



Kauno technologijos universitetas

Informatikos fakultetas

**Interaktyvus matematikos mokymas(is) naudojant
„GeoGebra“ įrankį**

Baigiamasis magistro projektas

Erika Paulauskaitė

Projekto autorė

Doc. prakt. dr. Vytenis Punys

Vadovas

Kaunas, 2026



Kauno technologijos universitetas

Informatikos fakultetas

**Interaktyvus matematikos mokymas(is) naudojant
„GeoGebra“ įrankį**

Baigiamasis magistro projektas

Nuotolinio mokymosi informacinės technologijos (6211BX010)

Erika Paulauskaitė

Projekto autorė

Doc. prakt. dr. Vytenis Punys

Vadovas

Asist. dr. Ramūnas Kubiliūnas

Recenzentas

Kaunas, 2026



Kauno technologijos universitetas

Informatikos fakultetas

Erika Paulauskaitė

Interaktyvus matematikos mokymas(is) naudojant „GeoGebra“ įrankį

Akademinio sąžiningumo deklaracija

Patvirtinu, kad:

1. baigiamąjį projektą parengiau savarankiškai ir sąžiningai, nepažeisdama(s) kitų asmenų autoriaus ar kitų teisių, laikydamasi(s) Lietuvos Respublikos autorių teisių ir gretutinių teisių įstatymo nuostatų, Kauno technologijos universiteto (toliau – Universitetas) intelektinės nuosavybės valdymo ir perdavimo nuostatų bei Universiteto akademinės etikos kodekse nustatytų etikos reikalavimų;
2. baigiamajame projekte visi pateikti duomenys ir tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti teisėtai, nei viena šio projekto dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar elektroninių šaltinių, visos baigiamojo projekto tekste pateiktos citatos ir nuorodos yra nurodytos literatūros sąrašė;
3. įstatymų nenumatytų piniginių sumų už baigiamąjį projektą ar jo dalis niekam nesu mokėjęs (-usi);
4. suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo ar kitų asmenų teisių pažeidimo faktui, man bus taikomos akademinės nuobaudos pagal Universitete galiojančią tvarką ir būsiu pašalinta(s) iš Universiteto, o baigiamasis projektas gali būti pateiktas Akademinės etikos ir procedūrų kontrolieriaus tarnybai nagrinėjant galimą akademinės etikos pažeidimą.

Erika Paulauskaitė

Patvirtinta elektroniniu būdu

Paulauskaitė, Erika. Interaktyvus matematikos mokymas(is) naudojant „GeoGebra“ įrankį. Magistro baigiamasis projektas / vadovas doc. prakt. dr. Vytenis Punys; Kauno technologijos universitetas, informatikos fakultetas.

Studijų kryptis ir sritis (studijų krypčių grupė): Programų sistemos (B03), Informatikos mokslai.

Reikšminiai žodžiai: GeoGebra, trimatė geometrija, skaitmeninės mokymosi priemonės.

Kaunas, 2026. 61 p.

Santrauka

Šiame magistro darbe analizuojamas moksleivių erdvinio mąstymo bei vizualinio suvokimo ugdymas matematikos pamokose. Mokiniai dažnai sunkiai vizualizuoja trimačius geometrinius objektus ir jų savybes, remdamiesi vien tik brėžiniais vadovėliuose. Šio projekto pagrindinis tikslas – įvertinti moksleivių įsitraukimą bei geometrijos sąvokų suvokimą, taikant sukurtą mokymosi svetainę su integruotu „GeoGebra“ darbalapių rinkiniu. Teorinėje darbo dalyje pagrindžiama interaktyvios trimatės grafikos reikšmė, realizacijos metu buvo sukurta interneto svetainė, kurioje patalpinta 18 interaktyvių darbalapių. Šie darbalapiai suprojektuoti taip, kad mokiniai iš stebėtojų taptų aktyviais tyrėjais: taikoma slankiklių sistema, animuotos išklotinės, kurios leidžia realiuoju laiku manipuliuoti erdviniais kūnais, transformuoti juos iš plokštumos į erdvę, keisti parametrus ir iškart stebėti tūrio ar paviršiaus ploto kitimo dėsninumus. Svarbiu sprendimu tapo momentinio grįžtamojo ryšio integravimas – tai leidžia mokiniams, atlikus skaičiavimus sąsiuvinuose ir įvedus rezultatus į sistemą, akimirksniu sužinoti apie sprendimo teisingumą ir savarankiškai taisyti klaidas be tiesioginės pedagogo pagalbos. Sukurtos skaitmeninės priemonės kokybei ir efektyvumui įvertinti buvo atliktas dviejų savaičių trukmės tyrimas Vilniaus savivaldybės Grigiškių „Šviesos“ gimnazijoje. Tyrimo imtį sudarė 44 mokiniai iš keturių skirtingų klasių (trijų septintųjų ir vienos aštuntosios), o ugdymo procesas buvo organizuojamas dviem formatais: demonstraciniu būdu naudojant interaktyvią lentą ir individualizuotu būdu planšečių klasėje. Surinkti kiekybiniai apklausos duomenys patvirtino produkto tinkamumą – 90,9 % respondentų nurodė, kad vartotojo sąsaja buvo intuityvi ir lengvai perprantama, o prieiga be registracijos leido išvengti autorizacijos trikdžių ir iškart susikonzentruoti į mokomąjį turinį. Net 86,4 % tyrimo dalyvių pažymėjo akivaizdžią interaktyvių brėžinių naudą vizualiniam erdvių figūrų suvokimui, o 68,2 % patvirtino, kad parametrų keitimas slankikliais padėjo suprasti taisykles. Sukurta svetainė paveikė santykį su dėstomu dalyku – 70,5 % moksleivių nurodė, kad matematikos pamokos jiems tapo patrauklesnės, o 72,7 % pripažino, kad momentinis atsakymų tikrinimas sumažino baimę suklysti. Tyrimo metu buvo nuolat bendradarbiaujama su matematikos mokytoja, tai leido atlikti operatyvų priemonės tobulinimą reaguojant į pamokos poreikius, skubos tvarka buvo sukurti trys nauji darbalapiai bei ištaisyti pastebėti matematiniai netikslumai. Kartu tyrimas išryškino ir tam tikras problemas – maždaug penktadaliui mokinių darbalapiai tapo papildomu dėmesio blaškymo šaltiniu, kai mokiniai manipuliuo objektais mechaniškai, nesigilindami į užduoties matematinę esmę. Siekiant užtikrinti skaitmeninio turinio tvarumą, rekomenduojama svetainėje įdiegti medžiagos filtravimą pagal klases, kad jaunesni mokiniai išvengtų pasimetimo, bei papildyti darbalapius automatizuotais pagalbos žingsniais po kelių nesėkmingų bandymų. Galiausiai, atliktas tyrimas įrodė, kad kūrėjų ir pedagogų bendradarbiavimas yra esminė sąlyga kuriant kokybiškas ir universalias ugdymo priemones.

Paulauskaitė, Erika. Interactive Mathematics Teaching and Learning Using the GeoGebra Tool. Master's Final Degree Project / supervisor assoc. prof. pract. dr. Vytenis Punys; Faculty of Informatics, Kaunas University of Technology.

Study field and area (study field group): Software Engineering (B03), Computing.

Keywords: GeoGebra, three-dimensional geometry, digital learning tools.

Kaunas, 2026. 61.

Summary

This project analyzes the development of students' spatial reasoning and visual perception in mathematics classes. Students often struggle to visualize three-dimensional geometric objects and their properties based solely on drawings in textbooks. The main objective of this project is to evaluate student engagement and comprehension of geometric concepts by implementing a custom-developed educational website with an integrated set of GeoGebra worksheets. The theoretical part of the thesis substantiates the importance of interactive 3D graphics, while the practical implementation involved creating a website that hosts 18 interactive worksheets. These worksheets are designed to transform students from passive observers into active researchers: a system of sliders and animated nets allows for real-time manipulation of spatial figures, transforming them from a 2D plane to 3D space, changing parameters, and instantly observing patterns in volume or surface area variations. Integration of instant feedback became a key solution - enabling students to perform calculations in their notebooks, enter the results into the system, receive immediate confirmation of accuracy, and independently correct errors without direct teacher assistance. To evaluate the quality and effectiveness of the developed digital tool, a two-week study was conducted at Vilnius Municipality Grigiškės 'Šviesa' Gymnasium. The research sample consisted of 44 students from four different classes (three 7th grade and one 8th grade), and the educational process was organized in two formats: a demonstration method using an interactive whiteboard and an individualized approach in a tablet classroom. The collected quantitative survey data confirmed the usability of the product - 90.9% of respondents indicated that the user interface was intuitive and easy to understand. Notably, 86.4% of the participants highlighted the clear benefit of interactive drawings for the visual perception of spatial figures, and 68.2% confirmed that altering parameters with sliders helped them understand the rules. The developed website positively influenced the students' relationship with the subject - 70.5% stated that math classes became more engaging, and 72.7% acknowledged that instant answer verification reduced their fear of making mistakes. Continuous collaboration with the mathematics teacher during the study allowed for prompt adjustments to the tool in response to classroom needs; consequently, three new worksheets were urgently developed and observed mathematical inaccuracies were corrected. Concurrently, the study highlighted certain challenges - for approximately one-fifth of the students, the worksheets became an additional source of distraction, leading them to manipulate objects mechanically without engaging with the mathematical substance of the task. To ensure the sustainability of the digital content, it is recommended to implement a class-based material filtering system on the website to prevent confusion among younger students, as well as to supplement the worksheets with automated assistance steps after several unsuccessful attempts. Ultimately, the conducted research proved that collaboration between developers and educators is an essential prerequisite for creating high-quality and versatile educational tools.

Turinys

Lentelių sąrašas.....	7
Paveikslų sąrašas.....	8
Santrumpų ir terminų sąrašas.....	9
Įvadas	10
1. Trimatės grafikos ir interaktyvumo analizė.....	11
1.1. Trimatės grafikos samprata ir teoriniai pagrindai	11
1.1.1. Trimatės grafikos pritaikymas matematikos ugdyme	12
1.2. Problemos analizė	13
1.2.1. Aktualumas	14
1.2.2. Problemų ir tikslų medžiai.....	15
1.2.3. Galimų sprendimų analizė	17
2. Interaktyvios mokymo priemonės projektavimas.....	19
2.1. IT priemonių lyginamoji analizė.....	19
2.1.1. GeoGebra 3D	19
2.1.2. Cabri 3D	21
2.1.3. SketchUp for Schools	21
2.1.4. Desmos 3D.....	22
2.2. Funkciniai ir nefunkciniai reikalavimai priemonei	23
2.3. Vartotojo poreikių tyrimo rezultatai.....	26
3. Svetainės ir darbalapių realizacija	30
3.1. Sukurto produkto aprašas	30
3.1.1. Produkto modelis	31
3.2. Produkto diegimo ypatybės	40
3.3. Produkto taikymo ypatybės	41
3.4. Naudotojo dokumentacija.....	43
4. Sukurto produkto poveikio tyrimas	47
4.1. Atlikto tyrimo aprašas ir rezultatai.....	47
4.2. Tyrimo dalyvių apklausa ir rezultatai.....	48
4.3. Rezultatų duomenų analizė ir įvertinimas	55
4.4. Sukurto produkto kokybės ir tinkamumo spręsti problemą įvertinimas	55
4.5. Rekomendacijos sukuto produkto taikymui ir tobulinimu	56
Išvados	58
Literatūros sąrašas.....	59
Priedai	62
1 priedas. Dokumentas apie dirbtinio intelekto naudojimą baigiamajame darbe.....	62
2 priedas. Dokumentas, patvirtinantis projekto testavimą mokykloje	63
3 priedas. Anketa mokiniui: Interaktyvios vizualizacijos matematikos ugdyme	64
4 priedas. Anketa mokiniui: Mokymasis su „GeoGebra“	67

Lentelių sąrašas

1 lentelė. Funkciniai ir nefunkciniai reikalavimai mokymosi priemonei	25
2 lentelė. Ryšiai tarp elementų.....	34
3 lentelė. Požymių apribojimai	36
4 lentelė. Kontekstinio grafo ryšiai	39
5 lentelė. Programos teksto paaiškinimas.....	43

Paveikslų sąrašas

1 pav. Problemų medžio schema.....	16
2 pav. Tikslų medžio schema.....	17
3 pav. Matematinio turinio vertinimas mokinių požiūriu.....	27
4 pav. Vizualizacijos ir statinio vaizdo efektyvumo palyginimas.....	27
5 pav. Interaktyvios manipuliacijos įtaka temos aiškumui.....	28
6 pav. Pagrindinių kliūčių naudoti interaktyvias priemones pamokose analizė.....	28
7 pav. Interaktyvių vizualizacijų, kaip pagrindinio pagalbos metodo, poreikis.....	29
8 pav. Hierarchijos sąrašas.....	31
9 pav. Ontologijos tinklas.....	33
10 pav. Požymių diagramos medis.....	35
11 pav. Kontekstinis grafas.....	38
12 pav. Stačios trikampės piramidės darbalapis.....	42
13 pav. Stačios trikampės piramidės darbalapio užduotys.....	44
14 pav. Svetainės pradinis puslapis.....	45
15 pav. „GeoGebra“ įrankio naudojimo paprastumo vertinimas.....	49
16 pav. Interaktyvių brėžinių įtaka temos vizualizavimui.....	49
17 pav. Parametrų manipuliavimo poveikis taisyklių supratimui.....	50
18 pav. Skaitmeninės aplinkos įtaka formulių įsiminimui.....	50
19 pav. Svetainės ir tradicinio vadovėlio patrauklumo palyginimas.....	51
20 pav. Interaktyvių užduočių įtaka mokinių įsitraukimui.....	51
21 pav. Skaitmeninės priemonės poveikis dėmesio koncentracijai.....	52
22 pav. Momentinio atsakymų tikrinimo nauda temos suvokimui.....	53
23 pav. Mokinių savarankiškumo pokytis skaitmeninėje aplinkoje.....	53
24 pav. Požiūrio į matematikos pamokas pokytis.....	54
25 pav. Interaktyvių priemonių integravimo į kitas temas poreikis.....	54

Santrumpų ir terminų sąrašas

Santrumpos:

3D – objektas, turintis tris matmenis: aukštį, plotį ir gylį;

Terminai:

LTI protokolas (Learning Tools Interoperability) - standartas, leidžiantis įvairias internetines mokymosi priemones integruoti su mokymosi valdymo sistemos (LMS) platformomis, tokiomis kaip Moodle.

SSL šifravimas (Secure Sockets Layer) - technologija, užtikrinanti saugų ryšį tarp interneto naršyklės ir svetainės serverio, užkoduodama perduodamus, kad trečiosios šalys negalėtų jų perskaityti.

Likerto skalė - plačiai naudojamas tyrimų metodas, skirtas matuoti žmonių požiūrį, pateikiant teiginius, su kuriais respondentai sutinka arba nesutinka. Tai skalė, dažniausiai susidedanti iš 5 balų, kuriais vertinama nuo „visiškai nesutinku“ iki „visiškai sutinku“.

Įvadas

Erdvinių geometrinių objektų suvokimas dažnai kelia sunkumų mokiniams, ypač taikant tradicinius mokymosi metodus. Trimatės grafikos technologijų pritaikymas švietime gali padėti įveikti šiuos iššūkius, suteikiant galimybę mokiniams geriau suprasti erdvę ir stiprinti jų geometrinius gebėjimus, svarbius tiek tolimesniems mokslams, tiek praktiniam pritaikymui, pavyzdžiui, inžinerijos ar architektūros studijose. Šiame darbe nagrinėjama jau sukurta interaktyvi trimačių geometrinių figūrų vizualizacijos priemonė ir jos taikymo galimybės mokymosi procese. Tyrimas orientuotas į tai, kaip ši vizualizacija gali padėti pagerinti mokinių supratimą apie prizmes, piramides, paviršiaus plotą ir tūrį. Analizuojamas priemonės poveikis mokinių erdvinio mąstymo įgūdžiams, loginio mąstymo stiprinimui ir susidomėjimui matematika. Šiuo darbu siekiama pasiūlyti inovatyvų būdą mokytis geometrijos, integruojant interaktyvumą ir vizualizaciją, siekiant stiprinti loginį mąstymą ir problemų sprendimo gebėjimus. Tikimasi, kad atliktos priemonės taikymas taps naudingu įrankiu mokiniams, kuris padės lengviau įsisavinti sudėtingas geometrijos temas ir skatins jų susidomėjimą matematika.

Problema - mokiniai sunkiai suvokia erdvinius geometrinius objektus naudodamiesi plokščiais brėžiniais vadovėliuose. Trūksta tyrimų, kaip esamos trimačio vaizdavimo priemonės gali keisti mokinių mokymosi patirtį.

Objektas - mokinių erdvinių geometrinių figūrų suvokimo lavinimas.

Tikslas - pagerinti mokinių erdvinių geometrinių figūrų suvokimą, taikant interaktyvių darbalapių rinkinį ir interneto svetainę.

Uždaviniai:

1. išanalizuoti erdvinių figūrų suvokimo problemas ir apžvelgti egzistuojančius IT įrankius;
2. nustatyti funkcinis reikalavimus kuriamai priemonei, remiantis vartotojų poreikių tyrimu ir teorine medžiaga;
3. suprojektuoti interaktyvių darbalapių rinkinį bei sukurti interneto svetainę jų talpinimui ir naudojimui;
4. atlikti tyrimą ir įvertinti sukurtos priemonės poveikį mokinių erdvinio mąstymo įgūdžiams, savarankiškumui bei motyvacijai.

Rezultatas - pagerėjęs mokinių erdvinių geometrinių figūrų suvokimas ir padidėjęs įsitraukimas į mokymosi procesą.

Produkto aprašas

Sukurta interneto svetainė, kurioje patalpinta 18 interaktyvių darbalapių, sukurtų naudojant „GeoGebra“ platformą. 2 priedas – pažyma, patvirtinanti projekto testavimą mokykloje.

Darbo struktūra

Magistro darbą sudaro įvadas, keturios pagrindinės dalys, išvados, literatūros sąrašas ir priedai. Pirmojoje dalyje analizuojama trimatės grafikos samprata, antroji dalis skirta projektavimui, trečiojoje dalyje aprašoma praktinė realizacija. Ketvirtojoje dalyje pateikiama tyrimo eiga, darbo pabaigoje pateikiamos baigiamosios išvados. Prie darbo pridedami priedai: 1 priedas – dokumentas apie dirbtinio intelekto naudojimą baigiamajame darbe, 3 priedas – anketos.

1. Trimatės grafikos ir interaktyvumo analizė

Geometrijos mokymasis kelia nemažai iššūkių tiek mokiniams, tiek pedagogams, ypač kai kalbama apie trimačių geometrinių figūrų supratimą ir taikymą. Šios srities sudėtingumas dažnai slypi ne tik teorinių žinių įsisavinime, bet ir gebėjime vizualizuoti erdvinius objektus. Atsižvelgiant į šias problemas, būtina išsamiai analizuoti mokymo procesą ir ieškoti interaktyvių sprendimų, padedančių efektyviau įsisavinti šią svarbią matematikos dalį. Šiame skyriuje apžvelgiamos pagrindinės problemos, pateikiamas problemų ir tikslų medis bei aptariami atlikto sociologinio tyrimo rezultatai.

1.1. Trimatės grafikos samprata ir teoriniai pagrindai

Šiame skyriuje bus apžvelgta, kas yra trimatė grafika, kokie jos teoriniai pagrindai, kokios technologijos naudojamos kuriant vizualizacijas. Taip pat bus nagrinėjama, kaip trimačio vaizdo priemonės gali būti integruojamos į matematikos mokymą, kokią įtaką jos daro mokinių erdvinio mąstymo ugdymui ir kokios galimybės atsiveria taikant šiuolaikinius skaitmeninius sprendimus.

Trimatė grafika – tai kompiuterinė vaizdavimo technologija, leidžianti kurti, modeliuoti ir vizualizuoti objektus trimatėje erdvėje. Skirtingai nei dvimatė grafika, kuri vaizduoja objektus tik plokštumoje, 3D grafika suteikia galimybę matyti objektų gylį, apimtį, perspektyvas ir apšvietimo efektus, todėl vizualizacijos tampa artimesnės realiam pasauliui. Trimatės grafikos pagrindą sudaro matematiniai modeliai, aprašantys objektų formas, paviršius, tekstūras ir jų padėtį erdvėje. Šie modeliai leidžia manipuluoti objektais – juos sukurti, didinti, mažinti ar keisti apšvietimą, stebėti iš skirtingų taškų.

Trimatės grafikos kūrimo procesas dažniausiai apima šiuos etapus:

- Geometrinių modelių konstravimą (naudojant daugiakampius, taškus, linijas, paviršius);
- Objektų tekstūravimą ir spalvinimą;
- Apšvietimo ir šešėliavimo nustatymą;
- Galutinės vizualizacijos (vaizdo generavimo) atlikimą, kai sukuriamas statinis arba animuotas vaizdas.

Trimatės grafikos kūrimas sudaro nuoseklų procesą, kurio kiekvienas etapas yra esminis siekiant sukurti realistišką vizualizaciją. Šis procesas prasideda nuo geometrinių modelių konstravimo, kai naudojant daugiakampius, taškus, linijas ir paviršius formuojami objektų griaučiai. Objektai dažniausiai kuriami kaip daugiakampiai tinklai, sudaryti iš trikampių, keturkampių ar sudėtingesnių formų, kuriuos apibrėžia viršūnės, briaunos ir paviršiai. Raiškos lygis parenkamas atsižvelgiant į tikslą: tankesnis tinklas užtikrina didesnę detalumą, bet reikalauja daugiau skaičiavimo resursų, o retesnis tinklas supaprastina modelį bei optimizuoja jo veikimą [1]. Sukūrus geometrinę struktūrą, pereinama prie tekstūravimo ir spalvinimo etapo, kuriame modeliui suteikiamas išorinis, vizualiai suvokiamas paviršius. Ant objektų paviršių pridedamos tekstūros – tai gali būti tiek realaus vaizdo atvaizdai, tiek procedūriniai raštai, kurie perteikia paviršiaus reljefą, spalvą ir struktūrą. Kiekvienam objektui priskiriamos medžiagų savybės, tokios kaip atspindys, šiuurkštumas ar skaidrumas, kurios lemia šviesos sąveiką su paviršiumi [2]. Pažangesnėse sistemose taikomi procedūriniai metodai, leidžiantys automatiškai generuoti natūralius paviršiaus netolygumus (įtrūkimus, įbrėžimus) – taip pasiekiamas dar didesnis realizmas. Trečiasis etapas – apšvietimas ir šešėliavimas – yra itin svarbus siekiant perteikti tikrovišką vaizdą ir erdvės pojūtį. Šiame etape parenkami šviesos šaltinių parametrai: jų tipas (taškinis, kryptinis ar kt.), šviesos stiprumas, spalva ir kritimo kryptis. Šviesos sąveika su objekto paviršiumi apskaičiuojama taikant paviršiaus normalės ir šviesos vektoriaus

analizę, leidžiančią išgauti šešėlius ir atspindžius [3]. Galutinis etapas – tai vaizdo generavimas (angl. *rendering*), kai visos ankstesnės sudedamosios dalys apdorojamos ir paverčiamos galutiniu vaizdu. Vaizdo generavimas gali būti atliekamas taikant rasterizacijos (angl. *raster*) metodą, kuris yra greitesnis, tačiau mažiau tikslus, arba spindulių sekimo (angl. *ray tracing*) metodą, kuris atspindi šviesą fiziškai tiksliai, bet reikalauja daugiau laiko ir resursų [4]. Galutinis rezultatas gali būti statinis paveikslėlis arba judanti animacija, priklausomai nuo poreikių. Šiuolaikinės trimatės grafikos technologijos leidžia realistiškai atkurti įvairius geometrinius objektus, o animacija suteikia galimybę pademonstruoti jų savybes ir tarpusavio ryšius. Tokios vizualizacijos tampa ypač naudingos edukaciniame kontekste, nes leidžia mokiniams ne tik matyti, bet ir interaktyviai tyrinėti sudėtingas sąvokas.

1.1.1. Trimatės grafikos pritaikymas matematikos ugdyme

Tradiciniai matematikos mokymo metodai, grindžiami plokščiais vadovėlių brėžiniais, dažnai nepakankamai skatina mokinių erdvinį suvokimą. Tai sukelia sunkumų suvokiant trimates geometrines figūras, jų paviršiaus plotą ir tūrį, kas riboja gebėjimus taikyti matematiką praktinėse srityse, tokiose kaip inžinerija ar architektūra. Tokie iššūkiai ypač ryškūs tarp mokinių, kuriems trūksta vaizdinio mąstymo įgūdžių arba kuriems sunku perkelti dvimatį vaizdą į erdvinį. Trimatė grafika siūlo inovatyvų sprendimą: ji leidžia kurti interaktyvius, dinamiškus objektus, kurie vizualiai perteikia erdvės pojūtį. Naudojant kompiuterines programas ar skaitmenines mokymo platformas, mokiniai gali manipuluoti figūromis – sukurti, keisti mastelį, stebėti skirtingus pjūvius – taip susiedami teoriją su vizualiu patyrimu. Toks būdas ne tik skatina aktyvesnį įsitraukimą, bet ir leidžia kiekvienam mokiniui mokytis savo tempu.

Tyrimai [5] rodo, kad 3D grafikos taikymas matematikos ugdyme:

- Padeda mokiniams giliau suprasti erdvines geometrijos sąvokas, leidžiant vizualiai ir interaktyviai tyrinėti trimačius objektus ir jų tarpusavio ryšius;
- Skatina mokinių motyvaciją ir įsitraukimą į mokymosi procesą, nes sukuria patrauklią ir probleminiu mokymusi grįstą aplinką;
- Gerina mokinių gebėjimą taikyti matematinius konceptus sprendžiant praktines užduotis, ypač susijusias su erdvinio mąstymo, proporcijų ir transformacijų suvokimu.
- Stiprina susijusius gebėjimus, tokius kaip loginis mąstymas, problemų sprendimas ir matematinis kritinis mąstymas.

Be to, trimačių objektų vizualizavimas gali būti efektyviai integruojami į diferencijuotą mokymą [6]. Mokiniai, turintys skirtingus mokymosi stilius, gauna jiems tinkamiausią informaciją, kas didina mokymo efektyvumą ir mažina atotrūkį tarp teorinių žinių bei praktinio taikymo.

Šiuo metu matematikos ugdyme taikomos įvairios trimatės grafikos priemonės, kurios padeda vizualizuoti sudėtingas matematinės sąvokas ir gerinti mokinių erdvinį suvokimą. Viena iš dažniausiai naudojamų priemonių yra virtualios laboratorijos, tokios kaip *GeoGebra* 3D, leidžiančios mokiniams realiu laiku kurti, transformuoti ir tyrinėti trimačius geometrinius objektus. Šios priemonės suteikia galimybę ne tik stebėti, bet ir aktyviai manipuluoti figūromis, keisti jų parametrus, atlikti pjūvius ar matavimus, kas stiprina mokinių loginį mąstymą ir gebėjimą taikyti žinias praktiškai. Papildytos realybės sistemos – dar viena inovatyvi kryptis, leidžianti projektuoti trimačius geometrinius objektus į fizinę aplinką. Tokios priemonės suteikia galimybę mokiniams matyti ir tyrinėti geometrines figūras iš įvairių kampų, jas apžiūrėti tarsi realius objektus, kas ypač

aktualu ugdant erdvinį mąstymą ir supratimą apie geometrinių kūnų savybes. Taip pat plačiai naudojamos interaktyvios simuliacijos, kurios demonstruoja tokius procesus kaip tūrio skaičiavimas, pjūvių atlikimas ar geometrinių figūrų transformacijos. Šios simuliacijos leidžia mokiniams eksperimentuoti, išbandyti įvairius sprendimus ir stebėti rezultata, taip stiprinant jų gebėjimą taikyti teorines žinias praktikoje. Pastaruoju metu vis daugiau dėmesio skiriama ir trimačių animacijų kūrimui bei taikymui. Tokios animacijos, sukurtos naudojant specializuotas programas, leidžia perteikti matematinės sąvokas per pasakojimus ir vizualinius efektus. Tyrimai [7] rodo, kad animaciniai filmukai ypač veiksmingi jaunesnių mokinių ugdymui, nes jie ne tik padeda suprasti abstrakčias sąvokas, bet ir įtraukia pojūčius – matymą, girdėjimą, emocinį išgyvenimą – kas skatina geresnį informacijos įsiminimą ir aktyvesnį dalyvavimą ugdymo procese. Be to, skaitmeninės mokymo priemonės leidžia atlikti realius matavimus, konstruoti ir tirti tiek dvimačių, tiek trimačių figūrų savybes, taikyti plokštumos transformacijas, vektorius ir kitus matematinio modeliavimo metodus. Vis dėlto, nors technologinių sprendimų pasiūla yra plati, trūksta sisteminių tyrimų, kurie leistų įvertinti šių priemonių ilgalaikį poveikį mokinių erdvinio mąstymo ugdymui, ypač vyresnėse klasėse. Dažniausiai pasigendama išsamių analizių, kaip šios priemonės keičia mokinių mokymosi rezultatus, motyvaciją ir gebėjimą spręsti sudėtingas geometrines užduotis.

Apibendrinant, trimatės grafikos technologijų taikymas geometrijos mokyme suteikia galimybę mokytis kitaip – vaizdžiau, aktyviau, motyvuojančiau – ir skatina formuoti gilesnius matematikos gebėjimus.

