



**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS**

Augustinas Povilas Fedaravičius

**DENDRITINIŲ NEURONŲ ATSITIKTINIŲ TINKLŲ DINAMIKOS
TYRIMAS ESANT IŠORINIAM NUO FAZĖS
NEPRIKLAUSOMAM ŽADINIMUI**

Baigiamasis magistro projektas

Vadovas

Prof. habil. dr. Minvydas Ragulskis

KAUNAS, 2015

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS

**DENDRITINIŲ NEURONŲ ATSITIKTINIŲ TINKLŲ DINAMIKOS
TYRIMAS ESANT IŠORINIAM NUO FAZĖS NEPRIKLAUSOMAM
ŽADINIMUI**

Baigiamasis magistro projektas
Taikomoji matematika (kodas 621G10003)

Vadovas

(parašas) Prof. habil. dr. Minvydas Ragulskis
(data)

Recenzentas

(parašas) Doc. dr. Kristina Lukoševičiūtė
(data)

Projektą atliko

(parašas) Augustinas Povilas Fedaravičius
(data)

KAUNAS, 2015



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS

Augustinas Povilas Fedaravičius
Taikomoji matematika (621G10003)

Baigiamojo projekto „Dendritinių neuronų atsitiktinių tinklų dinamikos tyrimas esant išoriniam nuo fazės nepriklausomam žadinimui“

AKADEMINIO SĄŽININGUMO DEKLARACIJA

2015 m. birželio mėn. 5 d.

Kaunas

Patvirtinu, kad mano, **Augustino Povilo Fedaravičiaus**, baigiamasis darbas tema „Dendritinių neuronų atsitiktinių tinklų dinamikos tyrimas esant išoriniam nuo fazės nepriklausomam žadinimui“ yra parašytas visiškai savarankiškai, o visi pateikti duomenys ar tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti sąžiningai. Šiame darbe nei viena darbo dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar internetinių šaltinių, visos kitų šaltinių tiesioginės ir netiesioginės citatos nurodytos literatūros nuorodose. Įstatymu nenumatytų piniginių sumų už šį darbą niekam nesu mokėjęs.

Aš suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo faktui, man bus taikomos nuobaudos, remiantis Kauno technologijos universitete galiojančia tvarka.

(studento vardas ir pavardė, įrašyti ranka)

(parašas)

Fedaravičius A. P. Analysis of the dynamics of random dendritic neuron networks under external phase-independent stimulation. Master's work in applied mathematics / supervisor prof. habil. dr. Minvydas Ragulskis; Department of Mathematical Modelling, Faculty of Mathematics and Natural Science, Kaunas University of Technology.

Kaunas, 2015. 45 p.

SUMMARY

A dendritic neuron model exhibits bistability under continuous weak stimulation - the oscillatory synchronized regime and the quiet regime coexist. Complex nonlinear dynamics are observed when the neuron undergoes not only phase-dependent continuous weak stimulation, but also when it is driven by an external phase-independent stimulation. In the latter case basin boundaries between the synchronized and the quiet regime become complex and fractal. Simple strategies based on control pulses are not sufficient in these circumstances, because it becomes difficult to predict the dynamics of the neuron after the application of the control pulse. Therefore, a new neural control method is proposed. Initially, a weak phase control strategy is applied until fractal basin boundaries evolve into a deterministic manifold. Consequently, a single control pulse is immediately applied and the neuron evolves into a calm state. The same strategy is successfully applied to random networks of dendritic neurons driven by phase-independent stimulation. Furthermore, it is discovered that it is sufficient to apply the control pulse to only a fraction of the neurons for the network to evolve into a calm state. Lastly, a control strategy for an Erdős-Renyi network based on discarding connections between neurons is proposed.

Turinys

Iliustracijų sąrašas	3
Lentelių sąrašas	4
Įvadas	5
1 Bendroji dalis	7
1.1 Neuronų bei nervų sistemos fiziologijos apžvalga	7
1.2 Biologinių neuronų modeliavimas	8
1.3 Dendritinio neurono modelis	10
1.4 Fazinio sinchronizavimo metodas pritraukimo sričių fraktališkumui eliminuoti	13
1.5 Kompleksinių tinklų sinchronizacijos tyrimų istorija	14
1.6 Kuramoto modelis	16
1.7 Atsitiktiniai grafai	17
1.7.1 Erdős-Renyi grafai	17
1.7.2 Mažojo pasaulio grafai	18
1.7.3 Bemasteliai grafai	18
1.8 Newmark-beta skaitinio integravimo algoritmas	18
1.9 Programinė įranga MATLAB ir skaičiavimo vektorizavimas	20
2 Tiriamoji dalis	21
2.1 Neurono su išoriniu nuo fazės nepriklausomu žadinimu modelis	21
2.1.1 Fazinės sinchronizacijos metodo taikymas neurono su išoriniu nuo fazės nepriklausomu žadinimu dinamikos valdymui	23
2.2 Impulsu pagrįstas atsitiktinio neuroninio tinklo dinamikos valdymas	27
2.2.1 Impulsu pagrįstos tinklo valdymo strategijos efektyvumo priklausomybė nuo stimuliuojamų neuronų skaičiaus	29
2.3 Neuroninio tinklo dinamikos valdymas keičiant tinklo topologiją	32

Išvados	38
Literatūra	39
Priedas. Pagrindinių algoritmų realizacija	43

Iliustracijų sąrašas

1	Nervų sistemos ląstelės schema	7
2	Vieno neurono pritraukimo sritys esant pastoviam nuo fazės priklausomam žadinimui	11
3	Impulsu pagrįstas neurono dinamikos valdymas esant pastoviam nuo fazės priklausomam žadinimui	12
4	Skaitinio integravimo laiko priklausomybė nuo neuronų skaičiaus tinkle . .	20
5	Dendritinio neurono fazinės erdvės trajektorijų projekcijos esant nuo fazės nepriklausomam žadinimui	22
6	Neurono, veikiamo išorinio nuo fazės nepriklausomo žadinimo, pritraukimo sritis	22
7	Fazinės trajektorijos trimatėje erdvėje	23
8	Sistemos faziniai portretai esant skirtingoms α reikšmėms	24
9	Modifikuota neurono būsenos funkcija	25
10	Bendros pritraukimo srities konstravimas neuronui su išoriniu nuo fazės nepriklausomu žadinimu	26
11	Neurono dinamikos valdymas impulsu esant išoriniam nuo fazės nepriklausomam žadinimui	27
12	Impulsu pagrįstas skirtingų topologijų neuroninių tinklų dinamikos valdymas	30
13	Skirtingų topologijų tinklų evoliucija	30
14	Pilnojo tinklo ramybės būsenos neuronų skaičiaus priklausomybė nuo stimuliuojamų neuronų skaičiaus	31
15	Erdős-Renyi atsitiktinio neuroninio tinklo ramybės būsenos neuronų skaičiaus priklausomybė nuo stimuliuojamų neuronų skaičiaus	32
16	Mažojo pasaulio tinklo ramybės būsenos neuronų skaičiaus priklausomybė nuo stimuliuojamų neuronų skaičiaus	34
17	Barabási-Albert tinklo ramybės būsenos neuronų skaičiaus priklausomybė nuo stimuliuojamų neuronų skaičiaus	35
18	Dalies tinklo stimuliavimas esant skirtingam centriškumo matui	36

19	Erdős-Renyi neuroninio tinklo ramybės būsenos neuronų skaičiaus priklausomybė nuo panaikintų grafo briaunų skaičiaus	37
20	Atsitiktinio tinklo evoliucija esant skirtingoms γ reikšmėms	37

Lentelių sąrašas

1	Newmark skaitinio integravimo metodo variantai	19
---	--	----

Įvadas

Pastaraisiais dešimtmečiais tyrėjų dėmesį prikaustė nervų sistemos sinchronizacijos reiškiniai [1, 2]. Neurologinių sutrikimų, tokių kaip Parkinsono liga, esencialinis tremoras ar epilepsija, smegenų funkcijos sutrikimo išraiška – patloginė nervų sistemos struktūrų sinchronizacija. Parkinsono ligai būdingas ramybės tremoras, kurį sukelia gumbure ir pamatiniuose rezginiuose esančių neuronų populiacijos dalies sinchronizacija. Šių sričių neuronai veikia periodiškai, dažniu, sutampančiu su tremoru. Normos atveju, šie neuronai veikia nekoreliuotai [3].

Tokių ligų gydymui taikoma elektrinė smegenų stimuliacija (angl. *deep brain stimulation*) [4, 5]. Proceso esmė yra nuolatinis aukšto dažnio (didesnio nei 100 Hz) ir didelės amplitudės elektrinis signalas, siunčiamas iš smegenyse implantuotų elektrodų į gumburo vidurinį ventralinį branduolį (lot. *nucleus ventralis intermedius thalami*), pogumburio branduolį (lot. *nucleus subthalamicus*) arba blyškųjų kamuolį (lot. *globus pallidus*) [3]. Elektrinė smegenų stimuliacija sustabdo tremorą ir kitus simptomus visiškai nuslopindama neuronų veiklą, taip imituodama stimuliuojamos srities pažeidimą [6]. Vis dėlto, tikslus metodo veikimo mechanizmas nėra iki galo ištirtas [3]. Taip pat paaiškėjo ir tam tikri šios procedūros šalutiniai poveikiai, tokie kaip disartrijs (kalbos artikuliacijos sutrikimas), disestezijs (lytėjimo pojūčio sutrikimas), pusiausvyros, eisenos, koordinacijos sutrikimai. Be to, pastebėta, kad laikui bėgant gydymo efektyvumas mažėja [7].

Dėl šių priežasčių, tyrinėjami nauji metodai suvaldyti patloginę neuroninių tinklų sinchronizaciją [8–13]. Modeliuojant aktyvius neuronus, tinka ir standartinio fazinio osciliatoriaus modelis [2, 14–16], tačiau nagrinėjant impulsu pagrįstą stimuliaciją, būtina atsižvelgti į neuronų dendritinę dinamiką [17–19]. Elektrinė stimuliacija neuronuose sukelia dendritinės dinamikos sąlygotus pereinamuosius procesus [20, 21], dėl kurių neurono atsakas į impulsą yra vėluojantis ir tolydus. [17–22]. Dendritinė dinamika lemia dviejų neuronų režimų egzistavimą: stabilaus ribinio ciklo bei židinio taško pritraukimo srities. Pirmasis režimas atitinka pastovų periodinį neurono aktyvumą, antrasis – neurono buvimą ramybės būsenoje.

Smegenų struktūros, ypač smegenų žievės, yra stipriai susietos tarpusavyje, todėl neuronai nuolat yra veikiami išorinių signalų iš kitų smegenų sričių. Ir nors šis foninis stimuliavimas nėra intensyvus, tačiau tyrimai parodė reikšmingą ir įvairų nervinį atsaką į jį. Dėl šios priežasties, yra tikslinga nagrinėti neuronus, veikiamus išorinio nuo fazės nepriklausomo žadinimo [23].

Sukonstravus dendritinio neurono su nuo fazės nepriklausomu žadinimu modelį, ištyrus jo dinamiką ir pritaikius dinamikos valdymo strategiją, kitas logiškas žingsnis yra nagrinėti šių modelių sąveiką tinkle, tinklo topologijos įtaką jo dinamikai bei galimas

tinklo valdymo strategijas. Reikia įvertinti ir alternatyvas impulsu pagrįstai stimuliacijai, tokias kaip atsitiktinio tinklo dinamikos valdymas keičiant tinklo topologiją [24].

Kaip matyti iš pateiktos analizės, nagrinėjama magistro baigiamojo darbo tema yra aktuali moksliniu ir praktiniu aspektais.

Darbo tikslas – sukurti dendritinių neuronų atsitiktinių tinklų esant išoriniam nuo fazės nepriklausomam žadinimui modelį, ištirti jo topologines ir dinamines charakteristikas pritaikant pažangiausius neuronų dinamikos valdymo metodus.

Uždaviniai:

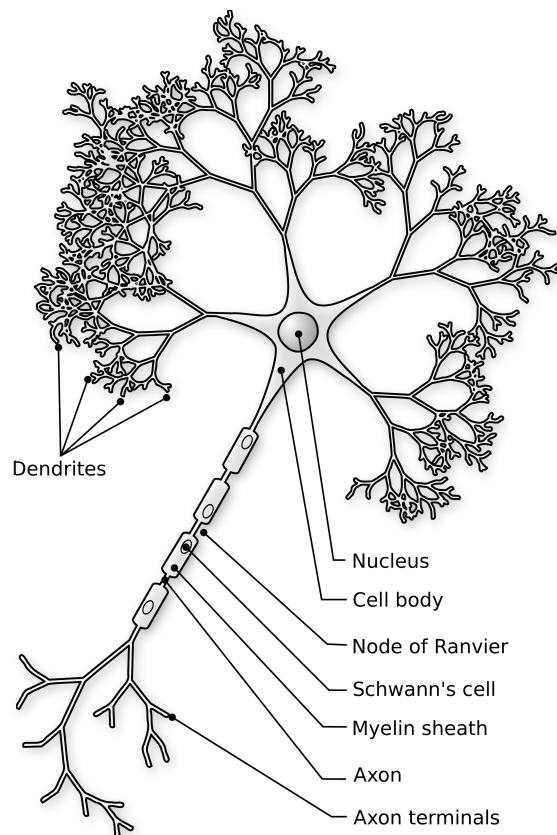
1. Atlikti neuronų ir neuronų tinklų fiziologijos, modeliavimo ir valdymo metodų analizę, nustatyti jų privalumus, trūkumus ir vystymo galimybes.
2. Sukurti neurono su išoriniu nuo fazės nepriklausomu žadinimu modelį, ištirti jo netiesines dinamines charakteristikas.
3. Pritaikyti fazinės sinchronizacijos metodą neurono pritraukimo sričių fraktališkumui eliminuoti.
4. Pritaikyti impulsu pagrįstą valdymo metodą keturių skirtingų topologijų neuroniniams tinklams su išoriniu nuo fazės nepriklausomu žadinimu ir atlikti jo dinamikos tyrimą.
5. Pasiūlyti ir išanalizuoti alternatyvų atsitiktinio neuroninio tinklo, esant išoriniam nuo fazės nepriklausomam žadinimui, dinamikos valdymo metodą, keičiant tinklo topologiją.

1 Bendroji dalis

1.1 Neuronų bei nervų sistemos fiziologijos apžvalga

Svarbiausias stuburinių gyvūnų nervų sistemos komponentas – neįtikėtinai sudėtingas neuronų tinklas, atsakingas ne tik už fiziologinių sistemų integraciją ir valdymą, bet ir už aukštesnias funkcijas: atmintį, mąstymą, emocijas ir kt.

Neuronas, arba nervų ląstelė, yra sudarytas iš ląstelės kūno (lot. *soma*, gr. *perikaryon*), kuriame glūdi neurono branduolys, ir ataugų – dendritų ir aksonų (1 pav.). Priklausomai nuo ląstelės dydžio, formos, ataugų skaičiaus, funkcijos, neuronai skirstomi į įvairius tipus, iš kurių pagrindiniai yra tariamai vienpoliai, bipoliniai ir daugiapoliniai neuronai. Pirmieji du tipai yra periferinės nervų sistemos ląstelės, o daugiapoliniai neuronai aptinkami centrinėje nervų sistemoje [25]. Neuroną dengia plazminė membrana – fosfolipidų dvisluoksnis, nelaidus elektriniams krūvininkams, ir todėl sukuriantis potencialų skirtumą tarp ląstelės išorės ir vidaus. Ramybės būsenoje šis potencialų skirtumas yra apie -70 mV – ląstelės vidus elektriškai neigiamas išorės atžvilgiu. Plazminė membrana elektriškai veikia kaip kondensatorius.



1 pav. Nervų sistemos ląstelės schema; pavaizduotas daugiapolis neuronas. Šaltinis: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Neuron-figure.svg>

Funkciškai įdomiausios neurono struktūros dalys yra jo ataugos. Neuronų dendritai, kurių neuronai dažniausiai turi daugiau nei vieną, o kartais jų skaičius siekia tūkstančius, išeina iš neurono kūno ir intensyviai šakojasi, taip daug kartų padidindami ląstelės paviršiaus plotą. Didžioji dalis informacijos nervinių impulsų pavidalu neuroną pasiekia būtent per dendritus. Aksonas, arba ašinis cilindras, yra vienas, tačiau periferiniuose nervuose gali viršyti net 1 m ilgį. Priklausomai nuo funkcijos ir neurono lokalizacijos, aksonai gali būti įvairių storių; jie gali būti padengti mielinu (lipidinis dangalas, didinantis veikimo potencialo sklaidimo greitį) arba nemielinizuoti. Aksonas yra efektorinė neurono dalis, per kurią neuronas siunčia impulsus į kitas ląsteles. [25] Ryšius vieni su kitais bei kitomis organizmo ląstelėmis neuronai sudaro per specialias jungtis, vadinamas sinapsėmis. Sinapsės gali būti cheminės arba elektrinės. Cheminėse sinapsėse signalą tarp ląstelių perneša specialios cheminės medžiagos, vadinamos neuromediatoriais (arba neurotransmis). Elektrinės sinapsės yra tiesioginės jungtys tarp ląstelių – kanalai, pro kuriuos elektriniai krūvininkai (jonai) gali laisvai difunduoti iš vienos ląstelės į kitą.

