



**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS**

Jokūbas Jomantas

**SISTEMINĖS RIZIKOS UŽKRATO PLITIMO TYRIMAS
MODELIUOJANT VALIUTŲ KURSŲ DAŽNIŲ JUNGIAMUMĄ**

Baigiamasis magistro projektas

Vadovas

Doc. dr. Kristina Šutienė

KAUNAS, 2020

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS

SISTEMINĖS RIZIKOS UŽKRATO PLITIMO TYRIMAS
MODELIUOJANT VALIUTŲ KURSŲ DAŽNIŲ JUNGIAMUMĄ

Baigiamasis magistro projektas
Taikomoji matematika (6211AX006)

Vadovas

(parašas) Doc. dr. Kristina Štutienė
(data)

Recenzentas

(parašas) Doc. dr. Audrius Kabašinskas
(data)

Projektą atliko

(parašas) Jokūbas Jomantas
(data)

KAUNAS, 2020



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

(Fakultetas)

Jokūbas Jomantas

(Studento vardas, pavardė)

Taikomoji matematika, 6211AX006

(Studijų programos pavadinimas, kodas)

„Baigiamojo projekto pavadinimas“

AKADEMINIO SAŽININGUMO DEKLARACIJA

20 20 m. gegužės 28 d.
Kaunas

Patvirtinu, kad mano, **Jokūbo Jomanto**, baigiamasis projektas tema „Sisteminės rizikos užkrato plitimo tyrimas modeliuojant valiutų kursų dažnių jungiamumą.“ yra parašytas visiškai savarankiškai ir visi pateikti duomenys ar tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti sąžiningai. Šiame darbe nei viena dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar internetinių šaltinių, visos kitų šaltinių tiesioginės ir netiesioginės citatos nurodytos literatūros nuorodose. Įstatymų nenumatytų piniginių sumų už šį darbą niekam nesu mokėjęs.

Aš suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo faktui, man bus taikomos nuobaudos, remiantis Kauno technologijos universitete galiojančia tvarka.

(vardą ir pavardę įrašyti ranka)

(parašas)

Turinys

Ižanga.....	9
1. Literatūros apžvalga	10
1.1. Sisteminė rizika.....	10
1.1.1. Sisteminės rizikos pavyzdys	10
1.2. Finansinis užkratas	11
1.3. Sisteminės rizikos tyrimo objektų klasifikacija	13
1.4. Sisteminės rizikos užkrato plitimo modeliavimas.....	14
1.4.1. Arakelian et al. mašininio apsimokymu pagrįstas metodas.....	15
1.4.2. Schwendner'io et. al. koreliacinių tinklų modelis.	20
1.4.3. Cont'o et. al. užkrato plitimo indeksas.	24
1.4.4. Kiti metodai.	26
1.5. Apibendrinimas	27
2. Medžiagos ir tyrimų metodai	28
2.1. Kintamumo modeliavimas	28
2.1.1. GARCH modelis.....	29
2.1.2. Barndorff-Nielsen'o et. al. realizuotos dalinės dispersijos modelis	30
2.2. Jungiamumo modeliavimas.....	31
2.2.1. Dispersijos dalys	32
2.2.2. Bendri pasklidimai	32
2.2.3. Kryptiniai pasklidimai	33
2.2.4. Neto pasklidimai	33
2.2.5. Neto poriniai pasklidimai	33
2.3. Jungiamumo modeliavimas skirtingų dažnių juostuose.....	33
2.3.1. Jungiamumo įvertis dažnio srityje	36
2.4. Apibendrinimas	37
3. Tyrimo rezultatai ir jų aptarimas	38
3.1. Mažo dažnio duomenų modeliavimas.....	38
3.1.1. Jungiamumo modeliavimas naudojant mažo dažnio duomenis.....	42
3.2. Aukšto dažnio duomenų modeliavimas	44
3.2.1. Jungiamumo modeliavimas naudojant aukšto dažnio duomenis.....	46
Išvados	53
Literatūros sąrašas	54

Jomantas, Jokūbas. Sisteminės rizikos užkrato plitimo tyrimas modeliuojant valiutų kursų dažnių jungiamumą. Magistro baigiamasis projektas / vadovas doc. dr. Kristina Šutienė; Kauno technologijos universitetas, Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas.

Studijų kryptis ir sritis: Taikomoji matematika, Matematikos mokslai.

Reikšminiai žodžiai: kintamumas, jungiamumas, dažnis, spektrinė analizė, sisteminė rizika.

Kaunas, 2020. 56 p.

Santrauka

Sisteminės rizikos užkrato plitimo modeliavimas tapo svarbia tema po 2008 metų pasaulinės ekonominės krizės. Sisteminės rizikos užkrato plitimą galima apibrėžti įvairiai ir bendro priimto apibrėžimo nėra. Nepaisant to, egzistuoja didelis kiekis metodų, leidžiančių atlikti sisteminės rizikos modeliavimą. Šiame darbe sisteminės rizikos modeliavimas atliekamas tiriant jungiamumą tarp skirtingų valiutų kursų rinkų, kuris kyla dėl heterogeninių dažnio atsakų į išorinius šokus. Darbe buvo modeliuojamas jungiamumas trumpalaikiuose, vidutinės trukmės ir ilgalaikiuose finansiniuose cikluose. Tam atlikti, buvo naudojamas Diebold'o ir Yilmaz'o sukurtas ir vėliau dažnių modeliavimui Baruník'o ir Křehlík'o pritaikytas modelis, paremtas VAR modelio prognozės paklaidų dispersijos dekompozicijomis. Skirtingai nuo ankstesnių darbų šia tema, buvo pasiūlyta jungiamumą modeliuoti naudojant tik blogo kintamumo duomenis, tai yra kintamumo duomenis, kurie gaunami iš aukšto dažnio, kas 5 minutes fiksuojamų, neigiamų grąžų. Darbo tikslas buvo parodyti, kad modeliuojant tik blogą kintamumą iš aukšto dažnio duomenų, galima gauti jungiamumo modelį, kuris leidžia tinkamai įvertinti esamą ekonominę padėtį. Kintamumo modeliavimas su aukšto dažnio duomenimis buvo atliktas pasitelktus Barndorff-Nielsen'o et. al. realizuotos dalinės dispersijos modelį. Taip pat, rezultatai buvo palyginti su mažo dažnio kintamumo duomenimis, naudojant GARCH modelį. Tyrimo metu nustatyta, jog naudojant mažo dažnio duomenis – neįmanoma atlikti jungiamumo dekompozicijos į skirtingas dažnio juostas, dėl sistemoje atsirandančio didelio kiekio triukšmo. Atlikus modeliavimą su aukšto dažnio duomenimis, buvo gautas modelis, kuris sėkmingai parodo finansinių neramumų laikotarpius bei leidžia atlikti jų analizę pagal jungiamumo pasiskirstymą skirtingose dažnio juostose. Darbe parodoma, jog pasaulinio masto ekonominių krizių metu, didžioji dalis jungiamumo užfiksuojama žemo dažnio juostoje, o aukšto dažnio juostose, atvirkščiai – jungiamumas krenta. Vadinasi, pasaulinių krizių metu, sisteminės rizikos šokai yra nuolatiniai ir plintantys ilgesnį laiką nei ekonomiškai stabiliais laikotarpiais.

Jomantas, Jokūbas. Systemic Risk Contagion Modelling in Foreign Exchange Market Using Frequency Connectedness. Master's thesis in applied mathematics / supervisor assoc. prof. dr. Kristina Štutienė; The Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Kaunas University of Technology.

Study field and area: Applied Mathematics, Mathematical sciences.

Keywords: volatility, connectedness, frequency, spectral analysis, systemic risk.

Kaunas, 2020. 56 pages.

Summary

Systemic risk contagion modelling became an important topic after the global financial crisis of 2008. There's a number of definitions for systemic risk contagion, although there is no one unifying one that is agreed upon. Nevertheless, there exist a large number of methods that allow the modelling of systemic risk. In this work systemic risk is measured by modelling connectedness between different foreign exchange rates that arise due to heterogeneous frequency responses to shocks. The paper focuses on connectedness in short-, medium-, and long-term financial cycles. For this I use the methodology first proposed by Diebold and Yilmaz, and later extended by Baruník and Křehlík to work with frequency responses, which is based on VAR forecast error variance decompositions. Different from other papers on this subject, this paper suggests to only use bad volatility, which is approximated using high frequency negative return data. The purpose of this paper is to show, that using only the bad volatility for measuring connectedness, we can get a model that lets us properly assess the current economic situation. To get a proper approximation of volatility I use high frequency data (measured every 5 minutes) and realised semivariance modelling proposed by Barndorff-Nielsen et. al. For comparison, volatility achieved with GARCH(1,1) from low frequency daily data is used. In the paper I show, that using volatility from low frequency data introduces background noise which makes it impossible to decompose connectedness into different frequency bands. Using high frequency data we get a model that allows us to properly analyse the various timeframes of financial instability over the last 16 years by using connectedness distributions in different frequency bands. In the paper I show, that during crises of global proportions, the largest portion of connectedness is measured in the low frequency band, while the connectedness in the higher frequency bands sharply drops. Based on this, we can assume that during global financial crises, connectedness is created at lower frequencies and the shocks are more persistent and are being transmitted over longer periods of time.

Paveikslų sąrašas

1 pav. Pasaulinis BVP augimas 2009 metais; šalys pažymėtos ruda spalva patiria recesiją ¹⁴	11
2 pav. Suverenios rizikos sprendimų medis (2008-2013 m.) ¹⁹	19
3 pav. CDS kainų prognozė 2013-2017 metų periodui. Antrame stulpelyje – realiai užfiksuotos CDS kainos, trečiame stulpelyje – prognozuojamos CDS kainos, pirmame stulpelyje – skirtumas tarp jų ¹⁹	19
4 pav. Suverenios rizikos sprendimų medis (2013-2017 m.) ¹⁹	20
5 pav. Europos zonos suverenių obligacijų pajamingumo laiko eilutės ²²	23
6 pav. Koreliacinių matricių vizualizacija (2010-2015 m.) ²²	23
7 pav. Filtruotų įtakos tinklų, atitinkančių koreliacijos matricas, vizualizacija (2010-2015 m.) ²² ..	24
8 pav. Martinez-Jaramillo et. al. simuliacijos modelio schema ²⁴	26
9 pav. Australijos dolerio, Kanados dolerio ir Europos euro valiutų kursai su JAV doleriu.	38
10 pav. Japonijos jenos, Šveicarijos franko ir Didžiosios Britanijos svaro valiutų kursai su JAV doleriu.....	39
11 pav. Australijos dolerio, Kanados dolerio ir Europos euro valiutų kintamumas.....	41
12 pav. Japonijos jenos, Šveicarijos franko ir Didžiosios Britanijos svaro valiutų kintamumas.	41
13 pav. Bendras jungiamumas, naudojant žemo dažnio duomenis bei $H = 10$	43
14 pav. Bendras jungiamumas, naudojant žemo dažnio duomenis bei $H = 100$	44
15 pav. Aukšto dažnio duomenų kintamumas (bendras).....	45
16 pav. Aukšto dažnio duomenų kintamumas (blogas).....	45
17 pav. Aukšto dažnio duomenų kintamumas (geras).....	46
18 pav. Bendras jungiamumas, naudojant aukšto dažnio duomenis bei $H = 100$	51
19 pav. Bendras jungiamumas dažnio juostoje $d1$, naudojant aukšto dažnio duomenis.	51
20 pav. Bendras jungiamumas dažnio juostoje $d2$, naudojant aukšto dažnio duomenis.	52
21 pav. Bendras jungiamumas dažnio juostoje $d3$, naudojant aukšto dažnio duomenis.	52

Lentelių sąrašas

1 lentelė. Kintamumo iš mažo dažnio duomenų pasklidimų lentelė.	42
2 lentelė. Kintamumo iš aukšto dažnio duomenų pasklidimų lentelė.	46
3 lentelė. Kintamumo dažnio juostoje $d1$ pasklidimų lentelė.	48
4 lentelė. Kintamumo dažnio juostoje $d2$ pasklidimų lentelė.	48
5 lentelė. Kintamumo dažnio juostoje $d3$ pasklidimų lentelė.	49

Ižanga

Nuo 1929 metų didžiosios depresijos, pasaulio ekonomika patyrė ne vieną ekonominį nuosmukį, didžiausias iš jų – 2007-2008 metų globalinė finansinė krizė. Krizė kilo iš 2007 m. JAV didelės rizikos paskolų rinkos krizės, kurios užkrečiamas poveikis staigiai paplito į likusį pasaulį ir 2008 m. rugsėjo 15 d., žlugus *Lehman Brothers* investiciniam bankui¹, peraugo į tarptautinę bankų krizę. Praėjus daugiau nei dešimtmečiui, vis dar jaučiami krizės katastrofiniai padariniai, o pasaulinė ekonomika – vis dar trapi. Krizė paskatino spartų finansinių krizių užkrato plitimo bei finansinių stabilumo būsenų analizės progresą.

Egzistuoja daugelis skirtingų sisteminės rizikos apibrėžimų. Pavyzdžiui, Kaufman'as² ją apibrėžia kaip „tikimybę, jog dėl įvykio, kuris pradeda eilę nuoseklių nuostolių, einančių per grandinę įstaigų arba rinkų, sudarančių sistemą, bus sutelkti kaupiamieji nuostoliai. Kitaip tariant, sisteminė rizika yra rizika grandininės reakcijos, kurios metu sugriūna tarpusavyje sujungti domino kauliukai.“

Kaip ir sisteminės rizikos atveju, finansinio užkrato plitimui nėra vienodo apibrėžimo. Vieni mokslininkai finansinį užkratą apibrėžia kokybiškai^[3-6], o kiti – kiekybiškai^[7-9]. Nepaisant apibrėžimo, finansinio užkrato plitimas pastebimas tiek tarptautiniu lygiu, tiek šalies viduje. Vidaus atveju, užkratas pasėjamas žlugus vidaus bankui ar finansiniam tarpininkui, kai jie nebegali įvykdyti įsipareigojimų kitiems bankams ir yra priversti išparduoti savo turtą už labai žemas kainas. Tokiu atveju šalyje sumažėja pasitikėjimas visais tokio pačio tipo bankais. Tarptautinis finansinio užkrato plitimas pastebimas pažengusiose ir besivystančiose ekonomikose, ir pasireiškia kaip finansinės krizės perdavimas per finansines rinkas tiesiogiai ir netiesiogiai susijusioms ekonomikoms.

Sisteminės rizikos modeliavimui sukurta daugelis modelių iš skirtingų matematikos šakų. Vieni remiasi paprasta tiesine statistika (koreliacijomis), kiti – grafų teorija. Bene didžiausia daugelio metodų problema – apsiribojimas tik porinių sąryšių matavimu. Tokia metodologija iš principo yra tiesinė ir paremta Gausišku mąstymu – o tai ją daro ribotos vertės realiose finansinėse rinkose. Siekdami išspręsti šią problemą, Diebold'as ir Yilmaz'as¹⁰ pasiūlė bendrą sistemą, leidžiančią modeliuoti jungiamumą ne tik poriniams sąryšiams, bet ir visos finansinės sistemos mastu. Metodologija paremta dispersijos dekompozicijomis iš apytikslių modelių.

Šiame darbe bus įvertinta Diebold'o ir Yilmaz'o¹⁰ sukurta bei Baruník'o ir Křehlík'o¹¹ toliau išvystyta metodologija, skirta jungiamumui (angl. *connectedness*) modeliuoti, bei skirtingos metodologijos kintamumui modeliuoti. Darbo tikslas – atlikti valiutų kursų rinkos jungiamumo modeliavimą, vertinant jo dinamiką skirtingose dažnio juostose. Tyrimui pasirinkti šeši labiausiai prekiaujamų užsienio valiutų kursai su JAV doleriu.

1. Literatūros apžvalga

1.1. Sisteminė rizika

Kaip jau buvo paminėta įžangoje, egzistuoja daugelis įvairių sisteminės rizikos apibrėžimų. Siekdamas suderinti dauguma apibrėžimų, Schwarcz^{as12} savo 2008 metų darbe pasiūlė tokį apibendrintą sisteminės rizikos apibrėžimą: „...rizika, jog (i) ekonominis šokas, toks kaip rinkos ar įstaigos žlugimas, sukels (dėl panikos ar kitų priežasčių): (x) rinkos arba įstaigų tinklo žlugimą, arba (y) seką ženklių nuostolių finansinėms įstaigoms, (ii) dėl to finansų rinkoje bus pastebimas ryškus kainų kintamumas (angl. *price volatility*) (šis kainų kintamumas gali atspindėti turto kainų padidėjimą arba jo prieinamumo sumažėjimą).“

Šiek tiek paprastesnis ir dažniau naudojamas sisteminės rizikos apibrėžimas¹³: sisteminė rizika, tai tikimybė, jog įvykis (pvz., žlugimas) įmonės lygmeniu gali sukelti smarkų nestabilumą visoje industrijoje arba ekonomikoje ar net jų žlugimą. Įmonės, kurios laikomos sistemiškai rizikingomis, vadinamos „per didelėmis žlugti“, arba labiau žinomu anglišku pavadinimu – „too big to fail“.

Iš anksčiau pateiktų apibrėžimų galima išskirti dvi pagrindines komponentes, reikalingas abstrakčiam sisteminės rizikos modeliavimui: pirma – pradinis atsitiktinis finansinis šokas, kuris paveikia (net iki žlugimo taško) vieną ar kelias finansines institucijas, ir antra – užkrato plitimo mechanizmas, kuris perduota neigiamus efektus kitoms sistemos institucijoms. Užkrato plitimo mechanizmų būna įvairių; pavyzdžiui, mokėjimo sistemos, tarpbankinė rinka, finansų rinka ir kiti.

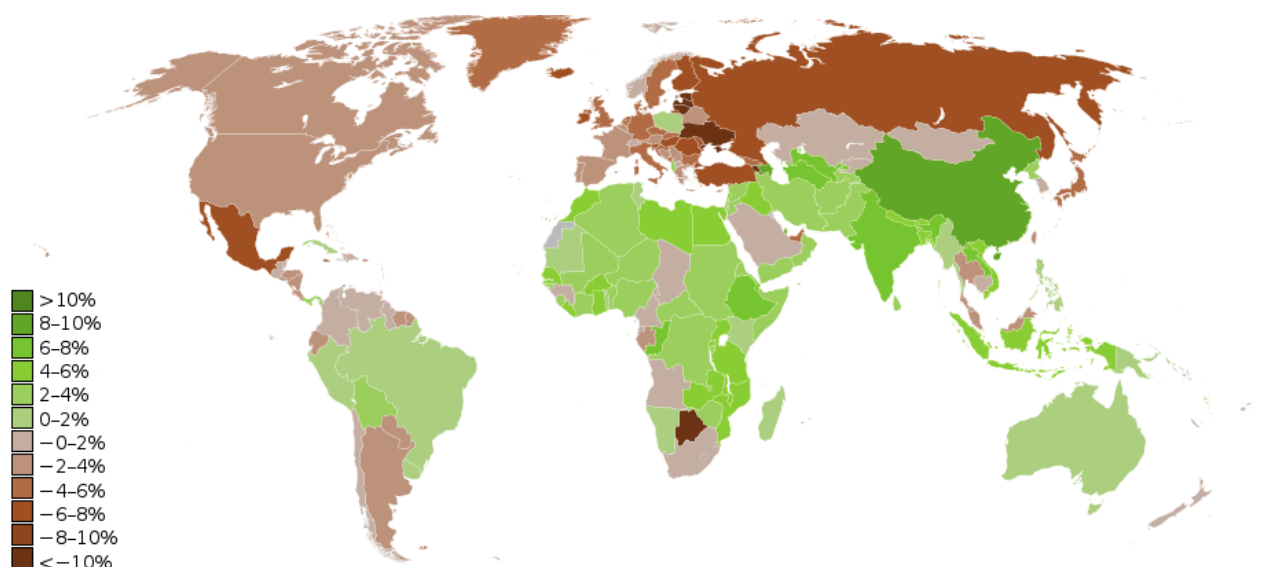
Pagrindinė priežastis sisteminės rizikos vertinimo svarbumui, tai užtikrinimas, jog centriniai bankai bei kiti finansų reguliuotojai galės atlikti geresnius sprendimus, skirtus rizikai valdyti. Iš tikrųjų, sisteminės rizikos vertinimas tapo pagrindine kiekvieno finansų regulatoriaus darbotvarkės dalimi. Akademinio požiūriu, 2008 metų pasaulinė finansų krizė pastūmėjo didelį tyrimų bei mokslinių publikacijų pagausėjimą, sisteminės rizikos bei kitomis susijusiomis temomis.

1.1.1. Sisteminės rizikos pavyzdys

Dodd-Frank aktas (2010 metai), geriau žinomas kaip Volstryto reformos ir vartotojų apsaugos aktas, įvedė milžinišką kiekį naujų įstatymų, kurie turėtų užkirsti kelią dar vienai Didžiajai recesijai¹⁴, griežtai reguliuojant pagrindines finansines įstaigas ir taip apribojant sisteminę riziką. Aktas sukėlė didelį kiekį diskusijų apie tai, ar reformoms reikalingi pakeitimai, kurie palengvintų smulkaus verslo augimą.

Lehman Brothers^l investicinio banko dydis bei integracija JAV ekonomikoje pavertė jį sisteminės rizikos šaltiniu. Įmonei žlugus, padariniai buvo jaučiami visoje finansų sistemoje bei ekonomikoje.

Kapitalo rinkos praktiškai sustingo, kol verslai bei vartotojai negalėjo gauti paskolų, arba galėjo, turėdami tik nepaprastai didelį kreditingumą, taip sudarydami minimalią riziką skolintojui.



1 pav. Pasaulinis BVP augimas 2009 metais; šalys pažymėtos ruda spalva patiria recesiją¹⁴.

Tuo pačiu metu, AIG¹⁵ (American International Group, Inc.) pasaulinė draudimo organizacija taip pat kentėjo dėl rimtų finansinių problemų. Kaip ir *Lehman Brothers* atveju, AIG tarpusavio ryšiai su kitomis finansinėmis įstaigomis pavertė ją sisteminės rizikos šaltiniu. AIG turto portfelis buvo susietas su didelės rizikos hipotekinių kreditų rinka ir jos dalyvavimas gyvenamosios vietos hipoteka užtikrintų vertybinių popierių (angl. *residential mortgage-backed securities (RMBS)*) rinkoje privedė prie įkaitų, likvidumo praradimo, ir AIG kreditingumo sumažėjimo, kai tų vertybinių popierių vertė staiga nukrito.

Nors JAV vyriausybė nesuteikė finansinės pagalbos *Lehman Brothers*, tačiau ji nusprendė ją suteikti AIG, su paskolomis, kurios viršijo 180 milijardų JAV dolerių. Tai užkirto kelią AIG bankrutavimui. Įvairūs tyrėjai bei reguliatoriai tikėjo, jog AIG bankrutavimas būtų sukėlęs daugelio kitų finansinių įstaigų žlugimą.

1.2. Finansinis užkratas

Kai sergantis žmogus nusičiaudi – kas nors kitas suserga. Tas pats galioja ir valstybėms: kai vienos šalies finansinė sveikata sutrinka, negalavimas linkęs persiduoti. Tai ir yra finansinis užkratas. Toks paprastas apibrėžimas pateikiamas „Bloomberg“ straipsnyje „Financial Contagion¹⁶.“ Šiek tiek moksliškesnis finansinio užkrato apibrėžimas būtų ekonominės krizės plitimas iš vienos rinkos ar regiono į kitus, galintis pasireikšti tiek vidaus ekonomikoje, tiek tarptautiniu lygiu.

Egzistuoja ir dar tvirtesnių finansinio užkrato apibrėžimų. Kaip jau minėta įžangoje, juos galima suskirstyti į kokybinius ir kiekybinius. Toliau pateikiami keli kokybiniai finansinio užkrato apibrėžimai.

