

Daugelio rizikų pasėlių draudimo nuostolingumo tyrimas

Lina Žalgirytė, Gediminas Račkauskas

Kauno technologijos universitetas, Fundamentalųjų mokslų fakultetas
Studentų g. 50, LT-51368 Kaunas
E. paštas: lina.zalgiryte@stud.ktu.lt; gediminas.rackauskas@ktu.lt

Santrauka. Pirmoje darbo dalyje tirtas penkių pasėlių augalų draudimo nuostolingumo pasiskirstymas ir spęstas aproksimavimo uždavinys. Gauta, kad duomenų aproksimavimui geriausiai tinka nupjautas pastumtas Pareto skirstinys. Antroje dalyje tikrinta priklausomybė tarp oro sąlygų ir draudimo nuostolingumo. Gauti rezultatai rodo, kad ši priklausomybė silpna. Draudimo nuostolingumą įtakoja ne tik temperatūra ir kritulių kiekis, bet ir kiti faktoriai.

Raktiniai žodžiai: daugelio rizikų pasėlių draudimas, nuostolingumas, nupjautas pastumtas Pareto skirstinys, daugialypė tiesinė regresija.

Įvadas

Pasėlių draudimas – vienas populiariausių rizikos, susijusios su klimatinėmis ar ekonominėmis sąlygomis, valdymo būdų. Draudimo programos ir draudžiamos pasėlių kultūros įvairiose šalyse skiriasi, priklausomai nuo valstybės pasirinktos žemės ūkio politikos strategijos, auginamų pasėlių augalų ir klimatinių sąlygų. Kadangi Lietuvoje esamų duomenų nėra daug, tyrimui pasirinkta JAV dalis, savo plotu artima Lietuvai.

Šiame darbe tirtas penkių pasėlių augalų daugelio rizikų pasėlių draudimo (DRPD) nuostolingumo pasiskirstymas ir spęstas duomenų aproksimavimo uždavinys. DRPD yra labiausiai paplitęs JAV, be to tokio tipo draudimą gali rinktis ūkininkai Lietuvoje. Pasirinktas tyrimo laikotarpis 1995–2005 metai. Tyrimui pasirinkta Šiaurės Dakotos valstijos (JAV) rytinė dalis – 17 apygardų. Teritorijos pasirinkimą lėmė tai, kad Šiaurės Dakotos valstijoje draudžiama 84–100% viso pasėlių ploto [4]. Be to Šiaurės Dakotos valstijoje vienas didžiausių polisų, kuriems fiksuota žala, skaičių visoje JAV [4]. Taigi gaunamas pakankamas draudimo duomenų kiekis – o tai yra vienas svarbiausių veiksnių, renkantis tyrimo regioną. Dar viena priežastis, lėmusi regiono pasirinkimą yra ta, kad tiek Lietuvoje, tiek pasirinktoje teritorijoje dalis auginamų augalų sutampa. Be to dalis pasirinktoje teritorijoje draudžiamų pasėlių augalų draudžiama ir Lietuvoje. Iš draudžiamų pasėlių augalų sąrašo pasirinkti kviečiai, miežiai, rapsai, cukriniai runkeliai ir bulvės. Darbe naudoti draudimo nuostolingumo duomenys gauti iš Rizikos Valdymo Agentūros internetinio puslapio. Tikrinti pasiskirstymo dėsniai: gama, log-normalusis ir pastumtas Pareto. Draudimo nuostolingumo duomenų aproksimavimui parinktas nupjautas pastumtas Pareto skirstinys. Šis skirstinys savo forma (palyginus tankio funkcijų grafikus) ir apskaičiuotomis charakteristikomis geriausiai atitiko draudimo duomenų pasiskirstymą.

Tyrimai rodo, kad klimato kaita įtakoja pasėlių derlingumą [1]. Padidėjęs pasėlių draudimo nuostolingumas taip pat gali būti siejamas su klimato pasikeitimu [3]. Todėl šiame darbe tikrinta, ar yra priklausomybė tarp draudimo nuostolingumo ir oro sąlygų. Darbe tirta nuostolingumo priklausomybė nuo augalų augimui palankios temperatūros ir kritulių kiekio. Taikyta daugialypė tiesinė regresija su apribojimais ir fiktyviais kintamaisiais. Gauti rezultatai rodo, kad tirtų pasėlių augalų draudimo nuostolingumą įtakoja ne tik augalų augimui palanki temperatūra ir kritulių kiekis, bet ir kiti faktoriai.