Nervų ląstelės turi žemą sujaudinimo slenkstį ir reaguoja į įvairios kilmės dirgiklius – tiek elektrinius, tiek cheminius ar mechaninius. Šie dirgikliai gali sukelti dvejopą elektrocheminį ląstelės būsenos pokytį: vietinius sinapsinius potencialus, arba plintantį veikimo potencialą, dar vadinamą nerviniu impulsu. Veikimo potencialas, kaip rodo ir pats pavadinimas, yra aktyvus procesas, kadangi nervinis audinys yra santykinai prastas pasyvus laidininkas, ir norint perduoti juo signalą, reikėtų aukštos elektrinės įtampos. Dirgikliai, pvz. sinapsiniai impulsai iš kitų neuronų aksonų, sukelia vietinį elektrinio potencialo pokytį; tai vadinama membranos depoliarizacija. Šis poveikis gali priklausyti nuo įeinančių signalų skaičiaus bei jų pasikartojimo laike – sakoma, kad sinapsiniam potencialui būdingas sumavimas laike ir erdvėje. Depoliarizacijai pasiekus slenkstinę vertę, generuojamas veikimo potencialas: atsidaro membrininiai jonų kanalai, teigiami krūvininkai juda iš tarpląstelinių tarpų į neuronų vidų, ląstelės potencialas dar labiau kinta – užsiveda grandininė reakcija ir impulsas plinta aksonu. Veikimo potencialui pasiekus aksono gale esančias sinapses, atpalaiduojami neuromediatoriai ir gretimo neurono dendrite sukeliamas sinapsinis potencialas. [26] Viršijus slenkstinę vertę, stipresnis atsakas neįmanomas – sakoma, kad neuronų signalai generuojami „viskas arba nieko“ principu [27].

1.2 Biologinių neuronų modeliavimas

Ankstesniame skyrelyje aprašytą neurono fiziologiją vienas pirmųjų 1907 m. bandė matematiškai aprašyti prancūzų mokslininkas Louis Lapicque, sukūręs vadinamąjį „integruoti ir šaudyti“ (angl. *integrate-and-fire*) neurono modelį [28]. Pirmasis modelis buvo tiesiog elektrinės talpos dėsnio išvestinė nuo laiko. Vėliau modelis buvo papildytas ir patobulintas [29]. Darbe išsamiau aprašomas daug sudėtingesnis ir tikslesnis Hodgkin-Huxley

biologinio neurono modelis.

Populiariausias ir plačiausiai taikomas neuronų modelis, pagrįstas Markovo kinetiniu modeliu, 1952 m. buvo sukurtas Hodgkin ir Huxley remiantis kalmaro gigantiškojo aksono tyrimais. (Kalmaro aksonai būna iki 1 mm skersmens; jie nemielinizuoti, todėl vienintelis būdas pasiekti didelį impulso sklidimo greitį yra didelis aksono skersmuo.)

Į neuroną atėjęs elektrinis impulsas $I(t)$ gali būti išskaidytas į srovę I_C , įkraunančią kondensatorių (plazminę membraną), ir į kitas srovės komponentes I_k , išseinančias per jonų kanalus:

$$I(t) = I_C(t) + \sum_k I_k(t), \quad (1.2.1)$$

čia k žymi jonų kanalus. Standartiniame Hodgkin-Huxley modelyje yra tik trijų tipų jonų kanalai: Na^+ , K^+ kanalai ir nespecifinio laidumo kanalai su varža R . Tuomet

$$I_C = C \frac{dV}{dt} = - \sum_k I_k(t) + T(t); \quad (1.2.2)$$

V yra transmembraninis potencialas, o $\sum_k I_k$ yra pro membraną praėjusių joninių srovių suma.

Jonų kanalai gali būti charakterizuojami pagal jų laidumą. Nespecifinis kanalas nusakomas nuo įtampos nepriklausomu laidumu $g_L = 1/R$; Na^+ ir K^+ kanalų maksimalus laidumas atitinkamai yra g_{Na} ir g_K . Normaliomis sąlygomis, dalis kanalų yra uždaryti, o tikimybė, kad kanalas yra atidarytas nusakoma papildomais kintamaisiais m , n ir h . Na^+ kanalus kontroliuoja m ir h , o K^+ – n :

$$\sum_k I_k = g_{Na} m^3 h (V - E_{Na}) + g_K n^4 (V - E_K) + g_L (V - E_L). \quad (1.2.3)$$

čia E – Nersto potencialai (kai jonų koncentracija abiejose plazminės membranos pusėse nekinta). Parametrų reikšmės nustatomos empiriškai. Kintamųjų m , n ir h kitimą laike nusako diferencialinės lygtys:

$$\dot{m} = \alpha_m(u) (1 - m) - \beta_m(u) m, \quad (1.2.4)$$

$$\dot{n} = \alpha_n(u) (1 - n) - \beta_n(u) n, \quad (1.2.5)$$

$$\dot{h} = \alpha_h(u) (1 - h) - \beta_h(u) h; \quad (1.2.6)$$

čia α ir β – kitimo greičio konstantos, priklausančios nuo įtampos, bet nepriklausančios nuo laiko. [30]

Už šį modelį 1963 m. autoriai buvo apdovanoti Nobelio premija fiziologijos ir medicinos srityje. Remiantis Hodgkin ir Huxley modeliu, vėliau buvo pasiūlyti modifikuoti, apibendrinti, kai kuriais atvejais net supaprastinti neuronų fiziologiniai modeliai (1961 m. dvimatis FitzHugh-Nagumo modelis [31], 1973 m. Morris-Lecar modelis [32] ir kt.), buvo tirta įvairių vidinių ir išorinių parametrų įtaka jų dinamikai [27].

Vis dėlto, šių modelių pritaikymas neuroninių tinklų modeliavimui yra ribotas. Visų pirma, nagrinėjant šimtus ar net tūkstančius neuronų, sujungtų į tinklus, šie modeliai yra pernelyg sudėtingi. Kitas trūkumas – nepaisant tiksliai modeliuojamos neurono plazminės membranos funkcijos, neatsižvelgiama į dendritinę dinamiką ir neuronų sąveiką. Įvairios dendritų savybės – jų morfologija, membranos aktyvumas, sinapsinių potencialų ypatybės – turi didelę įtaką informacijos apdorojimui bei saugojimui ir yra labai svarbios norint aprašyti centrinės nervų sistemos neuronus [17].

Dėl minėtų priežasčių, darbe naudojamas Haken antros eilės osciliatoriaus modelis, jau naudotas panašiuose tyrimuose P. A. Tass ir kitų [22, 24, 33]. Modelis fenomenologinis ir palyginti paprastas, tačiau leidžia modeliuoti įvairius tinklo parametrus, tokius kaip vėlinimą bei triukšmą [27]. Jis nėra visai fiziologiškas, kadangi nebandoma modeliuoti membranos potencialo ir jonų srovių, tačiau funkciškai gerai atspindi neurono, kaip biologinio tinklo vieneto, veikimą.

1.3 Dendritinio neurono modelis

Naudosime neurono, turinčio vieną dendritą bei vieną aksoną, modelį, kurio dendrito bei aksono dinamika aprašoma tokiomis diferencialinėmis lygtimis [22]:

$$\dot{\phi}_i(t) = \alpha f(\phi_j(t)) - \gamma \psi_i + \beta \xi(t), \quad (1.3.1)$$

$$\dot{\phi}_i(t) = c\psi_i(t) + \omega, \quad (1.3.2)$$

kur ψ_i yra i -tojo neurono dendritinė srovė, $f(\phi_j)$ – sinapsinis signalas iš j -tojo neurono, α – sinapsės ryšio stiprumas, γ – slopinimas dendrite, $\xi(t)$ – kiekvienam neuronui statistiškai nepriklausomas baltasis triukšmas, pasiskirstęs pagal standartinį normalųjį skirstinį ($\mu = 0, \sigma = 1$), β – triukšmo intensyvumas, c – konstanta, ω – pastovi varančioji jėga, skatinanti neuroną periodiškai generuoti ω dažnio signalą. Iš čia gaunama pagrindinė lygtis:

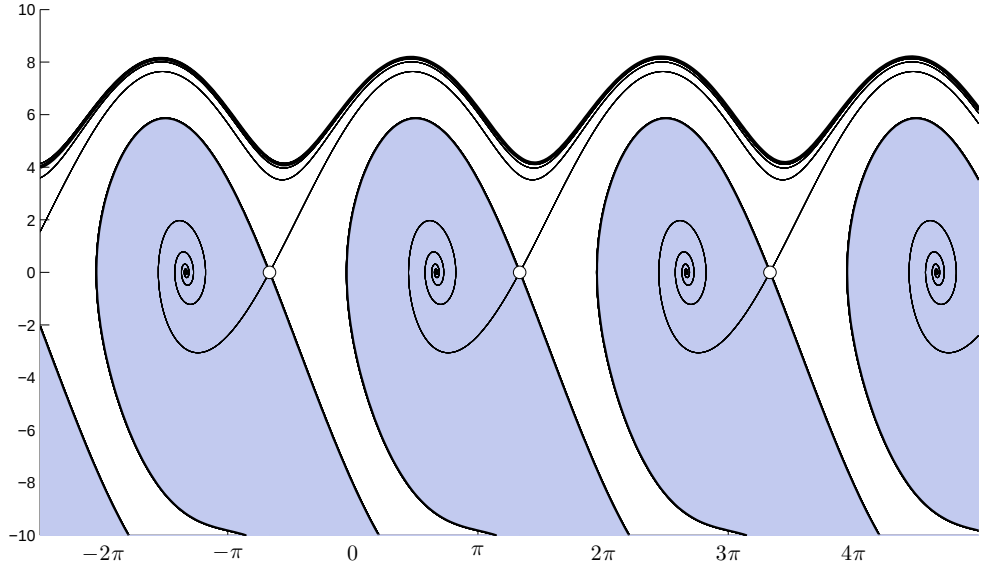
$$\ddot{\phi}_i(t) = Af(\phi_j(t)) + \gamma(\omega_i - \dot{\phi}_j(t)) + c\beta\xi(t), \quad (1.3.3)$$

kur $A = c \cdot \alpha$ ir $\ddot{\phi}_i$ žymi dendritines sroves. Atlikus keitinius $m = 1/\gamma$; $\sqrt{2D} = c\beta/\gamma$ ir įtraukus neuronų sąveiką bei žadinimą, pagrindinė diferencialinė lygtis tampa [22]:

$$m\ddot{\phi}_j = \omega - \dot{\phi}_j + W_j + S_j(t, \phi_j) + \sqrt{2D}\xi(t), \quad (1.3.4)$$

kur m yra osciliatoriaus inercija, W_j yra dinaminė sąveika tarp j -tojo bei kitų tinklo neuronų ir $S_j(t, \phi_j)$ yra j -tojo neurono žadinimas, priklausantis nuo fazės ir aprašomas nuo parametro ϕ_j priklausančia periodine funkcija [22]:

$$S_j(t, \phi_j) = A(t) \cos(\phi_j), \quad (1.3.5)$$



2 pav. Vieno neurono pritraukimo sritys esant pastoviam nuo fazės priklausomam žadinimui: $\ddot{\phi} = 2\pi - \dot{\phi} + 4\cos(\phi)$; balno taškai pažymėti baltais taškais; stabilus ribinis ciklas pažymėtas stora juoda linija; stabilių židinio taškų pritraukimo sritys nuspalvintos.

kur $A(t)$ yra nuo laiko priklausanti stimuliavimo intensyvumo funkcija. Neuronų fazė normalizuojama intervale $[0; 1]$. Neuronų būseną (t.y., ar jis siunčia signalą, ar ne) nusako funkcija [22]:

$$\sigma(\phi) = \begin{cases} 1, & \text{kai } \cos(2\pi \cdot \text{mod}(\phi, 1)) > c, \\ 0, & \text{kitu atveju;} \end{cases} \quad (1.3.6)$$

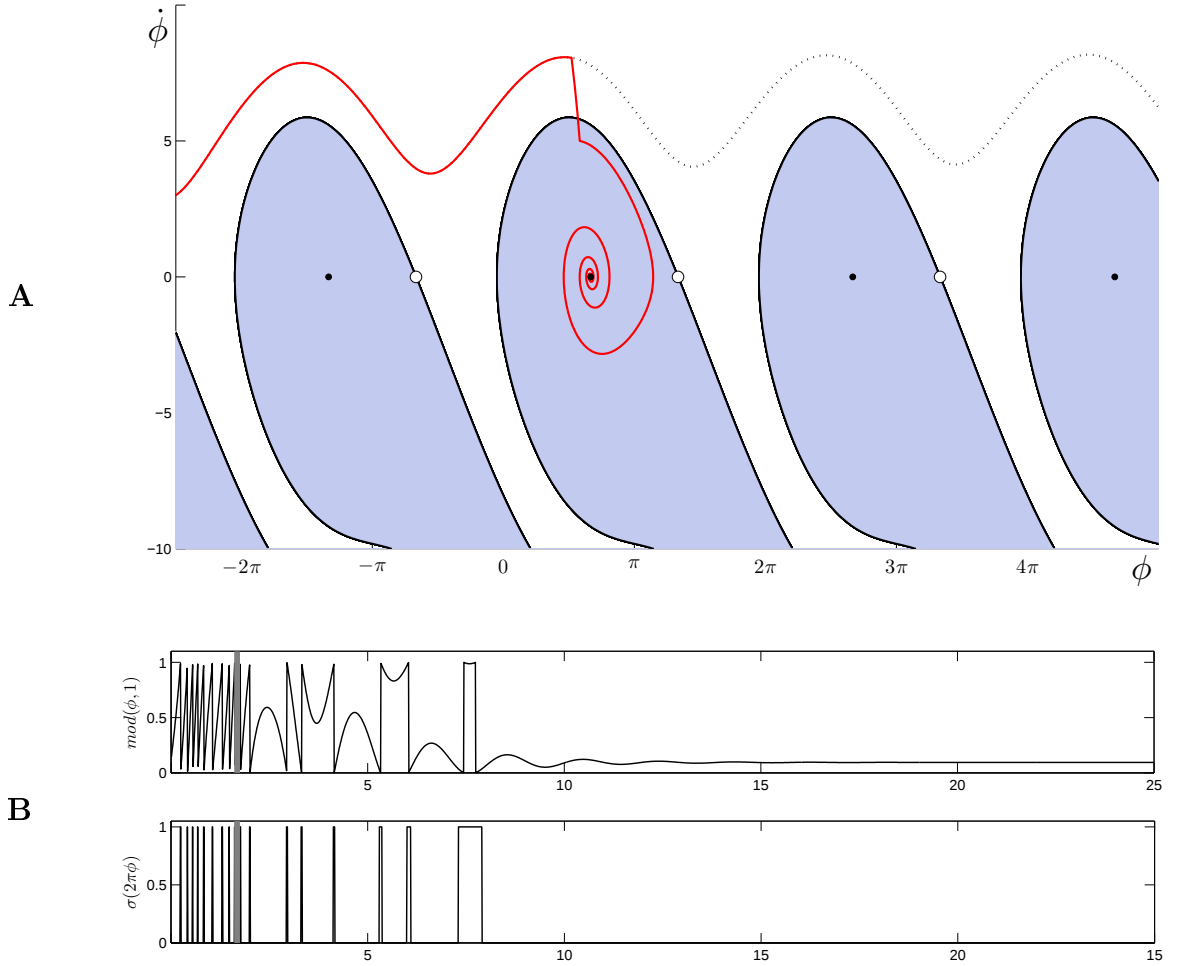
kur c yra neurono impulso generavimo slenkstis. Pagal [22], parametro reikšmė parenkama $c = 0.975$.

Vieno pastovaus žadinimo veikiamo neurono ($A(t) = a > 0$ – konstanta) fazės kitimo dinamiką, kai nėra sąveikos ir triukšmo, galima aprašyti tokia diferencialine lygtimi:

$$m\ddot{\phi}_j = \omega - \dot{\phi}_j + a\cos(\phi_j); \quad (1.3.7)$$

Ši lygtis analogiška netiesinės švytuoklės lygčiai su pastoviu pasipriešinimu ω . Todėl, kuomet $a < \omega$, egzistuoja tik stabilus ribinis ciklas. Taške $a = \omega$, įvyksta balno taško bifurkacija. Kai $a > \omega$, egzistuoja dviejų tipų ramybės taškai: stabilus židinio taškas ($\phi = \arccos(-\omega/a); \dot{\phi} = 0$) ir nestabilus balno taškas ($\phi = -\arccos(-\omega/a); \dot{\phi} = 0$). Kai žadinimo intensyvumas a pasiekia kritinę reikšmę a_h , įvyksta balno taško homoklininė bifurkacija ir stabilus ribinis ciklas sunaikinamas. Srityje $\omega < a < a_h$ sistema turi du stabilius atraktorių: ribinį ciklą bei židinio tašką. Šių atraktorių pritraukimo sritys pavaizduotos 2 pav.