Calvo⁴ (2000) finansinį užkratą apibrėžia kaip situaciją, kurioje:

- a) naudingumą maksimizuojantys investuotojai nusprendžia nemokėti už informaciją, kuri būtų aktuali jų portfelio sprendimui ir taip tampa jautrūs valstybei aktualiems gandams;
- b) investuotojai kaip optimalų sprendimą pasirenka savavališkai (arba atsitiktinai) pasirinktos rinkos portfelio mėgdžiojimą.

Kaminsky et al.⁶ (2003) finansinį užkratą apibrėžia kaip įvykį, kurio metu aibei šalių sekant kažkokį konkretų įvykį, jaučiami staigūs padariniai – tai yra, kai įvykio pasekmės yra greitos ir stiprios ir vystosi valandų ar dienų laikotarpiu. Ši „greita ir stipri“ (angl. *fast and furious*) reakcija yra kontrastinga atvejams, kai pirminės šalių reakcijos į naujienas yra prislopintos.

Finansiniai užkratai įprastai asocijuojami su ekonominių krizių plitimu kažkokioje rinkoje, turto klasėje, ar geografiniame regione. Iš principo, šnekant apie finansinį užkratą, galima šnekėti ir apie ekonominio pakilimo plitimą, tačiau literatūros apie tai – nedaug. Nors finansiniai užkratai gali pasireikšti ir vidaus rinkose, ir pasauliniu mastu, jie tapo labiau pastebimi suklestėjus globalinei ekonomikai bei tam tikrų regionų ekonomikoms tapus labiau koreliuotoms vienai su kita. Daugelis akademikų ir analitikų finansinius užkratus laiko pasaulinės rinkos tarpusavio priklausomybės simptomu.

Įprastai siejami su finansinėmis krizėmis, finansiniai užkratai gali pasireikšti kaip neigiami išoriniai veiksniai pasklidę iš vienos žlungančios rinkos į kitą. Vidaus rinkoje tai gali nutikti, jei vienas didelis bankas nusprendžia greitai išparduoti savo turtą ir tuo pačiu metu atitinkamai sumažėja pasitikėjimas kitais dideliais bankais. Iš principo, toks pat procesas nutinka ir tarptautinių rinkų žlugimo metu, įvykstant stipriai koreliuotų regioninių valiutų domino efektui, prie kurio prisideda tarpvalstybinės investicijos bei mainai. Būtent tai ir nutiko 1997 metų krizės metu kai žlugo Tailando batas. Ši krizė, kuri kilo dėl didelio kiekio skolų JAV dolerio valiuta, greitai pasklido į artimas Rytų Azijos valstybes ir taip išsivystė į plačiai paplitusias valiutos ir rinkos krizes regione. Krizės pasekmės taip pat smogė naujai atsirandančioms rinkoms Lotynų Amerikoje bei Rytų Europoje. Iš to galima spręsti apie finansinio užkrato pajėgumą greitai plisti net už regioninių rinkų ribų.

Finansiniai užkratai taip vadinami dėl jų savybės plisti greitai ir nepastebimai. Globalinės investicijos bei tarpvalstybiniai mainai daro finansinius užkratus labiau tikėtinais, ypač tarp besivystančių ir naujai atsirandančių rinkų. Šiose rinkose, užkratai dažnai paūmėja dėl asimetrinės informacijos¹⁷, dėl

to atsiranda netvarios investicijos ir reakciniai rinkos nuosmukiai, kilę kaip atsakas silpnėjančioms artimoms arba stipriai koreliuotoms rinkoms. Didesnės ir labiau išsivystę rinkos geba geriau išverti finansinius užkratus nei besivystančios ekonomikos. Tiesioginis to pavyzdys – Kinija, kuri sugebėjo išverti tiek 1997 tiek 2008 metų krizę (žr. 1 pav.) ir išgyventi beveik visiškai nenukentėjusi, nepaisant to, jog ją supa dauguma krizės paveiktų Azijos valstybių.

Finansinio užkrato terminas pirmą kartą pavartotas 1997 Azijos finansų rinkos krizės metu. Tačiau šis reiškinyms funkciškai užfiksuotas daug anksčiau. Globalinė Didžioji depresija, kurią sukėlė 1929 JAV akcijų biržos žlugimas, išlieka ypač ryškiu pavyzdžiu efektų, kuriuos sukelia užkratas integruotoje pasaulinėje ekonomikoje.

Po Azijos finansų krizės, mokslininkai pradėjo tyrinėti, kaip ankstesnės finansinės krizės plito per valstybines sienas ir priėjo išvadą¹⁶, jog „devyniolikto amžiuje užfiksuotos periodinės tarptautinės finansinės krizės pasireiškė praktiškai kiekviename dešimtmetyje nuo 1825 metų.“ Tais metais, bankų krizė, kuri kilo Londone, išplito po visą Europą ir galiausiai net į Lotynų Ameriką. Krizės šaknys buvo pasėtos pasaulinės finansų sistemos periferijos augimo bei revoliucijos. Po to kai ankstyvojoje 19 amžiaus dalyje didžioji dalis Lotynų Amerikos buvo išvaduoti nuo Ispanų priespaudos, Europos spekuliantai investavo didelį kiekį lėšų į šį kontinentą. Investavimas Lotynų Amerikoje tapo spekuliatyviu burbulu ir 1825 metais Anglijos Bankas, bijodamas masinio aukso nutekėjimo, pakėlė savo diskonto normą, dėl to ir kilo akcijų biržos žlugimas. Kilusi panika greitai išplito į žemyninę Europą.

1.3. Sisteminės rizikos tyrimo objektų klasifikacija

Egzistuoja daugybė sisteminės rizikos apibrėžimų, todėl tikriausiai ne staigmena, jog yra ir didelis kiekis objektų, kuriuos naudojant galima modeliuoti sisteminę riziką. Visus šiuos objektus galima suskirstyti į 4 pagrindines kategorijas: finansiniai tinklai, rinkos nuotaikos, finansų industrijos stabilumas ir kiekybinis finansinis reguliavimas. Toliau pateikiami trumpi šių kategorijų apibūdinimai iš Kou et. al.³⁵ (2018).

Finansiniai tinklai. Finansinių sistemų susietumo pobūdis yra esminis modernių finansinių įstaigų bruožas. Būtent dėl to finansiniai tinklai yra labiausiai išstudijuoti šios srities objektai. Finansinis tinklas gali būti suprastas kaip aibė finansinių subjektų (tokių kaip prekybininkai, firmos, bankai, vertybinių popierių biržos ir kt.) ir ryšių tarp jų, idealiu atveju per tiesioginius sandorius arba per galimybę tarpininkauti sandoryje. Tinklų mokslo terminais, finansiniai tinklai yra sudaryti iš finansinių mazgų, kur mazgai vaizduoja finansines institucijas arba dalyvius, ir iš kraštinių, kur kraštinės atspindi oficialius ir neformalius ryšius tarp mazgų (pavyzdžiui, akcijų arba obligacijų

nuosavybė). Iki 2008 metų krizės, rinkomis pagrįstas finansinis mąstymas negalėjo pilnai atskleisti sisteminės finansinės rizikos destruktivumo potencialo. Vystantis moderniai finansų teorijai, tarpbankinė rinka tapo sudėtinga sistema, sudaryta iš plataus, apjungto ir sudėtingo tinklo. Todėl sisteminė rizika finansiniuose tinkluose tapo svarbia tema.

Rinkos nuotaika. Niekam ne paslaptis, jog plintant rizikos užkratui, plinta ir neigiamos nuotaikos rinkoje, kas priveda prie klientų panikos finansinėje sistemoje. Iš to seka užburtas rizikos ir emocijų ratas. Todėl rinkos nuotaikos gavyba dažnai naudojama finansinės rinkos svyravimo prognozavimui ir gali būti naudojama kaip „vėjarodis“ finansinei rizikai¹⁸.

Paprastai, iš socialinių tinklų, tokių kaip „Twitter“ ir „Facebook“, finansinių rinkų naujienos bei įstatymai surenkami kaip teksto duomenų rinkinys. Iš šio duomenų rinkinio, naudojant koreliacinius ryšius tarp sisteminės rizikos ir finansinių įvykių, įvertinami rinkos lūkesčiai bei rizikos užuomazgos. Trumpai tariant, mašininio apsimokymo metodai rinkos nuotaikos analizei yra ganėtinai nauja įžvalga finansinės rizikos vertinime.

Finansų industrijos stabilumas. Šioje šakoje siekiama iširti finansinio stabilumo faktorius ir paskatas, kuriuos sukelia sisteminė rizika. Tikslių skirtingų rizikos klasių sukėlėjų nustatymas gali padėti tikslingų strategijų, skirtų reagavimui į skirtingų lygių riziką, kūrimui.

Kiekybinis finansinis reguliavimas. Kaip globalinės finansinės krizės padarinys, finansinis reguliavimas tapo pagrindiniu būdu reaguoti į finansines krizes. Visgi, saikingos reguliacijos yra įvedamos su tikslu, jog bus užtikrinta efektyvi finansinės rizikos kontrolė bei finansinės raidos patobulinimas. Todėl yra naudojamos kiekybinio finansinio reguliavimo analizės, kuriomis išbandoma ir patvirtinama reguliavimo strategija, įskaitant naudos – kainos įžvalgas ir strategijų efektyvumą finansinio saugumo užtikrinime.

Toliau šiame darbe bus kalbama tik apie finansinius tinklus, nes būtent jiems pastaruosius 10 metų yra teikiama daugiausiai dėmesio.

1.4. Sisteminės rizikos užkrato plitimo modeliavimas

Vienas iš pagrindinių sisteminės rizikos aspektų, tai finansinių institucijų tarpusavio ryšių gausumas, kuris didina užkrato plitimo tikimybę finansinio nestabilumo laikotarpiu. Būtent šią savybę ir bando išnaudoti dauguma metodų, skirtų sisteminės rizikos modeliavimui. Ko gero populiariausi metodai užkrato plitimo modeliavimui yra pagrįsti grafų teorija, o bendriau – tinklų teorija. Tai nėra vienintelė metodų kryptis. Egzistuoja ir didelis kiekis metodų, pagrįstų mašininio apsimokymu, statistiniais

metodais, simuliacijos metodais ir kitais. Galima pastebėti, jog didelę dalį metodų įmanoma suvesti į tinklų bei tarpusavio ryšių modeliavimą.

Toliau pateikiami sisteminės rizikos užkrato plitimo modeliavimui skirtų metodų pavyzdžiai, koncentruojantis į metodus išvystytus po 2008 metų pasaulinės ekonominės krizės.

1.4.1. Arakelian et al. mašiniu apsimokymu pagrįstas metodas

Arakelian et al.¹⁹ (2019) savo darbe atlieka Europos valstybių (Prancūzijos, Vokietijos, Graikijos, Airijos, Italijos, Portugalijos ir Ispanijos) kredito rizikos stratifikaciją, panaudodami mašininio apsimokymo metodus. Tyrimui atlikti naudojami makroekonomikos pagrindų duomenys (BVP, nedarbingumas ir t.t.) bei užkrato matai, kurie gaunami iš jungtimis²⁰ gautų ryšių tarp kredito rizikos apsikaitimo sandorių (angl. *credit default swap, CDS*) anksčiau minėtoms šalims.

Darbe iškeliamą hipotezę, jog užsienio valstybių skolos nemokumo rizika (toliau suvereni rizika) priklauso nuo tarpvalstybinių finansinių užkratų plitimo bei nuo valstybei specifinių makroekonominių pagrindų. Šiai rizikai modeliuoti pasitelkiama neparimetrinių modelių kombinacija, paremta ansamblio apsimokymu. Procedūra įvertina suverenios rizikos dinamiką, kaip aibę vienetinių tiesinių funkcijų, kur stebėjimai yra sugrupuoti per daugialypius duomenų pjūvius. Kitaip tariant, darbe atliekama suverenios rizikos stratifikacija į tam tikras „rizikos zonas“, gaunamas naudojant mažą kiekį kintamųjų, kurie apjungiami tarpusavyje, naudojant konkrečias slenkstines reikšmes. Tuomet šios reikšmės tampa tam tikromis „raudonomis vėliavomis“ (įspėjamasis ženklas), kurios gali iš anksto įspėti šalis apie suverenios rizikos didėjimą.

Papildomai, siekiant įvertinti pagrindinių rodiklių, naudojamų suverenių CDS dinamikos paaiškinimui, svarbumą, pasitelkiama atsitiktinio miško procedūra, kuri yra sprendimų medžių rinkinys, naudojant skirtingas kintamųjų kombinacijas.

Kaip jau minėta anksčiau, darbe buvo naudojami Prancūzijos, Vokietijos, Graikijos, Airijos, Italijos, Portugalijos ir Ispanijos suverenių CDS duomenys bei makroekonominiai pagrindai. Papildomai buvo naudojami ir JAV CDS duomenys, kadangi JAV finansų sektorius yra svarbus pasaulinės rizikos šaltinis. Naudoti makroekonominiai pagrindai: valstybinės skolos/BVP santykis, eksporto/BVP santykis, BVP augimas, pramoninės gamybos indeksas, infliacijos koeficientas, nedarbingumo koeficientas.

Arakelian et al. metodą galima suskirstyti į tris dalis:

1. Tarpusavio ryšių nustatymas tarp CDS išklotinių naudojant jungties funkcijas;
2. Suverenios rizikos stratifikacija, naudojant sprendimų medžius;

3. Kintamųjų svarbumo nustatymas, naudojant atsitiktinio miško modelį.

Ryšų nustatymas tarp CDS išklotinių.

Ryšų nustatymui tarp CDS išklotinių buvo naudojamas Arakelian ir Dellaportas^{o21} (2012) anksčiau pasiūlytas metodas. Jų darbas pagrįstas prielaida, jog skirtingais laikotarpiais, atskirtais tam tikromis ribomis, skirtingos kintamumo ir jungčių formuluotės gali gerai paaiškinti priklausomybę tarp dviejų finansinių objektų, turinčių netiesinę koreliaciją. Darant prielaidą, jog ribų padėtis ir skaičius yra nežinomi ir privalo būti įvertinti, metodologija leidžia įvertinti modelius su skirtingais kintamumais, jungties funkcijomis, ribų kiekiais ir padėtimis. Toliau naudojamas grįžtamojo šuolio Markovo grandinės Monte Karlo (*Markov chain Monte Carlo – MCMC*) metodas, kuris grąžina imtis iš aposteriorinio šių modelių skirstinio. Toliau, naudojant Bajesinių modelių suvidurkinimo įvertinimą, konstruojamas aposteriorinis Kendall'o τ tankis. Arakelian ir Dellaportas^{as} siūlo būtent šio tankio aposteriorinį vidurkį naudoti kaip priklausomybės įvertį tarp dviejų finansinių objektų (pvz., CDS). Arakelian et al. savo darbe taip pat pasiūlo kelis šios metodologijos patobulinimus, kurie plačiau aprašomi pačiam darbe.

Suverenios rizikos stratifikacija, naudojant sprendimų medžius.

Sprendimų medžiai yra neparametriniai modeliai, kurie konstruojami rekursyviai dalinant duomenų imtį pagal nepriklausomus kintamuosius, tam kad būtų galima optimaliai prognozuoti priklausomus kintamuosius, kurie gali būti tolydūs arba kategoriniai. Šio metodo didžiausias privalumas, tai galimybė gerai ir lengvai įvertinti netiesines priklausomybes tarp kintamųjų. Matematiškai, turint R įvesties kintamųjų ir tolydų išvesties kintamąjį – Y , kiekvienam iš N stebėjimų, algoritmas turi nuspręsti, kurie kintamieji bus dalinamieji, dalinimo taškus bei medžio topologiją (formą). Tam padaryti, algoritmas padalija įvesties erdvę \mathcal{S} , tiksliau – aibę visų galimų X reikšmių ($X \in \mathcal{S}$), į nesusikertančius regionus T_k , kur $k = 1, 2, \dots, K$, taip, kad $\mathcal{S} \subseteq \bigcup_{k=1}^K T_k$. Gaunama pamatinė įvesties-išvesties struktūra $f(\mathbf{X})$ yra aprašoma per vienetines pastovias funkcijas g_k , pritaikytas įvesties poaibyje:

$$f(\mathbf{X}) = \sum_{k=1}^K g_k I(\mathbf{X} \in T_k), \quad (1)$$

kur g_k – parametras, kuris susieja k -tają reikšmę su atitinkančiu mazgu, o I žymi indikatoriaus funkciją, kuri įgyja reikšmę 1 jei $\mathbf{X} \in T_k$. Kaip rezultatas, prognozės yra apskaičiuojamos kaip Y reikšmių vidurkis galiniuose mazguose, pavyzdžiui,

$$\hat{Y}_i = \hat{g}_k = \frac{\sum_{X \in T_k} Y_i}{N_k}. \quad (2)$$

Kvadratų suma $\sum(Y - f(\mathbf{X}))^2$ naudojama kaip minimizavimo kriterijus, taip gaunant: priklausomo kintamojo vaizdavimą, kuris yra optimalus galiniam klasterių skaičiui; geriausius nepriklausomus kintamuosius ir atitinkamas jų ribines reikšmes bei Y kintamojo prognozes.

Kintamųjų svarbumo nustatymas, naudojant atsitiktinio miško modelį.

Siekiant nustatyti pagrindinių indikatorių svarbumą, darbe naudojamas atsitiktinio miško modelis. Atsitiktinio miško modelis, tai sprendimo medžių rinkinys, kuriame kiekvienam medžiui naudojama skirtinga kintamųjų bei duomenų kombinacija. Formaliai, turint N stebėjimų grupinius duomenis T ilgio laikotarpyje ir R kandidatų į nepriklausomus kintamuosius, algoritmas veikia taip:

1. Naudojant saviranką (angl. *bootstrap*) su pakeitimu, imama $n < N$ pavienių imčių iš originalių duomenų su N stebėjimų.
2. Su gautomis imtimis formuojami sprendimų medžiai, atsitiktinai pasirenkant $q < R$ nepriklausomų kintamųjų iš pilnos nepriklausomų kintamųjų aibės R .
3. Kartojami pirmi du žingsniai, sukuriant tūkstančius sprendimo medžių (Arakelian et. Al. atveju – 3000). Kiekvienos iteracijos metu medžiai yra apskaičiuojami atsitiktinai einant per du matmenis: per duomenų pavienes imtis (gaunamos naudojant saviranką) ir per (mažą) visų kintamųjų poaibį.
4. Skaičiuojamas vidutinės kvadratinės paklaidos (VKP) įvertis, dar vadinamas „ištrauktu iš maišo“ (angl. *out-of-bag (OOB)*):

$$MSE_{OOB} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_{iOOB})^2}{n}, \quad (3)$$

kur \hat{Y}_{iOOB} žymi prognozės vidurkį i -tajam stebėjimui iš kiekvieno medžio, kuriam šis stebėjimas buvo „ištrauktas iš maišo“.

5. Siekiant įvertinti kiekvienam kintamajam priskirtą svarbumą, remiantis VKP redukcija, VKP apskaičiuojamas visam bendram sprendimų medžiui per visus OOB stebėjimus:

$$MSE_{OOB,tree} = \frac{1 \sum_{i \in OOB_{tree} = 1}^n (Y_i - \hat{Y}_i^{tree})^2}{n_{OOB}^{tree}}, \quad (4)$$

kur \hat{Y}_i^{tree} yra sprendimų medžio prognozės, i yra medžio stebėjimai tik per OOB duomenis, ir n_{OOB}^{tree} yra OOB stebėjimų kiekis tame pačiame spėjimų medyje.

6. Apskaičiuojama VKP redukcija, susijusi su kiekvienu kintamuoju X_r iš \mathbf{X} , lyginant VKP su įtrauktu ir neįtrauktu X_r , taip gaunant kintamojo svarbumo (*Variable Importance (VI)*) matą:

$$VI_r = MSE_{OOB}^{tree} - MSE_{OOB}^{tree}(X_{r,permuted}) \quad (5)$$

7. Apskaičiuojamas reliatyvus matas VIM, normalizuojant kiekvieno kintamojo VI pagal aukščiausią gautą VI reikšmę, taip gaunant normalizuotą kintamojo svarbumo matą VIM_r , kuris kinta nuo 1 iki 100:

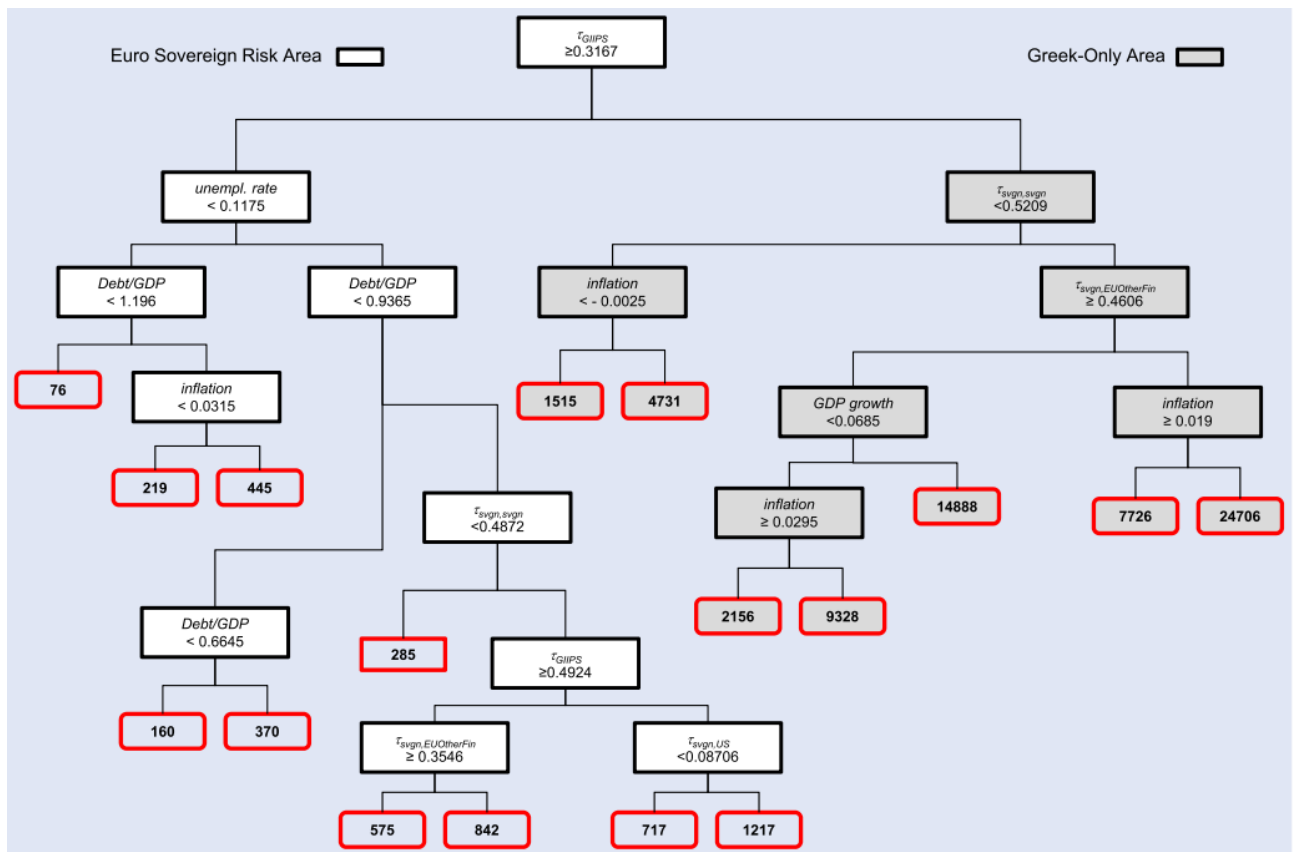
$$VIM_r = \frac{VI_r}{VI_r^{highest}} \cdot 100 \quad (6)$$

Naudojant jungties funkcijas, buvo gauti tokie Kendall'o τ :

1. $\tau_{Fr, Ger}$ – Kendall'o τ tarp Prancūzijos ir Vokietijos, atspindintis ryšio kryptį ir stiprumą tarp dviejų pagrindinių Europos šalių;
2. τ_{GIIPS} – Kendall'o τ tarp visų GIIPS (*Germany, Ireland, Italy, Portugal, Spain – GIIPS*) porų, atspindintis ryšių kryptį ir stiprumą tarp periferinių šalių;
3. $\tau_{svgn,svgn}$ – Kendall'o τ tarp vienos ir visų likusių tiriamų Europos šalių;
4. $\tau_{svgn,EUBanks}$ – Kendall'o τ tarp vienos šalies suverenių CDS kainų ir Europos bankų 5 metų CDS indekso;
5. $\tau_{svgn,EUOtherFin}$ – Kendall'o τ tarp vienos šalies suverenių CDS kainų ir Europos kitų finansinių įstaigų 5 metų CDS indekso;
6. $\tau_{svgn,US}$ – Kendall'o τ tarp vienos šalies suverenių CDS kainų ir JAV 5 metų CDS kainų;
7. $\tau_{svgn,USBanks}$ – Kendall'o τ tarp vienos šalies suverenių CDS kainų ir JAV bankų 5 metų CDS indekso;
8. $\tau_{svgn,USOtherFin}$ – Kendall'o τ tarp vienos šalies suverenių CDS kainų ir JAV kitų finansinių įstaigų CDS indekso.

