Kauno technologijos universitetas

Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Pensijų fondų ir išorinių rinkų tarpusavio priklausomybės tyrimas taikant tinklų teorijos metodus

Baigiamasis magistro studijų projektas

Ema Šabunienė

Projekto autorė

prof. dr. Kristina Šutienė

Vadovė

prof. dr. Lina Dagilienė

Vadovė

Kaunas, 2026

Kauno technologijos universitetas

Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Pensijų fondų ir išorinių rinkų tarpusavio priklausomybės tyrimas taikant tinklų teorijos metodus

Baigiamasis magistro studijų projektas

Didžiųjų verslo duomenų analitika (6213AX001)

Ema Šabunienė

Projekto autorė

prof. dr. Kristina Šutienė
Vadovė

prof. dr. Lina Dagilienė
Vadovė

doc. dr. Lina Dindienė
Recenzentė

doc. dr. Evaldas Stankevičius
Recenzentas

Kaunas, 2026

Kauno technologijos universitetas

Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Ema Šabunienė

Pensijų fondų ir išorinių rinkų tarpusavio priklausomybės tyrimas taikant tinklų teorijos metodus

Akademinio sąžiningumo deklaracija

Patvirtinu, kad:

1. baigiamąjį projektą parengiau savarankiškai ir sąžiningai, nepažeisdama(s) kitų asmenų autoriaus ar kitų teisių, laikydamasi(s) Lietuvos Respublikos autorių teisių ir gretutinių teisių įstatymo nuostatų, Kauno technologijos universiteto (toliau – Universitetas) intelektinės nuosavybės valdymo ir perdavimo nuostatų bei Universiteto akademinės etikos kodekse nustatytų etikos reikalavimų;

2. baigiamajame projekte visi pateikti duomenys ir tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti teisėtai, nei viena šio projekto dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar elektroninių šaltinių, visos baigiamojo projekto tekste pateiktos citatos ir nuorodos yra nurodytos literatūros sąraše;

3. įstatymų nenumatytų piniginių sumų už baigiamąjį projektą ar jo dalis niekam nesu mokėjęs (-usi);

4. suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo ar kitų asmenų teisių pažeidimo faktui, man bus taikomos akademinės nuobaudos pagal Universitete galiojančią tvarką ir būsiu pašalinta(s) iš Universiteto, o baigiamasis projektas gali būti pateiktas Akademinės etikos ir procedūrų kontrolieriaus tarnybai nagrinėjant galimą akademinės etikos pažeidimą.

Ema Šabunienė

Patvirtinta elektroniniu būdu

Šabunienė, Ema. Pensijų fondų ir išorinių rinkų tarpusavio priklausomybės tyrimas taikant tinklų teorijos metodus. Magistro studijų baigiamasis projektas / vadovė prof. dr. Kristina Šutienė, vadovė prof. dr. Lina Dagilienė; Kauno technologijos universitetas, Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas.

Studijų kryptis ir sritis (studijų krypčių grupė): Taikomoji matematika (Matematikos mokslai).

Reikšminiai žodžiai: pensijų fondai, tinklų teorija, grafinis LASSO metodas, Diebold–Yilmaz metodas, šokų perdavimas, struktūriniai lūžiai, grąžų prognozavimas, sisteminė rizika.

Kaunas, 2026. 80 p.

Santrauka

Siekiant užtikrinti papildomą finansinį saugumą senatvėje, Lietuvoje veikia II pakopos pensijų kaupimo sistema, kurios fondų rezultatai yra glaudžiai susiję su globalių finansų rinkų dinamika. Kadangi finansų rinkos pasižymi sudėtinga tarpusavio priklausomybių struktūra, skirtingų rinkų svyravimai, rizikos perdavimo efektai ir struktūriniai pokyčiai gali tiesiogiai paveikti pensijų fondų grąžas ir rizikingumą. Tradiciniai ekonometriniai metodai ne visada leidžia tinkamai identifikuoti tokių priklausomybių struktūrą, todėl šiame darbe taikomi tinklų teorijos metodai. Tyrime Lietuvos II pakopos pensijų fondų ir išorinių finansų rinkų sąveika analizuojama naudojant koreliacinius tinklus, grafinį LASSO ir Diebold–Yilmaz šokų perdavimo metodus. Koreliaciniai tinklai naudojami pirminiam finansinių grąžų susietumui įvertinti, grafinis LASSO metodas leidžia nustatyti tiesiogines sąlygines priklausomybes tarp aktyvų, o Diebold–Yilmaz metodas naudojamas kryptiniams finansinių šokų perdavimo ryšiams analizuoti. Koreliacinė analizė parodė, kad tos pačios valdymo įmonės pensijų fondų grąžos dažniausiai pasižymi stipriomis tarpusavio sąsajomis, todėl tolimesnei analizei buvo atrinkti reprezentatyvūs skirtingų valdytojų fondai. Grafinio LASSO metodu sudaryti dalinių koreliacijų tinklai leido identifikuoti tiesiogines sąlygines priklausomybes tarp pensijų fondų ir išorinių finansinių instrumentų, eliminuojant netiesioginių ryšių poveikį. Tuo tarpu Diebold–Yilmaz metodas suteikė galimybę įvertinti kryptinius finansinių šokų perdavimo kanalus bei nustatyti, kurie aktyvai veikia kaip pagrindiniai rizikos siuntėjai ir gavėjai finansiniame tinkle. Atlikta analizė parodė, kad Lietuvos II pakopos pensijų fondų grąžos yra glaudžiai susijusios su globalių finansų rinkų dinamika, tačiau priklausomybių struktūra nėra pastovi ir laikui bėgant kinta. Dinaminė tinklų analizė atskleidė aiškius struktūrinius lūžius, sutampančius su reikšmingais makroekonominiais ir geopolitiniais sukrėtimais, kurie turėjo įtakos pensijų fondų jautrumui išorinėms rinkoms. Tyrimo rezultatai taip pat parodė, kad iš finansinių tinklų išgaunami rinkos signalai pagerina trumpalaikių grąžų prognozavimo tikslumą, ypač tais atvejais, kai į modelius įtraukiama informacija apie kryptinius šokų perdavimo ryšius. Tai rodo, kad tinklų teorijos metodai gali būti naudingi ne tik finansinių priklausomybių struktūros analizei, bet ir praktiniams rizikos stebėsenos bei trumpalaikio prognozavimo uždaviniams.

Šabunienė, Ema. Analysis of the Connectedness between Pension Funds and External Markets Using Network Theory Methods. Master's Final Degree Project / supervisor Prof. Dr. Kristina Šutienė, supervisor Prof. Dr. Lina Dagilienė; Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Kaunas University of Technology.

Study field and area (study field group): Applied Mathematics (Mathematical Sciences).

Keywords: pension funds, network theory, graphical LASSO method, Diebold–Yilmaz method, shock spillover, structural breaks, return forecasting, systemic risk.

Kaunas, 2026. 80 p.

Summary

To ensure additional financial security in retirement, Lithuania operates a second-pillar pension accumulation system, whose fund performance is closely linked to the dynamics of global financial markets. Since financial markets are characterized by a complex structure of interdependencies, fluctuations across different markets, risk transmission effects and structural changes can directly affect pension fund returns and their risk levels. Traditional econometric methods do not always adequately capture such dependency structures; therefore, this study applies network theory methods. In this research, the interaction between Lithuanian second-pillar pension funds and external financial markets is analyzed using correlation networks, the graphical LASSO method, and the Diebold–Yilmaz shock transmission framework. Correlation networks are used for an initial assessment of the co-movement of financial returns, while the graphical LASSO method allows the identification of direct conditional dependencies between assets. The Diebold–Yilmaz method is applied to analyze directional financial shock transmission relationships. The correlation analysis shows that returns of pension funds managed by the same management company are typically strongly interconnected; therefore, representative funds from different managers were selected for further analysis. Partial correlation networks constructed using the graphical LASSO approach made it possible to identify direct conditional dependencies between pension funds and external financial instruments, eliminating the influence of indirect relationships. Meanwhile, the Diebold–Yilmaz framework enabled the assessment of directional channels of financial shock transmission and the identification of which assets act as major risk transmitters and receivers within the financial network. The results show that Lithuanian second-pillar pension fund returns are closely related to global financial market dynamics; however, the structure of these dependencies is not stable and changes over time. Dynamic network analysis reveals clear structural breaks coinciding with significant macroeconomic and geopolitical shocks that have affected the sensitivity of pension funds to external markets. The findings also indicate that market signals extracted from financial networks improve the accuracy of short-term return forecasting, especially when information on directional shock transmission relationships is incorporated into the models. This suggests that network theory methods are useful not only for analyzing financial dependency structures, but also for practical risk monitoring and short-term forecasting tasks.

Turinys

Lentelių sąrašas ... **7**
Paveikslų sąrašas ... **8**
Įvadas ... **9**
1. Literatūros apžvalga ... **11**
1.1. Pensijų kaupimo sistemos ekonominė paskirtis ir investavimo alternatyvos ... 11
1.1.1. Tyrimai apie Lietuvos II pakopos pensijų fondus ... 12
1.1.2. II pakopos pensijų fondų investavimo strategijos ... 13
1.2. Finansų rinkų tarpusavio priklausomybė ... 14
1.3. Finansų rinkoms taikomų modelių apžvalga ... 16
1.4. Tinklų teorijos taikymas finansų rinkų analizėje ... 18
1.4.1. Tinklų koncepcija ... 18
1.4.2. Tinklų metrikos ... 20
1.4.3. Tinklų modeliavimas ... 21
1.4.4. Empirinių tyrimų apžvalga ... 23
1.5. Literatūros apibendrinimas ... 29
2. Duomenys ir tyrimo metodai ... **30**
2.1. Duomenys ir jų gavyba ... 30
2.2. Tyrimo schema ... 33
2.3. Tinklų teorijos metodai ... 36
2.3.1. Koreliacinių tinklų metodas ... 36
2.3.2. Grafinis LASSO metodas ... 37
2.3.3. Diebold–Yilmaz metodas ... 39
2.4. Struktūrinių lūžių detekcija ... 41
2.5. Tinklų struktūra paremti prognozavimo modeliai ... 42
3. Tyrimų rezultatai ir jų aptarimas ... **46**
3.1. Pensijų fondų ir finansinių instrumentų atranka remiantis koreliacinėmis struktūromis ... 46
3.2. Pensijų fondų ir išorinių rinkų tarpusavio priklausomybės analizė ... 50
3.2.1. Tinklų struktūra ... 50
3.2.2. Dinaminė tinklo analizė ir režimų identifikavimas ... 53
3.2.3. Priklausomybės dekompozicija pagal turto klases ... 56
3.2.4. Dinaminė šokų perdavimo analizė ... 57
3.3. Tinklais pagrįstų rinkos signalų prognozinės galios vertinimas ... 59
3.4. Tyrimo rezultatų diskusija ... 62
Išvados ... **64**
Literatūros sąrašas ... **65**
Priedai ... **73**
1 priedas. Duomenų šaltiniai ... 73
2 priedas. Finansinių instrumentų santrumpos ir suskirstymas pagal kategorijas ... 74
3 priedas. Pensijų fondų koreliacinis tinklas, sugrupuotas pagal bendruomenes ... 75
4 priedas. Tinklo mazgų centriškumas ... 76
5 priedas. Prognozavimo modelių liekanų diagnostikos rezultatai ... 78
6 priedas. Prognozių palyginimas ... 79

Lentelių sąrašas

1 lentelė. Finansų rinkų analizėje taikomų modelių palyginimas 18
2 lentelė. Finansinių tinklų konstravimo metodų palyginimas 23
3 lentelė. Tinklų teorijos taikymo finansų sistemose literatūros apžvalgos santrauka 28
4 lentelė. Lietuvoje veikiančių gyvenimo ciklo strategiją įgyvendinančių pensijų fondų gyvavimo laikotarpis 30
5 lentelė. Pensijų fondų grąžų prognozavimo modeliai 43

Paveikslų sąrašas

1 pav. Lietuvos II pakopos pensijų fondų apskaitos vieneto verčių laike diagrama 31
2 pav. Tyrimo schema 35
3 pav. Lietuvos II pakopos pensijų fondų koreliacijų struktūra: (a) – pilna koreliacijų matrica; (b) – filtruota koreliacijų matrica, išskiriant silpnus ryšius; (c) – filtruota koreliacijų matrica, išskiriant vidutinio stiprumo ryšius 47
4 pav. Išorinių rinkų koreliacija: (a) – pilna koreliacijų matrica; (b) – filtruota koreliacijų matrica, išskiriant stiprius ryšius 48
5 pav. Pensijų fondų ir išorinių rinkų koreliacijų matrica ir koreliacinis tinklas 49
6 pav. Pensijų fondų ir išorinių rinkų koreliacinis tinklas, sugrupuotas į atskiras bendruomenes ... 50
7 pav. Grafinio LASSO (kairėje) ir Diebold–Yilmaz (dešinėje) tinklų vizualizacija 51
8 pav. Pensijų fondų priklausomybės nuo išorinių rinkų dinaminis šilumos žemėlapis 54
9 pav. Tinklo ryšių stiprumo ir režimų kaita tarp skirtingų pensijų fondų 55
10 pav. Pensijų fondų ryšių su išorinėmis rinkomis stiprumo dekompozicija pagal turto klases 56
11 pav. Pensijų fondų grynojo šokų perdavimo dinamika 57
12 pav. Įeinančių ir išeinančių ryšių intensyvumo dinamika pagal pensijų fondus 58
13 pav. Tinklinių ir bazinių modelių palyginimas prognozuojant „Luminor 1982 – 1988“ fondo grąžas (1 dienos horizontas) 61

Įvadas

Šiuolaikinės visuomenės senėjimas ir demografiniai pokyčiai kelia vis didesnius iššūkius tradicinėms valstybinėms pensijų sistemoms, todėl daugelis šalių, įskaitant Lietuvą, reformavo socialinio draudimo sistemas, įtraukdamos kapitalo kaupimu pagrįstus modelius. Lietuvoje II pakopos pensijų fondai tapo svarbia finansinio saugumo senatvėje dalimi, o jų valdytojai, veikdami kaip instituciniai investuotojai, valdo reikšmingą finansinio turto dalį, investuojamą į įvairius pasaulio finansų rinkų instrumentus. Dėl šios priežasties pensijų fondų rezultatai tiesiogiai priklauso nuo globalių finansų rinkų, kurios veikia kaip sudėtinga, dinamiška ir tarpusavyje susijusi sistema, kurioje globalizacija ir spartus kapitalo judėjimas lemia, kad pokyčiai vienoje rinkoje gali greitai persiduoti kitoms rinkoms bei finansiniams aktyvams. Tradiciniai ekonometriniai modeliai ne visada tiksliai atskleidžia finansų sistemos susietumą, rizikos perdavimo kanalus ar krizinių laikotarpių metu sustiprėjančius tarpusavio ryšius. Tuo tarpu tinklų teorijos metodai suteikia galimybę finansų sistemą nagrinėti kaip tarpusavyje susijusių mazgų visumą, identifikuoti didžiausią reikšmę sistemos stabilumui turinčius aktyvus, rizikos perdavimo kanalus bei struktūrinius priklausomybių pokyčius. Prie finansinių tinklų modelių kūrimo stipriai prisidėjo mokslininkai M. Diebold ir K. Yilmaz, pasiūlę finansinių šokų perdavimo analizės metodiką, leidžiančią vertinti kryptinius rizikos perdavimo ryšius tarp rinkų. Tuo tarpu J. Friedman, T. Hastie ir R. Tibshirani išplėtojo grafinį LASSO metodą, leidžiantį identifikuoti tiesiogines sąlygines priklausomybes tarp finansinių aktyvų. Vis dėlto, dauguma tinklų teorijos taikymų orientuojasi į bankų sistemas, akcijų rinkas ar tarptautinius finansinius tinklus, o Lietuvos II pakopos pensijų fondų sąveika su išorinėmis rinkomis tinklų teorijos kontekste iki šiol tirta fragmentiškai. Todėl šiame darbe siekiama prisidėti prie mokslinės diskusijos apie tinklų teorijos pritaikomumą pensijų fondų analizėje, vertinant ne tik statinę finansinių ryšių struktūrą, bet ir jos dinamiką, rizikos perdavimo mechanizmus bei tinklinių signalų prognozinę vertę. Tyrime analizuojama, kurios išorinės rinkos ir finansiniai instrumentai yra labiausiai susiję su Lietuvos II pakopos pensijų fondų grąžų dinamika, kaip šios priklausomybės kinta laikui bėgant ir ar tinklų teorijos metodai suteikia papildomos analitinės vertės, lyginant su tradiciniais analizės metodais. Tokia analizė leidžia geriau suprasti pensijų fondų jautrumą išoriniams veiksniams, efektyviau vertinti sisteminę riziką bei priimti labiau pagrįstus portfelio valdymo sprendimus.