Šios sistemos bistabilumas atitinka dvi skirtingas neurono būsenas. Sistemai esant



3 pav. Impulsu pagrįstas neurono dinamikos valdymas esant pastoviam nuo fazės priklausomam žadinimui: trumpas impulsas nukreipia sistemą iš ribinio ciklo į židinio taško pritraukimo sritį; neurono dinamika aprašoma lygtimi $\ddot{\phi} = 2\pi - \dot{\phi} + 4 \cos(\phi)$; (A): raudona linija žymi neurono trajektoriją fazinėje plokštumoje; punktyrinė linija žymi stabilų ribinį ciklą; stabilūs židinio taškai ir balno taškai pažymėti atitinkamai juodais taškais bei baltais apskritimais; (B): neurono būsenos kitimas laike; viršutiniame grafike vaizduojama neurono fazė, normalizuota intervale $[0; 1]$; neurono būseną vaizduojama apatiniame grafike; pilka vertikali linija žymi impulso laiką.

ribiniame cikle, neuronas periodiškai generuoja veikimo potencialus. Stabilus židinio taškas atitinka būseną, kuomet neuronas veikimo potencialų negeneruoja. Dviejų stabilių būsenų egzistavimas leidžia pritaikyti trumpu išoriniu impulsu pagrįstą neurono dinamikos valdymo strategiją. Iš pradžių sistema svyruoja ribiniame cikle ir neuronas generuoja veikimo potencialus. Sugeneravus trumpą impulsą, trajektorija patenka į židinio taško pritraukimo sritį ir, nurimus pereinamiesiems procesams, neuronas pasiekia ramybės būseną. (3 pav.)

1.4 Fazinio sinchronizavimo metodas pritraukimo sričių fraktališkumui eliminuoti

Aukščiau aprašytame modelyje įvedus nuo fazės nepriklausomą išorinį žadinimą, neurono dinamika komplikuojasi, nes pritraukimo sritys tampa fraktalinėmis. Šiame skyrelyje bus apžvelgtas [34] pasiūlytas metodas, skirtas eliminuoti pritraukimo sričių fraktališkumą.

Atviromis dinaminėmis sistemomis vadinamos sistemos, kurių fazinėje erdvėje egzistuoja sritys, kuriose beveik visos trajektorijos asimptotiškai artėja į begalybę. Šiam reiškiniui apibūdinti sakoma, kad trajektorija ištrūksta (angl. *escape*) iš tam tikros srities ir niekada į ją nebegrižta. Iš to, kad atviros dinaminės sistemos yra plačiai paplitusios, galima spręsti, kad yra atvejų, kai būtų aktualu trajektorių divergavimo išvengti. Kaip tik toks atvejis yra neurono su nuo fazės nepriklausomu išoriniu žadinimu modelis.

Nuo chaotinių sistemų valdymo tyrimų pradžios buvo siūlomi skirtingi metodai pakeisti šių sistemų dinamines savybes, sistemas veikiant silpnais, bet tiksliai parinktais svyravimais. Juos galima suskirstyti į metodus su grįžtamoju ryšiu ir be jo. Metodai, pagrįsti grįžtamoju ryšiu stabilizuoja trajektorijas, esančias chaotiškoje pritraukimo srityje nuo būsenos priklausomais svyravimais, tačiau šiems metodams reikalingas greitas atsakas, kurio užtikrinti eksperimentinėmis sąlygomis neįmanoma. Metodai be grįžtamojo ryšio dažniausiai naudojami valdyti chaosą sistemose su periodiniu žadinimu, tarp jų ir klasikiniuose netiesiniuose osciliatoriuose, kurių bendra lygtis užrašoma taip:

$$\ddot{x} + \mu\dot{x} + \frac{dV}{dx} = F \cos(\omega t); \quad (1.4.1)$$

čia μ – slopinimo koeficientas, $V(x)$ – potencinė funkcija, veikianti kaip sistemos atstatančioji jėga, $F \cos(\omega t)$ – išorinis periodinis žadinimas. Priklausomai nuo $V(x)$, turėsime skirtingus osciliatorius.

Metodų be grįžtamojo ryšio idėja yra harmoniniu dėsniu paveikti vieną iš sistemos parametrų, arba įvesti harmoninį svyravimą kaip atskirą narį, ir tokiu būdu transformuoti

chaotišką trajektoriją į stabilią periodinę orbitą:

$$\ddot{x} + \mu\dot{x} + (\delta + \delta_0 \cos(\omega t + \alpha))x = F \cos \omega t, \quad (1.4.2)$$

arba

$$\ddot{x} + \mu\dot{x} + \delta x = F \cos \omega t + f \cos(\Omega t + \alpha)a. \quad (1.4.3)$$

Pastebėta, kad fazių tarp išorinio žadinimo ir įvesto svyravimo skirtumas α turi esminę įtaką bendrai sistemos dinamikai. Iš čia kyla ir metodo pavadinimas [34].

Darbe fazinės sinchronizacijos metodui parenkamas (1.4.2) formos harmoninis svyravimas. Neurono su išoriniu nuo fazės nepriklausomu žadinimu modelio konstravimas ir fazinės sinchronizacijos metodo jam taikymas aprašomas tiriamojoje dalyje.

1.5 Kompleksinių tinklų sinchronizacijos tyrimų istorija

Sinchronizacija – vienas įdomiausių objektų sąveikos reiškinių gamtoje, stebimas biologinėse, cheminėse, fizikinėse ir socialinėse sistemose. [35] Sinchronizacija apibrėžiama kaip osciliuojančių objektų ritmo suderinimas dėl silpnos jų tarpusavio sąveikos. [36] Tokie objektai fizikoje vadinami savarankiškais osciliatoriais ir, nepaisant didelės jų įvairovės, jiems būdingos bendros savybės [36]:

- Savarankiški osciliatoriai yra aktyvios sistemos, turinčios vidinį energijos šaltinį. Izoliuotas osciliatorius svyruoja, kol energija išsenka. Matematiškai tokie objektai aprašomi kaip autonominės (t.y. tiesiogiai nepriklausančios nuo laiko) dinaminės sistemos.
- Svyravimų pobūdį lemia vidiniai sistemos parametrai – jis nepriklauso nuo svyravimą sukėlusio veiksnio.
- Sistema išlieka stabili esant trikdymams – nežymiai sutrikdžius svyravimą, po perėjimų procesų atsistato vidinis sistemos ritmas.

Reikia pastebėti, kad ne visus sistemų svyravimo sutapimo laike atvejus galima laikyti sinchronizacija. [36] Gerai žinomas rezonanso reiškinys nėra sinchronizacija, kadangi viena iš sąveikaujančių sistemų nėra aktyvi – ją izoliavus, svyravimas sustoja. Iš sinchronizacijos apibrėžimo išplaukia, kad nagrinėjama sistema gali būti suskaidyta į nepriklausomas posistemas, todėl atvejai, kuomet sutampantys svyravimai yra tos pačios sistemos koordinatės (pvz. matematinės švytuoklės poslinkis ir greitis), taip pat nelaikomi sinchronizacija, kaip ir atvejai, kai tarpusavio sąveika tarp osciliatorių yra per stipri (pvz. sistema, kurioje dviejų laikrodžių švytuoklės sujungtos standžia jungtimi). Nubrėžti ribą

tarp silpnos ir stiprios sąveikos nėra lengva, tačiau laikoma, kad silpna tarpusavio sąveika neturėtų kokybiškai pakeisti osciliatorių savybių ir panaikinti jų individualumo; vienam osciliatoriui sustojus, tai neturėtų trukdyti kito elemento periodiniams svyravimams.

Istoriškai, pirmasis sinchronizacijos fenomeną aprašė olandų matematikas, fizikas, astronomas ir horologas Christiaan Huygens, 1656 metais sukūręs pirmąjį švytuoklinį laikrodį – tuo metu patį tiksliausią laiko matavimo prietaisą, tinkamą naudoti laivininkystėje. Stebėdamas šalia vienas kito pakabintus du savo kūrinis, jis pastebėjo, kad laikrodžių švytuoklės ėmė judėti tuo pačiu dažniu, tik priešingomis kryptimis, t.y. laikrodžiai sinchronizavosi priešingomis fazėmis. Savo stebėjimus Huygensas aprašė 1665 m. vasario 26 d. laiške, adresuotame tėvui, kuriame švytuoklių sinchronizaciją aiškino labai mažos amplitudės rėmo, ant kurio buvo pakabinti abu laikrodžiai, judesiais. Sinchronizacija pasireiškėdavo, kai laikrodžiai būdavo pakabinti ant vienos sijos, o švytuoklės svyruodavo vienoje plokštumoje. Pastebėta, kad sutrikdžius švytuoklės svyravimą, sinchronizacija atsistatydavo per maždaug 30 min. [37]

XIX a. savo traktate „Garso teorija“ (angl. *The Theory of Sound*), Williamas Struttas aprašė įdomų akustinių sistemų sinchronizacijos atvejį. Jis pastebėjo, kad du panašūs vargonų vamzdžiai gali pradėti skambėti unisonu. Be to, šalia esantys ta pačia nata vibruojantys vamzdžiai gali slopinti vienas kito virpesius – vyksta virpesių gesinimas.

Naujas sinchronizacijos tyrinėjimo etapas prasidėjo dėl elektros ir radijo inžinerijos vystymosi. 1920 m. W. H. Eccles ir J. H. Vincent užpatentavo triodinio elektrinių virpesių generatoriaus (vakuuminė lempa pagrįsto prietaiso, periodiškai generuojančio kintamą elektrinę srovę) sinchronizacijos savybę. Elektrinės srovės svyravimo dažnį lemia prietaiso elementų parametrai, t.y. elektrinė talpa ir induktyvumas. Savo tyrimuose Eccles ir Vincent pastebėjo, kad į grandinę sujungti du šiek tiek skirtingo dažnio generatoriai sinchronizuojasi. Po kelerių metų Edward Appleton ir Balthasar van der Pol pakartojo ir išplėtojo minėtus eksperimentus. Jie parodė, kad generatorius galima sinchronizuoti silpnu išoriniu šiek tiek skirtingo dažnio signalu. Šie eksperimentai turėjo labai didelę praktinę reikšmę, kadangi triodiniai generatoriai buvo pritaikyti radijo ryšio sistemose. Sinchronizacijos reiškiniai leido stabilizuoti galingo generatoriaus dažnį panaudojant silpną, bet labai tikslią stimuliaciją.

Sinchronizacijos reiškiniai biologinėse sistemose žinomi labai seniai. Pirmasis tai aprašė vokiečių gydytojas ir keliautojas Engelbert Kaempfer 1680 m. kelionės į Siamą metu stebėjęs jonvabalių švytėjimo sinchronizaciją. 1729 m. prancūzų astronomas ir matematikas Jean-Jacques Dortous de Mairan atliko bandymus su augalų cirkadiniais ritmais. Jis pastebėjo, kad pupelės (lot. *Phaseolus*) lapai keičia savo orientaciją priklausomai nuo paros meto. Perkėlęs augalą į tamsią patalpą, jis pastebėjo, kad lapų judesiai tęsėsi ir nesant šviesinio dirgiklio. Šiais laikais yra žinoma, kad visiems organizmams, nuo primityviausių

iki sudėtingiausių – jų tarpe ir žmogui – būdingi biologiniai laikrodžiai. Pastebėta, kad biologiniai laikrodžiai linkę sinchronizuotis su paros ciklu, nors pilnai izoliavus organizmą nuo aplinkos paaiškėja, kad savasis biologinis dažnis paprastai nesutampa su 24 valandų astronominiu ritmu.

XX a. buvo aprašyta ir ištirta galybė sinchronizacijos reiškinių ir pastebėta, kad nepaisant skirtingos šių procesų prigimties, jie paklūsta tiems patiems dėsniams. [36]

1.6 Kuramoto modelis

Plačiausiai taikomas būdas aprašyti neuronų tarpusavio sąveiką yra pagrįstas sinusoidiniu ryšiu tarp neuronų fazių [27]. Šis būdas aprašyti osciliatorių tinklo sąveiką biologinėse ir cheminėse sistemose nagrinėtas atitinkamai Winfree ir Kuramoto. Kuramoto pirmasis pritaikė modelį neuroninių tinklų analizei. Modelio taikymas labai platus – biologijoje (neuronų, širdies sinusinio mazgo ląstelių, žybsinčių jonvabalių sinchronizacijai aprašyti ir kt.), fizikoje (lazerių veikimas, mikrobanginiai osciliatoriai, neutrinų evoliucija), net modeliuojant socialinius reiškinius. Bendriausią modelį tyrinėdamas biologines sistemas pasiūlė Winfree [38]. Jis išreiškiamas lygtimi:

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + \left(\sum_{j=1}^N X(\theta_j) \right) Z(\theta_i), \quad i = 1, \dots, N; \quad (1.6.1)$$

θ_i – i -tojo osciliatoriaus fazė, ω_i – jo dažnis. Kiekvienas osciliatorius j veikia nuo fazės priklausoma funkcija $X(\theta_j)$, o i -tojo osciliatoriaus atsakas priklauso nuo jautrumo funkcijos $Z(\theta_i)$.

Kuramoto modelis sudarytas iš N sąveikaujančių osciliatorių $\theta_i(t)$, kurių dažniai ω_i pasiskirstę pagal Lorencio tikimybinio tankio funkciją

$$g(\omega) = \frac{\gamma}{\pi(\gamma^2 + (\omega - \Omega)^2)}, \quad (1.6.2)$$

kuri paprastumo dėlei parenkama simetriška vidutinio dažnio Ω atžvilgiu, t.y. $g(\Omega + \omega) = g(\Omega - \omega)$, $\forall \omega$. Čia γ – plotis.

Kuramoto užrašyta lygtis neuronų populiacijai atrodo taip:

$$\dot{\theta}_i = \omega_i + \sum_{j=1}^N K_{ij} \sin(\theta_j - \theta_i), \quad i = 1, \dots, N. \quad (1.6.3)$$

čia K – ryšys tarp osciliatorių. Daromos prielaidos, kad sąveika tarp osciliatorių silpna, kad osciliatoriai yra vienodi, arba beveik vienodi (tinklas homogeniškas) ir kad sąveikia tarp osciliatorių poros sinusiniu dėsniu priklauso nuo fazių skirtumo.

Kuramoto straipsnyje nagrinėta suvidurkinta sąveika, t.y. $K_{ij} = K/N > 0$ [2]. Tuomet apibrėžiamas kompleksinis tvarkos parametras

$$re^{i\psi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\theta_j}; \quad (1.6.4)$$

čia $r(t)$ – osciliatorių populiacijos koherentiškumas ($0 \leq r(t) \leq 1$), $\psi(t)$ – fazės vidurkis. Tvarkos parametro atžvilgiu išsprendus tinklo diferencialinę lygtį kai $N \rightarrow \infty$ ir $t \rightarrow \infty$, gaunamas sprendinys:

$$r = \begin{cases} 0, & K < K_C, \\ \sqrt{1 - K_C/K}, & K \geq K_C; \end{cases} \quad (1.6.5)$$

čia $K_C = 2\gamma$. Kitaip sakant, kol sąveika neviršija kritinės ribos K_C , tol sinchronizacija nevyksta. Po to, osciliatorių populiacija dalinai sinchronizuojasi ir skyla į dvi grupes: sinchronizuotą, prisidedančią prie parametro r , ir nesinchronizuotą, kurios elementų savieji dažniai daug skiriasi nuo vidurkio Ω ir todėl sinchronizuotis gali tik esant didelėms K reikšmėms.

1.7 Atsitiktiniai grafai

Šiame skyrelyje trumpai apžvelgiami tiriamojoje dalyje naudotų atsitiktinių grafų tipai ir jų generavimo metodai. Išsamesnį aprašymą su teoremų įrodymais galima rasti pvz. [39] ir [40].

1.7.1 Erdős-Renyi grafai

Pirmieji atsitiktinių grafų modeliai buvo sudaryti bei tyrinėti Erdős, Renyi ir Gilbert 1959 m. [41] Egzistuoja du Erdős-Renyi grafų variantai. Atsitiktinio grafo modelis $G_1(n, M)$, kuriame $N = \binom{n}{2}$ ir $0 \leq M \leq N$, yra apibrėžiamas kaip visų grafų su n viršūnių ir M briaunų aibė; tikimybė gauti kurį nors vieną grafą iš šios aibės yra $\binom{N}{M}^{-1}$. Grafo modelis $G_2(n, p)$, kur $0 \leq p \leq 1$ yra apibrėžiamas kaip grafas, kurio kiekvienos briaunos tikimybė yra p . Vadinasi, kad grafas su m briaunų turės tikimybę $p^m (1 - p)^{N-m}$.

Bendru atveju, parametrai M ir p priklauso nuo viršūnių skaičiaus n . Kai $M \approx pN$, modeliai $G_1(n, M)$ ir $G_2(n, p)$ didelėms n reikšmėms yra ekvivalentiški [39].

Abu atsitiktinių grafų modelius lengvai galima pritaikyti ir orientuotiems grafams.

1.7.2 Mažojo pasaulio grafai

Milgram 1960 m. atliko nedidelį, bet plačiai nuskambėjusį tyrimą, kurio dalyviai perduodavo vieni kitiems laiškus per bendrus pažįstamus. Paaikškėjo, jog bendru atveju žmonės skiria maža pažįstamų grandinę. Iš čia kilo „šešių rankos paspaudimų“ teorija. Ši savybė vadinama mažo pasaulio fenomenu, o tinklai, turintys šią savybę – mažojo pasaulio tinklais. Nagrinėjant Erdős-Renyi grafą iš $n = 6$ milijonų žmonių, kurių kiekvienas vidutiniškai turi po $\mu = 42,62$ draugo, bet kuriuos du žmonės vidutiniškai skirtų $\log n / \log \mu = 6$ rankos paspaudimai, tačiau tokia grafe būtų labai mažai trikampių, nors socialiniuose tinkluose, jei A ir B yra draugai, bei A ir C yra draugai, tai didelė tikimybė, jog B ir C taip pat bus draugai [40].