Arakelian et. al. tyrimą atliko naudodami 2008-2013 metų duomenis ir kaip priklausomąjį kintamąjį naudojo Europos suverenių CDS kainą. Kaip matome iš rezultatų (žr. 2 pav.), sprendimų medis ryškiai atskyrė Graikiją nuo visos likusios Europos (jokia pradinė sąlyga, Graikijos atskyrimui, nurodyta nebuvo). Matome, jog pagrindiniu indikatoriumi buvo parinktas τ_{GIIPS} , kurio ribinė reikšmė lygi 0,3167. Ši reikšmė medį išskiria į du regionus:

1. Graikijos zona, atitinkanti τ_{GIIPS} reikšmes mažesnes nei 0,3167, ir vedanti į dešinę medžio pusę link labai aukštos rizikos zonų, kur tikėtinos CDS reikšmės galiniuose mazguose svyruoja nuo 1515 iki 24706 bazinių vienetų;
2. Europos suverenios rizikos zona, atitinkanti τ_{GIIPS} reikšmes didesnes nei 0,3167 ir vedanti prie skirtingų rizikos zonų, svyruojančių nuo mažo lygio (76 baziniai vienetai) iki aukšto lygio (1217 bazinių vienetų).



2 pav. Suverenios rizikos sprendimų medis (2008-2013 m.)¹⁹.

Matome, jog iš 14 kintamųjų kandidatų, indikatoriais buvo parinkti tik 8: 4 užkratu pagrįsti kintamieji (τ_{GIIPS} , $\tau_{svgm,svgm}$, $\tau_{svgm,EUOtherFin}$, $\tau_{svgm,US}$) ir 4 valstybėms konkretūs makroekonominiai pagrindai (nedarbingumas, valstybinės skolos ir BVP santykis, infliacijos koeficientas, BVP augimo koeficientas).

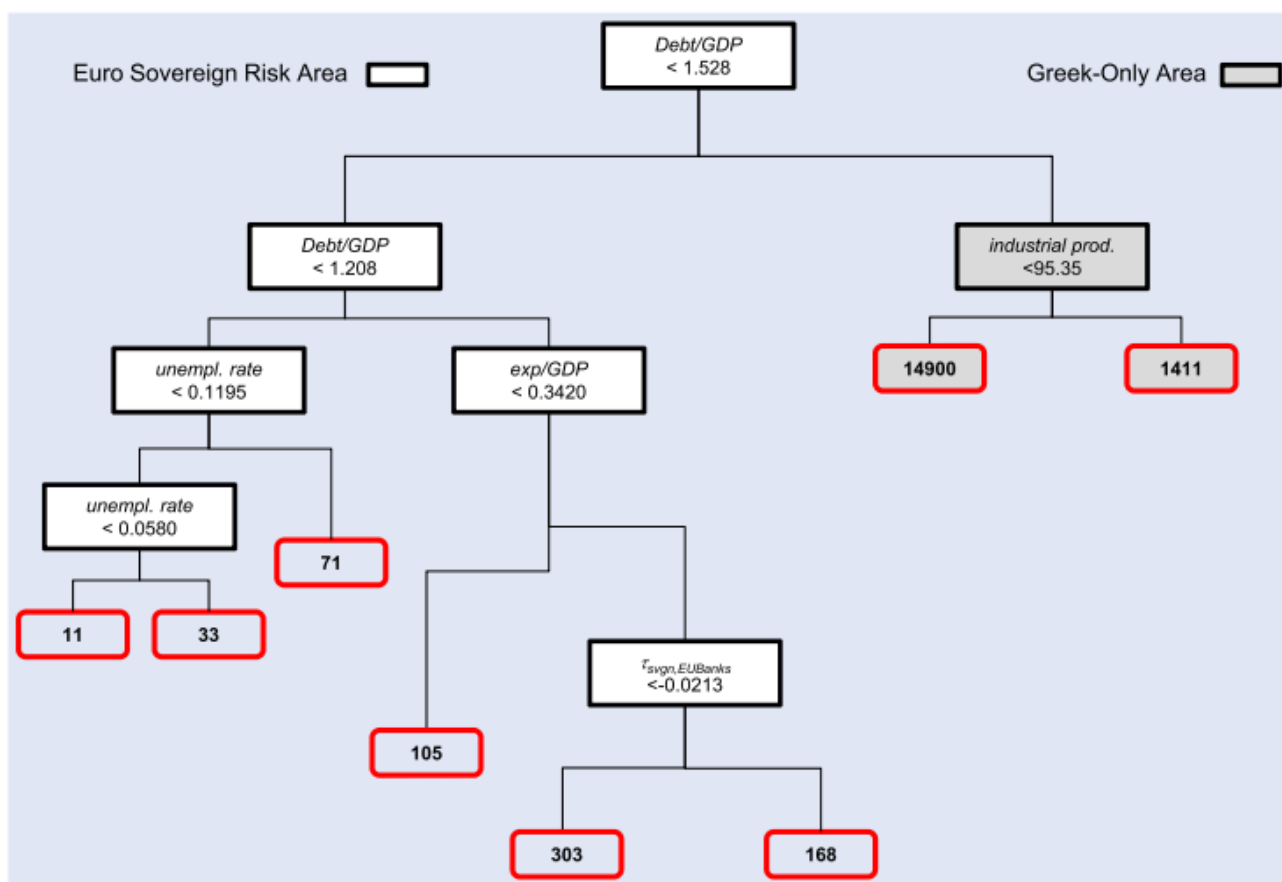
Darbe taip pat buvo pamėginta atlikti 2013-2017 metų periodo prognozavimą toms pačioms šalims, išskyrus Graikiją (žr. 3 pav.). Matome, jog visoms šalims prognozuojamos per didelės CDS kainos.

Country	Λ	Average actual CDS spreads	Average predicted CDS spreads
France	- 50	26	76
Germany	- 65	11	76
Ireland	- 69	48	117
Italy	- 153	105	259
Portugal	- 80	187	266
Spain	- 213	72	284
<i>Average</i>	<i>- 105</i>	<i>75</i>	<i>180</i>

3 pav. CDS kainų prognozė 2013-2017 metų periodui. Antrame stulpelyje – realiai užfiksuotos CDS kainos, trečiame stulpelyje – prognozuojamos CDS kainos, pirmame stulpelyje – skirtumas tarp jų¹⁹.

Verta prisiminti, jog didelės CDS kainos rodo prastą ekonominę būklę. Praėjus 2008 metų pasaulinei ekonominei krizei pasikeitė daugumos reguliuotojų bei finansinių institucijų mąstymas, dėl to buvo įvesta daug naujų įstatymų ir priimta daug naujų metodų krizės bei rizikos valdyme. Akivaizdu, jog tokių dalykų mašininio apsimokymo metode numatyti nebuvo galima. Kaip ir daugumoje apsimokymo metodų, modelis padarė prielaidą, jog finansinių reguliuotojų reakcija į naujus ekonominius iššūkius bus tokia pati kaip ir 2008-2013 metų laikotarpyje.

Taip pat galime pažiūrėti į 2013-2017 metų suverenios rizikos sprendimų medį (žr. 4 pav.). Kaip matome iš rezultatų, rizikos zonos tapo priklausomos beveik vien tik nuo makroekonominių rodiklių. Iš to galima daryti prielaidą, jog 2013-2017 metų Europos ekonominiai neramumai nebuvo kilę dėl sisteminės rizikos užkrato plitimo. Tokia išvada yra ganėtinai abejotina.



4 pav. Suverenios rizikos sprendimų medis (2013-2017 m.)¹⁹.

1.4.2. Schwendner'io et. al. koreliacinių tinklų modelis.

Schwendner'is et. al.²² (2015) savo darbe sisteminę riziką modeliuoja naudodami tinklų teorijos įrankius. Modelis pagrįstas dvejomis ekonominėmis savybėmis, kurias Schwendner'is et. al. išskiria tiriamuose duomenyse – Europos suverenių obligacijų gražose. Pirmiausia, pabrėžiama, jog koreliacijos tarp gražų pokyčių yra jautresnės trumpalaikėms rinkos nuotaikoms nei absoliutiems gražų lygiams. Antra, pastebima, jog kainos kinta labai greitai. Kainų pokyčių, reaguojant į bet kokį

išorinį šoką (finansinį/ekonominį įvykį), momentalios kryžminės koreliacijos yra stipresnės nei autokoreliacijos. Atsižvelgiant į šiuos du punktus, į modelį neįtraukiami jokie laiko vėlavimai (angl. *time lag*) ir vietoje to koncentruojamasi į vienalaikes rinkos reakcijas į išorines naujienas.

Darbe atliekamas tyrimas pagrįstas obligacijų pajamingumo grąžų koreliacijomis. Tai leidžia tyrėjams atskirti teigiamas priklausomybes tarp skirtingų finansinių objektų, nuo neigiamų. Šis skirtumas yra svarbi duomenų savybė ir leidžia atlikti niuansuotą ekonominę interpretaciją.

Schwendner'io et. al. pasiūlyta metodologija remiasi visiems gerai žinomais Pirsono koreliacijos koeficientais. Tai leidžia kurti modelį, kuris nepriklauso nuo parametrų ir priklauso tik nuo pačių duomenų.

Koreliacijos ir dalinės koreliacijos analizė.

Koreliacijos tarp dviejų grąžos laiko eilučių r_i ir r_j įverčiu imamas Pirsono koreliacijos koeficientas C_{ij} :

$$C_{ij} = \frac{\overline{r_i r_j} - \bar{r}_i \cdot \bar{r}_j}{\sigma_i \sigma_j}, \quad (7)$$

kur $\bar{\cdot}$ žymi laiko eilutės vidurkį, o σ_i ir σ_j atitinkamų laiko eilučių standartinius nuokrypius. Koreliacijos koeficientas įgyja reikšmes nuo -1 (tobulai neigiama koreliacija) iki +1 (tobulai teigiama koreliacija) ir parodo dviejų pasirinktų obligacijų grąžos laiko eilučių pokyčių panašumą. Apskaičiuojant porinius koreliacijos koeficientus N laiko eilutėms, gaunama $N \times N$ dydžio koreliacijos matrica C_{ij} . Darbo autoriai pastebi, jog Pirsono koreliacijos koeficientas matuoja spėjamo tiesinio ryšio stiprumą ir gali duoti netikėtus rezultatus, analizuojant nestacionarias laiko eilutes. Šiai problemai spręsti autoriai pasitelkia koreliacinės matricos triukšmo analizę.

Dieninių obligacijų grąžų laiko eilutė aproksimuojama per formulę:

$$r_i^t = -D_i(y_i^t - y_i^{t-1}), \quad (8)$$

kur y_i^t yra obligacijos i pajamingumas (angl. *yield*) su trukme D_i laiko momentu t .

Atliekant obligacijų grąžų koreliacijos struktūros dinamikos analizę, apskaičiuojamos slenkančio lango koreliacinės matricos $C_{ij}(T_n)$, nepersidengiantiems periodams T_n .

Tačiau koreliacijos koeficientai nenurodo ar koreliacija kyla dėl vieno kintamojo įtakos kitam kintamajam, ar atvirkščiai, ar abipusiai, ar dėl kažkokio trečio nežinomo kintamojo įtakos. Tam įvertinti autoriai naudoja dalinės koreliacijos matą, kuris apibrėžiamas kaip:

$$\rho_{ij:k} = \frac{C_{ij} - C_{ik}C_{kj}}{\sqrt{1 - C_{ik}^2}\sqrt{1 - C_{kj}^2}} \quad (9)$$

kur C_{ij} , C_{ik} , C_{kj} yra koreliacijos tarp gražų laiko eilučių r_i ir r_j , r_i ir r_k , ir r_k ir r_j . Mažas absoliutinis $\rho_{ij:k}$ dydis yra rodiklis, jog r_k stipriai įtakoja koreliaciją tarp r_i ir r_j . Iš kitos pusės, didelė absoliutinė $\rho_{ij:k}$ reikšmė rodo, jog r_k neturi didelės įtakos koreliacijai tarp r_i ir r_j ir reiškia, kad r_i ir r_k daro stiprią įtaką vienas kitam arba, kad koreliacija kyla dėl kažkokio kito nežinomo veiksnio.

Laiko eilutės r_k įtakos nustatymui laiko eilutėms r_i ir r_j naudojamas Kenett'o et. al. pasiūlytas matas:

$$d_{i,j:k} = C_{ij} - \rho_{ij:k}. \quad (10)$$

Jei šio kintamojo absoliutinė reikšmė yra didelė, tai didelė dalis koreliacijos tarp eilučių r_i ir r_j yra paaiškinama dėl laiko eilutės r_k .

Dalinės koreliacijos tinklai.

Siekdami papildomai įvertinti ir vizualizuoti konkrečių obligacijų įtaką koreliacijos struktūrai, autoriai konstruoja dalinės koreliacijos tinklus (angl. *partial correlation networks (PCNs)*). Tinklo konstravimas pradedamas apibrėžiant vidutinę laiko eilutės r_k įtaką koreliacijai tarp laiko eilutės r_i ir visų kitų laiko eilučių:

$$d_{i:k} = \overline{d_{i,k:k} \text{ } j \neq i,k}. \quad (11)$$

Bendru atveju $d_{i:k} \neq d_{k:i}$. Todėl (11) leidžia nustatyti orientuotą sąryšį $r_k \rightarrow r_i$, kuris nurodo viršūnės k įtaką viršūnei i su kraštinės svoriu $d_{i:k}$.

Toliau reikia išfiltruoti tik svarbiausią ir statistiškai tvirčiausią informaciją iš vidutinių įtakų matricos $d_{i:k}$. Norint tai padaryti, reikia apskaičiuoti statistinį tvirtumą (angl. *robustness*): jei $d_{i:k}$ reikšmės per daug svyruoja, tai tariama įtaka yra per daug nestabili ir jos negalima laikyti efektyvia įtaka. Schwendner'is et. al. teigia, jog jų siūlomas savirankos (*bootstrap*) metodas leidžia įvertinti statistinį tvirtumą. Metodas veikia taip: orientuotas ryšys $r_k \rightarrow r_i$ išsaugomas tada ir tik tada, kai

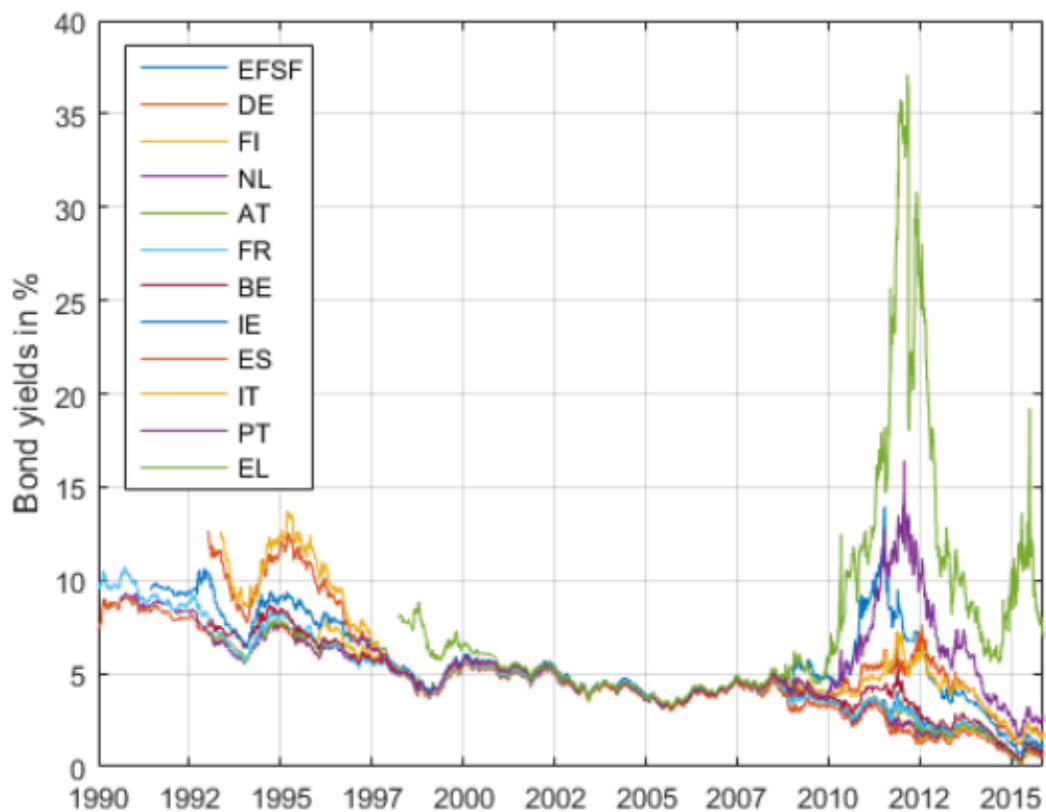
$$|d_{i:k}| > Q \times \sigma_{bootstrap}(d_{i:k}), \quad (12)$$

kur $\sigma_{bootstrap}(d_{i:k})$ yra standartinis nuokrypis, apskaičiuotas atliekant mato $d_{i:k}$ saviranką, o Q – svyravimo ribos parametras. Darbe siūlomas naudoti $Q = 3$.

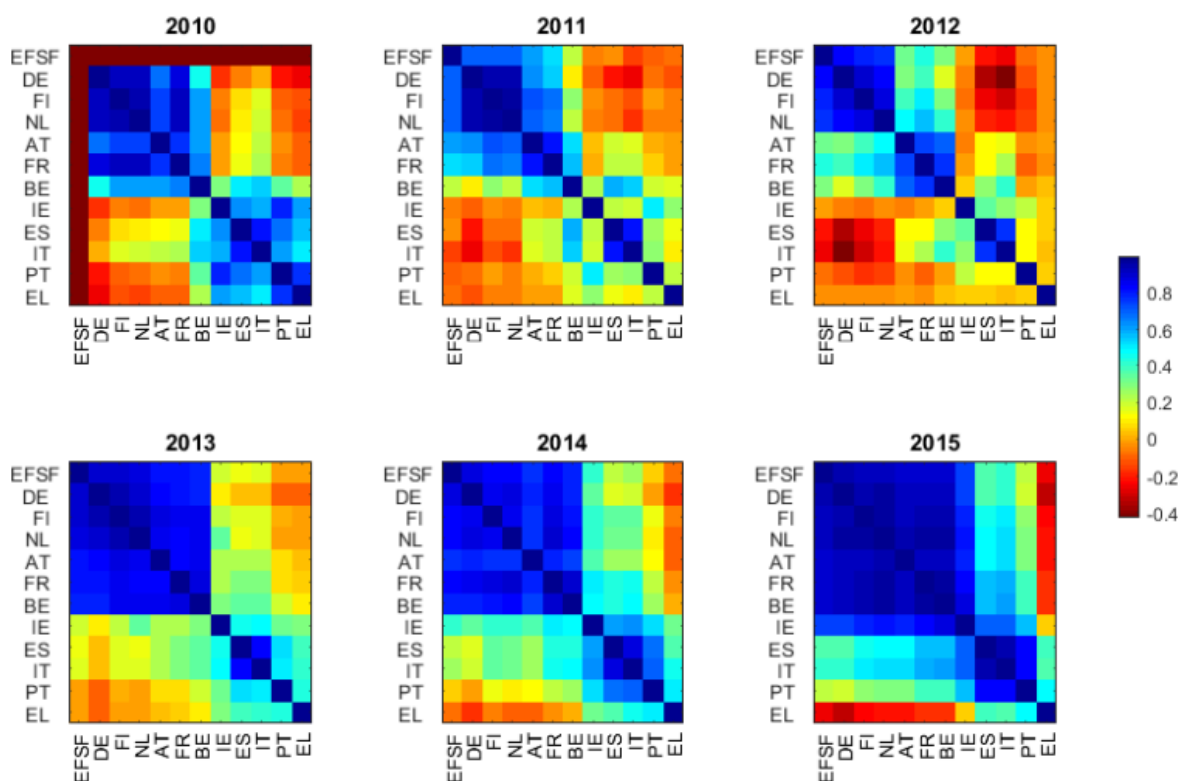
Rezultatų analizė.

Darbe buvo tiriamos Europos zonos suverenių obligacijų pajamingumo laiko eilutės (žr. 5 pav.). Pajamingumo gražos apskaičiuojamos pagal (8). Gautoms gražų laiko eilutėms apskaičiuojamos koreliacinės matricos C_{ij} , naudojant nepersidengiančius 1 metų ilgio langus (žr. 6 pav.). Kadangi koreliacijos skaičiuojamos ne tarp pajamingumo, o tarp pajamingumo dieninių pokyčių, tai aukšti

koreliacijos įverčiai tarp dviejų šalių nereiškia, kad šių šalių kredito rizikos yra panašios. Vietoje to, suprantama, jog aukštos koreliacijos tarp dviejų valstybių reiškia, kad pajamingumo grąžos reaguoja į tą patį išorinį veiksnį.

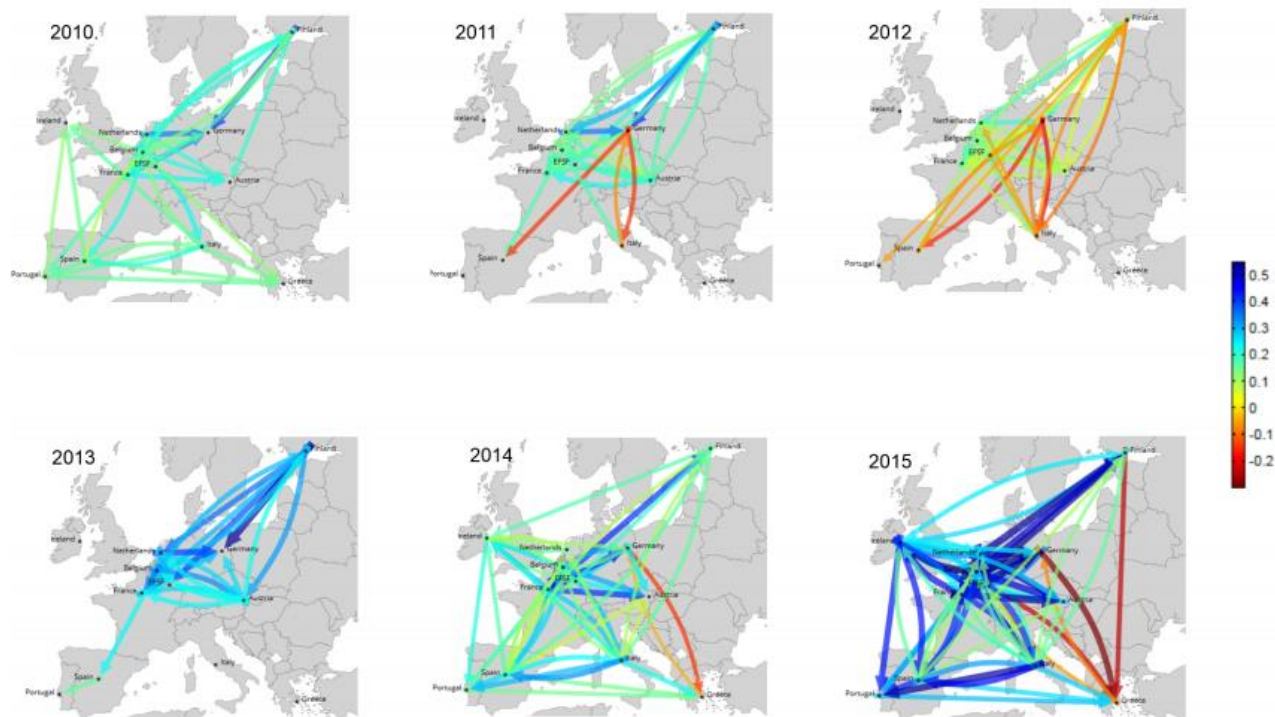


5 pav. Europos zonos suverenių obligacijų pajamingumo laiko eilutės²².