Tyrimo objektas – Lietuvos II pakopos pensijų fondai.

Pagrindinis darbo tikslas – taikant tinklų teorijos metodus ištirti Lietuvos II pakopos pensijų fondų ir išorinių finansų rinkų dinaminį susietumą, identifikuoti rizikos perdavimo kanalus bei įvertinti tinklais pagrįstų signalų tinkamumą pensijų fondų grąžų prognozavimui.

Siekiant įgyvendinti tikslą sprendžiami šie uždaviniai:

1. atlikti pensijų kaupimo sistemų, finansų rinkų tarpusavio susietumo ir tinklų teorijos taikymo finansų analizėje literatūros apžvalgą;
2. atrinkti reprezentatyvius Lietuvos II pakopos pensijų fondus ir išorinius finansinius instrumentus remiantis koreliacinių struktūrų analize;
3. konstruoti statinius ir dinaminius finansinius tinklus taikant grafinį LASSO ir Diebold–Yilmaz metodus bei nustatyti pagrindinius rizikos siuntėjus ir gavėjus;
4. identifikuoti struktūrinius lūžius ir skirtingus tinklo ryšių intensyvumo režimus;
5. sudaryti ir įvertinti pensijų fondų grąžų prognozavimo modelius, papildytus iš tinklų struktūros išgaunamais signalais.

Darbe taikoma sisteminė mokslinės literatūros analizė, atliekama duomenų gavyba ir jų paruošimas tyrimui. Empirinėje analizėje naudojami trys tinklų teorijos metodai: koreliaciniai tinklai, grafiniai LASSO tinklai ir Diebold–Yilmaz šokų perdavimo tinklai. Taip pat atliekama struktūrinių lūžių analizė bei konstruojami ir lyginami skirtingi finansinių grąžų prognozavimo modeliai, įskaitant tinklų signalais papildytus regresinius modelius.

Remiantis literatūros apžvalgos skyriumi, šiame darbe formuluojama hipotezė, kad finansinių tinklų struktūrinė informacija suteikia papildomos informacijos apie rinkų dinamiką ir leidžia tiksliau prognozuoti Lietuvos II pakopos pensijų fondų grąžas, lyginant su tradiciniais laiko eilučių modeliais.

Tyrimo ginamieji teiginiai:

1. Lietuvos II pakopos pensijų fondų grąžų dinamiką daugiausia lemia globalių akcijų rinkų pokyčiai.
2. Pensijų fondų ir išorinių rinkų priklausomybių struktūra yra dinamiška ir jautri globaliems ekonominiams bei geopolitiniams sukrėtimams.
3. Finansinių tinklų struktūra suteikia papildomos informacijos trumpalaikiam pensijų fondų grąžų prognozavimui.

1. Literatūros apžvalga

Šiame skyriuje atliekama sisteminė mokslinės literatūros apžvalga, skirta tyrimo teoriniam pagrindimui. Pradžioje apžvelgiama pensijų sistemų ekonominė paskirtis, Lietuvos II pakopos pensijų fondų investavimo strategijos bei finansų rinkų tarpusavio priklausomybės aspektai. Toliau apžvelgiami tradiciniai finansų rinkų modeliai ir detalizuojamas tinklų teorijos taikymas finansų analizėje, aptariant pagrindines koncepcijas, metrikas bei empirinius tyrimus. Skyrius užbaigiamas literatūros apibendrinimu, suformuojant teorines prielaidas tolimesniam tyrimui.

1.1. Pensijų kaupimo sistemos ekonominė paskirtis ir investavimo alternatyvos

Visuomenėje, kurioje ilgėja gyventojų gyvenimo trukmė ir mažėja gimstamumas, tradicinės valstybės finansuojamos pensijų sistemos susiduria su dideliais finansinio tvarumo iššūkiais. Demografiniai pokyčiai lemia spartų visuomenės senėjimą – didėja vyresnio amžiaus gyventojų dalis ir mažėja darbingo amžiaus žmonių skaičius. Remiantis OECD leidiniu „*Pensions at a Glance*“, senatvės priklausomybės santykis per pastaruosius dešimtmečius reikšmingai išaugo ir prognozuojama, kad iki 2050 m. vienam darbingo amžiaus žmogui teks išlaikyti maždaug dvigubai daugiau pensininkų nei anksčiau – vietoje kelių dirbančiųjų vienam pensininkui, ateityje šis santykis priartės prie beveik vieno dirbančiojo vienam pensininkui [1]. Tokios tendencijos ypač apsunkina tradicines paskirstomąsias einamojo finansavimo (angl. *pay-as-you-go*) socialinio draudimo sistemas, kurios grindžiamos kartų solidarumo principu, kai dabartinių darbuotojų įmokos finansuoja esamų pensininkų išmokas. Šių sistemų pagrindinė silpnybė yra jų jautrumas demografinei struktūrai: mažėjant dirbančiųjų skaičiui ir ilgėjant pensijų mokėjimo laikotarpiui, didėja finansinis spaudimas valstybės biudžetui. Dėl to valstybės susiduria su dilema – didinti socialinio draudimo įmokas, mažinti pensijų dydį arba ilginti pensinį amžių.

Dėl šių demografinių pokyčių daugelis šalių pradėjo reformuoti socialinio draudimo sistemas ir įtraukti kapitalo kaupimu pagrįstus pensijų modelius. Šių reformų pagrindas – dar 1994 m. „The World Bank“ ataskaitoje „*Averting the Old Age Crisis*” suformuluotas trijų pakopų pensijų sistemos modelis [2], kuriame, greta pirmosios pakopos, kuriai priskiriama valstybinė pensija, papildomai santaupos kaupiamos antroje ir trečioje pakopose. Antroji pensijų pakopa – tai papildoma pensijų kaupimo sistema, kurioje prie kaupimo prisideda pats dalyvis ir papildomai paskatą skiria valstybė, o sukauptas turtas ir investavimo strategijos yra valdomi privačios pensijų kaupimo bendrovės, investuojančios lėšas atsižvelgdami į dalyvio amžių (gyvenimo ciklo fondai) [3]. Lietuvoje antroji pensijų pakopa veikia automatiniu įtraukimu (su galimybe atsisakyti) pagrįstu modeliu, kuris didina gyventojų įsitraukimą kaupti individualiuose pensijų fonduose. Tuo tarpu trečioji pakopa yra savanoriška – gyventojai gali papildomai kaupti lėšas pensijai, naudodamiesi pensijų fondais, gyvybės draudimu ar kitomis ilgalaikio taupymo priemonėmis. Tai lanksti priemonė, leidžianti patiems pasirinkti įmokų dydį ir dažnumą, o sukauptos lėšos investuojamos finansų rinkose, siekiant ilgalaikės grąžos. Vis dėlto, kaip pažymima „Lietuvos banko“ analizėje „*Lietuvos II pensijų pakopa: raida, įžvalgos ir pasiūlymai*“ (2025 m.), trečioji pakopa, nors ir yra svarbi papildomų pajamų senatvėje priemonė, nevisiškai atitinka tradicinės pensijų sistemos sampratą. Joje sukauptos lėšos labiau primena individualų taupymą, nes ši pakopa pasižymi didesniu lankstumu, mažesniu reguliavimu ir nėra tiesiogiai susieta su privalomu pajamų užtikrinimu senatvėje [4]. Dėl šių priežasčių trečioji pakopa dažniau vertinama kaip papildomas finansinio planavimo ir investavimo instrumentas, o ne pilnavertė pensijų sistemos dalis, užtikrinanti stabilias ir prognozuojamas pajamas senatvėje.

Kita alternatyva yra individualus investavimas finansų rinkose, kai gyventojai patys renkasi investicinius instrumentus ir prisiima visą investavimo sprendimų riziką. Nors individualus investavimas gali suteikti didesnį lankstumą ir kontrolę, daugeliui gyventojų jis gali būti sudėtingas dėl ribotų finansinių žinių, informacijos trūkumo ar didesnių sandorių kaštų. Todėl pensijų fondai dažnai laikomi efektyvia priemone kolektyviai investuoti ir pasinaudoti profesionalaus turto valdymo privalumais. Be to, jų reikšmė neapsiriboja vien individualių investuotojų nauda – pensijų fondai taip pat atlieka svarbų vaidmenį visoje finansų sistemoje.

Be tiesioginės naudos kaupimo sistemos dalyviams, pensijų fondai, kaip instituciniai investuotojai, valdo didelius finansinius išteklius ir investuoja juos į įvairius finansinius instrumentus, tokius kaip akcijos, obligacijos ar kiti vertybiniai popieriai. Dėl didelės valdomo turto apimties pensijų fondai turi reikšmingą įtaką kapitalo rinkų veikimui – jų investicijos prisideda prie rinkų likvidumo, didina investicijų pasiūlą ir skatina finansų rinkų plėtrą [5]. Be to, pensijų fondų investavimo sprendimai daro įtaką kapitalo paskirstymui tarp skirtingų ekonomikos sektorių, nes fondų lėšos nukreipiamos į įvairias įmones, valstybės obligacijas ar kitus finansinius aktyvus. Būtent dėl šio plataus vaidmens finansų rinkose tampa svarbu detaliau nagrinėti, kaip formuojami pensijų fondų investiciniai portfeliai ir nuo kokių išorinių veiksnių priklauso jų rezultatai.

Siekiant išsamiau suprasti pensijų fondų veiklą ir jų investavimo ypatumus, toliau šio skyriaus poskyriuose nagrinėjami tiek empirinių tyrimų rezultatai, susiję su Lietuvos II pakopos pensijų fondais, tiek šių fondų taikomos investavimo strategijos ir portfelių struktūra.

1.1.1. Tyrimai apie Lietuvos II pakopos pensijų fondus

Lietuvos II pakopos pensijų fondai yra reikšminga pensijų sistemos dalis, todėl jų veikla ir efektyvumas sulaukia nemažo mokslininkų dėmesio. Mokslinėje literatūroje šie fondai analizuojami įvairiais aspektais, apimančiais pensijų sistemos reformų poveikį [6, 7], fondų investavimo strategijas [8, 9], rizikos valdymą ir jų sąveiką su finansų rinkomis [10, 11]. Viena tyrimų kryptis orientuota į pensijų kaupimo sistemos ekonominę naudą ir reformų poveikį gyventojų dalyvavimo pensijų kaupime sprendimams. Nors ir 2019 metų pensijų kaupimo sistemos reforma statistiškai reikšmingai padidino dalyvių skaičių – nustatytas keliolikos tūkstančių naujų dalyvių augimas, tačiau pažymima, kad dalis gyventojų linkę atsisakyti dalyvavimo [6]. Todėl, vertinant II pakopos pensijų fondų efektyvumą, svarbu neatmesti ir vartotojų elgsenos veiksnių ir pasitikėjimo sistema svarbos. Taip pat pensijų fondai ir jų grąža reikšmingai priklauso nuo investavimo rizikos, pasirinktos strategijos ir reguliacinių apribojimų, kurie numatyti teisės aktuose ir riboja, kaip pensijų fondai gali investuoti sukauptas lėšas [7]. Tyrime, kuriame analizuojami Baltijos šalių II pakopos pensijų fondai, vertinant jų kaštus ir naudą dalyviams bei investavimo rezultatų skirtumus tarp šalių, nustatyta, jog griežtesni investavimo apribojimai gali lemti mažesnį sukauptą turtą senatvėje. Taip pat nustatyta, kad dažni pensijų sistemos pokyčiai mažina pasitikėjimą kaupimo sistema ir gali neigiamai paveikti galutines pensijų išmokas. Todėl didelę įtaką gyventojų dalyvavimui kaupime daro pensijų sistemos reformos – nors tokios priemonės kaip automatinis įtraukimas didina dalyvių skaičių, jų poveikis ne visada yra pakankamas ilgalaikiam finansiniam saugumui užtikrinti. Anksčiau apžvelgtuose tyrimuose siūloma didinti investavimo strategijų lankstumą, leidžiant pensijų fondams didesnę dalį lėšų investuoti į akcijas, taip pat gerinti gyventojų finansinį raštingumą ir stiprinti pasitikėjimą pensijų sistema. Be to, pabrėžiama stabilios ir nuoseklios pensijų politikos svarba, nes dažni reformų pokyčiai, ypač būdingi Lietuvos II pakopos pensijų kaupimo sistemai [4], gali mažinti gyventojų motyvaciją dalyvauti kaupimo sistemoje ir neigiamai paveikti jos efektyvumą.

Kita svarbi tyrimų kryptis yra susijusi su pensijų fondų investavimo strategijų ir portfelių valdymo analize. Vienas iš didžiausių lūkesčių investuotojams yra tai, kad pensijų fondai ilgainiui sugebėtų generuoti grąžą, viršijančią infliaciją. Visgi, Lietuvos II pakopos pensijų fondų gebėjimas aplenkti infliaciją priklauso nuo portfelio sudėties ir rinkos sąlygų, o ypač nestabiliais laikotarpiais fondų rezultatai smunka [8]. Nustatyta, kad konservatyvesni fondai pasižymi mažesne rizika, tačiau ir mažesne tikėtina grąža, o agresyvesni fondai gali geriau apsaugoti sukauptą vertę nuo infliacijos ilguoju laikotarpiu. Taip pat efektyvesnį ilgalaikį kapitalo kaupimą gali užtikrinti gebėjimas prisitaikyti prie kintančių rinkos sąlygų [9]. Tyrimo autoriai, analizuodami pensijų fondų investicinių portfelių jautrumą skirtingomis finansų rinkų sąlygoms, pastebėjo, kad pensijų fondų rezultatai ženkliai priklauso nuo rinkos sąlygų: streso situacijose fondų grąža ir sukauptas turtas mažėja, o tinkamai parinktos investavimo strategijos gali sumažinti neigiamą įtaką ir pagerinti ilgalaikį rezultatų stabilumą. Todėl rekomenduojama naudoti dinamišką portfelio valdymą, kuris reaguoja į rinkos režimų pokyčius (pvz., mažinti riziką artėjant krizėms, ir pan.). Tokie rezultatai pabrėžia investavimo strategijų lankstumo ir rizikos valdymo svarbą siekiant optimizuoti pensijų fondų veiklos rezultatus.