Mažojo pasaulio grafą charakterizuoja mažas jo skersmuo. Watts ir Strogatz pasiūlė tokį mažojo pasaulio grafo generavimo algoritmą: pradedama nuo reguliariojo grafo, kurio viršūnės sujungtos su k artimiausių kaimynių, tuomet grafo briaunos keičiamos atsitiktine briauna su tikimybe p . Newman ir Watts modelį modifikavo: atsitiktinės briaunos su tikimybe p pridedamos papildomai, nekeičiant briaunų tarp artimiausių kaimynių.

1.7.3 Bemasteliai grafai

Grafo laipsnių skirstinys yra grafo viršūnių laipsnių histograma. Bemasteliai tinklai pasižymi savybe, kad jų laipsnių skirstinys yra laipsninė funkcija. Kitais žodžiais tariant, viršūnių su laipsniu k skaičius yra proporcingas k^d kuriam nors laipsniui d . Tokiems grafams generuoti naudojamas Barabási-Albert algoritmas [41]. Algoritmas pradedamas turint n_0 sujungtų viršūnių. Naujos viršūnės pridedamos po vieną ir yra sujungiamos su $n \leq n_0$ jau esančių viršūnių su tikimybe, proporcinga tų viršūnių laipsniui. T.y., tikimybė p_i , kad nauja viršūnė bus sujungta su i -tąja yra

$$p_i = \frac{k_i}{\sum_j k_j}, \quad (1.7.1)$$

kur k_i yra i -tosios viršūnės laipsnis, o j – jau į grafą įtrauktų viršūnių skaičius.

Generuojant grafus baigiamajam projektui, pasinaudota įrankiais ir algoritmais, aprašytais [42].

1.8 Newmark-beta skaitinio integravimo algoritmas

Antros eilės netiesinei diferencialinei lygčiai spręsti pasirinktas vieno žingsnio Newmark- β skaitinio integravimo algoritmas, kuris pirmą kartą pasiūlytas 1959 m. Nathan M. Newmark, yra vienas populiariausių algoritmų nagrinėjant dinamines sistemas [43].

1 lentelė: Newmark skaitinio integravimo metodo variantai.

Metodas	β	γ	Stabilumo sąlyga
Newmark explicit	0	$\frac{1}{2}$	$0 < \Omega \leq 2$
Fox-Goodwin	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$	$0 < \Omega \leq \sqrt{6}$
Tiesinio pagreičio	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$0 < \Omega \leq 2\sqrt{3}$
Vidutinio pagreičio	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$0 < \Omega \leq \infty$

Tarkime, duota antros eilės diferencialinė lygtis:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{F}, \quad (1.8.1)$$

čia $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ yra atitinkamai masės, slopinimo ir standumo matricos, $\mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}$ – poslinkio, greičio ir pagreičio vektoriai, $\mathbf{F}$ – išorinės jėgos vektorius. Bendru atveju, $\mathbf{M}$ ir $\mathbf{C}$ yra konstantos, o $\mathbf{K}$ netiesinėse sistemose kinta. Šios lygties apytikslius sprendinius galima gauti taikant Newmark metodą, kurio formuluotė bendru atveju yra:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \cdot \mathbf{a}_{i+1} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{v}_{i+1} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{d}_{i+1} &= \mathbf{F}_{i+1}, \\ \mathbf{d}_{i+1} &= \mathbf{d}_i + \Delta t \mathbf{v}_{i+1} + (\Delta t)^2 \left(\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \mathbf{a}_i + \beta \mathbf{a}_{i+1} \right), \\ \mathbf{v}_{i+1} &= \mathbf{v}_i + \Delta t ((1 - \gamma) \mathbf{a}_i + \gamma \mathbf{a}_{i+1}); \end{aligned} \quad (1.8.2)$$

čia $\mathbf{d}_i, \mathbf{v}_i$ ir $\mathbf{a}_i$ yra atitinkamai $\mathbf{u}(t_i), \dot{\mathbf{u}}(t_i)$ ir $\ddot{\mathbf{u}}(t_i)$ aproksimacijos, o β ir γ – koeficientai, nulemiantys integravimo metodo stabilumą ir tikslumą. Šie koeficientai pateikti 1 lentelėje, kurioje $\Omega = \omega \Delta t$, o $\omega = \sqrt{k/m}$ – savasis sistemos dažnis.

Parinkus parametrus $\beta = \frac{1}{4}, \gamma = \frac{1}{2}$, (1.8.2) sistemos antra ir trečia eilutė tampa:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{i+1} &= \mathbf{v}_i + \frac{\Delta t}{2} (\mathbf{a}_i + \mathbf{a}_{i+1}), \\ \mathbf{d}_{i+1} &= \mathbf{d}_i + \Delta t \mathbf{v}_{i+1} + \frac{(\Delta t)^2}{4} (\mathbf{a}_i + \mathbf{a}_{i+1}); \end{aligned} \quad (1.8.3)$$

t.y., tariame, kad pagreitis laiko intervale $[t, t + \Delta t]$ yra pastovus ir lygus pagreičių i -tuoju ir $(i + 1)$ -uoju laiko momentu vidurkiui:

$$\bar{\mathbf{a}}_i = \frac{(\mathbf{a}_i + \mathbf{a}_{i+1})}{2}. \quad (1.8.4)$$

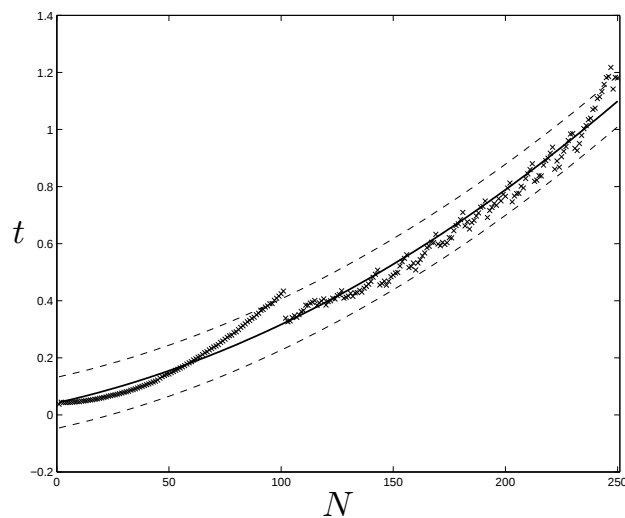
Dėl šios priežasties algoritmas vadinamas pastovaus vidutinio pagreičio metodu. Jis besąlygiškai stabilus bet kokiam konvergavimo ir netiesiškumo laipsniui, t.y. sprendinys išlieka stabilus net parinkus labai didelį integravimo žingsnį [44].

Kitas pastovaus vidutinio pagreičio metodo privalumas yra tai, kad skaičiuojant kompiuteriu jis yra daug kartų spartesnis už kitus, pvz. ketvirtos eilės Runge-Kutta metodą. Taip pat, neurono dinamikos valdymui fiksuoto žingsnio metodai yra patogesni, kadangi lengviau kontroliuoti impulso laiką.

1.9 Programinė įranga MATLAB ir skaičiavimo vektorizavimas

Magistriniame darbe skaičiavimai, sistemos modeliavimas ir grafinis vaizdavimas atliekamas MATLAB darbo aplinkoje. Šis programinės įrangos paketas pasirinktas dėl paprastos ir patogios naudoti vartotojo sąsajos, programinės sintaksės, didelio optimizuoto integruotų funkcijų pasirinkimo, plačių duomenų grafinio vaizdavimo galimybių, įvairių skaitmeninių formatų palaikymo, išsamios ir aiškos dokumentacijos.

Reikia pastebėti, kad didžiausias programinės įrangos MATLAB pranašumas yra optimizuoti vektorinio skaičiavimo algoritmai. Modeliuojant neuroninius tinklus, reikalingas lygiagretus daugelio netiesinių diferencialinių lygčių sprendimas. Tai atliekant, MATLAB leidžia išvengti programinių ciklų panaudojimo, pasitelkiant integruotas vektorinio skaičiavimo operacijas. Be to, dėl patogios sintaksės, programavimo kalba leidžia vektoriniam skaičiavimui pritaikyti minimaliai modifikuotus vieno neurono lygties sprendimo algoritmus. 4 pav. pateikiama skaitinio integravimo laiko priklausomybė nuo neuronų skaičiaus tinkle.



4 pav. Skaitinio integravimo laiko t (s) priklausomybė nuo neuronų skaičiaus tinkle.

2 Tiriamoji dalis

Tiriamajoje dalyje nuosekliai nagrinėjamos trys problemos: neurono modelio su išoriniu nuo fazės nepriklausomu žadinimu konstravimas ir valdymas pasitelkiant fazinės sinchronizacijos metodą bei impulsu pagrįsta valdymo strategiją, atsitiktinių neuronų tinklų generavimas ir minėtų metodų pritaikymas viso tinklo dinamikos valdymui bei tinklo valdymo strategija keičiant tinklo topologiją.

2.1 Neurono su išoriniu nuo fazės nepriklausomu žadinimu modelis

Dendritinio neurono su nuo fazės priklausomu žadinimu $S_j(t, \phi_j)$ bei iš tokių neuronų sudarytų tinklų dinamika yra išsamiai ištirtinėta [33, 45, 46]. Tačiau yra žinoma, kad neurono stimuliacija gali nepriklausyti nuo fazės [47].

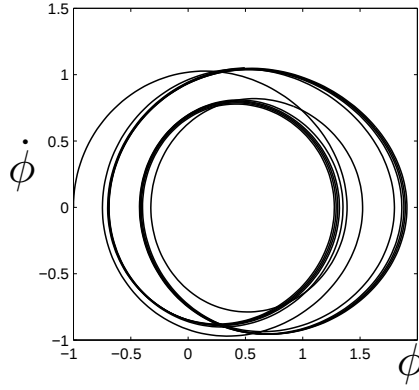
Todėl nagrinėsime neurono modelį, aprašomą tokia lygtimi:

$$m\ddot{\phi} + h\dot{\phi} + a \sin \phi = h + b \cos(\omega(t + t_0)). \quad (2.1.1)$$

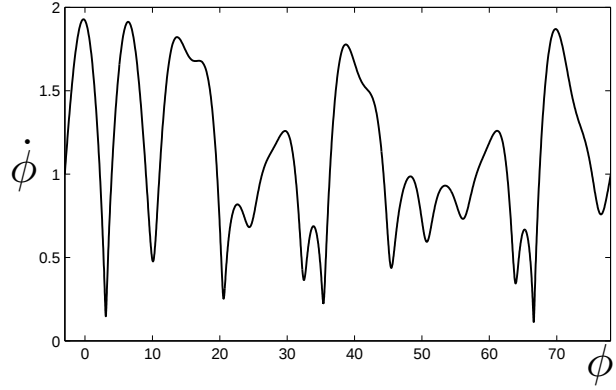
Ši neautonominė diferencialinė lygtis aprašo dendritinio neurono, veikiamo išorinio nuo fazės nepriklausomo harmoninio žadinimo, fazinę dinamiką, kai nėra tarpneuroninių ryšių bei triukšmo. Čia h žymi slopinimo koeficientą, a yra nuo fazės priklausomo žadinimo amplitudė, b yra nuo fazės nepriklausomo žadinimo amplitudė, o ω yra išorinio žadinimo dažnis. Skaitiniuose tyrimuose naudojame tokias parametrų reikšmes: $m = 0.8$, $h = 0.11$, $a = 0.3$, $b = 0.4$, $\omega = 0.85$.

Reikia pažymėti, kad (2.1.1) lygties fazinė erdvė – trimatė, tačiau apie sistemos elgesį galima spręsti nagrinėjant fazinės erdvės projekciją $\phi O\phi$ plokštumoje. Neuronui daro įtaką amplitudės b reikšmė. Parinkus $b = 0.4$, fazinėje plokštumoje vienu metu egzistuoja pritraukimo sritis, kurioje trajektorijos yra uždaros, ir sritis, kurioje trajektorijos artėja į begalybę (5 pav. A ir B); sistemos evoliucija priklauso nuo pradinių sąlygų. Šių būsenų pritraukimo sritys pavaizduotos 6 pav. A: juodi taškai žymi pradines sąlygas, kuomet gaunamos fazinės trajektorijos aprėžtos, balti - kai jos artėja į begalybę.

Panašiai kaip ir anksčiau nagrinėtame modelyje be išorinio nuo fazės nepriklausomo žadinimo, aprėžtos trajektorijos atitinka neurono ramybės būseną, o atviros – veikimo potencialų generavimą. Neurono būseną aprašysime funkcija $\sigma(\phi)$, kurią gausime modifikavę (1.3.6) lygtį. Pirmiausia atliksime keitinį $\varphi = \phi + \arccos(-\omega/a)$, leidžiantį teisingai klasifikuoti neurono būseną pagal visą ašį $O\phi$. Taip išvengsime aprėžtų trajektorių generuojamų impulsų. Šių modifikacijų idėja pagrįsta tuo, kad aprėžtos trajektorijos išlieka

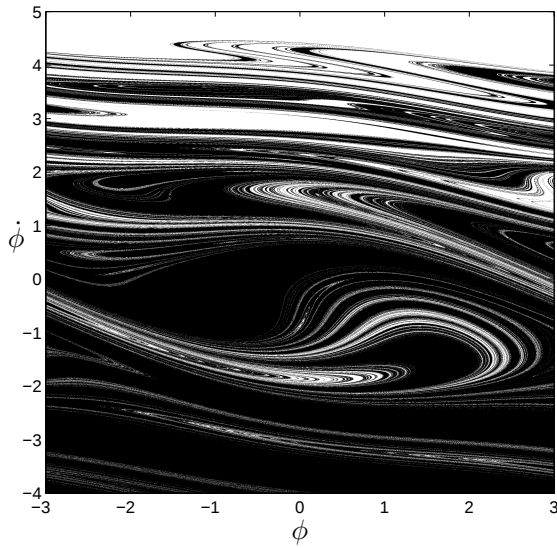


A

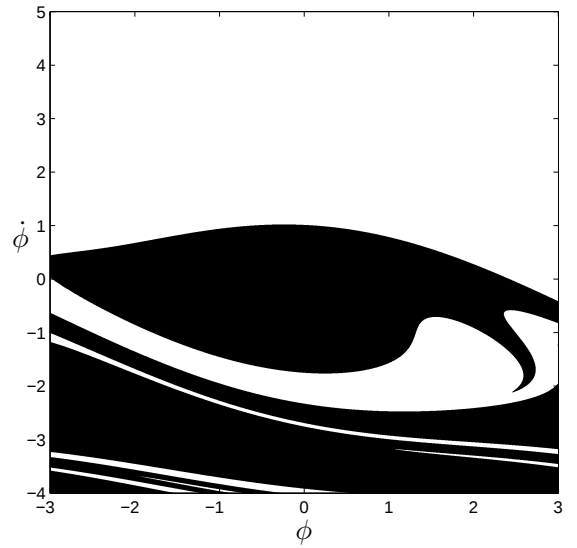


B

5 pav. Dendritinio neurono fazinės erdvės trajektorijų projekcijos esant nuo fazės nepriklausomam žadinimui: $0.8\ddot{\phi} + 0.11\dot{\phi} + 0.3\sin(\phi) = 0.11 + 0.4\cos(\omega(t+t_0))$. (A): Trajektorija lieka aprėžtoje fazinės plokštumos srityje; pradinės sąlygos: $(\phi(0) = -1; \dot{\phi}(0) = 0)$; (B): Fazinė trajektorija artėja prie begalybės; pradinės sąlygos: $(\phi(0) = -3; \dot{\phi}(0) = 1)$.

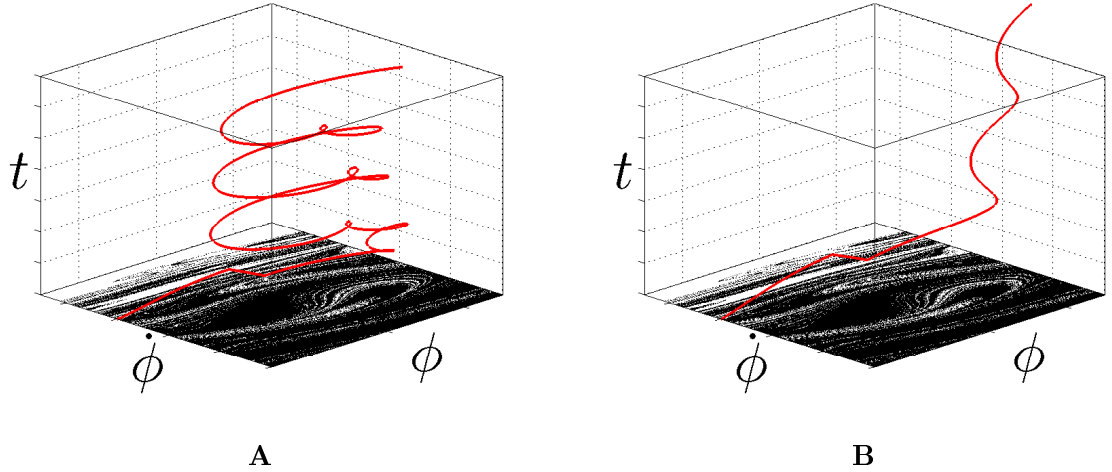


A



B

6 pav. Neurono, veikiamo išorinio nuo fazės nepriklausomo žadinimo pritraukimo sritis: $0.8\ddot{\phi} + 0.11\dot{\phi} + (0.3 + a_0\cos(0.85(t+t_0) + \alpha)) = 0.11 + 0.4\cos(0.85(t+t_0))$. Juodi taškai žymi pradines sąlygas, kuomet trajektorijos lieka aprėžtoje fazinės plokštumos srityje; balti taškai žymi pradines sąlygas, iš kurių trajektorijos artėja į begalybę. (A): Pritraukimo sritis fraktalinė; fazės kontrolė netaikoma; ($a_0 = 0$); (B): Pritraukimo srities fraktališkumas eliminuotas $a_0 = 0.14$; $\alpha = 3\pi/2$.



