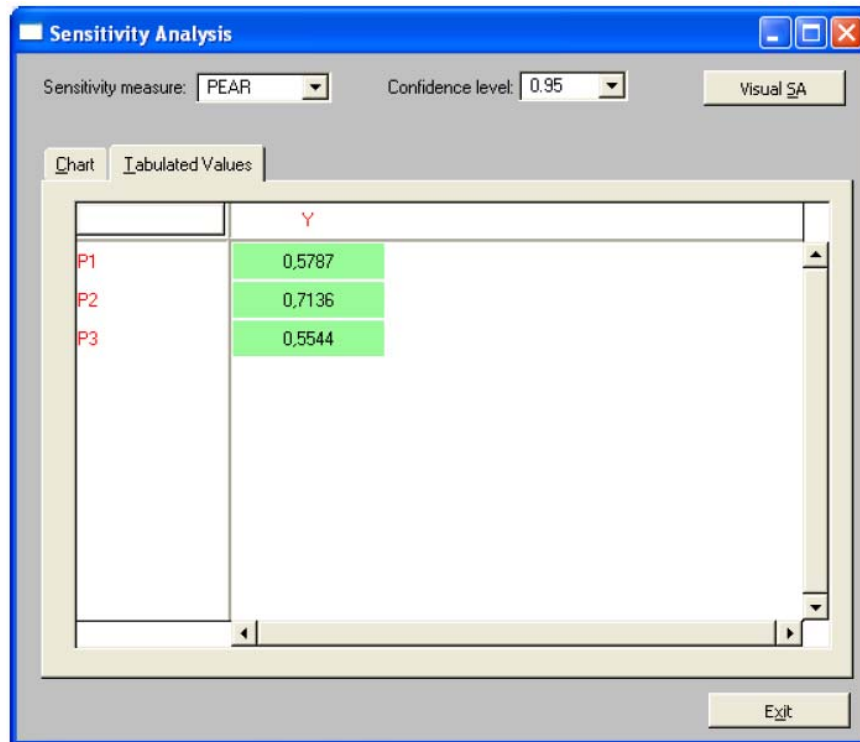
Save Table

Exit

9 pav. Skirstinio reikšmių lentelė



10 pav. Jautrumo analizės grafikas



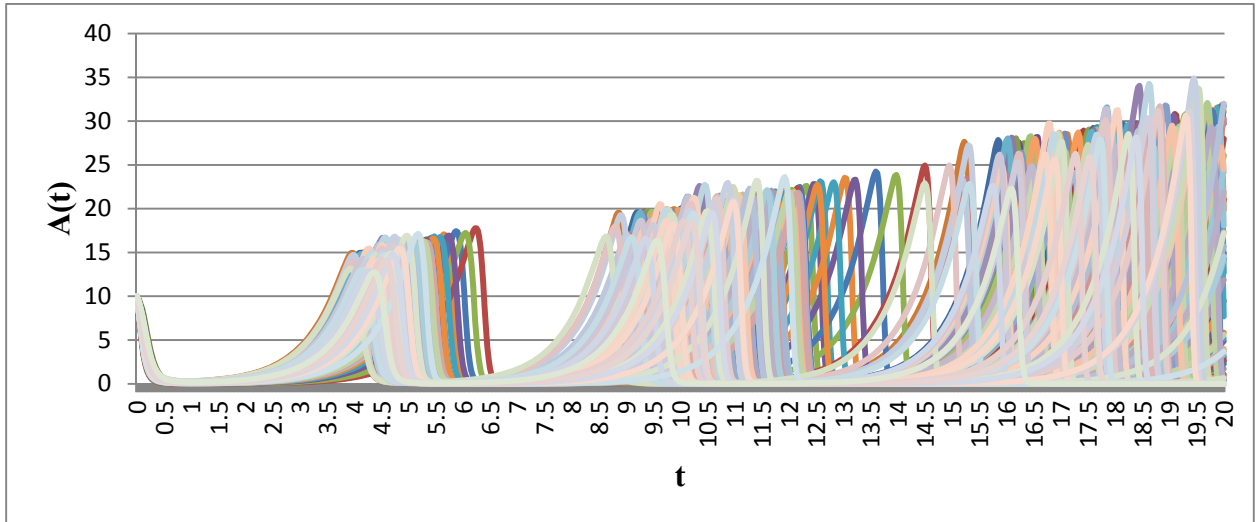
11 pav. Koreliacijos koeficientų reikšmių lentelė

2 PRIEDAS. TYRIMO REZULTATŲ LENTELĖS IR GRAFIKAI

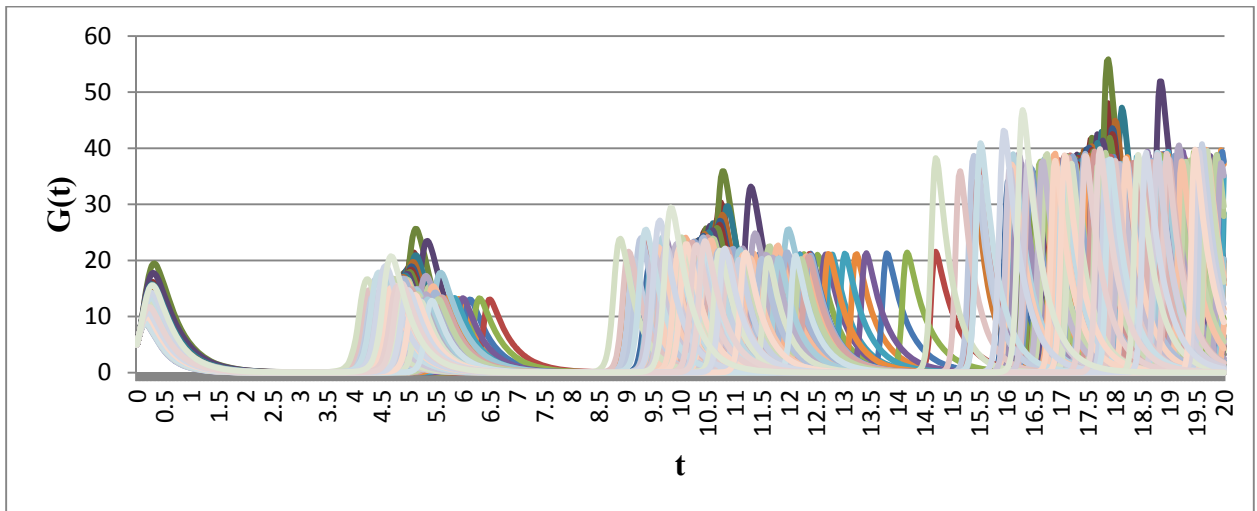
1 lentelė.