1.2. Problemos analizė

Geometrinės figūros yra svarbios mokantis geometrijos, nes jomis grindžiamos matematinės taisyklės. Atpažįstant figūras ir jų savybes - kraštines, kampus ir sienas - įgyjamos pagrindinės žinios, būtinos sprendžiant sudėtingus geometrijos uždavinius [8]. Darbas su trimatėmis figūromis taip pat padeda geriau suprasti erdvinį pasaulį, kuris svarbus ne tik matematikoje, bet ir tokiose srityse kaip architektūra ir inžinerija. Geometrijos reikšmė atsispindi architektūroje, kur formų supratimas yra svarbus tiek struktūrai, tiek estetikai, tiek menui. Geometrinių figūrų pažinimas padeda ir kasdieniame gyvenime - nuo aplinkinių objektų supratimo iki orientavimosi erdvėje [9]. Mokymasis pažinti figūras skatina pažintinį vystymąsi, loginį mąstymą ir problemų sprendimą [10]. Ankstyvas susidūrimas su geometrinėmis figūromis yra susijęs su geresniais raštingumo įgūdžiais ir teigiamu požiūriu į matematiką, per apčiuopiamą patirtį, pavyzdžiui, konstravimą ir piešimą. Taigi, geometrijos mokymas suteikia esminių įgūdžių, kurie padeda mokiniams pasiręsti įvairiems asmeniniams ir profesiniams iššūkiams, ir tai rodo, kad geometrijos mokymas yra labai svarbus visapusiškam mokymuisi [11].

Trimačių figūrų įsivaizdavimas ugdo mokinių matematinį supratimą, nes jos padeda geriau suvokti erdvę. Mokymo programoje mokiniai palaipsniui supažindinami su įvairiomis matematinėmis figūromis, jų savybėmis ir praktiniu taikymu, taip užtikrinant tvirtus geometrijos pagrindus. Pradinio ugdymo metu mokiniai pirmiausia mokosi atpažinti tašką, atkarpą, trikampį, stačiakampį, vėliau figūras, tokias kaip kvadratas, skritulys, apskritimas, kubas ir rutulys, atpažįsta elementus: kraštinę, kampas ir viršūnę [12]. Trečiaisiais ir ketvirtaisiais mokymosi metais vaikai pradeda braižyti figūrų atvaizdus ir mokosi tiksliai apibūdinti įvairių objektų tarpusavio padėtį ir formą. Pagrindiniai iššūkiai: mokiniams dažnai sunkiai sekasi atpažinti figūras, tiksliai jas nupiešti ir apskaičiuoti jų savybes, panaudojant formules [13]. Siekdami spręsti šias problemas, pedagogai raginami integruoti įvairius

metodus, įskaitant vaizdines priemones ir interaktyvias priemones, pavyzdžiui, papildytą realybę, kurios gali padėti pritraukti mokinių dėmesį.

Geometriniai principai ir trimačių figūrų savybės mokiniams yra perteikiamos įvairiais būdais. Tradiciniai metodai, tokie kaip teorinis aiškinimas ir plokščių vizualų naudojimas, suteikia pagrindą suprasti geometrines figūras, tačiau tokiam mokymuisi dažnai trūksta vizualizacijų ir praktinio suvokimo galimybių. Tuo tarpu interaktyvios mokymo priemonės, tokios kaip skaitmeninės vizualizacijos ir trimačių modelių naudojimas, leidžia mokiniams įsitraukti į aktyvų mokymosi procesą, skatinant giliau suprasti erdvinis objektus [14].

Tradiciniai trimačių geometrinių figūrų mokymo metodai dažnai grindžiami tokiu mokymu, kai mokytojai informaciją pateikia skaidrėse arba vadovėliuose. Tačiau tyrimai rodo, kad vadovėliai suteikia ribotas aktyvaus įsitraukimo galimybes, todėl mokiniams gali būti sunku iki galo suprasti sudėtingus geometrinius uždavinius [15]. Tradiciniame metode taip pat akcentuojamas vizualus vaizdavimas, naudojant statiškus vaizdus ir brėžinius, kurie gali padėti mokiniams suprasti pagrindinius dalykus, bet gali neefektyviai ugdyti erdvinio mąstymo įgūdžius. Mokiniai dažnai susiduria su sunkumais mintinai sukdami ir transformuodami trimates figūras, nes tradicinis metodas retai kada padeda giliau suvokti erdvinis ryšius ir jų erdvinė intuicija yra ribota [16]. Šie apribojimai išryškina interaktyvių 3D vizualizavimo priemonių potencialą, kuris leistų mokiniams aktyviai įsitraukti į sudėtingas geometrines problemas ir jas tyrinėti, taip pagerinant erdvinį supratimą ir problemų sprendimo įgūdžius.

Siekiant pagerinti trimačių figūrų supratimą, išpopuliarėjo interaktyvios mokymo priemonės, kurios skatina aktyvų mokinių dalyvavimą ir tyrinėjimą, o tai padeda geriau suprasti geometrijos koncepciją. Interaktyvus turinys, pavyzdžiui, GeoGebra, suteikia mokiniams galimybę skaitmeniniu būdu vizualizuoti trimates figūras ir jomis manipuliuoti, o tai padeda tyrinėjimais grindžiamam mokymuisi, nes leidžia eksperimentuoti ir stebėti transformacijas realiuoju laiku [17]. Naujoviškos mokymo programos, kuriose naudojamos konstrukcijos, padeda mokiniams žaismingai suprasti erdvinis figūras. Atradimais grindžiamas mokymasis skatina mokinius tyrinėti su trimačiais kūnais susijusius reiškinius, kuriuos mokiniai turi iširti ir išspręsti. Apibendrinant galima teigti, kad tradiciniai metodai suteikia fundamentalių žinių, tačiau interaktyvios ir praktinės priemonės skatina gilesnį trimatės geometrijos supratimą aktyviai įsitraukiant ir tyrinėjant [18].

1.2.1. Aktualumas

Interaktyvus turinys tampa vis svarbesne šiuolaikinio mokymosi dalimi, nes šiuolaikiniai studentai yra stipriai priklausomi nuo technologijų. Pasak tyrimų, palyginti su ankstesnėmis studentų kartomis, šiuolaikiniai studentai yra priklausomi nuo komunikacijos technologijų, kad gautų informaciją ir bendrautų su kitais [19]. Ši priklausomybė stiprina interaktyvaus turinio naudojimąsi mokymosi procese. Ypač dažnai tokio pobūdžio turinį naudoja tūkstantmečio kartos atstovai: "Tūkstantmečio kartos respondentai gerokai dažniau naudojami interaktyviu turiniu, palyginti su X kartos atstovais ir kūdikių bumo kartos atstovais" [20]. Interaktyvaus turinio raida turi gilią šaknis – jau aštuntojo ir devintojo dešimtmečių pradžioje interaktyvumas buvo suprantamas tik kaip galimybė automatiškai arba pusiau automatiškai generuoti vizualizacijas, remiantis specialia užklausa [21]. Tačiau šiuolaikinis interaktyvumas neapsiriboja vien vaizdų kūrimu – interaktyvumas vaizdo modeliuose gali būti taikomas kaip mokymo metodas, siekiant įtraukti mokinius į atitinkamą pažintinę veiklą [22]. Siekiant efektyvaus mokymosi rezultato, labai svarbu atsižvelgti į interaktyvaus turinio naudojimo

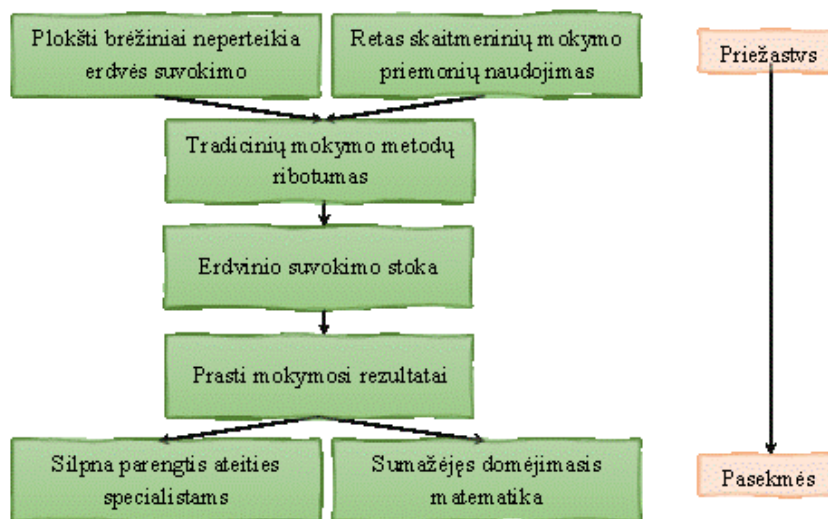
tikslus ir metodus. Tyrimai pabrėžia, kad interaktyvus turinys turėtų optimizuoti studentų įsitraukimą, o ne jį padidinti ar sumažinti [23]. Be to, būtina atsižvelgti į interaktyvumo efektyvumą, nes jis dažnai nėra toks efektyvus kaip tiesioginis mokymas, todėl ypač svarbu nustatyti sąlygas, kurioms esant interaktyvumas skatina žinių kūrimą [24]. Svarbiausias interaktyvaus turinio bruožas yra jo reagavimas į besimokančiųjų veiksmus [25]. Tokiu būdu interaktyvus turinys skatina mokinius aktyviai dalyvauti mokymosi procese ir kurti naujas žinias.

Interaktyvus turinys šiandien tampa svarbia mokymosi dalimi, nes suteikia galimybę naudotojams aktyviai dalyvauti mokymosi procese. Interaktyvus turinys – tai skaitmeninis turinys, kuris sudarytas iš teksto, grafikos, judančių vaizdų ir garso, integruotas į skaitmeninę aplinką, leidžiančią žmonėms sąveikauti su duomenimis [26]. Tokia sąveika leidžia mokymosi procesą padaryti įtraukesnį ir efektyvesnį, kai informaciją galima tirti ir interpretuoti aktyviai dalyvaujant. Svarbus interaktyvaus turinio kūrimo aspektas yra jo gebėjimas padėti naudotojams įsisavinti mokymosi turinį pagal individualius poreikius. Interaktyvumo principas: animacijoje pavaizduota informacija yra geriau suprantama, jei įrenginys leidžia besimokantiesiems valdyti animacijos tempą [27]. Taip besimokantieji gali skirtingais tempais apžvelgti informaciją, išsamiau tyrinėti sudėtingesnes temas ir taip įgyti geresnį suvokimą. Tačiau ne kiekvienas interaktyvus turinys yra vienodai efektyvus mokymuisi. Interaktyvumo galimybė yra veiksminga tik tada, kai skatina mokymosi procesus, kurie yra tiesiogiai svarbūs siekiant pagrindinių mokymosi tikslų [28]. Ši savybė užtikrina, kad interaktyvus turinys būtų prasmingas ir suteiktų realią naudą mokymosi rezultatams, padėdamas mokiniams pasiekti esminius tikslus ir suprasti turinį giliau. Mokslininkai, kurdami interaktyvų turinį, dažnai gilinasi į įvairių medijų sąveiką, kad išplėtotų mokymosi patirtį. Tyrimuose mokslininkai sutelkia dėmesį į garso, gestų ir žmogaus bei technologijų sąveiką, siekdami tobulinti teoriją apie problemų sprendimą, bendravimą, kūrybiškumą ir kt. [29]. Tokios sąveikos su technologijomis tyrimai prisideda prie naujų, inovatyvių mokymo priemonių kūrimo, kurios skatina ne tik žinių įsisavinimą, bet ir bendravimo bei problemų sprendimo gebėjimus. Sukuriant interaktyvų turinį, svarbu vadovautis tam tikrais vizualinio dizaino principais, kurie padeda naudotojui geriau suprasti informaciją. Geštalto vizualinių dėsnių supratimas interaktyvaus turinio kūrime suteikia dėstytojams ir studentams struktūrą, pagal kurią jie gali analizuoti ir vizualiai tobulinti savo interaktyvų dizainą [30]. Tinkamas vizualinis turinio pateikimas gali padėti sumažinti mokymosi kliūtis, įtraukti vartotojus į aktyvų turinio tyrinėjimą ir analizę. Galiausiai, interaktyvumo lygis priklauso nuo vartotojo galimybių valdyti turinį - kai vartotojai gali valdyti pranešimo turinį arba pateikimą, jis laikomas interaktyviu. Jei valdyti turinį gali tik siuntėjai, tada pranešimas nėra interaktyvus [31]. Vartotojo galimybė pasirinkti, kaip ir kada pateikiama informacija, yra pagrindinis elementas, užtikrinantis interaktyvumą, nes leidžia asmeniškai pritaikyti mokymosi procesą ir padidinti jo veiksmingumą.

1.2.2. Problemų ir tikslų medžiai

Problemų medis išryškina pagrindinę problemą, kodėl mokiniams sunku suvokti erdvinis geometrinius objektus, bei detalizuoja priežastis ir pasekmes, susijusias su šia problema. Pagrindinė problema yra erdvinio suvokimo stoka, o ją lemia gilesni priežastiniai ryšiai. Viena iš pagrindinių priežasčių yra tradicinių mokymo metodų ribotumas. Tradiciniai mokymo metodai orientuojasi į teoriją ir plokščius brėžinius, kurie nepakankamai perteikia erdviųjų figūrų suvokimą, todėl mokiniams tampa sunku įsivaizduoti trimatį vaizdą. Be to, tradicinių metodų ribotumą stiprina retas skaitmeninių mokymo priemonių naudojimas, kuris galėtų suteikti interaktyvų ir vizualiai patrauklų būdą ugdyti erdvinį mąstymą. Problemos pasekmės taip pat pateikiamos kaip nuosekli grandinė.

Pirmiausia, dėl sudėtingumo suvokti erdvinis objektus prastėja mokymosi rezultatai. Prasti mokymosi rezultatai mažina mokinių motyvaciją domėtis matematika, kas veda prie ilgalaikių pasekmių, tokių kaip silpna parengtis ateities specialistams inžinerijos, fizikos ar architektūros srityse. Tokiu būdu, ši problema neapsiriboja tik momentiniais mokinių rezultatais, bet gali turėti įtakos jų profesinei ateičiai.

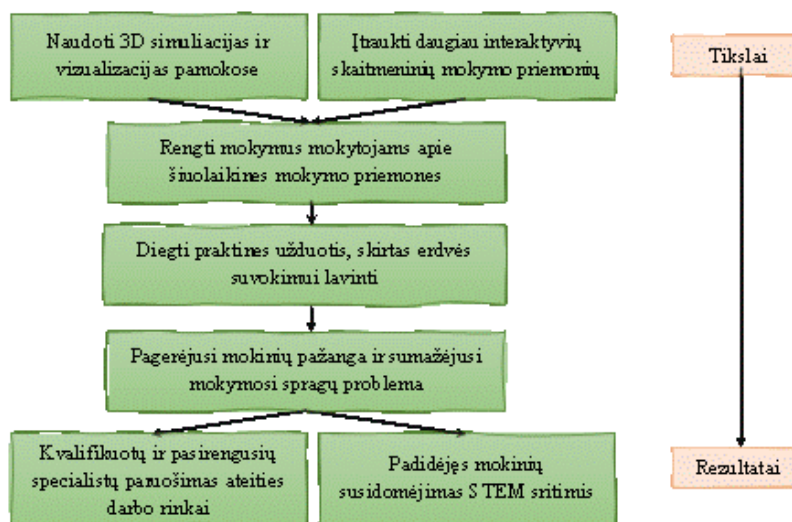


1 pav. Problemų medžio schema

Tikslų medis orientuotas į šiuolaikinių ugdymo poreikių sprendimą ir ilgalaikių rezultatų siekimą. Pirmiausia išskiriami tikslai, susiję su mokymo proceso modernizavimu, pabrėžiant skaitmeninių ir interaktyvių priemonių integraciją į ugdymo procesą. Akcentuojama 3D simuliacijų bei vizualizacijų svarba, siekiant lavinti mokinių erdvinį suvokimą ir padaryti pamokas labiau įtraukiančias.

Toliau tikslų medis parodo mokytojų kompetencijų tobulinimo svarbą, organizuojant mokymus apie šiuolaikines mokymo priemones. Tai sudaro sąlygas diegti praktines užduotis, kurios tiesiogiai skatina erdvinio suvokimo lavinimą. Tokie metodai ne tik gerina mokinių pažangą, bet ir mažina mokymosi spragų problemą, suteikiant galimybę kiekvienam mokiniui įsitraukti į ugdymo procesą.

Galiausiai, tikslų medis pereina į ilgalaikių rezultatų siekį, kuris apima specialistų pasirengimą darbo rinkai ir mokinių susidomėjimo STEM sritimis didinimą.



2 pav. Tikslų medžio schema

1.2.3. Galimų sprendimų analizė

Geometrija reikalauja ne tik analitinio mąstymo, bet ir gebėjimo mintyse vizualizuoti erdvinės figūras bei suprasti jų tarpusavio ryšius. Matematika nuo kitų dalykų išsiskiria tuo, kad jos objektai nėra tiesiogiai suvokiami jutimais – regėjimu, lytėjimu ar kvapu [32]. Gamtos moksluose nagrinėjamos problemos gali būti iliustruojamos fiziniais objektais ar stebimais reiškiniais, o matematikoje viskas vyksta tik žmogaus prote ir vaizduotėje. Ši savybė dažnai apsunkina matematikos supratimą, nes reikalauja abstraktaus mąstymo ir gebėjimo „matyti“ tai, kas realybėje neegzistuoja. Šiame kontekste geometrija užima ypatingą vietą, nes ji jungia abstraktų mąstymą ir erdvinę vizualizaciją.

Geometrijos mokymasis reikalauja įvairių kognityvinių gebėjimų, kurie dažnai tampa iššūkiu mokiniams. Vienas pagrindinių – abstraktus mąstymas, tai ypač sudėtinga tiems besimokantiesiems, kurie pirmenybę teikia nuosekliems mokymosi metodams [33]. Jeigu trūksta aiškių praktinių pavyzdžių, mokiniai gali sunkiai suprasti sudėtingesnes geometrines sąvokas. Pavyzdžiui, pereiti nuo paprasto geometrinių figūrų brėžinio suvokimo prie supratimo, kaip šios figūros elgiasi trimatėje erdvėje, gali būti labai sudėtinga. Ši problema gali sutrukdyti ne tik suvokti sudėtingesnes sąvokas, bet ir išsiugdyti pasitikėjimą savo gebėjimais spręsti geometrines problemas. Be to, daugelis geometrijos uždavinių remiasi erdvinio mąstymu, kuris apima gebėjimą įsivaizduoti figūras, esančias trimatėje erdvėje, jų savybes ir tarpusavio ryšius. Mokiniai, turintys silpnesnius erdvinio suvokimo įgūdžius, dažnai susiduria su sunkumais bandydami manipuliuoti geometrinėmis figūromis mintyse, jas pasukti, transformuoti ar suvokti jų perspektyvą [34]. Pavyzdžiui, užduotys, reikalaujančios įsivaizduoti, kaip figūra atrodytų pasukta arba padalyta į dalis, gali atrodyti neįveikiamos. Tai apsunkina ne tik teorinių sąvokų įsisavinimą, bet ir praktinių uždavinių sprendimą. Kita sudėtinga sritis – geometrinių teoremų ir įrodymų supratimas. Loginių skaičiavimų seka, reikalinga norint suprasti ir pritaikyti teoremas, gali pasirodyti per daug sudėtinga, ypač mokiniams, neturintiems stiprių analitinių įgūdžių. Pavyzdžiui, iš pradžių suprasti, kodėl tam tikra teorema veikia, o vėliau ją pritaikyti kitiems uždaviniams. Jei mokiniai susiduria su sunkumais, jie gali prarasti motyvaciją ir vengti gilintis į šią sritį. Šios problemos pabrėžia, kaip svarbu rasti naujoviškus ir efektyvius būdus, padedančius įveikti šiuos mokymosi iššūkius.

Vienas iš efektyviausių būdų spręsti geometrijos mokymosi iššūkius yra interaktyvių trimačių geometrijos vizualizacijų naudojimas. Šios technologijos leidžia mokiniams realiuoju laiku kurti, tyrinėti ir manipuluoti geometrinėmis figūromis, taip įtraukiant juos į aktyvų mokymosi procesą. Toks požiūris remiasi konstruktyvistine ugdymo teorija, kuri teigia, kad žinios geriausiai įsisavinamos per patirtį ir praktinę veiklą [35]. Trimačių figūrų manipuliavimas realiuoju laiku lavina erdvinį mąstymą – gebėjimą suvokti, kaip objektai atrodo ar juda erdvėje. Naudojant interaktyvias priemones, mokiniai gali vizualiai pamatyti geometrinių figūrų ypatybes ir lengviau suprasti sudėtingas koncepcijas, tokias kaip erdvinės transformacijos ar figūrų tarpusavio santykiai. Be to, interaktyvus darbas su figūromis skatina kūrybiškumą ir problemų sprendimą, leidžia eksperimentuoti ir savarankiškai atrasti naujas išvalgas [36]. Mokiniais dažnai sunku įsivaizduoti erdvinius objektus ar jų transformacijas vien tik iš plokščių piešinių ar tekstinių paaiškinimų. Trimačių vizualizacijų pagalba jie gali „matyti“ abstrakčias idėjas, tokias kaip figūrų pjūviai, tūrio skaičiavimo principai ar figūrų transformacijos. Technologijų integracija į geometrijos mokymą ne tik palengvina supratimą, bet ir daro mokymosi procesą patrauklesnį bei labiau motyvuojantį.

Išanalizavus teorinius trimatės grafikos pagrindus bei jos taikymą švietime, galima teigti, kad tradiciniai geometrijos mokymo metodai, neužtikrina mokinių erdvės suvokimo. Kadangi matematinių objektų neįmanoma tiesiogiai apčiuopti jutimais, besimokantiems kyla didelių sunkumų bandant mintyse transformuoti ar sukoti erdvines figūras, o tai lemia mažėjančią motyvaciją. Trimatės grafikos technologijos ir interaktyvios skaitmeninės priemonės, tokios kaip „GeoGebra“, siūlo efektyvų šios problemos sprendimą. Jos leidžia kurti dinamiškus modelius, kuriuos mokiniai gali patys valdyti realiuoju laiku, keisti jų parametrus slankikliais ir stebėti figūrų transformacijas iš visų pusių. Apibendrinant galima daryti išvadą, kad erdvinės geometrijos supratimui būtina pereiti nuo statiško vaizdavimo prie tyrinėjimais grįsto mokymosi. Tam reikalinga lengvai pasiekiamą skaitmeninę aplinką, kuri leistų mokiniams vizualiai tyrinėti geometrinių kūnų savybes bei jų tarpusavio ryšius.

2. Interaktyvios mokymo priemonės projektavimas

Šiame skyriuje analizuojamos esamos skaitmeninės priemonės, leidžiančios interaktyviai vizualizuoti erdvines geometrines figūras trimatėje aplinkoje. Atsižvelgiama į jų technines galimybes, naudojimo paprastumą, edukacinį potencialą ir taikomumą mokinių erdviniam mąstymui ugdyti. Vertinamos platformos, kurios gali būti pritaikytos klasės sąlygomis.

2.1. IT priemonių lyginamoji analizė

Šiuolaikinis matematinis ugdymas neįsivaizduojamas be informacinių technologijų integracijos, kuri iš esmės keičia mokymo ir mokymosi procesą. Perėjimas nuo statiško, popieriuje ir pieštuku grįsto geometrinių figūrų braižymo prie trimačio modeliavimo atveria naujas edukacines perspektyvas, leidžiančias mokiniams ne tik stebėti, bet ir aktyviai manipuliuoti matematiniais objektais. Šiame darbo skyriuje atliekama lyginamoji IT priemonių analizė, siekiant nustatyti jų tinkamumą, funkcionalumą bei edukacinį potencialą vizualizuojant erdvinius kūnus. Pagrindinis šios analizės tikslas – įvertinti rinkoje prieinamas programines įrangas, kurios specializuojasi 3D grafikos ir geometrijos srityse. Analizės metu dėmesys sutelkiamas į kelis esminius kriterijus: vartotojo sąsajos intuityvumą, trimačių objektų konstravimo galimybes, prieinamumą švietimo įstaigoms bei integracijos su kitomis platformomis paprastumą. Taip pat svarbu įvertinti, kaip konkreti programa padeda ugdyti mokinių erdvinį mąstymą – gebėjimą mintyse manipuliuoti objektais, suprasti jų pjūvius, projekcijas bei tarpusavio sąveiką. Geometrijos mokyme viena didžiausių problemų išlieka atotrūkis tarp teorinių žinių ir realaus erdvinio vaizdo suvokimo. Tradiciniai mokymo metodai dažnai apriboja mokinio vaizduotę dvimate plokštuma, todėl geometrijos temos daugeliui tampa sunkiai įveikiamu iššūkiu. IT priemonės ši barjerą panaikina suteikdamos galimybę objektą pamatyti iš visų pusių, keisti jo parametrus realiuoju laiku ir akimirksniu stebėti rezultatų pokyčius. Pavyzdžiui, galimybė išskleisti trimatį kūną į išsklotinę ar atlikti sudėtingus pjūvius leidžia mokiniams patikrinti matematinės tiesas, o tai skatina gilesnį ir ilgalaikį žinių įsisavinimą. Lyginamojoje analizėje detalizuojami keturi populiarūs įrankiai, pirmiausia apžvelgiama „GeoGebra 3D“ – kaip viena universaliausių atvirojo kodo sistemų, jungiančių algebrą ir geometriją. Toliau analizuojama „Cabri 3D“, kuri išsiskiria savo specializacija būtent geometrijos srityje, trečiasis analizės objektas – „SketchUp for Schools“, kuri, nors ir nėra matematinė programa, suteikia platų funkcijų pasirinkimą architektūros ir inžinerinio modeliavimo srityje. Galiausiai aptariama „Desmos 3D“ – sparčiai populiarėjanti platforma, vertinama dėl savo paprastumo, prieinamumo naršyklėje ir puikių funkcijų vizualizavimo galimybių. Kiekvienas iš šių įrankių turi savo stiprybes ir silpnybes, kurios tiesiogiai priklauso nuo pamokos tikslų bei techninių mokyklos galimybių. Vienos programos geriau tinka skaičiavimams, kitos – kūrybiniam projektams ar pradiniam pažinimui su trimate erdve. Ši analizė padės nustatyti, kuriomis sąlygomis konkretus įrankis yra efektyviausias ir kaip jis gali būti integruotas į ugdymo turinį, siekiant mokinių įsitraukimo bei geresnio vaizdinio suvokimo. Tolesniuose poskyriuose kiekviena programa bus aptariama detaliau, išskiriant jų funkcinius ypatumus bei naudojimo iššūkius.

2.1.1. GeoGebra 3D

GeoGebra yra galinga ir universali matematinė programinė įranga, kuri suteikia plačias galimybes dirbti tiek su 2D, tiek su 3D grafika. Naudodamasis šia priemone, vartotojas gali kurti, manipuliuoti ir vizualizuoti dvimatę bei trimatę geometriją. Trimatis grafikos režimas leidžia realiu laiku generuoti tokias figūras kaip prizmės, piramidės, rutuliai, taip pat konstruoti plokštumas, kreives, paviršius ir

atlikti įvairius matavimus – atstumų, kampų, plotų ar tūrinių dydžių [37]. Ši funkcija ypač naudinga, kai siekiama giliau suprasti erdvinius santykius. Programoje galima įvesti algebrines išraiškas ar funkcijas, kurios automatiškai atvaizduojamos grafiškai. Tai leidžia aiškiai ir vaizdžiai stebėti, kaip kinta funkcijų grafikai keičiant jų parametrus. Visi objektai *GeoGebra* yra dinamiški – juos galima sukurti, didinti, mažinti, keisti jų savybes ir iš karto matyti, kaip šie pokyčiai atsispindi vizualizacijoje. Tai padeda mokiniams eksperimentuoti ir aktyviai įsitraukti į mokymosi procesą. *GeoGebra* pasižymi itin plačiu įrankių asortimentu: nuo paprastų taškų, vektorių ar tiesių braižymo iki sudėtingų transformacijų, plokštumų konstravimo ir matavimų galimybių. Vartotojai gali kurti interaktyvius darbalapius su integruotais klausimais, instrukcijomis, animacijomis ir simuliacijomis. Tokie darbalapiai pritaikomi tiek pamokose, tiek savarankiškam mokymuisi, skatindami aktyvų žinių įsisavinimą. Be to, mobiliosios *GeoGebra* programėlės palaiko papildytos realybės (AR) režimą, kuris leidžia matematikos objektus perkelti į realią aplinką ir tyrinėti juos iš visų pusių. Tai suteikia dar daugiau galimybių mokymuisi, leidžiant konceptualiai įsisavinti sudėtingas geometrines idėjas per praktinį ir vizualų tyrinėjimą. *GeoGebra* yra šiuolaikinė, universali ir galinga matematinio ugdymo priemonė, plačiai pritaikoma tiek mokiniams, tiek mokytojams, taip pat aukštajame moksle. Mokiniai naudodamiesi šia programa gali savarankiškai kurti modelius, keisti parametrus ir akimirksniu stebėti rezultatus, taip įsitraukdami į prasmingą, tyrimais grįstą mokymosi procesą. Mokytojams *GeoGebra* siūlo puikią autorinę sistemą, leidžiančią kurti individualizuotas užduotis, interaktyvius darbalapius, animacijas. Be to, mokytojai gali dalintis savo sukurtais ištekliais su kolegomis visame pasaulyje bei naudotis kitų pedagogų parengtomis pamokomis ar užduotimis.