7 pav. Fazinės trajektorijos trimatėje erdvėje: fraktalinė pritraukimo sritis lygčiai $0.8\ddot{\phi} + 0.11\dot{\phi} + (0.3 + a_0 \cos(0.85(t + t_0) + \alpha)) = 0.11 + 0.4 \cos(0.85(t + t_0))$ pavaizduota abiejų grafikų $\phi O \dot{\phi}$ plokštumoje; (A): Kontrolinis impulsas (amplitudė -19.45) grąžina sistemą į apręžtos trajektorijos pritraukimo sritį (neurono dinamika vaizduojama raudona linija); (B): šiek tiek silpnesnis impulsas (amplitudė -19.40) yra nepakankamas – trajektorija išlieka neapręžta.

sirtyje $\left(-\arccos(-\omega/a) + 2\pi k; -\arccos(-\omega/a) + 2\pi(k+1) \right)$, $k \in \mathbb{Z}$ (tai išplaukia iš dendritinio neurono be išorinio nuo fazės nepriklausomo žadinimo dinamikos). Gauname tokią neurono būsenos funkciją:

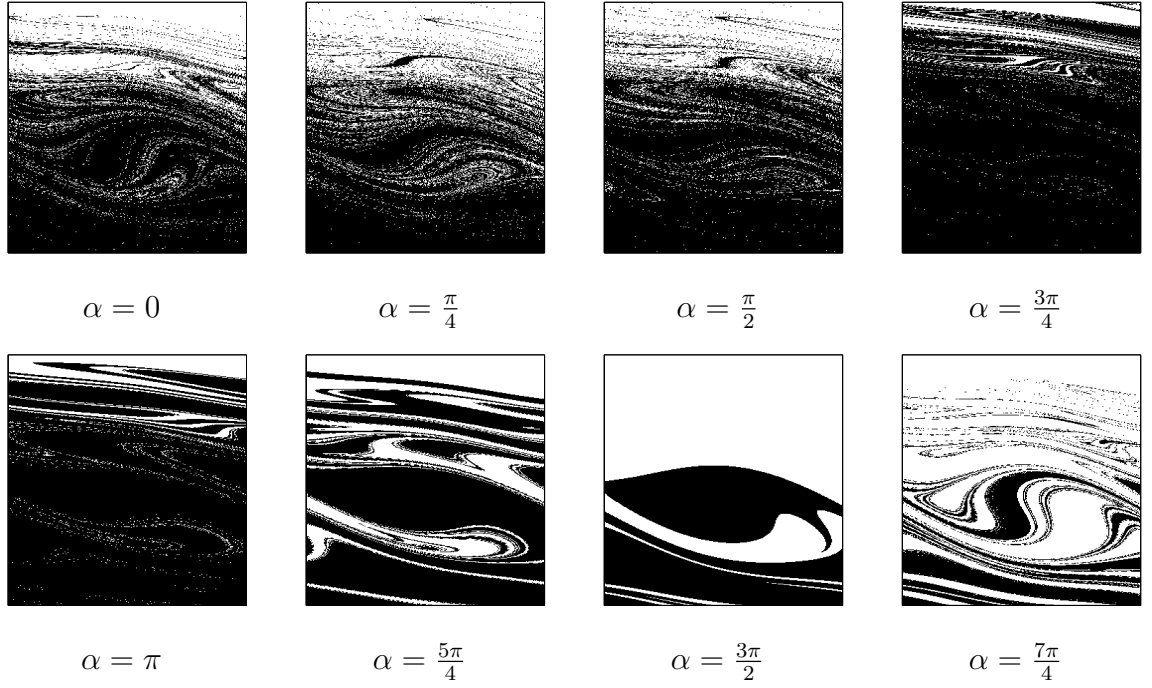
$$\sigma(\varphi) = \begin{cases} 1, & \text{jei } \cos(2\pi \frac{\text{mod}(\varphi, d)}{d}) > c, \\ 0, & \text{kitu atveju;} \end{cases} \quad (2.1.2)$$

kur daliklis $d = 2\pi$.

Reikia pastebėti, kad (2.1.1) lygties pritraukimo sritys – fraktalinės ($b = 0.4$; 6 A pav.). Netiesinėse dinaminėse sistemose fraktalinės pritraukimo sritys yra gana dažnas reiškinys. Tokiu atveju, impulsu pagrįsti neurono dinamikos valdymo metodai netinka, kadangi dėl fraktalinių pritraukimo sričių sistema tampa neprognozuojama – net labai mažos kontrolinio impulso paklaidos lemia kardinaliai skirtingą sistemos elgesį. Impulsu pagrįstas neurono valdymas gali būti taikomas tik tuo atveju, jeigu būtų įmanoma eliminuoti pritraukimo sričių fraktališkumą.

2.1.1 Fazinės sinchronizacijos metodo taikymas neurono su išoriniu nuo fazės nepriklausomu žadinimu dinamikos valdymui

Gera žinoma, kad netiesinius osciliatorius galima valdyti taikant silpnos fazinės kontrolės metodą [34]. Parametrui a , atspindinčiam išorinės nuo fazės priklausomos stimuliacijos amplitudę, įvedame harmoninį svyravimą. Kitaip tariant, nors ir negalima



8 pav. Sistemos faziniai portretai esant skirtingoms fazių skirtumo α reikšmėms. Geriausi rezultatai gaunami parenkant $\alpha = 3\pi/2$ [34].

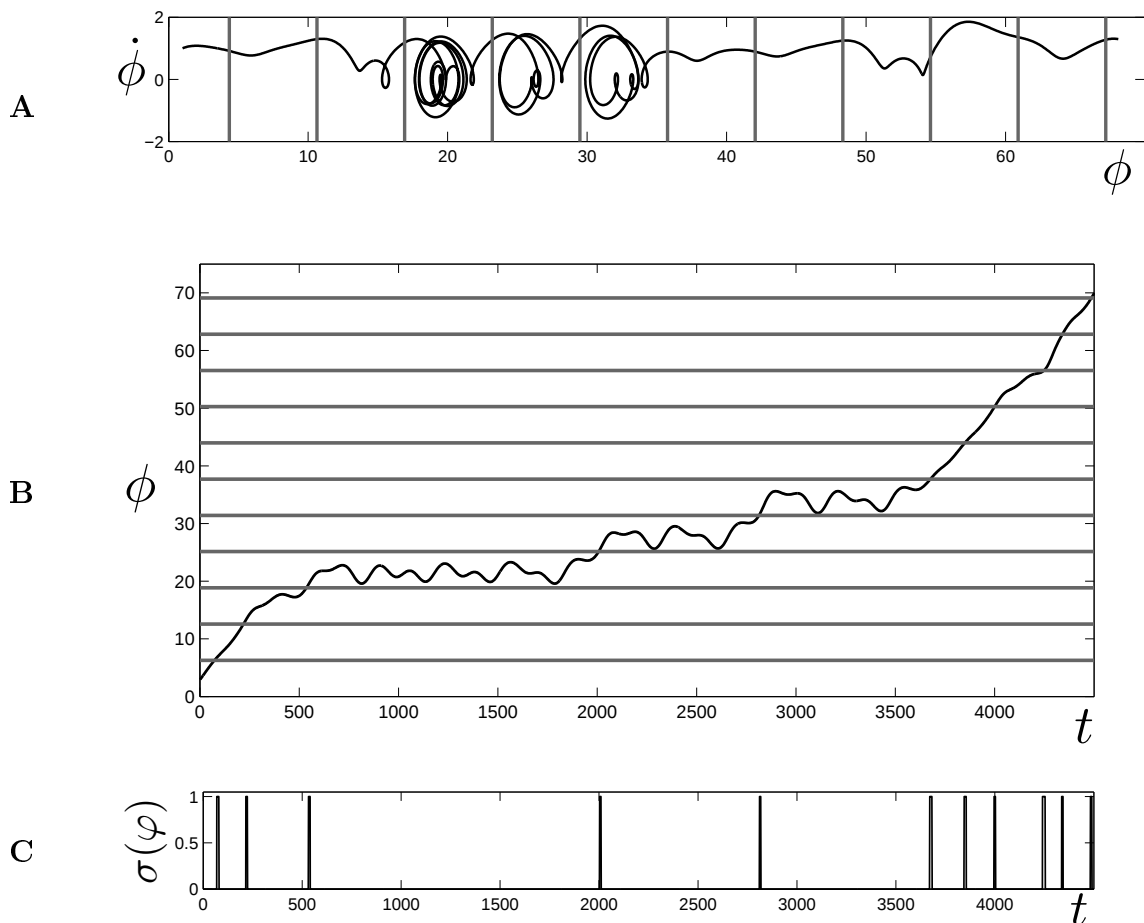
valdyti nuo fazės nepriklausomo žadinimo, galime moduluoti nuo fazės priklausomą stimuliaciją. Tuomet sistemos modelis tampa:

$$m\ddot{\phi} + h\dot{\phi} + (a + a_0 \cos(\omega(t + t_0) + \alpha)) \sin(\phi) = h + b \cos(\omega(t + t_0)) \quad (2.1.3)$$

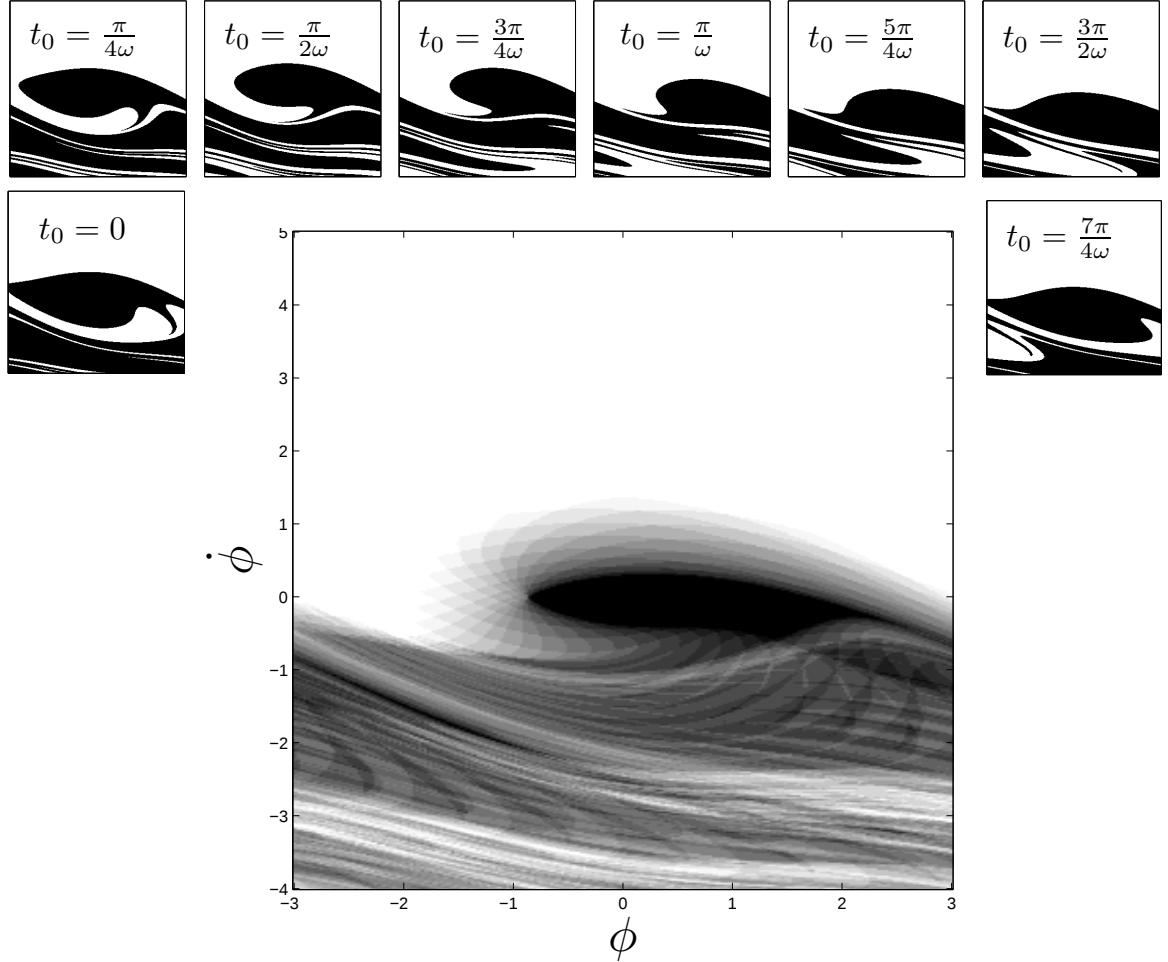
kur a_0 yra harmoninio nuo fazės priklausomo žadinimo svyravimo amplitudė, o α yra fazių skirtumas tarp nuo fazės priklausomo bei nepriklausomo žadinimo. Reikia pažymėti, kad svyravimo ir išorinio nuo fazės nepriklausomo žadinimo dažniai sutampa [34]. Atlikus modeliavimą, parenkame $a_0 = 0.14$.

Įdomu, kad nepaisant sudėtingos (2.1.3) lygties pritraukimo sričių struktūros, parinkus $\alpha = 3\pi/2$ (6 B pav.), jų fraktališkumas išnyksta. Lygios pritraukimo sričių ribos leidžia taikyti impulsu pagrįstą neurono dinamikos valdymą. Vis dėlto, modifikuotas neurono modelis yra netiesinė neautonominė dinaminė sistema ir pritraukimo sričių forma priklauso nuo pradinio laiko parametro t_0 – pradinės sąlygos, atitinkančios aprėžtą trajektoriją laiku t_0 gali lemti atvirą trajektoriją kitu laiku t_1 .

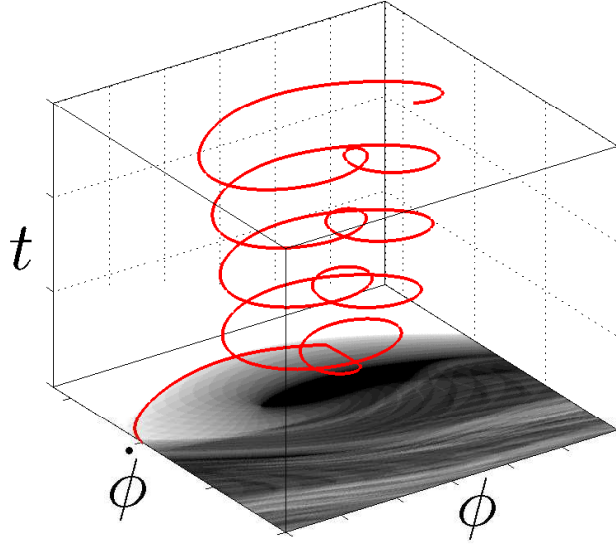
Dėl šios priežasties, sudaroma bendra pritraukimo sritis visiems laikams $0 \leq t_0 \leq 2\pi/\omega$ (10 pav.). Kelioms diskrečioms laiko vertėms randamos pritraukimo sritys su panaikintu fraktališkumu. Svarbu pažymėti, jog fazių skirtumas $\alpha = 3\pi/2$ išlieka fiksuotas visoms t_0 reikšmėms – ši jo reikšmė yra optimali norint panaikinti pritraukimo sričių fraktališkumą. Toliau, randamas visų gautų pritraukimo sričių vidurkis. Balta spalva žymimos pradinės sąlygos, lemiančios atviras fazines trajektorijas visoms laiko t_0 reikšmėms; juodos zonos žymi pradinės sąlygas, lemiančias aprėžtas trajektorijas; pilka spalva



9 pav. Modifikuota neurono būsenos funkcija $\sigma(\varphi)$. Pilkos linijos atitinka reikšmes $-\arccos(-\omega/a) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; (A): Trajektorija fazinėje plokštumoje; periodinės trajektorijos, atitinkančios neurono ramybės būseną, patenka į sritį $(-\arccos(-\omega/a) + 2\pi k; -\arccos(-\omega/a) + 2\pi(k+1)), k \in \mathbb{Z}$; (B): $\phi(t)$ grafikas padeda įsivaizduoti sistemos evoliuciją einant laikui – veikimo potencialai generuojami tik tuomet, kai fazė ϕ kerta linijas; (C): Neurono būsenos kitimo priklausomybė nuo laiko. Periodinės apręžtos trajektorijos atitinka neurono ramybės būseną – veikimo potencialai negeneruojami.



10 pav. Bendros pritraukimo srities konstravimas neuronui su išoriniu nuo fazės nepriklausomu žadinimu. Maži paveikslai vaizduoja sistemos pritraukimo sritis esant skirtingiems laikams t_0 . Dideliame paveiksle vaizduojamas visų pritraukimo sričių aritmetinis vidurkis, atitinkantis bendrą pritraukimo sritį. Pilka spalva žymimos pradinės sąlygos $(\phi, \dot{\phi})$, kuriose, kintant t_0 , trajektorijų savybės keičiasi.