Pastaraisiais metais mokslinėje literatūroje vis daugiau dėmesio skiriama pensijų fondų rizikos analizei ir jų sąveikai su išorinėmis finansų rinkomis. Viename tyrime, atliktame su Lietuvos II pakopos pensijų fondų duomenimis, nagrinėjama, kaip finansiniai šokai perduodami tarp skirtingų pensijų fondų ir išorinių finansų rinkų, naudojant ekonometrinius modelius (VAR, VECM) bei rinkos režimų identifikavimą [10]. Tyrimo metu nustatyta, kad pensijų fondų tarpusavio sąveika ir rizikos perdavimas reikšmingai priklauso nuo finansų rinkų būklės – ypač krizės ar didelio nepastovumo laikotarpiais ryšiai tarp fondų sustiprėja. Taip pat nustatyta, kad akcijų rinkos turi didesnę įtaką pensijų fondų rezultatams nei obligacijų rinkos, o rizikos perdavimo intensyvumas kinta priklausomai nuo rinkos režimo. Tai leidžia daryti išvadą, kad pensijų fondų veikla yra glaudžiai susijusi su bendromis finansų rinkų tendencijomis, o jų stabilumas priklauso nuo gebėjimo valdyti šiuos tarpusavio ryšius. Taip pat yra tyrimų, atliktų ne su Lietuvos, bet ir su kitų šalių duomenimis, kuriuose atrandamas abipusis priežastinis ryšys tarp pensijų fondų ir akcijų rinkų – pensijų fondų investicijos priklauso nuo finansų rinkų raidos, tačiau tuo pačiu jos pačios prisideda prie akcijų rinkų augimo [11]. Tai reiškia, kad pensijų fondai gali būti ne tik pasyvūs rinkos dalyviai, bet ir aktyvūs jos formuotojai, darantys įtaką kapitalo paskirstymui ekonomikoje. Tokie tyrimai rodo, kad pensijų fondų investiciniai rezultatai yra glaudžiai susiję su platesnės finansų sistemos dinamika, o finansų rinkų svyravimai gali turėti reikšmingą įtaką fondų veiklos rezultatams. Dėl to svarbu identifikuoti, kurios išorinės rinkos daro įtaką pensijų fondų veiklos rezultatams, ir įvertinti, ar ši įtaka yra susijusi su fondų investicinių portfelių struktūra.

1.1.2. II pakopos pensijų fondų investavimo strategijos

Siekiant geriau suprasti pensijų fondų sąveiką su finansų rinkomis, svarbu išanalizuoti jų investavimo strategijas ir įvertinti, į kokius finansinius instrumentus nukreipiamos sukauptos lėšos. Lietuvos II pensijų pakopos sistema veikia nuo 2004 m., o 2019 m. buvo įvesta gyvavimo ciklo (angl. *life-cycle*) strategija, pagal kurią fondai skirstomi pagal dalyvių amžių: jaunesni dalyviai kaupia per agresyvesnius portfelius su didesne akcijų dalimi, o artėjant pensijai fondų portfeliuose didėja saugesnių aktyvų, tokių kaip šalies ir užsienio obligacijos. Šis suskirstymas leidžia prisitaikyti prie skirtingų investavimo horizontų ir efektyviau valdyti riziką, kadangi fondo investavimo strategija yra derinama pagal dalyvio amžių.

Remiantis pensijų fondų valdytojų viešai skelbiamomis ataskaitomis bei investicinių portfelių apžvalgomis, galima nustatyti išorinius finansinius instrumentus, į kuriuos Lietuvos II pakopos pensijų fondai investuoja didžiąją dalį kaupiančiųjų lėšų. Tokia analizė sudarys pagrindą vertinti, ar rinkų dinamika ir fondų portfelių sudėtis yra tarpusavyje susijusios, ir kokie rinkos segmentai labiausiai lemia pensijų sistemos rezultatus.

Lietuvos investicinių ir pensijų fondų asociacija (LIPFA), Lietuvos bankas ir kiti šaltiniai pažymi, kad Lietuvoje veikiančių pensijų fondų, ypač II pakopos, investiciniai portfeliai pasižymi aukštu diversifikacijos lygiu tiek pagal turto klases [12], tiek pagal geografinius regionus [13], o investavimo procesas yra griežtai reglamentuojamas siekiant užtikrinti lėšų saugumą ir efektyvų rizikos valdymą [14]. Remiantis 2025 metų „Lietuvos banko“ ataskaita [12], pensijų fondų lėšos paskirstomos tarp įvairių turto klasių, įskaitant akcijas (6,56 %), įmonių skolos vertybinius popierius (3,28 %), vyriausybės obligacijas (8,75 %), indėlius (2,07 %), kolektyvinius investavimo subjektus (79,38 %), taip pat ir kitus finansinius instrumentus. Kadangi didžioji dalis fondų lėšų yra investuojama į kolektyvinio investavimo subjektus (2025 m. pabaigoje tokių investicijų vertė sudarė 8,4 mlrd. Eur., iš kurių tik 176 mln. Eur. buvo investuota Lietuvoje [12]), reikšminga investicijų portfelio dalis yra valdoma netiesiogiai per profesionalių valdytojų administruojamus fondus. Tokia investavimo struktūra lemia ir aukštą Lietuvos II pakopos pensijų fondų integraciją į tarptautines finansų rinkas, nes didelė turto dalis nukreipiama į užsienio rinkas, ypač į Jungtinių Amerikos Valstijų kapitalo rinką. 2022 metų duomenimis, kolektyvinio investavimo subjektai 73 % turto investavo užsienyje, o 30,56 % šių investicijų buvo nukreipta į JAV rinką [79]. Taip pat, remiantis LRT publikacija, vidutiniškai apie pusė Lietuvos gyventojų sukaupto pensijų turto yra investuota JAV įmonių akcijose, tačiau ši dalis reikšmingai skiriasi priklausomai nuo gyvenimo ciklo fondo tipo. Konservatyvesniuose fonduose investicijų į JAV dalis gali siekti tik apie 7–10 %, tuo tarpu didesnės rizikos (akciniuose) fonduose ji gali išaugti iki maždaug 50–60 % [13]. Tokie skirtumai atspindi dinamišką rizikos valdymo strategiją skirtingais kaupimo etapais. Tuo pačiu metu pastebima auganti ir vidaus investicijų reikšmė: vis didesnė pensijų fondų turto dalis nukreipiama į Lietuvos ir Baltijos šalių finansinius instrumentus (2022 m. pensijų fondų valdytojai Baltijos šalyse investavo 256,1 mln. Eur. [15]), įskaitant įmonių akcijas, obligacijas, nekilnojamojo turto bei privataus kapitalo fondus. Kaip pažymima „Verslo žinios“ publikacijoje, „antros pensijų pakopos fondų valdytojai per tris 2024 m. ketvirčius Lietuvoje investavo 11,7 % fondų turto“, o ateityje ši dalis galėtų dar augti, su sąlyga, kad sistema išliks stabili [16]. Taigi, Lietuvos II pakopos pensijų fondai savo investicinius portfelius valdo pagal gyvavimo ciklo principą, diversifikuodami lėšas tarp skirtingų turto klasių ir geografinių regionų.

Lietuvos II pakopos pensijų fondų investiciniai portfeliai pasižymi aukštu diversifikacijos lygiu tiek pagal turto klases, tiek pagal geografinius regionus, todėl reikšminga jų dalis yra tiesiogiai ar netiesiogiai susijusi su skirtingomis pasaulio finansų rinkomis. Tokia investavimo struktūra reiškia, kad fondų grąža ir rizika priklauso ne tik nuo atskirų aktyvų ar rinkų rezultatų, bet ir nuo jų tarpusavio sąveikos bei ryšių stiprumo. Dėl šios priežasties, siekiant geriau suprasti pensijų fondų jautrumą išoriniams rinkų pokyčiams ir identifikuoti galimus rizikos perdavimo kanalus, svarbu analizuoti finansų rinkų tarpusavio priklausomybę.

1.2. Finansų rinkų tarpusavio priklausomybė

Finansų rinkos paprastai suprantamos kaip sudėtingos, dinamiškos ir tarpusavyje susijusios sistemos, suteikiančios galimybę ekonomikos dalyviams skolintis ir investuoti lėšas. Šios rinkos apima akcijų,

obligacijų, valiutų, žaliavų bei išvestinių finansinių instrumentų rinkas, kurios yra esminė ekonomikos sistemos dalis, užtikrinanti efektyvų kapitalo paskirstymą, skatinanti ekonominį augimą ir leidžianti valdyti riziką. Vis dėlto, finansų rinkos veikia ne izoliuotai – jose esantys aktyvai (angl. *assets*) dažnai yra tarpusavyje susiję įvairiais ekonominiais ar informaciniais kanalais. Dėl to bet koks reikšmingas pokytis vienoje rinkos dalyje gali sukelti grandinines reakcijas visoje sistemoje. Finansų rinkų tarpusavio priklausomybė ypač sustiprėjo finansų globalizacijos kontekste, kai kapitalo judėjimas tarp šalių tapo greitesnis ir intensyvesnis, o finansinės institucijos vis dažniau veikia tarptautiniu mastu [17]. Didėjantis finansinių institucijų ir rinkų tarpusavio ryšys glaudžiai siejasi su sistemine rizika, kuri apibūdina situaciją, kai vienos institucijos ar rinkos problemos neigiamai veikia visą finansų sistemą ar jos dalį. Sisteminė rizika dažnai siejama su finansinių institucijų tarpusavio priklausomybe, kadangi ji veikia visą rinką, negali būti sumažinta diversifikuojant investicijas ir kyla dėl makroekonominių sukrėtimų ar užkrato efekto [18].

Globalizuotoje finansų sistemoje institucijos ir skirtingi ekonomikos sektoriai yra stipriai tarpusavyje susiję ir gali veikti kaip svarbūs rizikos perdavimo kanalai (angl. *risk spillover*). Tyrimai rodo, kad ryšiai tarp finansinių institucijų gali reikšmingai prisidėti prie finansinių šokų plitimo, todėl finansinių krizių analizėje nepakanka vertinti tik atskirų institucijų veiklą – būtina atsižvelgti į visos finansų sistemos struktūrą [19]. Taip pat empiriniai tyrimai atskleidžia, kad skirtingi ekonomikos sektoriai nevienodai prisideda prie pasaulinių finansų rinkų tarpusavio susietumo: nustatyta, jog didžiausią reikšmę turi energetikos, žaliavų ir finansų sektoriai, kurie veikia kaip pagrindiniai ryšio kanalai tarp skirtingų rinkų [20].

Finansų rinkų tarpusavio priklausomybė taip pat pasireiškia tarp skirtingų šalių rinkų. Tyrimai rodo, kad vienos šalies finansiniai įvykiai gali turėti reikšmingą įtaką kitų šalių rinkoms, nes tarpvalstybiniai finansiniai ryšiai yra stiprūs ir sudaro globalų finansų rinkų tinklą [20]. Analizuojant pasaulio akcijų rinkas nustatyta, kad labiausiai susietos globalioje finansų sistemoje yra didžiausios ir labiausiai išsivysčiusios finansų rinkos. Remiantis straipsnio rezultatais, globalios finansų sistemos centre yra JAV ir Vokietija, nes jų akcijų rinkos turi daugiausia ryšių su kitomis šalimis. Tai reiškia, kad šių šalių finansų rinkos turi didžiausią įtaką globaliam akcijų rinkų judėjimui.

Be to, finansų rinkų sąveika gali pasireikšti ne tik per ilgalaikių ekonominių ryšių perdavimą, bet ir per vadinamąjį finansinį „užkrato“ efektą (angl. *financial contagion*). Šis reiškinys pasireiškia tuomet, kai finansiniai šokai vienoje rinkoje sukelia staigią reakciją kitose rinkose, net jei tarp jų nėra tiesioginio ekonominio ryšio [21]. Tyrimai rodo, kad finansinių šokų plitimą tarp rinkų lemia keli skirtingi mechanizmai. Vienas svarbiausių yra bendras globalus rizikos veiksnys – kai pasauliniai ekonominiai ar politiniai įvykiai vienu metu veikia daugelį finansų rinkų. Taip pat svarbi investuotojų elgsena, nes investuotojai gali greitai perkelti kapitalą iš vienos rinkos į kitą, reaguodami į pasikeitusią rizikos ar grąžos situaciją. Galiausiai, svarbų vaidmenį atlieka finansinių aktyvų koreliacija – krizės laikotarpiais skirtingų rinkų aktyvai dažnai pradeda judėti dar labiau sinchroniškai, o tai padidina sisteminės rizikos plitimo tikimybę.

Finansinių tinkų tarpusavio ryšių sudėtingumas reiškia, kad vien tik atskirų finansinių kintamųjų analizė dažnai nėra pakankama norint suprasti visos finansų sistemos veikimą. Siekiant įvertinti finansų rinkų tarpusavio priklausomybę, svarbu analizuoti priežastinius ryšius tarp skirtingų finansinių aktyvų, informacijos srautus tarp rinkų bei rizikos perdavimo mechanizmus. Tokia analizė leidžia nustatyti, kurie finansiniai aktyvai ar rinkos gali veikti kaip rizikos šaltiniai, o kurie – kaip

rizikos perdavimo kanalai. Ši problematika ypač aktuali instituciniams investuotojams, pavyzdžiui, pensijų fondams, kurių portfeliai dažnai apima įvairius finansinius instrumentus iš skirtingų rinkų.

1.3. Finansų rinkoms taikomų modelių apžvalga

Siekiant suprasti finansų rinkų veikimo principus, jų dinamiką ir galimus tarpusavio ryšius, mokslinėje literatūroje taikomi įvairūs teoriniai ir empiriniai modeliai. Finansų rinkos pasižymi sudėtinga struktūra, dideliu dalyvių skaičiumi ir nuolat kintančiomis sąlygomis, todėl jų elgsenai analizuoti reikalingi metodai, leidžiantys aprašyti kainų formavimosi procesus, investuotojų elgseną bei finansinių kintamųjų dinamiką. Per pastaruosius dešimtmečius finansų rinkų modeliavimas evoliucionavo nuo paprastų teorinių koncepcijų iki sudėtingų statistinių ir skaičiavimo metodų, leidžiančių analizuoti didelius finansinių duomenų kiekius ir sudėtingas rinkos struktūras.