GeoGebra ypač naudinga aukštojoje matematikoje, jos 3D grafikos galimybės suteikia galimybę vizualizuoti paviršius, funkcijas su dviem kintamaisiais, analizuoti jų pjūvius, sankirtas, kas itin svarbu mokantis daugiamatės geometrijos ar diferencialinio skaičiavimo. Svarbus *GeoGebra* aspektas – aktyvi tarptautinė bendruomenė, vienijanti pedagogus, programuotojus ir tyrėjus. Ši bendruomenė yra organizuota per daugiau nei 140 vietinių *GeoGebra* institutų, kuriuos koordinuoja Tarptautinis *GeoGebra* institutas [38]. Tokia bendruomenės struktūra užtikrina nuolatinę turinio, įrankių ir idėjų plėtrą. *GeoGebra* taip pat išsiskiria savo atvirumu ir prieinamumu – tai atviro kodo, nemokama programinė įranga, prieinama daugybe kalbų, veikianti įvairiose platformose: *Windows*, *Mac*, *Linux*, *Android*, *iOS*, taip pat naršyklėje. Tokia prieiga leidžia lengvai ją integruoti tiek į tradicinį, tiek į nuotolinį ar mišrųjį mokymąsi. Tarp svarbiausių *GeoGebra* privalumų – lengvas pasiekiamumas, intuityvi vartotojo sąsaja, platus funkcionalumas, tinkantis nuo pradinių klasių iki universitetinio lygio, bei galimybė skatinti aktyvų, tyrimais grįstą mokymąsi. Ji itin patogi naudoti mišriame ar nuotoliniame ugdyme, nes leidžia kurti ir naudoti skaitmeninius išteklius iš bet kurios vietos. Vis dėlto, šiai sistemai būdingi ir tam tikri iššūkiai. Sudėtingesnių funkcijų įvaldymas reikalauja laiko ir pastangų, o kai kurios 3D paviršių vizualizacijos yra ribotos arba reikalauja tikslių formulų įvedimo. Taip pat reikalingas nuolatinis technologinis palaikymas, kad būtų užtikrintas sklandus ir funkcionalus veikimas.

Apibendrinant, *GeoGebra* yra moderni mokymosi priemonė, kuri ne tik padeda mokiniams ir studentams giliau suprasti matematiką, bet ir suteikia mokytojams kūrybinę laisvę kurti bei dalintis ištekliais. Jos 3D grafikos ir dinaminės geometrijos funkcijos ypač vertingos vizualizuojant sudėtingus objektus ir procesus, o tarptautinė bendruomenė užtikrina nuolatinį šios priemonės tobulėjimą ir aktualumą.

2.1.2. Cabri 3D

Cabri yra specializuota edukacinė programa, skirta trimatės geometrijos tyrinėjimui ir vizualizavimui. Ji sukurta tam, kad padėtų mokiniams ir mokytojams geriau suprasti erdvinius geometrinius reiškinius, suteikiant galimybę lengvai konstruoti įvairias figūras, jas transformuoti ir analizuoti jų savybes realiuoju laiku. Naudojantis *Cabri*, galima kurti taškus, tieses, plokštumas, daugiakampius, erdvinius kūnus – tokius kaip rutuliai, prizmės ar piramidės – ir juos transformuoti trimatėje erdvėje [39]. Vienas iš pagrindinių programos privalumų yra dinamiškumas: bet koks objektų keitimas ar manipuliavimas jais iš karto atsispindi vaizde, leidžiant vartotojui stebėti, kaip kinta geometrinės savybės keičiant parametrus. Taip pat *Cabri* siūlo įvairius įrankius, leidžiančius tiksliai nustatyti kraštinių ilgį, kampus, plotus, tūrius, atlikti pjūvius, projektuoti išklotines ir vertinti gautus rezultatus [39]. Vizualizacijos galimybės leidžia keisti stebėjimo kampą, priartinti ar nutolinti objektus, o tai padeda geriau suvokti erdvinį figūrų išsidėstymą bei tarpusavio ryšius. Be to, vartotojai gali įrašyti savo atliktų konstrukcijų eigą ir ją vėliau atkurti, kas itin naudinga tiek savarankiškam mokymuisi, tiek mokytojų vedamoms pamokoms ar demonstracijoms klasėje [40]. Vienas ryškiausių šios programos privalumų – gebėjimas lavinti erdvinį mąstymą, kuris tradicinėse pamokose, naudojant tik popierių ir liniuotę, dažnai kelia iššūkių tiek mokytojams, tiek mokiniams. *Cabri* aplinka leidžia ne tik vaizduoti geometrinius objektus trimatėje erdvėje, bet ir jais manipuluoti, keičiant jų savybes bei iškart stebėti rezultatus. Tai suteikia mokymuisi aktyvumo, įtraukia mokinius ir skatina savarankišką tyrinėjimą. Programa naudinga ne tik mokiniams, bet ir mokytojams, kurie gali aiškiau ir vizualiau perteikti sudėtingas erdvinės geometrijos temas. Techniniu požiūriu, *Cabri* nors ir pasižymi išsamia vartotojo sąsaja, ji yra intuityvi. Visi pagrindiniai įrankiai pateikti per meniu ir mygtukus, tačiau naujiems vartotojams gali prireikti šiek tiek laiko, kol jie įpras naudotis visomis funkcijomis. Programos sąsaja nėra pilnai lokalizuota į lietuvių kalbą, todėl vartotojams, neturintiems gerų anglų kalbos įgūdžių, tai gali būti papildomas iššūkis. Be to, *Cabri* yra mokama programa, nors siūloma demonstracinė versija leidžia susipažinti su pagrindinėmis funkcijomis prieš įsigyjant pilną licenciją. Lyginant *Cabri* su kitomis geometrijos priemonėmis, tokios kaip *GeoGebra*, pastebima, kad nors pastaroji priemonė yra nemokama, palaiko daugiau kalbų ir turi didesnę naudotojų bendruomenę, *Cabri* išsiskiria specializuotais 3D manipuliavimo įrankiais, intuityviu valdymu ir išsamiais įrankiais. Vis dėlto, didžiausi *Cabri* trūkumai išlieka sąsajos sudėtingumas pradedantiesiems, kalbos barjeras bei licencijos kaina, kuri gali apriboti prieinamumą mokykloms ar pavieniams naudotojams.

Apibendrinant, *Cabri* leidžia efektyviai vizualizuoti ir analizuoti trimatės figūras, skatina aktyvų mokymąsi ir padeda lavinti erdvinį mąstymą. Nors egzistuoja tam tikri apribojimai, tokie kaip sudėtingesnė sąsaja ar kalbos trūkumas, *Cabri* vis tiek išlieka itin vertinga ir naudinga mokomąja priemone šiuolaikinėse matematikos pamokose.

2.1.3. SketchUp for Schools

SketchUp – tai 3D modeliavimo platforma, kuri iš pradžių buvo sukurta architektams, tačiau bėgant metams jos taikymo sritys gerokai išsiplėtė. Šiandien *SketchUp* naudojama ne tik architektūroje ar inžinerijoje, bet ir dizaino, urbanistikos, žaidimų kūrimo bei švietimo srityse [41]. Būtent mokykloms skirta versija, *SketchUp for Schools*, veikia naršyklėje ir nereikalauja papildomos programinės įrangos diegimo, todėl yra lengvai prieinama tiek mokytojams, tiek mokiniams. Platformos valdymas yra intuityvus, o įrankiai – paprasti naudoti net pradedantiesiems. *SketchUp for Schools* siūlo daugumą pagrindinių įrankių, esančių pilnoje versijoje: linijų, stačiakampių, apskritimų,

daugiakampių, laisvos rankos piešimo, ištempimo (angl. *push/pull*), judinimo (angl. *move*), didinimo/mažinimo (angl. *scale*), sukimo (angl. *rotate*) ir kitus įrankius, kurie leidžia kurti ir koreguoti 3D objektus. Modeliavimas vyksta trimatėje erdvėje, o vizualiai patraukli aplinka leidžia greitai perprasti darbo principus. Naudotojai gali pasirinkti darbo mastelį – nuo milimetrų iki pėdų ar metrų, taip pat naudoti šablonus, atitinkančius konkrečius projektų poreikius. Be pagrindinių modeliavimo funkcijų, *SketchUp* leidžia įterpti paveikslėlius ar kitus modelius, naudoti tekstūras, spalvas, komponentus, sluoksnius. Įrankių juosta išdėstyta patogiai, kad pagrindines funkcijas būtų lengva pasiekti. Kiekvienas įrankis turi trumpą paaiškinimą ir pagalbos nuorodą, todėl mokiniai gali savarankiškai mokytis dirbti su programa be nuolatinės mokytojo priežiūros. Taip pat yra papildomos funkcijos, tokios kaip modelių lokacija, kamerų pozicionavimas ir įvairūs peržiūros įrankiai, leidžiantys dar geriau suprasti erdvinius sprendimus. Vienas didžiausių platformos privalumų – jos prieinamumas ir universalumas, kadangi *SketchUp for Schools* veikia tiesiogiai naršyklėje, nereikia įdiegti jokios programinės įrangos ar naudoti galingų kompiuterių – pakanka interneto ryšio ir bet kurios šiuolaikinės naršyklės. Be to, integracija su *Google Drive* leidžia mokiniams lengvai saugoti, dalintis savo darbais ir tęsti projektus iš bet kurios vietos. Mokymosi procesą palengvina ir integruotas *Instructor* skydelis, kuris suteikia trumpus patarimus apie įrankių naudojimą ir pateikia nuorodas į pagalbos straipsnius [41]. Vis dėlto, šiai platformai būdingi tam tikri ribojimai ir iššūkiai. Vienas iš esminių trūkumų – automatizuotų geometrijos skaičiavimo funkcijų stoka. *SketchUp for Schools* nepateikia automatinio ploto ar tūrio skaičiavimo, todėl tokie skaičiavimai turi būti atliekami rankiniu būdu. Tai apsunkina tikslas, matematikos ar geometrijos pamokoms skirtas užduotis, kuriose reikalingas didelis tikslumas. Nors naudotojas gali pasirinkti matavimo vienetus ir nustatyti tam tikrą tikslumo lygį, pati platforma vis tiek orientuota labiau į modeliavimą. Dėl to sudėtingesnėms geometrinėms konstrukcijoms ar matematinėms analizėms gali pritrūkti funkcionalumo. Techniniu požiūriu, platformos veikimas taip pat gali susidurti su apribojimais. Dideli modeliai, gali sulėtinti darbą, priklausomai nuo naudojamo kompiuterio bei naršyklės pajėgumo [42]. Be to, kai kurios pažangesnės funkcijos, tokios kaip papildinių diegimas, yra prieinamos tik pilnoje *SketchUp* versijoje, o ne švietimui skirtoje *for Schools* aplinkoje.

Apibendrinant galima teigti, kad *SketchUp for Schools* yra patogi, lengvai prieinama ir vizualiai patraukli 3D modeliavimo priemonė, puikiai tinkanti kūrybinėms veikloms bei mokymuisi dizaino, architektūros, technologijų ar dailės srityse. Ji padeda ugdyti mokinių vaizduotę, kūrybiškumą ir susipažinti su erdviu modeliavimu. Visgi, dėl riboto tikslumo ir skaičiavimų funkcijų stokos, šios platformos pritaikomumas matematikos ugdyme yra ribotas.

2.1.4. Desmos 3D

Desmos viena populiariausių skaitmeninių matematikos vizualizavimo platformų, kuri pastaraisiais metais reikšmingai išplėtė savo galimybes. Ši naujovė leidžia vartotojams ne tik braižyti dvimačius grafikus, bet ir vizualizuoti bei manipuluoti matematiniais objektais trimatėje erdvėje, kas ypač aktualu šiuolaikiniam matematikos ugdymui. *Desmos* išlaiko tą pačią vartotojui draugišką ir pažįstamą sąsają kaip ir klasikinis 2D *Desmos* skaičiuotuvas, todėl tiek mokytojai, tiek mokiniai, jau turintys patirties su šiuo įrankiu, gali lengvai pereiti prie naujos versijos. Platformos interaktyvumas leidžia vartotojams laisvai sukurti trimatį kubą, keisti parametrus naudojant slankiklius, stebėti paviršių pokyčius, jų pjūvius ir tarpusavio sąveiką realiu laiku. Tokia funkcija skatina aktyvų tyrinėjimą ir gilina supratimą apie erdvinius matematinis reiškinis. *Desmos* taip pat pasižymi plačiomis matematinėmis galimybėmis – galima braižyti įvairius paviršius pagal funkcijas, parametrines lygtis, kurti sukimosi paviršius, pavyzdžiui, sukurti parabolę apie ašį, bei vizualizuoti sudėtingesnes

geometrines figūras. Vienu metu galima dirbti su keliomis išraiškomis, jas įjungti ar išjungti, redaguoti pagal poreikį. Vizualinis paprastumas yra dar vienas šios platformos privalumas – naudotojai gali taikyti skaidrius paviršius, spalvas ir animacijas, kurios padeda geriau suprasti figūrų sąveiką bei palengvina erdvinį suvokimą. Galiausiai, sąsajos elementų panašumas į 2D versiją užtikrina sklandų ir greitą perėjimą prie 3D aplinkos, neapsunkinant naudotojo papildomu mokymusi ar prisitaikymu prie naujos sistemos. *Desmos* taikymas švietime atveria naujas galimybes erdvinį objektų vizualizacijai ir matematinio mąstymo ugdymui. Viena iš svarbiausių platformos stiprybių yra gebėjimas padėti mokiniams geriau suprasti erdvinius objektus, jų tarpusavio sąveikas ir funkcijų paviršių ypatybes. Manipuliuojant objektais, mokiniai gali tiesiogiai stebėti, kaip kinta geometrinės figūros, kaip atrodo jų pjūviai ar kaip jos susikerta, o tai padeda gilinti supratimą apie erdvę ir matematinius ryšius. *Desmos* skatina mokytojų ir mokinių bendradarbiavimą, nes leidžia dalintis grafikais, naudoti juos pamokose bei integruoti į interaktyvias veiklas ar užduotis. Platformoje esantis *Activity Builder* įrankis suteikia galimybę kurti pilnavertes pamokas, kurios įtraukia mokinius į virtualius manipuliuojamus, savarankiškus tyrinėjimus bei refleksijas [43]. Tokios galybės ne tik aktyvina mokinių įsitraukimą, bet ir ugdo jų gebėjimą mąstyti vizualiai bei struktūruotai. Ši platforma ypač vertinga skaitmeninio matematikos mokymo kontekste. Ji skatina tyrinėjimą, eksperimentavimą ir kūrybinį požiūrį į matematiką, o tai tampa vis svarbiau šiuolaikinėje mokykloje. Kadangi *Desmos* yra visiškai nemokamas, pasiekiamas tiek internete, tiek mobiliuosiuose įrenginiuose, jis lengvai integruojamas į įvairias ugdymo aplinkas. Vis dėlto *Desmos* turi ir tam tikrų apribojimų. Šiuo metu platformoje nėra integruotų paviršiaus ploto ar tūrio skaičiavimo įrankių, tad šiuos skaičiavimus tenka atlikti atskirai, pasitelkiant žinomas formules. Taip pat trūksta kai kurių pažangesnių edukacinių funkcijų, tokių kaip animuotos išsklotinės. Be to, *Desmos* labiau orientuotas į vizualizaciją nei į pažangų matematinį skaičiavimą – sudėtingų lygčių ar integralų sprendimo galimybės yra ribotos. Nepaisant šių trūkumų, vartotojų patirtis su *Desmos* yra labai teigiama. Platforma pasižymi patogia, intuityvia ir greitai perprantama sąsaja, kuri tinka tiek pradedantiesiems, tiek pažengusiems vartotojams. Ji neturi reklamų, leidžia išsaugoti grafikus ir lengvai jais dalintis su kitais. Be to, *Desmos* bendruomenė yra aktyvi – nuolat kuriami nauji pamokų šablonai, dalijamasi patirtimi bei metodiniais patarimais.

Apibendrinant galima teigti, kad *Desmos* yra vizualiai patrauklus ir pedagogiškai vertingas įrankis, skirtas matematikos vizualizavimui bei tyrinėjimui trimatės erdvės kontekste. Nors kai kurių pažangių funkcijų dar trūksta, platforma puikiai pasitarnauja tiek savarankiškam mokymuisi, tiek pamokoms, kuriose svarbus erdvinį objektų suvokimas, funkcijų analizė ir matematinis eksperimentavimas.

2.2. Funkciniai ir nefunkciniai reikalavimai priemonei

Funkciniai reikalavimai apibrėžia, kokias konkrečias funkcijas ir veiksmus turi gebėti atlikti kuriama sistema, siekiant užtikrinti sklandų ir prasmingą jos naudojimą mokymosi procese. Šie reikalavimai atspindi esminius naudotojo (mokytojo arba mokinio) veiksmus, kuriuos jis gali įgyvendinti pasitelkdamas skaitmeninę priemonę. Vienas iš pagrindinių funkcinių reikalavimų yra galimybė interaktyviai generuoti ir vizualizuoti erdvines geometrines figūras. Sistema turi leisti naudotojui pasirinkti norimą figūrą iš pradinio sąrašo, kuriame būtų tokios figūros kaip prizmos, piramidės, cilindrai, kūgiai ar sferos. Be to, turėtų būti sudaryta galimybė naudotojui susikurti figūrą pagal pateiktas matematinės formules, taip užtikrinant lankstesnę ir individualizuotą mokymosi būdą. Tai skatintų mokinių kūrybiškumą ir gilesnę geometrinių objektų supratimą. Sistemai būtina užtikrinti sklandų manipuliuojimą pasirinkta figūra. Naudotojas turi turėti galimybę keisti pagrindinius figūros

parametrus, tokius kaip aukštis, kraštinių ilgiai, spindulys ar kampų dydžiai. Šie pokyčiai gali būti atliekami naudojant interaktyvius slankiklius arba įvedant tikslias reikšmes rankiniu būdu. Figūra turi būti lengvai pasukama 360° kampu aplink visas trimates ašis, kad mokinys galėtų ją apžiūrėti iš skirtingų kampų ir taip geriau suprastų jos erdvinę struktūrą. Dar vienas svarbus funkcionalumas yra matematiniai skaičiavimai, kuriuos sistema turi atlikti realiu laiku. Kiekvienai pasirinktai ir modifikuotai figūrai turi būti automatiškai pateikiami tokie parametrai kaip paviršiaus plotas, tūris ir kiti susiję dydžiai. Skaičiavimai turi būti tikslūs ir atitikti pasirinktą matavimo vienetų sistemą (pvz., cm^2 , m^3). Tai padeda mokiniams susieti teorines žinias su praktiniais skaičiavimais ir geriau suprasti geometrinių dydžių reikšmes. Dar viena svarbi funkcija – figūrų išsklotinių atvaizdavimas. Sistema turi gebėti paversti erdvinę figūrą į jos plokščiąją išsklotinę, pateikiant animuotą perėjimą tarp šių dviejų reprezentacijų. Toks sprendimas yra ypač vertingas mokymosi procese, nes padeda mokiniams vizualiai suvokti, kaip erdvinis objektas virsta plokščiu paviršiumi, o tai tiesiogiai susiję su paviršiaus ploto skaičiavimais ir figūros sandaros supratimu. Mokymosi proceso interaktyvumui ir įsitraukimui didinti sistema turi suteikti galimybę integruoti įvairias mokymosi užduotis. Tai gali būti testai su pasirenkamais atsakymais, užpildomi laukai, savarankiški įsivertinimo pratimai ar trumpos interaktyvios viktorinos. Naudotojui pateikus atsakymus, sistema turi automatiškai pateikti grįžtamąjį ryšį, kuris būtų ne tik teisingumo patikrinimas, bet ir konstruktyvus paaiškinimas, padedantis mokiniui suprasti padarytas klaidas ir tobulinti savo žinias. Priemonė taip pat turi užtikrinti atskirus režimus mokytojams ir mokiniams. Mokytojo režimas turėtų leisti kurti ir redaguoti užduotis, paskirstyti jas mokiniams, stebėti jų atlikimo rezultatus bei pažangą. Tuo tarpu mokinio režimas turėtų būti orientuotas į užduočių atlikimą, figūrų analizavimą ir grįžtamojo ryšio gavimą. Galiausiai, svarbus funkcionalumas – duomenų saugojimas ir analizė. Sistema turi automatiškai kaupti naudotojų veiklos duomenis, tokius kaip atliktų užduočių rezultatai, atsakymų istorija, figūrų manipuliacijos sekos ir kt. Šie duomenys turi būti lengvai pasiekiami mokytojui, kad jis galėtų analizuoti mokinių progresą, identifikuoti dažniausiai pasitaikančias klaidas bei pritaikyti mokymo turinį pagal realius mokymosi poreikius. Visa ši funkcinių reikalavimų visuma sudaro pamatus šiuolaikiškai, interaktyviai ir personalizuotai mokymosi priemonei, kuri padeda gilinti mokinių erdvinį figūrų suvokimą ir skatina aktyvų dalyvavimą mokymosi procese.

Nefunkciniai reikalavimai apibrėžia, kaip sistema turi veikti siekiant užtikrinti ne tik jos techninį funkcionavimą, bet ir vartotojo patirtį bei ilgalaikį patikimumą. Šie reikalavimai yra esminiai, kuriant šiuolaikišką, patrauklią ir prieinamą skaitmeninę mokymosi priemonę, kuri būtų naudinga tiek mokiniams, tiek pedagogams. Viena iš svarbiausių nefunkcinių savybių yra naudojimo paprastumas. Sistemos naudotojo sąsaja turi būti intuityvi, aiški ir nereikalauti sudėtingų mokymosi pastangų. Ypač svarbu, kad net jaunesnio amžiaus mokiniai – nuo 12 metų – galėtų savarankiškai naudotis pagrindinėmis sistemos funkcijomis be išorinio įsikišimo. Paprastumas padeda sumažinti mokymosi barjerus ir leidžia dėmesį sutelkti į turinį, o ne į įrankio valdymą. Taip pat labai svarbus yra kalbos palaikymas. Kadangi sistema skirta naudoti Lietuvos mokyklose, būtina, jog ji turėtų lietuvių kalbos versiją arba bent jau būtų lengvai lokalizuojama. Visi terminai, užduotys ir paaiškinimai turi būti pateikti taisyklinga, aiškia ir tinkama lietuvių kalba, siekiant užtikrinti turinio suprantamumą. Šiuolaikinė mokymo aplinka neatsiejama nuo prieigos prie interneto, todėl sistema privalo būti prieinama per naršyklę, nereikalaujant jokio papildomo diegimo. Ji turi veikti įvairiuose įrenginiuose – stacionariuose ir nešiojamuosiuose kompiuteriuose, planšetėse ir išmaniuosiuose telefonuose. Svarbu, kad platforma būtų suderinama su populiariausiomis operacinėmis sistemomis, tokiomis kaip Windows, macOS, Android ar iOS, kad mokytojai ir mokiniai galėtų naudotis sistema bet kur ir bet kada. Techninis stabilumas – dar viena itin svarbi savybė. Sistema turi veikti patikimai net ir esant

prastesnei interneto kokybei. Strigimų, užšalimų ar duomenų praradimo tikimybė turi būti minimali, kad mokymosi procesas nenutrūktų ir nesukeltų nusivylimo tiek mokiniams, tiek mokytojams. Ne mažiau svarbus yra saugumo ir privatumo aspektas. Jei sistema renka arba apdoroja mokinių duomenis – tokius kaip vardai, pažymiai ar testų rezultatai – būtina, kad ji atitiktų galiojančius duomenų apsaugos reglamentus. Vartotojų asmeninė informacija negali būti perduodama trečiosioms šalims be aiškaus leidimo, o visi duomenys turi būti šifruojami ir saugomi saugioje aplinkoje. Dar vienas aktualus reikalavimas – sistemos atvirumas ir plėtros galimybės. Idealu, jei priemonė yra atvirojo kodo, kad pedagogai galėtų lengvai papildyti turinį naujomis užduotimis, formulėmis ar net trimačiais vizualiniais elementais. Tai suteikia lankstumo ir leidžia adaptuoti sistemą pagal konkrečius mokymo tikslus bei klasės poreikius. Vizualinis patrauklumas taip pat prisideda prie mokymosi efektyvumo. Spalvinė gama, formos, animacijos turi būti estetiškai patrauklios, tačiau neperkrautos. Subalansuotas dizainas padeda išlaikyti mokinių dėmesį, skatina smalsumą ir gerina informacijos įsisavinimą. Galiausiai, sistema turi būti prieinama mokiniams, turintiems specialiųjų poreikių. Tai reiškia, kad turi būti įgyvendinti bent minimalūs prieinamumo standartai – klaviatūros valdymas vietoj pelės, teksto skaitymo funkcija, galimybė didinti šriftą ar keisti kontrastus. Prieinamumas yra ne tik techninis reikalavimas, bet ir socialinės atsakomybės aspektas, užtikrinantis įtraukią ir visiems prieinamą mokymosi aplinką. Apibendrinant galima teigti, kad nefunkciniai reikalavimai yra esminis komponentas kuriant šiuolaikišką edukacinę sistemą. Jie užtikrina, kad sistema būtų ne tik funkcionali, bet ir patogi, patikima, saugi, estetiškai patraukli bei prieinama visiems mokiniams, nepriklausomai nuo jų amžiaus, gebėjimų ar techninių galimybių.

1 lentelė. Funkciniai ir nefunkciniai reikalavimai mokymosi priemonei

Reikalavimas	GeoGebra	Cabri	SketchUp for Schools	Desmos
Figūrų generavimas ir vaizdavimas	5 – išsamus 3D figūrų konstravimas	5 – išsamus 3D figūrų konstravimas	5 – išsamus 3D figūrų konstravimas	3 – grafikai ir paviršiai generuojami pagal formules
Figūrų manipuliavimas	5 – interaktyvūs slankikliai, yra sukimas	5 – interaktyvūs slankikliai, yra sukimas	4 – galima keisti proporcijas, bet labiau modeliavimo priemonė	5 – veikia su slankikliais
Paviršiaus plotas ir tūris	5 – pateikiami skaičiavimai	4 – reikia papildomų vartotojo veiksmų	4 – reikia papildomų vartotojo veiksmų	1 – nėra skaičiavimo
Išklotinių animacijos	4 – galima sukurti, bet reikia papildomų veiksmų	4 – galima projektuoti	1 – nėra numatytos funkcijos	1 – nėra numatytos funkcijos
Užduočių integravimas ir grįžtamasis ryšys	5 – pamokų kūrimo įrankiai, įverčiai	3 – ribotos galimybės	2 – nėra tiesioginės grįžtamosios sąsajos	3 – galima kurti, bet ribotai
Naudojimo paprastumas (mokiniams)	5 – intuityvi sąsaja	3 – sudėtinga sąsaja	4 – intuityvi, bet labai apkrauta sąsaja	5 – labai paprasta
Kalbos palaikymas	5 – palaiko lietuvių kalbą	1 – tik anglų/prancūzų	1 – anglų kalba	1 – anglų kalba
Prieinamumas (naršyklėje, OS)	5 – veikia naršyklėje, visos OS	1 – instaliuojama programa	5 – veikia naršyklėje	5 – veikia naršyklėje, visos OS
Techninis stabilumas	5 – sklandus veikimas	5 – sklandus veikimas	5 – stabilus, veikia debesų pagrindu	5 – sklandus veikimas

Reikalavimas	GeoGebra	Cabri	SketchUp for Schools	Desmos
Saugumas ir privatumas	5 – saugi	4 – saugi, bet reikalauja licencijos	5 – integruota su <i>Google Workspace</i>	5 – saugi, laikosi privatumo standartų
Vizualinis patrauklumas	4 – aiški, bet labai paprasta grafika	4 – aiški, bet labai paprasta grafika	5 – vizualiai labai patraukli aplinka	5 – funkcionali ir švari, neapkrauta
Pritaikymas specialiųjų poreikių mokiniams	3 – minimali prieiga	1 – nėra funkcijų	3 – minimali prieiga	5 – gerai matomas šriftas, didinimo galimybės

Remiantis atlikta IT priemonių analize ir palyginamąja lentele, *GeoGebra* išsiskiria kaip labiausiai tinkanti priemonė, skirta mokinių erdvinių geometrinių figūrų suvokimui gerinti. Ši platforma sukurta būtent švietimui, todėl jos funkcijos orientuotos į mokymosi procesą, o ne vien į vizualizacijos estetiką. Figūros čia nėra tik gražūs objektai — jos pateikiamos kaip matematinės struktūros, kurioms automatiškai taikomi tūrio ar paviršiaus ploto skaičiavimai. Mokytojai gali integruoti užduotis, testus ir veiklas į platformą, todėl mokymo eiga tampa vientisa, nuosekli ir kryptinga. Svarbus *GeoGebra* pranašumas yra jos prieinamumas — tai nemokama, naršyklėje veikianti ir lietuvių kalbą palaikanti priemonė, kuri leidžia išvengti papildomo programinės įrangos diegimo ar licencijų įsigijimo. Tiek mokytojai, tiek mokiniai gali pradėti dirbti iš karto, o sistemos intuityvumas leidžia ją naudoti net ir jaunesniems mokiniams ar tiems, kurių skaitmeninis raštingumas yra prastas. Tokiu būdu pašalinamos technologinės kliūtys, leidžiant dėmesį sutelkti į mokymosi turinį. *GeoGebra* taip pat išsiskiria savo funkcijomis, kurios ypač tinkamos geometrijos mokymui. Skirtingai nei kitos panašios priemonės, tokios kaip *Cabri*, *Desmos* ar *SketchUp*, ši platforma siūlo interaktyvias figūras su realiu laiku atnaujinamais skaičiavimais, leidžiančiais mokiniams iš karto matyti ryšius tarp formos ir jos matematinės parametrų. Išsklotinių kūrimo galimybė suteikia vertingą vizualinį tiltą tarp plokštumos ir erdvės suvokimo. Dar vienas svarbus aspektas — plati *GeoGebra* tarptautinė bendruomenė, kurioje galima rasti šimtus jau parengtų pamokų, užduočių ir klasės veiklų. Tai leidžia mokytojams sutaupyti laiko, adaptuoti medžiagą pagal mokinių gebėjimų lygį, naudotis kolegų patikrintais metodais ir analizuoti jų taikymo praktiką. Atsižvelgiant į visus šiuos aspektus, galima teigti, kad norint analizuoti, kaip interaktyvi vizualizacija veikia mokinių erdvinio mąstymo ugdymą, *GeoGebra* yra pats tinkamiausias pasirinkimas. Ji ne tik leidžia kokybiškai įgyvendinti tyrimą, bet ir turi realų potencialą būti tvariai integruojama į mokyklos mokymo praktiką.