Skirtingų atsitiktinių dydžių generavimo metodų gautų imčių vidurkių ir standartinių nuokrypių reikšmės

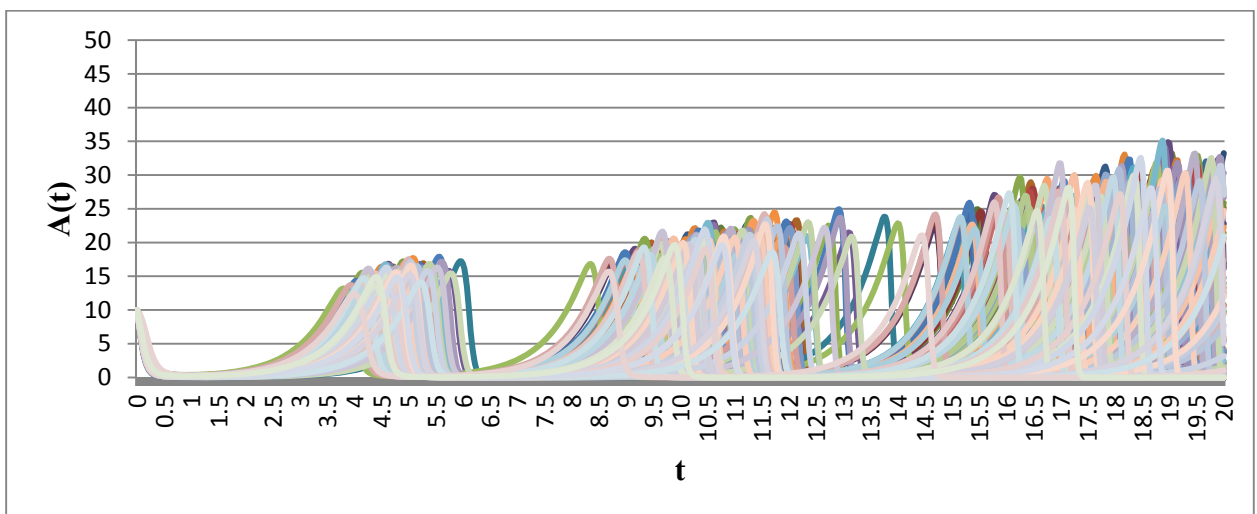
Metodai	Skirstinio parametrai / Imties dydis	320	640	1280	2560	5120	10240
LHS	μ	3,000022	2,999902	3,000005	3,000007	3,000002	2,999308
	σ	0,198561	0,197957	0,198053	0,197948	0,197915	0,197404
FAST	μ	3,000000	3,000000	3,000000	3,000000	3,000000	3,000000
	σ	0,198700	0,197963	0,197974	0,197959	0,197921	0,197913
Sobol	μ	3,007161	3,001717	2,999966	3,000371	3,000387	2,999904
	σ	0,182868	0,187320	0,191784	0,194909	0,196375	0,197027
Random	μ	2,992547	3,012535	3,009442	3,008382	3,002046	2,999416
	σ	0,187988	0,210703	0,194261	0,195916	0,195909	0,196986
APFM	μ	2,981524	3,001770	3,007310	2,998148	3,002372	3,001028
	σ	0,198207	0,193231	0,195924	0,199853	0,201047	0,199698



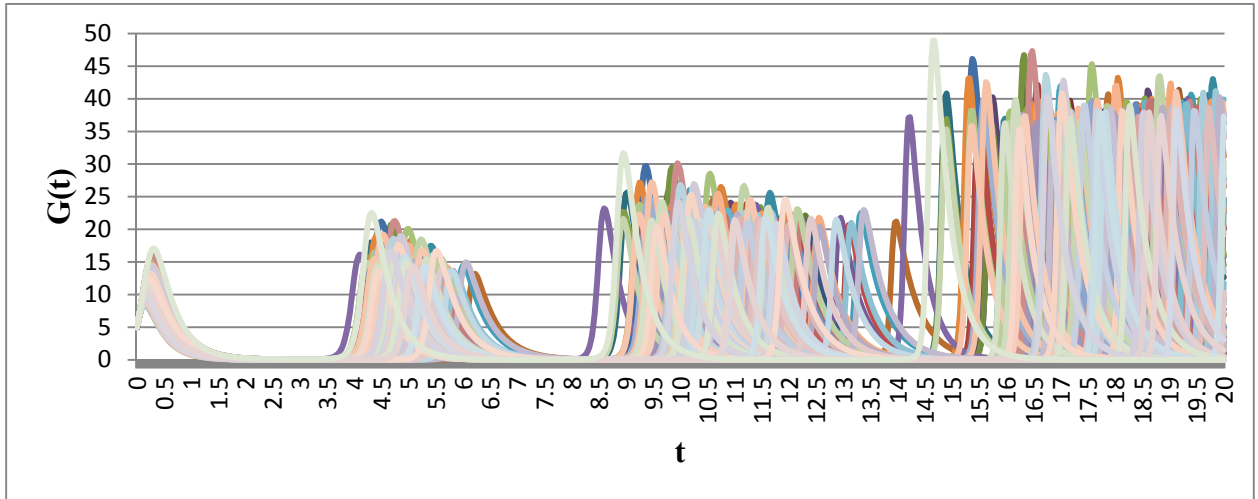
1 pav. Aukų skaičiaus kitimo grafikas naudojant EFAST atsitiktinių dydžių generavimo metodą



2 pav. Grobuonių skaičiaus kitimo grafikas naudojant EFAST atsitiktinių dydžių generavimo metodą



3 pav. Aukų skaičiaus kitimo grafikas naudojant Sobol atsitiktinių dydžių generavimo metodą



4 pav. Grobuonių skaičiaus kitimo grafikas naudojant Sobol atsitiktinių dydžių generavimo metodą

2 lentelė.