1 Pasiskirstymo tyrimas

Draudimo nuostolingumo skirstiniai turi labai ilgą dešinę uodegą. Tiriamu atveju imčių vidurkis ir standartinis nuokrypis skyrėsi nedaug, todėl buvo pasirinktas reikšmių lyginimas pagal vidurkį, o ne pagal standartinį nuokrypį. Draudimo nuostolingumo duomenų reikšmės, didesnės nei trys vidurkio reikšmės, priskirtos katastrofiniam nuostolingumui. Šios reikšmės sudarė 3,98–6,54% turimų duomenų ir aproksimavime nenaudotos. Atmetus dalį duomenų, gaunama imtis, iš kairės apribota minimalia, o iš dešinės maksimalia reikšme. Literatūroje dažnai naudojami gama, log-normalusis, Pareto skirstiniai [2, 5]. Aproksimavimas palengvintu nupjautu gama, palengvintu nupjautu pastumtu gama bei palengvintu nupjautu log-normaliuoju skirstiniu tiriamu atveju netiko. Skirstinių atitikimas vertintas skaičiuojant paklaidos įvertį pagal formulę

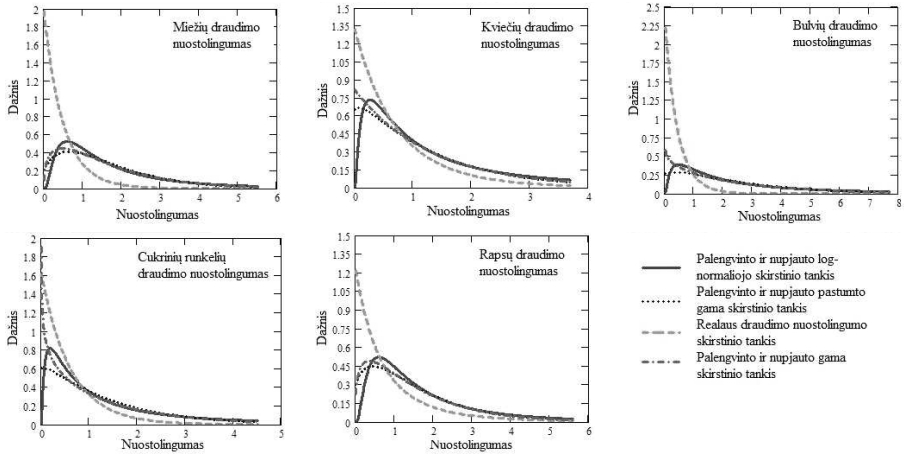
$$\begin{aligned}
 & \text{Paklaidos įvertis} \left(\begin{array}{c} \text{skirstinio} \\ \text{parametrai} \end{array} \right) \\
 &= \frac{2|\mu_{\text{Duomenu}} - \mu_{\text{skirstinio}}^{\text{Tiriamas}}|}{\mu_{\text{Duomenu}} + \mu_{\text{skirstinio}}^{\text{Tiriamas}}} + |\varepsilon_{\text{Duomenu}} - \varepsilon_{\text{skirstinio}}^{\text{Tiriamas}}| + |\gamma_1_{\text{Duomenu}} - \gamma_1_{\text{skirstinio}}^{\text{Tiriamas}}|,
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

čia $\varepsilon = \frac{\sqrt{\sigma^2}}{\mu}$ yra santykinė nuokrypa. Pasirinktas toks paklaidos įvertis, kad būtų galima įvertinti realių duomenų ir sugeneruotų reikšmių atitikimą tiek pagal vidurkį, tiek pagal dispersiją, tiek pagal asimetriškumą. Palengvinto nupjauto gama, palengvinto nupjauto pastumto gama bei palengvinto nupjauto log-normaliojo skirstinių paklaidos įverčiai pateikti 1 lentelėje. Matome, kad iš šių trijų skirstinių, didžiausi paklaidų įverčiai gauti nupjauto palengvinto log-normaliojo skirstinio atveju (0,1053 – 0,2804). Geresni rezultatai gauti abiem nagrinėtiems gama skirstiniams. Nupjauto palengvinto gama skirstinio paklaidos įverčio didžiausia reikšmė 0,1151, o nupjauto palengvinto pastumto gama skirstinio – 0,1815. Vertinant tik pagal paklaidos įvertį, nupjautas palengvintas gama skirstinys gerai atitinka kviečių ir rapsų, o nupjautas palengvintas pastumtas gama – miežių, kviečių ir rapsų draudimo nuostolingumą.