11 pav. Neuronų dinamikos valdymas impulsu esant išoriniam nuo fazės nepriklausomam žadinimui. Lygties $0.8\ddot{\phi} + 0.11\dot{\phi} + (0.3 + a_0 \cos(0.85(t + t_0) + \alpha)) = 0.11 + 0.4 \cos(0.85(t + t_0))$ pritraukimo sritys suprojektuotos $\phi O \dot{\phi}$ plokštumoje. Kontrolinis impulsas suvaldo neuroną – jis pereina į ramybės būseną (sistemos trajektorija pavaizduota raudona linija).

atitinka pradines sąlygas, kurioms esant fazinių trajektorių tipas keičiasi, priklausomai nuo t_0 reikšmės. Žinant bendrą sistemos pritraukimo sritį, galima nuspėjamai taikyti impulsu pagrįstą neuronų dinamikos valdymo metodą.

Esant pakankamo stiprumo impulsui, sistema pereina iš atviros trajektorijos į ap-
rėžtą.

2.2 Impulsu pagrįstas atsitiktinio neuroninio tinklo dinamikos valdymas

Šiame skyrelyje išnagrinėta neuronų, sujungtų į tinklus, dinamika. Įvedus ryšio tarp neuronų funkciją bei baltąjį triukšmą, gaunama tokia j -tojo neuronų lygtis:

$$m\ddot{\phi}_j + h\dot{\phi}_j + a \sin \phi_j = h + b \cos(\omega(t + t_0)) + W_j + \sqrt{2D}\xi(t); \quad j = 1, \dots, N; \quad (2.2.1)$$

čia N – neuronų skaičius tinkle, $\xi(t)$ – pagal standartinę normalųjį dėsnį pasiskirstęs baltasis triukšmas, kurio intensyvumas D . Naudojamos tos pačios neuronų parametrų reikšmės kaip ir vieno neuronų analizėje.

Funkcija W_j – pagal Kuramoto modelį sudaryta periodinė (periodas 2π) funkcija, aprašanti tinklo neuronų fazių įtaką j -tajam neuronui [22]. Kadangi darbe nagrinėjami

įvairių topologijų neuroniniai tinklai – ne tik pilnasis tinklas, funkcija buvo modifikuota:

$$W_j = \frac{K}{N} \sum_{k=1}^N d_{jk} \cdot \sin(\phi_k - \phi_j); \quad (2.2.2)$$

čia K yra ryšio tarp neuronų stipris; $d_{jk} = 1$, jei tinklo grafe tarp j -tojo ir k -tojo neurono yra briauna ir $d_{jk} = 0$ priešingu atveju.

Kaip ir vieno neurono atveju, nuo fazės nepriklausomas žadinimas neleidžia prognozuoti sistemos elgesio. Tinklo atveju, chaotinė neuronų dinamika dar labiau komplikuoja valdymą, kadangi mažos impulso paklaidos lemia skirtingą ne tik viso tinklo, bet ir kiekvieno neurono atsaką. Dėl šios priežasties, kaip ir atskiram neuronui, visam tinklui taikome fazinės sinchronizacijos metodą. Metodo parametrai parenkami tokie patys, kaip ir vienam neuronui: $a_0 = 0.14$ ir $\alpha = 3\pi/2$. Tuomet j -tojo neurono lygtis įgauna tokį pavidalą:

$$m\ddot{\phi}_j + h\dot{\phi}_j + (a + a_0 \cos(\omega(t + t_0) + \alpha)) \sin \phi_j = h + b \cos(\omega(t + t_0)) + W_j + \sqrt{2D}\xi(t); \quad (2.2.3)$$

Kadangi nagrinėjame neuroninių tinklų sinchronizacines savybes, visų nagrinėjamų topologijų grafų parametrai parenkami taip, kad normaliomis sąlygomis (t.y. nestimuliuojant tinklo impulsu) viso tinklo neuronai veiktų sinchroniškai. Skirtingoms topologijoms parametrai šiek tiek skiriasi. Atlikus modeliavimą, parinkti tokie neuroninių tinklų parametrai:

- Pilnasis neuroninis tinklas – $K = 2$;
- Erdős-Renyi atsitiktinis neuroninis tinklas – $K = 6$, $p = 0.15$;
- Watts-Strogatz mažojo pasaulio tinklas – $K = 4$, $k = 2$, $p = 0.2$;
- Bemastelis Barabási-Albert tinklas – $K = 5$, $d = 3$.

čia k – sujungtų artimiausių kaimynių skaičius, d – minimalus viršūnės laipsnis. Visiems tinklams baltojo triukšmo intensyvumas parinktas $D = 0.005$.

Kad būtų lengviau pavaizduoti neuronų tinklo dinamiką, apibrėžiame lengvai programiškai realizuojamą dichotominę neurono būsenos funkciją:

$$\zeta(\phi_j) = \begin{cases} 1, & \text{jei } \phi_j(t + \Delta t) - \phi_j(t) > 2\pi, \\ 0, & \text{kitu atveju.} \end{cases} \quad (2.2.4)$$

Laikoma, kad laiku t j -tasis neuronas yra ramybės būsenos, jeigu jo fazių skirtumas per laiką Δt yra nedidesnis už 2π . Δt priklauso nuo skaitinio integravimo algoritmo ir parametrų, nagrinėjamu atveju parenkame $\Delta t = 400$. Taip pat įvedame ramybės būsenos

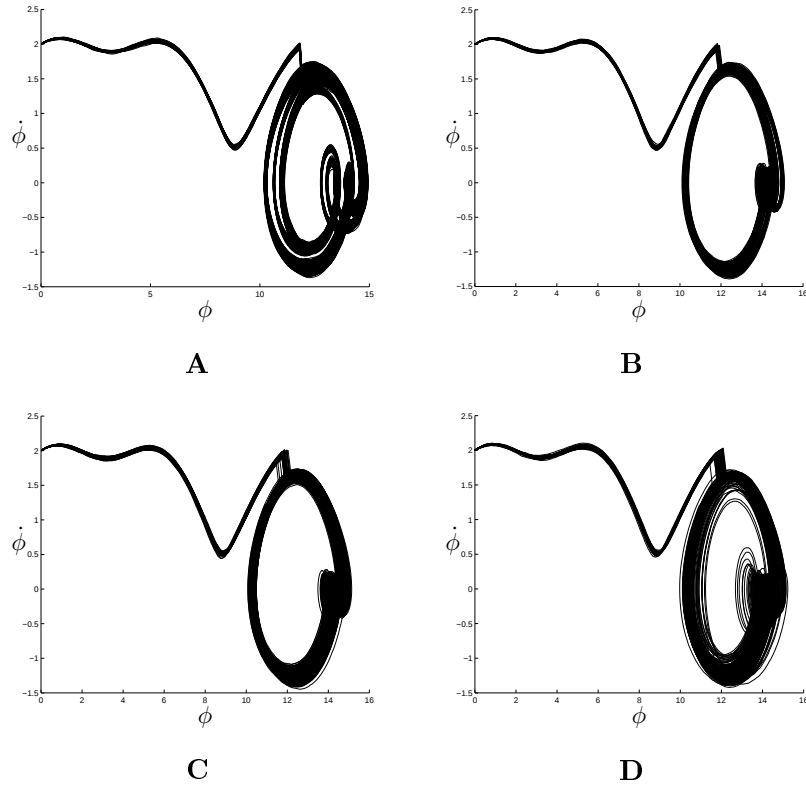
neuronų santykį apibūdinantį parametą $\beta = n/N$; čia n – ramybės būsenos neuronų skaičius, N – visų neuronų skaičius tinkle.

Pirmiausiai atliktas visų keturių tinklo topologijų modeliavimas parenkant tas pačias pradines sąlygas, norint įvertinti galimus fazinės dinamikos skirtumus, sąlygotus tinklo topologijos. Fazinės sinchronizacijos metodu panaikinus neuronų pritraukimo sričių fraktališkumą, buvo taikytas impulsu pagrįstas neuronų tinklo valdymo metodas. Rezultatai pateikiami 12 pav. Matomi minimalūs triukšmo bei tinklo dinamikos indukuoti skirtumai, kokybiškai nekeičiantys neuronų dinamikos. Visais atvejais, tinklą pavyksta suvaldyti.

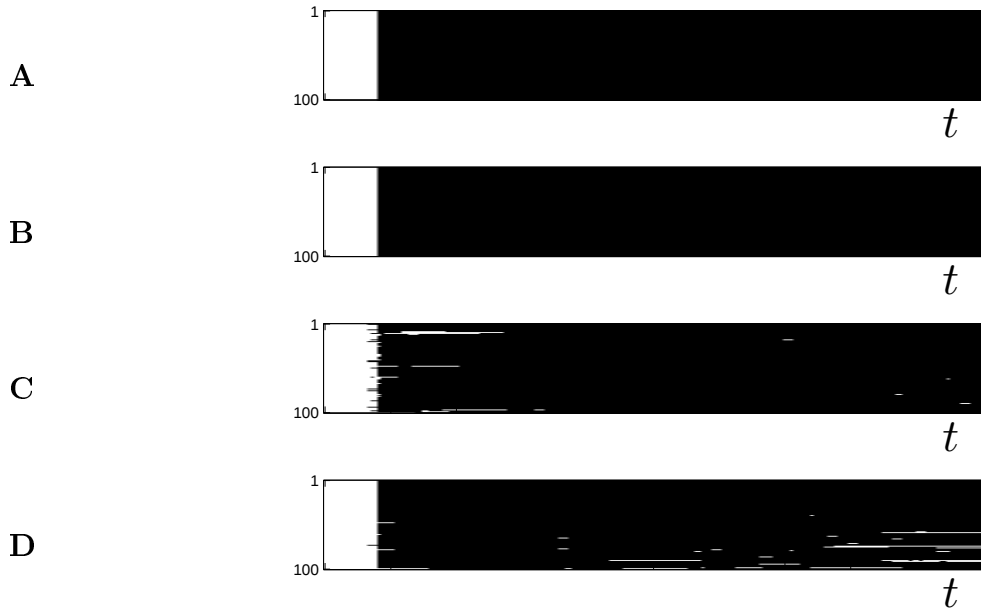
Tačiau labai svarbu įvertinti tinklo dinamiką nurimus pereinamiesiems procesams. Gali būti, kad dėl tinklo topologijos dinaminių ypatumų, po ramaus periodo seks tinklo sinchronizuotos osciliacijos atsistatymas. Ilgalaikę tinklo dinamiką įvertiname panaudoję dichotominę (2.2.4) funkciją. Rezultatai pateikiami 13 pav. Matyti, kad pilnojo bei Erdős-Renyi tinklo atvejais po stimuliacijos impulsu tinklas nurimsta visiškai. Mažojo pasaulio bei bemastelio tinklų atsakas labiau atitinka nervinių tinklų fiziologiją – ne visi tinklo neuronai nurimsta iš karto, be to, praėjus tam tikram laikui, atsiranda atskirų neuronų aktyvumas. Vis dėlto, pagrįstai galima teigti, jog impulsu pagrįstas tinklo valdymo metodas yra sėkmingas, kadangi patologinis sinchroninis neuronų aktyvumas sustabdomas, o atsistato tik atskirų neuronų nesinchronizuota veikla, kaip ir turėtų būti normos atveju.

2.2.1 Impulsu pagrįstos tinklo valdymo strategijos efektyvumo priklausomybė nuo stimuliuojamų neuronų skaičiaus

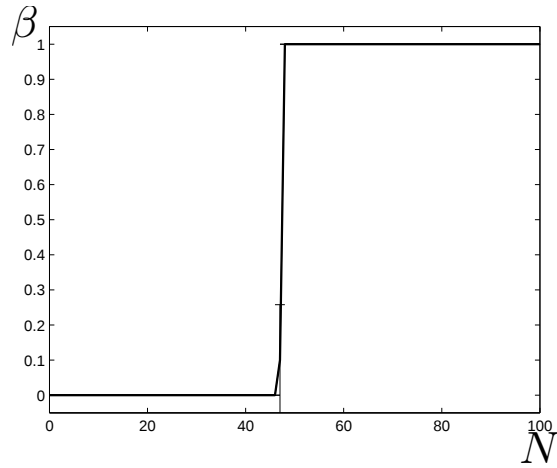
Ankstesniame skyrelyje impulsu buvo stimuliuojamas visas neuroninis tinklas. Natūraliai kyla klausimas, galbūt norint suvaldyti tinklą, pakanka stimuliuoti tik dalį neuronų? Šis klausimas ypač aktualus potencialiam praktiniam neuronų dinamikos valdymo pritaikymui – elektrodas gali neturėti kontakto su visais tinklo neuronais. Norint tai įvertinti, buvo atliktas matematinis visų keturių topologijų tinklų modeliavimas stimuliuojant neuronus pasirinktinai. Reikia pastebėti, kad šiuo atveju tinklo dinamika priklauso nuo stimuliuojamų neuronų ryšių su kitais neuronais. Dėl šios priežasties, buvo atlikti trys tyrimai. Pirmiausia neuronai buvo stimuliuojami atsitiktinai, tuomet buvo sudarytas tinklo grafo viršūnių sąrašas viršūnės laipsnių didėjimo tvarka ir buvo stimuliuojama pasirinktinai pradedant nuo didžiausio laipsnio viršūnių bei nuo mažiausio. Tai galima traktuoti atitinkamai kaip stimuliavimą pradedant nuo tinklo centro bei pradedant nuo periferijos. Kiekvienam tyrimui buvo sugeneruota 30 tinklų realizacijų, paskaičiuoti nutilusių neuronų santykio β vidurkio pasikliautinieji intervalai. Rezultatai pateikiami 14, 15, 16 ir 17 pav.



12 pav. Impulsu pagrįstas skirtingų topologijų neuroninių tinklų dinamikos valdymas; pradinės sąlygos $\phi = 0$, $\dot{\phi} = 2$; impulso laikas 190, amplitudė -8; (A): Pilnasis tinklas; (B): Erdős-Renyi atsitiktinis neuroninis tinklas; (C): Watts-Strogatz mažojo pasaulio atsitiktinis neuroninis tinklas; (D): Bemastelis Barabási-Albert tinklas;



13 pav. Skirtingų topologijų tinklų evoliucija po stimuliacijos impulso; neuronų skaičius $N = 100$; impulso laikas $t = 950$, impulso amplitudė -15; (A): Pilnasis tinklas; (B): Erdős-Renyi tinklas; (C): Mažoji pasaulio tinklas; (D): Bemastelis Barabási-Albert tinklas. Juodos zonos žymi neuronus, esančius ramybės būsenoje.



14 pav. Pilnojo neuroninio tinklo ramybės būsenos neuronų skaičiaus priklausomybė nuo stimuliuojamų neuronų skaičiaus.

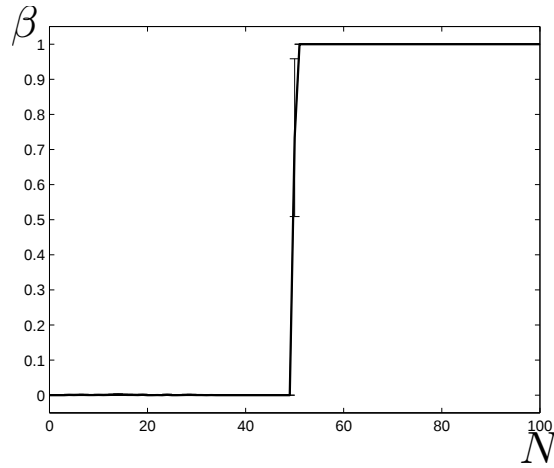
Pilnojo bei Erdős-Renyi tinklo atveju, rezultatai nuo stimuliacijos pobūdžio nesiskyrė (14, 15 pav.) Tinklo dinamika šuoliškai kinta stimuliojant 47–48% neuronų. Galima daryti išvadą, jog esant tokioms tinklo topologijoms, norint užtikrintai suvaldyti visus tinklo neuronus, užtenka jų stimuliuoti 50%.

Mažąjo pasaulio tinklui gauti kitokie rezultatai – priklausomybė tarp stimuliuojamų ir nutilusių neuronų yra praktiškai tiesinė (16 pav.); po impulso neuronų tarpusavio ryšio neužtenka paveikti likusiems tinklo neuronams. Galima pastebėti, kad geriausi rezultatai pasiekiami jei stimuliuojama pradedant mažiausią laipsnį turinčiomis grafo viršūnėmis, tačiau net ir tada impulsu paveikti reikia net 90% neuronų. Matome, jog taikant impulsu pagrįstą valdymą nevisam mažąjo pasaulio tinklui, tinklas suskaidomas į mažesnes sinchronizuotas dalis.

Bemastelis Barabási-Albert tinklas labiausiai iš visų priklauso nuo to, kurio laipsnio viršūnės stimuliuosime (17 pav.). Efektyviausia stimuliuoti mažiausio laipsnio viršūnės – užtenka impulsu paveikti 75–80% neuronų, kad tinklas nurimtų. Įdomu, jog stimuliuojant tinklo centrą – neuronus, turinčius daugiausia ryšių su kitais – efektas blogesnis nei neuronus stimuliuojant atsitiktinai.