Pirsono koreliacijos, Spirmeno ranginės koreliacijos, PCC ir PRCC koeficientų reikšmės (aukų skaičiui)

Aukų skaičiaus priklausomybė nuo modelio parametrų																
t	Pirsono				Spirmeno				PCC				PRCC			
	α	β	σ	δ	α	β	σ	δ	α	β	σ	δ	α	β	σ	δ
0.5	0.096	-0.874	0.377	-0.048	0.088	-0.892	0.386	-0.052	0.070	-0.961	0.843	-0.341	0.016	-0.981	0.911	-0.470
1	0.094	-0.632	0.721	-0.088	0.092	-0.640	0.715	-0.087	0.049	-0.955	0.963	-0.469	0.024	-0.945	0.954	-0.417
1.5	0.097	-0.525	0.799	-0.091	0.096	-0.531	0.804	-0.091	0.067	-0.927	0.964	-0.420	0.055	-0.932	0.967	-0.416
2	0.104	-0.493	0.818	-0.090	0.104	-0.498	0.827	-0.091	0.099	-0.915	0.964	-0.399	0.096	-0.927	0.970	-0.415
2.5	0.113	-0.484	0.823	-0.090	0.113	-0.487	0.834	-0.090	0.135	-0.911	0.964	-0.392	0.142	-0.926	0.971	-0.412
3	0.122	-0.481	0.824	-0.089	0.121	-0.485	0.835	-0.090	0.173	-0.910	0.964	-0.389	0.183	-0.925	0.971	-0.409
3.5	0.131	-0.481	0.825	-0.089	0.131	-0.484	0.835	-0.090	0.215	-0.912	0.965	-0.392	0.228	-0.924	0.971	-0.407
4	0.150	-0.475	0.836	-0.085	0.142	-0.478	0.835	-0.089	0.331	-0.931	0.974	-0.425	0.266	-0.917	0.969	-0.391
4.5	-0.028	0.160	-0.035	0.009	-0.016	0.121	0.119	-0.023	-0.016	0.160	-0.039	0.018	-0.015	0.118	0.118	-0.011
5	-0.115	0.497	-0.582	0.039	-0.144	0.525	-0.716	0.050	-0.078	0.635	-0.688	0.086	-0.150	0.776	-0.855	0.133
5.5	-0.108	0.266	-0.393	0.029	-0.099	-0.051	-0.492	0.006	-0.077	0.300	-0.412	0.039	-0.086	-0.055	-0.490	-0.017
6	0.020	0.088	-0.103	0.000	0.055	-0.625	0.461	-0.074	0.032	0.093	-0.108	0.004	-0.028	-0.722	0.609	-0.160
6.5	0.098	-0.515	0.629	-0.077	0.117	-0.634	0.713	-0.077	0.047	-0.693	0.753	-0.164	0.124	-0.934	0.945	-0.351
7	0.101	-0.512	0.635	-0.077	0.122	-0.621	0.731	-0.075	0.053	-0.694	0.759	-0.164	0.154	-0.941	0.955	-0.367
7.5	0.104	-0.512	0.635	-0.077	0.126	-0.618	0.734	-0.075	0.059	-0.694	0.759	-0.164	0.171	-0.940	0.955	-0.365
8	0.107	-0.512	0.635	-0.077	0.130	-0.617	0.734	-0.075	0.064	-0.694	0.759	-0.163	0.187	-0.940	0.955	-0.363
8.5	0.112	-0.515	0.640	-0.077	0.133	-0.617	0.734	-0.075	0.074	-0.703	0.768	-0.168	0.201	-0.940	0.955	-0.361
9	0.152	-0.496	0.607	-0.059	0.137	-0.557	0.666	-0.057	0.139	-0.651	0.717	-0.121	0.124	-0.768	0.817	-0.146
9.5	0.056	-0.338	0.409	0.012	0.039	-0.309	0.378	-0.002	0.013	-0.381	0.444	0.002	-0.005	-0.341	0.403	-0.011
10	-0.014	-0.012	0.072	-0.021	-0.045	0.092	-0.065	-0.011	-0.020	-0.016	0.073	-0.021	-0.035	0.090	-0.065	-0.008
10.5	-0.050	0.261	-0.234	-0.018	-0.101	0.365	-0.410	0.002	-0.021	0.273	-0.249	-0.009	-0.062	0.405	-0.445	0.013
11	-0.044	0.423	-0.351	0.051	-0.085	0.391	-0.513	0.029	0.006	0.467	-0.400	0.082	-0.037	0.467	-0.563	0.048
11.5	-0.067	0.402	-0.346	0.041	-0.053	0.121	-0.316	0.016	-0.024	0.441	-0.388	0.068	-0.028	0.132	-0.319	0.014
12	-0.106	0.257	-0.285	0.070	-0.011	-0.337	0.072	-0.005	-0.078	0.278	-0.299	0.084	-0.041	-0.342	0.085	-0.026
12.5	-0.082	0.187	-0.232	0.016	0.049	-0.572	0.377	-0.047	-0.059	0.196	-0.238	0.021	-0.019	-0.630	0.473	-0.098
13	0.005	0.112	-0.108	-0.038	0.103	-0.650	0.529	-0.076	0.018	0.114	-0.114	-0.034	0.050	-0.785	0.715	-0.187
13.5	0.054	-0.183	0.178	-0.041	0.126	-0.692	0.602	-0.075	0.033	-0.192	0.183	-0.049	0.116	-0.889	0.859	-0.264
14	0.066	-0.406	0.414	-0.061	0.128	-0.707	0.625	-0.069	0.019	-0.463	0.465	-0.094	0.145	-0.929	0.910	-0.308
14.5	0.075	-0.421	0.445	-0.081	0.125	-0.714	0.634	-0.073	0.026	-0.491	0.504	-0.122	0.154	-0.948	0.934	-0.369
15	0.118	-0.441	0.444	-0.051	0.121	-0.658	0.576	-0.056	0.082	-0.508	0.506	-0.086	0.090	-0.823	0.784	-0.168
15.5	0.133	-0.422	0.398	-0.073	0.112	-0.563	0.472	-0.055	0.102	-0.476	0.450	-0.109	0.068	-0.651	0.582	-0.112
16	0.035	-0.348	0.363	0.019	0.032	-0.395	0.316	0.004	-0.009	-0.384	0.398	0.008	-0.016	-0.423	0.352	-0.013
16.5	0.072	-0.271	0.247	0.010	0.002	-0.176	0.111	0.011	0.043	-0.285	0.262	0.000	-0.017	-0.179	0.117	0.003
17	-0.018	-0.121	0.164	-0.051	-0.057	0.059	-0.072	-0.020	-0.038	-0.133	0.170	-0.056	-0.050	0.056	-0.071	-0.020
17.5	-0.098	-0.021	0.052	0.004	-0.121	0.214	-0.226	0.008	-0.103	-0.029	0.059	0.002	-0.099	0.219	-0.231	0.013
18	-0.029	0.065	-0.081	-0.016	-0.087	0.301	-0.355	0.001	-0.021	0.065	-0.082	-0.015	-0.052	0.326	-0.375	0.009
18.5	-0.018	0.188	-0.151	-0.037	-0.053	0.351	-0.407	-0.010	0.002	0.192	-0.160	-0.030	-0.006	0.391	-0.441	-0.001
19	0.020	0.292	-0.205	0.048	-0.028	0.315	-0.366	0.027	0.055	0.311	-0.225	0.066	0.018	0.348	-0.392	0.041
19.5	-0.034	0.360	-0.213	0.027	-0.018	0.192	-0.257	0.039	0.002	0.377	-0.238	0.048	0.012	0.206	-0.265	0.045
20	-0.004	0.355	-0.233	0.016	-0.024	0.019	-0.112	0.010	0.036	0.375	-0.261	0.036	-0.017	0.021	-0.111	0.007