Norint geriau pagrįsti skirstinių atitikimą, buvo atliktas ir skirstinių tankių grafinis palyginimas. Gauta, kad dėl jų formos ypatumų ir prie geriausiai parinktų parametru palengvintas nupjautas gama, palengvintas nupjautas pastumtas gama, palengvintas nupjautas log-normalusis skirstinys savo forma neatitinka realaus turimų draudimo nuostolingumo duomenų pasiskirstymo (žr. 1 pav.). Analogiški ir hipotezių tikrinimo rezultatai.

1 lentelė. Skirstinių ir duomenų atitikimas.

Nuostolingumas	Paklaidos įvertis		
	Nupjautas palengvintas gama skirstinys	Nupjautas palengvintas pastumtas gama skirstinys	Nupjautas palengvintas log-normalusis skirstinys
Miežių	0,1151	0,0474	0,2804
Kviečių	0,0119	0,0337	0,1341
Rapsų	0,0411	0,0599	0,2436
Bulvių	0,1112	0,1815	0,1361
Cukrinių runkelių	0,0835	0,1024	0,1053



1 pav. Realaus draudimo nuostolingumo ir tirtų skirstinių tankio grafikai.

Pastumto Pareto atsitiktinio dydžio X tankis apibreziamas

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{\alpha \cdot (k+d)^\alpha}{(k+x)^{\alpha+1}}, & \text{kai } 0 < d < x; \\ 0, & \text{kitur.} \end{cases} \tag{2}$$

Palengvinto nupjauto pastumto Pareto atsitiktinio dydžio Y tankis

$$f_{PNY}(y) = \begin{cases} \frac{\alpha \cdot (k+d)^\alpha \cdot (k+y)^{-\alpha-1}}{1 - \left(\frac{k+d}{k+y_D}\right)^\alpha - \left(1 - \left(\frac{k+d}{k+y_K}\right)^\alpha\right)}, & \text{kai } y_K \leq y \leq y_D; \\ 0, & \text{kitur.} \end{cases} \tag{3}$$

Kai $d = y_K$, gaunamas nupjautas pastumtas Pareto skirstinys, kurio

$$f_{NY}(y) = \begin{cases} \frac{\alpha \cdot (k+y_K)^\alpha \cdot (k+y)^{-\alpha-1}}{1 - \left(\frac{k+y_K}{k+y_D}\right)^\alpha}, & \text{kai } y_K \leq y \leq y_D; \\ 0, & \text{kitur.} \end{cases} \tag{4}$$

Literatūroje nepavyko rasti nupjauto pastumto Pareto skirstinio pradinių arba centrinių momentų formulių. Buvo išvestos trijų pradinių momentų išraiškos, kai $\alpha = 1$, $\alpha = 2$, $\alpha = 3$, ir $\alpha > 3$. Kai $\alpha > 3$, gautos tokios nupjauto pastumto Pareto skirstinio trijų pradinių momentų išraiškos:

$$E_Y(y) = \mu_Y = \frac{(k+y_K)^\alpha \cdot (k+y_D)^\alpha}{(k+y_D)^\alpha - (k+y_K)^\alpha} \cdot \frac{1}{\alpha-1} \left(\frac{k+y_K \cdot \alpha}{(k+y_K)^\alpha} - \frac{k+y_D \cdot \alpha}{(k+y_D)^\alpha} \right), \tag{5}$$