Ankstyvieji finansų rinkų modeliai daugiausia rėmėsi racionalaus investuotojo prielaida bei finansų rinkų efektyvumo koncepcija. Viena svarbiausių teorijų šioje srityje yra efektyvios rinkos hipotezė (angl. *Efficient Market Hypothesis*, EMH), teigianti, kad finansinių aktyvų kainos atspindi visą turimą informaciją, todėl jų pokyčiai yra sunkiai prognozuojami ir dažnai interpretuojami kaip atsitiktiniai [22]. Kitaip tariant, efektyviose rinkose kainų dinamika laikoma artima atsitiktinio klaidžiojimo procesui, todėl praeities kainos nesuteikia reikšmingos informacijos prognozuojant ateities pokyčius [23]. Empiriniai tyrimai parodė, kad tiriamuoju laikotarpiu (nuo 1993m. iki 1998m.) analizuotų Lietuvos vertybinių popierių kainų kitimas iš esmės atitiko šį modelį, o konkrečių aktyvų praeities kainos nesuteikė pridėtinės vertės prognozuojant jų ateities kainas. Visgi, tokia teorinė prieiga turi reikšmingų ribotumų – ji neleidžia paaiškinti ar numatyti didesnio masto kainų svyravimų ar krizinių epizodų, taip pat ribotai atskleidžia galimus ryšius tarp skirtingų rinkų. Šie klasikinės teorijos ribotumai paskatino alternatyvių požiūrių atsiradimą, tarp kurių svarbią vietą užima finansų elgsenos analizė (angl. *Behavioral Finance*). Ši teorinė kryptis atsižvelgia į investuotojų psichologinius šališkumus, emocijas bei kolektyvinį elgesį, kurį veikia šokas išorinėse rinkose [24]. Tyrimai parodo, kad finansų rinkos nėra izoliuotos – jas jungia bendras investuotojų psichologinis atsakas į riziką, naujienas ir globalius įvykius, o tai sukuria tiesioginę priklausomybę tarp skirtingų finansų sektorių ir geografinių regionų. Be to, investuotojų elgsena gali priklausyti tiek nuo jų demografinių savybių (pvz., lyties ar amžiaus), tiek nuo viešosios informacijos sklaidos bei konkrečių rinkos sąlygų [25].

Nepaisant teorinių įžvalgų, tiek klasikiniai, tiek elgsenos modeliai turi ribotumų kiekybiškai įvertinant finansų rinkų tarpusavio priklausomybes. Todėl praktiniuose tyrimuose plačiai taikomi matematiniai ir statistiniai modeliai, leidžiantys identifikuoti, išmatuoti ir prognozuoti ryšius tarp skirtingų finansinių kintamųjų ir rinkų. Ypatingą reikšmę šioje srityje turi laiko eilučių analizė, kuri suteikia galimybę nagrinėti finansinių duomenų dinamiką bei tarpusavio sąveikas laike. Vienmačiai laiko eilučių modeliai, tokie kaip autoregresiniai (AR), slenkančio vidurkio (MA) ar jų junginiai (ARMA / ARIMA), dažniausiai naudojami pavienių finansinių kintamųjų dinamikai modeliuoti, tačiau jų galimybės analizuoti ryšius tarp skirtingų rinkų yra ribotos [26]. Siekiant tirti finansinių aktyvų tarpusavio priklausomybes, plačiai taikomi daugiamačiai laiko eilučių modeliai, pavyzdžiui, vektoriniai autoregresiniai (VAR) modeliai, leidžiantys įvertinti priežastinius ryšius bei šokų perdavimo mechanizmus tarp skirtingų rinkų [27]. Papildomai, volatilumo dinamikai ir jos sąveikai tarp rinkų analizuoti naudojami daugiamačiai GARCH šeimos modeliai, leidžiantys ne tik nustatyti rizikos sklaidos kanalus tarp finansinių aktyvų, bet ir išvengti rizikos nuvertinimo (angl. *underestimation*), užtikrindami tikslesnį rizikos prognozavimą dinamiškose ir integruotose finansų rinkose [28]. Naujesni metodai, tokie kaip GAS (angl. *Generalized Autoregressive Score*) modelis,

pasižymi didesniu atsparumu ekstremaliems rinkos sukrėtimams ir leidžia dinamiškai modeliuoti ne tik volatilumą, bet ir pačias priklausomybes, taip dar tiksliau atspindint finansų rinkų tarpusavio sąveiką [29]. Vis dėlto, nepaisant šių modelių lankstumo ir gebėjimo analizuoti dinamiškas priklausomybes, praktikoje jų taikymą dažnai riboja didėjantis modelių sudėtingumas, kuris sparčiai auga didėjant analizuojamų kintamųjų skaičiui. Dėl šios priežasties daugiamačiai laiko eilučių modeliai paprastai taikomi ribotam finansinių kintamųjų skaičiui, nes priešingu atveju susiduriama su parametrų pertekliaus, skaičiavimo sudėtingumo bei modelio stabilumo problemomis.

Siekiant atskleisti sudėtingesnes, netiesines bei aukštos dimensijos priklausomybes tarp finansinių kintamųjų, finansų rinkų analizėje vis dažniau taikomi mašininio mokymosi metodai. Skirtingai nei tradiciniai statistiniai modeliai, jie nereikalauja griežtai apibrėžtų funkcinių formų ar prielaidų apie duomenų pasiskirstymą, todėl gali lanksčiau prisitaikyti prie dinamiškos ir dažnai nestacionarios finansų rinkų aplinkos. Prižiūrimo mokymosi algoritmai, tokie kaip atsitiktiniai miškai (angl. *Random Forest*), dirbtiniai neuroniniai tinklai (angl. *Artificial neural networks*) ar kiti, yra plačiai naudojami prognozuojant finansinių aktyvų grąžas bei nustatant ryšius tarp skirtingų rinkų [30]. Ekonominio efektyvumo tyrime investicinės strategijos, pagrįstos DNN (angl. *Deep Neural Network*) tinklų prognozėmis, pasiekė gerokai didesnę grąžą ir aukštesnius Šarpo rodiklius, lyginant su GARCH modeliais. Be to, giluminio mokymosi metodai, tokie kaip pasikartojantys neuroniniai tinklai (RNN) ar ilgalaikės trumpalaikės atminties modeliai (LSTM), yra ypač tinkami modeliuoti sudėtingas laiko priklausomybes dėl jų gebėjimo išlaikyti vidinę atmintį [31]. Tuo tarpu neprižiūrimo mokymosi metodai, pavyzdžiui, klasterizacija, leidžia grupuoti finansinius instrumentus pagal jų elgsenos panašumus ir taip atskleisti paslėptas priklausomybių struktūras [32]. Tyrimai rodo, kad klasterizacijos būdu gauta hierarchinė struktūra gerai sutampa su oficialiomis sektorių klasifikacijomis. Tai patvirtina, kad metodas geba atpažinti realius ekonominius ryšius. Apibendrinant, mašininio mokymosi metodai suteikia galimybę ne tik pagerinti finansinių aktyvų prognozavimo tikslumą, bet ir efektyviau identifikuoti sudėtingas bei netiesines tarpusavio sąveikas tarp finansų rinkų. Vis dėlto literatūroje taip pat pabrėžiami iššūkiai, susiję su duomenų kokybe, modelių interpretavimu bei rezultatų patikimumu [33].

Dėl finansų sistemai būdingos sudėtingos struktūros pastaraisiais metais vis daugiau dėmesio skiriama metodams, leidžiantiems analizuoti finansų rinkas kaip tarpusavyje susijusią sistemą. Vienas iš tokių metodologinių požiūrių yra tinklų analizė, kuri leidžia finansinius aktyvus ar institucijas interpretuoti kaip tinklo mazgus, o tarp jų egzistuojančius ryšius – kaip informacijos ar rizikos perdavimo kanalus. Skirtingai nei tradiciniai statistiniai ar prognozavimo metodai, kurie dažniausiai nagrinėja pavienių kintamųjų dinamiką arba ribotą jų skaičių, tinklų teorija suteikia galimybę vienu metu analizuoti didelį tarpusavyje susijusių finansinių elementų rinkinį ir įvertinti jų struktūrinius ryšius visos sistemos mastu [34]. Svarbu pabrėžti, kad tinklinė analizė dažnai remiasi kitų metodų rezultatais: ryšiai tarp mazgų gali būti nustatomi taikant laiko eilučių metodus, priežastingumo testus ar mašininio mokymosi algoritmus, kurie leidžia identifikuoti statistinius ar informacinius ryšius tarp finansinių kintamųjų. Tokiu būdu tinklų teorija tampa integruojančia metodologine sistema, leidžiančia sujungti skirtingų analitinių metodų rezultatus ir geriau atskleisti finansų rinkų struktūrą, rizikos koncentraciją bei šokų plitimo mechanizmus. Dėl šių priežasčių tinklų analizė vis dažniau taikoma tiriant sisteminę riziką, finansų rinkų stabilumą bei prognozuojant galimus finansinių sukrėtimų plitimo scenarijus.

1 lentelė. Finansų rinkų analizėje taikomų modelių palyginimas

Modelių grupė	Ką analizuoja	Privalumai	Trūkumai
Klasikinių finansų modeliai (pvz., efektyvios rinkos hipotezė)	Finansinių aktyvų kainų formavimąsi ir informacijos įtraukimą į kainas	Paprasta teorinė struktūra, leidžia vertinti rinkos efektyvumą	Nepaaiškina rizikos perdavimo, šokų plitimo ir rinkos anomalijų
Elgsenos finansų modeliai	Investuotojų elgseną ir psichologinius veiksnius	Paaiškina bandos elgseną ir perteklinius svyravimus	Sunku kiekybiškai modeliuoti ryšius tarp rinkų
Laiko eilučių modeliai	Finansinių kintamųjų dinamiką ir statistinius ryšius laike	Leidžia kiekybiškai įvertinti priklausomybes ir prognozuoti rodiklius	Dažnai nagrinėja tik ribotą kintamųjų skaičių
Mašininio mokymosi modeliai	Sudėtingas nelinijines priklausomybes tarp finansinių kintamųjų	Gali aptikti analizuoti didelius duomenų kiekius ir pagerinti prognozavimo tikslumą	Sudėtingas modelių interpretavimas, priklausomybė nuo duomenų kokybės
Finansinių tinklų modeliai	Finansų rinkų struktūrą, rizikos ir informacijos perdavimo kanalus	Leidžia analizuoti visos sistemos tarpusavio ryšius ir identifikuoti svarbiausius mazgus	Reikia papildomų metodų ryšiams nustatyti

1 lentelė apibendrina, kaip skirtingos metodų grupės leidžia analizuoti įvairius finansų rinkų aspektus – nuo kainų formavimosi ir investuotojų elgsenos iki statistinių finansinių kintamųjų priklausomybių. Tačiau dauguma tradicinių metodų daugiausia orientuojasi į pavienių kintamųjų analizę arba prognozavimą, o finansų sistemos struktūriniai ryšiai dažnai lieka antrame plane. Dėl šios priežasties finansų literatūroje vis daugiau dėmesio skiriama tinklų teorijos metodams, leidžiantiems analizuoti finansų rinkas kaip tarpusavyje susijusią sistemą.

1.4. Tinklų teorijos taikymas finansų rinkų analizėje

Finansų rinkos pasižymi sudėtingomis ir nuolat kintančiomis tarpusavio sąveikomis, todėl tradiciniai analizės metodai ne visada leidžia visapusiškai atskleisti šių ryšių struktūrą ir dinamiką. Dėl šios priežasties vis didesnį dėmesį tyrimuose įgyja tinklų analizė, leidžianti sistemiškai vertinti ryšius tarp rinkos dalyvių, identifikuoti priklausomybių struktūrą bei geriau suprasti rizikos sklaidos mechanizmus finansų sistemoje. Šiame skyriuje aptariamos tinklų struktūrinės charakteristikos, pagrindinės tinklų metrikos bei apžvelgiami dažniausiai taikomi tinklų konstravimo metodai, leidžiantys identifikuoti skirtingo pobūdžio priklausomybes tarp finansinių kintamųjų.

1.4.1. Tinklų koncepcija

Tinklų mokslas (angl. *Network Science*) grindžiamas grafų teorija ir sudėtingų sistemų analize, siekiant aprašyti bei tirti tarpusavyje sąveikaujančių diskrečių elementų struktūrą ir jų ryšių dinamiką [35]. Šio mokslo teorinį pagrindą sudaro tinklų teorija (angl. *Network Theory*), kuri pateikia formalius metodus tokių sistemų struktūrai modeliuoti ir analizuoti. Remiantis tinklų teorija, finansų sistema gali būti analizuojama kaip kompleksinė tarpusavyje susijusių elementų visuma, kurioje atskiri subjektai ir rinkos nėra izoliuoti, bet veikia kaip vientisos, tarpusavyje sąveikaujančios struktūros dalys. Tinklų teorijoje tinklas apibrėžiamas kaip struktūra, sudaryta iš mazgų (angl. *nodes*) ir juos jungiančių ryšių, vadinamų briaunomis (angl. *edges*). Tokiu principu sudaryti tinklai leidžia ne tik identifikuoti pavienius ryšius tarp elementų, bet ir analizuoti visos sistemos struktūrą, jos stabilumą bei galimus rizikos sklaidos mechanizmus. Finansų kontekste tinklų teorija grįstas požiūris tampa ypač svarbus, siekiant suprasti sudėtingas tarpusavio priklausomybes tarp skirtingų rinkos dalyvių,

finansinių institucijų ar rinkos segmentų, taip pat įvertinti, kaip šie ryšiai lemia rizikos kaupimąsi ir jos sklaidą visos finansų sistemos mastu [36].

Finansiniuose tinkluose mazgai gali reprezentuoti įvairius finansų sistemos elementus, priklausomai nuo analizės lygmens ir tyrimo tikslo. Dažniausiai mazgais laikomos finansinės institucijos, tokios kaip bankai ar investiciniai fondai, taip pat finansų rinkos, atskiri finansiniai instrumentai ar jų grupės, pavyzdžiui, akcijų indeksai [37]. Be to, į tinklo struktūrą gali būti įtraukiami ir specifiniai rinkos dalyviai, tokie kaip pensijų fondai ar kiti instituciniai investuotojai, kurių sprendimai daro reikšmingą įtaką kapitalo srautams ir rinkų dinamikai. Toks lankstus mazgų apibrėžimas leidžia finansinius tinklus taikyti tiek mikrolygmens (pvz., tarpbankinių ryšių), tiek makrolygmens (pvz., tarp skirtingų šalių finansų rinkų) analizei. Tuo tarpu briaunos apibrėžia ryšius tarp mazgų ir atspindi įvairias finansines sąveikas. Vienas dažniausiai naudojamų ryšių tipų yra finansinių aktyvų grąžų tarpusavio priklausomybės, kurios gali būti įvertinamos pasitelkiant koreliacijas, panašumo ar priežastinių ryšių tarp skirtingų aktyvų grąžų įverčius [38]. Taip pat finansinių tinklų pagalba galima analizuoti rizikos perdavimo ryšius, kurie įvertinami naudojant volatilumo įverčius (pvz., realizuotą volatilumą), sisteminės rizikos rodiklius (pvz., CoVaR) bei kitus statistinius rizikos tarpusavio priklausomybės matavimo metodus [39].