3 lentelė.

Pirsono koreliacijos, Spirmeno ranginės koreliacijos, PCC ir PRCC koeficientų reikšmės
(grobuonių skaičiui)

Grobuonių skaičiaus priklausomybė nuo modelio parametrų																
t	Pirsono				Spirmeno				PCC				PRCC			
	α	β	σ	δ	α	β	σ	δ	α	β	σ	δ	α	β	σ	δ
0.5	0.067	-0.894	-0.297	0.092	0.052	-0.942	-0.320	0.106	0.087	-0.928	-0.609	0.087	0.043	-0.989	-0.905	0.238
1	0.053	-0.817	-0.470	0.078	0.032	-0.841	-0.515	0.089	0.089	-0.910	-0.776	0.046	0.021	-0.970	-0.924	0.086
1.5	0.044	-0.748	-0.579	0.068	0.021	-0.756	-0.628	0.078	0.092	-0.896	-0.840	0.023	0.022	-0.956	-0.937	0.036
2	0.044	-0.721	-0.605	0.056	0.021	-0.736	-0.650	0.065	0.097	-0.884	-0.845	-0.007	0.034	-0.952	-0.939	-0.019
2.5	0.060	-0.769	-0.522	0.039	0.040	-0.805	-0.558	0.045	0.111	-0.884	-0.785	-0.052	0.068	-0.958	-0.917	-0.107
3	0.101	-0.866	-0.185	0.001	0.086	-0.940	-0.258	0.012	0.124	-0.878	-0.332	-0.118	0.148	-0.970	-0.720	-0.237
3.5	0.098	-0.618	0.333	-0.048	0.132	-0.945	0.204	-0.028	0.055	-0.669	0.444	-0.109	0.237	-0.974	0.701	-0.347
4	0.037	-0.300	0.368	-0.052	0.145	-0.786	0.547	-0.055	-0.006	-0.338	0.394	-0.070	0.240	-0.960	0.922	-0.349
4.5	0.139	-0.526	0.576	-0.034	0.152	-0.651	0.690	-0.057	0.117	-0.667	0.696	-0.083	0.237	-0.926	0.932	-0.266
5	0.030	-0.298	0.055	0.021	0.026	-0.282	0.102	0.004	0.009	-0.299	0.066	0.005	0.000	-0.285	0.111	-0.012
5.5	-0.108	0.242	-0.715	0.071	-0.121	0.303	-0.770	0.090	-0.075	0.379	-0.744	0.105	-0.100	0.505	-0.816	0.151
6	-0.120	0.278	-0.706	0.061	-0.139	0.360	-0.901	0.086	-0.094	0.425	-0.744	0.093	-0.307	0.892	-0.978	0.377
6.5	-0.080	0.252	-0.628	0.047	-0.133	0.323	-0.919	0.082	-0.035	0.349	-0.656	0.064	-0.308	0.889	-0.982	0.379
7	-0.071	0.219	-0.616	0.044	-0.126	0.276	-0.937	0.081	-0.026	0.302	-0.636	0.055	-0.292	0.864	-0.984	0.360
7.5	-0.063	0.183	-0.603	0.041	-0.114	0.188	-0.951	0.076	-0.019	0.252	-0.618	0.047	-0.207	0.688	-0.975	0.246
8	-0.049	0.101	-0.564	0.034	-0.080	-0.058	-0.869	0.051	-0.010	0.143	-0.568	0.032	-0.068	-0.087	-0.870	0.035
8.5	0.013	-0.181	0.156	-0.006	0.015	-0.472	-0.520	0.007	-0.008	-0.189	0.163	-0.013	0.016	-0.541	-0.581	-0.057
9	0.023	-0.269	0.308	-0.041	0.088	-0.748	-0.046	-0.015	-0.014	-0.295	0.327	-0.055	0.057	-0.749	-0.054	-0.097
9.5	0.136	-0.374	0.388	-0.073	0.120	-0.796	0.330	-0.044	0.105	-0.421	0.427	-0.102	0.091	-0.854	0.571	-0.169