Atlikus modeliavimą, nuspręsta patikslinti tinklo centro sąvoką. Aukščiau aprašytame tyrime naudota tinklo centro sąvoka, pagrįsta grafo viršūnių laipsniu (angl. *degree measure*) – tai paprasčiausias ir intuityviausias grafo centro apibrėžimas. Tačiau norint pilnai suprasti neuroninio tinklo dinamikos priklausomybę nuo stimuliuojamų neuronų skaičiaus, tyrimas buvo pakartotas naudojant tris papildomas grafo viršūnių centriškumo (angl. *centrality*) sąvokas [48]:

- Centriškumas, pagrįstas artumo matu (angl. *closeness measure*). Viršūnės centriškumas c_i apibrėžiamas: $c_i = 1 / \sum_N d_{ij}$, kur d_{ij} yra atstumas tarp i -tosios ir j -tosios



15 pav. Erdős-Renyi atsitiktinio neuroninio tinklo ramybės būsenos neuronų skaičiaus priklausomybė nuo stimuliuojamų neuronų skaičiaus.

viršūnės.

- Centriškumas, pagrįstas tarpiskumo matu (angl. *betweenness measure*). Viršūnės centriškumo matas yra pro ją einančių trumpiausių kelių tarp kitų viršūnių skaičius.
- Centriškumas, pagrįstas tikriniu vektoriumi (angl. *eigenvector centrality*). Tinklo gretimumo matricos didžiausią tikrinę reikšmę atitinkančio tikrinio vektoriaus i -toji komponentė yra i -tosios viršūnės centriškumo matas.

Rezultatai Barabási-Albert tinklui pateikiami 18 pav. Įdomu, kad neuroninio tinklo dinamika reikšmingai nesiskiria – visos tinklo centro sąvokos šia prasme yra lygiavertės. Neuroninio tinklo dinamika priklauso tik nuo to, at pradedama stimuliuoti nuo tinklo periferijos, ar centro.

2.3 Neuroninio tinklo dinamikos valdymas keičiant tinklo topologiją

Tiek sinchronizuotas pilnas tinklas, tiek atskiri neuronai (tuščiasis grafas) tinkamai parinkus pradines sąlygas osciliuoja ir nepereina į ramybės būseną. Tačiau įdomu, kaip keičiasi neuroninio tinklo dinamika priklausomai nuo briaunų skaičiaus grafe. Svarbu pažymėti, jog tiriant šią tinklo savybę, impulsu pagrįstos tinklo valdymo strategijos netaikysime. Tyrimo eigoje sudarysime atsitiktinį grafą tokiu principu: pradėsime nuo pilnojo grafo su N viršūnių, tuomet atsitiktinai pasirinksim dvi viršūnes ir panaikinsime briauną tarp jų. Taip sudarytas grafas yra Erdős-Renyi grafas [39], tik sugeneruotas atvirkštiniu būdu. Galima tikėtis, kad tokiu būdu keičiant grafo sudėtį, labai staigiai kinta tinklo dinaminės savybės [24].

Kadangi pilnasis grafas turi $N(N - 1)/2$ briaunų, parametą, rodantį panaikintų

briaunų santykį, apibrėšime taip:

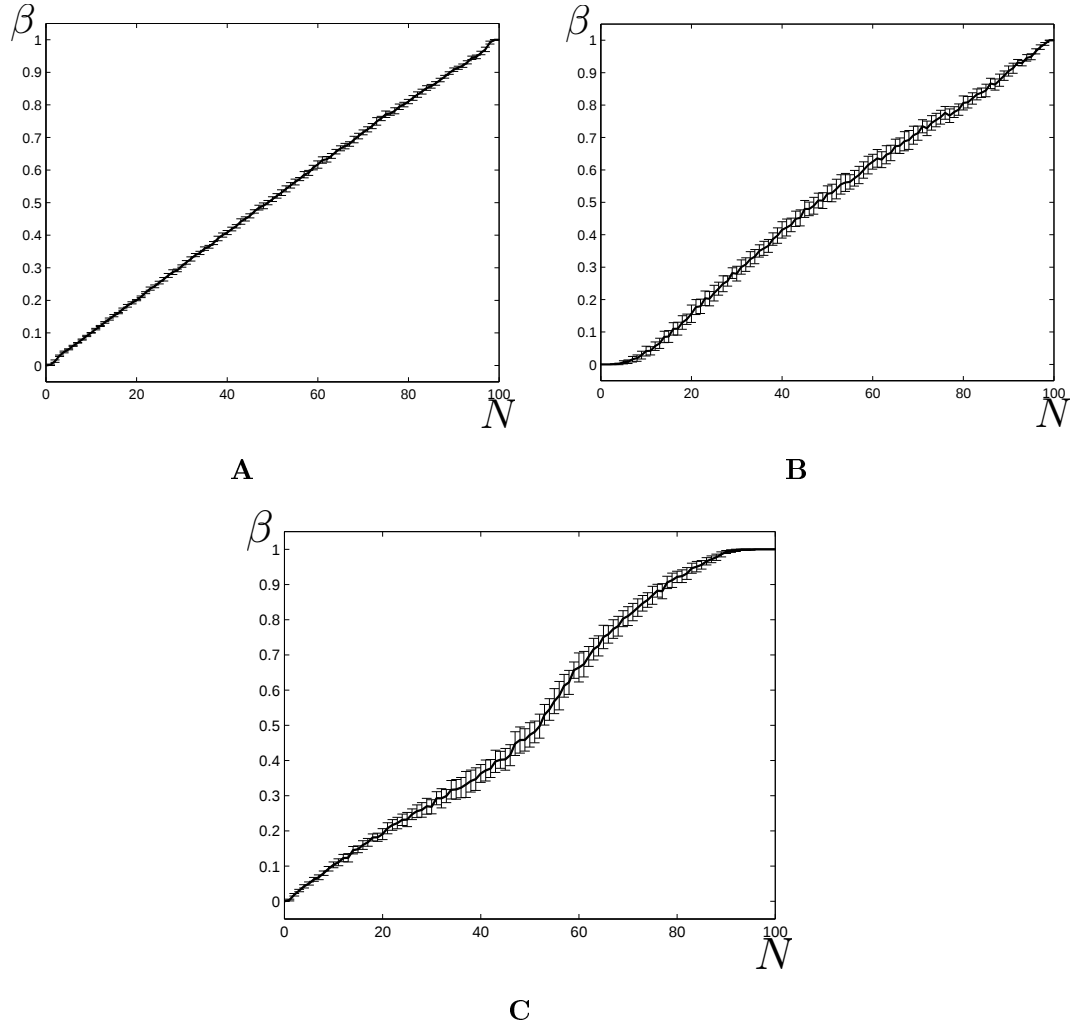
$$\gamma = \frac{2m}{N(N-1)}; \quad (2.3.1)$$

čia N – grafo viršūnių (neuronų) skaičius, m – panaikintų briaunų skaičius. Kai $\gamma = 0$, grafas pilnasis, kai $\gamma = 1$ – tuščiasis.

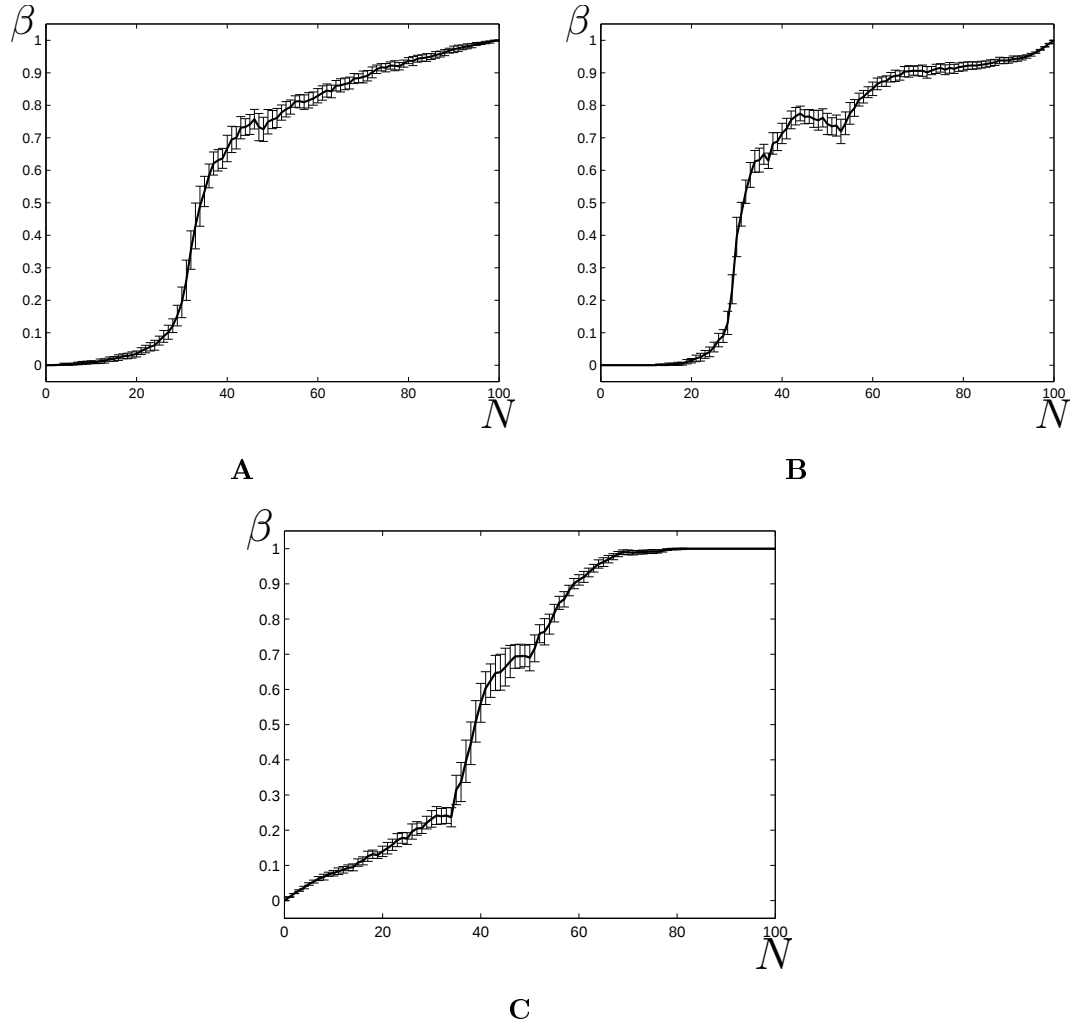
Matematinis modeliavimas atliktas 30 tinklų imčiai norint apskaičiuoti ramybės būsenos neuronų parametro β vidurkio pasikliautinuosius intervalus. Rezultatai pateikiami 19 pav.

Atlikus tyrimą, stebima įdomi tinklo savybė: panaikinus 60–62% grafo briaunų, šuoliškai kinta tinklo dinamika – visi neuronai nutyla savaime, netaikant neuronų stimuliacijos impulsu. 20 pav. pateikiama atskirų tinklo realizacijų dinamika esant skirtingoms parametro γ reikšmėms.

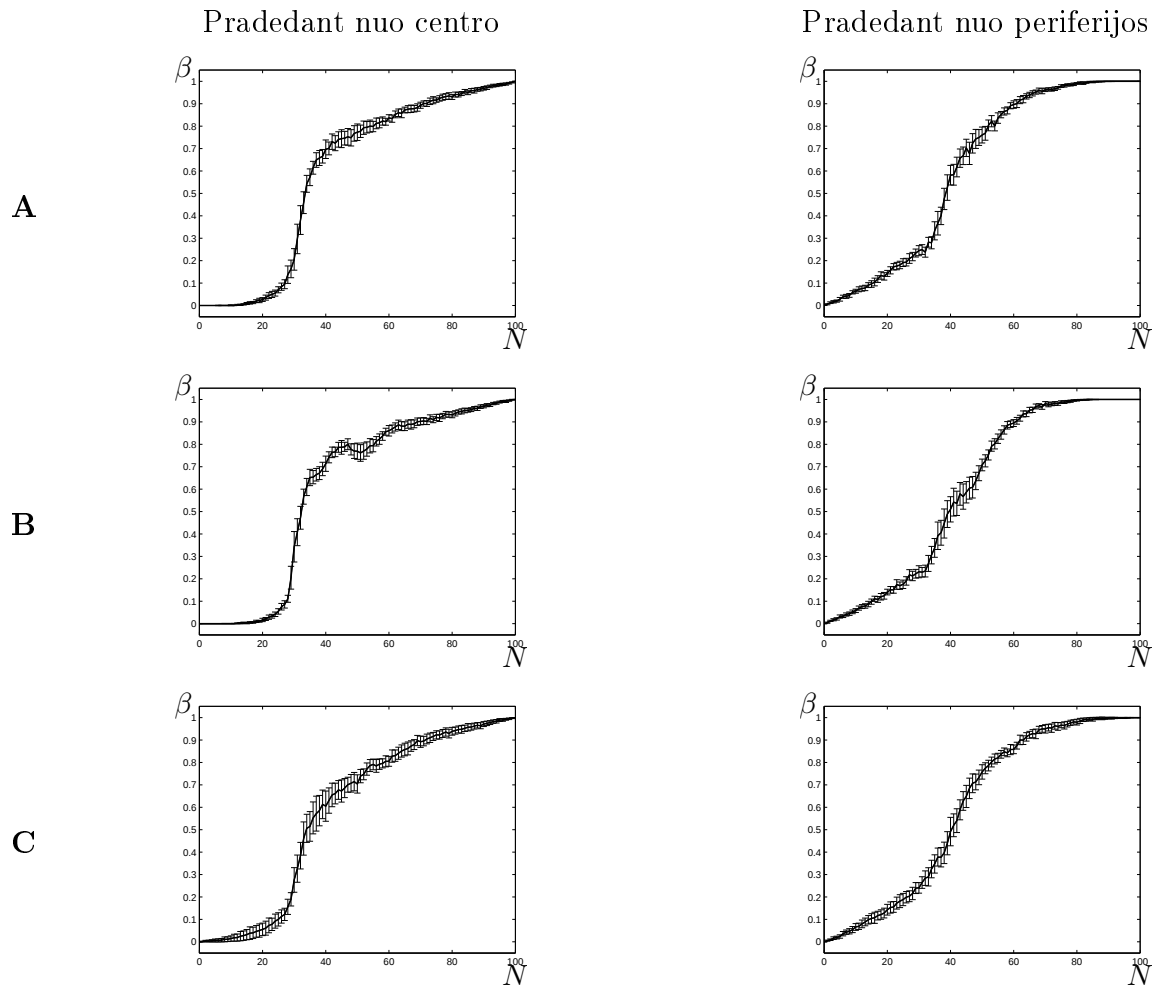
Galima iškelti hipotezę, kad ši tinklo valdymo strategija praktikoje galėtų būti pritaikyta panaudojant stereotaksinės neurochirurgijos gama spinduliais (angl. *gamma knife*) techniką. [24]



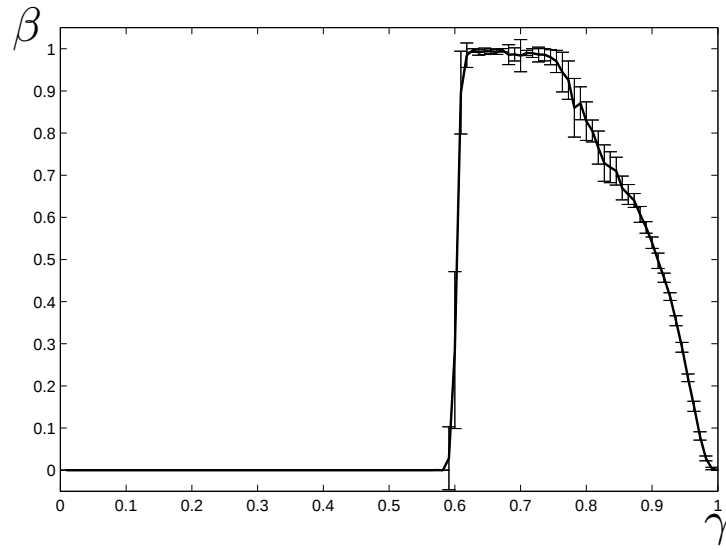
16 pav. Mažojo pasaulio tinklo ramybės būsenos neuronų skaičiaus priklausomybė nuo stimuliuojamų neuronų skaičiaus; sugeneruota 30 tinklo realizacijų, pateikiami parametro β (neuronų dalies, esančios ramybės būsenoje) vidurkio pasikliautiniai intervalai; (A): Neuronai stimuliuojami iš eilės, t.y. atsitiktinai grafo viršūnių laipsnių atžvilgiu; (B): Neuronai stimuliuojami pradedant nuo tinklo centro, t.y. nuo didžiausio laipsnio viršūnių, palaipsniui įtraukiant kitas; (C): Neuronai stimuliuojami iš periferijos centro link: pradedant mažiausio laipsnio grafo viršūnėmis.