Toliau plėtojant tinklų koncepciją, svarbu aptarti pagrindines technines tinklų savybes, kurios leidžia tiksliau modeliuoti ir interpretuoti finansų rinkų tarpusavio ryšius. Vienas iš esminių tinklų klasifikavimo aspektų yra ryšių kryptingumas. Pagal šį kriterijų tinklai skirstomi į kryptinius (angl. *directed networks*) ir nekryptinius (angl. *undirected networks*). Nekryptiniuose tinkluose ryšys tarp dviejų mazgų yra simetriškas, t. y. laikoma, kad sąveika tarp jų yra abipusė ir vienodai reikšminga. Tokia prielaida dažnai taikoma, kai ryšiai apibrėžiami remiantis koreliacija tarp finansinių aktyvų grąžų. Tačiau daugeliu atvejų finansų rinkose ryšiai yra asimetriški, todėl tikslingiau naudoti kryptinius tinklus, kuriuose briaunos turi aiškią kryptį ir leidžia nustatyti priežastinius ryšius ar informacijos bei rizikos perdavimo kryptį tarp skirtingų rinkų ar institucijų [38]. Kitas svarbus aspektas yra ryšių stiprumo įvertinimas, kuris realizuojamas naudojant svorinius tinklus (angl. *weighted networks*). Skirtingai nei paprastuose tinkluose, kuriuose ryšiai yra binariniai (t.y., ryšys tarp dviejų mazgų egzistuoja arba ne), svoriniuose tinkluose kiekvienai briaunai priskiriamas svoris, atspindintis ryšio intensyvumą. Tai leidžia ne tik identifikuoti ryšio egzistavimą, bet ir įvertinti jo stiprumą. Matematiškai tokie ryšiai dažniausiai atvaizduojami gretimumo matrica (angl. *adjacency matrix*), kurios elementai įgyja binarines reikšmes paprastuose tinkluose arba realias skaitines reikšmes svertiniuose tinkluose, taip leidžiant kompaktiškai reprezentuoti visą sistemos ryšių struktūrą. Dėl gebėjimo kiekybiškai įvertinti ryšių stiprumą, dauguma finansinių tinklų empiriniuose tyrimuose yra modeliuojami kaip svoriniai [40].

Finansų rinkos pasižymi nuolatine kaita, todėl tarpusavio ryšiai tarp finansinės sistemos elementų nėra statiški. Empiriniai tyrimai rodo, kad finansinius ryšius aprašantys tinklai pasižymi dinamine struktūra – rizikos perdavimo intensyvumas laikui bėgant kinta ir paprastai padidėja finansinių krizių laikotarpiais, pavyzdžiui, 2008 m. finansų krizės ar COVID-19 pandemijos metu [41, 42]. Tai lemia poreikį taikyti dinaminius tinklus (angl. *dynamic networks*), kurie leidžia analizuoti tinklo struktūros pokyčius laike. Dinaminiuose tinkluose tiek mazgų tarpusavio ryšiai, tiek jų stiprumas gali keistis priklausomai nuo rinkos sąlygų, ekonominių ciklų ar krizinių įvykių. Tokia analizė suteikia galimybę stebėti, kaip keičiasi finansų rinkų integracija, kaip formuojasi nauji ryšiai ar silpnėja esami, bei kaip tam tikri įvykiai veikia visos sistemos struktūrą [43]. Praktikoje dinaminių finansinių tinklų konstravimui gali taikomas slenkančio lango metodas (angl. *rolling window*), kai tinklas sudaromas

naudojant tam tikro ilgio laiko intervalus, kurie nuosekliai slenkami per visą analizuojamą laikotarpį. Tokiu būdu gaunama tinklų seka, leidžianti stebėti, kaip keičiasi ryšiai tarp finansinių aktyvų ar rinkų, bei identifikuoti laikotarpius, kai šios priklausomybės stiprėja ar silpnėja. Šis metodas ypač naudingas analizuojant finansines krizes ar padidėjusio nepastovumo laikotarpius, kadangi leidžia nustatyti staigius tinklo struktūros pokyčius ir įvertinti sisteminės rizikos augimą.

1.4.2. Tinklų metrikos

Analizuojant tinklus, svarbu ne tik identifikuoti ryšių egzistavimą ar jų stiprumą, bet ir įvertinti atskirų mazgų svarbą bei jų vaidmenį visos sistemos struktūroje. Tam naudojamos įvairios tinklų metrikos, kurios leidžia kiekybiškai apibūdinti tiek pavienių elementų reikšmingumą, tiek viso tinklo struktūrines savybes. Šios metrikos yra plačiai taikomos finansų rinkų analizėje, siekiant nustatyti sisteminės svarbos institucijas, įvertinti rizikos sklaidos kanalus bei identifikuoti potencialius nestabilumo šaltinius.

Viena svarbiausių metrikų grupių yra centriškumo (angl. *centrality*) matavimai, skirti identifikuoti svarbiausius tinklo mazgus. Vienas iš jų yra laipsnio centriškumas (angl. *degree centrality*), kuris nusako mazgo tiesioginių ryšių skaičių. Finansiniuose tinkluose šis matas leidžia nustatyti aktyvus, turinčius daugiausiai tiesioginių sąsajų su kitais rinkos dalyviais. Didelį laipsnio centriškumą turintys mazgai dažnai interpretuojami kaip svarbūs rinkos dalyviai, kurių pokyčiai gali turėti didesnę įtaką visai sistemai. Tarpusavio centriškumas (angl. *betweenness centrality*) matuoja, kaip dažnai mazgas patenka į trumpiausius kelius tarp kitų mazgų. Ši metrika leidžia identifikuoti mazgus, kurie veikia kaip tarpininkai ar „tiltai“ tarp skirtingų tinklo dalių. Finansų kontekste tokie mazgai gali atlikti svarbų vaidmenį perduodant informaciją ar riziką tarp skirtingų rinkų ar sektorių, todėl jų sutrikimai gali turėti reikšmingų pasekmių visos sistemos stabilumui. Artimumo centriškumas (angl. *closeness centrality*) nusako, kaip arti mazgas yra kitų tinklo elementų atžvilgiu, t. y. kaip greitai jis gali pasiekti kitus mazgus per trumpiausius kelius. Finansiniuose tinkluose tai gali būti interpretuojama kaip gebėjimas greitai perduoti ar gauti informaciją bei reaguoti į rinkos pokyčius. Tuo tarpu tikrinių vektorių centriškumas (angl. *eigenvector centrality*) vertina ne tik ryšių skaičių, bet ir jų kokybę, suteikdamas didesnę reikšmę ryšiams su jau svarbiais mazgais. Tai leidžia identifikuoti įtakingiausius tinklo elementus, kurie yra susiję su kitais reikšmingais dalyviais [44, 45].

Papildant centriškumo metrikų grupę, finansinių tinklų analizėje svarbūs ir kryptiniai centriškumo matavimai – įeinančio laipsnio (angl. *in-degree centrality*) ir išeinančio laipsnio (angl. *out-degree centrality*) centriškumai, kurie taikomi kryptiniams tinklams. Išeinančio laipsnio centriškumas nusako, kiek ryšių mazgas inicijuoja į kitus tinklo elementus, t. y. kiek kitų subjektų yra paveikiami ar „pasiekiami“ iš nagrinėjamo mazgo. Finansų kontekste šis rodiklis leidžia identifikuoti rinkos dalyvius, kurie gali būti laikomi potencialiais informacijos ar rizikos skleidėjais, nes jų pokyčiai gali daryti įtaką dideliam skaičiui kitų subjektų. Tuo tarpu įeinančio laipsnio centriškumas matuoja, kiek ryšių nukreipiama į konkretų mazgą iš kitų tinklo elementų. Finansų sistemose šis rodiklis leidžia identifikuoti subjektus, kurie yra labiausiai veikiami kitų rinkos dalyvių, t. y. rizikos „gavėjus“ (angl. *receivers*), į kuriuos koncentruojasi informacijos ar rizikos srautai. Didelis įeinančio laipsnio centriškumas gali rodyti didesnį mazgo jautrumą išoriniams šokams ir potencialų pažeidžiamumą sisteminių sutrikimų atveju.

Svarbios yra ne tik mazgų centriškumo metrikos, bet ir viso tinklo struktūrą apibūdinantys rodikliai. Tinklo tankis (angl. *network density*) yra vienas pagrindinių rodiklių, apibūdinančių, kokia dalis visų

galimų ryšių tinkle yra realizuota. Ši metrika gali būti taikoma tiek kryptiniams, tiek nekryptiniams tinklams, tačiau jos interpretacija šiek tiek skiriasi. Nekryptiniuose tinkluose kiekviena jungtis traktuojama kaip vienas ryšys tarp dviejų elementų. Tuo tarpu kryptiniuose tinkluose kiekviena mazgų pora gali turėti dvi galimas kryptis, todėl esant vienpusėms priklausomybėms faktinis realizuotų ryšių skaičius yra mažesnis, o atitinkamai ir tankio reikšmė gali būti interpretuojama kaip mažesnė, palyginti su analogišku nekryptiniu tinklu, kuriame ta pati sąveika būtų laikoma abipuse. Dėl šios priežasties kryptiniuose tinkluose tankis atspindi ne tik ryšių kiekį, bet ir jų kryptingumo asimetriją [46]. Tuo tarpu svoriniuose finansiniuose tinkluose, kuriuose svarbus ne tik ryšių egzistavimas, bet ir jų intensyvumas, dažniau taikomi agreguoti susietumo matai, tokie kaip bendro susietumo indeksas (angl. *Total Connectedness Index*, TCI). Skirtingai nei tankis, kuris daugiausia apibūdina ryšių struktūrinį užpildymą, TCI leidžia įvertinti bendrą sistemos tarpusavio priklausomybės lygį, atsižvelgiant į ryšių stiprumą bei jų sklaidos dinamiką, todėl yra tinkamesnis analizuojant svorinius ir kryptinius finansinius tinklus [47].

Kitos svarbios tinklo metrikos – klasterizacijos koeficientas (angl. *clustering coefficient*), kuris nusako, kiek mazgai linkę formuoti glaudžiai susijusias grupes. Tai leidžia identifikuoti rinkų segmentus ar sektorius, kuriuose ryšiai yra stipresni nei tarp skirtingų grupių. Tinklo kelio ilgis (angl. *path length*) apibūdina, kaip greitai informacija ar šokai gali plisti per visą sistemą. Vidutinis laipsnis (angl. *average degree*) yra pagrindinis tinklo tankio ir junglumo rodiklis, rodantis vidutinį tiesioginių ryšių (briaunų) skaičių, tenkantį vienai tinklo viršūnei (mazgui). Taip pat analizėje dažnai taikomas asortatyvumas pagal laipsnį (angl. *degree assortativity*), kuris parodo, ar mazgai linkę jungtis su panašų ryšių skaičių turinčiais mazgais. Teigiamas asortatyvumas reiškia, kad stipriai susieti mazgai dažniau jungiasi tarpusavyje, o neigiamas – kad jie dažniau sąveikauja su silpniau susietais mazgais. Finansiniuose tinkluose ši metrika leidžia įvertinti, ar didelės ir sisteminės svarbos institucijos yra glaudžiai susijusios tarpusavyje [48].

1.4.3. Tinklų modeliavimas

Finansinių tinklų analizėje esminį vaidmenį atlieka tinklo tipo ir jo konstravimo metodologijos pasirinkimas, kadangi skirtingi metodai leidžia identifikuoti skirtingo pobūdžio tarpusavio priklausomybes tarp finansinių kintamųjų. Skirtingi tinklų tipai leidžia atskleisti skirtingas finansinių aktyvų tarpusavio sąveikos dimensijas – nuo paprasto sinchroniškumo iki kryptinio priežastingumo, informacijos perdavimo ar rizikos sklaidos mechanizmų. Todėl tinklo konstravimo metodas iš esmės apibrėžia, kokio pobūdžio priklausomybės yra identifikuojamos ir kaip jos interpretuojamos platesniame finansų sistemos kontekste.

Vienas paprasčiausių ir plačiausiai taikomų tinklų tipų yra koreliaciniai tinklai (angl. *correlation networks*), kuriuose briaunos tarp mazgų apibrėžiamos remiantis finansinių aktyvų grąžų koreliacijos koeficientais. Tokie tinklai dažniausiai yra nekryptiniai ir svoriniai, o jų struktūra atspindi statistinį priklausomybės stiprumą tarp kintamųjų. Praktikoje koreliaciniai tinklai dažniausiai konstruojami naudojant koreliacijos matricas [49], kurios gali būti papildomai filtruojamos siekiant išryškinti reikšmingiausius ryšius, pavyzdžiui, taikant minimalaus aprėpimo medžio (angl. *Minimum Spanning Tree*, MST) metodą [50] ar kitus tinklo filtravimo algoritmus. Tokie metodai leidžia sumažinti tinklo sudėtingumą ir išskirti svarbiausias sąsajas tarp aktyvų, kas yra ypač naudinga analizuojant didelio masto finansines sistemas. Koreliaciniai tinklai plačiai taikomi tiriant akcijų rinkų struktūrą, identifikuojant rinkos segmentus bei vertinant portfelio diversifikacijos galimybes, kadangi jie leidžia nustatyti, kurie aktyvai juda panašiai ir gali būti paveikti bendrų veiksnių [32]. Vis dėlto esminis šių

tinklų ribotumas yra tas, kad koreliacija atspindi tik bendrą statistinę priklausomybę tarp kintamųjų, tačiau neleidžia nustatyti priežastinių ryšių ar šokų perdavimo mechanizmų. Be to, stebimos koreliacijos gali būti nulemtos trečiųjų veiksnių įtakos, todėl tokie tinklai ne visada tiksliai atspindi tiesiogines sąveikas tarp finansinių aktyvų. Siekiant įveikti šiuos ribotumus, literatūroje vis dažniau taikomi išplėstiniai statistinės priklausomybės tinklai, paremti dalinių koreliacijų analize, tarp kurių vienas pažangiausių yra J. Friedman, T. Hastie ir R. Tibshirani išplėtotas grafinis Lasso (angl. *Graphical LASSO*) metodas [51]. Skirtingai nei paprasti koreliaciniai tinklai, šis metodas leidžia identifikuoti tik tiesiogines priklausomybes tarp kintamųjų, kontroliuojant visų kitų tinklo elementų įtaką. Metodologiškai tai realizuojama apskaičiuojant atvirkštinę kovariacijos matricą (angl. *precision matrix*) ir taikant L1 reguliaciją, kuri eliminuoja statistiškai nereikšmingus ryšius bei leidžia gauti retą (angl. *sparse*) tinklo struktūrą [52]. Toks požiūris yra ypač tinkamas finansų rinkų analizei, kuriose nagrinėjamas didelis skaičius aktyvų, o reikšmingi ryšiai sudaro tik nedidelę visų galimų sąveikų dalį.