$$E_Y(y^2) = \frac{(k+y_K)^\alpha \cdot (k+y_D)^\alpha}{(k+y_D)^\alpha - (k+y_K)^\alpha} \frac{1}{(\alpha-2)(\alpha-1)} \times \left(\frac{y_K^2 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot k \cdot y_K \cdot \alpha - y_K^2 \cdot \alpha + 2 \cdot k^2}{(k+y_K)^\alpha} - \frac{y_D^2 \cdot \alpha^2 + 2 \cdot k \cdot y_D \cdot \alpha - y_D^2 \cdot \alpha + 2 \cdot k^2}{(k+y_D)^\alpha} \right), \quad (6)$$

$$E_Y(y^3) = \frac{(k+y_K)^\alpha \cdot (k+y_D)^\alpha}{(k+y_D)^\alpha - (k+y_K)^\alpha} \frac{1}{(\alpha-3)(\alpha-2)(\alpha-1)} \times \left(\frac{6 \cdot k^3 + 6 \cdot k^2 \cdot y_K \cdot \alpha - y_K^2 \cdot (3 \cdot k \cdot \alpha + 3 \cdot k \cdot \alpha^2) + y_K^3 (\alpha^3 + 2 \cdot \alpha - 3 \cdot \alpha^2)}{(k+y_K)^\alpha} - \frac{6 \cdot k^3 + 6 \cdot k^2 \cdot y_D \cdot \alpha - y_D^2 \cdot (3 \cdot k \cdot \alpha - 3 \cdot k \cdot \alpha^2) + y_D^3 (\alpha^3 + 2 \cdot \alpha - 3 \cdot \alpha^2)}{(k+y_D)^\alpha} \right). \quad (7)$$

Dispersijos išraiška randama pagal formulę

$$\sigma_Y^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (y - E_Y(y))^2 f_Y(y) dy = E_Y(y^2) - (E_Y(y))^2, \quad (8)$$

asimetriškumo koeficiento išraiška pagal formulę

$$\gamma_{1Y} = \int_{-\infty}^{\infty} (y - E_Y(y))^3 f_Y(y) dy = \frac{E_Y(y^3) - 3E_Y(y) \cdot \sigma_Y^2 - (E_Y(y))^3}{\sigma_Y^3}. \quad (9)$$

Parametrai $d = y_K$ ir y_D parinkti taip, kad y_K lygus minimaliai, o y_D lygus maksimaliai nuostolingumo duomenų reikšmei. Sudaryta galimų k ir α reikšmių lentelė, kiekvienam k ir α reikšmių rinkiniui apskaičiuotas nupjauto pastumto Pareto skirstinio vidurkis, dispersija, asimetriškumas ir paklaidos įvertis pagal (1) formulę. Parenkamas toks k ir α reikšmių rinkinys, kuriam paklaidos įverčio reikšmė yra minimali. Gauti nupjauto pastumto Pareto skirstinio parametrai:

- miežiams $\alpha = 15,1$; $k = 29,9$; $d = y_K = 0,0034$; $y_D = 5,5$;
- kviečiams $\alpha = 8,3$; $k = 10,8$; $d = y_K = 0,0021$; $y_D = 3,7$;
- rapsams $\alpha = 3,1$; $k = 3,7$; $d = y_K = 0,0101$; $y_D = 5,6$;
- bulvėms $\alpha = 13,2$; $k = 29,5$; $d = y_K = 0,028$; $y_D = 7,8$;
- cukriniams runkeliams $\alpha = 21,5$; $k = 34,9$; $d = y_K = 0,0037$; $y_D = 4,5$.

2 lentelėje pateikti paklaidos įverčiai bei paklaidos įverčio dėmenų reikšmės nupjauto pastumto Pareto skirstinio atveju. Kaip matome iš lentelės, nupjautas pastumtas Pareto skirstinys tiksliausiai atitinka kviečių, rapsų ir cukrinių runkelių draudimo nuostolingumo pasiskirstymą. Šiek tiek didesnės paklaidos gautos bulvių ir miežių draudimo nuostolingumui. Taigi nupjautas pastumtas Pareto skirstinys gerai atitinka tiriamo regiono draudimo nuostolingumo pasiskirstymą tiek pagal vidurkį, tiek pagal dispersiją, tiek pagal asimetriškumą. Atlikus grafinį tankio funkcijų palyginimą, gauta, kad šis skirstinys ir savo forma atitinka draudimo nuostolingumo pasiskirstymą.

2 lentelė. Aproximavimo paklaidos.