2.3. Vartotojo poreikių tyrimo rezultatai

Šiame skyriuje pristatomi ir išsamiai analizuojami tyrimo metu gauti duomenys, kurie leidžia suprasti, kaip 10 klasės moksleiviai vertina interaktyvią grafiką ir kokio pobūdžio paramos jiems labiausiai reikia matematikos ugdymo procese. Tyrimo rezultatai padeda atskleisti atotrūkį tarp teorinių grafikos privalumų ir realios jų taikymo praktikos mokykloje. Čia remiamasi moksleivių atsakymais apie tai, kaip dažnai pamokose ir savarankiškame darbe jie pasitelkia tokius įrankius kaip „GeoGebra“. Analizuojant dešimtokų savijautą matematikos pamokose, pirmiausia siekta išsiaiškinti, kaip jie vertina mokomojo turinio sudėtingumą. Gauti rezultatai (žr. 3 pav.) atskleidžia gana sudėtingą situaciją: didžioji dalis respondentų (39 %) teigia, kad matematikos temos jiems atrodo per daug abstrakčios, o dar 26 % tai jaučia dažnai. Tik nedidelė dalis moksleivių (23 %) nurodė, kad su šia problema nesusiduria.

Kaip dažnai jauti, kad matematikos temos yra per daug abstrakčios ir jas sunku įsivaizduoti?



3 pav. Matematinio turinio vertinimas mokinių požiūriu

Tokie rezultatai leidžia daryti kelias svarbias išvagas apie dešimtokų mokymosi patirtį. 10-oje klasėje moksleiviai susiduria su temomis, kurias sunku susieti su apčiuopiama realybe (pavyzdžiui, trigonometrinės funkcijos, sudėtingesnės nelygybės ar geometrija). Kai mokinys sako „sunku įsivaizduoti“, tai dažniausiai reiškia, kad jis negali vizualiai susisteminti informacijos. Tai, kad net du trečdaliai moksleivių jaučia vizualinio aiškumo trūkumą, tiesiogiai pagrindžia interaktyvių vizualizacijų kaip paramos priemonės poreikį. Rezultatai rodo, kad klasėje yra didelė praraja tarp tų, kurie turi gerą erdvinį mąstymą (23 % „niekada“), ir tų, kuriems matematika yra nuolatinis iššūkis. Tai reiškia, kad interaktyvios vizualizacijos galėtų padėti suvienodinti mokymosi galimybes – tiems 65 %, kuriems sunku.

Siekiant išsiaiškinti, ar teorinis interaktyvumo pranašumas pasitvirtina praktikoje, moksleivių buvo klausama, kaip jie vertina judančią grafiką ekrane, lyginant ją su statine vizualizacija vadovėliuose. Gauti duomenys rodo, kad didžioji dalis dešimtokų jaučia aiškia naudą: 35 % teigė, kad taip mokytis yra „daug lengviau“, o 32 % – „šiek tiek lengviau“. Šie skaičiai pagrindžia, kad dinaminis turinio pateikimas yra efektyvesnis už tradicinį statinį vaizdą.

Q6 - Ar tau lengviau suprasti taisyklę, kai matai ją pavaizduotą kaip judančią vizualizaciją ekrane, o ne statinį paveikslėlį vadovėlyje?

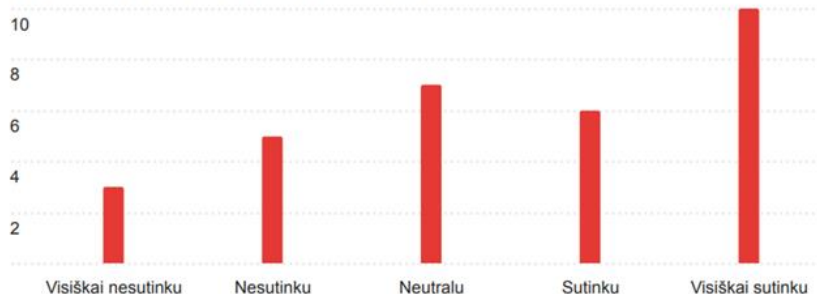


4 pav. Vizualizacijos ir statinio vaizdo efektyvumo palyginimas

Analizuojant šiuos atsakymus, galima išskirti keletą priežasčių, kodėl moksleiviai teikia pirmenybę judantiems modeliams. Matematikoje daugelis taisyklių yra susijusios su pokyčiu (pavyzdžiui, kaip kinta funkcijos grafikas keičiantis kintamajam). Statinis paveikslėlis vadovėlyje parodo tik galutinį rezultatą, o judantis modelis leidžia moksleiviui pamatyti patį virsmą. Tai padeda dešimtokams suprasti „kodėl“ ir „kaip“ atsiranda tam tikri matematiniai ryšiai. Šiuolaikinė moksleivių karta yra pratusi prie dinamiškos informacijos skaitmeninėje erdvėje. Skirtumas tarp statinio vadovėlio ir interaktyvaus modelio yra akivaizdus – judesys ekrane sužadina didesnę smalsumą ir padeda ilgiau išlaikyti koncentraciją, kuri mokantis matematikos yra svarbi. Įdomu pastebėti, kad 16 % moksleivių nurodė, jog jiems mokytis iš judančių modelių yra „sunkiau“. Tai gali reikšti, kad kai per greitą animaciją ar per daug kintančių detalių ekrane gali suklaidinti mokinių, jei jis dar neturi pakankamų bazinių žinių. Tai rodo, kad interaktyvi parama turi būti pritaikyta prie moksleivio pasirėngimo lygio ir neapkrauta pertekline informacija ekrane. Šie rezultatai patvirtina A. Paivio dvigubą kodavimo teoriją: moksleiviai geriau įsisavina informaciją, kai ji yra pateikiama dinamiškai, nes tai leidžia smegenims lengviau susieti vaizdinį judesį su taisyklėmis.

Septintas klausimas paliečia pačią interaktyvumo esmę. Rezultatai rodo, kad didžioji dalis moksleivių (16 iš 31 arba maždaug 52 %) pritaria arba visiškai pritaria tam, kad galimybė patiems valdyti turinį daro matematiką aiškesnę. Nors yra dalis dvejojančių ar nepritariančių, „visiškai sutinku“ pozicija yra pati gausiausia (10 žmonių).

Galimybė pačiam keisti skaičius ir matyti, kaip keičiasi vaizdas ekrane, daro matematiką aiškesnę.

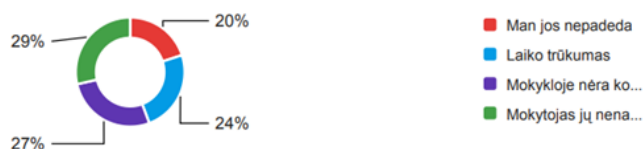


5 pav. Interaktyvios manipuliacijos įtaka temos aiškumui

Vienas iš pagrindinių interaktyvių vizualizacijų privalumų yra moksleivio įtraukimas į aktyvų pažinimo procesą. Vertindami teiginį apie galimybę patiems manipuluoti skaičiais ir stebėti vaizdo pokyčius, respondentai išskyrė šį aspektą kaip reikšmingą: 10 moksleivių su šiuo teiginiu „visiškai sutiko“, o 6 – „sutiko“. Tai rodo, kad daugiau nei pusei tirtų dešimtokų tiesioginis dalyvavimas keičiant parametrus padeda geriau suprasti matematinius virsmus. Kai mokinys keičia funkcijos kintamąjį ir mato, kaip grafikas kyla ar leidžiasi, jis pamato kitimą per savo veiksmą, taip žinios įsitvirtina geriau, nes jos sukuriamos per asmeninę patirtį. Matematikoje dažnai sunku suprasti, kaip vieno kintamojo pasikeitimas paveikia visą sistemą. Rezultatai rodo, kad moksleiviai vertina interaktyvias priemones kaip įrankį, kuris akimirksniu parodo šią ryšį. Nors grupė moksleivių (8 asmenys) išreiškė nepritarimą, o 7 liko neutralūs, tai gali rodyti, kad ne visi moksleiviai dar moka savarankiškai naudotis interaktyviais įrankiais. Tai signalizuoja apie poreikį moksleivius ne tik aprūpinti technologijomis, bet ir išmokyti juos naudoti tyrinėjimui, o ne tik pramogai.

Identifikavus teigiamą moksleivių požiūrį į vizualizacijas, tyrimu siekta išsiaiškinti, kodėl šios priemonės nėra naudojamos maksimaliai efektyviai. Dažniausiai moksleiviai nurodė, kad mokytojas nenaudoja interaktyvių priemonių (29 %), o nedaug atsilieka techninės bazės trūkumas (27 %) bei laiko deficitas (24 %). Tik penktadaliui respondentų (20 %) šios priemonės tiesiog neatrodo naudingos asmeniškai.

Kas labiausiai trukdo pamokose naudoti daugiau interaktyvių vizualizacijų?



6 pav. Pagrindinių kliūčių naudoti interaktyvias priemones pamokose analizė

Didžiausia dalis respondentų (29 %) nurodė, kad iniciatyvos trūksta iš pedagogo pusės. Tai rodo, kad net jei dešimtokai ir norėtų mokytis moderniau, jie yra priklausomi nuo mokytojo pasirengimo ir požiūrio. Tai patvirtina 1.1 skyriuje aptartą mintį, kad organizacinė ir akademinė parama yra

neatsiejamos. 27 % moksleivių pažymėjo, kad mokykloje paprasčiausiai trūksta įrangos (kompiuterių ar planšėčių). Tai yra rimtas signalas, kad skaitmeninė atskirtis vis dar egzistuoja ir vizualizacija kaip paramos priemonė negali tapti visuotine, kol nėra užtikrinamas bazinis prieinamumas. Laiko trūkumas (24 %) gali būti tiesiogiai susijęs su 10 klasės krūviu ir PUPP egzamino spaudimu. Mažiausia dalis (20 %) teigė, kad vizualizacijos jiems nepadeda. Tai gali būti tie moksleiviai, kurie pasižymi itin stipriu loginiu mąstymu ir jiems nereikia papildomų pagalbos priemonių, arba tie, kuriems trūksta skaitmeninio raštingumo įgūdžių.

Nors ankstesniuose klausimuose moksleiviai pripažino vizualizacijų naudą, pasidalijimas į dvi beveik lygias stovyklas (48 % už ir 52 % prieš ar dvejojančius) rodo, kad dešimtokai atsargiai vertina pokyčius.

Ar norėtum, kad interaktyvios vizualizacijos būtų pagrindinis pagalbos būdas mokantis sudėtingų temų?



7 pav. Interaktyvių vizualizacijų, kaip pagrindinio pagalbos metodo, poreikis

Atsakymai pasiskirstė itin kontrastingai: 29 % respondentų atsakė tvirtu „taip“, o 19 % – „labiau taip“. Visgi, kita pusė moksleivių išliko skeptiški: po 26 % pasirinko atsakymus „ne“ arba „labiau ne“. Nors moksleiviai vertina vizualizacijas, jie nebūtinai nori, kad technologijos taptų pagrindiniu ar vieninteliu metodu. Tai rodo, kad dešimtokams vis dar labai svarbus tiesioginis mokytojo aiškinimas, gyvas bendravimas ir tradiciniai uždavinių sprendimo būdai. Vizualizacija vertinama kaip puiki pagalbinė, bet ne pamatinė priemonė. 10 klasė yra PUPP egzaminų metai, todėl „ne“ atsakymai gali signalizuoti apie moksleivių norą laikytis patikrintų, standartinių mokymosi būdų, kurie jiems garantuoja stabilumą ruošiantis atsiskaitymams. Didelis neigiamų ar dvejojančių atsakymų kiekis gali būti susijęs su bendru skaitmeniniu nuovargiu. Moksleiviai supranta, kad interaktyvumas reikalauja papildomų pastangų ir susikaupimo, todėl dalis jų pirmenybę teikia paprastesniems būdams. Apibendrinant, šie rezultatai yra itin svarbūs, nes jie patvirtina, kad interaktyvios vizualizacijos matematikoje turi būti diegiamos kaip papildoma paramos priemonė, o ne kaip viską keičiantis sprendimas.

Atlikus informacinių technologijų priemonių lyginamąją analizę ir įvertinus funkcinius bei nefunkcinius reikalavimus, nustatyta, kad rinkoje egzistuojantys įrankiai tokie kaip „SketchUp for Schools“ ar „Desmos 3D“ siūlo vizualiai patrauklią aplinką ar patogią grafikų braižymo sistemą, joms trūksta automatizuotų geometrinių skaičiavimų. Tuo tarpu „Cabri 3D“ riboja mokama licencija bei lietuvių kalbos palaikymo stoka, o tai apsunkina integraciją Lietuvos mokyklose. Pagal nustatytus vertinimo kriterijus tinkamiausiu įrankiu interaktyviai mokymo priemonei projektuoti pasirinkta „GeoGebra“ platforma. Ji išsiskiria nemokama prieiga naršyklėje ir 3D modeliavimo varikliu, leidžiančiu ne tik manipuluoti erdvinio vaizdu, bet ir realiu laiku atlikti tikslus tūrio bei paviršiaus ploto skaičiavimus. Vartotojų poreikių tyrimo rezultatai patvirtino tokio skaitmeninio įrankio aktualumą – net du trečdaliai dešimtos klasės mokinių matematikos turinį įvardija sunkiai įsivaizduojamą. Apibendrinant galima teigti, kad intuityvi ir į tyrinėjimą orientuota „GeoGebra“ priemonė gali išspręsti mokinių vizualinio aiškumo problemą.

3. Svetainės ir darbalapių realizacija

Šiame darbo skyriuje pristatomas praktinis problemos sprendimo būdas – interaktyvios grafikos priemonės, skirtos matematikos mokymui, realizacija. Remiantis ankstesniuose skyriuose atlikta analize, informacinių technologijų įrankių apžvalga bei atliktu poreikių tyrimu, šiame skyriuje detalizuojamas sukurtas produktas, jo struktūra ir metodinis pritaikymas ugdymo procese. Pagrindinis dėmesys skiriamas tam, kaip teorinis matematinis modelis pakeičiamas į interaktyvią mokymosi aplinką. Skyriaus pradžioje pateikiamas sukurto produkto aprašas, kuriame, remiantis tyrimo duomenimis, suformuluojami vartotojo reikalavimai bei pristatomas produkto modelis, apimantis parengtą ontologiją, požymių diagramą ir kontekstinį grafą. Toliau pateikiama techninė diegimo dokumentacija, apibrėžianti programinės įrangos pasiekiamumą ir integracijos galimybes. Galiausiai aprašoma produkto taikymo metodika bei naudotojo dokumentacija, skirta palengvinti mokinio ir pedagogo darbą su sukurta GeoGebra priemone, užtikrinant sklandų interaktyvios grafikos naudojimą pamokų metu.

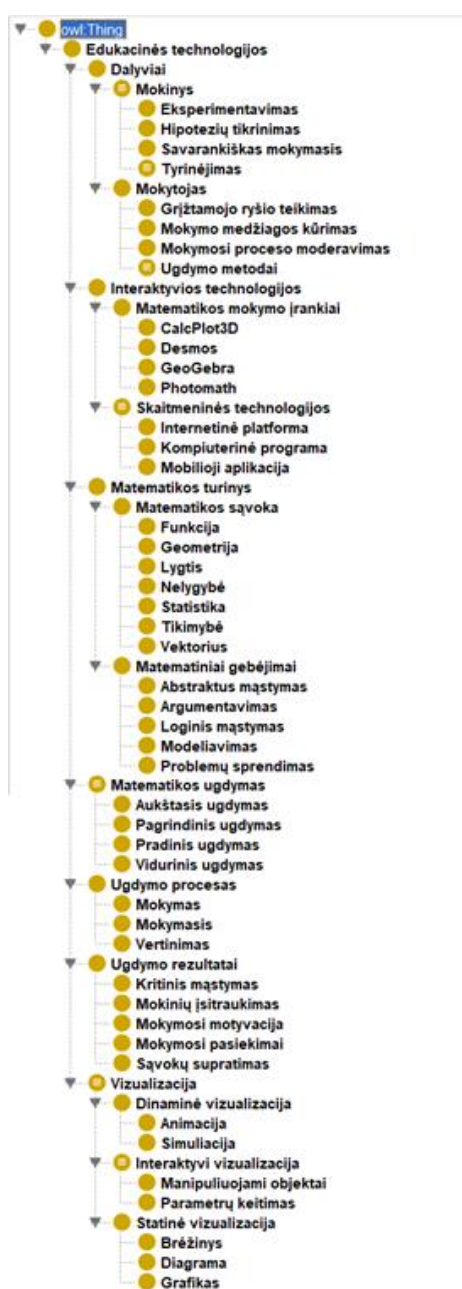
3.1. Sukurto produkto aprašas

Kalbant apie šiuolaikines mokymosi priemones, grafika užima itin svarbią vietą, nes jos padeda sudėtingą informaciją paversti lengviau suprantamais vaizdais. Tai nėra tik paprastas paveikslukas vadovėlyje; tai įrankis, kuris leidžia besimokančiajam pamatyti taisykles, kurių neįmanoma tiesiogiai pastebėti tekste. Ugdyme grafika apima viską – nuo statinių diagramų iki sudėtingų trimačių modelių ar dinaminių animacijų, kurios realiuoju laiku reaguoja į vartotojo veiksmus. Vizualinio mokymosi teoriniai pagrindai dažniausiai remiasi dvigubo kodavimo teorija, kurią išplėtojo A. Paivio [44]. Šios teorijos esmė yra ta, kad žmogaus smegenys apdoroja informaciją per du atskirus, bet susijusius kanalus: verbalinį (žodinį) ir neverbalinį (vizualinį). Kai mokymosi medžiaga pateikiama derinant abu šiuos būdus, informacija smegenyse užkoduojama stipriau, nes yra apkraunami abu kanalai, todėl moksleiviui lengviau ją atsiminti ir vėliau pritaikyti. Be to, vizualinis mokymasis yra glaudžiai susijęs su kognityvinės apkrovos teorija [45]. Jei tekstas yra labai sudėtingas, besimokančiojo atmintis gali greitai persipildyti, tačiau tinkamai parinkta vizualizacija padeda, nes leidžia dalį informacijos suvokti intuityviai, per vaizdinius ryšius. Interaktyvumo reikšmė mokymesi šį procesą pakelia į dar aukštesnį lygį. Jei paprasta grafika leidžia informaciją tik pamatyti, tai interaktyvumas leidžia su ja veikti. Interaktyvios grafikos pagalba moksleivis gali keisti kintamuosius, stebėti, kaip keičiasi rezultatas, ar pats valdyti procesą. Tai reiškia, kad asmuo geriausiai išmoksta tada, kai aktyviai kuria savo žinias per patirtį. Kai moksleivis gali manipuliuoti objektais ekrane, jis gauna tiesioginį grįžtamąjį ryšį apie savo veiksmus, o tai skatina kritinį mąstymą ir smalsumą.

Matematika pasižymi itin aukštu abstraktumo lygiu, todėl vizualizacijų taikymas šiame moksliniame kontekste tampa ne tiesiog papildoma priemone, o būtinu įrankiu supratimui pasiekti. Dažnai matematika suvokiama kaip formulių ir simbolių seka, tačiau grafika leidžia šiuos simbolius susieti su jų geometrine prasme. Pavyzdžiui, studijuojant algebrą, moksleiviams dažnai sunku mintyse sukonstruoti ir suprasti funkcijų kitimą. Interaktyvios priemonės, tokios kaip GeoGebra programinė įranga, leidžia vizualizuoti išvestines, integralus ar vektorius taip, kad moksleivis matytų tiesioginį ryšį tarp algebrinės išraiškos ir jos vizualaus pavidalo. Kaip pažymi S. Kraus, vizualizacija matematikoje veikia kaip tarpininkas, padedantis pereiti nuo konkretaus vaizdo prie abstrakčios matematinės idėjos [46]. Analizuojant tokios priemonės privalumus ir iššūkius, pirmiausia išsiskiria galimybė eksperimentuoti be baimės suklysti. Interaktyvi grafika leidžia moksleiviui pamatyti, kaip pasikeičia grafikas pakeitus vos vieną formulės kintamąjį. Tačiau egzistuoja ir tam tikri iššūkiai.

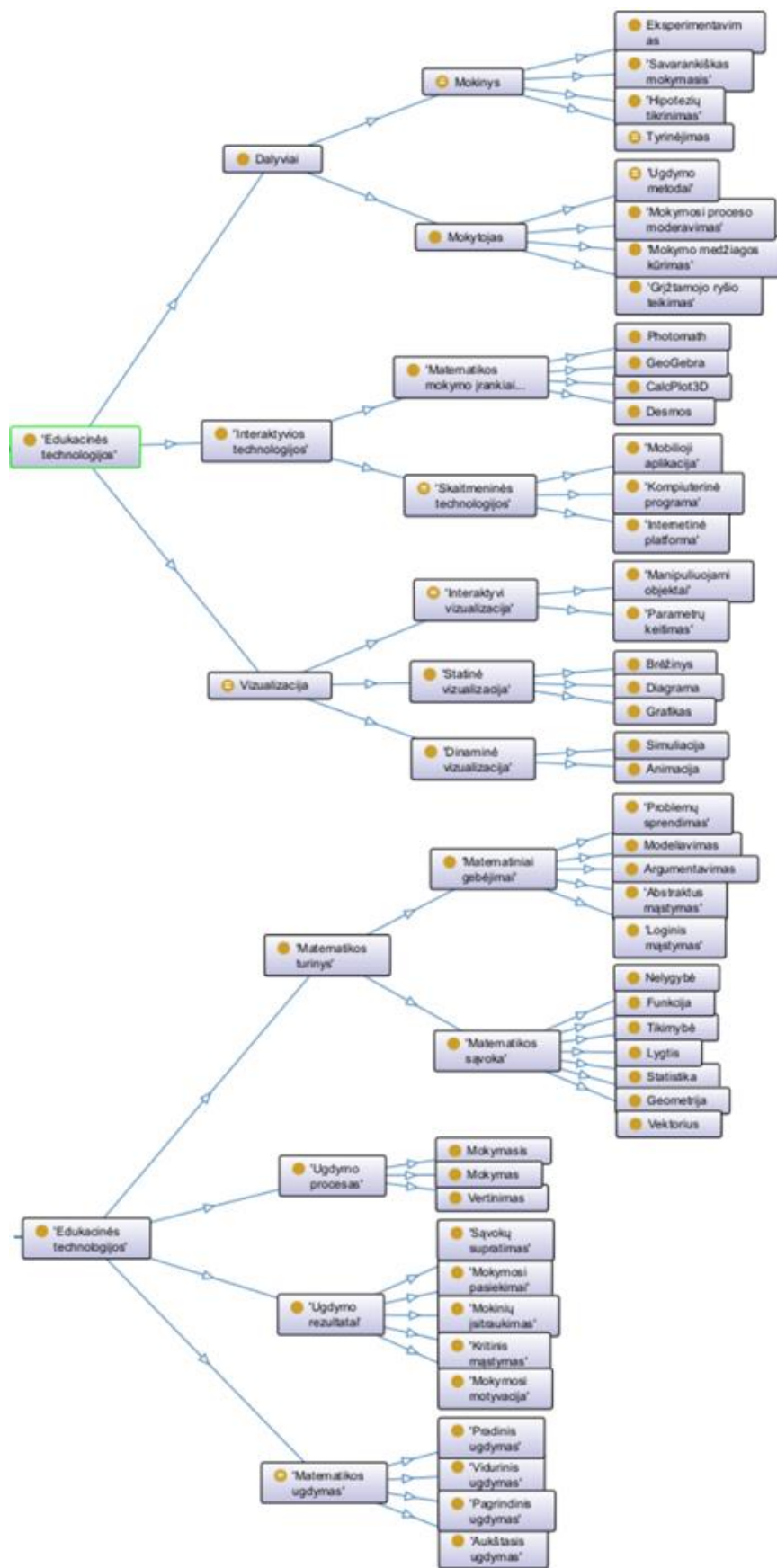
Vienas didžiausių - kai moksleivis susikoncentruoja tik į vaizdą ekrane, bet nesugeba jo susieti su už jo slypinčia teorija. Be to, netinkamai parinkta vizualizacija gali tapti papildomu trukdžiu, jei jos valdymas yra per sudėtingas arba informacijos ekrane yra per daug. Todėl labai svarbu, kad vizualizacija būtų naudojama tikslingai, papildant, o ne pakeičiant loginį mąstymą. Galiausiai, interaktyvių vizualizacijų naudojimas yra glaudžiai susijęs su individualiais moksleivių mokymosi poreikiais. Kiekvienas besimokantysis informaciją įsisavina skirtingu greičiu, o vizualinės priemonės suteikia galimybę personalizuoti studijų procesą. Moksleiviams, kuriems matematika kelia nerimą, interaktyvumas suteikia kontrolės pojūtį ir padeda lengviau įveikti kognityvinius barjerus. Tai ypač aktualu šiuolaikinei moksleivių kartai, kuri yra pripratusi prie dinamiško skaitmeninio turinio. Taigi, interaktyvios vizualizacijos matematikos ugdyme veikia kaip parama, padedanti moksleiviams ne tik išmokyti taisykles, bet ir suprasti jų logiką.

3.1.1. Produkto modelis



8 pav. Hierarchijos sąrašas

Sukurta ontologija modeliuoja matematikos ugdymo procesą šiuolaikinių edukacinių technologijų kontekste. Ontologijos struktūra paremta hierarchiniu principu, leidžiančiu nuo bendriausių sąvokų palaipsniui pereiti prie labiau specializuotų ugdymo aspektų. Aukščiausio lygmens sąvoka - edukacinės technologijos. Ši sąvoka veikia kaip jungiamoji ašis, siejanti ugdymo dalyvius, mokymo priemones, ugdymo procesą ir jo rezultatus. Ontologijoje išskiriami ugdymo proceso dalyviai, pabrėžiant skirtingus mokinio ir mokytojo vaidmenis. Mokinys traktuojamas kaip aktyvus žinių kūrėjas, kurio mokymasis grindžiamas tyrinėjimu, savarankiškumu ir refleksija, tuo tarpu mokytojas apibrėžiamas kaip ugdymo proceso organizatorius, moderuojantis mokymąsi ir užtikrinantis grįžtamąjį ryšį. Kita ontologijos dalis skirta interaktyvioms ir skaitmeninėms technologijoms, kurios suvokiamos ne tik kaip pagalbinės priemonės, bet kaip esminiai mokymosi proceso elementai. Technologijos ontologijoje siejamos su galimybe vizualizuoti abstrakčias matematinės sąvokas, skatinti mokinių įsitraukimą bei sudaryti sąlygas individualizuotam mokymuisi. Ontologijoje taip pat aprašomas matematikos turinys, kuris apima tiek sąvokinį pagrindą, tiek ugdomus mąstymo ir problemų sprendimo gebėjimus. Ontologijoje numatyti ugdymo rezultatai atspindi ne tik akademinis pasiekimus, bet ir mokinių motyvaciją, įsitraukimą bei kritinio mąstymo ugdymą. Atskira, tačiau labai svarbi ontologijos dalis skirta vizualizacijai, kuri laikoma esminiu matematikos mokymo elementu. Vizualizacija suvokiama kaip priemonė, padedanti mokiniams suvokti sudėtingas abstrakčias struktūras, eksperimentuoti su jomis ir aktyviai konstruoti žinias. Skirtingos vizualizacijos formos ontologijoje atspindi perėjimą nuo informacijos stebėjimo prie aktyvaus sąveikavimo, taip stiprinant mokymosi proceso efektyvumą.