Siekiant identifikuoti kryptinius ryšius tarp finansinių kintamųjų, dažnai taikomi priežastingumo tinklai (angl. *causality networks*), kurie konstruojami naudojant Granger priežastingumo testus. Tokiuose tinkluose briaunos yra kryptinės ir rodo, ar vieno kintamojo praeities reikšmės statistiškai reikšmingai padeda prognozuoti kitą kintamąjį. Šių tinklų privalumas – galimybė nustatyti potencialius priežastinius ryšius. Tačiau Granger pagrindu sudaryti tinklai dažniausiai interpretuojami kaip nesvoriniai, kadangi jie pirmiausia identifikuoja ryšio egzistavimą, o ne jo stiprumą. Nors tam tikrais atvejais ryšio svoriui apibūdinti gali būti priskiriami papildomi statistiniai įverčiai, jų interpretacija išlieka ribota [53], todėl šie tinklai labiau tinkami struktūrinių priklausomybių identifikavimui nei jų intensyvumo kiekybiniam vertinimui. Taip pat literatūroje dažnai pabrėžiama, kad patikimesniems rezultatams gauti vietoje porinių (angl. *bivariate*) Granger testų tikslinga taikyti daugiamates specifikacijas, paremtas vektorinių autoregresinių (VAR) modelių sistema, nes tai leidžia kontroliuoti kitų kintamųjų įtaką ir išvengti tariamų (angl. *spurious*) priežastinių ryšių [54].

Dar viena svarbi tinklų kategorija yra šokų perdavimo tinklai (angl. *spillover networks*), kurie leidžia analizuoti, kaip šokai ar nepastovumas plinta tarp skirtingų finansų rinkų. Tokie tinklai padeda nustatyti, kurie rinkos dalyviai veikia kaip pagrindiniai rizikos perdavimo šaltiniai, o kurie yra labiau pažeidžiami šių sukrėtimų. Vienas plačiausiai taikomų metodų šioje srityje yra Diebold–Yilmaz šokų perdavimo indeksas (angl. *Diebold–Yilmaz Spillover Index*), kurį sukūrė Francis X. Diebold ir Kamil Yilmaz [41]. Šis metodas remiasi VAR modeliais ir paklaidų dispersijos dekompozicija (angl. *forecast error variance decomposition*, FEVD), leidžiančia įvertinti, kokią dalį vienos rinkos nepastovumo paaiškina kitų rinkų svyravimai. Taikant šį metodą galima kiekybiškai nustatyti tiek bendrą rizikos perdavimo intensyvumą visoje sistemoje, tiek kryptinius ryšius tarp atskirų rinkų ar aktyvų. Be šio metodo, finansinių tinklų analizėje taip pat naudojamas CoVaR (angl. *Conditional Value-at-Risk*) [39, 55], kuris dažniausiai taikomas ekstremalios rizikos perdavimo (angl. *tail risk spillover*) analizei. Šis rodiklis leidžia įvertinti, kaip vienos finansinės institucijos ar rinkos patiriami dideli nuostoliai gali padidinti kitos institucijos ar visos finansų sistemos riziką, todėl yra ypač naudingas tiriant sisteminės rizikos plitimą finansiniuose tinkluose. Šie tinklai gali būti taikomi įvairiems finansiniams duomenims – ne tik grąžoms, bet ir jų volatilumui (pvz., realizuotam ar sąlyginiam), rizikos rodikliams ar kitiems transformuotiems laiko eilučių kintamiesiems. Vienas pagrindinių tokių tinklų privalumų yra gebėjimas kiekybiškai įvertinti šokų perdavimo kryptį ir

intensyvumą tarp sistemos elementų. Tačiau jų taikymas taip pat turi tam tikrų apribojimų, nes rezultatai gali būti jautrūs pasirinktai modelio struktūrai bei naudojamiems parametrams [56].

Finansinių tinklų analizėje taip pat vis dažniau naudojami informacijos perdavimo tinklai (angl. *information transmission networks*), kurie gali būti grindžiami informacijos perkėlimo entropijos (angl. *transfer entropy*, TE) metodu [57]. Skirtingai nei koreliacijos ar priežastingumo tinklai, šis metodas leidžia identifikuoti netiesines ir sudėtingesnes priklausomybes tarp finansinių kintamųjų, todėl gali būti naudingas analizuojant nestacionarias ir kompleksiškas finansų rinkas. Informacijos perdavimo tinkluose ryšiai paprastai yra kryptiniai ir svoriniai, o jų svoriai interpretuojami kaip perduodamos informacijos kiekis tarp kintamųjų. Vis dėlto, informacijos perdavimo modelių taikymas susijęs su didesniais duomenų reikalavimais, nes patikimam informacijos kiekiui įvertinti reikalingos ilgesnės laiko eilutės. Taip pat iškyla praktinių iššūkių dėl didelių skaičiavimo sąnaudų [58], o tai gali riboti jų pritaikomumą finansinių tinklų analizėje.

2 lentelė. Finansinių tinklų konstravimo metodų palyginimas

Tinklo tipas	**Ryšio pobūdis**	**Dažniausi metodai**	**Tinklo savybės**
Koreliaciniai tinklai	Bendra statistinė priklausomybė tarp aktyvų	koreliacija, MST, grafinis LASSO	Nekryptiniai, svoriniai
Priežastingumo tinklai	Potencialūs priežastiniai ryšiai tarp kintamųjų	Granger priežastingumas, VAR	Kryptiniai, dažniausiai nesvoriniai
Šokų perdavimo (angl. *Spillover*) tinklai	Šokų ir rizikos perdavimas tarp rinkų	Diebold–Yilmaz šokų perdavimo indeksas	Kryptiniai, svoriniai
Informacijos perdavimo tinklai	Informacijos srautai ir netiesinės priklausomybės	Perkėlimo entropija (angl. *Transfer entropy*)	Kryptiniai, svoriniai

Apibendrinant galima teigti, kad skirtingi finansinių tinklų tipai atspindi skirtingus rinkų sąveikos aspektus – nuo paprasto sinchroniškumo iki kryptinio priežastingumo ar rizikos sklaidos. Tinkamo metodo pasirinkimas konkretiems tyrimams priklauso nuo tyrimo tikslo, analizuojamų duomenų savybių bei nagrinėjamų ryšių tipo. Praktikoje dažnai tikslinga derinti kelis metodus, siekiant išsamiau įvertinti finansinių aktyvų tarpusavio priklausomybes ir sumažinti atskirų metodų ribotumų poveikį.

1.4.4. Empirinių tyrimų apžvalga

Tinklų teorija empiriniuose tyrimuose plačiai taikoma analizuojant sistemas, sudarytas iš tarpusavyje susijusių elementų. Tinklų analizė leidžia tirti ne tik atskirų objektų savybes, bet ir jų tarpusavio priklausomybes, struktūrinius dėsningumus bei įvairių procesų sklaidą. Literatūroje išskiriamos kelios pagrindinės tinklų teorijos taikymo kryptys. Socialinių tinklų analizėje nagrinėjama individų ar tam tikrų grupių sąveika ir ryšių dinamika, leidžianti suprasti socialinės įtakos, lyderystės bei bendruomenių formavimosi procesus, kurie tampa vis aktualesni augant internetinių bendruomenių (pvz., „Facebook“ ar „LinkedIn“) reikšmei visuomenėje [59]. Tinklų teorija taip pat taikoma informacijos, nuomonių ar klaidinančios informacijos (angl. *fake news*) sklaidos tyrimams [60], kurie padeda suprasti, kaip ir kokiais kanalais informacija plinta bei kokie veiksniai lemia jos pasiekiamumą. Medicinos srityje analizuojami neuronų, genų ar baltymų sąveikos tinklai, epidemiologijoje – ligų plitimo procesai [61], leidžiantys geriau suprasti infekcijų perdavimo mechanizmus, prognozuoti jų sklaidą ir taikyti efektyvesnes prevencijos bei kontrolės priemones. Technologijų ir infrastruktūros srityje tinklų analizė taikoma tiriant interneto ir telekomunikacijų tinklus, transporto sistemas (t.y., aviaciją, kelių infrastruktūrą, logistiką) bei elektros energijos

tiekimo tinklus [62], siekiant sistemiškai įvertinti jų funkcionavimo patikimumą, veiklos efektyvumą ir atsparumą įvairiems trikdžiams. Verslo ir ekonomikos srityje tinklų analizė taikoma tiriant tarptautinės prekybos srautus tarp šalių, tiekimo grandines ir įmonių tarpusavio priklausomybes, taip pat inovacijų bei technologijų sklaidą tarp organizacijų [63, 64]. Tokie tyrimai leidžia įvertinti ekonominių ryšių struktūrą, nustatyti kritinius tinklo dalyvius ir geriau suprasti konkurencingumo, inovacijų plėtros bei rinkos dinamikos procesus. Galiausiai, mokslinių tyrimų analizėje tinklų teorija naudojama citavimo ir bendradarbiavimo tinklams tirti [65], taip įvertinant žinių sklaidą bei mokslo sričių vystymosi kryptis. Tokia plati taikymo įvairovė rodo, kad tinklų teorija yra universalus įrankis empiriniuose tyrimuose, skirtas sudėtingų sistemų analizei.

Iš plataus tinklų teorijos taikymo spektro išsiskiria sparčiai besivystantis jos taikymas finansų srityje. Glaudūs tarpusavio ryšiai tarp rinkos dalyvių skatina taikyti tinklų teorijos metodus, siekiant išsamiau analizuoti tarpusavio priklausomybes ir rizikos pasiskirstymą. Ypač po 2007–2008 m. finansų krizės išryškėjo, kad tradiciniai modeliai nepakankamai atspindi finansų sistemos susietumą [66], todėl tinklinis požiūris tapo svarbiu įrankiu vertinant kredito (angl. *credit risk*) [67], sandorio šalies (angl. *counterparty risk*) [68] ir sisteminę riziką (angl. *systemic risk*) [69] bei jų plitimo mechanizmus. Tinklų analizė finansuose taikoma įvairiuose kontekstuose: tarpbankinių ryšių struktūros tyrimuose, finansų rinkų koreliacijų tinklų modeliavime, portfelių diversifikavimo analizėje bei informacijos ir šokų sklaidos vertinime. Šis metodologinis požiūris leidžia identifikuoti sisteminiu požiūriu svarbius rinkos dalyvius, įvertinti jų įtaką visai sistemai ir analizuoti galimus „užkrato“ efektus. Be to, tinklų teorija vis dažniau integruojama į finansinių laiko eilučių modelius, siekiant pagerinti prognozavimo tikslumą, ypač nepastovumo ir rizikos matų srityse. Toliau pateikiama literatūros apžvalga nagrinėja šiuos taikymo aspektus, akcentuojant tiek metodologinius sprendimus, tiek empirinius rezultatus, susijusius su tinklų struktūros panaudojimu finansų rinkų analizei ir prognozavimui.

Straipsnyje „*Mapping Systemic Risk: Critical Degree and Failures Distribution in Financial Networks*“ (2015 m.) autoriai Smerlak, Stoll, Gupta ir Magdanz [70] analizuoja sisteminės rizikos plitimą ir finansinio užkrato mechanizmus tarpbankinio skolinimo tinkluose, lygindami skirtingo tankumo tinklų topologijas. Pagrindinis tyrimo tikslas – įvertinti, kaip individualus banko patiriamas šokas gali išplisti visoje finansų sistemoje, priklausomai nuo tinklo struktūros, pagrindinių finansinių parametrų ir mazgų ryšių skaičius (angl. *degree*). Tyrimo rezultatai rodo, kad tinklo junglumo rodiklis (t.y., tinklo vidutinis laipsnis) pasižymi dvejopu poveikiu: retai sujungtuose tinkluose didėjantis ryšių skaičius atveria naujus kelius užkratui plisti ir silpnina sistemą, tuo tarpu tankiai sujungtuose tinkluose didesnis ryšių skaičius padeda amortizuoti lokalių šokų poveikį ir didina sistemos atsparumą. Vis dėlto autoriai pažymi, kad jų modelis daugiausia orientuotas į pradinį šokų perdavimo poveikį ir trumpalaikę užkrato sklaidą, todėl siūloma tolesniuose tyrimuose nagrinėti kelių periodų dinamiką (*multiple-period dynamics*), kuri leistų išsamiau įvertinti ilgalaikius sisteminės rizikos procesus.

Straipsnyje „*A Multifaceted Graph-Wise Network Analysis of Sector-Based Financial Instruments' Price-Based Discrepancies with Diverse Statistical Interdependencies*“ (2025 m.) autoriai Choi ir Kim [71] analizuoja 11 pagrindinių ekonomikos sektorių (pagal visuotinės ekonominės veiklos klasifikavimo standartą, angl. *Global Industry Classification Standard*, GICS) tarpusavio priklausomybes, pasitelkdami biržoje prekiaujamus fondus (angl. *Exchange-Traded Funds*, ETF). Tyrimo tikslas – nustatyti stipriausius ir stabiliausius ryšius tarp sektorių skirtingais laikotarpiais. Tinklo briaunų svoriai konstruojami remiantis įvairiais koreliacijos matavimais (Pearson, Spearman ir Kendall) tarp logaritminių grąžų, o tinklo struktūrai išgryninti taikomi keli metodai, įskaitant

minimalų jungiamąjį medį (MST), vidutinio ryšio minimalų jungiamąjį medį (ALMST), plokščiąjį maksimaliai filtruotą grafą (PMFG) ir p-reikšme pagrįstą slenkstinį grafą (PBTG). Tinklų evoliucija analizuojama taikant slenkančius 60, 240 ir 720 dienų laiko langus, perkeliant juos kas dieną. Tyrimo rezultatai rodo, kad skirtingo ilgio laikotarpiai atskleidžia nevienodus rinkos struktūros aspektus: trumpi laikotarpiai (iki 60 dienų) leidžia fiksuoti tiesiogines rinkos reakcijas, o ilgesni (apie vienerius metus ir daugiau) išryškina didesnį tinklo heterogeniškumą ir stabilesnius, ilgalaikius ryšius. Taip pat nustatyta, kad tam tikri sektoriai užima centrinę poziciją tinkle, tačiau jų svarba kinta priklausomai nuo analizuojamo laikotarpio: nekilnojamojo turto sektorius ilgajame laikotarpyje pasižymi itin stipria centrine padėtimi, energetikos sektorius yra reikšmingesnis trumpuoju laikotarpiu, o vartojimo prekių ir komunalinių paslaugų sektorių įtaka išauga ilgesniuose laikotarpiuose. Gauti rezultatai prisideda prie gilesnio finansų rinkų struktūros ir dinamikos supratimo bei gali būti taikomi formuojant investavimo strategijas ir vertinant rinkos atsparumą sukrėtimams.