6 pav. Koreliacinių matricių vizualizacija (2010-2015 m.)²².

Atlikus metodologijoje nurodytus veiksmus, gaunami dalinių korelacių tinklai (žr. 7 pav.).



7 pav. Filtruotų įtakos tinklų, atitinkančių korelacių matricas, vizualizacija (2010-2015 m.)²².

Darbe toliau aprašomi rezultatai, iš kurių matoma, jog modelis gan sėkmingai modeliuoja 2004-2015 metų ekonominę padėtį Europoje. Tiesa, 2007-2010 metų laikotarpis rezultatuose atrodo kur kas ramesnis nei pajautėme tikrovėje ir didžioji dalis užkrato plitimo matoma tik nuo 2011 metų. Taip pat, rezultatuose ryškiai matomas laikotarpis, kai vyko derybos dėl Graikijos skolos (2015 m.), kuomet vėl pasireiškia neigiamos korelacijos iš centrinių Europos valstybių į periferines (konkrečiai, Graikiją).

Matome, jog naudojant pasiūlytą metodologiją galima sėkmingai konstruoti sisteminės rizikos plitimo tinklus. Visgi, tikriausiai vertėtų naudoti stipresnę korelacių matą nei Pirsono korelacija, nes kaip pastebi daugelis tyrėjų, sisteminės rizikos užkrato plitimas dažniausiai vyksta per labai netiesinius kanalus, todėl tiesinė korelacija gali neįvertinti pilno rizikos plitimo. Iš kitos pusės, metodologija yra patraukli savo paprastumu.

1.4.3. Cont'ó et. al. užkrato plitimo indeksas.

Cont'as et. al.²³ (2010) Brazilijos tarpbankinių išsipareigojimų modeliavimui naudoja užkrato plitimo indeksą. Indeksui apibrėžti, autoriai naudoja statistikos bei tinklų teorijos terminus.

Konkrečiai, finansinės sistemos tarpusavio ryšius jie vaizduoja kaip orientuotą grafą su svoriais, dar vadinamą *tinklu*. Tinklą apibrėžia trijų dalių vektorius $I = (V, E, c)$, kuri sudaro:

- aibė finansinių institucijų V , kurių skaičius žymimas n ;
- dvišalių finansinių įsipareigojimų matrica $E: E_{ij}$ nurodo viršūnės i finansinius įsipareigojimus viršūnei j .
- $c = (c(i), i \in V)$, kur $c(i)$ yra įstaigos i kapitalas.

Toks tinklas gali būti vaizduojamas kaip grafas, kurio viršūnės reiškia finansines institucijas, o kraštinės tarp viršūnių – finansinius įsipareigojimus.

Papildomai apibrėžiami: *laipsnis-į-viršūnę* $k_{in}(i)$, $i \in V$ ir *laipsnis-iš-viršūnės* $k_{out}(i)$. Čia $k_{in}(i)$ – finansinės įstaigos i skolininkų skaičius, o $k_{out}(i)$ – kreditorių skaičius.

$$k_{in}(i) = \sum_{j \in V} 1_{\{E_{ij} > 0\}}, \quad k_{out}(i) = \sum_{j \in V} 1_{\{E_{ji} > 0\}}. \quad (13)$$

Viršūnės i laipsniu laikomas dydis $k(i) = k_{in}(i) + k_{out}(i)$, kuris nurodo jos jungiamumą.

Kai viena finansinė įstaiga (pvz., i) tampa nemokia, tai visi jos įsipareigojimai savo kreditoriams tampa beverčiais. Šie nuostoliai priskiriami kreditorių kapitalui, t.y. kiekvienas kreditorius j patiria E_{ji} nuostolį savo kapitalui. Jei šis nuostolis viršija kreditoriaus kapitalą $E_{ji} > c_j$, tai priveda prie įstaigos j nemokumo/bankrutavimo, kuris gali sugeneruoti naują bangą žlugimų įstaigos j kreditoriams. Šį dominų efektą autoriai modeliuoja apibrėždami *nuostolių kaskadą*.

Nuostolių kaskada. Tarkime, jog turime pradinę kapitalo rezervų konfigūraciją $(c(j), j \in V)$. Apibrėžiame seką $(c_k(j), j \in V)_{k \geq 0}$ kaip

$$c_0(j) = c(j) \quad \text{ir} \quad c_{k+1}(j) = \max(c_0(j) - \sum_{\{i, c_k(i)=0\}} (1 - R_i)E_{ji}, 0), \quad (14)$$

kur R_i yra atkūrimo norma įstaigos i nemokumo atveju. Tada, $(c_{n-1}(j), j \in V)$, kur $n = |V|$ yra viršūnių skaičius tinkle, vaizduoja likusį kapitalą, įvertinus visus sandorio šalių nuostolius.

Tuomet, finansinės įstaigos $i \in V$ nemokumo įvykio poveikis $DI(i, c, E)$ apibrėžiamas, kaip pilnas kapitalo nuostolis kaskadoje, kurią sukėlė įstaigos i nemokumas:

$$DI(i, c, E) = \sum_{j \in V} c_0(j) - c_{n-1}(j), \quad (15)$$

kur $(c_k(j), j \in V)_{k \geq 0}$ apibrėžtas per rekursinį ryšį (14), su pradinėmis sąlygomis $c_0(j) = c(j)$, kai $j \neq i$ ir $c_0(i) = 0$.

Užkrato plitimo indeksas. Turint anksčiau aprašytus apibrėžimus, galima apibrėžti užkrato plitimo indeksą. Įstaigos $i \in V$ užkrato plitimo indeksas $CI(i, c, E)$ (su pasikliautinumo lygiu q) apibrėžiamas kaip tikėtinas nemokumo įvykio poveikis, esant rinkos nestabilumo būsenai:

$$CI(i, c, E) = \mathbb{E}[DI(i, c + \epsilon(Z), E) | Z < \alpha]. \quad (16)$$

Čia $\epsilon(Z)$ – kapitalo nuostoliai, kuriuos Cont'as (2009) apibrėžia kaip:

$$\epsilon(i, Z) = c(i)f_i(Z), \quad (17)$$

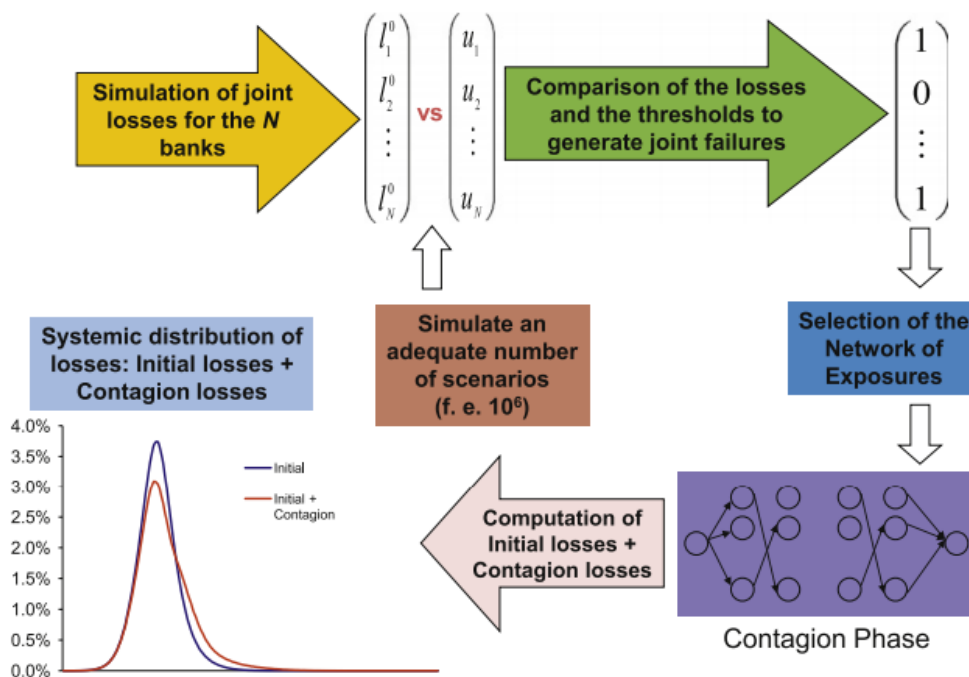
kur f_i yra griežtai didėjančios funkcijos, įgyjančios reikšmes $(-1,0]$.

Toliau modeliavimas vyksta panašiai kaip ir Schwendner'io et. al. darbe. Visgi, pasiūlytas užkrato plitimo indeksas geriau atspindi tinklo rizikos situaciją, kadangi matuojama ne koreliacija tarp finansinių „judėjimų“, bet tiesioginis efektas įstaigų žlugimo atveju.

Darbe apibrėžiama ir aibė kitų, riziką modeliuoti leidžiančių, kriterijų. Pasiūlyta metodologija buvo pritaikyta Brazilijos bankų tinklui modeliuoti ir davė išties gerus rezultatus. Visgi, metodologija turi viena didelį trūkumą – ji remiasi tarpbankinių įsipareigojimų duomenimis. Šie duomenys, ne taip kaip valiutų, obligacijų, CDS, akcijų ar kitų rinkų duomenys, nėra viešai prieinami ir bankai jais laisvai nesidalina. Dėl to metodologija yra tam tikra prasme apribota, nes gali būti naudojama tik labai mažo kiekio tyrėjų, turinčių prieigą prie šių duomenų.

1.4.4. Kiti metodai.

Martinez-Jaramillo et. al.²⁴ (2010) sisteminės rizikos modeliavimui siūlo simuliacijos modelį, pagrįstą Monte Karlo metodu. Pasiūlytas metodas iš ties labai panašus į Cont'o et. al. pasiūlytą, indeksu pagrįstą, modelį. Abu metodai remiasi sistemos topologijos savybėmis bei naudoja tarpbankinių įsipareigojimų duomenis. Pagrindinis skirtumas, jog pradiniai šokai, kurie pradeda nemokumo kaskados bangą, yra generuojami naudojant Monte Karlo simuliaciją. Bendra modelio schema pavaizduota 8 paveiksle.



8 pav. Martinez-Jaramillo et. al. simuliacijos modelio schema²⁴.

Cerchiello et. al.²⁵ (2017) sisteminės rizikos modeliavimui pasitelkia ne įprastus finansų duomenis, bet ir finansinių „Twitter“ žinučių duomenis. Autoriai savo darbe pademonstruoja Gauso modeliais pagrįsta sistemą, kuri leidžia modeliuoti sisteminę riziką, naudojant finansinių rinkų ir finansinių „Twitter“ žinučių duomenis. Atlikus pradinį modeliavimą, skirtingų šaltinių duomenys apjungiami naudojant Bajesinį metodą. Dėl to autoriai gali sėkmingai panaudoti didžiuosius duomenis, kurie egzistuoja „Twitter“ platformoje. Kaip ir daugumos kitų metodų atvejais, modelis suvedamas į tinklų teorijos modelį, kurį galima papildomai tirti, vertinant jo topologijos savybes.

1.5. Apibendrinimas

Egzistuoja dar daugelis čia nepaminėtų metodų. Visi jie turi teigiamų ir neigiamų savybių. Vieni metodai koncentruojasi į efektyvų tinklo modeliavimą, o kiti – į ateities prognozavimą, tačiau, kaip pastebi didelė dalis tyrėjų – finansų ir ekonomikos rinkos yra beveik neprognozuojamos, nes bet kokią ateities nuspėjamumą greitai išnaudoja įvairūs investuotojai ir kiti finansų agentai.

Sisteminės rizikos bei užkrato plitimo modeliavimo sritis vis dar yra savo pradinuose etapuose, nes tikrą pagreitį įgavo tik po 2008 metų pasaulinės ekonominės krizės. Tačiau, net ir per sąlyginai trumpą laiką buvo išvystytas didelis kiekis stiprių metodologijų, kurios leidžia pasiruošti artėjantiems ekonomikos šokams. Prognozuoti ekonominių rinkų elgesį yra neįtikėtina sunku, todėl dauguma metodologijų koncentruojasi į esamos padėties modeliavimą, dažniausiai naudojant tinklų teoriją. Matant, jog tinklas yra rizikingoje padėtyje, galima imtis atitinkamų veiksmų leidžiančių užkirsti kelią kitoms pasaulinėms krizėms.

Toliau šiame darbe bus atliekamas sisteminės rizikos užkrato plitimo modeliavimas, naudojant Diebold'o ir Yilmaz'o¹⁰ sukurtą bei Baruník'o ir Křehlík'o¹¹ toliau išvystytą metodologiją, kuri leidžia modeliuoti sisteminės rizikos kryptinį pasklidimą (angl. *spillovers*). Šio darbo tikslas – parodyti, jog tinkamai parinkus tiriamus duomenis, galima sėkmingai modeliuoti sisteminės rizikos plitimą, bei sėkmingai atskirti teigiamus ir neigiamus sistemos šokus. Tam atlikti, šio darbo autorius siūlo modeliuoti tik blogą kintamumą iš aukšto dažnio duomenų (kintamumą iš neigiamų grąžų), kurio pagalba išfiltruojama didelė dalis nereikalingos informacijos, pvz. informacijos apie teigiamus šokus.

Tyrimui atlikti bus naudojami 6 labiausiai prekiaujamų valiutų kursai su JAV doleriu: Australijos dolerio, Kanados dolerio, Euro, Šveicarijos franko, Didžiosios Britanijos svaro bei Japonijos Jenos. Šios 7 valiutos (6 išvardintos kartu su JAV doleriu) sudaro beveik 90% valiutų rinkos ir yra pakankamai didelės, pasaulinės rinkos prasme, kad gerai atspindėtų pasaulinių ekonominių įvykių raidą.

2. Medžiagos ir tyrimų metodai

Šiame darbe atliekamą tyrimą galima padalinti į 3 pagrindines dalis:

1. realizuoto kintamumo modeliavimas;
2. jungiamumo modeliavimas, naudojant Diebold'o ir Yilmaz'o metodologiją,
3. jungiamumo dekompozicija į dažnių juostas, naudojant Baruník'o ir Křehlík'o metodologiją.

2.1. Kintamumo modeliavimas

Jungiamumo modeliavimui labai svarbu tinkamai pasirinkti duomenis. Jeigu tiesiogiai modeliuotume valiutų kursus, tai rezultate gautume valiutų kursų jungiamumą. Tačiau iš to negalime gauti tikslingos informacijos, nes rezultate gautume valiutų kurso plitimą į kitus valiutų kursus, o tai nėra tiksliai apibrėžiama ar suprantama operacija. Šią problemą išsprendžiame modeliuodami valiutų kursų kintamumą. Daugumos tyrėjų nuomone – kintamumas seka investuotojų baimę (pvz., kintamumo indeksas „VIX“²⁶ yra dažnai vadinamas baimės indeksu), todėl modeliuodami kintamumo jungiamumą, rezultate gauname baimės sklidimo iš vienos rinkos į kitą informaciją

Finansuose kintamumas (žymimas σ) – tai finansinės laiko eilutės variacija laikui bėgant, įprastai matuojama kaip laiko eilutės logaritmuotų gražų standartinis nuokrypis. Istorinis kintamumas, dažniau vadinamas realizuotu kintamumu (angl. *realized volatility (RV)*), matuoja laiko eilutės kintamumą praeityje. Numanomas kintamumas (angl. *implied volatility (IV)*), žvelgia į ateitį ir bando prognozuoti kintamumą ateityje. Šiame darbe tirsime tik realizuotą kintamumą.

Realizuoto kintamumo modeliavimui egzistuoja daug įvairių metodų, tačiau šiame darbe bus naudojami tik du:

1. tikriausiai populiariausias kintamumo modelis – apibendrintas autoregresinis sąlyginis heteroskedastiškumas (angl. *generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*), toliau darbe vadinamas tiesiog GARCH. Šis modelis įprastai naudojamas su mažo dažnio duomenimis, pavyzdžiui, dieniniais. Su modelio pagalba gaunama realizuotos dispersijos laiko eilutė, iš kurios ištraukę šaknį gauname realizuoto kintamumo laiko eilutę.
2. Barndorff-Nielsen'o et. al.²⁷ (2010) pasiūlytas kintamumo modelis. Šis modelis naudojamas tik su aukšto dažnio duomenimis (pvz., kas 5 min) ir leidžia atskirti gerą ir blogą kintamumą. Čia geras ir blogas kintamumai, tai kintamumai gauti iš teigiamų ir neigiamų gražų, atitinkamai.

2.1.1. GARCH modelis

Autoregresyvus sąlyginis heteroskedastiškumas²⁸ (ARCH) – tai statistinis laiko eilučių modelis, kuris apibrėžia dabartinės laiko eilutės reikšmės paklaidos dispersiją, kaip funkciją nuo praeitų laiko periodų paklaidų. ARCH modelis naudojamas, kai laiko eilutės paklaidų dispersija seka autoregresinį modelį (AR); jei manoma, kad dispersija aprašoma ARMA modeliu, tai gauname GARCH modelį.

ARCH modeliai dažnai naudojami finansinių laiko eilučių, kurios demonstruoja laike kintantį kintamumą, arba kintamumo susiltelkimus, modeliavimui.

ARCH(q) modelio specifikacija.

Tegul ϵ_t – paklaidų reikšmės (grąžų liekanos, lyginant su vidurkio procesu). Šios ϵ_t padalijamos į stochastinę dalį z_t ir nuo laiko priklausantį standartinį nuokrypį σ_t :

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t. \quad (18)$$

Atsitiktinis kintamasis z_t yra stipraus balto triukšmo procesas. Tuomet eilutė σ_t^2 modeliuojama kaip:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \epsilon_{t-q}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2, \quad (19)$$

kur $\alpha_0 > 0$ ir $\alpha_i \geq 0, i > 0$.

ARCH(q) modelio įvertinimas gali būti atliekamas naudojant paprastą mažiausių kvadratų metodą. Taip pat egzistuoja ir modelio eilės q parinkimo procedūros, tačiau jos šiam tyrimui neaktualios.

GARCH(p, q) modelį pirmą kartą aprašė Tim'as Bollerslev'as²⁹ (1986). **GARCH**(p, q) (čia p yra **GARCH** reikšmių σ^2 eilė, o q - **ARCH** reikšmių ϵ^2 eilė) regresijos modelis aprašomas kaip:

$$y_t = x_t' b + \epsilon_t, \quad (20)$$

čia y_t yra priklausomas kintamasis, x_t – vektorius nepriklausomų kintamųjų, o b – vektorius nežinomų parametrų.

Tegul φ_t – informacijos aibė (σ –laukas), visai informacija per laiką t . **GARCH**(p, q) procesas tuomet užrašomas kaip:

$$\epsilon_t | \varphi_{t-1} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2), \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \epsilon_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_p \sigma_{t-p}^2 \\ &= \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2. \end{aligned} \quad (22)$$

Kai $p = 0$, modelis susiprastina į **ARCH**(q) modelį.

Matome, jog *GARCH* modelis yra pritaikytas dispersijos bei kintamumo modeliavimui. Tiesa, kadangi modelis vertinamas naudojant mažiausių kvadratų metodą (ar kitą optimizavimo metodą), rezultate gaunamas tik kintamumo įvertis. *GARCH* kintamumo įverčiui gauti dažniausiai naudojamas *GARCH(1,1)* modelis, kuris duoda pakankamai gerus įverčius. Verta prisiminti, jog gaunamos kintamumo reikšmės yra tik kintamumo įvertis ir pilnos tikrovės neatspindi. Dėl to, gautas kintamumo laiko eilutes naudojant kituose metoduose (pvz., jungiamumo modeliavime), gaunama nemažai nenumatyto triukšmo.

2.1.2. Barndorff-Nielsen'o et. al. realizuotos dalinės dispersijos modelis

Barndorff-Nielsen'o siūlomi metodai^{29,30} leidžia tiksliai įvertinti kintamumo reikšmes naudojant aukšto dažnio duomenis (pvz., kas 5 min). Metodai yra gan paprasti, nes didžiąją dalį „darbo“ atlieka patys duomenys. Pagrindinė metodų idėja – dienes kintamumo reikšmes skaičiuoti iš aukšto dažnio dienos metu užfiksuotų duomenų. Dėl to gaunami kintamumo įverčiai, kurie priklauso tik nuo tą dieną turėtų duomenų. Palyginimui, *GARCH* atveju, kiekvienos dienos kintamumo įvertis priklauso nuo prieš tai buvusių dienų kintamumo.

Turėdami aukšto dažnio duomenis, galime įvertinti ne tik realizuotą kintamumą, bet ir išskirti jį į teigiamas ir neigiamas dalis.

Tarkime, jog turime vienos (angl. *intraday*) dienos finansinės laiko eilutės duomenis (pvz., obligacijų kainos kas 5 minutes), išdėstytus vienodais laiko tarpais intervale $[0, t]$. Tegul p_0, \dots, p_n – logaritmuoti vienos dienos laiko eilutės duomenys. Tuomet, vienos dienos gražos duomenys apibrėžiami kaip skirtumai tarp dieninių log-kainų:

$$r_i = p_i - p_{i-1}. \quad (23)$$

Tada realizuota dispersija bus:

$$RV = \sum_{i=1}^n r_i^2, \quad (24)$$

o realizuotas kintamumas:

$$RVol = \sqrt{RV}. \quad (25)$$

Aprašyta kintamumo skaičiavimo metodologija pateikta 2002 metų Barndorff-Nielsen'o darbe³⁰. 2010 metais, Barndorff-Nielsen'as pasiūlė, kaip šį kintamumą išskaidyti į teigiamą ir neigiamą²⁹. Darbe realizuota dispersija išskaidoma į teigiamą realizuotą dalinę dispersiją (angl. *semivariance*) ir neigiamą realizuotą dalinę dispersiją, kurios apibrėžiamos taip:

$$RS^- = \sum_{i=1}^n \mathbb{I}(r_i < 0) r_i^2, \quad (26)$$

$$RS^+ = \sum_{i=1}^n \mathbb{I}(r_i \geq 0) r_i^2, \quad (27)$$

čia $\mathbb{I}(\dots)$ yra loginė funkcija, grąžinanti 1 jei sąlyga viduje yra tenkinama, ir 0 – kitu atveju. Nors metodai atrodo labai paprasti, jų statistinis patikimumas buvo parodytas sąlyginai neseniai. Kaip ir realizuotos dispersijos atveju, realizuoti teigiami ir neigiami kintamumai apibrėžiami kaip:

$$RVol^- = \sqrt{RS^-}, \quad (28)$$

$$RVol^+ = \sqrt{RS^+}. \quad (29)$$

2.2. Jungiamumo modeliavimas

Jungiamumui modeliuoti buvo pasirinktas Diebold'o ir Yilmaz'o¹⁰ (2012) patobulintas metodas. Metodas leidžia įvertinti kryptinius pasklidimo efektus (angl. *directional spillovers*) naudojant apibendrintą vektorinės autoregresijos sistemą (angl. *generalized vector autoregression framework*), toliau GVARF. GVARF leidžia išvengti rezultatų priklausomumo nuo kintamųjų išdėstymo (angl. *variable ordering*), o tai yra didelis pranašumas prieš paprastą VAR. Toliau pateikiama minėta metodologija, skirta jungiamumo modeliavimui, taip kaip ji buvo pateikta originaliame darbe.