10	0.112	-0.406	0.317	0.013	0.130	-0.725	0.492	-0.044	0.080	-0.435	0.357	-0.003	0.111	-0.848	0.737	-0.159
10.5	-0.004	-0.264	0.142	0.051	0.081	-0.543	0.433	-0.020	-0.030	-0.270	0.158	0.040	0.025	-0.612	0.526	-0.056
11	-0.035	-0.064	-0.131	-0.021	0.015	-0.244	0.089	-0.019	-0.032	-0.065	-0.128	-0.029	-0.008	-0.248	0.095	-0.033
11.5	-0.035	0.218	-0.329	0.018	-0.034	0.212	-0.346	0.019	-0.001	0.241	-0.342	0.026	0.001	0.233	-0.357	0.023
12	-0.069	0.305	-0.454	0.020	-0.096	0.413	-0.594	0.056	-0.027	0.357	-0.485	0.032	-0.047	0.530	-0.660	0.091
12.5	-0.103	0.294	-0.411	0.069	-0.135	0.489	-0.709	0.082	-0.069	0.337	-0.436	0.089	-0.121	0.720	-0.827	0.181
13	-0.120	0.235	-0.358	0.055	-0.143	0.517	-0.774	0.077	-0.092	0.262	-0.372	0.066	-0.185	0.850	-0.921	0.246
13.5	-0.050	0.228	-0.278	0.001	-0.138	0.505	-0.804	0.072	-0.020	0.244	-0.290	0.008	-0.201	0.887	-0.948	0.272
14	0.004	0.177	-0.203	0.009	-0.127	0.435	-0.791	0.065	0.029	0.188	-0.212	0.016	-0.123	0.742	-0.890	0.159
14.5	0.016	-0.129	0.103	0.001	-0.106	0.292	-0.715	0.046	0.002	-0.133	0.108	-0.005	-0.071	0.437	-0.752	0.063
15	-0.010	-0.210	0.220	-0.032	-0.043	0.072	-0.572	0.011	-0.039	-0.226	0.233	-0.042	-0.006	0.100	-0.575	-0.004
15.5	0.061	-0.263	0.246	-0.031	0.011	-0.193	-0.369	-0.005	0.031	-0.278	0.260	-0.043	0.021	-0.200	-0.374	-0.032
16	0.154	-0.327	0.205	-0.079	0.064	-0.436	-0.165	0.002	0.131	-0.342	0.220	-0.100	0.049	-0.437	-0.178	-0.035
16.5	0.027	-0.296	0.251	0.024	0.081	-0.597	0.022	-0.008	-0.007	-0.312	0.272	0.013	0.047	-0.597	0.038	-0.056
17	0.132	-0.285	0.162	0.056	0.095	-0.685	0.175	-0.010	0.113	-0.286	0.174	0.048	0.052	-0.699	0.254	-0.067
17.5	0.042	-0.221	0.110	0.006	0.076	-0.683	0.278	-0.031	0.022	-0.224	0.118	-0.005	0.018	-0.719	0.396	-0.097
18	-0.069	-0.124	0.075	0.029	0.037	-0.604	0.295	-0.024	-0.082	-0.130	0.084	0.022	-0.031	-0.640	0.384	-0.072
18.5	-0.029	-0.083	-0.053	-0.005	0.026	-0.488	0.199	-0.033	-0.032	-0.084	-0.049	-0.012	-0.024	-0.505	0.238	-0.069
19	-0.041	0.001	-0.144	-0.051	0.004	-0.323	0.073	-0.045	-0.034	0.000	-0.143	-0.056	-0.025	-0.330	0.083	-0.068
19.5	0.035	0.071	-0.201	0.037	0.010	-0.112	-0.107	-0.001	0.053	0.084	-0.206	0.039	0.008	-0.110	-0.106	-0.012
20	-0.004	0.355	-0.233	0.016	-0.024	0.019	-0.112	0.010	0.036	0.375	-0.261	0.036	-0.017	0.021	-0.111	0.007

4 lentelė.

EFAST metodu atliktos jautrumo analizės rodiklių reikšmės (aukų skaičiui)