Nuostolingumas	Paklaidos įvertis	$\frac{2 \mu_{Duomenu} - \mu_{Pareto} }{\mu_{Duomenu} + \mu_{Pareto}}$	$ \varepsilon_{Duomenu} - \varepsilon_{Pareto} $	$ \gamma_{1 Duomenu} - \gamma_{1 Pareto} $
Miežių	0,1086	0,0297	0,0789	0,0001
Kviečių	0,0021	0,0011	0,0002	0,0008
Rapsų	0,0113	0,0007	0,0103	0,0002
Bulvių	0,0899	0,0676	0,0218	0,0006
Cukrinių runkelių	0,0565	0,0002	0,0562	0,0002

2 Draudimo nuostolingumo – oro sąlygų modelis

E.K. Mafoua, C.G. Turvey sudarė draudimo – oro sąlygų modelį, siejantį pasėlių draudimo nuostolingumą su kritulių kiekiu ir temperatūra [3]. Jų darbe buvo ištirtas trijose Naujojo Džersio valstijos apygardose auginamų kukurūzų, sojų pupelių, obuolių, persikų, mėlynių ir spanguolių draudimų nuostolingumas 1989–2001 m. laikotarpiu. Skirtingai nuo [3] tirtu regiono draudimo nuostolingumo pasiskirstymo, mūsų tiriamu atveju draudimo nuostolingumo pasiskirstymas nėra artimas normaliajam ir taigi taikyti jų siūlomo modelio negalime.

Pasinaudoję [3] aprašytu modeliu, sudarėme naują modelį tik DRPD. Modelis skiriasi nuo nagrinėto [3]. Minėtame darbe oro sąlygų vertinimui visiems augalams naudotas balandžio – rugsėjo mėnesiais sukauptas kritulių kiekis ir sukaupta aukštesnių nei ribinė temperatūra laipsnių suma. Savo darbe temperatūros įvertinimui pasirinkome kitą dydį, nes norėjome patikrinti, ar nuostolingumui turi įtakos tai, kiek palanki augimui temperatūra buvo visu pasirinktų augalų auginimo laikotarpiu. Be to, mūsų pasirinkto regiono draudimo nuostolingumo pasiskirstymas nėra artimas normaliajam ir, kaip buvo ištirta, gali būti aprašomas nupjautu pastumtu Pareto skirstiniu. Taigi tiesiogiai taikyti daugialypės tiesinės regresijos modelio negalima. Duomenų normalizavimui galima taikyti transformaciją priklausomam kintamajam [6]. Buvo pasirinkta priklausomo kintamojo laipsninė transformacija $\psi(U, \lambda) = U^\lambda$, $U > 0$ [8]. Tuomet draudimo nuostolingumo priklausomybės nuo oro sąlygų modelis užrašomas

$$LR_t^\lambda = \alpha_0 + \sum_{j=1}^m \alpha_j \cdot CovCat_t + \sum_{k=1}^n \beta_k \cdot CumPRCP_{k,t} + \sum_{k=1}^n \delta_k \cdot CumGDD_{k,t} + \sum_{k=1}^n \varphi_k \cdot (CumPRCP \cdot CumGDD)_{k,t} + \varepsilon_t. \quad (10)$$

čia LR_t – draudimo nuostolingumas t -aisiais metais, $CovCat_t$ – fiktyvų draudimo padengimo kategorijos t -aisiais metais kintamąjį atitinkantis narys (galimos reikšmės 0 arba 1), m – pasėlių augalui galimų draudimo padengimo kategorijų skaičius, $CumPRCP_{k,t}$ – t -ųjų metų k -ojo mėnesio sukauptas kritulių kiekis (mm), $CumGDD_{k,t}$ – t -ųjų metų k -ąjį mėnesį sukauptos augimui palankios temperatūros laipsnių suma ($^{\circ}C$) [7], $(CumPRCP \cdot CumGDD)_{k,t}$ – t -ųjų metų k -ąjį mėnesį sukauptos augimui palankios temperatūros laipsnių sumos ir sukaupto kritulių kiekio bendra įtaka, ε_t – paklaida, n – pasėlių augalų auginimo laikotarpis pagal auginimo technologiją (mėn.): kviečiams $n = 12$ mėn. (auginami žieminiai ir vasariniai kviečiai); bulvėms $n = 6$ mėn.: gegužė – spalvis; cukriniams runkeliams, miežiams, rapsui $n = 7$ mėn.: balandis – spalvis.

