

## Daugiasluoksnio strypo mechaninių parametru skaičiavimo algoritmas ir jo realizacija

Vytautas KLEIZA (MII), Rita LAURIKIETYTĖ (KTU)

el. paštas: vytautas.kleiza@ktl.mii.lt, rastine@midi.ppf.ktu.lt

Straipsnyje pristatomos programos, kuriose naudojamas daugiasluoksnių konstrukcinių elementų (DKE) parametru skaičiavimo algoritmas, realizuojantis idealizuotą (pasirinktas vienmatis ašinio tempimo tamprumo zonoje DKE modelis), kuris būdamas paprastu esti pakankamai adekvatus. Programos – mokomosios, todėl toks idealizacijos lygmens pasirinkimas supaprastino algoritmą kartu atspindėdamas esminius DKE parametru skaičiavimo metodų ypatumus. Programos palygintos su panašia užsienyje sukurta programa, skaičiuojančia dviejų medžiagų kompozitą tamprioje zonoje. Nustatytas minimalus pradinių duomenų skaičius, įgalinantis suskaičiuoti visus DKE mechaninius parametrus, būtinus DKE projektavimui.

Sukurtas naujas matricinis algoritmas, kurį realizuoja viena iš pristatomų programų (tik MathCad-2000 terpėje), suprojektuota ir suprogramuota grafinė vartotojo sąsaja. Skaičiavimams sukurtos dvi originalios taikomosios programos: pirmoji – kompanijos *Mathsoft* matematiniame pakete *MathCad-2000* (realizuoja matricinį algoritmą), antroji – kompanijos *Microsoft* objektinėje programavimo kalboje *Visual Basic 6* (realizuoja matricinį algoritmą, skaičiuoja tris dažniausiai naudojamas daugiasluoksnės struktūras). Abi programos veikia Windows 9x/ME/2000/XP operacinėse aplinkose.

Programos pateikia pakankamai tikslūs skaičiavimo ir grafinius rezultatus, todėl gali būti naudojamos ir realių konstrukcijų skaičiavimui. Programos buvo išbandytos dalyvaujant Mechanikos inžinerijos katedrų dėstytojams. Iš klausius kiekvieno pastarųjų pastabas ir pageidavimus, padaryti kai kurie pataisymai. Programos sudomino dėstytojus, nes pastarosios įgalina studentą ar dėstytoją atsiriboti nuo rutininių skaičiavimų, koncentruojant dėmesį į pačių DKE projektavimą ir jų mechaninę esmę.

Darbuose [1–2] įrodyti baziniai teiginiai įgalinantys skaičiuoti pagrindinius kompozicinio strypo mechaninius parametrus tamprioje zonoje. Čia buvo nagrinėjamas kompozitas arba DKE sudarytas iš  $n$  izotropinių sluoksnių (apribotų stačiais cilindriniais paviršiais), kuris tempiamas išorinės apkrovos  $F$  kolinearūs cilindrų sudaromoms taip, kad jo galinės plokštumos lieka lygiagrečiomis. Esant tokioms prielaidoms visuose sluoksniuose esti centrinis tempimas (nėra skerspjūvių deplanacijos), o DKE geometriją pilnai nusako pastarojo skerspjūvis (dvimatė, nebūtinai vienjungė sritis)

$$D = \bigcup_{i=1}^n D_i, \quad D_i \cap D_j = \emptyset, \quad \forall i \neq j,$$

čia  $D_i$  – sluoksnių skerspjūviai. Tokių DKE galima pilnai aprašyti nusakant jo geometriją, sluoksnių skerspjūvio plotus