Aukų skaičiaus priklausomybė nuo modelio parametru								
t	Pirmos eilės jautrumo rodikliai				Suminiai jautrumo rodikliai			
	α	β	σ	δ	α	β	σ	δ
0.5	0.001	0.802	0.149	0.009	0.026	0.858	0.225	0.085
1	0.001	0.414	0.513	0.016	0.040	0.472	0.566	0.044
1.5	0.001	0.286	0.639	0.015	0.049	0.350	0.691	0.034
2	0.001	0.252	0.672	0.014	0.051	0.319	0.723	0.031
2.5	0.002	0.243	0.679	0.014	0.052	0.310	0.730	0.030
3	0.003	0.241	0.680	0.014	0.053	0.308	0.730	0.030
3.5	0.004	0.241	0.679	0.014	0.053	0.307	0.728	0.029
4	0.005	0.240	0.693	0.013	0.038	0.290	0.739	0.027
4.5	0.003	0.070	0.274	0.003	0.115	0.730	0.894	0.080
5	0.000	0.233	0.415	0.001	0.049	0.570	0.763	0.028
5.5	0.009	0.132	0.218	0.010	0.119	0.756	0.786	0.150
6	0.033	0.048	0.056	0.026	0.621	0.880	0.886	0.527
6.5	0.035	0.233	0.420	0.051	0.704	0.606	0.660	0.878
7	0.005	0.296	0.428	0.022	0.153	0.527	0.659	0.097
7.5	0.006	0.295	0.427	0.022	0.153	0.527	0.658	0.097
8	0.006	0.295	0.426	0.022	0.153	0.527	0.656	0.097
8.5	0.006	0.296	0.431	0.022	0.153	0.526	0.647	0.097
9	0.007	0.290	0.374	0.022	0.085	0.567	0.718	0.094
9.5	0.013	0.174	0.231	0.017	0.221	0.745	0.860	0.142
10	0.005	0.072	0.126	0.004	0.123	0.868	0.880	0.118
10.5	0.013	0.146	0.122	0.009	0.135	0.873	0.871	0.234
11	0.002	0.163	0.182	0.002	0.205	0.847	0.849	0.126
11.5	0.006	0.158	0.189	0.006	0.174	0.735	0.808	0.139
12	0.007	0.194	0.148	0.009	0.417	0.834	0.803	0.377
12.5	0.040	0.070	0.083	0.041	0.503	0.872	0.725	0.460
13	0.031	0.147	0.107	0.020	0.589	0.783	0.891	0.509
13.5	0.042	0.151	0.087	0.041	0.721	0.788	0.843	0.704
14	0.034	0.151	0.160	0.040	0.778	0.788	0.771	0.760
14.5	0.041	0.182	0.186	0.040	0.799	0.763	0.646	0.758
15	0.015	0.234	0.167	0.019	0.392	0.752	0.688	0.325
15.5	0.020	0.246	0.177	0.017	0.269	0.847	0.767	0.196
16	0.025	0.230	0.139	0.019	0.276	0.849	0.854	0.328
16.5	0.012	0.112	0.126	0.014	0.320	0.909	0.861	0.378
17	0.006	0.149	0.056	0.009	0.229	0.901	0.883	0.245
17.5	0.024	0.077	0.067	0.010	0.317	0.935	0.881	0.274
18	0.005	0.140	0.035	0.014	0.364	0.949	0.888	0.339
18.5	0.009	0.098	0.053	0.021	0.308	0.950	0.885	0.466
19	0.011	0.092	0.046	0.032	0.390	0.916	0.887	0.455
19.5	0.015	0.161	0.072	0.025	0.354	0.929	0.832	0.447

20	0.022	0.111	0.110	0.017	0.350	0.829	0.856	0.360
----	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

5 lentelė.

EFAST metodu atliktos jautrumo analizės rodiklių reikšmės (grobuonių skaičiui)

Grobuonių skaičiaus priklausomybė nuo modelio parametru								
t	Pirmos eilės jautrumo rodikliai				Suminiai jautrumo rodikliai			
	α	β	σ	δ	α	β	σ	δ
0.5	0.003	0.782	0.070	0.004	0.062	0.899	0.170	0.128
1	0.003	0.649	0.203	0.004	0.076	0.773	0.299	0.128
1.5	0.003	0.540	0.329	0.003	0.088	0.667	0.419	0.120
2	0.004	0.504	0.371	0.003	0.099	0.633	0.461	0.118
2.5	0.004	0.586	0.277	0.003	0.104	0.708	0.375	0.133
3	0.005	0.831	0.052	0.005	0.095	0.922	0.202	0.166
3.5	0.010	0.558	0.127	0.010	0.157	0.828	0.554	0.222
4	0.033	0.133	0.161	0.018	0.700	0.697	0.826	0.363
4.5	0.015	0.316	0.383	0.024	0.076	0.629	0.698	0.210
5	0.005	0.096	0.233	0.004	0.079	0.753	0.877	0.044
5.5	0.003	0.064	0.525	0.003	0.143	0.372	0.891	0.073
6	0.012	0.092	0.535	0.018	0.277	0.405	0.855	0.247
6.5	0.018	0.088	0.358	0.011	0.374	0.665	0.866	0.253
7	0.021	0.076	0.335	0.020	0.433	0.686	0.877	0.413
7.5	0.022	0.067	0.316	0.022	0.458	0.692	0.886	0.446
8	0.022	0.058	0.291	0.024	0.481	0.698	0.897	0.478
8.5	0.021	0.076	0.061	0.024	0.514	0.853	0.883	0.513
9	0.052	0.085	0.126	0.028	0.879	0.764	0.855	0.756
9.5	0.014	0.199	0.141	0.024	0.589	0.816	0.789	0.723
10	0.008	0.190	0.111	0.016	0.228	0.860	0.807	0.213
10.5	0.001	0.082	0.080	0.014	0.112	0.936	0.892	0.230
11	0.005	0.065	0.095	0.010	0.216	0.885	0.924	0.257
11.5	0.007	0.053	0.157	0.007	0.339	0.862	0.926	0.221
12	0.008	0.058	0.227	0.008	0.373	0.682	0.852	0.226
12.5	0.007	0.126	0.195	0.021	0.504	0.647	0.814	0.466
13	0.038	0.104	0.176	0.046	0.580	0.816	0.806	0.594
13.5	0.037	0.093	0.175	0.034	0.627	0.811	0.847	0.557
14	0.034	0.084	0.092	0.029	0.644	0.806	0.880	0.589
14.5	0.041	0.057	0.053	0.046	0.694	0.861	0.882	0.777
15	0.043	0.076	0.115	0.040	0.782	0.871	0.877	0.750
15.5	0.052	0.110	0.071	0.037	0.881	0.869	0.772	0.868
16	0.047	0.121	0.056	0.026	0.839	0.898	0.828	0.748
16.5	0.033	0.132	0.056	0.012	0.431	0.898	0.839	0.499
17	0.016	0.111	0.074	0.005	0.478	0.914	0.881	0.458
17.5	0.005	0.112	0.052	0.018	0.319	0.941	0.899	0.386
18	0.011	0.046	0.035	0.030	0.288	0.956	0.885	0.427

18.5	0.018	0.062	0.021	0.020	0.496	0.903	0.918	0.424
19	0.026	0.070	0.042	0.052	0.476	0.948	0.902	0.692
19.5	0.023	0.085	0.041	0.018	0.593	0.884	0.906	0.460
20	0.036	0.054	0.067	0.023	0.482	0.916	0.882	0.594

6 lentelė.