Peralta ir Zareei straipsnyje "*A network approach to portfolio selection*" (2016 m.) [72] pasiūlė inovatyvų portfelio formavimo metodą, paremtą tinklų teorija. Tyrimo tikslas buvo įvertinti, ar investicinių priemonių tarpusavio ryšiais paremta informacija gali pagerinti portfelio atrankos sprendimus, integruojant tradicinę Markovičiaus portfelio teoriją su tinkliniu požiūriu. Analizei naudotos 200 didžiausių, S&P 500 indekso įmonių akcijų grąžos. Autoriai sukonstravo koreliacinį tinklą, kurio struktūrai išgryninti taikė minimalaus jungiamojo medžio (angl. *Minimum Spanning Tree*, MST) metodą, leidžiantį sumažinti triukšmą ir išskirti reikšmingiausius ryšius. Gautas tinklas buvo naudojamas portfelio formavimui, remiantis prielaida, kad mažiau tarpusavyje susijusių (silpniau koreliuojančių) aktyvų pasirinkimas leidžia efektyviau diversifikuoti riziką. Empiriniai rezultatai parodė, kad tinkliniu principu suformuoti portfeliai, lyginant su tradiciniais vidurkio–dispersijos modeliu pagrįstais portfeliais, pasižymi stabilesniu pajamingumu ir mažesniu rizikos lygiu, ypač finansinių sukrėtimų laikotarpiais. Šie rezultatai patvirtina, kad struktūrinė informacija apie finansų rinkų ryšius gali reikšmingai papildyti tradicines investavimo strategijas. Autoriai taip pat pažymi, kad tinklinė analizė padeda geriau suprasti sisteminės rizikos pasiskirstymą ir jos sklaidos mechanizmus tarp finansinių aktyvų, taip didinant portfelio atsparumą nepalankiems rinkos pokyčiams.

Straipsnyje „*Financial Network Structure and Systemic Risk*“ (2024 m.) [73] analizuojama, kaip finansinio tinklo struktūrinės charakteristikos, ypač įmonių centriškumas, veikia jų būsimą sisteminę riziką. Tyrimo tikslas – įvertinti, ar S&P 500 indekso įmonių pozicija tinkle gali padėti prognozuoti jų pažeidžiamumą rinkos nuosmukių metu ir indėlį į visos sistemos krizinius procesus. Tyrime konstruojami ketvirtiniai dinaminiai, kryptiniai ir svoriniai tinklai, paremti Engle-Granger kointegracijos testu, leidžiančiu identifikuoti ilgalaikius p ryšius tarp nestacionarių akcijų kainų. Briaunos tarp mazgų nustatomos pagal statistiškai reikšmingus kointegracijos ryšius, o jų svoriai atspindi sąveikos stiprumą ir kryptį. Tinklo centriškumo matai (artumo, tikrinio vektoriaus, įeinančio ir išeinančio laipsnio centriškumas) naudojami kaip pagrindiniai nepriklausomi kintamieji, prognozuojant vieno ketvirčio į priekį įmonių sisteminę riziką. Pastaroji vertinama taikant du plačiai naudojamus rodiklius – MES (angl. *Marginal Expected Shortfall*) įmonės pažeidžiamumui ir ΔCoVaR jos indėliui į bendrą sistemos riziką matuoti. Empiriniai rezultatai rodo, kad didesnis įmonės centriškumas yra teigiamai susijęs tiek su jos pažeidžiamumu sisteminiams šokams, tiek su indėliu į bendrą rinkos nuosmukį. Šis ryšys ypač ryškus finansų sektoriaus įmonėms ir sustiprėja ekonominių krizių laikotarpiais, tokiais kaip 2008 m. finansų krizė ar COVID-19 pandemija. Be to, nustatyta, kad krizių metu tinklo junglumas reikšmingai didėja, o tai rodo stiprėjantį įmonių tarpusavio susietumą ir

didesnį sistemos pažeidžiamumą. Apibendrinant, autoriai daro išvadą, kad tinklo centriškumo rodikliai gali būti interpretuojami kaip ankstyvojo perspėjimo signalai: kuo įmonė yra labiau susieta ir užima svarbesnę poziciją tinklo struktūroje, tuo didesnę sisteminę riziką jos finansiniai sutrikimai gali sukelti visai rinkai. Todėl šie rodikliai gali būti naudingi tiek investuotojams, tiek finansų rinkų priežiūros institucijoms, vertinant ir valdant sisteminę riziką.

Straipsnyje „*Interconnectedness and Systemic Risk in Financial Networks: Fresh Evidence from India*“ (2025 m.) [74] analizuojama dinaminė sąveika tarp sisteminės rizikos ir finansinio tinklo susietumo Indijos finansų sistemoje. Sisteminė rizika vertinama taikant tinklo kintamumo indeksą (angl. *Network Volatility Index*, NetVIX), atspindintį bendrą finansų sistemos nepastovumą (angl. *volatility*), o tinklo junglumas matuojamas bendro susietumo indeksu (angl. *Total Connectedness Index*, TCI). Tinkų konstravimui pasitelkiamas laike kintančių parametrų vektorinės autoregresijos modelis (angl. *Time-Varying Parameter Vector Autoregressive*), leidžiantis identifikuoti struktūrinius pokyčius ir staigius svyravimus finansinėse laiko eilutėse, naudojant logaritmines akcijų grąžas. Empirinė analizė grindžiama dieniniais kainų duomenimis, apimančiais 26 Indijos komercinius bankus ir 15 nebankinių finansinių bendrovių (angl. *Non-Banking Financial Companies*, NBFC). Tyrimo rezultatai rodo, kad finansinio tinklo junglumas reikšmingai didėja krizių laikotarpiais, tokiais kaip 2008 m. pasaulinė finansų krizė ar COVID-19 pandemija, kas atitinka kitų tyrimų išvadas apie sustiprėjusį finansinių institucijų tarpusavio susietumą esant sukrėtimams. Nustatyta, kad bankai, ypač didieji, dažniausiai veikia kaip šokų skleidėjai, o NBFC – kaip šokų gavėjai. Be to, identifikuotas asimetrinis ryšys tarp sisteminės rizikos ir tinklo junglumo: sisteminės rizikos šokai lemia ilgalaikį (apie keturis mėnesius trunkantį) junglumo padidėjimą, tuo tarpu junglumo šokų įtaka sisteminei rizikai yra trumpalaikė (iki dviejų mėnesių). Šie rezultatai rodo, kad vien struktūriniai tinklo pokyčiai savaime nesukelia ilgalaikio nestabilumo finansų rinkose, tačiau padidėjusi sisteminė rizika gali ilgesniam laikui išlaikyti finansų sistemą padidinto jautrumo būsenoje, didindama jos pažeidžiamumą būsimiems sukrėtimams.

Straipsnyje „*A network approach to volatility diffusion and forecasting in global financial markets*“ (2025 m.) [75] nagrinėjamas finansinių tinklų topologinės struktūros taikymas prognozuojant globalių finansų rinkų nepastovumą (angl. *volatility*). Tinklai konstruojami remiantis 587 įmonių akcijų, įtrauktų į indeksus EuroStoxx 50, FTSE 100 ir S&P 500, nepastovumo duomenis. Nepastovumas skaičiuojamas naudojant Garman-Klass rodiklį, kuris remiasi dienos atidarymo, aukščiausia, žemiausia ir uždarymo kainomis. Tinklo struktūra nustatoma taikant ilgalaikę dalinę koreliaciją ir Grangerio priežastingumo ryšius. Tyrime analizuojami dinaminiai tinklai, kurių evoliucija vertinama taikant slenkantį 1000 dienų langą, perstumiamą kas vieną dieną, taip sudarant persidengiančių tinklų seką. Dėl didelio kintamųjų skaičiaus ir riboto stebėjimų kiekio standartiniai VAR modeliai tampa nepatikimi, todėl autoriai taiko didelės dimensijos VAR modelį su reguliarizavimu, naudodami adaptyvųjį „*elastic-net*“ estimatorių. Šis metodas leidžia patikimai identifikuoti Grangerio priežastingumo ryšius net ir esant parametrų pertekliui duomenų atžvilgiu. Tinklo informacija įtraukiama į prognozavimo modelius pasitelkiant „tinklu papildytas“ specifikacijas (angl. *network-augmented*), kuriose, be įprastų laiko eilučių kintamųjų, naudojami centriškiausių tinklo mazgų nepastovumai. Centriškumas matuojamas išėjimo laipsniu (*out-degree*), o į modelius įtraukiamas ribotas skaičius (q = 1–20) labiausiai susietų įmonių. Šie kintamieji integruojami į AR-NA (angl. *Autoregressive Network-Augmented*) ir HAR-NA (angl. *Heterogeneous Autoregressive Network-Augmented*) modelius. Rezultatai rodo, kad finansų tinklams būdingas asimetriškas ryšių pasiskirstymas: nedidelė dalis įmonių (centriniai mazgai, angl. *hubs*) turi daug

jungčių, o dauguma – labai mažai. Būtent šie centriniai mazgai pasižymi didžiausia prognozavimo galia. Taip pat nustatyta, kad geriausi prognozavimo rezultatai pasiekiami į modelius įtraukiant tik labiausiai centriškus mazgus; didinant q ir įtraukiant mažiau susietus mazgus, prognozavimo paklaida (RMSE) dažnai didėja. Tai rodo, kad perteklinių kintamųjų įtraukimas didina triukšmą ir gali lemti multikolinearumo bei perteklinio pritaikymo (angl. *overfitting*) problemas. Įvertinus prognozių tikslumą trimis skirtingais horizontais (1 dienos, 1 savaitės ir 2 savaičių), nustatyta, kad įtraukus labiausiai susijusius tinklo mazgus, 1 dienos prognozavimo tikslumas pagerėjo net iki 9 %. Apibendrinant, tinklo informacija papildyti modeliai nuosekliai pranoksta tradicinius vienmačius (AR, HAR) ir dažnai lenkia daugiamačius (pvz., VAR ar VHAR) laiko eilučių prognozavimo modelius, pasižymėdami didesniu prognozavimo tikslumu.

Tinklų teorijos taikymas prognozavime taip pat nagrinėjamas straipsnyje „*Predicting stock market movements using network science: an information theoretic approach*“ (2017 m.) [76], kuriame analizuojama, kaip tinklų mokslo ir informacijos teorijos metodai gali padėti prognozuoti S&P 500 indekso ateities pokyčius. Autoriai konstruoja dinaminius tinklus, kurių mazgai atitinka 475 S&P 500 indekso įmones, o ryšiai tarp jų nustatomi remiantis abipuse informacija (angl. *mutual information*) apie akcijų kainų pokyčius 60 minučių dažniu. Šis metodas pasirinktas dėl gebėjimo geriau nei koreliacija atskleisti netiesines priklausomybes – abipusė informacija apskaičiuojama pagal informacijos teorijos formulę, kuri įvertina kintamųjų individualius ir jungtinius tikimybių pasiskirstymus. Analizėje daugiausia dėmesio skiriama tinklo mazgų stiprumo pasiskirstymui (angl. *strength distribution*) ir iš jo išvedamiems rodikliams, tokiems kaip Kullbacko–Leiblerio divergencija, santykinis stiprumas bei įvairūs centriškumo matai. Nustatyta, kad tarp šių tinklo charakteristikų ir S&P 500 indekso pokyčių egzistuoja netiesinis (kvadratinis) ryšys: tinklo junglumas didėja tiek staigių rinkos kilimų, tiek kritimų metu. Gauti rodikliai leidžia prognozuoti būsimų svyravimų mastą – didelės jų reikšmės siejamos su padidėjusiu rinkos nepastovumu. Įtraukus tinklo matavimus, ypač santykinį stiprumą, į tradicinius ARIMA modelius, prognozavimo tikslumas padidėja maždaug 20 %, kai prognozuojami indekso pokyčiai vieną valandą į priekį. Tai rodo, kad tinklo struktūros informacija suteikia papildomos prognostinės vertės. Autorių teigimu, toks metodas gali būti naudingas tiek politikos formuotojams, siekiant anksčiau identifikuoti galimus staigius rinkos sutrikimus (pvz., „flash crash“), tiek investuotojams, tobulinant kiekybinius prognozavimo modelius.

Straipsnyje „*Exploring stock returns in financial markets with interpretable financial variables and graph neural networks*“ (2026 m.) [77] analizuojamas tinklų mokslo ir mašininio mokymosi metodų taikymas prognozuojant akcijų grąžas. Autoriai JAV finansų rinką modeliuoja kaip tinklą, kuriame ryšiai tarp įmonių apibrėžiami pagal jų panašumą, remiantis pramonės šakomis ir specifiniais finansiniais rodikliais, o prognozavimui taikomi grafų neuroniniai tinklai (angl. *graph neural networks*). Šis metodas leidžia vienu metu įvertinti tiek tradicinius finansinius kintamuosius, tiek tinklo struktūros informaciją. Empiriniai rezultatai rodo, kad grafų neuroninių tinklų modeliai reikšmingai pagerina prognozavimo tikslumą, palyginti su modeliais, kurie remiasi vien tik atskirų aktyvų charakteristikomis, ypač krizinių laikotarpių metu (pvz., 2001–2003 m. ir 2007–2009 m.), nes geriau užfiksuoja tinklo „užkrato“ efektus. Taip pat nustatyta, kad modelis tiksliau prognozuoja akcijų grąžų ženklą (t.y., grąžos bus teigiamos ar neigiamos) ilgesniame laikotarpyje (6 mėn.), lyginant su trumpuoju laikotarpiu (1 mėn.). Prognozavimo tikslumas papildomai didėja grupuojant įmones pagal dydį ir pramonės šakas, nes tai leidžia tiksliau apibrėžti tinklo ryšius ir atsižvelgti į sektorių specifiką. Apibendrinant, rezultatai patvirtina, kad tinklo struktūros integravimas į

prognozavimo modelius suteikia reikšmingą papildomą informaciją ir leidžia efektyviau modeliuoti sudėtingus finansų rinkų tarpusavio ryšius.