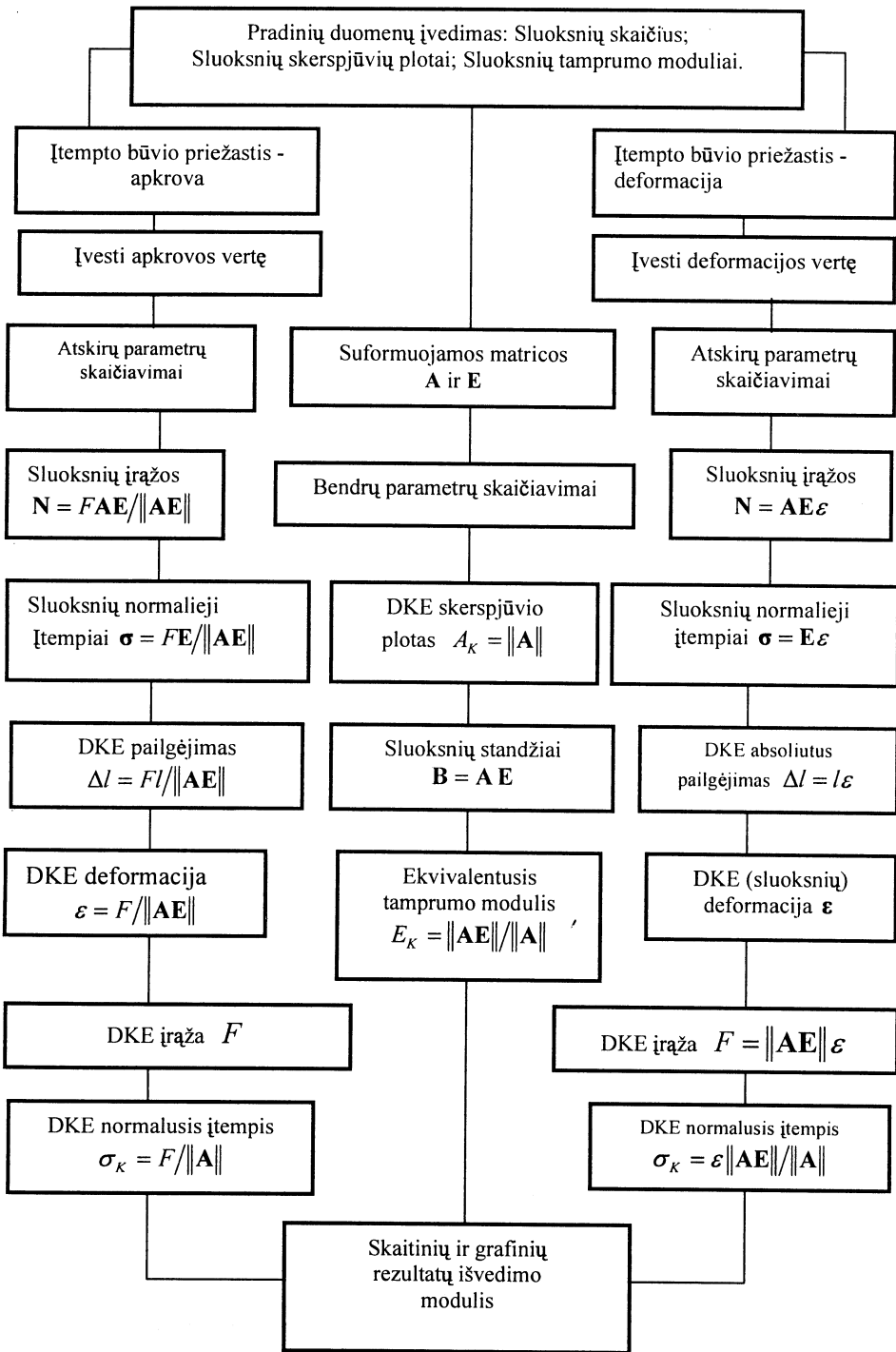
$$A_i = \iint_{D_i} dx dy \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