9 pav. Ontologijos tinklas

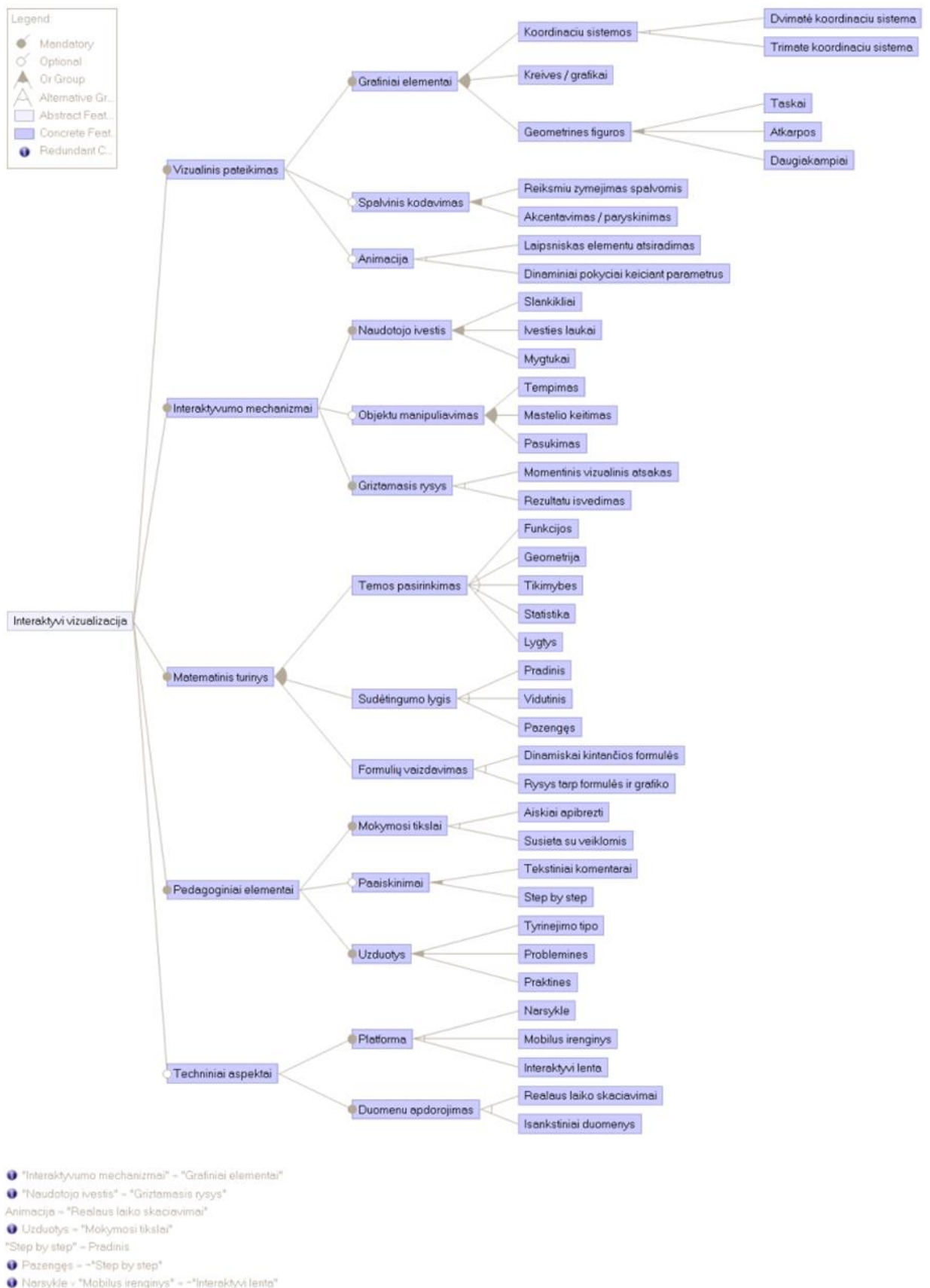
Be hierarchinės struktūros, ontologija papildyta ryšiais tarp pagrindinių sąvokų, kurie leidžia atskleisti ne tik elementų klasifikaciją, bet ir jų tarpusavio sąveiką ugdymo procese. Šie ryšiai

apibrėžia ryšius tarp ugdymo turinio, metodų, technologijų ir ugdymo rezultatų, taip suteikdami ontologijai loginio pagrįstumo. Ugdymo metodai ontologijoje yra tiesiogiai susieti su mokymosi rezultatais, taip akcentuojant pedagoginių sprendimų svarbą galutiniams ugdymo pasiekimams. Vizualizacija ontologijoje apibrėžiama kaip priemonė, didinanti sąvokų supratimą ir palengvinanti abstraktaus mąstymo ugdymą, ypač matematikos kontekste, kuriame dažnai susiduriama su sudėtingomis ir formaliomis struktūromis. Interaktyvi vizualizacija siejama su mokinių įsitraukimo skatinimu, matematikos sąvokų suvokimu ir galimybe keisti parametrus, kas leidžia mokiniui aktyviai kontroliuoti mokymosi procesą ir eksperimentuoti su nagrinėjamais objektais.

Ontologijoje taip pat išryškintas skaitmeninių technologijų vaidmuo savarankiško mokymosi kontekste. Ryšys, nusakantis, kad skaitmeninės technologijos palaiko savarankišką mokymąsi, atspindi šiuolaikinę ugdymo idėją, kurioje mokinys gali mokytis individualiu tempu, pasirinkdamas priemones ir mokymosi būdus. Interaktyvumo ir loginio mąstymo sąsaja pabrėžia, kad aktyvus įsitraukimas į mokymosi veiklas skatina analitinius ir loginio samprotavimo procesus, o tyrinėjimu grįstas mokymasis stiprina kritinį mąstymą, skatindamas mokinius kelti klausimus ir ieškoti pagrįstų atsakymų.

2 lentelė. Ryšiai tarp elementų

Ryšys	Nuo → Iki	Paaikškinimas
ugdo	Matematikos ugdymas → Matematiniai gebėjimai	Ugdymo procesas lavina gebėjimus
formuoja	Ugdymo metodai → Mokymosi rezultatai	Metodai daro įtaką rezultatams
skatina	Interaktyvi vizualizacija → Mokinių įsitraukimas	Didina aktyvų dalyvavimą
didina	Vizualizacija → Sąvokų supratimas	Padedą įsisavinti abstrakčias sąvokas
palengvina	Vizualizacija → Abstraktus mąstymas	Supaprastina sudėtingas idėjas
palaiko	Skaitmeninė technologija → Savarankiškas mokymasis	Leidžia mokytis individualiai
padeda suvokti	Interaktyvi vizualizacija → Matematikos sąvoka	Gerina vizualinį suvokimą
aktyvina	Interaktyvumas → Loginis mąstymas	Skatina mąstymo procesus
stiprina	Tyrinėjimas → Kritinis mąstymas	Mokymasis per atradimą
leidžia	Interaktyvi vizualizacija → Parametrų keitimas	Naudotojo kontrolė
naudoja	Mokytojas → Skaitmeninė technologija	Pedagoginis taikymas
sąveikauja	Mokinys → Manipuliuojami objektai	Dvipusė sąveika



10 pav. Požymių diagramos medis

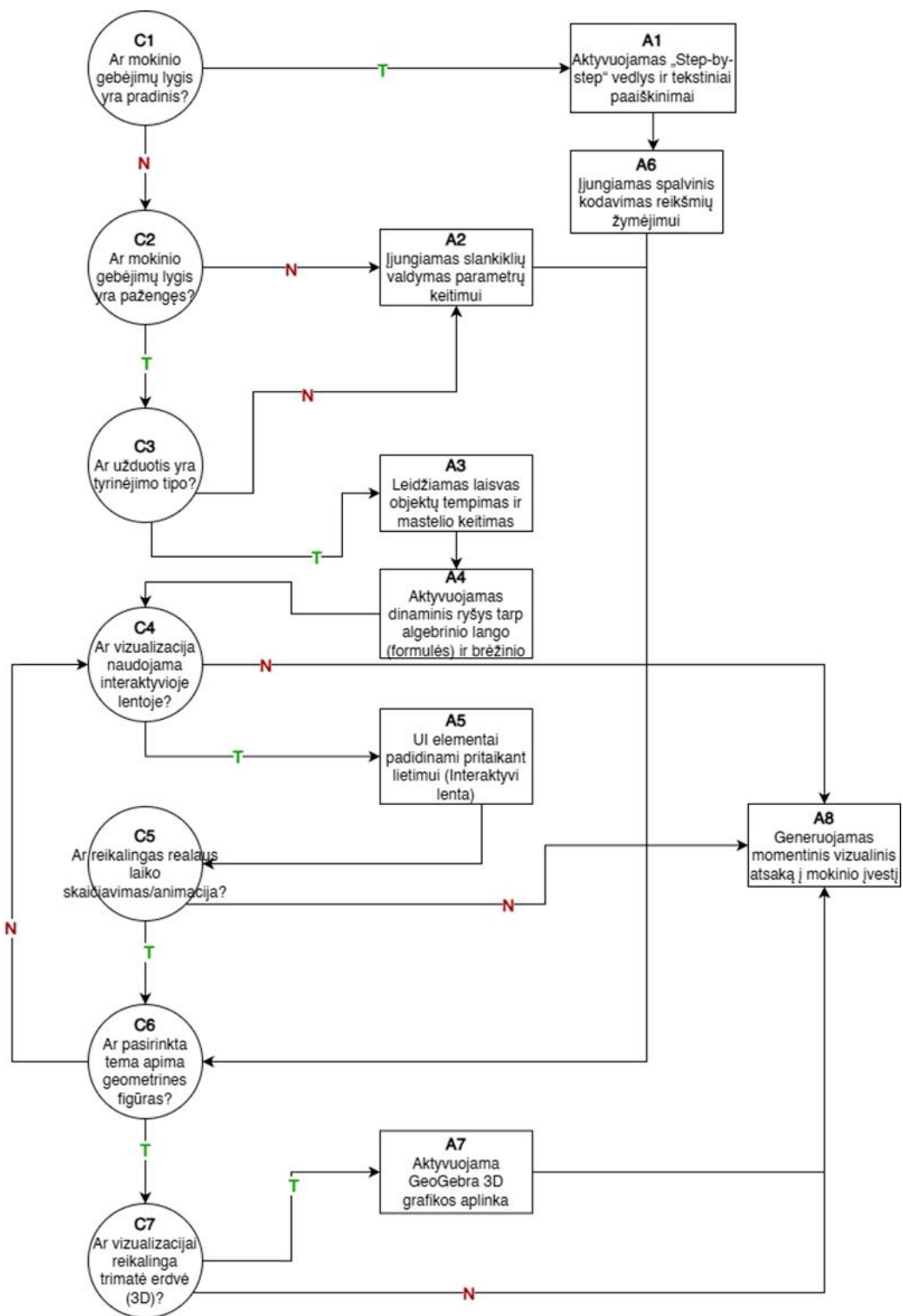
Vizualinio pateikimo dalyje aprašomi elementai, kurie atsakingi už tai, kaip matematinė informacija pateikiama ekrane. Čia išskiriami grafiniai elementai, spalvinis kodavimas ir animacija. Grafiniai elementai apima koordinačių sistemas, grafikus ir geometrines figūras. Koordinačių sistemos

suskirstytos į dvi matas ir trimates, nes dažniausiai naudojama tik viena iš jų. Geometrinės figūros gali būti įvairios, pavyzdžiui, taškai, atkarpos ar daugiakampiai. Animacija yra pasirenkamas elementas, nes ne visada ji yra būtina mokymuisi. Interaktyvumo mechanizmų dalis parodo, kaip naudotojas gali sąveikauti su vizualizacija. Naudotojo įvestis, tokia kaip slankikliai, įvesties laukai ar mygtukai, yra laikoma būtina, nes be jos vizualizacija nebūtų interaktyvi. Taip pat numatyta galimybė manipuliuoti objektais, pavyzdžiui, juos tempti ar keisti mastelį. Grįžtamasis ryšys yra privalomas, nes naudotojas turi matyti savo veiksmų rezultatą. Matematinio turinio dalyje pateikiamos pagrindinės mokymosi temos, sudėtingumo lygiai ir formulių vaizdavimas. Vienu metu pasirenkama tik viena pagrindinė tema, pavyzdžiui, funkcijos ar geometrija. Sudėtingumo lygiai skirstomi į pradinį, vidutinį ir pažengusį, kad vizualizacija būtų pritaikyta skirtingiems mokinių gebėjimams. Formulių vaizdavimas nėra privalomas, tačiau jis gali padėti geriau suprasti ryšį tarp matematinės formulės ir jos grafinio vaizdo. Pedagoginių elementų dalis skirta mokymosi proceso palaikymui. Mokymosi tikslai yra privalomi, nes jie padeda suprasti, ko siekiama mokantis. Užduotys taip pat yra būtinos, tačiau jų tipai gali skirtis – jos gali būti tyrinėjimo, probleminės arba praktinės. Paaiškinimai nėra privalomi, tačiau jie gali padėti mokiniams lengviau suprasti temą. Žingsnis po žingsnio vedimas skirtas pradiniam sudėtingumo lygiui. Techninių aspektų dalyje aprašoma, kur ir kaip vizualizacija veiks. Šioje dalyje numatomas platformos pasirinkimas, kuris nėra visiškai laisvas. Vizualizacija gali būti pritaikyta naršyklei ir mobiliam įrenginiui vienu metu, tačiau interaktyvi lenta negali būti naudojama kartu su kitomis platformomis. Tai reiškia, kad galimi du variantai: vizualizacija veikia naršyklėje ir mobiliame įrenginyje arba ji skirta tik interaktyviai lentai. Toks sprendimas pasirinktas todėl, kad interaktyvi lenta reikalauja kitokio pritaikymo ir naudojimo būdo nei asmeniniai įrenginiai. Taip pat nurodoma, kaip bus apdorojami duomenys – realiu laiku arba naudojant iš anksto paruoštus duomenis. Darbo metu taip pat buvo sukurti požymių apribojimai. Jie parodo, kaip tam tikri požymiai yra susiję tarpusavyje. Pavyzdžiui, jei naudojama naudotojo įvestis, turi būti ir grįžtamasis ryšys. Jei pasirenkama animacija, reikalingi realaus laiko skaičiavimai. Taip pat numatyta, kad pažengusio lygio mokiniams netaikomas žingsnis po žingsnio vedimas. Šie apribojimai padeda užtikrinti, kad požymių diagrama būtų logiška ir nuosekli.

3 lentelė. Požymių apribojimai

Apribojimas	Nuo → Iki	Paaiškinimas
IMPLIES	Interaktyvumo mechanizmai => Grafiniai elementai	Jei vizualizacija yra interaktyvi, ji privalo turėti grafinius objektus.
	Naudotojos įvestis => Grįžtamasis ryšys	Jei naudotojas gali įvesti duomenis, sistema privalo pateikti momentinį grįžtamąjį ryšį.
	Animacija => Realaus laiko skaičiavimai	Jei naudojama animacija, reikalingas realaus laiko duomenų apdorojimas.
	Užduotys => Mokymosi tikslai	Užduotys negali egzistuoti be aiškiai apibrėžtų mokymosi tikslų.
	Step by step => Pradinis	Vedimas galimas tik pasirinkus pradinį sudėtingumo lygį.

Apribojimas	Nuo → Iki	Paaiškinimas
IMPLIES NOT	Pažengęs != Step by step	Pažengusio lygio naudotojams detalus vedimas netaikomas.
AND IMPLIES NOT	Naršyklė v Mobilus įrenginys != Interaktyvi lenta	Vizualizacija gali būti pritaikyta naršyklei ir mobiliam įrenginiui vienu metu, tačiau interaktyvi lenta negali būti naudojama kartu su kitomis platformomis.



11 pav. Kontekstinis grafas

Šiame darbe atliktas interaktyvios vizualizacijos pritaikymo matematikos ugdyme projektavimas, naudojant kontekstinius grafus. Pagrindinis dėmesys buvo sutelktas į problemą: kaip personalizuoti mokymosi procesą, užtikrinant, kad pateikiama vizualizacija atitiktų mokinio gebėjimų lygį. Projektuojant grafą buvo remiamasi ankstesniuose etapuose sudaryta požymių diagrama (PD) ir ontologija. Logikos pagrindu tapo PD nustatyti apribojimai, pavyzdžiui, tai, kad „Step-by-step“ vedimas yra privalomas pradiniam lygyje, tačiau netaikomas pažengusiems mokiniams, siekiant

skatinti jų savarankišką tyrinėjimą ir kritinį mąstymą. Sudarytas kontekstinis grafas susideda iš 7 sąlygų ir 8 galimų veiksmų.

4 lentelė. Kontekstinio grafo ryšiai

Ryšys (Nuo → Iki)	Sprendimas / Sąlyga	Paaiškinimas
C1 → A1	Taip (T)	Pradinio lygio mokiniams būtinas žingsnis po žingsnio vedimas.
A1 → A6	Veiksmas seka veiksmą	Po vedlio aktyvavimo įjungiamas spalvinis kodavimas geresniam suvokimui.
C1 → C2	Ne (N)	Jei lygis nėra pradinis, sistema tikrina, ar jis yra pažengęs.
C2 → A2	Ne (N)	Jei lygis nei pradinis, nei pažengęs, įjungiami slankikliai.
C2 → C3	Taip (T)	Pažengusiems mokiniams tikrinamas užduoties pobūdis (tyrinėjimas).
C3 → A3	Taip (T)	Tyrinėjimo užduotims įgalinamas laisvas objektų manipuliavimas.
A3 → A4	Veiksmas seka veiksmą	Manipuliuojant objektais, būtina matyti ryšį su algebrine formule.
C3 → A2	Ne (N)	Jei tai ne tyrinėjimas, siūloma standartinė parametų įvestis.
C4 → A5	Taip (T)	Naudojant interaktyvią lentą, sąsaja pritaikoma dideliam ekranui.
C4 → A8	Ne (N)	Jei lenta nenaudojama, einama tiesiai prie galutinio grįžtamojo ryšio.
C5 → C6	Taip (T)	Jei reikalinga animacija, tikrinama, ar temos turinys yra geometrinis.
C5 → A8	Ne (N)	Be animacijos poreikio sistema generuoja standartinį atsaką.
C6 → C7	Taip (T)	Geometrijos temai nustatomas reikiamas koordinačių sistemos tipas.
C7 → A7	Taip (T)	Aktyvuojama specifinė GeoGebra 3D aplinka trimatėms figūroms.
C7 → A8	Ne (N)	Jei 3D nereikia, liekama 2D aplinkoje ir pateikiamas rezultatas.

Pateikta lentelė aprašo sprendimų priėmimo algoritmą, sistemos veikimas pradedamas nuo mokinio kompetencijų lygio identifikavimo (C1), kur pradedančiajam vartotojui aktyvuojamas vedlys (A1). Šis žingsnis yra svarbus siekiant sumažinti pirminę informacijos apkrovą moksleiviui, o vėlesnis spalvinio kodavimo įjungimas (A6) padeda mokiniui lengviau atskirti informaciją ir suvokti sąsajas

tarp skirtingų matematinių objektų. Tuo atveju, jei sistema nustato, kad mokinio lygis nėra pradinis, algoritmas pereina prie pažengusių vartotojų identifikavimo (C2), kur siūlomi interaktyvūs slankikliai (A2) arba specifinės tyrinėjimo užduotys (C3). Pažengusiųjų mokinių lygyje, esminis dėmesys skiriamas tyrinėjimui. Jei nustatoma tyrinėjimo sąlyga, sistema įgalina laisvą objektų manipuliavimą (A3), tačiau išlaiko ryšį su algebrine formule (A4). Tai užtikrina mokymąsi, kai mokinys ne tik keičia parametrus, bet ir vizualiai stebi jų įtaką matematinei išraiškai. Priešingu atveju, kai užduoties pobūdis nėra tyrinėjamasis, vartotojui pateikiama standartinė parametrų įvestis, taip optimizuojant darbo laiką ir orientuojantis į konkretų rezultatą. Galutiniame etape algoritmas vertina vizualizacijos poreikį ir turinio pobūdį (C5, C6). Jei užduotis reikalauja geometrinio turinio atvaizdavimo, sistema automatiškai parenka tinkamiausią koordinacių tipą (C7) ir, esant poreikiui, aktyvuoja specifinę 3D aplinką (A7). Tokia sprendimų seka užtikrina, kad mokinys dirbtų būtent toje aplinkoje, kuri geriausiai reprezentuoja nagrinėjamą matematinę temą, o nesant 3D poreikiui – liekama paprastesnėje 2D plokštumoje, taip išvengiant perteklinio sistemos sudėtingumo.

3.2. Produkto diegimo ypatybės

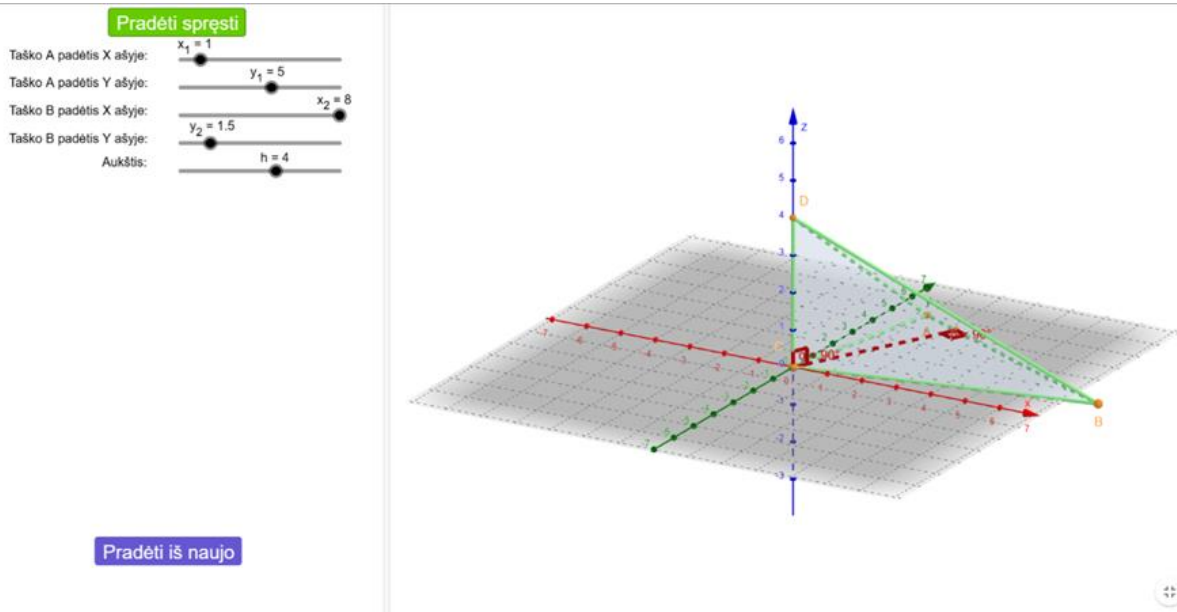
Trimatės grafikos integravimas į šiuolaikinį matematikos ugdymo procesą reikalauja ne tik metodinio pasirengimo, bet ir kruopštaus techninio realizavimo, užtikrinančio priemonės pasiekiamumą bei stabilų veikimą. Skirtingai nuo tradicinių programinės įrangos sprendimų, kurie dažnai pasižymi sudėtingais instaliavimo procesais ir specifiniais operacinių sistemų apribojimais, šiame magistro darbe pristatomas interaktyvus darbalapis yra suprojektuotas remiantis lankstumo ir platformų nepriklausomumo principais. Produkto diegimo procesas šiame kontekste traktuojamas kaip sistema, apimanti debesijos technologijas ir galutinių vartotojų įrenginių suderinamumą, siekiant sukurti vientisą mokymosi patirtį nepriklausomai nuo fizinės mokymosi vietos. Pagrindinis produkto diegimo modelis remiasi debesijos paslauga, kurioje sukurtas GeoGebra darbalapis yra talpinamas centralizuotoje saugykloje. Tai leidžia pasiekti priemonę tiesiogiai per žiniatinklio naršyklę, naikinant poreikį atlikti bet kokius konfigūracinius veiksmus vartotojo kompiuteryje ar mobiliajame įrenginyje. Tokia architektūra yra ypač aktuali šiuolaikiniame ugdyme, nes ji užtikrina, kad mokytojui pakanka pasidalinti unikalia URL nuoroda, o mokinys gali akimirksniu įsitraukti į interaktyvų mokymosi procesą. Be tiesioginės prieigos, produktas palaiko integraciją per tokias aplinkas kaip Moodle ar Google Classroom. Techninis sklandumas, ypač dirbant su interaktyvia grafika, kurioje parametrai kinta realiuoju laiku, pasiekiamas naudojant šiuolaikinį HTML5 standartą. Tai reiškia, kad diegimo procesui nebereikia anksčiau paplitusių Java ar Flash įskiepių [47]. Darbalapio stabilumas tiesiogiai priklauso nuo vartotojo naudojamos naršyklės gebėjimo apdoroti sudėtingus algoritmus. Tai kritiškai svarbu manipuliuojant vizualizacijomis, pavyzdžiui, keičiant trikampio statinių ilgus slankikliais, nes bet koks vaizdo vėlavimas gali neigiamai paveikti mokinio suvokimą. Todėl svarbu, kad vartotojo įrenginyje naudojama programinė įranga būtų nuolat atnaujinama. Nors produktas orientuotas į internetinę prieigą, numatytas ir hibridinis diegimo būdas, leidžiantis darbalapį naudoti be nuolatinio ryšio su tinklu. Atsisiuntus .ggb formato failą, priemonė gali būti paleidžiama vietinėje GeoGebra Classic programinėje įrangoje, kuri yra suderinama su Windows, macOS ir Linux operacinėmis sistemomis. Siekiant užtikrinti patogią vartotojo patirtį mobiliuosiuose įrenginiuose, darbalapis naudojamas per jutikliniam valdymui pritaikytą programėlę. Ji leidžia tiksliai manipuluoti grafinais elementais bei užtikrina aiškų vaizdinės informacijos pateikimą net ir riboto dydžio ekranuose. Toks universalumas leidžia teigti, kad techninis produkto įgyvendinimas atitinka aukščiausius šiuolaikinės edukacinės technologijos standartus, derindamas našumą, duomenų saugumą per SSL šifravimą bei maksimalų prieinamumą įvairioms vartotojų grupėms. Galiausiai, techninė infrastruktūra yra

sukonfigūruota taip, kad net ir vidutinio galingumo įrenginiai galėtų sklandžiai atvaizduoti dinamiškus matematinius modelius, užtikrinant, kad technologinis barjeras netaptų kliūtimi siekiant kokybiško matematikos žinių įsisavinimo. Šiame kontekste vidutinio galingumo įrenginiai apibrėžiami kaip techninė įranga, turinti bent keturių branduolių procesorių bei 8 GB operatyviosios (RAM) atminties, kas yra pakankama šiuolaikinių naršyklių resursų poreikiui patenkinti. Taip pat kritiškai svarbu, kad įrenginyje esanti integruota grafinė plokštė palaikytų WebGL 2.0 standartą, leidžiantį skaičiavimo apkrovą paskirstyti efektyviai ir užtikrinti, jog sudėtingos geometrinės transformacijos bei interaktyvūs plotų perskaičiavimai vyktų be vizualinių vėlavimų.

3.3. Produkto taikymo ypatybės

Interaktyvi mokymo priemonė, skirta stačiosios trikampės piramidės savybių tyrinėjimui, yra suprojektuota kaip matematinė laboratorija, kurioje teorinės žinios perkeliama į praktinį, vizualiai suvokiamą modelį. Kadangi standartinėje „GeoGebra“ programinės įrangos bibliotekoje nėra integruotos funkcijos, leidžiančios tiesiogiai sukurti kintamų parametrų stačiąją trikampę piramidę, visas modelis buvo sukonstruotas rankiniu būdu, naudojant geometrijos įrankius. Kūrimo procesas prasidėjo nuo penkių valdymo slankiklių generavimo, kurie vėliau buvo susieti su „Segment with given Length“ įrankiu sukurtomis atkarpomis x_1 , x_2 , y_1 , y_2 ir h . Realizuojant šį darbalapį, viena sudėtingiausių užduočių buvo užtikrinti dinaminį taškų pozicionavimą, todėl taškų A ir B koordinatų nustatymui buvo pasitelktas metodas, kai sukuriama lygiagrečių ir statmenų tiesių tinklas. Šioje sistemoje slankiklių x_1 ir x_2 reikšmės tiesiogiai keičia taškų pozicijas X ašyje, o y_1 ir y_2 – Y ašyje, taip leidžiant taškams laisvai judėti plokštumoje ir formuoti kintantį pagrindą. Penktasis slankiklis h yra priskirtas viršūnės taško D aukščio reguliavimui Z ašyje, kas leidžia moksleiviui vizualiai suvokti aukštinės įtaką erdvinio kūno tūriui. Galutinis erdvinis kūnas ir jo vientisumas pasiektas naudojant „Polygon“ įrankį, kuriuo rankiniu būdu buvo aprašytos keturios plokštumos: piramidės pagrindas bei trys šoninės sienos. Geometrinį tikslumą modelyje užtikrina įvesti kampų matavimai: kampas alpha indikuoja aukštinės kraštinės DC statumą pagrindui ABC, o kampas beta patvirtina statmens CE, krentančio iš taško C į pagrindo kraštinę AB, devyniasdešimties laipsnių kampą. Tokia aukštinių projekcija yra būtina norint teisingai apskaičiuoti figūros elementus. Visi darbalapyje naudojami loginiai kintamieji (nuo a iki n), aprašo kontrolinių langelių būsenas, programavimo pradžioje jos yra neigiamos reikšmės (false). Tai užtikrina, kad vartotojas, tik atvėręs darbalapį, matytų švarią, vizualiai neperkrautą aplinką be iš anksto rodomų formulių ar atsakymų. Pagrindinis programos valdymas ir pagrindinis būsenos indikatorius yra kintamasis „etapas“, kuris nurodo kitiems objektams, kaip reaguoti realiuoju laiku. Nulinėje stadijoje kairiajame lange matomi tik pradiniai valdymo elementai ir slankikliai, tačiau aktyvavus mygtuką „Pradėti spręsti“, etapo reikšmė padidėja, inicijuodama septynių užduočių ciklą. Šį ciklą valdo kintamieji ats1–ats7, kuriuose saugomos teisingos plotų, jų sumų bei tūrio reikšmės, automatiškai apskaičiuotos naudojant „Area“ ir „Volume“ funkcijas. Kiekvienas teisingas mokinio žingsnis padidina „etapo“ kintamąjį, o paspaudus funkciją „Pradėti iš naujo“, sistema anuliuoja progresą, paslepia aktyvias užduotis ir kartu aktyvuoja atsitiktinių reikšmių generatorių slankikliams, taip paruošdama naują figūrą kitam bandymui. Programavimo proceso metu buvo identifikuota specifinė „GeoGebra“ programinės įrangos problema: tiesiogiai lyginant skaitinius kintamuosius (pavyzdžiui, ar $ats1 == inp1$), sistema dažnai neindikuodavo lygybės dėl skaičiavimų paklaidų ar kintamųjų formatų skirtumų. Siekiant išvengti šios kliūties ir užtikrinti sklandžią naudotojo patirtį, buvo pritaikytas duomenų transformavimo metodas. Kiekviena skaitinė atsakymo reikšmė ir vartotojo įvestis (inp) buvo paversta tekstiniais kintamaisiais (Tats ir Tinp). Šis sprendimas leido programai lyginti simbolių sekas, o ne skaitines

vertes, todėl atsakymų patikra tapo tiksli. Tai leido korektiškai valdyti interaktyvųjį grįžtamąjį ryšį – įvesties laukelių spalvinį kodavimą (žalia/raudona) bei informacinių tekstų pasikeitimą, užtikrinant moksleivio įsitraukimo lygį viso mokymosi proceso metu.