Tarkime, jog turime kovariacijos prasme stacionarų N kintamųjų $VAR(p)$ modelį:

$$x_t = \sum_{i=1}^p \Phi_i x_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (30)$$

kur $\varepsilon \sim (0, \Sigma)$ yra vienodai pasiskirsčiusių nepriklausomų paklaidų vektorius. (30) išraišką galima transformuoti į slenkančio vidurkio (MA) išraišką:

$$x_t = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \varepsilon_{t-i}, \quad (31)$$

kur $N \times N$ dydžio koeficientų matricos A_i tenkina rekursyvią lygybę $A_i = \Phi_1 A_{i-1} + \dots + \Phi_p A_{i-p}$ ir A_0 yra $N \times N$ vienetinė matrica, o $\forall i < 0: A_i = 0$. Slenkančio vidurkio koeficientai (arba transformacijos, tokios kaip: impulsų atsako funkcijos (IRF) arba dispersijos dekompozicijos) yra labai svarbūs, norint geriau suprasti sistemos dinamiką. Diebold'o ir Yilmaz'o metodas remiasi dispersijos dekompozicijomis, kurios leidžia įvertinti, kiek kintamojo x_i H žingsnių prognozės paklaidų dispersijos yra paaiškinama dėl šokų kintamuosiuose $x_j, \forall j \neq i$, kiekvienam i .

Skaičiuojant dispersijos dekompozicijas, reikalingos ortogonalios inovacijos (angl. *innovations* – tai skirtumas tarp stebėtų reikšmių ir optimalios prognozės reikšmių), o VAR atveju – inovacijos yra

koreliuotos tais pačiais laiko intervalais. Cholesky dekompozicijos (dar kartais vadinamos Cholesky faktorizavimais) leidžia pasiekti ortogonalumą, tačiau dėl to dispersijos dekompozicijos priklauso nuo kintamųjų išdėstymo. Diebold'as ir Yilmaz'as šią problemą apeina, naudodami apibendrintą VAR sistemą^{31,32} (GVARF). Naudojant GVARF, galima atlikti dispersijos dekompozicijas, kurios nepriklauso nuo kintamųjų išdėstymo. Vietoj bandymo ortogonalizuoti šokus, apibendrintas sprendimas leidžia egzistuoti koreliuotiems šokams, bet tinkamai juos įvertina, naudojant istoriškai nustatytą paklaidų pasiskirstymą. Kadangi kiekvieno kintamojo šokai nėra ortogonalizuoti, tai prognozės paklaidų dispersijos įtakų suma nėra būtinai lygi 1.

2.2.1. Dispersijos dalys

Apibrėžkime *savas dispersijos dalis*, kaip paklaidų dispersijos dalis, prognozuojant x_i H žingsnių į ateitį, kurios paaiškinamos dėl šokų pačiam x_i , kai $i = 1, 2, \dots, N$; o kryžminės dispersijos dalis, toliau vadinamas pasklidimais, kaip paklaidų dispersijos dalis, prognozuojant x_i H žingsnių į ateitį, kurios paaiškinamos dėl šokų x_j , kur $i, j = 1, 2, \dots, N$ ir $i \neq j$.

Pažymime GVARF H žingsnių prognozės paklaidų dispersijos dekompozicijas kaip $\theta_{ij}^g(H)$, kai $H = 1, 2, \dots$, tuomet turime:

$$\theta_{ij}^g(H) = \frac{\sigma_{jj}^{-1} \sum_{h=0}^{H-1} (e_i' A_h \Sigma e_j)^2}{\sum_{h=0}^{H-1} (e_i' A_h \Sigma A_h' e_i)}, \quad (32)$$

kur Σ yra paklaidų vektoriaus ε dispersijos matrica, σ_{jj} – j -tosios lygties paklaidos standartinis nuokrypis, o e_i – pasirinkimo vektorius, kurio i -tasis narys lygus 1, o visi kiti – 0. Kaip minėta anksčiau: $\sum_{j=1}^N \theta_{ij}^g(H) \neq 1$. Norint panaudoti informaciją, kurią gauname iš dispersijos dekompozicijos matricos, skaičiuojant pasklidimo indeksą, atliekame kiekvieno dispersijos dekompozicijos matricos įrašo normalizavimą:

$$\tilde{\theta}_{ij}^g(H) = \frac{\theta_{ij}^g(H)}{\sum_{j=1}^N \theta_{ij}^g(H)}. \quad (33)$$

Pabrėžiama, kad pagal apibrėžimą, $\sum_{j=1}^N \tilde{\theta}_{ij}^g(H) = 1$ ir $\sum_{i,j=1}^N \tilde{\theta}_{ij}^g(H) = N$.

2.2.2. Bendri pasklidimai

Naudojant GVARF dispersijos dekompozicijos įtakas, galime konstruoti bendrą pasklidimo indeksą (autoriai šiame skyriuje pabrėžia kintamumo pasklidimo indeksą, tačiau sistemą galima sėkmingai naudoti modeliuojant ir kitokias laiko eilutes):

$$S^g(H) = \frac{\sum_{i,j=1}^N \tilde{\theta}_{ij}^g(H)}{\sum_{i,j=1}^N \tilde{\theta}_{ij}^g(H)} \cdot 100 = \frac{\sum_{i \neq j} \tilde{\theta}_{ij}^g(H)}{N} \cdot 100. \quad (34)$$

2.2.3. Kryptiniai pasklidimai

GVARF taip pat leidžia modeliuoti ne tik bendrus pasklidimus, bet ir kryptinius pasklidimus. Kryptiniai pasklidimai, gauti rinkoje i iš kitų rinkų j , matuojami kaip:

$$S_{i \cdot}^g(H) = \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^N \tilde{\theta}_{ij}^g(H)}{\sum_{i,j=1}^N \tilde{\theta}_{ij}^g(H)} \cdot 100 = \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^N \tilde{\theta}_{ij}^g(H)}{N} \cdot 100. \quad (35)$$

Panašiai matuojami ir kryptiniai pasklidimai perduoti š rinkos i į kitas rinkas j :

$$S_{\cdot i}^g(H) = \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^N \tilde{\theta}_{ij}^g(H)}{\sum_{i,j=1}^N \tilde{\theta}_{ij}^g(H)} \cdot 100 = \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^N \tilde{\theta}_{ij}^g(H)}{N} \cdot 100. \quad (36)$$

Apie kryptinių pasklidimų aibę galima galvoti kaip apie bendrų pasklidimų dekompoziciją į pasklidimus, kurie ateina iš (arba į) konkretaus šaltinio.

2.2.4. Neto pasklidimai

Neto pasklidimus iš rinkos i į visas kitas rinkas j gauname iš:

$$S_i^g(H) = S_{i \cdot}^g(H) - S_{\cdot i}^g(H). \quad (37)$$

Neto pasklidimai, tai tiesiog skirtumas tarp bruto šokų perduotų į kitas rinkas ir gautų iš visų kitų rinkų.

2.2.5. Neto poriniai pasklidimai

Neto pasklidimai, apibrėžti (37), suteikia sutrauktą informaciją apie tai, kiek kiekviena rinka prisideda prie kitų rinkų kintamumo. Taip pat gali būti įdomu įvertinti porinius kintamumo pasklidimus, kuriuos galima apibrėžti kaip:

$$S_{ij}^g(H) = \left(\frac{\tilde{\theta}_{ji}^g(H)}{\sum_{i,k=1}^N \tilde{\theta}_{ik}^g(H)} - \frac{\tilde{\theta}_{ij}^g(H)}{\sum_{j,k=1}^N \tilde{\theta}_{jk}^g(H)} \right) \cdot 100 = \left(\frac{\tilde{\theta}_{ji}^g(H) - \tilde{\theta}_{ij}^g(H)}{N} \right) \cdot 100. \quad (38)$$

2.3. Jungiamumo modeliavimas skirtingų dažnių juostuose

Modeliuojant apjungiamumą, kyla natūralus klausimas: kaip kinta jungiamumas, trumpuose, vidutiniuose bei ilguose finansiniuose cikluose. Būtent šiam dalykui Barunik'as ir Křehlík'as¹¹ (2018) pasiūlė naują metodologiją, kuri pratęsia Diebold'o ir Yilmaz'o metodologiją. Metodologija leidžia matuoti jungiamumą tarp finansinių kintamųjų, kuris kyla dėl heterogeninių dažnio reakcijų į išorinius šokus.

Natūralus būdas aprašinėti jungiamumo dažnio dinamiką (ilgalaikę, vidutinio laiko, arba trumpalaikę) – vertinti dispersijos dekompozicijos spektrinį vaizdavimą, paremtą dažniniu atsaku į šokus, vietoje impulsinio atsako. Kaip siūlomos teorijos pagrindą, imame dažnio atsako (angl. *frequency response*) funkciją,

$$\Psi(e^{-i\omega}) = \sum_h e^{-i\omega h} \Psi_h, \quad (39)$$

kurią galima gauti atlikus koeficientų Ψ_h Furjė transformaciją, su $i = \sqrt{-1}$. Čia Ψ_h yra VAR modelio $MA(\infty)$ reprezentacijos koeficientai, praeitame poskyryje vadinti A_h (žymėjimas pakeistas, siekiant išlaikyti originalaus darbo¹¹ žymėjimą). Tuomet x_t spektrinį tankį, dažnyje ω , galime apibrėžti kaip $MA(\infty)$ filtruotos laiko eilutės Furjė transformaciją:

$$S_x(\omega) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} E(x_t x'_{t-h}) e^{-i\omega h} = \Psi(e^{-i\omega}) \Sigma \Psi'(e^{+i\omega}). \quad (40)$$

Galios spektras $S_x(\omega)$ aprašo, kaip x_t dispersija pasiskirsčiusi dažnio komponentuose ω . Naudojant spektrinę kovariacijos išraišką, kuri yra: $E(x_t x'_{t-h}) = \int_{-\pi}^{\pi} S_x(\omega) e^{i\omega h} d\omega$, galime natūraliai apibrėžti dažnių srities atitikmenis dispersijos dekompozicijai.

Apibrėžimas 1. Apibendrintas priežastinio ryšio spektras dažniuose $\omega \in (-\pi, \pi)$ apibrėžiamas kaip:

$$(f(\omega))_{j,k} \equiv \frac{\sigma_{kk}^{-1} |(\Psi(e^{-i\omega}) \Sigma)_{j,k}|^2}{(\Psi(e^{-i\omega}) \Sigma \Psi'(e^{+i\omega}))_{j,j}}, \quad (41)$$

čia $\Psi(e^{-i\omega}) = \sum_h e^{-i\omega h} \Psi_h$ yra impulsinio atsako Ψ_h Furjė transformacija.

Svarbu pabrėžti, kad $(f(\omega))_{j,k}$ nurodo, kokią dalį j -tojo kintamojo spektro, duotame dažnyje ω , paaiškina šokai k -jame kintamajam. Šį dydį galime interpretuoti kaip priežastinį ryšį dažnio viduje, duotajame dažnyje ω . Norint gauti natūralią dispersijos dekompoziciją dekompoziciją į dažnius, galime pasverti $(f(\omega))_{j,k}$ su j -tojo kintamojo dispersijos dažnio dalimi. Svėrimo funkcija apibrėžiama taip:

$$\Gamma_j(\omega) = \frac{(\Psi(e^{-i\omega}) \Sigma \Psi'(e^{+i\omega}))_{j,j}}{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} (\Psi(e^{-i\lambda}) \Sigma \Psi'(e^{+i\lambda}))_{j,j} d\lambda}, \quad (42)$$

ir nurodo j -tojo kintamojo galią duotajame dažnyje, ir per visus dažnius susisumuoja į nekintančią reikšmę lygią 2π .

Kitas teiginys nustato dispersijos dekompozicijos iš j į k spektrinę išraišką ir yra svarbus taškas jungiamumo mato kūrime, dažnių srityje.

Teiginys 1. Tarkime, jog x_t yra plačiąja prasme stacionari su $\sigma_{kk}^{-1} \sum_{h=0}^{\infty} |(\Psi_h \Sigma)_{j,k}| < +\infty$, $\forall j, k$. Tada,

$$(\theta_\infty)_{j,k} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \Gamma_j(\omega)(f(\omega))_{j,k} d\omega. \quad (43)$$

Teiginio įrodymas pateikiamas Baruník'o ir Křehlík'o¹¹ (2018) darbe.

Naudojantis aprašyto teiginio rezultatu, $(\theta_H)_{j,k}$ kai $H \rightarrow \infty$ gali būti suprantamas kaip svorinis apibendrinto priežastinio ryšio $(f(\omega))_{j,k}$ vidurkis, kuris matuoja ryšio stiprumą duotajame dažnyje, pasvertame eilutės galia tame dažnyje. Integralas per leistinus dažnius tobulai atgamina teorinę originalaus $(\theta_\infty)_{j,k}$ reikšmę.

Ekonominiuose taikymuose mums dažniausiai įdomiau įvertinti trumpalaikį, vidutinio laiko bei ilgalaikį jungiamumą, vietoje jungiamumo tik viename duotajame dažnyje. Todėl, siekiant geriau atspindėti ekonominę intuiciją, yra patogu dirbti su dažnių juostomis (angl. *frequency bands*), kurias apibrėžiame kaip prognozės paklaidų dispersijos kiekį per nustatytus dažnius $\omega \in (a, b)$.

Formaliai, tarkime, jog turime dažnio juostą $d = (a, b): a, b \in (-\pi, \pi), a < b$. Apibendrintos dispersijos dekompozicijos dažnio juostoje d yra apibrėžiamos kaip:

$$(\theta_d)_{j,k} = \frac{1}{2\pi} \int_d \Gamma_j(\omega)(f(\omega))_{j,k} d\omega. \quad (44)$$

Kadangi šis sąryšis yra tapatumas (angl. *identity*), o integralas – tiesinis operatorius, dėl to sumuojant per visus nesusikertančius intervalus, kurie dengia visą diapazoną $(-\pi, \pi)$, atkursime originalią dispersijos dekompoziciją.

Naudojantis dispersijos apibendrintos dekompozicijos spektrinę išraišką yra gan paprasta apibrėžti jungiamumo matą duotojoje dažnio juostoje.

Apibrėžimas 2. Apibrėžkime apibendrintą dispersijos dekompoziciją dažnio juostoje $d = (a, b): a, b \in (-\pi, \pi), a < b$ kaip:

$$(\tilde{\theta}_d)_{j,k} = \frac{(\theta_d)_{j,k}}{\sum_k (\theta_\infty)_{j,k}}, \quad (45)$$

čia θ_d ir θ_∞ apibrėžiamos (44) ir (43), atitinkamai.

- Vidinis jungiamumas dažnio juostoje d tuomet apibrėžiamas kaip:

$$C_d^{\mathcal{W}} = 100 \cdot \left(1 - \frac{Tr\{\tilde{\theta}_d\}}{\sum(\tilde{\theta}_d)} \right). \quad (46)$$

- Dažnio jungiamumas dažnio juostoje d apibrėžiamas kaip:

$$C_d^{\mathcal{F}} = 100 \cdot \left(\frac{\sum \tilde{\theta}_d}{\sum \tilde{\theta}_\infty} - \frac{Tr\{\tilde{\theta}_d\}}{\sum \tilde{\theta}_\infty} \right) = C_d^{\mathcal{W}} \cdot \frac{\sum \tilde{\theta}_d}{\sum \tilde{\theta}_\infty}, \quad (47)$$

čia $Tr\{\cdot\}$ yra matricos įstrižainės narių suma (dar vadinamas įstrižainės operatoriumi), o $\sum \tilde{\theta}_d$ žymi visų matricos $\tilde{\theta}_d$ narių sumą.

Apibrėžime atskiriami du labai svarbūs dalykai: dažnio jungiamumas ir vidinis jungiamumas. Vidinis jungiamumas duoda mums jungiamumą, kuris aptinkamas išskirtinai duotos dažnio juostos viduje. Iš kitos pusės, dažnio jungiamumas atlieka pilno jungiamumo dekompoziciją į atskiras unikalias dalis, kurias susumavę gauname originalų jungiamumo matą C_∞ .

Šiam skirtumui pademonstruoti Baruník'as ir Křehlík'as duoda toliau aprašomą pavyzdį.

Prisiminkime, jog tipinė ekonominių kintamųjų spektrinė forma didžiąją dalį savo galios sukaupia žemuose dažniuose (ilgalaikiai judėjimai, trendas). Dėl to, galėtume atlikti jungiamumo dekompoziciją į dvi dalis: vieną, kuri padengia ilgalaikius rinkos judesius, ir antrą, kur padengia trumpalaikius judesius. Tarkime, kad 90% spektrinio tankio yra sukonzentruota ilgalaikiuose judesiuose, o 10% - trumpalaikiuose. Toliau, tarkime, kad jungiamumas trumpalaikiuose judesiuose yra aukštas, tarkime 80% ir žemas ilgalaikiuose judesiuose, tarkim 25%. 80% ir 25% jungiamumo skaičiai atspindi vidinį jungiamumą. Pilnas jungiamumas bus daug artesnis 25%, nes trumpalaikį 80% jungiamumą nusvers mažas spektrinio tankio kiekis (10%) trumpalaikiuose dažniuose.

Pabaigai, pastebime, jog vidinio jungiamumo ir dažnio jungiamumo apibrėžimai sutampa, kai kalbame apie visą dažnio juostą $d = (-\pi, \pi)$. Formaliai, jei turime $d = (-\pi, \pi)$, tai gauname:

$$C_d^{\mathcal{F}} = C_d^{\mathcal{W}} = C_\infty. \quad (48)$$

2.3.1. Jungiamumo įvertis dažnio srityje

Prognozės paklaidų dispersijos dekompozicijos yra apskaičiuojamos tiesiogiai iš MA koeficientų. Kadangi šių teorinių dydžių apskaičiavimas remiasi begaliniu procesu, dėl to autoriai siūlo jį pakeisti baigtinio horizonto H aproksimacija. $\hat{\Psi}_h$ koeficientai tuomet apskaičiuojami per standartinę rekursyvią schemą: $\hat{\Psi}_0 = I, \hat{\Psi}_h = \sum_{j=1}^{\max\{h,p\}} \Phi(j)\hat{\Psi}_{h-1}$, kur p yra VAR modelio eilė, o $h \in \{1, \dots, H\}$.

Spektriniai dydžiai yra įvertinami naudojant standartinės diskrečias Furjė transformacijas. Sekantis apibrėžimas tiksliai apibūdina naudojamus dydžių įverčius.

Apibrėžimas 3. Kryžminio spektro tankis intervale $d = (a, b): a, b \in (-\pi, \pi), a < b$

$$\int_d \Psi(e^{-i\omega})\Sigma\Psi'(e^{+i\omega})d\omega \quad (49)$$

yra įvertinamas kaip

$$\sum_{\omega} \hat{\Psi}(\omega) \hat{\Sigma} \hat{\Psi}'(\omega), \quad (50)$$

su visais $\omega \in \left\{ \left[\frac{aH}{2\pi} \right], \dots, \left[\frac{bH}{2\pi} \right] \right\}$ kur

$$\hat{\Psi}(\omega) = \sum_{h=0}^{H-1} \hat{\Psi}_h e^{-\frac{2i\pi\omega h}{H}}, \quad (51)$$

ir $\hat{\Sigma} = \frac{\hat{\epsilon}'\hat{\epsilon}}{T-z}$, kur z yra laisvės laipsnių netekimo korekcija, kuri priklauso nuo *VAR* specifikacijos.

Impulso atsako funkcijos (IRF) dekompozicija specifinėje dažnio juostoje tada įvertinama kaip $\hat{\Psi}(d) = \sum_{\omega} \hat{\Psi}(\omega)$. Galiausiai, 3 apibrėžimas leidžia apibendrintos dispersijos dekompozicijos įvertinimą, nustatytoje dažnio juostoje:

$$(\hat{\theta}_d)_{j,k} = \sum_{\omega} \hat{\Gamma}_j(\omega) (\hat{f}(\omega))_{j,k}, \quad (52)$$

kur

$$(\hat{f}(\omega))_{j,k} \equiv \frac{\hat{\sigma}_{kk}^{-1} \left((\hat{\Psi}(\omega) \hat{\Sigma})_{j,k} \right)^2}{(\hat{\Psi}(\omega) \hat{\Sigma} \hat{\Psi}'(\omega))_{j,j}} \quad (53)$$

yra apibendrinto priežastinio ryšio spektro įvertis, ir

$$\hat{\Gamma}_j(\omega) = \frac{(\hat{\Psi}(\omega) \hat{\Sigma} \hat{\Psi}'(\omega))_{j,j}}{(\Omega)_{j,j}} \quad (54)$$

yra svėrimo funkcijos įvertis, kur $\Omega = \sum_{\omega} \hat{\Psi}(\omega) \hat{\Sigma} \hat{\Psi}'(\omega)$.

Tuomet, jungiamumo matai $\hat{C}^{\mathcal{W}}$ ir $\hat{C}^{\mathcal{F}}$ konkrečioje dažnio juostoje lengvai gaunami ištačius $(\hat{\theta}_d)_{j,k}$ įvertį į 2 apibrėžimą (45).

2.4. Apibendrinimas

Skyriuje pateikti metodai leidžia atlikti pasirinktos finansų rinkos jungiamumo modeliavimą. Jungiamumas, dar vadinamas pasklidimo indeksu, apskaičiuojamas pagal (34) ir nurodo kokia dalis kintamumo prognozės paklaidų dispersijos yra paaiškinama dėl pasklidimų. Taip pat, vadovaujantis 2.3 poskyriu, jungiamumas bus išskaidomas į dažnio juostas, kurios nusako kintamumo dinamiką trumpalaikiuose, vidutinio laiko ir ilgalaikiuose rinkos cikluose. Skirtingai nuo kitų jungiamumą tiriančių darbų, šiame darbe siūloma jungiamumą modeliuoti naudojant aukšto dažnio duomenis bei išskiriant blogą kintamumą (kintamumą iš neigiamų grąžų). Šiam tikslui bus naudojama Barndorff-Nielsen'o et. al. pasiūlyta metodologija. Rezultatų palyginimui, taip pat bus atliktas jungiamumo modeliavimas naudojant žemo dažnio duomenis bei *GARCH*(1,1) modelį.