ir pastarųjų tamprumo modulius  $E_1, E_2, \dots, E_n$  (tiesinio tamprumo atveju), kuriems naudosime matricinius žymėjimus. Tegul  $\mathbf{M}_n^d - n \times n$  diagonalinių matricių erdvė, o DKE parametrai nusakomi sekančiomis matricėmis su teigiamais diagonaliniais elementais iš erdvės  $\mathbf{M}_n^{+d} \subset \mathbf{M}_n^d$ : sluoksnių skerspjūvio plotų matrica  $\mathbf{A}$  ir sluoksnių tamprumo modulių matrica  $\mathbf{E}$ . Tokių matricių erdvėje  $\mathbf{M}_n^{+d}$  galima įvesti pusiau normą  $\|\mathbf{A}\| = \text{trace}\mathbf{A}$ . Kadangi  $\mathbf{M}_n^{+d}$  yra komutatyvi grupė sandaugos operacijos atžvilgiu, galima gauti kompaktiškas ieškomų DKE parametrų išraiškas nepriklausančias nuo sluoksnių skaičiaus ir analogiškas skaliarinėms (vieno sluoksnių atvejis). Tegul visi DKE sluoksniai tenkina Hooke'o dėsnį su tamprumo moduliais  $\mathbf{E} \in \mathbf{M}_n^{+d}$ . Tokių DKE vadinsime tiesiškai tampriu, o skaičiavimo aspektu čia galimi du atvejai: DKE įtempto būvio vienintele priežastimi ir žinomu dydžiu yra statinė arba dinaminė apkrova  $\mathbf{F}$  (DKA – statiškai neapibrėžta sistema); DKE įtempto būvio vienintele priežastimi yra statinė arba dinaminė deformacija  $\varepsilon$  (DKA yra statiškai apibrėžta sistema).

Atsižvelgiant į rezultatus gautus darbuose [1–2] siūloma tokia (1 pav.) kompozito (sudaryto iš bet kokio sluoksnių skaičiaus) mechaninių parametrų programos struktūra. Skaičiavimo algoritmai (pastarieji nurodyti struktūrinėje diagramoje 1 pav.) yra matricinės algebros operacijos diagonalinių matricių erdvėje  $\mathbf{M}_n^{+d}$ , todėl pastarųjų realizavimui pasirinktas kompanijos Mathsoft paketas *MathCad-2000-Profesional* [3]. Programos struktūriniai vienetai: pradinių duomenų įvedimo modulis, pagalbinis duomenų apdorojimo modulis (specialių matricių skaičiavimo paprogramė), pagrindinis skaičiavimų modulis ir skaitinių ir grafinių rezultatų išvedimo modulis. Globaliniai programinio kodo kintamieji: *Integer* tipo:  $n$  – DKE sluoksnių skaičius, *Real* tipo:  $F$  [N] – DKE įraža, arba  $\varepsilon$  – DKE deformacija, ir  $L$  [m] – DKE ilgis, *Matrix* tipo (matricos su *Real* tipo elementais, *MathCad* kintamasis [3])  $\mathbf{A}$  [m<sup>2</sup>],  $\mathbf{E}$  [N/m<sup>2</sup>]. Programa veikia operacinėje sistemoje *Windows XP*, vartotojo sąsaja – grafinė aplinka, programavimo sistema – matematinis paketas *Mathcad-2000-profesional* ir yra atviro kodo.

Žemiau pateiktas pirmosios programos fragmentas (duota kompozito apkrova). Pradiniai duomenys (ilgis [m], apkrova [N], sluoksnių skerspjūvių plotai [m<sup>2</sup>] ir tamprumo moduliai [N/m<sup>2</sup>]):

$$L := 2, \quad F := 1000, \quad A_V := \begin{pmatrix} 2 \cdot 10^{-4} \\ 1, 20 \cdot 10^{-4} \\ 1, 20 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix}, \quad E_V := \begin{pmatrix} 400 \cdot 10^9 \\ 160 \cdot 10^9 \\ 100 \cdot 10^9 \end{pmatrix}.$$



1 pav. Kompozito mechaninių parametų skaičiavimo programos struktūra ir pagrindiniai algoritmai.