12 pav. Stačios trikampės piramidės darbalapis

```

Angle
α = Angle(D, C, K) = 90°
β = Angle(C, L, B) = 90°
Boolean Value
a = false
b = false
...
n = false
Line
f1: PerpendicularLine(C, d2, space) = (0, 0, 0) + (-0.45, -0.89, 0)
r: Line(C1, yAxis) = (1, 0, 0) + λ (0, 1, 0)
s: PerpendicularLine(G, r, space) = (0, 5, 0) + λ (-1, 0, 0)
Number
ats1 = Area(Polygon(A, B, C)) = 19.25
ats2 = Area (Polygon(B, C, D)) = 16.28
ats3 = Area(Polygon(A, C, D)) = 10.2
ats4 = Area(Polygon (A, B, D)) = 24.81
ats5 = ats2 + ats3 + ats4 = 51.29
ats6 = ats1 + ats5 = 70.54
ats7 = Volume(Pyramid(A, B, C, D))
etapas = 1
h = Slider (4)
inp1 = 0
...
inp7 = 0
x1 = Slider(1)
x2 = Slider(8)
y1 = Slider(5)
y2 = Slider(1,5)
Point
A = Intersect(s, r) = (1, 5, 0)
B = PointIn(Sphere(E1, x2)) = (8, 1.5, 0)
C = Intersect(xAxis, yAxis) = (0, 0, 0)
D = PointIn(Sphere(C,h)) = (0, 0, 4)
E = Intersect(f1, d2) = (2.2, 4.4, 0)
Segment
b2 = Segment (D, A, t4) = 6.48
c2 = Segment(C, D, t3) = 4
c3 = Segment(B, D, t4) = 9.07
d = Segment(B, C, t2) = 8.14
d1 = Segment (A, C, t3) = 5.1
d2 = Segment(A, B, t4) = 7.83
g1 = Segment(E, C) = 4,92
Text
Tats1 = " " + ats1 + " "

```

```

Tats7 = " " + ats7 + " "
Tinp1 = " " + inp1 + " "
Tinp7 = " " + inp7 + " "

```

Kadangi standartinės „GeoGebra“ funkcijos tiesioginiam tokio pobūdžio piramidės kūrimui nepakako, įrankis buvo sukonstruotas rankiniu būdu. Toliau pateiktoje lentelėje aprašomi pagrindiniai komponentai ir jų paskirtis sistemoje.

5 lentelė. Programos teksto paaiškinimas

Programos tekstas (kintamieji ir funkcijos)	Paaiškinimas ir paskirtis
$x_1, y_1, x_2, y_2, h = \text{Slider}()$	Penki slankikliai, valdantys pagrindo taškų A ir B koordinates bei piramidės aukštį.
$r: \text{Line}(C_1, y\text{Axis}), s: \text{PerpendicularLine}(G, r)$	Pagalbinės tiesės, kurių sankirtoje generuojami taškai A ir B pagal slankiklių reikšmes.
$C = \text{Intersect}(x\text{Axis}, y\text{Axis}) = (0, 0, 0)$	Piramidės taškas C, fiksuotas koordinatinių pradžių taške, užtikrinantis stabilų modeliavimą.
$D = \text{PointIn}(Sphere(C, h)) = (0, 0, 4)$	Taškas D (piramidės viršūnė), kurio padėtis Z ašyje tiesiogiai priklauso nuo aukščio slankiklio h.
$\alpha = \text{Angle}(D, C, K) = 90^\circ$	Indikacinis kampas, patvirtinantis, kad kraštinė DC yra statmena pagrindui ABC.
$\beta = \text{Angle}(C, L, B) = 90^\circ$	Kampas, nurodantis statmens CE kritimą į kraštinę AB (trikampio aukštinė).
$ats1 = \text{Area}(\text{Polygon}(A, B, C)) \dots ats7 = \text{Volume}()$	Dinaminiai kintamieji, automatiškai skaičiuojantys plotus ir tūrį pagal esamas figūros koordinates.
$a, b, \dots, n = \text{false}$	Loginiai kintamieji (angl. Boolean), valdantys kontrolinių langelių būsenas ir objektų matomumą.
$inp1, \dots, inp7 = 0$	Įvesties laukai, skirti naudotojo įrašomoms skaitinėms reikšmėms saugoti.
$Tats1 = " " + ats1, Tinp1 = " " + inp1$	Skaitinių verčių konvertavimas į tekstą, užtikrinantis korektišką atsakymų palyginimą.
$\text{etapas} = 1$	Pagrindinis valdymo kintamasis, nustatantis darbalapio būseną ir užduočių eiliškumą.

3.4. Naudotojo dokumentacija

Darbas su interaktyviąja priemone, skirta stačiosios trikampės piramidės savybių tyrinėjimui ir skaičiavimui, prasideda nuo modelio parametrų nustatymo. Pagrindinis šio darbalapio privalumas – galimybė manipuliuoti erdvinio kūno geometrija realiuoju laiku, dar prieš pereinant prie užduočių sprendimo etapo. Kairėje darbalapio pusėje integruoti penki slankikliai, kurie leidžia vartotojui keisti trikampio pagrindo taškų A (x_1, y_1) ir B (x_2, y_2) koordinates bei piramidės aukštį (h). Dešiniajame 3D langelyje automatiškai transformuojama stačioji trikampė piramidė, kurios pagrindas yra trikampis ABC, o taškas C yra fiksuotas koordinatinių sistemos pradžių taške (0, 0, 0). Siekiant geresnio erdvinio suvokimo, vartotojas gali pelės pagalba laisvai sukti ir slankioti 3D vaizdą, apžiūrėdamas kūną iš visų pusių, analizuodamas statmenį CE iš taško C į kraštinę AB bei stebėdamas, kaip statmuo DC išlaiko piramidės „statumą“ pagrindo atžvilgiu (žr. 13 pav.). Interaktyvus mokymosi procesas aktyvuojamas paspaudus mygtuką „Pradėti spręsti“. Nuo šios akimirkos kairysis darbalapio langas

tampa mokymosi aplinka, kurioje mokinys turi įveikti septynis etapus. Pirmoji užduotis – apskaičiuoti piramidės pagrindo ABC plotą. Vartotojo sąsaja suprojektuota taip, kad skatintų savarankiškumą, tačiau prireikus suteiktų reikiamą pagalbą. Jei mokinys susiduria su sunkumais, jis gali pažymėti pasirenkamąjį langelį „Rodyti | Slėpti formulę“. Šis veiksmas tiesiogiai 3D erdvėje, šalia geometrinio kūno, aktyvuoja matematinę užrašą, nurodantį reikiamą skaičiavimo formulę. Apskaičiuotą reikšmę vartotojas įveda į laukelį „Atsakymas“. Programoje įdiegtas automatinis tikrinimo algoritmas: įvedus klaidingą skaičių, įvesties laukelis nusidažo raudona spalva, o apačioje atsiranda indikacinis tekstas „Atsakymas yra neteisingas“. Teisingo atsakymo atveju laukelis tampa žalias, o tekstas pasikeičia į „Atsakymas teisingas“, taip suteikiant teigiamą emocinį pastiprinimą. Jei užduoties nepavyksta išspręsti savarankiškai, vartotojas gali pasinaudoti funkcija „Rodyti teisingą atsakymą“, kuri abiejuose languose pateikia tikslią skaitinę reikšmę.

The screenshot shows a user interface for a math problem. On the left, there are input fields for the coordinates of points A and B, and the height h. The base is a right-angled triangle with vertices at (1, 0, 0), (8, 0, 0), and (1, 5, 0). The height h is 4. The interface has two main tasks: calculating the base area (ABC) and the lateral surface area (BCD). The base area is calculated as 19.25, and the lateral surface area is calculated as 10. The interface also includes a 3D visualization of the pyramid with its base and lateral surface highlighted in green and red. The formula for the lateral surface area is given as $S_{BCD} = 0,5 \cdot BC \cdot CD$. The base area is given as $ABC \text{ plotas} = 19,25$.

13 pav. Stačios trikampės piramidės darbalapio užduotys

Sėkmingai įveikus pirmąjį etapą, sistema automatiškai generuoja antrąją užduotį – apskaičiuoti šoninio paviršiaus BCD plotą. Šis principas taikomas visoms septynioms užduotims, apimančioms įvairius piramidės elementų matavimus, plotų bei tūrio skaičiavimus. Svarbu pažymėti, kad slankikliai išlieka aktyvūs viso sprendimo proceso metu. Tai reiškia, kad mokinys gali keisti piramidės parametrus net ir sprendimo viduryje, stebėdamas, kaip kinta reikšmės, o tai padeda geriau suprasti ryšį tarp kraštinių ilgių ir erdvinio kūno charakteristikų. Pabaigus visą užduočių ciklą, mokinys gali pasinaudoti funkcija „Pradėti iš naujo“. Šis veiksmas yra kritiškai svarbus įrankio daugkartiniam panaudojimui: paspaudus mygtuką, visi pasirenkamieji langeliai išvalomi, o slankikliai automatiškai sugeneruoja atsitiktines naujas reikšmes. Taip sukuriamas visiškai naujas scenarijus su kitais duomenimis, leidžiantis mokiniui dar kartą patikrinti žinias arba mokytojui individualizuoti darbą klasėje. Jei darbo metu įvyksta techninė klaida ar vaizdas tampa nebeįskaitomas dėl per didelio mastelio keitimo, rekomenduojama tiesiog perkrauti naršyklės langą, taip sugrąžinant darbalapį į pradinę būseną be pavojaus prarasti įrankio funkcionalumą.

Projekto metu sukurta interneto svetainė, kurioje mokiniai ir mokytojai gali patogiai rasti visus interaktyvius „GeoGebra“ darbalapius. Kuriant šią platformą, pagrindinis tikslas buvo užtikrinti maksimalų paprastumą, kad vartotojai nepasiklystų sudėtingose meniu struktūrose ir galėtų iškart susikoncentruoti į mokymosi procesą. Svetainė pavadinta „Interaktyvi matematika su GeoGebra“, po

pavadinimu pateiktas trumpas ir aiškus aprašymas, nurodantis, kad tai magistro darbo dalis, kurios pagrindinė užduotis yra padaryti matematikos pamokas įtraukiančiomis bei vizualiomis. Svetainės dizainas pasirinktas šviesus, siekiant sukurti teigiamą pirmąjį įspūdį ir motyvuoti mokinius pradėti darbą. Svetainės navigacija suplanuota taip, kad visi svarbiausi įrankiai būtų pasiekiami vos vienu paspaudimu iš pagrindinio lango. Pirmasis ir moksleiviams aktualiausias mygtukas yra „Peržiūrėti darbalapius“. Jį paspaudus, vartotojas nukreipiamas į turinio skyrių, kuriame yra patalpinti visi 18 sukurtų interaktyvių darbalapių. Šiame skyriuje mokiniai gali pasirinkti konkrečią geometrijos temą ir atlikti užduotis tiesiog naršyklės lange. Siekiant užtikrinti sistemos atvirumą ir patogumą, prie kiekvieno projekto pridėta tiesioginė nuoroda į „GeoGebra“ puslapį, kuriame tie darbalapiai saugomi. Tai yra dėl to, kad mokiniai ar mokytojai galėtų atsidaryti užduotis kitoje aplinkoje arba jas išsisaugoti asmeniniuose kompiuteriuose tolimesniam mokymuisi.



14 pav. Svetainės pradinis puslapis

Kitas svarbus puslapio skyrius yra „Instrukcijos mokytojams“, kuris skirtas pedagogų pagalbai ruošiantis pamokoms. Jame pateikiama informacija apie techninius reikalavimus, reikalingą programinę įrangą. Taip pat šiame skyriuje numatytas grįžtamojo ryšio mechanizmas, leidžiantis mokytojams tiesiogiai bendrauti ir teikti pastebėjimus apie pastebėtus netikslumus ar siūlyti naujas temas. Tai ypač pasiteisino bendradarbiaujant su mokytoja, kai buvo poreikis operatyviai koreguoti darbalapius pagal realų pamokų poreikį. Siekiant sėkmingai atlikti magistrinio darbo tyrimą, svetainėje strategiškai patogioje vietoje buvo integruotas mygtukas „Anketa mokiniams“. Sprendimas apklausą patalpinti toje pačioje platformoje, kur vyksta ir mokymasis, padėjo sutaupyti daug laiko ir išvengti techninių nesklandumų. Tyrimo metu Grigiškių „Šviesos“ gimnazijoje mokiniams nereikėjo atskirai siuntinėti nuorodų ar naudoti kitų platformų – baigę darbą su modeliais, jie galėjo iškart pereiti prie vertinimo etapo. Tai padėjo užtikrinti, kad didžioji dalis tyrimo dalyvavusių moksleivių užpildytų anketas, kol jų patirtis dar buvo šviežia. Galiausiai, apatinėje puslapio dalyje akcentuoti trys esminiai platformos privalumai: interaktyvumas, vizualizacija ir testavimas. Šie trys elementai apibendrina visą projekto esmę – mokiniai gali patys manipuliuoti objektais, matyti tai, kas vadovėliuose lieka abstraktu ir neapčiuopiama, ir dirbti su metodine medžiaga. Tokia struktūra padėjo pasiekti išsikeltą uždavinį: sukurti prieigą, kurioje nereikia jokių paskyrų ar registracijų, todėl mokiniai gali fokusuotis tik į matematiką.

Buvo sukurta mokymosi aplinka, kurią sudaro internetinė svetainė ir joje integruotas 18 „GeoGebra“ darbalapių rinkinys. Realizacijos metu dėmesys buvo skiriamas tam, kad visi sukurti modeliai leistų mokiniams patiems manipuluoti objektais realiuoju laiku, keičiant jų geometrinius parametrus slankiklių pagalba. Sukurti darbalapiai leidžia vizualizuoti sudėtingas erdvines figūras, o integruotos animuotos išsklotinės bei formulės padeda tiesiogiai susieti teorines žinias su matomu vaizdu. Svarbiu realizacijos aspektu tapo momentinis grįžtamasis ryšys, kuris leidžia mokiniams iškart patikrinti skaičiavimų teisingumą ir skatina savarankišką tyrinėjimą be baimės suklysti. Techninis sprendimas pasirinktas taip, kad svetainė būtų pasiekiamą kompiuteryje arba planšetėje be papildomų registracijų.

4. Sukurto produkto poveikio tyrimas

Šiame darbo skyriuje pristatomas baigiamasis darbo etapas – sukurto produkto (svetainės su integruotais „GeoGebra“ darbalapiais) praktinis išbandymas ir gautų duomenų analizė. Šio tyrimo objektas yra sukurta svetainė, skirta trimatės geometrijos supratimui gerinti, transformuojant statinį vadovėlių turinį į dinamišką, mokinio valdomą procesą. Pagrindinis tyrimo tikslas – įvertinti, kaip sukurta svetainė ir joje patalpinti darbalapiai padeda moksleiviams vizualizuoti erdvines figūras, suprasti jų savybes bei kaip ši patirtis koreliuoja su jų motyvacija mokytis matematikos. Tyrimas buvo vykdomas Vilniaus savivaldybės Grigiškių „Šviesos“ gimnazijoje, naudojant mišraus tyrimo metodą. Toks pasirinkimas leido apjungti kiekybinius duomenis, surinktus per mokinių apklausas, ir kokybinę patirtį, gautą tiesiogiai bendradarbiaujant su matematikos mokytoja. Tyrimas truko dvi savaites, kurių metu sukurta priemonė tapo pamokų dalimi keturiose skirtingose klasėse: trijose septintose ir vienoje aštuntoje klasėje. Bendras tyrimo dalyvių skaičius yra 44 mokiniai, šis kiekis leidžia identifikuoti esminius suvokimo pokyčius dirbant su skaitmeninėmis vizualizacijomis. Šiame skyriuje aprašoma tyrimo eiga, pradedant nuo darbalapių naudojimo ir baigiant rekomendacijomis tolimesniam produkto tobulinimui. Pirmame poskyryje analizuojama praktinė produkto integracija. Čia akcentuojamas interaktyvumas – galimybė mokiniams patiems manipuluoti objektais, „išlankstyti“ išklotines ir stebėti tūrio pokyčius. Šis procesas leido mokiniams ne tik stebėti procesus, bet ir patiems tapti aktyviais tyrėjais, o tai yra svarbus veiksnys siekiant gilaus geometrinių sąvokų įsisavinimo. Antroji skyriaus dalis skirta apklausai ir rezultatams, kur analizuojami moksleivių subjektyvūs vertinimai. Kadangi šiame darbe pasirinkta nesikoncentruoti į akademinį pažymių lyginimą, visas dėmesys sutelktas į mokinio patirtį ir suvokimo pokytį. Apklausa siekta išsiaiškinti, ar pašalinus technines kliūtis (tokias kaip būtinybė registruotis ar diegti specialią programinę įrangą), mokiniai galėjo efektyviau susitelkti į patį matematikos mokymąsi. Taip pat šiame poskyryje aptariamas kokybinis grįžtamasis ryšys iš mokytojų, ypač bendradarbiavimas su matematikos mokytoja, kurios išvalgos leido tobulinti darbalapių turinį, užtikrinant jų matematinį tikslumą ir didesnį atitikimą praktiniams pamokų poreikiams. Tolesnėse dalyse, susisteminama gauta informacija. Čia vertinama, kaip pasiteisino pradinė idėja kurti atvirą, lengvai pasiekiamą ir estetišką mokymosi svetainę. Analizuojama, ar galimybė pačiam valdyti trimatį modelį ekrane padėjo įveikti dažną problemą, kai mokiniai taiko formules mechanškai, nesuprasdami figūros sandaros. Skyrius užbaigiamas rekomendacijomis, kuriose, remiantis tyrimo metu identifikuotais privalumais ir pastebėtais trūkumais, pateikiamos gairės. Šios rekomendacijos padės dar efektyviau integruoti „GeoGebra“ darbalapius į ugdymo procesą, siekiant maksimalaus mokinių įsitraukimo.

4.1. Atlikto tyrimo aprašas ir rezultatai

Tyrimas buvo vykdomas integruojant sukurta skaitmeninę priemonę į ugdymo procesą, siekiant nustatyti jos praktinį pritaikomumą ir poveikį mokinių erdvinio mąstymo lavinimui. Tyrimo eiga pasižymėjo lankstumu, nes įrankis buvo naudojamas dviem skirtingais metodiniais formatais: kaip demonstracinė priemonė pristatant naują medžiagą ir kaip individualaus darbo įrankis mokiniams. Septintų klasių pamokų metu mokytoja naudojo interaktyvią lentą, per kurią svetainėje pasirinkdavo aktualią temą atitinkantį darbalapį. Kadangi šis projektas yra naudojamas ne kaip tradicinio mokymosi pakaitalas, o kaip papildoma mokymosi priemonė, ji padėjo mokytojai efektyviau pristatyti naujas temas, paaiškinant geometrinių figūrų savybes, kampus, aukštines bei kraštines. Darbalapių pobūdis leido mokytojai slankiklių pagalba akimirksniu keisti figūrų matmenis, demonstruojant, kaip kinta kūno forma (pavyzdžiui, stačiosios trikampės piramidės atveju) priklausomai nuo bazinių parametrų. Šis bendras problemų sprendimas, kai mokytoja kartu su

mokiniais taikė naujas formules tiesiogiai darbalapyje, padėjo mokiniams lengviau susieti teorinius užrašus su vizualiniu modeliu. Aštuntųjų klasių grupėje tyrimas įgavo kitokį formatą, nes pamokos vyko specializuotoje planšečių klasėje. Čia ugdymo procesas tapo individualizuotas: kiekvienas mokinys savarankiškai prisijungė prie svetainės ir dirbo su paskirtu darbalapiu. Mokiniai atliko skaičiavimus sąsiuvinuose, o gautas reikšmes vedė į interaktyvius įvesties laukelius, taip gaudami momentinį grįžtamąjį ryšį apie savo sprendimų teisingumą. Be to, prieiga prie darbalapių buvo suteikta ir po pamokų, sudarant sąlygas savarankiškam tyrinėjimui ne mokyklos aplinkoje. Tokia darbo organizacija leido įvertinti svetainės pasiekiamumą naudojant skirtingus įrenginius ir patvirtino, kad pasirinkta strategija kurti aplinką be privalomos registracijos leido mokiniams iškart fokusuotis į mokomąjį turinį. Svarbus tyrimo veiksnys buvo pastovi komunikacija su matematikos mokytoja. Pirmojo susitikimo metu pristatė projektą ir suderinus pamokų eigą, nuspręsta turinį integruoti į tuo metu dėstomas temas. Mokytoja pastebėjo, kad septintokai nagrinėja trikampes piramides ir prizmes, ir jog dalis turimų darbalapių yra tematiškai neaktualūs, nes šios temos klasėse jau buvo aptartos. Bendradarbiavimo eigoje, mokytojai pateikus prašymą elektroniniu paštu, buvo skubiai sukurti ir į svetainę įtraukti trys nauji darbalapiai: taisyklingosios piramidės, stačiosios piramidės bei trikampės prizmės modeliai. Taip pat, gavus pastebėjimų dėl matematinių netikslumų ritinio ir kūgio tūrio skaičiavimo formulėse, klaidos buvo ištaisytos, užtikrinant produkto korektiškumą. Tyrimo pabaigoje, po dviejų savaitių, surinktas kokybinis grįžtamasis ryšys ir mokytoja patvirtino, kad toks priemonės tobulinimas tyrimo metu padarė produktą pritaikytą praktiniam darbui. Rezultatai rodo, kad galimybė koreguoti skaitmeninį turinį pagal pedagogo išvalgas yra viena stipriausių sukurto projekto pusių. Tai ne tik padėjo mokytojais sklandžiau pateikti sudėtingą medžiagą, bet ir suteikė mokiniams įrankį, kuris reaguoja į jų individualų mokymosi tempą.

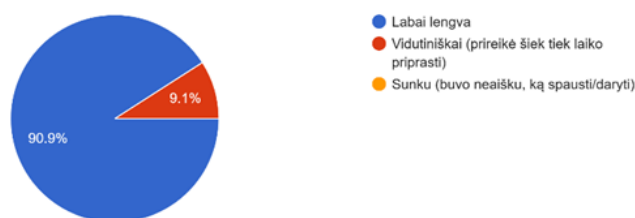
4.2. Tyrimo dalyvių apklausa ir rezultatai

Šiame poskyryje pristatomi kiekybinio tyrimo duomenys, surinkti anoniminės apklausos būdu, kurioje dalyvavo 44 Vilniaus savivaldybės Grigiškių „Šviesos“ gimnazijos moksleiviai. Apklausa buvo vykdoma pasibaigus dviejų savaitių laikotarpiui, siekiant užfiksuoti subjektyvią mokinių patirtį bei jų suvokimo pokytį dirbant su interaktyviais „GeoGebra“ darbalapiais. Kadangi pagrindinis tyrimo fokusas – ne akademiniai pasiekimai, o mokymosi proceso kokybė, anketos klausimynas buvo suformuotas taip, kad atskleistų vizualizacijos įtaką, motyvacinius aspektus bei mokinio savarankiškumą skaitmeninėje erdvėje. Anketą sudarė 13 klausimų, kurie logiškai sugrupuoti į keturias esmines sritis: mokymosi medžiagos supratimo ir vizualizacijos, motyvacijos ir įsitraukimo, savarankiškumo bei bendrojo priemonės vertinimo. Tokia struktūra leidžia išanalizuoti, kurie interaktyvios svetainės elementai – ar tai būtų 3D modelių manipuliacija, ar momentinis grįžtamasis ryšys – turėjo didžiausią poveikį mokiniams. Toliau pateikiama kiekvienos grupės klausimų analizė.

I. Mokymosi medžiagos supratimas ir vizualizacija

Pirmoji anketos grupė yra orientuota į tyrimo tikslą – išsiaiškinti, kaip interaktyvūs darbalapiai padeda įveikti trimatės geometrijos supratimo kliūtis. Šioje dalyje analizuojama, ar vadovėlio brėžinių pakeitimas leido mokiniams lengviau identifikuoti figūrų savybes, ryšius tarp kraštinių bei suvokti tūrio ar paviršiaus ploto kitimo dėsnumus. Remiantis moksleivių atsakymais, vertinama, ar vaizdinės priemonės padeda lengviau suprasti matematinės sąvokas.

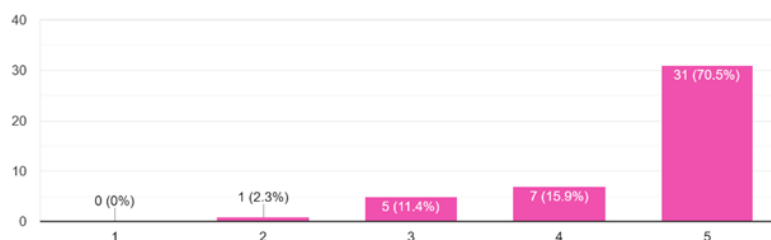
Ar tau buvo lengva suprasti, kaip naudotis „GeoGebra“ darbalapiais?
44 responses



15 pav. „GeoGebra“ įrankio naudojimo paprastumo vertinimas

Pirmasis šios grupės klausimas buvo skirtas įvertinti techninį priemonės prieinamumą ir naudotojo sąsajos intuityvumą. Gauti rezultatai yra itin palankūs: net 90,9 proc. respondentų nurodė, kad jiems buvo labai lengva suprasti, kaip naudotis pateiktais darbalapiais. Toks aukštas teigiamų atsakymų rodiklis patvirtina, kad sprendimas integruoti „GeoGebra“ darbalapius į svetainę, kurioje nereikalaujama registracijos, buvo efektyvus. Likusi dalis mokinių (9,1 proc.) nurodė, kad jiems prireikė šiek tiek laiko priprasti prie valdymo elementų, tačiau svarbu pabrėžti, kad nei vienas mokinys (0 proc.) nepažymėjo varianto „Sunku“. Šie duomenys leidžia daryti išvadą, kad darbalapių interaktyvumas – slankiklių valdymas, taškų tempimas ir pasirenkamųjų langelių naudojimas – yra moksleiviams suprantama veikla. Tai, kad beveik visiems mokiniams įrankis pasirodė intuityvus, yra svarbu ugdymo procese, nes techninės kliūtys dažnai tampa pagrindiniu trikdžiu, atitraukiančiu dėmesį. Tai taip pat pagrindžia tyrimo metu naudotą individualizuoto darbo metodą su planšetėmis: kadangi įrankis buvo lengvai perprantamas, mokiniai aštuntų klasių pamokose galėjo sėkmingai dirbti savarankiškai, be nuolatinių mokytojos instrukcijų apie techninę darbo dalį.