3. Tyrimo rezultatai ir jų aptarimas

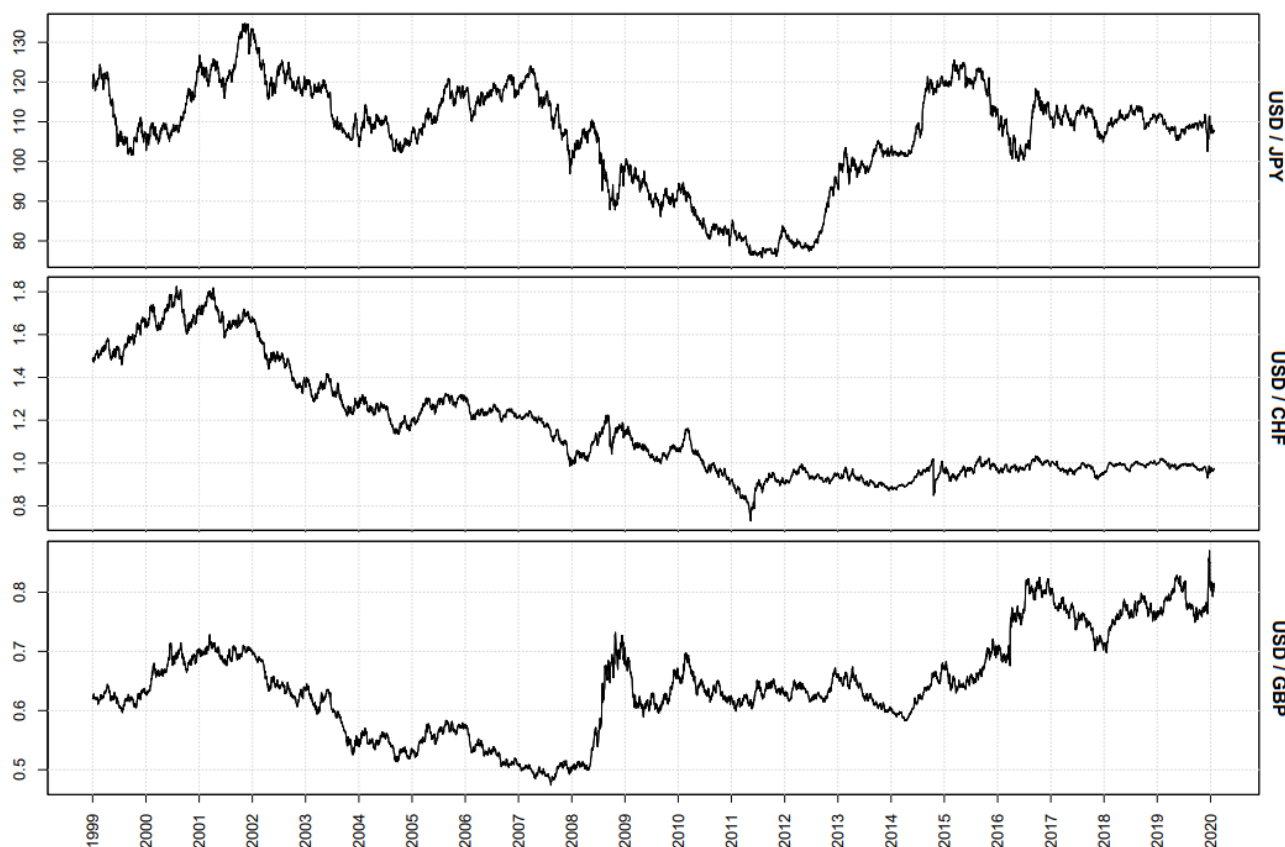
Tyrimui atlikti buvo pasirinkti 6 labiausiai prekiaujamų užsienio valiutų kursai su JAV doleriu: Australijos dolerio (AUD), Kanados dolerio (CAD), Japonijos jenos (JPY), Šveicarijos franko (CHF), Didžiosios Britanijos svaro (GBP) bei Europos euro (EUR). Kartu su JAV doleriu (USD), šios 6 valiutos sudaro apie 90% pasaulinės valiutų rinkos apyvartos. Kaip jau minėta anksčiau, tyrimui buvo naudojami dviejų rūšių duomenys – žemo dažnio ir aukšto dažnio. Žemo dažnio duomenys buvo fiksuojami kas dieną, o aukšto dažnio – kas 5 minutes. Taip pat, valiutomis aktyviai prekiaujama tik darbo dienomis, todėl savaitgalių duomenys buvo išmesti. Žemo dažnio duomenys buvo gauti iš „FRED Economic Data“ duomenų bazės³³, o aukšto dažnio duomenys iš „Dukascopy“ duomenų bazės³⁴.

3.1. Mažo dažnio duomenų modeliavimas

Mažo dažnio duomenų modeliavimui buvo pasirinkti dieniniai minėtų valiutų kursai, nuo 1999 metų kovo 30 dienos iki 2020 metų balandžio 24 dienos. Laikotarpis buvo parinktas siekiant atlikti paskutinių 20 metų jungiamumo analizę. 1993 metų kovo 30 diena yra nutolusi nuo 2000 metų lygiai per 200 darbo dienų. Šis parinkimas pagrindžiamas vėliau. Valiutų kursų grafikai pateikiami 9 ir 10 paveiksluose.



9 pav. Australijos dolerio, Kanados dolerio ir Europos euro valiutų kursai su JAV doleriu.



10 pav. Japonijos jenos, Šveicarijos franko ir Didžiosios Britanijos svarų valiutų kursai su JAV doleriu.

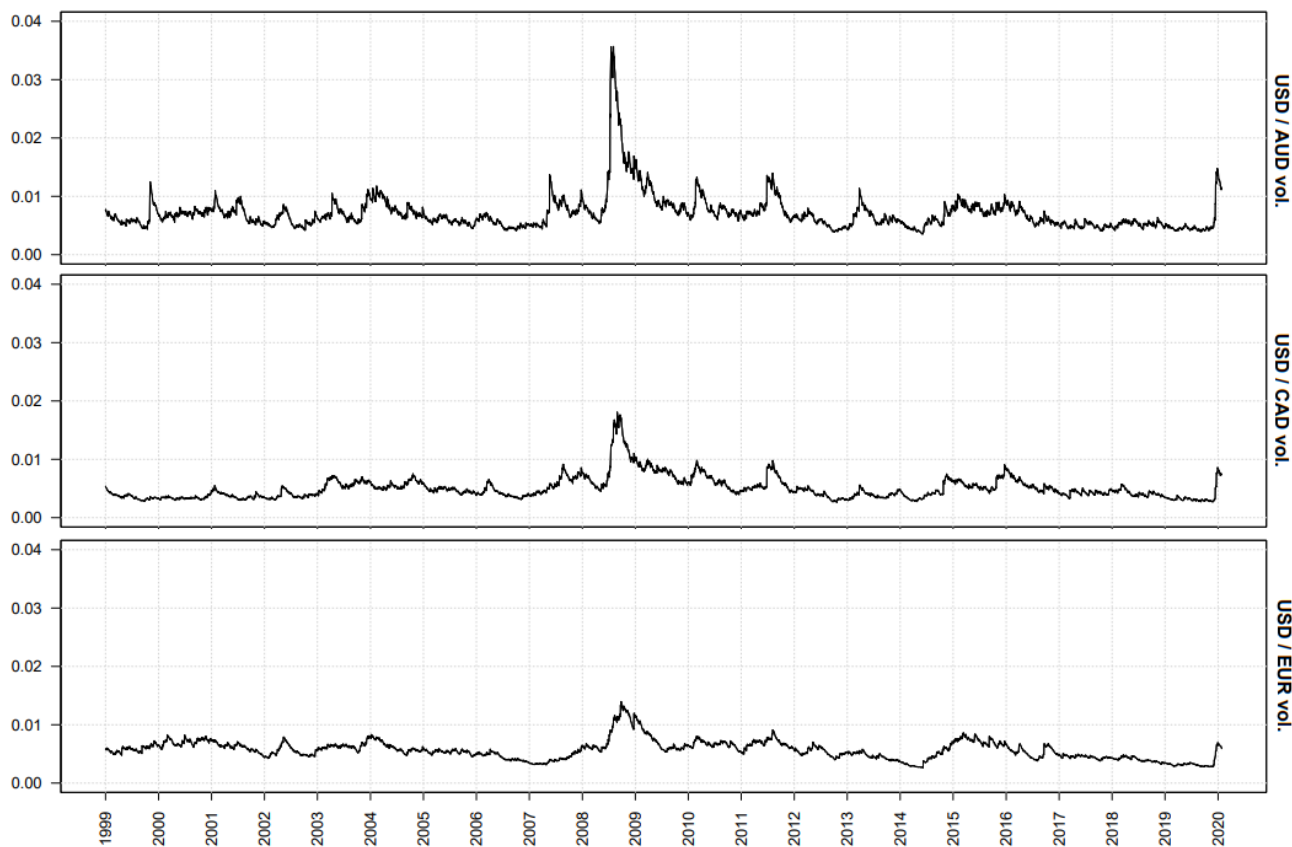
Grafikuose galime pastebėti stiprų JAV dolerio kursą laikotarpio pradžioje bei jo nuoseklų silpnėjimą iki 2008 metų pasaulinės ekonominės krizės, kurios metu pastebimas JAV dolerio kurso atsigavimas. Taip pat galime pastebėti ilgalaikį Šveicarijos franko kurso stiprėjimą. Australijos bei Kanados dolerių kursai per visą laikotarpį išlaiko labai panašias kreives, tačiau tiksli to priežastis nėra žinoma. Europos euro kursas savo blogiausias reikšmes įgyja laikotarpio pradžioje, kai pasiekia net 1,2 EUR/USD kursą. Po liūdnai pagarsėjusių teroristinių išpuolių 2001 metų rugsėjo 11 d., euras pradėjo greitai stiprėti ir savo stipriausią kursą 20-ties metų laikotarpyje pasiekė 2008 metų pasaulinės krizės metu. Toliau euro kursas šiek tiek silpnėjo, tačiau iki šios dienos išlieka sąlyginai stiprus, su reikšmėmis svyruojančiomis aplink 0,9 EUR/USD ribą. Taip pat pastebima, jog Japonijos jenos ir Šveicarijos franko kursai neseka įprastų kitoms valiutoms tendencijų. Stebint Didžiosios Britanijos svarų kursą, galima pastebėti stiprų kursą laikotarpio pradžioje, kuris staigiai susilpnėja 2008 metų krizės metu. Šis susilpnėjęs kursas stabiliai išsilaiko iki 2016 metų. Po 2016 metų „Brexit“ referendumo, svaras patiria dar vieną stiprų nuosmukį ir šiuo metu yra prasčiausioje padėtyje nuo 1985 metų.

Informacija, kurią galime išgauti tiesiogiai tirdami valiutų kursus, yra labai ribota. Kadangi valiutų kursai gali kisti dėl įvairių priežasčių ir įvairiais ekonominiais periodais, stabilumo ir nestabilumo,

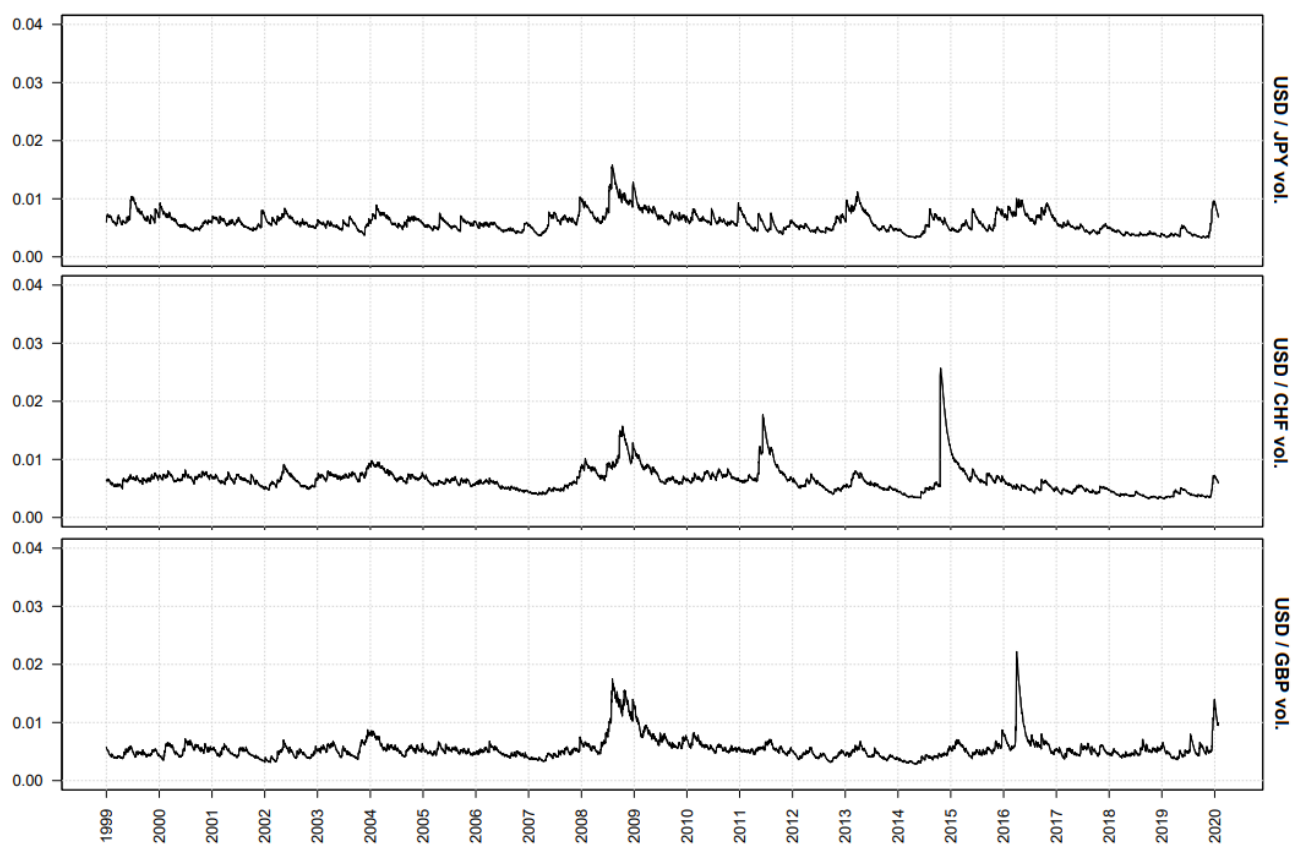
tai užsienio valiutų rinkų tyrimui reikalingi šiek tiek kitokie įrankiai. Šiame darbe, šiam tikslui įgyvendinti, buvo pasirinktas kintamumo modeliavimas.

Kintamumui modeliuoti buvo naudojamas $GARCH(1,1)$ modelis, kuris duoda gerus rezultatus, modeliuojant realizuotą kintamumą. Verta pabrėžti, jog su $GARCH$ modeliu gautas realizuotas kintamumas, tai tik kintamumo įvertis, kuris modeliuoja kintamumą tam tikru laiko momentu, kaip funkciją nuo kintamumo praeityje. Todėl įvertyje galimai atsiranda triukšmo, kuris tiksliai neatspindi realios padėties. Žemo dažnio duomenų kintamumo įverčiai pateikiami 11 ir 12 paveiksluose.

Kaip matome žemiau pateiktuose grafikuose, kintamumas leidžia geriau nustatyti finansinio neramumo laikotarpius. Laiko eilučių reikšmės pastebimai išauga finansinių suirčių laikotarpiu ir sumažėja finansinio stabilumo laikotarpiu. Didelis reikšmių išaugimas visose laiko eilutėse matomas 2008 metų pasaulinės ekonominės krizės metu. Didžiausią kintamumą šiuo laikotarpiu patiria Australijos dolerio kursas (apie 0,035), toliau seka Kanados dolerio bei Didžiosios Britanijos svaro kursai (apie 0,018), Šveicarijos frankas bei Japonijos jena (apie 0,015) ir galiausiai Europos euras (apie 0,012). Euro, Šveicarijos franko bei Japonijos jenos trapumas išauga 2010-2012 metų Europos suverenios skolos krizės metu (angl. *Euro Sovereign debt crisis, ESDC*). Didžiosios Britanijos svoro kintamumas labai stipriai išauga 2016 metų „Brexit“ referendumo metu. Šveicarijos franko kintamumo dinamika šiek tiek išsiskiria iš kitų. CHF kintamumas pastebimai išauga ir pasiekia savo aukščiausią reikšmę 2015 metų sausio mėnesį. Pagrindinė šio šuolio priežastis – tai Šveicarijos nacionalinio banko nuosprendis atsisakyti savo trijų metų senumo 1,20 CHF/EUR ribos. Po šio sprendimo, CHF kursas su Euru išauga beveik 30%. Galiausiai, galime pastebėti, jog visų valiutų kursai patiria staigų kintamumo augimą ties 2020 metų riba. Kadangi paskutinį kartą tai nutiko 2008 metais, tai yra stiprus indikatorius, jog pasaulis artėja link 2008 metų lygio pasaulinės ekonominės krizės.



11 pav. Australijos dolerio, Kanados dolerio ir Europos euro valiutų kintamumas.



12 pav. Japonijos jenos, Šveicarijos franko ir Didžiosios Britanijos svaro valiutų kintamumas.

3.1.1. Jungiamumo modeliavimas naudojant mažo dažnio duomenis

Šiame skyrelyje įvertinami pasklidimai tarp realizuotų kintamųjų, naudojant Diebold'o ir Yilmaz'o (2012) metodologiją. Vadovaujantis minėtų mokslininkų darbu, tyrimui pasirenkame: $H = 10$ dienų į priekį prognozavimą ir 2-os eilės VAR modelį. Toliau pateikiamoje lentelėje (žr. 1 lentelę), pateikiami kintamumo pasklidimai tarp 6 valiutų. Šie pasklidimai skaičiuojami naudojant visų 20 metų duomenis. Skaitant lentelę, neskaičiuojame 1-os eilutės bei 1-o stulpelio. Turint omenyje paskutinį teiginį, lentelę skaitome taip: (i, j) lentelės įrašas atspindi i -tosios valiutos prognozavimo paklaidos dispersijos dalį, kurią sudaro j -tosios šalies dispersija. Pavyzdžiui, (1,3) lentelės įrašas rodo kintamumo pasklidimą iš Europos euro į Australijos dolerį. Taip pat, 7-ta lentelės eilutė nurodo bendrus (bruto) pasklidimus iš vienos valiutos į visas kitas valiutas. Atitinkamai, 7-tas lentelės stulpelis rodo bendrus pasklidimus į vieną valiutą iš visų kitų valiutų. Galiausiai, lentelės (7,7) įrašas nurodo pasklidimo indeksą, kuris gaunamas susumuojant visas 7 eilutės reikšmes, arba visas 7 stulpelio reikšmes (eilutė ir stulpelis susisumuoja į tą pačią reikšmę). Pasklidimo indeksas dar vadinamas bendru jungiamumu. **Pabrėžiama**, jog visi lentelėse ir grafikuose pateikiami pasklidimai yra matuojami procentais.

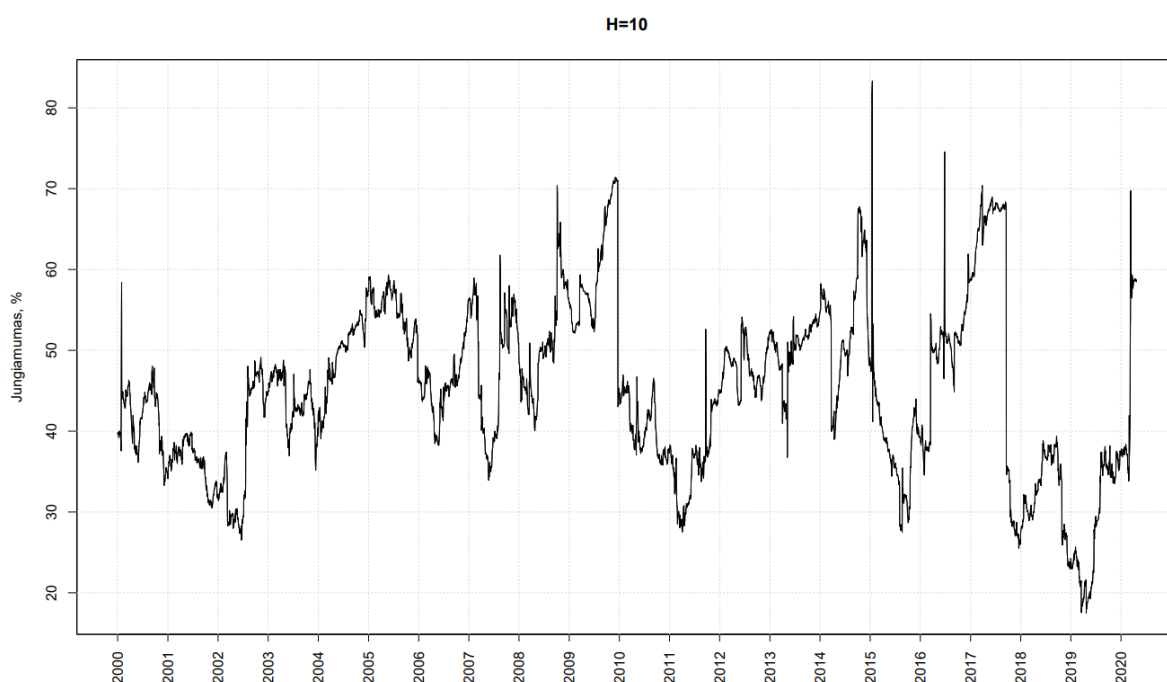
1 lentelė. Kintamumo iš mažo dažnio duomenų pasklidimų lentelė.

	AUD	CAD	EUR	JPY	CHF	GBP	Pasklidimai iš kitų
AUD	62,72	13,35	7,24	9,82	1,75	5,11	6,21
CAD	20,26	63,23	5,89	4,07	1,70	4,86	6,13
EUR	8,62	6,99	54,39	6,35	13,87	9,78	7,60
JPY	10,77	2,31	7,56	71,68	1,86	5,85	4,72
CHF	1,50	1,18	16,46	2,75	76,23	1,88	3,96
GBP	8,00	5,42	12,09	6,93	1,89	65,67	5,72
Pasklidimai į kitas	8,19	4,88	8,21	4,99	3,51	4,58	34,35

Kaip matome iš lentelės, didžiausius pasklidimus į kitas rinkas perduoda Australijos doleris (AUD) ir Europos euras (EUR), o didžiausius pasklidimus iš kitų rinkų gauna Euras, Australijos doleris ir Kanados doleris. Stipriausi kryptiniai poriniai pasklidimai nustatyti tarp AUD ir CAD, tarp EUR ir CHF, ir tarp EUR ir GBP. Svarbiausias skaičius lentelėje – pasklidimo indeksas (bendras jungiamumas), kuris šiuo atveju yra lygus 34,35%. Turint omenyje, jog šiuo metu patiriame pasaulinę ekonominę krizę, pasklidimo indeksas turėtų būti kur kas didesnis. Kaip pamatysime vėliau, problema kyla dėl prasto kintamumo įvertinimo, kuris kyla dėl mažo dažnio duomenų.

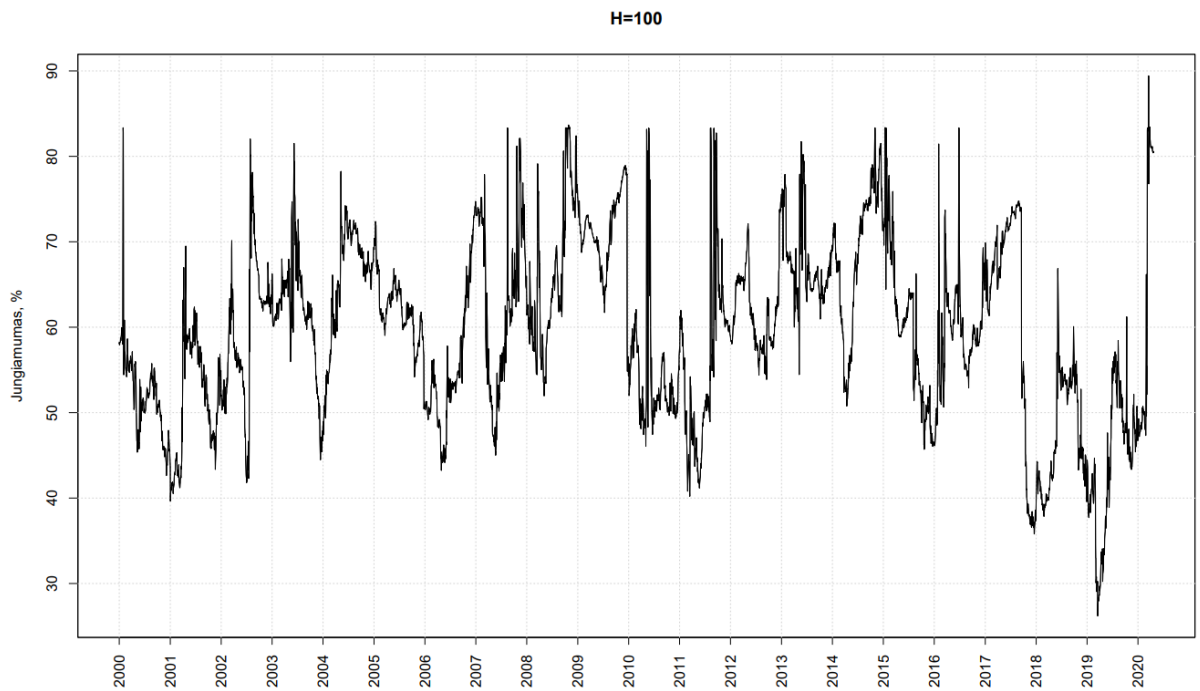
Norėdami išbandyti metodologijos stiprumą, atliekame realizuotų duomenų jungiamumo modeliavimą. Tai darome pritaikydami Diebold'o ir Yilmaz'o metodologiją, naudodami 200 slenkantį langą (žr. 13 pav.), iš kurio skaičiuojame tokias pačias lenteles kaip nurodyta anksčiau. Grafikų piešimui naudojamas tik pasklidimų indeksas.