Kompozito parametrai (skačiavimo rezultatai):

|  |                                  |
|--|----------------------------------|
| bendrasis kompozito plotas [m <sup>2</sup> ]   | $A_K = 4,4 \times 10^{-4}$ ;     |
| kompozito tamprumo modulis [N/m <sup>2</sup> ] | $E_K = 2,527 \times 10^{11}$ ;   |
| kompozito standis [N]                          | $B_K = 1,112 \times 10^8$ ;      |
| kompozito įraža [N]                            | $N_K = 1 \times 10^3$ ;          |
| kompozito įtempis [N/m <sup>2</sup> ]          | $\sigma_K = 2,273 \times 10^6$ . |

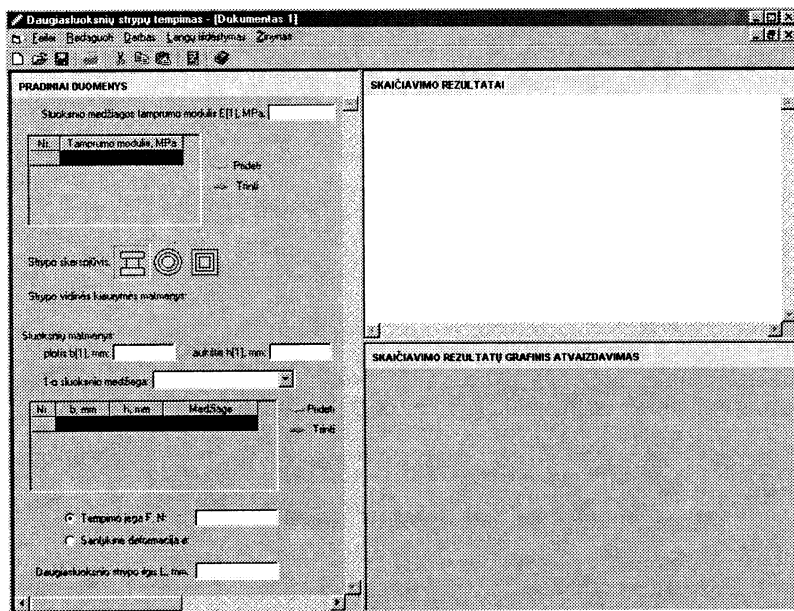
Sluoksnių parametrai (skačiavimo rezultatai):

|  |   |
|--|---|
| sluoksnių standžiai [N]                | $B_V^T = (8 \times 10^7 \quad 1,92 \times 10^7 \quad 1,2 \times 10^7)$ ;          |
| sluoksnių įrašos [N]                   | $N_V^T = (719,424 \quad 172,662 \quad 107,914)$ ;                                 |
| sluoksnių įtempiai [N/m <sup>2</sup> ] | $\sigma_V^T = (1,6 \times 10^4 \quad 2,304 \times 10^3 \quad 1,44 \times 10^3)$ . |

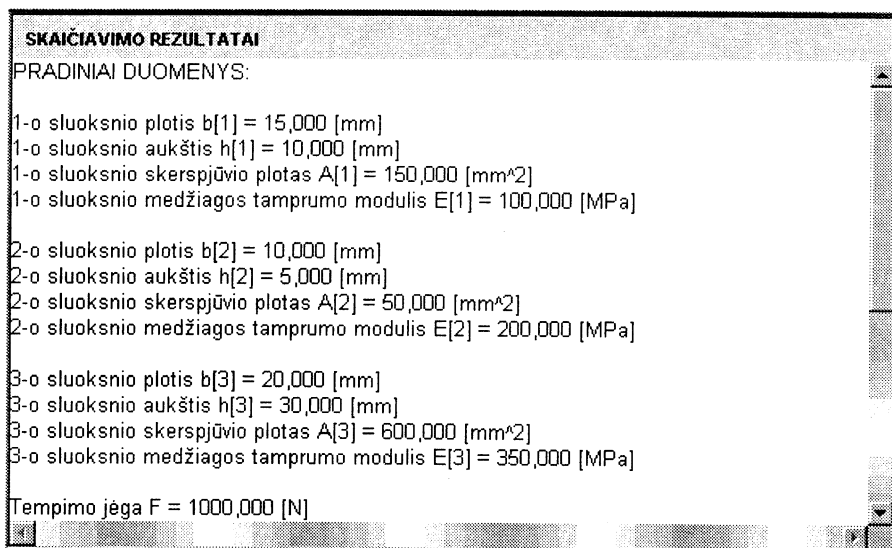
Bendri parametrai (skačiavimo rezultatai):

|   |  |
|---|--|
| sluoksnių ir kompozito deformacija                | $\varepsilon_K = 8,993 \times 10^{-6}$ ; |
| sluoksnių ir kompozito absoliutus pailgėjimas [m] | $\Delta L_K = 1,799 \times 10^{-6}$ .    |