Sobol metodu atliktos jautrumo analizės rodiklių reikšmės (aukų skaičiui)

Aukų skaičiaus priklausomybė nuo modelio parametru								
t	Pirmos eilės jautrumo rodikliai				Suminiai jautrumo rodikliai			
	α	β	σ	δ	α	β	σ	δ
0.5	0.000	0.853	0.152	0.009	0.000	0.861	0.153	0.011
1	0.000	0.441	0.531	0.011	0.000	0.461	0.544	0.013
1.5	0.000	0.307	0.662	0.009	0.000	0.329	0.678	0.012
2	0.001	0.272	0.697	0.009	0.001	0.294	0.714	0.011
2.5	0.001	0.262	0.707	0.009	0.001	0.283	0.723	0.011
3	0.002	0.260	0.709	0.008	0.002	0.280	0.726	0.010
3.5	0.003	0.259	0.710	0.008	0.004	0.279	0.727	0.010
4	0.001	0.251	0.721	0.010	0.007	0.297	0.766	0.010
4.5	-0.011	0.081	0.299	-0.015	0.022	0.637	0.850	0.027
5	-0.002	0.323	0.471	0.006	0.014	0.634	0.760	0.019
5.5	0.005	0.137	0.339	-0.013	0.028	0.591	0.775	0.030
6	0.001	0.015	0.021	0.000	0.064	0.952	0.993	0.040
6.5	0.001	0.336	0.481	0.006	-0.005	0.473	0.603	0.010
7	0.001	0.335	0.485	0.006	-0.005	0.467	0.606	0.010
7.5	0.002	0.335	0.485	0.006	-0.005	0.466	0.606	0.010
8	0.002	0.336	0.484	0.006	-0.005	0.467	0.605	0.010
8.5	-0.004	0.329	0.447	0.006	0.023	0.521	0.625	0.023
9	-0.011	0.238	0.474	0.013	0.040	0.569	0.790	0.034
9.5	0.015	0.211	0.269	0.000	0.044	0.805	0.858	0.071
10	-0.023	0.043	0.106	-0.028	0.044	0.837	0.859	0.072
10.5	-0.014	0.128	0.109	-0.016	0.063	0.839	0.809	0.105
11	-0.001	0.249	0.275	0.012	0.067	0.846	0.864	0.083
11.5	0.003	0.106	0.157	-0.020	0.074	0.781	0.822	0.082
12	-0.005	-0.012	0.045	-0.018	0.054	0.820	0.905	0.118
12.5	0.005	0.257	0.189	0.006	0.076	0.818	0.758	0.093
13	0.005	0.069	0.343	0.002	0.286	0.687	0.941	0.132
13.5	0.000	0.163	0.154	0.001	-0.018	0.833	0.829	-0.030
14	-0.004	0.279	0.227	0.005	0.143	0.770	0.712	0.152
14.5	0.002	0.202	0.182	0.007	0.044	0.741	0.706	0.087
15	-0.004	0.277	0.231	0.028	0.023	0.773	0.757	0.127
15.5	0.001	0.244	0.297	0.037	0.066	0.796	0.817	0.053
16	0.012	0.208	0.159	-0.015	0.044	0.922	0.876	0.185
16.5	0.000	0.145	0.134	0.012	0.064	0.888	0.911	0.148
17	-0.016	0.040	0.198	-0.018	0.107	0.881	0.907	0.230

17.5	-0.033	0.087	0.047	0.003	0.042	0.951	0.929	0.209
18	0.000	0.045	0.054	0.011	0.088	0.979	0.890	0.201
18.5	-0.006	0.260	0.139	0.017	0.151	0.904	0.869	0.247
19	-0.031	0.138	0.100	0.035	0.156	0.950	0.915	0.237
19.5	-0.026	0.030	-0.057	0.017	0.148	0.960	0.862	0.176
20	0.006	0.264	0.041	-0.003	0.060	0.972	0.821	0.340

7 lentelė.

Sobol metodu atliktos jautrumo analizės rodiklių reikšmės (grobuonių skaičiui)