Kaip matome iš 13 paveikslėlio, bendras jungiamumas svyruoja nuo tarp 30% ir 70%, su minimalia reikšme lygia 17,49% ir maksimalia reikšme lygia 83,32%. Pasklidimo indeksas savo didžiausias reikšmes pasiekia 2008 metų krizės laikotarpiu, 2015 metų sausio mėnesį, kai Šveicarijos bankas atsisakė 1,20 CHF/EUR ribos, ir 2016 metų „Brexit“ referendumo metu.



13 pav. Bendras jungiamumas, naudojant žemo dažnio duomenis bei $H = 10$.

Nors bendro jungiamumo grafikas ir duoda naudingos informacijos, tačiau daug įdomiau stebėti, kaip kinta jungiamumas skirtingose dažnių juostose. Tai galima atlikti naudojant Baruník'o ir Křehlík'o metodologiją. Remiantis Baruník'o ir Křehlík'o tyrimu, aktualios šios trys dažnių juostos: $d1 \in [0, 5]$; $d2 \in (5, 20]$; $d3 \in (20; 100)$. Šios juostos atspindi sisteminės rizikos plitimą šiuose laikotarpiuose: iki vienos savaitės; nuo vienos savaitės iki mėnesio; nuo mėnesio iki 100 dienų. Kadangi norime tirti rizikos plitimą iki 100 dienų laikotarpyje, tai pirmiausia turime atlikti jungiamumo modeliavimą, kai $H = 100$.



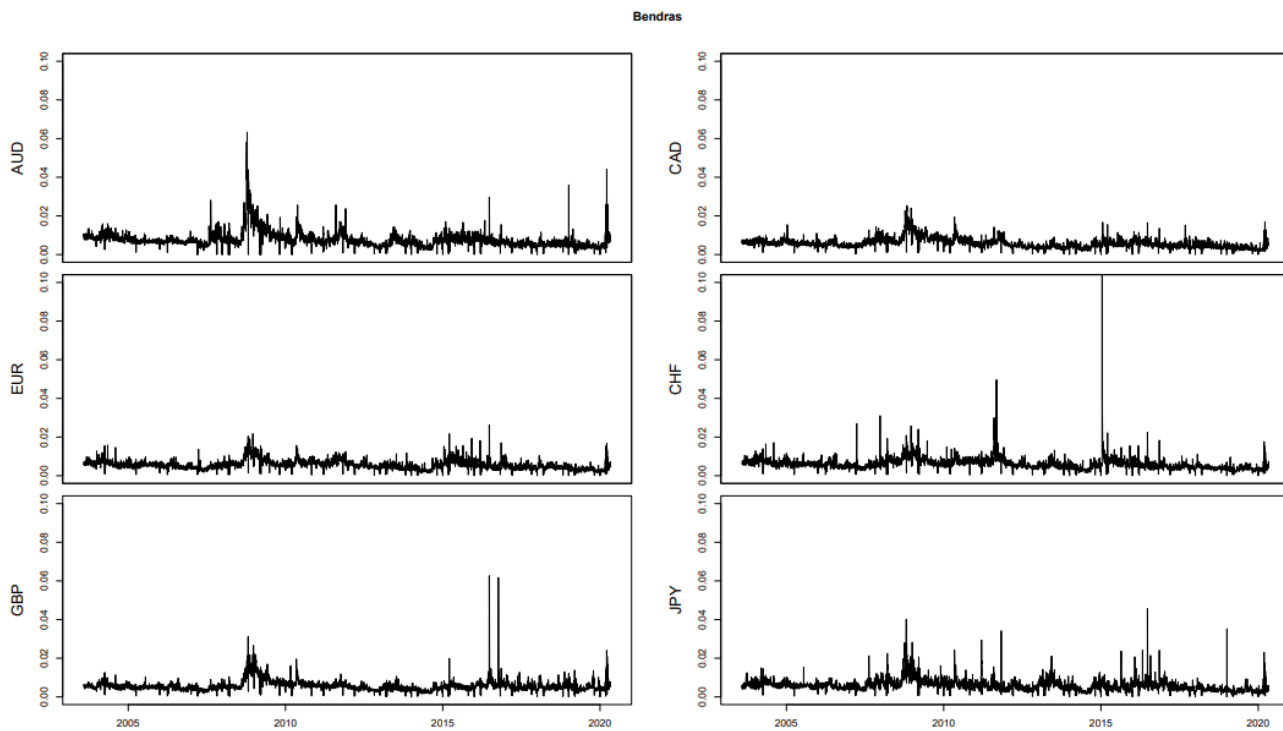
14 pav. Bendras jungiamumas, naudojant žemo dažnio duomenis bei $H = 100$.

Kaip matome iš grafiko (žr. 14 pav.), naudodami 100 dienų prognozę, gauname didelį triukšmo kiekį. Nors grafike vis dar galima įžiūrėti kai kuriuos ryškius ekonominius įvykius, tačiau taip pat matome ir didelį kiekį jungiamumo pakilimų, kurių paaiškinti nebeįmanoma. Kaip matome kitame poskyryje, šis triukšmas kyla dėl prasto kintamumo modelio. Modeliuojant kintamumą su $GARCH(1,1)$, kintamumo reikšmėms nustatyti naudojamos kintamumo reikšmės iš praeities, o tai sukuria priklausomybes, kurių tikėtina, jog tikrovėje tiesiog nėra. Šiai problemai spręsti šiame darbe siūloma kintamumą modeliuoti naudojant aukšto dažnio dieninius duomenis bei išskiriant neigiamą kintamumą.

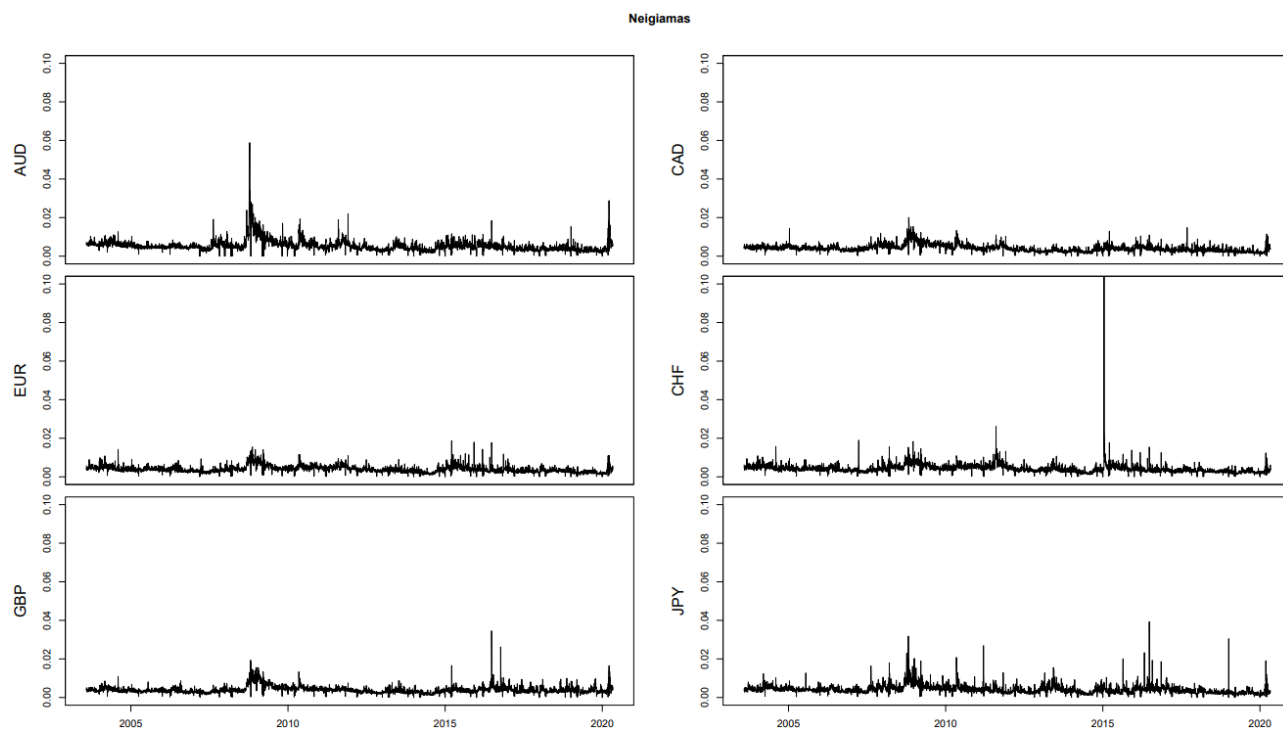
3.2. Aukšto dažnio duomenų modeliavimas

Modeliuojant kintamumą su aukšto dažnio duomenimis, kiekvienos dienos kintamumas apskaičiuojamas tik iš tos dienos duomenų. Šis procesas leidžia gauti labai tikslų kintamumo įvertį, kur kiekvienos dienos kintamumas neturi jokių tiesioginių priklausomybių su kitomis dienomis.

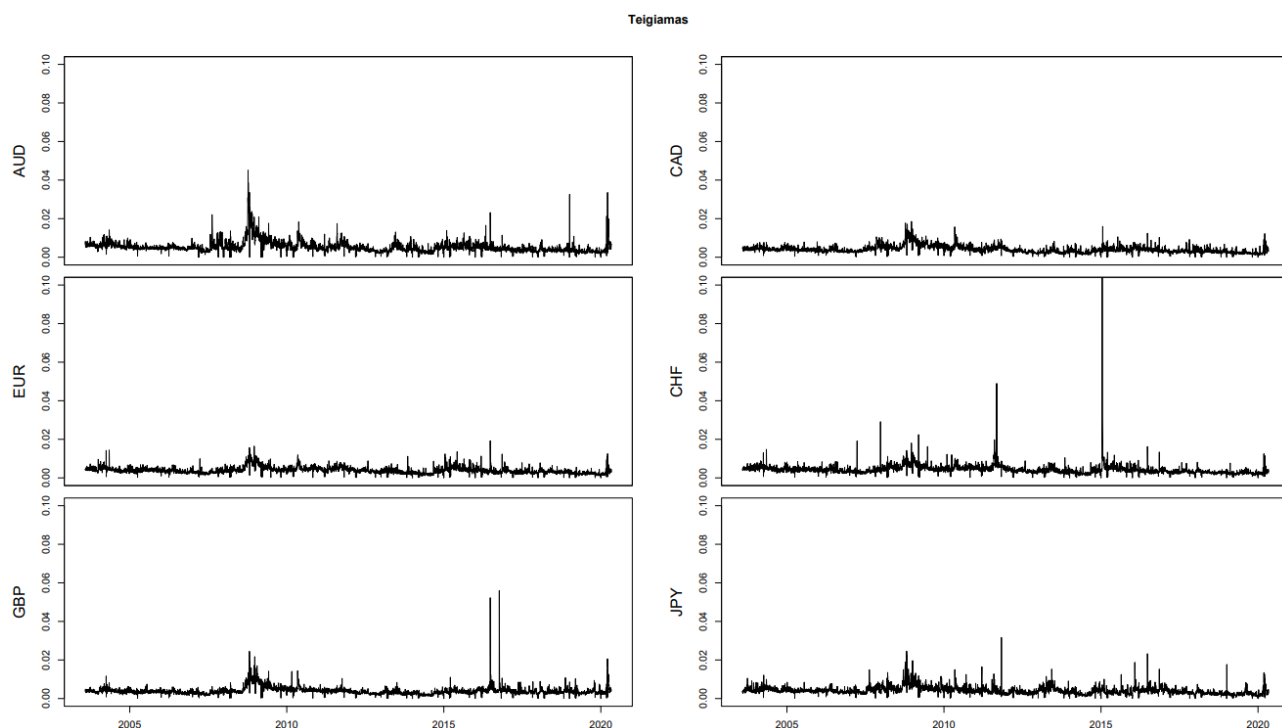
Naudodami Barndorff-Nielsen'o et. al. metodologiją, apskaičiuojame teigiamą bei neigiamą kintamumą. Čia verta pabrėžti, jog teigiamo bei neigiamo kintamumų suma duoda bendrą kintamumą. Kintamumų grafikai pateikti: bendras – 15 paveiksle, neigiamas – 16 paveiksle, teigiamas – 17 paveiksle.



15 pav. Aukšto dažnio duomenų kintamumas (bendras).



16 pav. Aukšto dažnio duomenų kintamumas (blogas).



17 pav. Aukšto dažnio duomenų kintamumas (geras).

Matome, jog kintamumo grafikai atrodo daug chaotiškesni. Tai realiau atspindi tikras ekonomikos dinamikas. Taip pat galima pastebėti, jog blogas kintamumas nelieka dominuojančiu net pasaulinės krizės laikotarpiu. Kaip matome iš grafikų, 2008 metų pasaulinės krizės metu, 2016 metų „Brexit“ referendumo metu bei kitais laikotarpiais, padidėjus neigiamam kintamumui, tuo pačiu metu išauga ir geras kintamumas.

3.2.1. Jungiamumo modeliavimas naudojant aukšto dažnio duomenis

Toliau atliekame tuos pačius veiksmus, kuriuos atlikome mažo dažnio duomenų atveju, pradedami nuo pasklidimų lentelės (žr. 2 lentelę). Šiuo atveju, iš karto naudojame $H = 100$ žingsnių į priekį prognozavimą. Pabrėžiama, kad kintamumo duomenys šiuo atveju išlieka dieniniai, todėl 100 žingsnių prognozė atitinka prognozę 100 dienų į ateitį. Taip pat, kadangi tiriamo sisteminės rizikos užkrato plitimą, tai naudosisime tik neigiamo kintamumo duomenis. Tokiu būdu bus pašalinti visi teigiamą įtaką darantys rinkos judesiai, ir gausime tik neigiamo kintamumo pasklidimus.

2 lentelė. Kintamumo iš aukšto dažnio duomenų pasklidimų lentelė.

	AUD	EUR	GBP	CAD	CHF	JPY	Pasklidimai iš kitų
AUD	36,01	15,76	14,65	17,60	2,96	13,02	10,67
EUR	18,52	31,71	16,17	16,03	6,45	11,11	11,38
GBP	18,25	17,24	34,45	15,45	2,99	11,61	10,92

CAD	21,65	15,81	14,12	33,62	3,37	11,44	11,06
CHF	9,57	16,31	7,41	9,21	49,95	7,55	8,38
JPY	16,73	14,33	14,09	12,64	3,66	38,55	10,24
Pasklidimai į kitas	14,12	13,24	11,07	11,82	3,24	9,12	62,62

Kaip matome iš lentelės, aukšto dažnio duomenys daug geriau atspindi realią ekonominę situaciją. Pastebima, jog skirtingai nei mažo dažnio duomenų atveju, gaunamas 62,62% jungiamumas. Taip pat, matome, jog visos rinkos patiria didelius kiekius pasklidimų. Šis faktas ypač pastebimas stebint pagrindinę lentelės įstrižainę, kurioje nurodoma, kiek prognozės paklaidų dispersijos yra paaiškinama dėl šokų tam pačiam kintamajam. Nei vienas iš pagrindinės įstrižainės elementų neviršija 50% ribos, iš ko galime spręsti, jog visų valiutų kursų rinkos yra stipriai lemiamos išorinių veiksnių. Taip pat, lentelėje pastebimas ryškus išsišokimas – Šveicarijos frankas. Ši valiuta praktiškai neplinta į kitas rinkas, kas matoma iš 3,24% pasklidimų į kitas rinkas iš CHF. Taip pat, pasklidimai iš kitų rinkų į CHF yra patys mažiausi, tačiau nepakankamai maži, jog būtų galima teigti apie jų nebuvimą.

Kadangi atlikome 100 dienų prognozę, galime šiuos pasklidimus išskaidyti į dažnių juostas. Kaip jau minėta anksčiau, naudojamos šios dažnių juostos: $d_1 \in [\pi + 0,00001, \frac{\pi}{5}]$; $d_2 \in (\frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{20})$; $d_3 \in (\frac{\pi}{20}, 0)$. Čia $\pi + 0,00001$ pradinė riba yra naudojama pagal pačių metodologijos autorių rekomendaciją. Šios dažnių bangos atspindi laikotarpius iki vienos savaitės, nuo vienos savaitės iki mėnesio, ir nuo mėnesio iki begalybės dienų. Kadangi dažnių juostos yra apribotos prognozavimo horizonto dydžiu H , tai šiuo atveju paskutinė juosta dengs laikotarpį nuo vieno mėnesio iki 100 dienų.

Toliau pateikiamos jungiamumo lentelės, atlikus dažnių dekompoziciją į dažnių juostas d_1 , d_2 ir d_3 (žr. 3, 4, 5 lenteles). Šių lentelių interpretacija tokia pati kaip ir prieš tai pateiktą (žr. 1 ir 2 lenteles), tačiau „pasklidimų iš“ stulpelis ir „pasklidimų į“ eilutė yra padalinami į dvi naujas šakas:

1. Absoliutūs pasklidimai iš/į kitų rinkų – tai bendrų pasklidimų dalis, kurią sudaro pasklidimai nurodytoje dažnio juostoje.
2. Vidiniai pasklidimai iš/į kitų rinkų – tai pasklidimai pačioje dažnio juostoje.

3 lentelė. Kintamumo dažnio juostoje d_1 pasklidimų lentelė.

	AUD	EUR	GBP	CAD	CHF	JPY	Absoliutus pask. iš kitų	Vidinis pask. iš kitų
AUD	7,02	3,13	2,20	2,90	0,74	2,86	1,97	7,04
EUR	3,99	9,42	3,67	3,88	2,31	3,53	2,90	10,33
GBP	3,44	4,50	11,83	3,18	0,97	3,28	2,56	9,14
CAD	3,07	3,24	2,15	7,73	0,90	2,14	1,91	6,83
CHF	2,39	5,98	2,05	2,75	29,38	2,39	2,59	9,26
JPY	4,98	4,76	3,60	3,51	1,26	13,07	3,02	10,77
Absoliutus pask. į kitas	2,98	3,60	2,28	2,70	1,03	2,37	14,96	
Vidinis pask. į kitas	10,63	12,85	8,13	9,64	3,67	8,44		53,36

4 lentelė. Kintamumo dažnio juostoje d_2 pasklidimų lentelė.

	AUD	EUR	GBP	CAD	CHF	JPY	Absoliutus pask. iš kitų	Vidinis pask. iš kitų
AUD	9,21	4,24	3,14	4,54	0,70	3,48	2,68	10,19
EUR	4,93	9,19	3,63	4,52	1,90	3,03	3,00	11,39
GBP	4,40	4,47	9,72	3,90	0,65	3,00	2,74	10,39
CAD	5,37	4,35	3,06	8,60	0,91	2,95	2,77	10,53
CHF	2,65	5,26	1,48	2,84	11,20	2,20	2,41	9,13
JPY	5,47	4,25	3,46	3,90	1,00	10,50	3,01	11,43
Absoliutus pask. į kitas	3,80	3,76	2,46	3,28	0,86	2,44	16,62	
Vidinis pask. į kitas	14,44	14,27	9,34	12,46	3,27	9,28		63,06

5 lentelė. Kintamumo dažnio juostoje d_3 pasklidimų lentelė.

	AUD	EUR	GBP	CAD	CHF	JPY	Absoliutus pask. iš kitų	Vidinis pask. iš kitų
AUD	19,26	8,91	7,19	11,45	1,40	7,61	6,09	13,36
EUR	10,51	12,51	6,25	9,12	2,33	5,28	5,58	12,24
GBP	10,51	7,73	12,73	8,90	1,09	5,70	5,66	12,40
CAD	14,08	9,01	7,11	16,71	1,63	6,98	6,47	14,19
CHF	5,20	6,56	2,55	5,00	6,85	3,26	3,76	8,25
JPY	9,47	5,88	5,17	7,07	1,18	11,48	4,79	10,51
Absoliutus pask. į kitas	8,30	6,35	4,71	6,92	1,27	4,81	32,36	
Vidinis pask. į kitas	18,19	13,92	10,33	15,18	2,79	10,54		70,94

Iš lentelių galime pastebėti vieną labai svarbią detalę – didžioji dalis pasklidimų galios yra koncentruota žemų dažnių juostoje. Nors dažnių juostose pasklidimai skiriasi tik per 17% (53,36%, 63,06% ir 70,94%), tačiau didžiąją dalį bendrų pasklidimų sudaro pasklidimai žemo dažnio juostoje (32,36% iš 63,94%). Aukšti pasklidimai žemo dažnio juostoje rodo, jog rinkoje egzistuoja ilgalaikė baimė. Iš to galime spręsti, jog šiuo metu tarp finansinių agentų dominuoja aukštas neaiškumas dėl finansinės ir ekonominės sistemos padėties, o tai yra pasaulinės ekonominės krizės simptomas. Šį spėjimą patvirtina ir realizuoto kintamumo jungiamumo grafikas žemo dažnio juostoje (žr. 21 pav.).

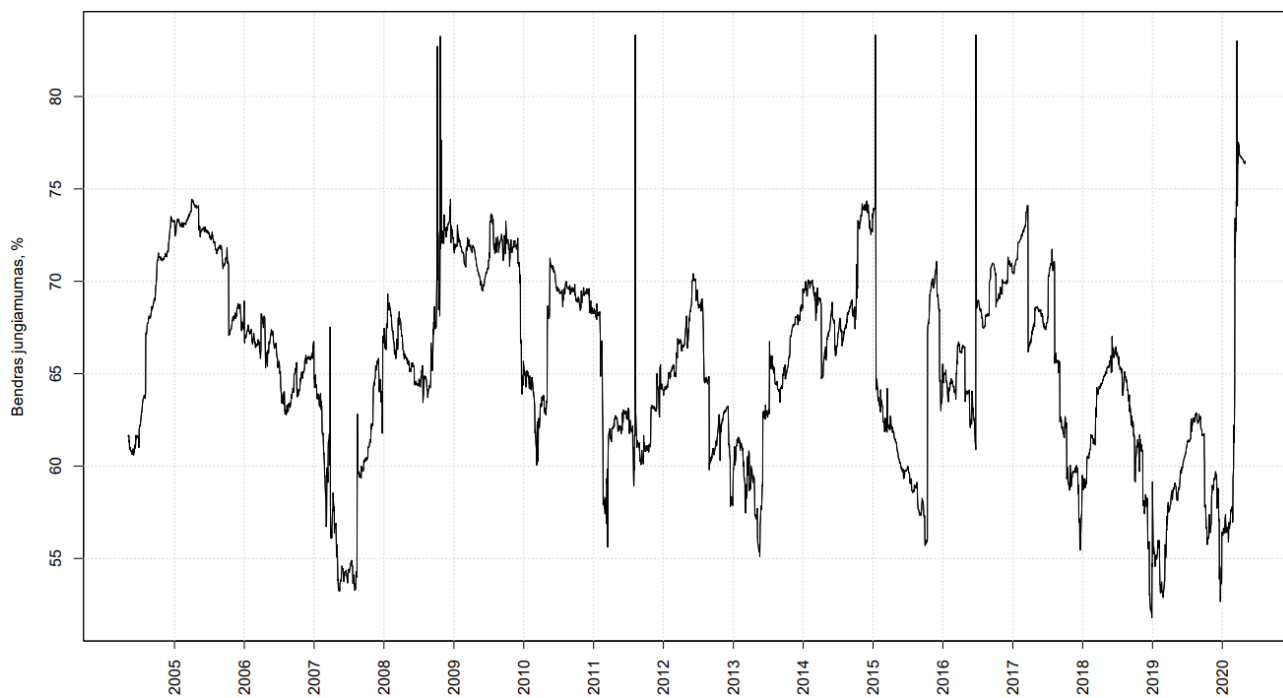
Toliau atliekame realizuoto kintamumo jungiamumo modeliavimą. Tai darome tokiu pačiu būdu kaip ir su mažo dažnio duomenimis, tačiau šį kartą galime atlikti dažnio dekompoziciją. Bendro jungiamumo grafikas per visas dažnio juostas pateiktas 18 paveiksle, o jungiamumo grafikai dažnio juostoje d_1 , d_2 ir d_3 – 19, 20 ir 21 paveiksluose atitinkamai.