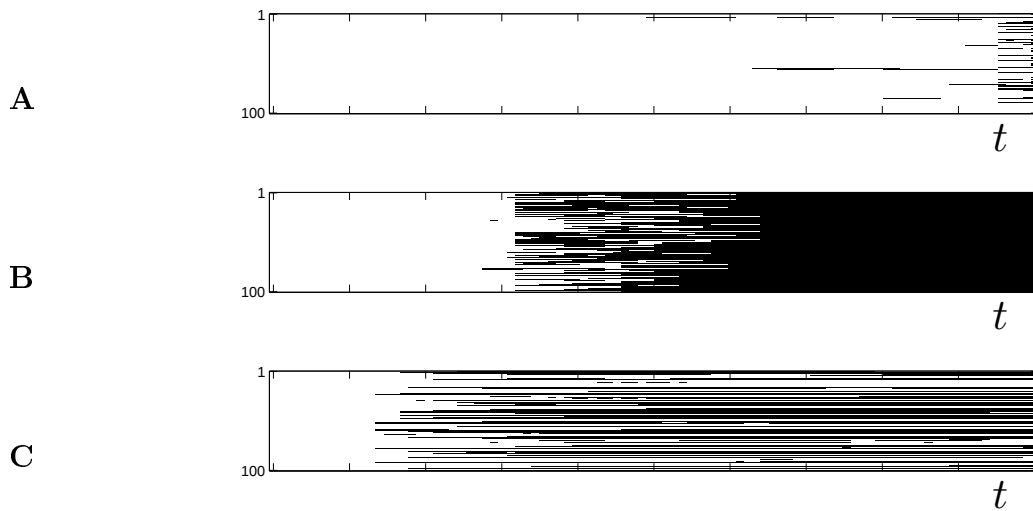
17 pav. Barabási-Albert tinklo ramybės būsenos neuronų skaičiaus priklausomybė nuo stimuliuojamų neuronų skaičiaus; sugeneruota 30 tinklo realizacijų, pateikiami parametro β (neuronų dalies, esančios ramybės būsenoje) vidurkio pasikliautiniai intervalai; (A): Neuronai stimuliuojami iš eilės, t.y. atsitiktinai grafo viršūnių laipsnių atžvilgiu; (B): Neuronai stimuliuojami pradedant nuo tinklo centro, t.y. nuo didžiausio laipsnio viršūnių, palaipsniui įtraukiant kitas; (C): Neuronai stimuliuojami iš periferijos centro link: pradedant mažiausio laipsnio grafo viršūnėmis.



18 pav. Dalies tinklo stimuliavimas esant skirtingam centriškumo matui; (A): Artumo centriškumas; (B): Tarpiškumo centriškumas; (C): Tikrinio vektoriaus centriškumas.



19 pav. Erdős-Renyi neuroninio tinklo būsenos neuronų santykio β priklausomybė nuo panaikintų briaunų skaičiaus parametro γ $N = 100$ neuronų atsitiktiniame tinkle. Imtis – 30 neuroninių tinklų realizacijų, ištisinė juoda linija žymi parametro β aritmetinį vidurkį, taip pat pavaizduoti β vidurkio pasikliautiniai intervalai.



20 pav. $N = 100$ neuronų atsitiktinio tinklo evoliucija esant skirtingoms γ reikšmėms. (A): $\gamma = 0.61$; (B): $\gamma = 0.65$, (C): $\gamma = 0.9$. Juodos zonos žymi neuronus, esančius ramybės būsenoje.

Išvados

1. Nustatytas netiesiniu faziniu osciliatoriumi pagrįsto dendritinio neurono modelio efektyvumas modeliuojant neuroninius tinklus.
2. Sukurtas dendritinio neurono su išoriniu nuo fazės nepriklausomu žadinimu modelis, atlikta jo analizė; nustatyta chaotinė fazinė dinamika ir fraktalinės pritraukimo sritys, o tai neleidžia efektyviai prognozuoti sistemos dinamikos.
3. Pritaikytas fazinės sinchronizacijos metodas ir nustatyti sinchronizacijos parametrai, užtikrinantys pritraukimo sričių fraktališkumo eliminavimą.
4. Nustatytas impulsu pagrįsto neuronų dinamikos valdymo metodo veiksmingumas vieno neurono dinamikos valdymui eliminavus fraktalines pritraukimo sritis.
5. Išaiškintas impulsu pagrįstas neuronų dinamikos valdymo veiksmingumas skirtingų topologijų neuronų tinklų valdymui ir nustatytas reikalingų stimuliuoti neuronų skaičius bei stimuliavimo būdas, siekiant suvaldyti tinklo dinamiką.
6. Parodytas atsitiktinio neuronų tinklo dinamikos valdymo metodo, keičiant tinklo topologiją, veiksmingumas; nustatyta, kad naikinant ryšius tarp neuronų, tinklo dinamika šuoliškai kinta ir tinklas nurimsta net be stimuliavimo impulsu.

Literatūra

- [1] Mikhail I Rabinovich, Pablo Varona, Allen I Selverston, and Henry DI Abarbanel. Dynamical principles in neuroscience. *Reviews of modern physics*, 78(4):1213, 2006.
- [2] Yoshiki Kuramoto. Chemical oscillations, waves, and turbulence. *Berlin: Springer*, 1984., 1984.
- [3] Cameron C McIntyre, Marc Savasta, Lydia Kerkerian-Le Goff, and Jerrold L Vittek. Uncovering the mechanism (s) of action of deep brain stimulation: activation, inhibition, or both. *Clinical neurophysiology*, 115(6):1239–1248, 2004.
- [4] Alim L Benabid, P Pollak, D Hoffmann, C Gervason, M Hommel, JE Perret, J De Rougemont, and DM Gao. Long-term suppression of tremor by chronic stimulation of the ventral intermediate thalamic nucleus. *The Lancet*, 337(8738):403–406, 1991.
- [5] Serge Blond, Dominique Caparros-Lefebvre, Fabrice Parker, Richard Assaker, Henri Petit, Jean-Daniel Guieu, and Jean-Louis Christiaens. Control of tremor and involuntary movement disorders by chronic stereotactic stimulation of the ventral intermediate thalamic nucleus. *Journal of neurosurgery*, 77(1):62–68, 1992.
- [6] JP Wielepp, J-M Burgunder, T Pohle, EP Ritter, JA Kinser, and Joachim K Krauss. Deactivation of thalamocortical activity is responsible for suppression of parkinsonian tremor by thalamic stimulation: a 99m tc-ecd spect study. *Clinical neurology and neurosurgery*, 103(4):228–231, 2001.
- [7] Jens Volkmann. Deep brain stimulation for the treatment of parkinson’s disease. *Journal of clinical neurophysiology*, 21(1):6–17, 2004.
- [8] Peter A Tass. Desynchronization of brain rhythms with soft phase-resetting techniques. *Biological cybernetics*, 87(2):102–115, 2002.
- [9] Peter A Tass. Desynchronizing double-pulse phase resetting and application to deep brain stimulation. *Biological cybernetics*, 85(5):343–354, 2001.
- [10] PA Tass. Effective desynchronization by means of double-pulse phase resetting. *EPL (Europhysics Letters)*, 53(1):15, 2001.
- [11] PA Tass. Effective desynchronization with a resetting pulse train followed by a single pulse. *EPL (Europhysics Letters)*, 55(2):171, 2001.
- [12] PA Tass. Effective desynchronization with a stimulation technique based on soft phase resetting. *EPL (Europhysics Letters)*, 57(2):164, 2002.

- [13] Peter A Tass. A model of desynchronizing deep brain stimulation with a demand-controlled coordinated reset of neural subpopulations. *Biological cybernetics*, 89(2):81–88, 2003.
- [14] Bard Ermentrout. An adaptive model for synchrony in the firefly *pterotypx malacca*. *Journal of Mathematical Biology*, 29(6):571–585, 1991.
- [15] G Bard Ermentrout and Nancy Kopell. Multiple pulse interactions and averaging in systems of coupled neural oscillators. *Journal of Mathematical Biology*, 29(3):195–217, 1991.
- [16] D Hansel, G Mato, and C Meunier. Clustering and slow switching in globally coupled phase oscillators. *Physical Review E*, 48(5):3470, 1993.
- [17] Jeffrey C Magee and Daniel Johnston. Plasticity of dendritic function. *Current opinion in neurobiology*, 15(3):334–342, 2005.
- [18] F Rattay. The basic mechanism for the electrical stimulation of the nervous system. *Neuroscience*, 89(2):335–346, 1999.
- [19] Cameron C McIntyre, Warren M Grill, David L Sherman, and Nitish V Thakor. Cellular effects of deep brain stimulation: model-based analysis of activation and inhibition. *Journal of neurophysiology*, 91(4):1457–1469, 2004.
- [20] Hans A Braun, Klaus Schäfer, Karlheinz Voigt, Rob Peters, Franklin Bretschneider, Xing Pei, Lon Wilkens, and Frank Moss. Low-dimensional dynamics in sensory biology 1: thermally sensitive electroreceptors of the catfish. *Journal of computational neuroscience*, 4(4):335–347, 1997.
- [21] Hans A Braun, Mathias Dewald, Klaus Schäfer, Karlheinz Voigt, Xing Pei, Kevin Dolan, and Frank Moss. Low-dimensional dynamics in sensory biology 2: facial cold receptors of the rat. *Journal of computational neuroscience*, 7(1):17–32, 1999.
- [22] Milan Majtanik, Kevin Dolan, and Peter A Tass. Desynchronization in networks of globally coupled neurons with dendritic dynamics. *Journal of biological physics*, 32(3-4):307–333, 2006.
- [23] Ivan Soltesz and Kevin Staley. *Computational neuroscience in epilepsy*. Academic Press, 2011.
- [24] Edita Sakyte and Minvydas Ragulskis. Self-calming of a random network of dendritic neurons. *Neurocomputing*, 74(18):3912–3920, 2011.
- [25] Adel K Affi and Ronald A Bergman. Functional neuroanatomy. NY: McGraw-Hill pg, 364, 1998.

- [26] Kim E Barrett et al. *Ganong's review of medical physiology*. McGraw-Hill Medical Asia, 2010.
- [27] Hermann Haken. *Brain dynamics: an introduction to models and simulations*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [28] Larry F Abbott. Lapique's introduction of the integrate-and-fire model neuron (1907). *Brain research bulletin*, 50(5):303–304, 1999.
- [29] Romain Brette and Wulfram Gerstner. Adaptive exponential integrate-and-fire model as an effective description of neuronal activity. *Journal of neurophysiology*, 94(5):3637–3642, 2005.
- [30] David Beeman. Hodgkin-huxley model. In *Encyclopedia of Computational Neuroscience*, pages 1–13. Springer, 2014.
- [31] Eugene M Izhikevich and Richard FitzHugh. Fitzhugh-nagumo model. *Scholarpedia*, 1(9):1349, 2006.
- [32] Alla Borisjuk. Morris-lecar model. In *Encyclopedia of Computational Neuroscience*, pages 1–7. Springer, 2014.
- [33] Kevin Dolan, Milan Majtanik, and Peter A Tass. Phase resetting and transient desynchronization in networks of globally coupled phase oscillators with inertia. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 211(1):128–138, 2005.
- [34] Jesús M Seoane, Samuel Zambrano, Stefano Euzzor, R Meucci, FT Arecchi, and Miguel AF Sanjuán. Avoiding escapes in open dynamical systems using phase control. *Physical Review E*, 78(1):016205, 2008.
- [35] Ljupco Kocarev. *Consensus and synchronization in complex networks*. Springer, 2013.
- [36] Arkady Pikovsky, Michael Rosenblum, and Jürgen Kurths. *Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences (Cambridge Nonlinear Science Series)*. Cambridge University Press, 2003.
- [37] Matthew Bennett, Michael F Schatz, Heidi Rockwood, and Kurt Wiesenfeld. Huygens's clocks. *Proceedings: Mathematics, Physical and Engineering Sciences*, pages 563–579, 2002.
- [38] Arthur T Winfree. Biological rhythms and the behavior of populations of coupled oscillators. *Journal of theoretical biology*, 16(1):15–42, 1967.
- [39] Béla Bollobás. *Random graphs*. Springer, 1998.

- [40] Richard Durrett, Richard Durrett, and Richard Durrett. *Random graph dynamics*, volume 200. Cambridge university press Cambridge, 2007.
- [41] Chai Wah Wu. *Synchronization in complex networks of nonlinear dynamical systems*, volume 76. World Scientific, 2007.
- [42] Alan Taylor and Desmond J Higham. Contest: A controllable test matrix toolbox for matlab. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 35(4):26, 2009.
- [43] Shuenn-Yih Chang. Studies of newmark method for solving nonlinear systems:(i) basic analysis. *Journal of the Chinese institute of engineers*, 27(5):651–662, 2004.
- [44] Shuenn-Yih Chang. Numerical characteristics of constant average acceleration method in solution of nonlinear systems. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 32(4):519–529, 2009.
- [45] Eric N Best. Null space in the hodgkin-huxley equations. a critical test. *Biophysical journal*, 27(1):87, 1979.
- [46] Rita Guttman, Stephen Lewis, and John Rinzel. Control of repetitive firing in squid axon membrane as a model for a neuroneoscillator. *The Journal of Physiology*, 305(1):377–395, 1980.
- [47] Jeffrey C Magee and Erik P Cook. Somatic epsp amplitude is independent of synapse location in hippocampal pyramidal neurons. *Nature neuroscience*, 3(9):895–903, 2000.
- [48] Stephen P Borgatti and Martin G Everett. A graph-theoretic perspective on centrality. *Social networks*, 28(4):466–484, 2006.

Priedas. Pagrindinių algoritmų realizacija

```
function [xt, dxt, ddx] = newmark(f, t, m, k, c, x0, dx0, ddx0)
% Newmark-beta metodas
% Pastovaus vidutinio pagreicio metodas (beta = 1/4)
% f – reiskinys dif lygtyje, kuriame nera tiesines priklausomybes nuo x, dx
%   ir ddx
% t – integravimo zingsnis
% m – koeficientas prie ddx
% k – koeficientas prie x
% c – koeficientas prie dx

ddx = (f - (c*t/2+k*t*t/4)*ddx0 - (c+k*t)*dx0 - k*x0) / (m + c*t/2 + k
*t*t/4);
dxt = dx0 + (ddx0+ddx)*t/2;
xt = x0 + dx0*t + (ddx0+ddx)*t*t/4;
end
```

```
function A = intimpnft(dt, m, h, fi, dfi, a, b, omega, a0, alfa, t0, laikas
, N, K, C, D, sincl, amp)
%INTIMPFT Niumarko metodu integruoja neuronu tinklo su nuo fazes
% nepriklausomu zadiniu lygti, fazines sinchronizacijos metodas
% dt — integravimo zingsnis
% m, h, a, b, omega, t0 — neuronu parametrai
% fi, dfi — pradines salygos
% a0, alfa — fazines sinchronizacijos parametrai
% laikas — integravimo laikas
% N — neuronu skaicius tinkle
% K — saveikos tarp neuronu stipris
% C — neuronu tinklo gretimumo matrica
% D — baltojo triuksmo intensyvumas
% sincl, amp — impulso laikas ir amplitude
```

```
A=zeros(N,3,laikas+1);
for i=0:laikas
    W = coupling(fi, K, C);
    Xi=sqrt(2*D)*randn(N,1);
    t=dt*i;
    ddfi = (h + b*cos(omega*(t + t0)) - h*dfi - (a+a0*cos(omega*(t
+ t0)+alfa))*sin(fi) + W + Xi)/m;

    if i > sincl && i < sincl+3
        f = -(a+a0*cos(omega*(t + t0)+alfa))*sin(fi) + h + b*cos(
omega*(t + t0)) + W + Xi + amp;
```

```

else
    f = -(a+a0*cos(omega*(t + t0)+alfa))*sin(fi) + h + b*cos(
        omega*(t + t0)) + W + Xi;
end
A(:, :, i+1) = [fi, dfi, ddfi];
[Fi, dFi, ddFi] = newmark(f, dt, m, 0, h, fi, dfi, ddfi);
fi = Fi;
dfi = dFi;
ddfi = ddFi;
end
A(:, :, i+1) = [fi, dfi, ddfi];
end

```

```

function W = coupling(F,K,C)
%COUPLING Rysio tarp neuronu funkcija
% F — neuronu faziu vektorius
% K — rysio tarp neuronu stipris
% C — tinklo gretimumo matrica

M = F*ones(size(F'));
N = size(C,1); % neuronu skaicius
W = (K/N)*sum(sin((M-M') .* C));
W = W';
end

```

```

function G = ER(N,p)
%ER Erdos–Renyi atsitiktinio grafo
%gretimumo matricos sudarymo algoritmas
% N — virsuniu skaicius
% p — briaunos tikimybe

G = rand(N,N) < p;
G = triu(G,1);
G = G + G';
end

```

```

function A = smallw(n,k,p)
%SMALLW Watts–Strogatz grafo generavimas
%
% n — matricos eile.
% k — artimiausiu kaimnu skaicius
% p — papildomos briaunos tikimybe (0.1)

```

```

if nargin <= 2
    p = 0.1;
    if nargin == 1
        k = 2;
    end
end
twok = 2*k;
I = zeros(2*k*n,1);
J = zeros(2*k*n,1);
S = zeros(2*k*n,1);
for count = 1:n
    I( (count-1)*twok+1 : count*twok ) = count.*ones(twok,1);
    J( (count-1)*twok+1 : count*twok ) = mod([count:count+k-1 n-k+count-1:n
        +count-2],n)+1;
    S( (count-1)*twok+1 : count*twok ) = ones(twok,1);
end
A = sparse(I,J,S,n,n);
A = short(A,p);
end

```

```

function A = pref(n,d)
%PREF Barabasi-Albert grafo generavimas.
%
% n — matricos dimensiija
% d — minimalus virsunes laipsnis (2)

if nargin == 1
    d = 2;
end
I = [];
J = [];
for v = 1:n
    for i = 1:d
        M(2*((v-1)*d+i)-1) = v;
        I = cat(1,I,v);
        r = ceil(rand*(2*((v-1)*d+i)-1));
        M(2*((v-1)*d+i))=M(r);
        J = cat(1,J,M(r));
    end
end
S = ones(length(I),1);
A = sign(sparse([I;J],[J;I],[S;S],n,n));
A = A - diag(diag(A));

```