Grobuonių skaičiaus priklausomybė nuo modelio parametų								
t	Pirmos eilės jautrumo rodikliai				Suminiai jautrumo rodikliai			
	α	β	σ	δ	α	β	σ	δ
0.5	0.000	0.979	0.080	0.000	0.001	0.984	0.084	0.000
1	0.000	0.837	0.227	0.001	0.001	0.848	0.237	0.000
1.5	0.000	0.696	0.367	0.001	0.001	0.713	0.382	0.000
2	0.000	0.648	0.418	0.002	0.001	0.665	0.434	0.001
2.5	0.001	0.753	0.320	0.004	0.003	0.764	0.328	0.003
3	0.002	0.979	0.064	0.009	0.006	0.994	0.058	0.006
3.5	0.002	0.554	0.205	0.005	-0.038	0.773	0.380	-0.012
4	0.000	0.152	0.441	0.002	-0.012	0.571	0.835	-0.007
4.5	0.003	0.305	0.405	-0.006	0.014	0.623	0.717	0.009
5	-0.014	0.154	0.226	-0.002	0.020	0.753	0.814	0.019
5.5	0.007	0.086	0.647	0.001	0.025	0.436	0.962	0.010
6	0.002	0.066	0.693	-0.003	-0.001	0.259	0.877	-0.016
6.5	0.002	0.156	0.613	0.002	0.002	0.362	0.859	0.018
7	0.001	0.135	0.632	0.002	0.001	0.346	0.886	0.020
7.5	0.001	0.114	0.652	0.001	0.000	0.331	0.912	0.022
8	-0.003	0.100	0.634	0.001	-0.020	0.355	0.946	0.017
8.5	-0.005	0.002	0.032	-0.001	0.019	0.951	1.006	-0.280
9	-0.007	0.274	0.250	0.010	0.042	0.773	0.720	0.026
9.5	0.003	0.081	0.175	-0.004	0.043	0.859	0.914	0.005
10	0.003	0.226	0.176	-0.006	0.056	0.897	0.838	0.140
10.5	-0.007	0.132	0.086	0.003	0.081	0.936	0.846	0.095
11	0.028	0.135	0.167	0.013	0.097	0.889	0.865	0.162
11.5	-0.005	0.128	0.201	0.016	0.088	0.854	0.971	0.154
12	-0.047	-0.003	0.080	-0.025	0.104	0.844	0.940	0.076
12.5	0.018	0.060	0.335	0.027	-0.074	0.696	0.939	0.015
13	0.011	0.179	0.167	-0.009	-0.071	0.739	0.821	-0.058
13.5	0.004	0.040	0.453	-0.001	0.086	0.435	0.944	-0.109
14	-0.020	0.010	0.207	0.005	0.333	0.833	0.994	-0.492
14.5	-0.004	0.432	0.012	-0.002	-0.014	1.004	0.679	-0.173
15	-0.002	0.235	0.196	-0.001	0.072	0.850	0.854	-0.104
15.5	0.007	0.185	0.042	0.051	0.137	0.949	0.877	0.516
16	0.005	0.090	0.086	0.014	0.112	0.999	1.009	0.173

16.5	0.011	0.114	0.090	-0.016	0.145	0.927	0.874	0.293
17	-0.001	0.123	0.104	-0.001	0.139	0.940	0.801	0.335
17.5	-0.010	0.064	0.083	0.022	0.242	1.005	1.016	0.246
18	0.011	0.129	-0.002	0.052	0.225	1.017	0.910	0.400
18.5	0.005	0.098	0.069	0.006	0.137	0.985	0.923	0.238
19	-0.019	0.048	0.049	-0.041	0.207	0.967	0.971	0.339
19.5	-0.007	0.185	0.090	0.097	0.182	0.947	0.990	0.302
20	0.017	-0.001	0.034	0.014	0.298	0.905	0.955	0.297

3 PRIEDAS. PROGRAMOS KODAS

4-pakopio Runge-Kutos metodo programos kodas:

Sub RungeKuta()

nsteps = Range("E5")

startq = Range("E6")

startp = Range("E7")

h = Range("E8")

rownum = 11

Range("A12:CY4012").Clear

Range("A4015:CY8020").Clear

Cells(rownum, 1) = 0

Cells(rownum, 2) = 0

Cells(rownum, 4) = startq

Cells(4003 + rownum, 4) = startp

t = Sheet1.Cells(4, 5)

For j = 1 To t

a = Sheet2.Cells(j + 3, 3)

b = Sheet2.Cells(j + 3, 7)

S = Sheet2.Cells(j + 3, 11)

d = Sheet2.Cells(j + 3, 15)

lastq = startq

lastp = startp

t = 0

For n = 1 To nsteps

```

k1q = a * lastq - b * lastq * lastp
k1p = -S * lastp + d * lastq * lastp
k2q = a * (lastq + (h * k1q) / 2) - b * (lastq + (h * k1q) / 2) * (lastp + h / 2)
k2p = -S * (lastp + (h * k1p) / 2) + d * (lastq + h / 2) * (lastp + (h * k1p) / 2)
k3q = a * (lastq + (h * k2q) / 2) - b * (lastq + (h * k2q) / 2) * (lastp + h / 2)
k3p = -S * (lastp + (h * k2p) / 2) + d * (lastq + h / 2) * (lastp + (h * k2p) / 2)
k4q = a * (lastq + h * k3q) - b * (lastq + h * k3q) * (lastp + h)
k4p = -S * (lastp + h * k3p) + d * (lastq + h) * (lastp + h * k3p)
nextq = lastq + (h / 6) * (k1q + 2 * k2q + 2 * k3q + k4q)
nextp = lastp + (h / 6) * (k1p + 2 * k2p + 2 * k3p + k4p)
t = t + h
Cells(rownum + n, 1) = n
Cells(rownum + n, 2) = t
Cells(rownum + n, j + 3) = nextq
Cells(rownum + n + nsteps + 3, j + 3) = nextp
lastq = nextq
lastp = nextp
Next n
Next j
End Sub

```

Rezultato failo formavimo programos kodas SimLab 2.2 programai pateikti:

```

Sub formuoti()
a = Sheet2.Cells(5, 1)
b = 0
c = Sheet1.Cells(5, 5)
For i = 1 To a
    Sheet2.Cells(i + 5 + b, 1) = "RUN"
    Sheet2.Cells(i + 5 + b, 2) = i - 1
    Sheet2.Cells(i + 6 + b, 1) = c
    For j = 1 To c

```

```
Sheet2.Cells(i + 6 + b + j, 1) = Sheet1.Cells(11 + j, 2)
```

```
Sheet2.Cells(i + 6 + b + j, 2) = Sheet1.Cells(11 + j, 3 + i)
```

```
Sheet2.Cells(i + 6 + b + j, 3) = Sheet1.Cells(11 + j + c + 3, 3 + i)
```

```
Next j
```

```
b = b + c + 1
```

```
Next i
```

```
End Sub
```