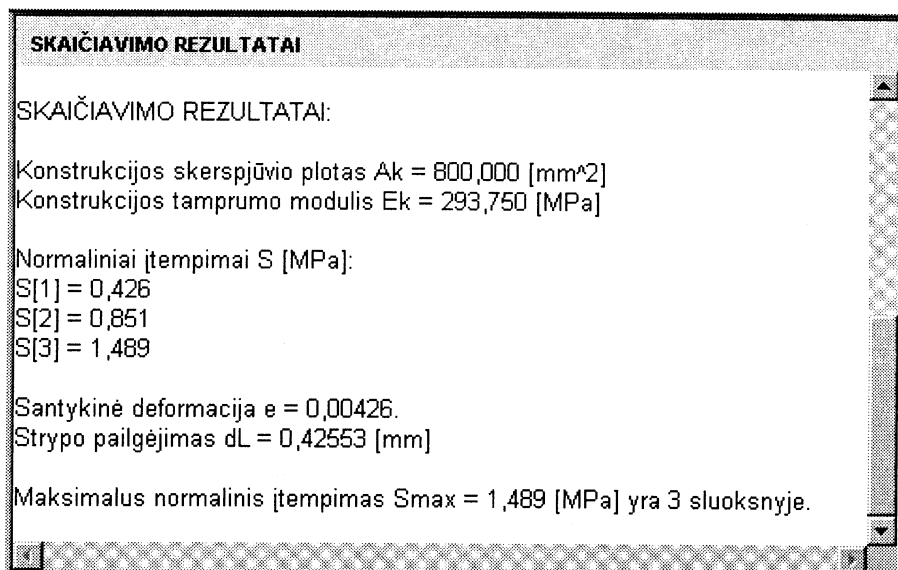
Antroje programoje realizuotas tiesioginis DKE skaičiavimo algoritmas [2]. Pastaroji patogesnė naudojimui, nes turi patogų grafinį interfaisą ir suprogramuotas dažnai pasitaikančias tris DKE konstrukcijas. Žemiau 2–4 pav. pateikti pagrindiniai antrosios programos langai.



2 pav. Pagrindinis programos langas.



3 pav. Pradinių duomenų langas.



4 pav. Skaičiavimo rezultatų langas.

### Literatūra

1. V. Kleiza, Tampriai plastinio uždavinio sprendimas komutuojančių matricių erdvėje, *Liet. matem. rink.*, 41(spec. nr.), 511–516 (2001).

2. J. Bareišis, V. Kleiza, Calculation of stretched multilayer bars under elastic and plastoelastic deformation, in: *Proceedings of International Conference "Mechanika-2001"*, KTU, Technologija, Kaunas (2001), pp. 254–259.
3. M. Horharger, H. Partoll, *MathCad-2000. Einführung, Anwendung, Referenz*, Addison–Wesley, Bonn (2000).

## SUMMARY

***V. Kleiza, R. Laurikietytė. The algorithm software program for calculating the mechanical parameters of multilayer rod***

This work presents the software program for multilayer structural elements design. The main users of the software should be bachelor and master students of mechanical technology department and their professors as well. The program can be successfully applied for computations of mechanical characteristics of the real (industrial) problems. This program is able to choose the multilayer structural elements type and its mechanical and geometrical parameters. While the program is running the user can watch the calculated values of the parameters, plots of the main dependencies and explanations of main operations being performed with the program variables. The algorithm of the program assumes that the model multilayer structural elements is idealized, i.e. uniaxial stretching, which is simple and quite adequate. The program is developed for training purposes, so the algorithm used is idealized and not sophisticated but preserving the main features of multilayer structural elements calculation.

*Keywords:* multilayer structural element, software, training, design.