Daugialypė regresinė analizė atlikta naudojantis programine įranga SAS. Gauti draudimo nuostolingumo modelio apibrėžtumo koeficientai: miežiams 0,25; kviečiams ir bulvėms 0,29; rapsams 0,32; cukriniams runkeliams 0,35. Modelio apibrėžtumo koeficientas parodo, kurią draudimo nuostolingumo LR^λ sklaidos apie vidurkį dalį paaiškina tiesinė regresija, t.y. sudarytu modeliu galima paaiškinti tik 25–35 % sklaidos apie vidurkį. Gauti nedideli modelio apibrėžtumo koeficientai rodo, kad draudimo nuostolingumą įtakoja ne tik modelyje nagrinėti faktoriai (kiekvieno mėnesio sukauptos augimui palankios temperatūros laipsnių suma ir sukauptas kritulių kiekis), bet ir kiti faktoriai.

3 Išvados

1. Iš tirtų palengvinto nupjauto gama, palengvinto nupjauto pastumto gama, nupjauto log-normaliojo ir nupjauto pastumto Pareto skirstinių, draudimo nuostolingumo duomenų aproksimavimui geriausiai tinka nupjautas pastumtas Pareto skirstinys, kurio tankis apibrėžiamas (3) formule.
2. Sudaryti pasirinktų pasėlių augalų draudimo nuostolingumo priklausomybės nuo oro sąlygų modeliai, aprašomi (10) formule.
3. Gauti modelių apibrėžtumo koeficientai 0,25–0,35 rodo, kad nagrinėtų pasėlių augalų draudimo nuostolingumą įtakoja ne tik augalų augimui palanki temperatūra ir kritulių kiekis, bet ir kiti faktoriai

Literatūra

- [1] F.-M. Chmielewski and J.M. Potts. *The relationship between crop yields from an experiment in southern England and long-term climate variations*. Available from Internet: <http://www.sciencedirect.com/>. [Žiūrėta 2009-11].
- [2] C.C. Hewitt and B. Lefkowitz. *Methods for fitting distributions to insurance loss data*. Available from Internet: <http://www.casact.org/pubs/proceed/proceed79/79139.pdf>. [Žiūrėta 2009-04].
- [3] E.K. Mafoua and C.G. Turvey. Effects of weather events on loss ratios for crop insurance products: a county-level panel data analysis. In *American Agricultural Economics Association, 2004 Annual meeting, August 1–4*, Denver, CO. Available from Internet: <http://purl.umn.edu/20113>. [Žiūrėta 2009-03].
- [4] *Risk management agency*. Available from Internet: <http://www.rma.usda.gov/policies>. [Žiūrėta 2009-03].
- [5] M. Rytgaard. *Estimation in the Pareto distribution*. Available from Internet: <http://www.actuaries.org/LIBRARY/ASTIN/vol20no2/201.pdf>. [Žiūrėta 2009-04].
- [6] *SAS Institute Inc./SAS OnlineDoc 9.1*. Available from Internet: <http://support.sas.com/91doc/docMainpage.jsp>. [Žiūrėta 2009-06].
- [7] *The North Dakota Agricultural Weather Network (NDAWN)*. Available from Internet: <http://ndawn.ndsu.nodak.edu/applications.html>. [Žiūrėta 2009-04].
- [8] S. Weisber. *Applied Linear Regression*. John Wiley & Sons, 2005.

SUMMARY

Analysis of multi peril crop insurance loss ratios

L. Žalgirytė, G. Račkauskas

In the first part of this paper, the distribution of loss ratios for five crops was analyzed. The results show that the truncated shifted Pareto distribution can be used for crop insurance loss ratios approximation. In the second part, the relationship between weather conditions and crop insurance loss ratios was tested. Results suggest that this dependency is weak. It shows that crop insurance loss ratios are affected not only by weather conditions – monthly growing degree days and monthly precipitation – but also by other factors.

Keywords: multi peril crop insurance, loss ratio, truncated shifted Pareto distribution, multiple linear regression.