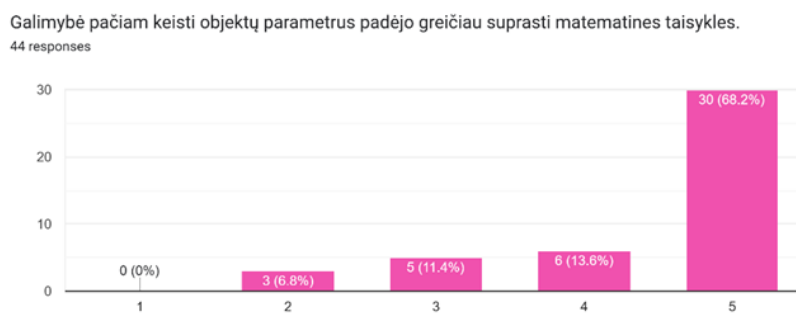
Interaktyvūs brėžiniai padėjo man geriau vizualiai įsivaizduoti nagrinėjamą temą.
44 responses



16 pav. Interaktyvių brėžinių įtaka temos vizualizavimui

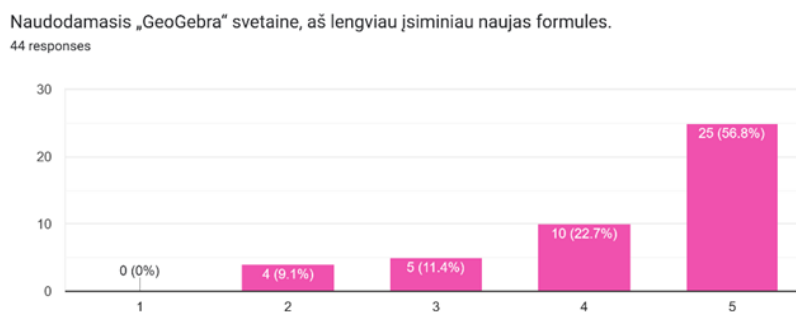
Antrasis klausimas skirtas pagrindinei tyrimo problemai išryškinti: jis padeda įvertinti, kaip moksleiviai geba vizualiai suvokti abstrakčią geometrinę informaciją. Atsakymai buvo vertinami Likerto skalėje nuo 1 iki 5, kur 5 reiškia visišką sutikimą su teiginiu. Rezultatai atskleidžia teigiamą tendenciją: net 70,5 proc. respondentų pasirinko aukščiausią įvertinimą, o pridėjus 4 balus skyrusius mokinius (15,9 proc.), matome, kad didžioji dauguma (86,4 proc.) tyrimo dalyvių pajuto akivaizdžią naudą vizualiniam suvokimui. Vidutinį vertinimą (3 balus) skyrė 11,4 proc. moksleivių, o neigiamų vertinimų (1 ir 2 balai) skaičius buvo minimalus – atitinkamai 0 proc. ir 2,3 proc. Toks pasiskirstymas patvirtina prielaidą, kad interaktyvi vizualizacija užpildo spragą. Galimybė interaktyviai valdyti 3D objektus, juos sukoti bei keisti jų parametrus leido mokiniams pamatyti tai, ko neįmanoma perteikti brėžiniais: figūrų gylį, vidines aukštines bei kintančias proporcijas. Tai, kad trisdešimt vienas mokinys įrankį įvertino maksimaliu balu, rodo, jog vizualinė stimuliacija padėjo įsisavinti

geometrijos medžiagą. Šis rezultatas pagrindžia produkto tinkamumą spręsti vizualizacijos trūkumo problemą ir rodo moksleivių pasitikėjimą skaitmenine priemone.



17 pav. Parametrų manipuliavimo poveikis taisyklių supratimui

Šiuo klausimu buvo siekiama įvertinti ne tik pasyvų stebėjimą, bet ir aktyvų mokinio įsitraukimą per manipuliaciją objektais bei jos įtaką matematinių taisyklių suvokimui. Rezultatai rodo, kad didžioji dalis moksleivių teigiamai vertina šią funkciją: 68,2 proc. respondentų pasirinko maksimalų 5 balų įvertinimą, o dar 13,6 proc. skyrė 4 balus. Vidutiniškai (3 balais) ši teiginį įvertino 11,4 proc. tyrimo dalyvių, o neigiamą nuomonę (2 balai) išreiškė tik 6,8 proc. mokinių. Šie duomenys pagrindžia interaktyvaus mokymosi privalumą – mokinys iš pasyvaus informacijos priėmėjo tampa aktyviu tyrėju. Kai moksleivis pats keičia slankiklių reikšmes, pavyzdžiui, didina piramidės aukštį ar keičia pagrindo koordinates, jis pamato tiesioginį ryšį tarp skaitinių parametrų ir geometrinės formos pokyčių. Tai padeda greičiau suprasti tokias taisykles kaip tūrio priklausomybė nuo aukštinės ar pagrindo ploto, nes teorija vizualizuojama per veiksmą ir momentinį rezultatą.

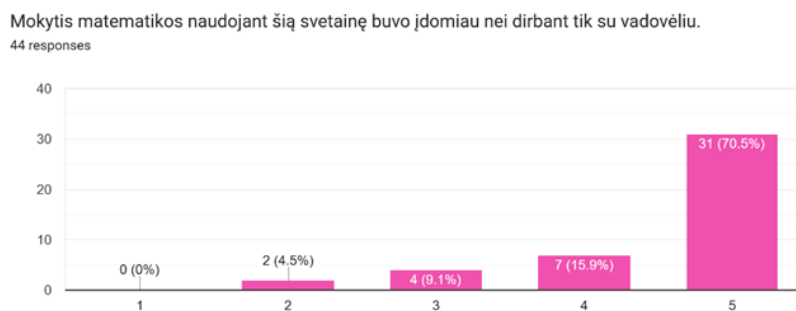


18 pav. Skaitmeninės aplinkos įtaka formulių įsiminimui

Ketvirtuoju klausimu buvo siekiama išsiaiškinti, kaip interaktyvi patirtis veikia gebėjimą įsiminti naujas matematinės formules. Nors daugiau nei pusė respondentų šį poveikį įvertino maksimaliai, o 22,7 proc. skyrė 4 balus, likusių tyrimo dalyvių atsakymai indikuoja tam tikras ribas. 11,4 proc. mokinių pasirinko vidutinį, o 9,1 proc. – žemą vertinimą. Nors visiškai neigiamų atsakymų nebuvo, šie duomenys rodo, kad beveik penktadaliui mokinių vizualizacija netapo pagrindiniu įrankiu įsimenant teorinę medžiagą. Analizuojant vidutinius ir žemesnius vertinimus, galima daryti prielaidą, kad daliai moksleivių skaitmeninė aplinka gali pasirodyti pernelyg blaškanti. Be to, 9,1 proc. respondentų pasirinktas žemas balas gali signalizuoti apie kognityvinę perkrovą: kai mokinys tuo pačiu metu turi valdyti technologinį įrankį ir įsisavinti naują matematinę ryšį, formulė gali likti fone. Šis klausimas atskleidžia, kad nors interaktyvi svetainė padeda daugumai moksleivių kurti ryšius tarp vaizdo ir formulės, formulės įsiminimas vis tiek reikalauja kartojimo ir uždavinių sprendimo popieriuje. Tai patvirtina, kad sukurta priemonė turėtų būti naudojama kaip papildomas, o ne vienintelis mokymosi metodas.

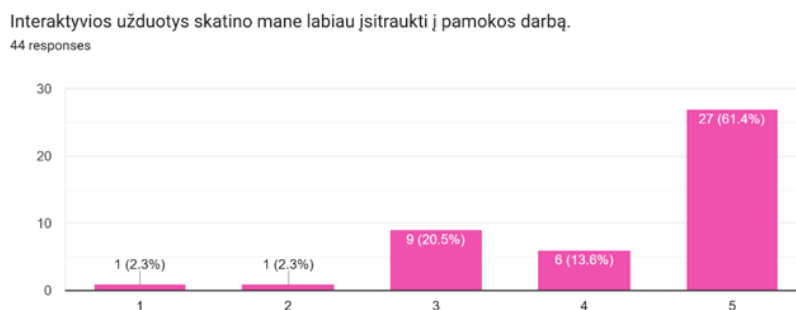
II. Motyvacija ir įsitraukimas

Nors skaitmeninių priemonių integracija dažnai siejama su technologine pažanga, technologijos ugdyme vertos tiek, kiek jos padeda mokiniams labiau įsitraukti į pamoką. Antroji anketos grupė skirta ištirti, kaip interaktyvi „GeoGebra“ darbalapių svetainė paveikė moksleivių įsitraukimą į mokymosi procesą bei jų santykį su matematika. Įsitraukimas yra susijęs su medžiagos įsisavinimu: kai mokinys jaučia susidomėjimą ir mato prasmę savo veikloje, jis geriau supranta temą. Šioje dalyje analizuojami klausimai, kuriais siekiama išsiaiškinti, ar galimybė manipuliuoti objektais ekrane padidino mokinių susidomėjimą tema. Mokinių atsakymai leidžia pamatyti, ar sukurta priemonė sugebėjo sukurti teigiamą mokymosi patirtį, kuri yra būtinas domėjimuisi tiksliais mokslais.



19 pav. Svetainės ir tradicinio vadovėlio patrauklumo palyginimas

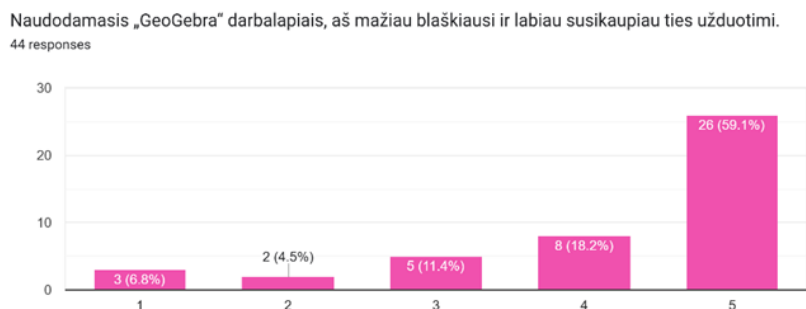
Šis klausimas yra esminis vertinant sukurto produkto pridėtinę vertę mokinio motyvacijai. Rezultatai rodo moksleivių teigiamą vertinimą, kadangi net 70,5 proc. respondentų pasirinko maksimalų 5 balų įvertinimą, o 15,9 proc. skyrė 4 balus. Tai reiškia, kad didžiajai daugumai mokinių interaktyvi svetainė suteikė patrauklesnę patirtį nei darbas su tradicinėmis priemonėmis. Neutralią poziciją pasirinko 9,1 proc. mokinių, o nedidelė dalis 4,5 proc. skyrė žemesnį vertinimą. Aukštas teigiamų atsakymų rodiklis patvirtina, kad galimybė patiems daryti įtaką objektams ekrane sukuria žaidybinių elementą, kuris natūraliai didina susidomėjimą. Visgi, beveik 14 proc. moksleivių, pasirinkusių 2 ar 3 balus, indikuoja, kad interaktyvumas ne visiems asocijuojasi su didesniu įdomumu. Tai gali būti susiję su mokinių įpročiais: dalis moksleivių gali jaustis saugiau dirbdami su vadovėliu, kur nėra reikalaujama nuolatinio technologinio įsitraukimo. Ši analizė leidžia teigti, kad svetainė sėkmingai padidino bendrą įsitraukimą, tačiau jos efektyvumas tiesiogiai priklauso nuo mokinio individualaus mokymosi stiliaus.



20 pav. Interaktyvių užduočių įtaka mokinių įsitraukimui

Šiuo klausimu buvo siekiama įvertinti, ar darbalapiuose integruotos praktinės užduotys (pavyzdžiui, tūrio skaičiavimas realiuoju laiku ar atsakymų tikrinimo sistema) turėjo tiesioginę įtaką mokinio aktyvumui pamokos metu. Rezultatai rodo, kad 61,4 proc. respondentų visiškai sutinka su šiuo teiginiu, o 13,6 proc. pasirinko 4 balų įvertinimą. Visgi, šiame klausime pastebimas ryškesnis

nuomonių išsiskyrimas nei ankstesniuose: net 20,5 proc. moksleivių pasirinko 3 balų įvertinimą, o po 2,3 proc. mokinių skyrė žemus vertinimus. Momentinis grįžtamasis ryšys, kai mokinys iškart sužino, ar jo atliktas skaičiavimas teisingas, sukuria teigiamą patirtį ir skatina tęsti darbą. Tai ypač pasiteisino individualaus darbo metu su planšetėmis, kur mokiniai galėjo savarankiškai judėti per užduotis ir kontroliuoti savo mokymosi procesą. Tačiau penktadalio mokinių neutralumas ir nedidelė dalis neigiamų vertinimų rodo, kad interaktyvumas pats savaime ne visiems moksleiviams yra pakankamas stimulus. Galima daryti prielaidą, kad šiems mokiniams įsitraukimas labiau priklauso nuo socialinių veiksnių – bendravimo su mokytoja, diskusijų klasėje ar konkurencijos sprendžiant uždavinius lentoje. Skaitmeninė užduotis jiems gali atrodyti kaip darbas, kuris nebūtinai sukelia didesnę vidinę entuziazmą.



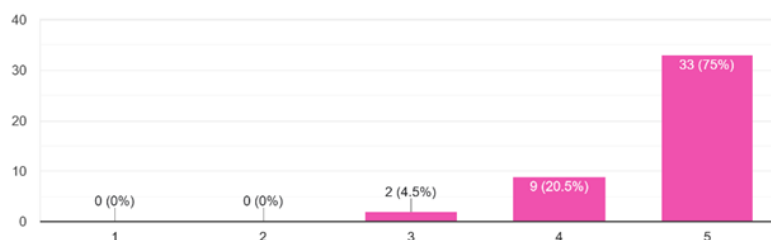
21 pav. Skaitmeninės priemonės poveikis dėmesio koncentracijai

Paskutiniu šios grupės klausimu siekta išsiaiškinti, ar interaktyvi aplinka padėjo mokiniams išlaikyti dėmesį, ar, priešingai, tapo papildomu blaškymosi šaltiniu. Rezultatai rodo, kad 59,1 proc. respondentų visiškai sutiko su teiginiu, o 18,2 proc. skyrė 4 balus. Visgi, lyginant su ankstesniais klausimais, čia pastebimas didžiausias neigiamų ir neutralių vertinimų kiekis: 11,4 proc. mokinių liko neutralūs, o 11,3 proc. tyrimo dalyvių skyrė žemus vertinimus. Daugumos teigiamas vertinimas leidžia teigti, kad interaktyvumas daugeliui moksleivių veikia teigiamai. Kai mokinys turi pats atlikti veiksmus ekrane (judinti slankiklius, vesti atsakymus), jo smegenys yra priverstos išlikti aktyvios, todėl lieka mažiau erdvės pašalinėms mintims ar veikloms. Tačiau daugiau nei 20 proc. moksleivių, kuriems susikaupti nebuvo lengviau (arba buvo sunkiau), atskleidžia kitą technologijų integravimo pusę. Mokiniai interaktyvūs elementai gali tapti žaidimu: mokinys gali tiesiog mechaniškai stumdyti slankiklius stebėdamas judantį vaizdą, tačiau neanalizuodamas matematinio turinio. Taip pat skaitmeninė aplinka savaime asocijuojasi su pramogomis, todėl daliai moksleivių yra sunkiau save įtikinti, kad tai darbo įrankis.

III. Savarankiškumas ir grįžtamasis ryšys

Trečioji anketos klausimų grupė orientuota į tai, kaip sukurta interaktyvi aplinka įgalino moksleivius veikti be nuolatinės mokytojo priežiūros. Svarbiausias akcentas čia tenka grįžtamajam ryšiui – automatizuotai sistemai, kuri leidžia mokiniui iš karto sužinoti savo klaidą. Skaitmeninės technologijos suteikia unikalią galimybę sukurti saugią aplinką, kurioje mokinys gali eksperimentuoti, klysti ir taisyti savo sprendimus realiuoju laiku.

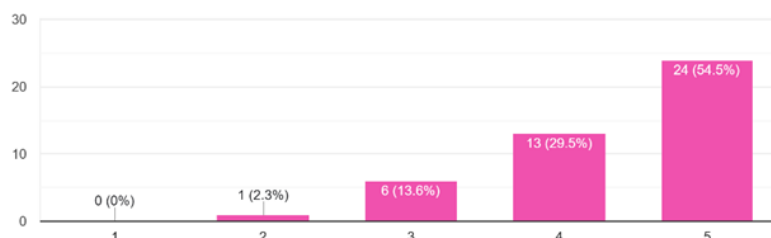
Svetainėje pateiktos užduotys leido man pačiam(-iai) pasitikrinti, ar teisingai supratau temą.
44 responses



22 pav. Momentinio atsakymų tikrinimo nauda temos suvokimui

Analizuojant mokinių reakciją į klaidų taisymą, išryškėjo tai, kad net 72,7 proc. respondentų visiškai sutiko, kad momentinis grįžtamasis ryšys juos skatino ne pasiduoti, o bandyti užduotį atlikti dar kartą. 18,2 proc. mokinių šį teiginį įvertino 4 balais, o tai rodo, kad skaitmeninė sistema mažina baimę suklysti. Šie duomenys indikuoja, kad interaktyvi aplinka priešingai nei tradiciniame kontroliniame darbe, kur klaida yra galutinė ir vertinama pažymiu, čia ji tampa mokymosi dalimi. Mokinys, pamatęs raudoną indikatorius, priima tai kaip iššūkį, o ne kaip nesėkmę. Visgi, 6,8 proc. neutralių ir 2,3 proc. žemų vertinimų primena, kad nedidelei daliai mokinių pasikartojančios klaidos, net ir pateiktos interaktyviai, gali sukelti išsekimą. Tokiais atvejais mokinys gali jaustis įstrigęs, jei sistema tiesiog sako „neteisinga“, bet nepateikia užuominos, kaip judėti toliau. Tai rodo, kad ateityje darbalapius galima būtų papildyti pagalbos žingsniais, kurie aktyvuotųsi po kelių nesėkmingų bandymų, taip dar labiau stiprinant mokinio savarankiškumą.

Jaučiausi savarankiškesnis(-ė) sprendamas(-a) uždavinius skaitmeninėje aplinkoje.
44 responses



23 pav. Mokinių savarankiškumo pokytis skaitmeninėje aplinkoje

Vertindami savo asmeninę patirtį, daugiau nei pusė moksleivių nurodė, kad skaitmeninė aplinka jiems suteikė stiprų savarankiškumo pojūtį. Pridėjus 29,5 proc. respondentų, kurie skyrė 4 balus, matome, kad didžioji dalis (84 proc.) interaktyvius darbalapius suvokia kaip įrankį, įgalinantį dirbti be nuolatinės išorinės pagalbos. Visgi, 13,6 proc. mokinių liko neutralūs, o 2,3 proc. pripažino, kad šis formatas jų savarankiškumo nepadidino. Gauti duomenys leidžia daryti prielaidą, kad savarankiškumo augimą tiesiogiai lėmė svetainėje esančios pagalbinės priemonės: galimybė manipuliuoti geometrine figūra, matyti formules ir gauti momentinį atsakymą. Kita vertus, apie 16 proc. moksleivių, pasirinkusių vidutinį ar žemesnį vertinimą, rodo, kad savarankiškumas skaitmeninėje erdvėje reikalauja specifinių įgūdžių. Kai kuriems mokiniams savarankiškas darbas prie ekrano gali sukelti pasimetimo jausmą, jei jie yra įpratę gauti nuolatinės žodines instrukcijas ar palaikymą iš pedagogo.

IV. Apibendrinantys klausimai

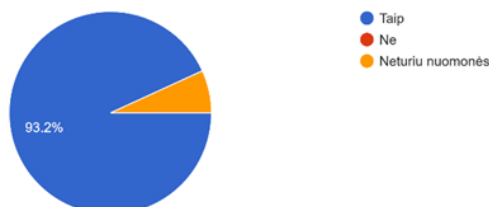
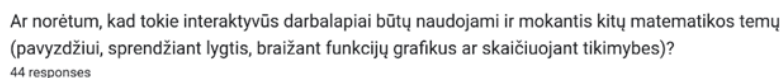
Paskutinė anketos dalis skirta bendram sukurtos priemonės įvertinimui ir moksleivių ateities lūkesčiams nustatyti. Po to, kai respondentai įvertino techninius aspektus, savo įsitraukimą bei

savarankiškumo pokyčius, apibendrinantys klausimai leidžia suprasti, ar ši patirtis buvo vienkartinis bandymas, ar mokiniai ją mato kaip vertingą nuolatinio ugdymo proceso dalį.



24 pav. Požiūrio į matematikos pamokas pokytis

Šis klausimas leidžia įvertinti bendrą tyrimo poveikį moksleiviams, net 70,5 proc. nurodė, kad pamokos jiems tapo patrauklesnės, o likusi dalis pažymėjo, kad jų požiūris nepakito. Svarbu tai, kad nei vienas mokinys nepasirinko varianto, jog pamokos tapo sudėtingesnės. Dauguma patvirtina, kad interaktyvumas ne tik padėjo suprasti temas, bet ir pakeitė pačią pamokos atmosferą. Visgi, beveik trečdalis moksleivių atsakymas „požiūris nepakito“ primena apie tai, kad dviejų savaitių tyrimo nepakanka, šiems mokiniams matematika greičiausiai išlieka tiesiog viena iš disciplinų, kurios vertinimas labiau priklauso nuo pasiekimų, o ne nuo naudojamų priemonių. Tai, kad pamokos netapo sudėtingesnės, yra geras rodiklis jis įrodo, kad skaitmeninė priemonė buvo pakankamai intuityvi ir nekūrė papildų trikdžių, kurie galėtų užgožti patį mokymosi turinį.



25 pav. Interaktyvių priemonių integravimo į kitas temas poreikis

Dauguma respondentų išreiškė norą tokius interaktyvius darbalapius naudoti ir mokantis kitų matematikos temų. Likusi dalis šiuo klausimu neturėjo tvirtos nuomonės, o griežto neigiamo atsakymo nepasirinko nė vienas mokinys. Toks „Taip“ atsakymų pasirinkimas indikuoja, kad mokiniai darbalapius suvokia ne kaip vienkartinę pramogą, o kaip veiksmingą mokymosi standartą, kurį būtų galima pritaikyti kur kas plačiau. Akivaizdu, kad sėkminga patirtis su geometriniais kūnais moksleiviams sukūrė poreikį panašų vizualų ir interaktyvų modelį matyti ir kitose srityse. Neutrali dalis gali būti siejama su mokiniais, kurie atsargiau vertina permainas arba dar nepakankamai gerai įsivaizduoja, kaip skaitmeninė aplinka galėtų padėti sprendžiant, pavyzdžiui, algebrines lygtis, kurios reikalauja daug rašymo ranka. Visgi, bendras rezultatas yra vienareikšmiškas tolimesniai skaitmeninių priemonių kūrimui ir integravimui.

4.3. Rezultatų duomenų analizė ir įvertinimas

Atliktas tyrimas Vilniaus savivaldybės Grigiškių „Šviesos“ gimnazijoje leido įvertinti sukurtų darbalapių efektyvumą ir jų poveikį geometrijos supratimui. Tyrimo metu surinkti duomenys bei tiesioginis bendradarbiavimas su matematikos mokytoja patvirtino, kad skaitmeninė platforma, kurioje integruota 18 „GeoGebra“ darbalapių, yra vertingas įrankis, sprendžiantis erdvinio suvokimo problemas. Tyrimo imtį sudarė 44 mokiniai iš keturių klasių, įskaitant septintokus ir aštuntokus, o tai leido matyti priemonės poveikį skirtingoms amžiaus grupėms. Svarbu pažymėti, kad tyrimas buvo mišraus pobūdžio: kiekybinė analizė, pagrįsta mokinių anketomis, buvo papildyta kokybinėmis išvalgomis, gautomis nuolatinio bendravimo su mokytoja metu. Šis bendradarbiavimas užtikrino svetainės turinio kokybę, nes pagal mokytojos pastebėjimus darbalapiai buvo ne tik koreguojami šalinant matematinius netikslumus, bet ir papildyti naujais skubos tvarka, siekiant atliepti specifinį pamokų poreikį. Analizuojant vizualizacijos ir interaktyvumo poveikį, nustatyta, kad tradicinius vadovėlio brėžinius pakeitus 3D modeliais, mokinių suvokimas apie erdvinės figūras tapo aiškesnis. Dauguma respondentų nurodė, kad galimybė patiems išlankstyti išsklotines ar stebėti tūrio pokytį realiuoju laiku padėjo įveikti barjerą, kai formulės taikomos mechaniškai, nesuprantant erdvių kūnų sandaros. Toks metodas pasiteisino ne tik dirbant kompiuteriais, bet ir naudojant planšetes, kas įrodė svetainės techninį lankstumą ir pasiekiamumą skirtinguose įrenginiuose be papildomų techninių kliūčių. Vertinant motyvacinį aspektą, tyrimas atskleidė palankų mokinių požiūrį į inovacijas matematikos pamokose. Net septyni iš dešimties mokinių pripažino, kad po dviejų savaitių tyrimo matematika jiems tapo patrauklesnė, o tai rodo sėkmingą įsitraukimo didinimą. Skaitmeninė aplinka, pasižyminti naudojimosi paprastumu, leido mokiniams fokusuotis į mokymosi turinį, o ne į programinės įrangos valdymo ypatumus. Galimybė eksperimentuoti su slankikliais ir gauti momentinį atsakymą apie sprendimo teisingumą suformavo saugią mokymosi erdvę, kurioje klaida yra traktuojama kaip natūralus proceso etapas. Nors dalis mokinių išliko neutralūs dėl savo požiūrio, faktas, kad nė vienas moksleivis neįvertino pamokų kaip tapusių sudėtingesnėmis, indikuoja tinkamai parinktą užduočių sudėtingumo lygį ir priemonės intuityvumą. Savarankiškumo ir grįžtamojo ryšio analizė parodė, kad svetainė tapo įrankiu, suteikiančiu mokiniams autonomiją tiek pamokos metu, tiek po jų. Kadangi prieiga prie darbalapių nereikalavo paskyrų kūrimo, mokiniai galėjo savarankiškai grįžti prie medžiagos ir ją tyrinėti jiems patogiu tempu. Mokytojos patirtis integruojant įrankį parodė, kad darbalapiai padėjo sklandžiau pateikti naują medžiagą ir išlaikyti didesnę klasės susikaupimą, o tiesioginis mokytojos įsitraukimas į priemonės tobulinimą užtikrino aukštą pasitikėjimo lygį skaitmeniniu produktu.

Apibendrinant tyrimo rezultatus, galima daryti išvadą, kad sukurta interaktyvi aplinka pasitarnavo kaip pagalbinė priemonė erdviniam supratimui. Tyrimas įrodė, kad mokiniai ne tik geriau suvokė trimačių kūnų savybes, bet ir pajuto didesnę susidomėjimą pačiu dalyku. Dauguma respondentų išreikštas noras tokias priemones naudoti ir ateityje, mokantis kitų matematikos temų, patvirtina sukurto produkto išliekamąją vertę ir poreikį tolesnei skaitmeninių išteklių plėtrai švietime. Rezultatai leidžia teigti, kad sėkmingas bendradarbiavimas su pedagogais ir operatyvus reagavimas į jų išvalgas yra būtina sąlyga kuriant matematiškai tikslius, techniškai tvarkingus ir ugdymo procesą turinčius įrankius.

4.4. Sukurto produkto kokybės ir tinkamumo spręsti problemą įvertinimas

Objektyvus sukurto produkto vertinimas reikalauja analizės, apimančios tiek techninį svetainės funkcionalumą, tiek jos vertę sprendžiant trimatės geometrijos suvokimo problemą. Vertinant kokybę

per techninę perspektyvą, sprendimas sukurti atviros prieigos svetainę, nereikalaujančią vartotojų registracijos ar specifinės programinės įrangos diegimo buvo gerai įvertintas mokinių. Tai užtikrino sklandų produkto integravimą į pamokos struktūrą, nes mokiniai galėjo pradėti darbą akimirksniu, išvengiant bet kokių vartotojo autorizacijos trikdžių. Svetainės sąsaja pasižymėjo intuityvumu, o darbalapių pritaikymas veikti ne tik kompiuteriuose, bet ir planšetėse, patvirtino produkto techninį universalumą ir tinkamumą šiuolaikinei mokyklai. Sprendžiant pagrindinę tyrimo problemą – erdvinio mąstymo trūkumą – produktas pasižymėjo aukšta kokybe dėl „GeoGebra“ įrankio suteikiamų manipuliacijos galimybių. Galimybė interaktyviai keisti figūrų parametrus ir realiuoju laiku stebėti matematinius pokyčius leido mokiniams matyti erdvinį figūros vaizdą. Tai svarbu suprantant, kaip plokščia išsklotinė transformuojasi į trimatį erdvinį objektą. Toks vizualizacijos lygis yra sunkiai pasiekiamas naudojant tradicines metodines priemones, todėl sukurtas produktas laikytinas efektyviu įrankiu, padedančiu vizualizuoti matematiką. Be to, momentinio grįžtamojo ryšio funkcija darbalapiuose suteikė produktui papildomą vertę, nes mokiniai galėjo savarankiškai identifikuoti savo klaidas, o tai tiesiogiai prisidėjo prie savarankiško mokymosi įgūdžių stiprinimo. Visgi, siekiant išlaikyti tyrimo nešališkumą, būtina identifikuoti ir tam tikrus produkto trūkumus bei kokybinius apribojimus. Nors bendradarbiavimas su mokytoja leido operatyviai taisyti matematinius netikslumus ir papildyti turinį, pradinis darbalapių rengimo etapas atskleidė riziką, susijusią su matematiniu korektiškumu. Savarankiškai kuriami interaktyvūs modeliai reikalauja kruopštaus testavimo, nes net menkiausia klaida gali klaidinti mokinį ir sukelti klaidingą supratimą. Taip pat pastebėta, kad daliai mokinių (apie 11 proc.) interaktyvumas tapo papildomu dirgikliu, trukdančiu susikaupti ties pačia užduotimi. Tai indikuoja, kad darbas su kompiuteriu gali sukurti žaidybinį efektą, kai mokinys manipuliuoja objektais mechaniniu būdu, nesigilindamas į jų matematinę prasmę. Todėl produkto kokybė šiuo aspektu yra priklausoma nuo mokytojo gebėjimo valdyti procesą ir nukreipti mokinį nuo pramogos prie darbo. Vertinant turinio apimtį ir pritaikomumą skirtingiems gebėjimų lygiams, nors 18 darbalapių apėmė pagrindines temas, tyrimo metu išryškėjo poreikis dar didesnei užduočių diferenciacijai. Tai rodo, kad produktas dar nėra visiškai autonomiškas ir geriausiai funkcionuoja tik kaip papildoma priemonė kartu su pedagogo paaiškinimais. Taip pat svarbu pabrėžti, kad produkto kokybė yra tiesiogiai susijusi su interneto ryšio stabilumu ir mokyklos technine infrastruktūra – bet kokie tinklo trikdžiai daro priemonę nepasiekiamą, o tai yra bendras visų debesijos paslaugų trūkumas. Apibendrinant galima teigti, kad sukurtas produktas yra prototipas, sprendžiantis erdvinio vizualizavimo ir mokinių įtraukimo problemas. Jo tinkamumas ugdymo procesui yra pagrįstas ne tik teigiamais apklausos rezultatais, bet ir realiu praktiniu pritaikomumu matematikos pamokose Grigiškių „Šviesos“ gimnazijoje. Nepaisant metodinių ir techninių trūkumų, priemonė įrodė savo vertę kaip inovatyvi pagalbinė priemonė.