Iš toliau pateikiamų grafikų matome gan stipriai pasikeitusią jungiamumo dinamiką. Jungiamumas svyruoja tarp 55% ir 75%, su minimalia reikšme lygia 51,79%, ir maksimalia reikšme lygia 83,33%. Aukštas jungiamumas šiuo laikotarpiu yra lauktas rezultatas, nes pastarieji 20 metų buvo ištis permainingi ekonomine ir finansine prasme. Matome, jog jungiamumas didžiausius šuolius patiria 2008 metų pasaulinės ekonominės krizės metu, Europos suverenių skolų krizės (ESDC) metu, „Brexit“ referendumo metu bei dabar. Šie rezultatai taip pat yra laukti ir tikėti, tačiau matome ir kitų aukšto jungiamumo periodų, pavyzdžiui, 2004-2007 metai. Šiuo laikotarpiu jokių ryškiai pastebimų,

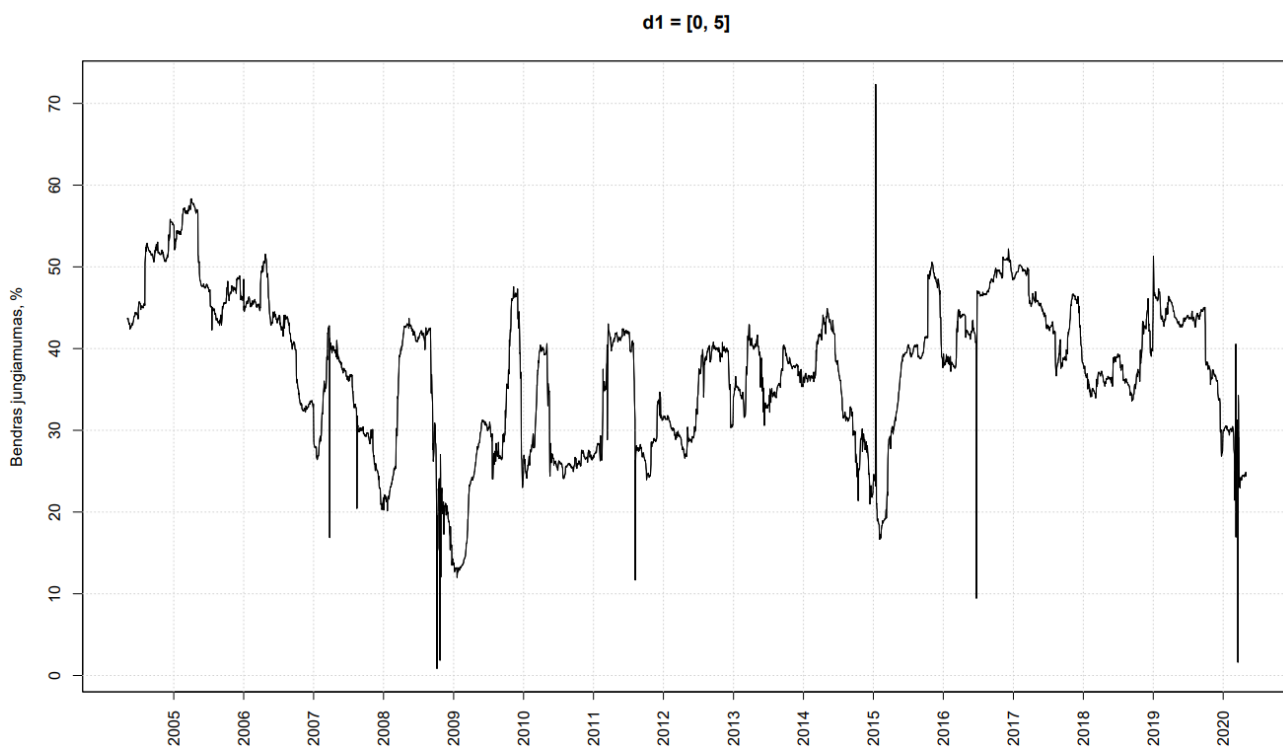
pasaulinę ekonominę būklę įtakojančių, įvykių nustatyti negalima. Tačiau galime pažvelgti į dažnio juostą d_1 , kuri atspindi trumpalaikius rinkos judesius. Lyginant su kitomis juostomis, jungiamumas šioje juostoje yra daug didesnis nei kitose juostose (d_1 juostoje jungiamumas svyruoja tarp 40-60%, o tuo tarpu d_2 ir d_3 juostose tik apie 10-20%). Tai leidžia spręsti, jog šiuo laikotarpiu pasaulio ekonomika buvo gan stiprioje pozicijoje ir dėl to laisvai vyko prekyba. Aukštas jungiamumas šiuo laikotarpiu tiesiog atspindi aukštą investuotojų aktyvumą, dėl kurio stiprėjo JAV dolerio kursas ir atitinkamai silpnėjo kitų 5 valiutų kursai.

Panašią situaciją matome ir 2015 metais, kai Šveicarijos centrinis bankas atsisakė 1,20 CHF/EUR ribos. Šiuo momentu matomas staigus ir didelis jungiamumo šuolis, kuris jungiamumą perkelia per 80% ribą. Įprastu atveju, tai laikytume pasaulinės krizės indikatoriumi, tačiau, atidžiau pažvelgę į dažnio juostas, galime pastebėti, jog jungiamumas pasireiškia tik trumpalaikių judesių dažnio juostose, o vidutinės trukmės ir ilgalaikių judesių dažnio juostoje jo elgsena priešinga – krenta iki beveik žemiausios reikšmės per visą tirtą laikotarpį. Iš to galime spręsti, jog minėtas Šveicarijos centrinio banko sprendimas tik paskatino ekonomikos stiprėjimą, o jo perduota sisteminė rizika atspindi tik valiutų kursų šuolius, dėl padidėjusios prekybos.

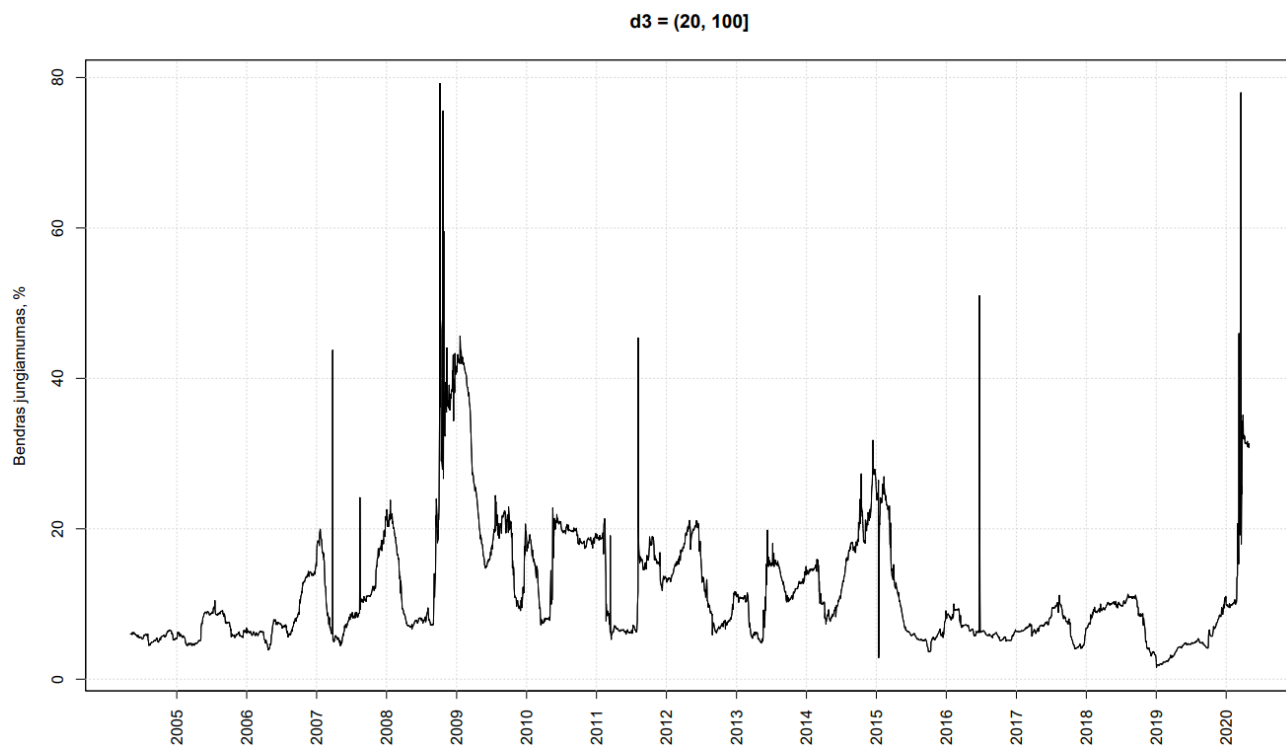
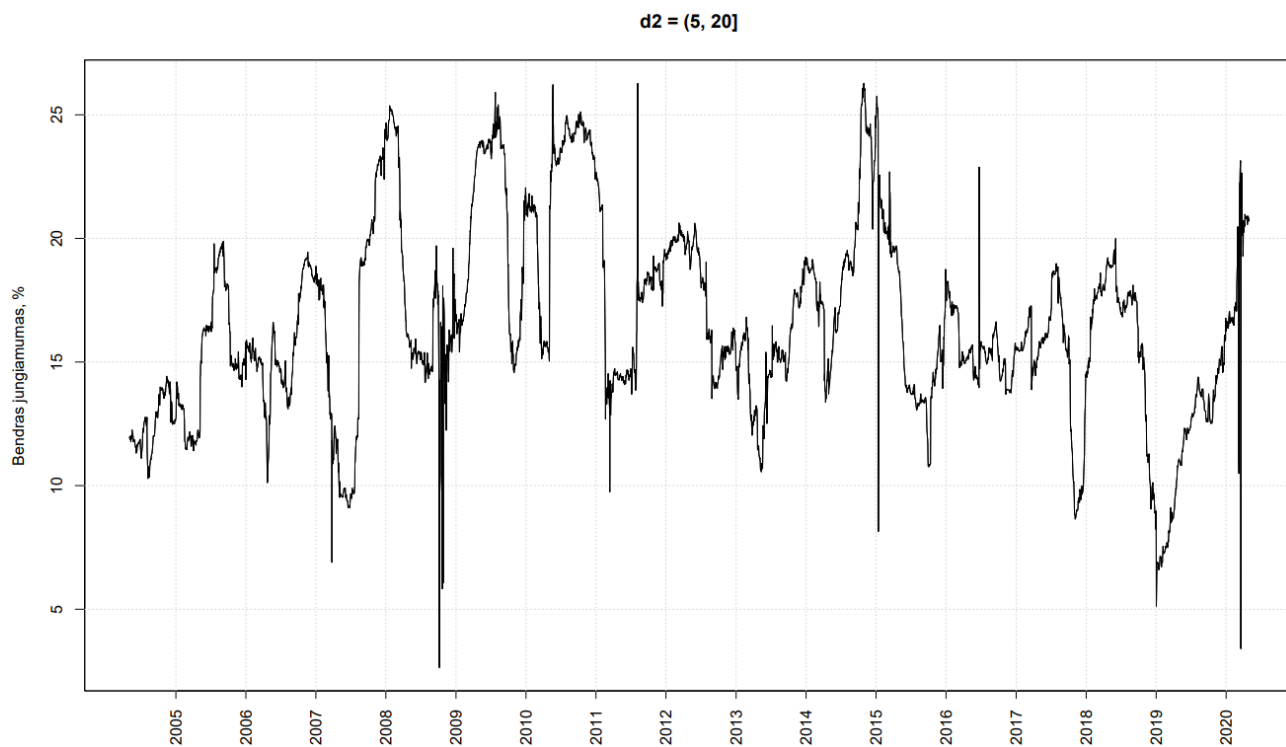
Tikriausiai svarbiausias dalykas, kurį galime pastebėti iš pateiktų grafikų, tai jungiamumo šuoliai pasaulinių ekonominių įvykių metu žemo dažnio juostoje (žr. 21 pav.). Matome, kad išaugus jungiamumui žemo dažnio juostoje, jungiamumas stipriai krenta aukštesnio dažnio juostose, bet bendras jungiamumas (žr. 18 pav.) išlieka labai aukštas. Dėl to, norint tinkamai įvertinti esamą pasaulio ekonomikos padėtį, šio darbo autorius siūlo pirmiausia vadovautis žemo dažnio juostos jungiamumu.



18 pav. Bendras jungiamumas, naudojant aukšto dažnio duomenis bei $H = 100$.



19 pav. Bendras jungiamumas dažnio juostoje d_1 , naudojant aukšto dažnio duomenis.



Išvados

1. Tyrimo metu buvo atliktas kintamumo bei jungiamumo užsienio valiutų rinkoje modeliavimas. Buvo pastebėta, jog modeliuojant mažo dažnio duomenų kintamumą, modelyje įvedamas didelis kiekis triukšmo, kuris neatspindi tikrovės. Dėl to, modeliuojant jungiamumą, negalime taikyti ilgų prognozavimo horizontų bei taikyti Baruník‘o ir Křehlík‘o metodologijos, kuri šių horizontų reikalauja.
2. Siekiant praplėsti prognozavimo horizontą, darbe buvo pasiūlyta naudoti Barndorff-Nielsen‘o metodologiją, blogo kintamumo modeliavimui iš aukšto dažnio duomenų. Naudojant šią metodologiją, buvo gauti kintamumo bei jo pasiskirstymo skirtingose dažnio juostose įvertinimai, leidžiantys gerai įvertinti realią ekonominę situaciją per pastaruosius 16 metų.
3. Naudojant aukšto dažnio duomenų kintamumo modelį buvo atlikta jungiamumo dažnio dekompozicija į dažnio juostas. Pasirinktos dažnio juostos leido tinkamai įvertinti visus jungiamumo šuolius bei jų pobūdį. Darbe buvo pastebėtas žemo dažnio juostos svarbumas, vertinant pasaulinių ekonominių krizių stiprumą. Naudojant visas tris dažnio juostas $d_1 \in [0, 5]$, $d_2 \in (5, 20]$, $d_3 \in (20, 100]$ galima tinkamai įvertinti, dėl ko kyla jungiamumo šuolis.
4. Atlikus jungiamumo modeliavimą paskutiniams 16 metų, buvo nustatytas vidutinis 65,39% bendras jungiamumas, iš kurio 37,32% sutelkta aukšto dažnio juostoje d_1 , 16,54% - vidutinio dažnio juostoje d_2 ir 11,52% - žemo dažnio juostoje d_3 . Iš šių rezultatų galime spręsti, jog valiutų kursų rinka yra stipriai apjungta (65,39%) net ir finansinio stabilumo laikotarpiu.
5. Didžiausi nuokrypiai nuo vidurkio žemo dažnio juostoje buvo nustatyti 2008 metų pasaulinės ekonominės krizės metu (iki 79,21%), bei COVID-19 koronaviruso pandemijos metu (iki 77,98%). Atitinkamai, tuo pačiu metu sumažėjo jungiamumas kitose dažnio juostose. Dėl to galime spręsti, jog šiuo metu pasaulio ekonomika išgyvena panašaus stiprumo ekonominę krizę, kokią patyrėme 2008 metais.
6. Gautas modelis gerai tinka sisteminės rizikos valdymo modelių kūrimui. Kadangi dažnio juostos leidžia gerai atskirti ar jungiamumo pokyčiai yra blogi ar geri, tai tinkamai parinkus dažnio juostas bei ribines reikšmes, įmanoma konstruoti tinklų teorijos modelius su labai informatyviais kryptiniais kraštinių koeficientais.
7. Metodas galėtų būti tobulinimas įvedant gerą kintamumą (kintamumą iš teigiamų gražų) ir taip įvertinant jungiamumo asimetriškumą. Taip pat, būtų įdomu patyrinėti kitų finansų rinkų duomenis, pavyzdžiui, kredito rizikos apsikeitimo išsklotines ar kitas. Taip būtų išvengiama vieno paslėpto kintamojo, kuris šiame tyrime buvo JAV doleris, problemos. Dėl 2004-2006 metų JAV ekonomikos augimo, grafike matome didėjančią jungiamumą, kuris nors ir paaiškinamas iš aukšto dažnio jungiamumo juostos, tačiau optimaliu atveju – iš vis nebūtų modeliuojamas.

Literatūros saraksts

1. *Lehman Brothers*, [interaktyvus], žiūrēta 2020-03-29. Prieiga per: https://en.wikipedia.org/wiki/Lehman_Brothers
2. KAUFMAN, George G. *Banking, financial markets, and systemic risk*. Jai Press, 1995.
3. PARK, Yung Chul. The Financial Crisis in Korea and Its Lessons for Reform of the International Financial System. *Regulatory and Supervisory Challenges in a New Era of Global Finance*, 1998.
4. CALVO, Guillermo A.; MENDOZA, Enrique G. Rational contagion and the globalization of securities markets. *Journal of international economics*, 2000, 51.1: 79-113. Prieiga per: doi: [https://doi.org/10.1016/S0022-1996\(99\)00038-0](https://doi.org/10.1016/S0022-1996(99)00038-0)
5. SCHINASI, Garry J.; SMITH, R. Todd. *Portfolio diversification, leverage, and financial contagion*. In: *International financial contagion*. Springer, Boston, MA, 2001. p. 187-221. ISBN 978-1-4419-4876-2
6. KAMINSKY, Graciela L.; REINHART, Carmen M.; VEGH, Carlos A. The unholy trinity of financial contagion. *Journal of economic perspectives*, 2003, 17.4: 51-74. Prieiga per: doi: <https://doi.org/10.1257/089533003772034899>
7. BERBEN, Robert-Paul; JANSEN, W. Jos. Comovement in international equity markets: A sectoral view. *Journal of International Money and Finance*, 2005, 24.5: 832-857. Prieiga per: doi: <https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2005.04.001>
8. CHIANG, Thomas C.; JEON, Bang Nam; LI, Huimin. Dynamic correlation analysis of financial contagion: Evidence from Asian markets. *Journal of International Money and Finance*, 2007, 26.7: 1206-1228. Prieiga per: doi: <https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2007.06.005>
9. SYLLIGNAKIS, Manolis N.; KOURETAS, Georgios P. Dynamic correlation analysis of financial contagion: Evidence from the Central and Eastern European markets. *International Review of Economics & Finance*, 2011, 20.4: 717-732. Prieiga per: doi: <https://doi.org/10.1016/j.iref.2011.01.006>
10. DIEBOLD, Francis X.; YILMAZ, Kamil. Better to give than to receive: Predictive directional measurement of volatility spillovers. *International Journal of Forecasting*, 2012, 28.1: 57-66. Prieiga per: doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2011.02.006>
11. BARUNÍK, Jozef; KŘEHLÍK, Tomáš. Measuring the frequency dynamics of financial connectedness and systemic risk. *Journal of Financial Econometrics*, 2018, 16.2: 271-296. Prieiga per: doi: <https://doi.org/10.1093/jjfinec/nby001>
12. SCHWARCZ, Steven L. Systemic Risk. *Georgetown Law Journal*, 2008, 97: 193.
13. *Systemic Risk*, [interaktyvus], žiūrēta 2020-03-29. Prieiga per: <https://www.investopedia.com/terms/s/systemic-risk.asp>
14. *Great Recession*, [interkatyvus], žiūrēta 2020-03-29. Prieiga per: https://en.wikipedia.org/wiki/Great_Recession
15. *American International Group*, [interaktyvus], žiūrēta 2020-03-29. Prieiga per: https://en.wikipedia.org/wiki/American_International_Group

16. *Financial Contagion*, [interaktyvus], žiūrėta 2020-03-30. Prieiga per:
<https://www.bloomberg.com/quicktake/financial-contagion>
17. *Asymmetric Information*, [interaktyvus], žiūrėta 2020-03-30. Prieiga per:
<https://www.investopedia.com/terms/a/asymmetricinformation.asp>
18. KOU, Gang, et al. Machine learning methods for systemic risk analysis in financial sectors. *Technological and Economic Development of Economy*, 2019, 25.5: 716-742. Prieiga per: doi:
<https://doi.org/10.3846/tede.2019.8740>
19. ARAKELIAN, Veni, et al. Sovereign risk zones in Europe during and after the debt crisis. *Quantitative Finance*, 2019, 19.6: 961-980. Prieiga per: doi: <https://doi.org/10.1080/14697688.2018.1562197>
20. *Copula (probability theory)* [interkatyvus]. Prieiga per:
[https://en.wikipedia.org/wiki/Copula_\(probability_theory\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Copula_(probability_theory))
21. ARAKELIAN, Veni; DELLAPORTAS, Petros. Contagion determination via copula and volatility threshold models. *Quantitative Finance*, 2012, 12.2: 295-310.
22. SCHWENDNER, Peter, et al. European government bond dynamics and stability policies: taming contagion risks. 2015. Prieiga per: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3144053
23. CONT, Rama, et al. Network structure and systemic risk in banking systems. *Edson Bastos e, Network Structure and Systemic Risk in Banking Systems (December 1, 2010)*, 2010. Prieiga per:
https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1733528
24. MARTÍNEZ-JARAMILLO, Serafin, et al. Systemic risk, financial contagion and financial fragility. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2010, 34.11: 2358-2374. Prieiga per: doi:
<https://doi.org/10.1016/j.jedc.2010.06.004>
25. CERCHIELLO, Paola; GIUDICI, Paolo; NICOLA, Giancarlo. Twitter data models for bank risk contagion. *Neurocomputing*, 2017, 264: 50-56. Prieiga per: doi:
<https://doi.org/10.1016/j.neucom.2016.10.101>
26. *CBOE Volatility Index (VIX) Definition*. [interaktyvus]. Prieiga per:
<https://www.investopedia.com/terms/v/vix.asp>
27. BARNDORFF-NIELSEN, O.; KINNEBROCK, S.; SHEPHARD, N. Volatility and time series econometrics: Essays in honor of robert f. engle, chapter measuring downside risk-realised semivariance. 2010.
28. ENGLE, Robert F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1982, 987-1007. Prieiga per: doi: 10.2307/1912773
29. BOLLERSLEV, Tim. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 1986, 31.3: 307-327. Prieiga per: <http://www.u.arizona.edu/~rlo/readings/278762.pdf>
30. BARNDORFF-NIELSEN, Ole E.; SHEPHARD, Neil. Econometric analysis of realized volatility and its use in estimating stochastic volatility models. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 2002, 64.2: 253-280.

31. KOOP, Gary; PESARAN, M. Hashem; POTTER, Simon M. Impulse response analysis in nonlinear multivariate models. *Journal of econometrics*, 1996, 74.1: 119-147.
32. PESARAN, H. Hashem; SHIN, Yongcheol. Generalized impulse response analysis in linear multivariate models. *Economics letters*, 1998, 58.1: 17-29.
33. *Economic Research. Federal Reserve Bank of St. Louis*. [interaktyvus]. Prieiga per: <https://fred.stlouisfed.org/categories/94>
34. *Dukascopy. Swiss Banking Group*. [interaktyvus]. Prieiga per: <https://www.dukascopy.com/swiss/english/marketwatch/historical/>
35. KOU, Gang, CHAO, Xiangrui, PENG, Yi, ALSAADI, Fawaz. E., HERRERA-VIEDMA, Enrique. Machine learning methods for systemic risk analysis in financial sectors. *Technological and Economic Development of Economy*, 2019, 25-5: 716-742.