4.5. Rekomendacijos sukuto produkto taikymui ir tobulinimu

Remiantis dviejų savaitių trukmės tyrimu ir tiesioginiu bendravimu su matematikos mokytoja, galima identifikuoti esmines sritis, kurios ateityje reikalauja pokyčių ir tobulinimų. Nors sukurta interaktyvi aplinka pademonstravo naudą trimatės geometrijos supratimui, praktinis jos įgyvendinimas atskleidė problemas, susijusias su skaitmeninio turinio kūrimo tvarumu, pedagogų pasirengimu ir turinio diferencijavimu pagal mokinių amžiaus grupes. Viena didžiausių problemų, išryškėjusių diskusijose su mokytoja, yra tokių įrankių kūrimo sudėtingumas ir laiko sąnaudos. Mokytojai pripažįsta, kad nors interaktyvūs darbalapiai yra efektyvūs, patys pedagogai vargu ar apsiims juos kurti masiškai. „GeoGebra“ aplinkos valdymas reikalauja ne tik specifinių matematinių žinių, bet ir bazinių programavimo įgūdžių, loginio mąstymo konstruojant kintamuosius bei vizualinio dizaino pagrindų.

Todėl pagrindinė rekomendacija ateičiai yra specialistų parengto turinio banko kūrimas, užuot palikus ši darbą mokytojams. Kita problema yra susijusi su turinio struktūrizavimu ir pritaikymu konkrečioms klasėms. Tyrimo metu pastebėta, kad dabartinis modelis, kai visi 18 darbalapių yra pateikiami vienoje bendroje erdvėje, nėra optimalus. Mokytoja pagrįstai pažymėjo, kad informacija privalo būti griežtai sugrupuota pagal klases (pavyzdžiui, 5–8 kl.), nes tai, kas yra aktualu ir suprantama aštuntokui, penktokui gali sukelti nesusipratimą. Naudojant tą patį darbalapį visoms amžiaus grupėms, jaunesni mokiniai susiduria su pertekline, jų amžiaus tarpsnio neatitinkančia informacija ir sudėtingais terminais, o tai ne skatina mokytis, o atvirksčiai – demotyvuoja. Rekomenduojama svetainę tobulinti įvedant filtravimo sistemą, kuri leistų mokiniui matyti tik jo programą atitinkančias užduotis, taip išvengiant pasimetimo informacijos gausoje. Techninio naudojimo aspektu taip pat iškilo iššūkių, susijusių su mokinių dėmesio valdymu. Nors svetainę pritaikyta naudoti be registracijų, kas yra didelis privalumas, pats skaitmeninis formatas sukuria terpę blaškymuisi. Atvira interneto erdvė ir interaktyvūs elementai kai kuriems mokiniams tapo žaidimo forma, kurioje jie fiksavo vizualinius efektus (pavyzdžiui, greitą figūrų sukinėjimą ar spalvų keitimą), tačiau nesigilino į užduoties esmę. Siekiant tobulinti produktą, rekomenduojama į darbalapius integruoti kontrolinius klausimus, į kuriuos neatsakius mokinys negalėtų judėti toliau. Tai priverstų moksleivius ne tik mechaniškai spausti mygtukus, bet ir reflektuoti apie tai, ką jie mato ekrane. Be to, svarbu atkreipti dėmesį į mokytojo vaidmenį pamokoje. Tyrimas parodė, kad net ir turint puikų įrankį, pamokos sėkmė priklauso nuo mokytojo gebėjimo suvaldyti techninius trikdžius. Rekomenduojama kartu su darbalapiais paruošti ir metodines rekomendacijas mokytojui kaip elgtis, jei mokiniui nepavyksta išspręsti užduoties, kokius papildomus klausimus užduoti stebint mokinio darbą ekrane. Produktas turėtų būti papildytas trumpais vaizdo gido fragmentais mokiniams, kad jie galėtų savarankiškai perprasti įrankio valdymą, nenaudodami brangaus pamokos laiko techninėms instrukcijoms. Galiausiai, būtina pabrėžti matematinio turinio dinamiškumą. Tai, kad tyrimo metu teko koreguoti nekorektiškus darbalapius, rodo, jog skaitmeninis turinys privalo turėti atgalinio ryšio sistemą. Rekomenduojama svetainėje įdiegti funkciją „Pranešti apie klaidą“, kad mokytojai ar pažangesni mokiniai galėtų informuoti kūrėją apie pastebėtus netikslumus. Tik nuolatinis testavimas realioje klasės aplinkoje ir glaudus kūrėjo bei pedagogo ryšys gali užtikrinti, kad interaktyvi aplinka būtų matematiškai tikslus ir pagrįstas įrankis. Ateityje sukurta svetainė galėtų plėstis įtraukiant ne tik geometriją, bet ir kitas temas.

Vilniaus savivaldybės Grigiškių „Šviesos“ gimnazijoje atliktas tyrimas, kuriame dalyvavo 44 septintų ir aštuntų klasių mokiniai, patvirtino, kad sukurta svetainė su 18 „GeoGebra“ darbalapių yra efektyvi papildoma priemonė trimatės geometrijos supratimui gerinti. Kiekybinių apklausų rezultatai parodė, kad priemonės prieinamumas be privalomos registracijos užtikrino sklandžią naudotojų patirtį, nes 90,9 proc. respondentų valdymo sąsają įvertino kaip labai lengvą ir intuityvią, o 68,2 proc. pripažino, kad aktyvus parametrų manipuliavimas padėjo geriau suprasti matematinės taisyklės per realaus laiko skaičiavimus ir momentinį grįžtamąjį ryšį. Taip pat nustatyta teigiama įtaka mokinių motyvacijai, kadangi 70,5 proc. dalyvių pamokos su interaktyviais modeliais tapo patrauklesnės, o automatizuota atsakymų tikrinimo sistema (72,7 proc.) sėkmingai sumažino baimę suklysti. Nepaisant to, tyrimas atskleidė dėmesio blaškymo riziką, nes daliai moksleivių skaitmeninė aplinka virto žaidybiniu manipuliavimu, nesigilinant į matematinį turinį. Kokybinis bendradarbiavimas su matematikos mokytoja leido operatyviai koreguoti skaitmeninį turinį pamokų metu ir skubos tvarka sukurti tris naujus darbalapius.

Išvados

1. Atlikta mokslinės literatūros ir technologinių sprendimų analizė parodė, kad mokinių erdvinio suvokimo problema kyla dėl to, jog statiški ir plokšti brėžiniai vadovėliuose nepakankamai perteikia trimačių objektų savybes. Nustatyta, kad trimatė grafika ir interaktyvios priemonės, leidžia vizualizuoti gylį ir perspektyvą, taip pat suteikia galimybę interaktyviai manipuluoti objektais, kas tiesiogiai mažina atotrūkį tarp erdvinio suvokimo. Teorinė analizė patvirtino, kad interaktyvus turinys yra efektyviausias tada, kai jis skatina aktyvią pažintinę veiklą ir leidžia besimokančiajam pačiam valdyti informacijos pateikimo tempą.
2. Atlikta lyginamoji IT priemonių analizė pagal funkcinius ir nefunkcinius reikalavimus parodė, kad „GeoGebra“ yra tinkamiausias įrankis ugdymo procesui, nes, priešingai nei „SketchUp“ ar „Desmos“, ši platforma užtikrina tikslus matematinius skaičiavimus (tūrio, paviršiaus ploto) realiu laiku, palaiko lietuvių kalbą bei siūlo animuotų išklotinių funkciją. Vartotojų poreikių tyrimas atskleidė didelį interaktyvaus turinio aktualumą: 65 % dešimtokų matematikos temas įvardija sunkiai įsivaizduojamas, o tai parodo poreikį kurti produktą, kuris padėtų vizualizuoti erdvinius santykius. Projektavimo etape nustatyta, kad siekiant maksimalaus įsitraukimo, priemonė privalo būti intuityvi, pritaikyta įvairioms operacinėms sistemoms ir teikti momentinį grįžtamąjį ryšį.
3. Praktinė projekto realizacija patvirtino, kad interaktyvių mokymo priemonių kūrimas reikalauja ne tik metodinių žinių, bet ir specifinių technologinių įgūdžių: sudėtingiausias kūrimo etapas buvo tiesioginis darbalapių programavimas naudojant „GeoGebraScript“ kalbą. Siekiant užtikrinti sklandžią objektų sąveiką ir tikslų jų valdymą pagal iškeltus reikalavimus, buvo sukurta 18 darbalapių, kuriuose integruoti kintamieji ir loginės struktūros leidžia mokiniams keisti figūrų parametrus. Sukurta svetainė, leidžia mokiniams tyrinėti trimačius objektus bei jų savybes, be papildomų techninių apribojimų, tokių kaip registracija ar programinės įrangos instaliavimas.
4. Praktinis sukurtos priemonės išbandymas Vilniaus savivaldybės Grigiškių „Šviesos“ gimnazijoje patvirtino interaktyvios trimatės grafikos efektyvumą ugdymo procese: po dviejų savaitių tyrimo 86,4 % mokinių nurodė, kad interaktyvūs modeliai padėjo jiems lengviau suprasti erdvines figūras, o 70,5 % respondentų pripažino, kad matematika tapo patrauklesnė. Tyrimas atskleidė, kad momentinis grįžtamasis ryšys (klaidų indikacija realiuoju laiku) skatino 72,7 % moksleivių ne pasiduoti, o bandyti spręsti užduotį iš naujo, taip mažinant baimę suklysti. Bendradarbiavimas su matematikos mokytoja parodė, kad operatyvus turinio adaptavimas pagal pamokos poreikį užtikrina skaitmeninio produkto aktualumą ir patikimumą. Nors nustatyta, kad maždaug dešimtadaliui mokinių interaktyvumas gali tapti blaškymosi šaltiniu, bendras teigiamas vertinimas ir moksleivių išreikštas noras tokias priemones naudoti ateityje įrodo sukurtos priemonės gebėjimą moksleivius įtraukti į pažinimo procesą, kuris mokiniams tampa suprantamesnis ir patrauklesnis.

Literatūros sąrašas

1. GHAREHTAPPEH, Zohreh Sohrabi ir PENG, Qingjin. Simplification and unfolding of 3D mesh models: review and evaluation of existing tools. *Procedia Cirp*, vol. 100 (2021), pp. 121–126.
2. ANDERSON, Barton L. ir MARLOW, Phillip J. Perceiving the shape and material properties of 3D surfaces. *Trends in cognitive sciences*, vol. 27 (2023), nr. 1, pp. 98–110.
3. KUTULAKOS, Kiriakos N. ir STEGER, Eron. A theory of refractive and specular 3D shape by light-path triangulation. *International Journal of Computer Vision*, vol. 76 (2008), pp. 13–29.
4. CABELEIRA, João. Combining rasterization and ray tracing techniques to approximate global illumination in real-time. *Engenharia Informática e de Computadores*, Universidade Técnica de Lisboa, Portugal (2010).
5. MEDINA HERRERA, Linda; CASTRO PÉREZ, Jaime ir JUÁREZ ORDÓÑEZ, Saúl. Developing spatial mathematical skills through 3D tools: augmented reality, virtual environments and 3D printing. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM)*, vol. 13 (2019), pp. 1385–1399.
6. ESTAITEYEH, Mohammed ir DECOITO, Isha. Differentiated instruction in digital video games: STEM teacher candidates using technology to meet learners' needs. *Interactive Learning Environments*, vol. 32 (2024), nr. 7, pp. 3768–3782.
7. VAN WYK, Micheal M. The use of cartoons as a teaching tool to enhance student learning in economics education. *Journal of Social Sciences*, vol. 26 (2011), nr. 2, pp. 117–130.
8. GAL, Hagar ir LINCHEVSKI, Liora. To see or not to see: analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educational studies in mathematics*, vol. 74 (2010), pp. 163–183.
9. CLEMENTS, Douglas H. Geometric and spatial thinking in early childhood education. In: *Engaging young children in mathematics*, pp. 267–297. Anonymous Routledge, 2003.
10. VAN VUUREN, Jacqueline. The cognitive processing potential of infants: A study of the effect of early infant exposure to numbers, shapes and colours. *Unpublished Masters Treatise. The University of South Africa* (2014).
11. POUND, Linda. Supporting mathematical development in the early years. McGraw-Hill Education (UK), 2006.
12. NŠA. Pradinio ugdymo bendroji programa (2016). Prieiga per: https://www.nsa.smm.lt/wp-content/uploads/2016/01/ugdpr_1priedas_pradinio-ugdymo-bendroji-programa.pdf. [žiūrėta Lap 3, 2024].
13. PRICE, Sara ir DUFFY, Sam. Opportunities and challenges of bodily interaction for geometry learning to inform technology design. *Multimodal Technologies and Interaction*, vol. 2 (2018), nr. 3, pp. 41.
14. YANG, Fang-Ying ir WANG, Hui-Yun. Tracking visual attention during learning of complex science concepts with augmented 3D visualizations. *Computers & Education*, vol. 193 (2023), pp. 104659.
15. HYUN, Jung; EDIGER, Ruth ir LEE, Donghun. Students' Satisfaction on Their Learning Process in Active Learning and Traditional Classrooms. *International Journal of Teaching and Learning in Higher Education*, vol. 29 (2017), nr. 1, pp. 108–118.
16. PLUMMER, Julia D. Spatial thinking as the dimension of progress in an astronomy learning progression. *Studies in Science Education*, vol. 50 (2014), nr. 1, pp. 1–45.
17. KANGWA, LEMMY. The incorporation of geogebra as a visualisation tool to teach calculus in teacher education institutions: the zambian case (2022).

18. YE, ShuHua; ONPIUM, Pintusorn ir YING, Fangli. The effectiveness of a 3D interactive learning environment as a mechanism for sharing and retaining knowledge. (2024), pp. 16.
19. BUEHL, Doug. Classroom strategies for interactive learning. Routledge, 2023.
20. MOORE, Marguerite. Interactive media usage among millennial consumers. *Journal of Consumer Marketing*, vol. 29 (2012), nr. 6, pp. 436–444.
21. GODFREY, Parke; GRYZ, Jarek ir LASEK, Piotr. Interactive visualization of large data sets. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, vol. 28 (2016), nr. 8, pp. 2142–2157.
22. WOUTERS, Pieter; TABBERS, Huib K. ir PAAS, Fred. Interactivity in video-based models. *Educational Psychology Review*, vol. 19 (2007), nr. 3, pp. 327–342.
23. KOEDINGER, Kenneth R. ir ALEVEN, Vincent. Exploring the assistance dilemma in experiments with cognitive tutors. *Educational Psychology Review*, vol. 19 (2007), pp. 239–264.
24. MORENO, Roxana ir MAYER, Richard. Interactive multimodal learning environments: Special issue on interactive learning environments: Contemporary issues and trends. *Educational psychology review*, vol. 19 (2007), pp. 309–326.
25. KALYUGA, Slava. Enhancing instructional efficiency of interactive e-learning environments: A cognitive load perspective. *Educational psychology review*, vol. 19 (2007), pp. 387–399.
26. ENGLAND, Elaine ir FINNEY, Andy. Interactive Media-What's that? Who's involved. *ATSF White Paper-Interactive Media UK*, vol. 12 (2011).
27. BETRANCOURT, Mireille. The animation and interactivity principles in multimedia learning. *The Cambridge handbook of multimedia learning (2005)*, pp. 287–296.
28. ATKINSON, Robert K. ir RENKL, Alexander. Interactive example-based learning environments: Using interactive elements to encourage effective processing of worked examples. *Educational Psychology Review*, vol. 19 (2007), pp. 375–386.
29. WORSLEY, Marcelo. Artificial Intelligence Innovations for Multimodal Learning, Interfaces, and Analytics. *AI in Learning: Designing the Future*, pp. 19–35 Anonymous Springer International Publishing Cham, 2022.
30. GRAHAM, Lisa. Gestalt theory in interactive media design. *Journal of Humanities & Social Sciences*, vol. 2 (2008), nr. 1.
31. PETERS, Linda. The new interactive media: one-to-one, but who to whom? *Marketing Intelligence & Planning*, vol. 16 (1998), nr. 1, pp. 22–30.
32. NORVAIŠA, Rimas. Abstraktaus mąstymo galima pradėti mokytis jau pirmoje klasėje (2022). Prieiga per: <https://www.bernardinai.lt/matematikas-r-norvaisa-abstraktaus-mastymo-galima-pradeti-mokyti-jau-pirmoje-klaseje/>. [žiūrėta Lap 2, 2024].
33. FELDER, Richard M. Learning and teaching styles in engineering education (2002).
34. BISHOP, Alan J. Spatial abilities and mathematics education—A review. *Educational studies in mathematics*, vol. 11 (1980), nr. 3, pp. 257–269.
35. HOOD CATTANEO, Kelsey. Telling active learning pedagogies apart: From theory to practice. *Journal of new approaches in educational research*, vol. 6 (2017), nr. 2, pp. 144–152.
36. HILLIGES, Otmar; TERRENGHI, Lucia; BORING, Sebastian; KIM, David; RICHTER, Hendrik ir kt. Designing for Collaborative Creative Problem Solving. In: *Proceedings of the 6th ACM SIGCHI conference on Creativity & cognition*, pp. 137–146. 2007.
37. 3D Calculator. Prieiga per: <https://help.geogebra.org/hc/en-us/articles/8493632359069-3D-Calculator>. [žiūrėta Bir 17, 2025].
38. GeoGebra - Wikiversity. Prieiga per: <https://en.wikiversity.org/wiki/GeoGebra>. [žiūrėta Bir 17, 2025].

39. ACCASCINA, Giuseppe ir ROGORA, Enrico. Using Cabri 3D diagrams for teaching geometry. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, vol. 13 (2006), nr. 1, pp. 11–22.
40. CABRILOG. Cabri 3D User Manual [interaktyvus]. Lyon: CabriLog, 2006. Prieiga per: <https://download.cabri.com/data/pdfs/manuals/c3dv212/user-manual-eng-uk.pdf>. [žiūrėta Bir 17, 2025].
41. SCHREYER, Alexander C. *Architectural Design with SketchUp: 3D Modeling, Extensions, BIM, Rendering, Making, Scripting, and Layout*. John Wiley & Sons, 2023.
42. TAL, Daniel. *Rendering in SketchUp: from modeling to presentation for architecture, landscape architecture, and interior design*. John Wiley & Sons, 2013.
43. ORR, Jon. Function transformations and the desmos activity builder. *Mathematics Teacher*, vol. 110 (2017), nr. 7, pp. 549–551.
44. PAIVIO, Allan, 1986. *Mental representations: a dual coding approach*. Oxford: Oxford University Press. ISBN 9780195039368.
45. SWELLER, John, 1988. Cognitive load during problem solving: Effects on learning. *Cognitive Science*. Vol. 12, no. 2, p. 257–285.
46. KRAUS, S., 2020. *Visualization in Mathematics Education*. Berlin: Springer. ISBN 978-3-030-34732-1.
47. REIMERS, Stian ir STEWART, Neil. Presentation and response timing accuracy in Adobe Flash and HTML5/JavaScript Web experiments. *Behavior research methods*, vol. 47 (2015), nr. 2, pp. 30–327.

Priedai

1 priedas. Dokumentas apie dirbtinio intelekto naudojimą baigiamajame darbe

Rengiant baigiamąjį projektą, keliuose darbo etapuose buvo naudojamas dirbtinis intelektas. Įrankis buvo naudojamas pradiniam planavimo etape sudarinėjant ataskaitos struktūrą, formuluojant pagrindinius skyrius bei poskyrius. Taip pat dirbtinio intelekto pagalba buvo suformuotas tyrimo klausimynas bei sukurta svetainė. Baigiamajame etape dirbtinis intelektas padėjo su vertimu į anglų kalbą bei padėjo susisteminti naudotos literatūros šaltinius pagal ISO standartą.

2 priedas. Dokumentas, patvirtinantis projekto testavimą mokykloje



VILNIAUS SAVIVALDYBĖS GRIGIŠKIŲ „ŠVIESOS“ GIMNAZIJA

Savivaldybės biudžetinė įstaiga, Šviesos g. 16, LT-27123 Grigiškės, Vilniaus sav.,
tel. (0 5) 243 2610, faks. (0 5) 243 3292, el. p. rastine@sviesosgimnazija.vilnius.lm.lt, <http://www.gsviesa.lt>
Duomenys kaupiami ir saugomi Juridinių asmenų registre, kodas 190661671

Informatikos fakultetas
K. Donelaičio g. 73,
LT-44249, Kaunas

Asist. dr. Ramūnui Kubiliūnui
el. p. ramunas.kubiliunas@ktu.lt

Erikai Paulauskaitei
el. p. erika.paulauskaite@ktu.lt

PAŽYMA DĖL PROJEKTO TESTAVIMO PATVIRTINIMO

2026-04-28 Nr. SD-153
Vilius

Pažymime, kad Grigiškių „Šviesos“ gimnazijoje matematikos pamokų metu buvo atliktas Informatikos fakulteto IFM-4/5 grupės studentės Erikos Paulauskaitės projekto „Interaktyvus matematikos mokymas(-is) naudojant „GeoGebra“ įrankį“ svetainės testavimas.

Direktorė

Rasa Dikevičienė

3 priedas. Anketa mokiniui: Interaktyvios vizualizacijos matematikos ugdyme

Sveikas, dešimtoke! Ši apklausa yra anoniminė. Jos tikslas – sužinoti, ar interaktyvios vizualizacijos (grafikai, judantys modeliai ekrane) padeda tau geriau suprasti matematiką.

* Žymi privalomus klausimus

• I. Matematikos mokymosi patirtis

1. Ar tau patinka mokytis matematikos? *

- Taip
- Labiau taip
- Labiau ne
- Ne

2. Kurią iš šių temų tau suprasti sunkiausia? (Galima pasirinkti kelis) *

- Funkcijos ir jų grafikai
- Geometrija
- Lygtys ir nelyybės
- Tikimybės
- Statistika
- Kita: _____

3. Kaip dažnai jauti, kad matematikos temos yra per daug abstrakčios ir jas sunku įsivaizduoti?*

- Labai dažnai
- Dažnai
- Retai
- Niekada

• II. Interaktyvių vizualizacijų naudojimas

6. Ar per matematikos pamokas mokytojas naudoja interaktyvias priemones (pvz., GeoGebra, Desmos, animacijas)? *

- Kiekvieną pamoką
- Dažnai
- Retai
- Niekada

7. Ar pats savarankiškai (namuose) naudojiesi programėlėmis, kurios braižo grafikus ar rodo figūras? *

- Taip, nuolat
- Tik tada, kai reikia namų darbams
- Labai retai
- Nenaudoju

8. Ar tau lengviau suprasti taisyklę, kai matai ją pavaizduotą judančiu modeliu ekrane, o ne statiniu paveikslėliu vadovėlyje? *

- Daug lengviau
- Šiek tiek lengviau
- Skirtumo nėra
- Sunkiau

• **III. Požiūris į vizualizaciją kaip paramą.**

9. Interaktyvūs grafikai padeda man greičiau suprasti funkcijų savybes. *

Visiškai nesutinku	1	2	3	4	5	Visiškai sutinku
	[]	[]	[]	[]	[]	

10. Galimybė pačiam keisti skaičius ir matyti, kaip keičiasi vaizdas ekrane, daro matematiką aiškesnę. *

Visiškai nesutinku	1	2	3	4	5	Visiškai sutinku
	[]	[]	[]	[]	[]	

11. Naudojant vizualizacijas, matematikos pamokos tampa įdomesnės. *

Visiškai nesutinku	1	2	3	4	5	Visiškai sutinku
	[]	[]	[]	[]	[]	

12. Jei per egzaminą/patikrinimą galėčiau naudotis interaktyviu įrankiu, mano rezultatai būtų geresni. *

Visiškai nesutinku	1	2	3	4	5	Visiškai sutinku
	[]	[]	[]	[]	[]	

13. Vizualizacijos sumažina baimę suklysti, nes klaidas matau iškart ekrane. *

Visiškai nesutinku	1	2	3	4	5	Visiškai sutinku
	[]	[]	[]	[]	[]	

14. Manau, kad kiekvienas matematikos vadovėlis turėtų turėti nuorodas į interaktyvius modelius. *

Visiškai nesutinku	1	2	3	4	5	Visiškai sutinku
	[]	[]	[]	[]	[]	

• **IV. Technologijų įtaka**

15. Kas labiausiai trukdo pamokose naudoti daugiau interaktyvių vizualizacijų? *

- Laiko trūkumas
- Mokykloje nėra kompiuterių/planšečių
- Mokytojas jų nenaudoja
- Man jos nepadeda
- Kita: _____

16. Kiek laiko vidutiniškai per savaitę praleidi mokydamasis matematikos naudojant skaitmeninius įrankius? *

- Iki 1 val.
- 1–3 val.
- Daugiau nei 3 val.
- Išvis nenaudoju

17. Ar norėtum, kad interaktyvios vizualizacijos būtų pagrindinis pagalbos būdas mokantis sudėtingų temų? *

- Taip
- Labiau taip

- () Labiau ne
- () Ne

4 priedas. Anketa mokiniui: Mokymasis su „GeoGebra“

Šios apklausos tikslas – sužinoti, kaip tau sekėsi mokytis matematiką naudojant interaktyvius „GeoGebra“ darbalapius. Tavo atsakymai padės suprasti, ar tokie įrankiai yra naudingi pamokose.

* Žymi privalomus klausimus

• I. Mokymosi medžiagos supratimas ir vizualizacija

1. Ar tau buvo lengva suprasti, kaip naudotis „GeoGebra“ darbalapiais? *

- () Labai lengva
- () Vidutiniškai (prireikė šiek tiek laiko priprasti)
- () Sunku (buvo neaišku, ką spausti / daryti)
- () Kita: _____

2. Galimybė pačiam keisti objektų parametrus padėjo greičiau suprasti matematinės taisykles.

*

Visiškai nesutinku	1	2	3	4	5	Visiškai sutinku
	[]	[]	[]	[]	[]	

3. Interaktyvūs brėžiniai padėjo man geriau vizualiai įsivaizduoti nagrinėjamą temą. *

Visiškai nesutinku	1	2	3	4	5	Visiškai sutinku
	[]	[]	[]	[]	[]	

4. Naudodamasis „GeoGebra“ svetaine, aš lengviau įsiminiau naujas formules. *

Visiškai nesutinku	1	2	3	4	5	Visiškai sutinku
	[]	[]	[]	[]	[]	

5. Sudėtingos temos man pasirodė paprastesnės, kai jas stebėjau interaktyviame ekrane. *

Visiškai nesutinku	1	2	3	4	5	Visiškai sutinku
	[]	[]	[]	[]	[]	

• II. Motyvacija ir įsitraukimas

6. Mokytis matematikos naudojant šią svetainę buvo įdomiau nei dirbant tik su vadovėliu. *

Visiškai nesutinku	1	2	3	4	5	Visiškai sutinku
	[]	[]	[]	[]	[]	

7. Interaktyvios užduotys skatino mane labiau įsitraukti į pamokos darbą. *

Visiškai nesutinku	1	2	3	4	5	Visiškai sutinku
	[]	[]	[]	[]	[]	

8. Naudodamasis „GeoGebra“ darbalapiais, aš mažiau blaškiausi ir labiau susikaupiau ties užduotimi. *

Visiškai nesutinku	1	2	3	4	5	Visiškai sutinku
	[]	[]	[]	[]	[]	

• III. Savarankiškumas ir grįžtamasis ryšys

9. Jaučiausi savarankiškesnis(-ė) sprendamas(-a) uždavinius skaitmeninėje aplinkoje. *

Visiškai nesutinku	1	2	3	4	5	Visiškai sutinku
	[]	[]	[]	[]	[]	

10. Svetainėje pateiktos užduotys leido man pačiam(-iai) patikrinti, ar teisingai supratau temą. *

Visiškai nesutinku	1	2	3	4	5	Visiškai sutinku
	[]	[]	[]	[]	[]	

• **IV. Apibendrinantys klausimai**

11. Kiek laiko vidutiniškai per šią savaitę praleidote „GeoGebra“ svetainėje? *

- Mažiau nei 1 valandą.
- 1–3 valandas.
- Daugiau nei 3 valandas.

12. Kaip pasikeitė tavo požiūris į matematikos pamokas po šio eksperimento? *

- Pamokos tapo patrauklesnės.
- Požiūris nepakito.
- Pamokos tapo sudėtingesnės.

13. Ar norėtum, kad tokie interaktyvūs darbalapiai būtų naudojami ir mokantis kitų matematikos temų (pavyzdžiui, sprendžiant lygtis, braižant funkcijų grafikus ar skaičiuojant tikimybes)? *

- Taip
- Ne
- Neturiu nuomonės