3 lentelė. Tinklų teorijos taikymo finansų sistemose literatūros apžvalgos santrauka

Autoriai (metai)	**Duomenys**	**Taikymo sritis**	**Tinklo konstravimas**	**Pagrindinės išvados**
Smerlak ir kt. (2015)	Simuliuoti tarpbankiniai duomenys	Sisteminis užkratas	Skolinimo įsipareigojimai tarp bankų	Retai sujungtuose tinkluose didelis ryšių skaičius silpnina sistemą, tankiai sujungtuose tinkluose – didina sistemos atsparumą
Choi ir Kim (2025)	ETF, 2006–2023 m.	Rinkos struktūra	Koreliaciniai tinklai	Mazgų centriškumas priklauso nuo sektoriaus ir nuo analizuojamo laikotarpio ilgio
Peralta ir Zareei (2016)	S&P 500, 2002–2012 m.	Portfelio formavimas	Koreliaciniai tinklai	Struktūrinė finansų rinkų ryšių informacija gali reikšmingai papildyti tradicines investavimo sprendimų strategijas
Huang ir kt. (2024)	S&P 500, 2006–2020 m.	Sisteminė rizika	Kointegracijos tinklai	Tinklo centriškumo rodikliai gali būti interpretuojami kaip ankstyvojo perspėjimo signalai apie finansų rinkų sukrėtimus
Sharma ir Ahmad (2025)	Indijos finansų institucijos, 2007–2024 m.	Sisteminė rizika	VAR tinklai	Tinklų junglumas didėja krizėse; sisteminės rizikos šokai turi ilgalaikį poveikį sistemos susietumui
Orlandini ir kt. (2025)	587 įmonės (EU, UK, US), 2015–2020 m.	Nepastovumo prognozė	VAR (elastic-net) pagrįstas Granger tinklas	Centriniai mazgai pasižymi didžiausia prognozavimo galia. perteklinių kintamųjų įtraukimas didina triukšmą ir gali lemti multikolinearumo problemas
Kim ir Sayama (2017)	S&P 500 (aukšto dažnio, 2016 m.)	Kainų pokyčių prognozė	Abipuse informacija grįsti tinklai	Tinklo junglumas reaguoja į rinkos pokyčius. Tinklo metrikos pagerina trumpalaikio prognozavimo tikslumą
Yu ir kt. (2026)	JAV akcijų rinka, 2000–2018 m.	Grąžų ženklo prognozė	Panašumo tinklai	Grafų neuroninių tinklų modeliai prognozuoja tiksliau už modelius, naudojančius tik atskirų aktyvų charakteristikas

Apibendrinant pateiktus tyrimus, galima išskirti kelias pagrindines tinklų teorijos taikymo finansuose kryptis: sisteminės rizikos ir užkrato analizę, portfelio formavimą bei finansinių rodiklių prognozavimą. Dauguma darbų patvirtina, kad finansų rinkos pasižymi sudėtinga, dinamiška ir nevienalyte struktūra, kurioje ryšiai tarp dalyvių nėra vienodi – nedidelė dalis mazgų (centriniai mazgai) atlieka disproporcingai svarbų vaidmenį tiek rizikos sklaidoje, tiek prognozavimo kontekste. Empiriniai rezultatai nuosekliai rodo, kad tinklo junglumas didėja finansinių sukrėtimų laikotarpiais, o centriškumo rodikliai gali būti interpretuojami kaip ankstyvieji sisteminės rizikos indikatoriai. Metodologiniu požiūriu matoma aiški raida nuo paprastesnių koreliaciniais ryšiais pagrįstų tinklų ir jų filtravimo metodų (pvz., MST) link sudėtingesnių dinaminių ir priežastinių modelių (pvz., VAR, Grangerio priežastingumas), o naujausi tyrimai integruoja tinklų teoriją su pažangiais mašininio mokymosi metodais, tokiais kaip grafų neuroniniai tinklai. Ši evoliucija leidžia ne tik tiksliau atskleisti finansinių ryšių struktūrą, bet ir efektyviau išnaudoti ją prognozavimo uždaviniuose. Svarbu pažymėti, kad tinklo informacijos įtraukimas į tradicinius finansinius modelius dažniausiai pagerina

jų veikimą – tiek prognozuojant nepastovumą ar grąžas, tiek optimizuojant portfelius. Vis dėlto rezultatai taip pat rodo, kad perteklinis tinklo kintamųjų įtraukimas gali sumažinti modelių tikslumą dėl triukšmo ir multikolinearumo, todėl itin svarbu identifikuoti reikšmingiausius tinklo elementus. Taigi, tinklinis požiūris suteikia vertingą papildomą dimensiją finansų analizėje, leidžiančią geriau suprasti rinkų tarpusavio sąveikas ir priimti labiau pagrįstus sprendimus tiek rizikos valdymo, tiek investavimo srityse.

1.5. Literatūros apibendrinimas

Kadangi pensijų fondų portfeliai įprastai sudaryti iš įvairių finansinių aktyvų, jų investiciniai rezultatai yra glaudžiai susiję su platesnės finansų sistemos dinamika. Tai reiškia, kad pensijų fondų grąžos gali būti veikiamos ne tik atskirų finansinių instrumentų pokyčių, bet ir sudėtingų tarpusavio ryšių tarp skirtingų rinkų. Tokiose sistemose finansiniai aktyvai ir institucijos gali būti laikomi tarpusavyje susijusiais elementais, tarp kurių vyksta informacijos ar rizikos perdavimas. Šių ryšių analizė tampa svarbi siekiant nustatyti, kurie finansiniai instrumentai ar rinkos turi didžiausią įtaką pensijų fondų rezultatams bei kaip šie ryšiai ir jų sukeliamas poveikis gali plisti per finansų sistemą.

Vienas iš metodologinių požiūrių, leidžiančių analizuoti tokius sudėtingus ryšius, yra tinklų teorijos taikymas finansų rinkų tyrimuose. Šiame požiūryje finansiniai aktyvai ar institucijos interpretuojami kaip tinklo mazgai, o tarp jų egzistuojantys ryšiai – kaip sąveikos ar rizikos perdavimo kanalai. Tinklų analizė leidžia ne tik identifikuoti reikšmingas sąsajas tarp skirtingų finansinių kintamųjų, bet ir įvertinti jų struktūrą, nustatyti svarbiausius sistemos elementus bei galimus rizikos plitimo kelius. Dėl šių priežasčių tinklų teorija vis dažniau taikoma finansų rinkų tyrimuose siekiant analizuoti rinkų tarpusavio priklausomybę ir sisteminės rizikos perdavimo mechanizmus.

Literatūros analizė rodo, kad tinklų teorijos metodų derinimas su statistiniais ir ekonometriniais modeliais leidžia analizuoti Lietuvos II pakopos pensijų fondų sąveiką su finansų rinkomis, identifikuoti reikšmingiausius tarpusavio ryšius bei nustatyti finansinius veiksnius, turinčius didžiausią įtaką fondų rezultatams. Vertinant pensijų fondų grąžų ryšius su išoriniais finansiniais instrumentais, gali būti sudaromi rizikos perdavimo tinklai, o iš tinklo struktūros ir metrikų išgaunami signalai gali būti naudojami finansinių grąžų prognozavimo tikslumui gerinti.

2. Duomenys ir tyrimo metodai

Siekiant įvertinti tinklų teorijos pritaikomumą pensijų fondų ir išorinių rinkų sąveikai analizuoti, tolesniuose skyriuose pristatomi tyrime naudojami duomenys, jų pasirinkimo pagrindimas bei gavyba. Toliau aprašomi darbe taikomi tinklų konstravimo metodai ir pagrindiniai tinklų struktūros analizės rodikliai, leidžiantys įvertinti ryšių stiprumą, kryptį ir jų dinamiką laike. Taip pat aptariami dinaminės tinklų analizės ir struktūrinių lūžių identifikavimo principai bei tinklų struktūra pagrįstų rinkos signalų integravimas į finansinių grąžų prognozavimo modelius. Greta teorinių metodų aspektų pateikiama praktinė jų realizacija R programavimo aplinkoje.

2.1. Duomenys ir jų gavyba

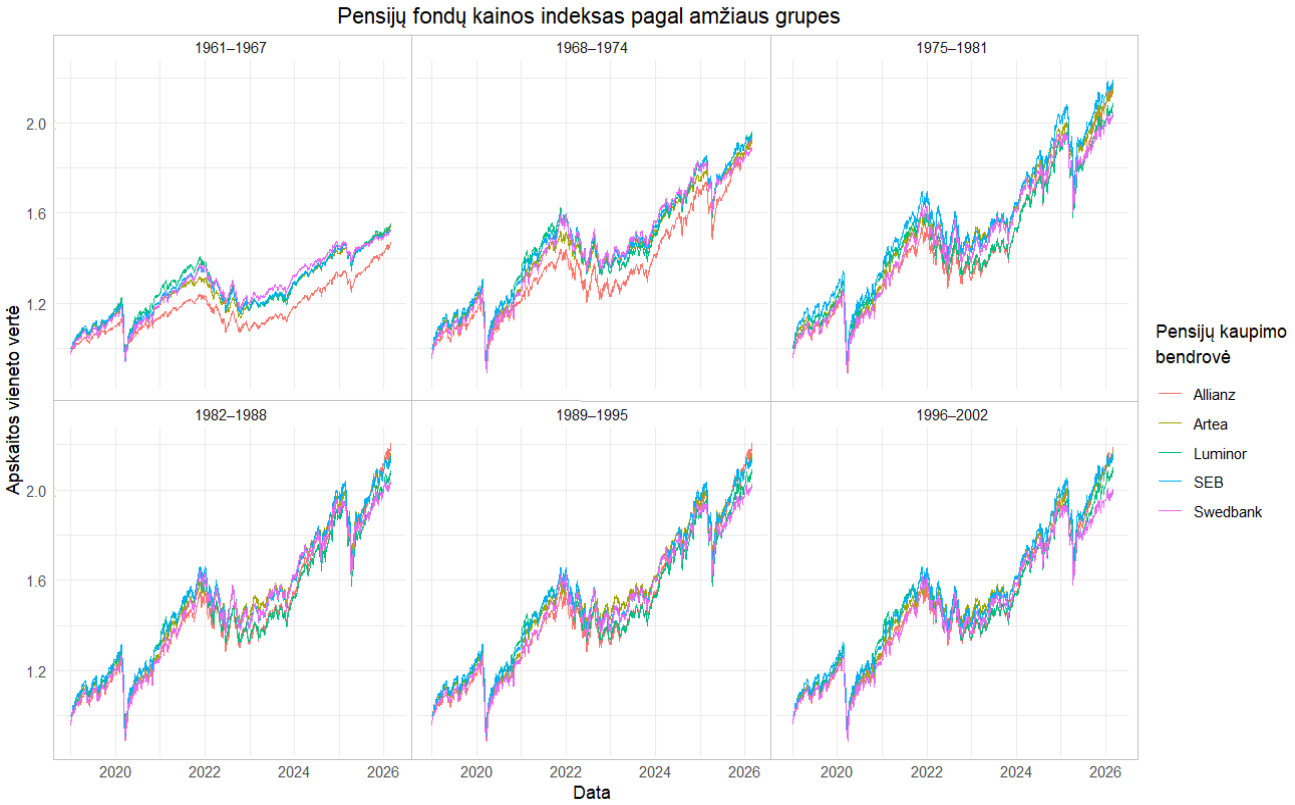
Šiuo metu Lietuvoje veikia šešios bendrovės, teikiančios II pakopos pensijų kaupimo paslaugas, ir kiekviena jų valdo po 7 gyvenimo ciklo strategiją įgyvendinančius fondus, skirtus skirtingoms tikslinėms amžiaus grupėms. Šių fondų vieneto verčių istoriniai duomenys yra viešai prieinami bendrovių internetinėse svetainėse. Siekiant užtikrinti kuo ilgesnį ir tarpusavyje palyginamą analizės laikotarpį, į tyrimą įtraukiami tik ilgiausiai veikiantys pensijų fondai, t. y. fondai, veikiantys nuo pirmųjų gyvenimo ciklo strategiją įgyvendinančių fondų įsteigimo pradžios. Remiantis 4 lentelėje (*Sudaryta autoriaus remiantis 2026 m. I ketv. „Lietuvos Banko“ ataskaita*. [78]) pateikta informacija, į analizę neįtraukiami UAB „Goindex“ valdomi fondai, taip pat 2003–2009 m. tikslinės amžiaus grupės fondai, kadangi jų veiklos laikotarpis yra trumpesnis, palyginti su kitais fondais. Atsižvelgiant į duomenų prieinamumą ir fondų veiklos trukmę, tyrimui pasirinktas laikotarpis nuo 2019 m. sausio 2 d. iki 2026 m. vasario 26 d., kuris leidžia užtikrinti pakankamą duomenų apimtį patikimai empirinei analizei.

4 lentelė. Lietuvoje veikiančių gyvenimo ciklo strategiją įgyvendinančių pensijų fondų gyvavimo laikotarpis

Amžiaus grupė	**Pensijų kaupimo bendrovės pavadinimas**					
	UAB „Luminor investicijų valdymas“	UAB „Artea Asset Management“	UAB „SEB investicijų valdymas“	UAB „Swedbank investicijų valdymas“	UAB „Allianz Lietuva gyvybės draudimas“	UAB „Goindex“
2003 – 2009	1 m. 3 mėn.	1 m. 3 mėn.	1 m. 3 mėn.	1 m. 3 mėn.	1 m. 3 mėn.	1 m. 3 mėn.
1996 – 2002	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	3 m. 8 mėn.
1989 – 1995	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	3 m. 8 mėn.
1982 – 1988	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	3 m. 8 mėn.
1975 – 1981	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	3 m. 8 mėn.
1968 – 1974	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	3 m. 8 mėn.
1961 – 1967	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	7 m. 3 mėn.	3 m. 8 mėn.

Analizuojami Lietuvos II pakopos pensijų fondų duomenys rodo nuoseklią ilgalaikę turto vertės augimo tendenciją visose tikslinėse amžiaus grupėse. Nors ir grafikuose (žr. 1 pav.) aiškiai matyti periodiniai nuosmukiai, sutampantys su pasauliniais finansų rinkų sukrėtimais (pvz., 2020 m. pandemijos laikotarpis ar 2022 m. rinkų korekcija [81]), tačiau šie kritimai yra laikini, o fondų vertė ilgainiui atsistato ir pasiekia naujus aukščiausius lygius. Skirtingų tikslinių grupių analizė patvirtina gyvenimo ciklo investavimo strategijos veikimą: jaunesnio amžiaus dalyviams skirti fondai pasižymi didesniais svyravimais, tačiau generuoja aukštesnę grąžą, tuo tarpu vyresnio amžiaus grupėms priskirti fondai yra stabilesni, bet jų augimo tempas mažesnis. Taip pat pastebima, kad skirtingų

valdymo įmonių (pvz., „Allianz“, „Artea“, „Luminor“, „SEB“, „Swedbank“) fondų rezultatai iš esmės yra panašūs ir juda sinchroniškai, kas leidžia daryti prielaidą, jog bendri rinkos veiksniai turi didesnę įtaką fondų grąžų dinamikai nei individualūs valdymo sprendimai. Vis dėlto vyresnio amžiaus grupėse išryškėja nuoseklus „Allianz“ valdomų fondų atsilikimas nuo kitų rinkos dalyvių, kuris gali būti siejamas su konservatyvesne investavimo strategija ar skirtinga turto alokacija.



1 pav. Lietuvos II pakopos pensijų fondų apskaitos vieneto verčių laike diagrama

Siekiant empiriškai įvertinti pensijų fondų sąsajas su išorinėmis rinkomis, tikslinga į tinklų analizę įtraukti išorinius instrumentus, į kuriuos šie fondai, nors ir netiesiogiai, investuoja. Kadangi didžioji pensijų fondų turto dalis yra investuojama į kolektyvinio investavimo subjektus (KIS) [12], remiantis 2022 m. „Lietuvos banko“ paskelbta kolektyvinio investavimo subjektų rinkos apžvalga [79] (naujesnėse ataskaitose tokie išsamūs duomenys nebepateikiami), atrinkti nuo 2019 m. iki šiol veikiantys aktyvai, į kuriuos KIS nukreipia didžiausią investicijų dalį:

- „INVL Baltijos fondas“ (nuo 2025 metų gegužės 5 d. pervadintas į „Artea Baltijos fondą“ [80]);
- „INVL besivystančios Europos obligacijų subfondas“ (nuo 2025 metų gegužės 5 d. pervadintas į „Artea Europos ir Baltijos obligacijų subfondą“);
- „Nextury Technology Fund“;
- „Synergy Global Momentum Fund“;
- „INVL besivystančių pasaulio rinkų obligacijų subfondas“ (nuo 2025 metų gegužės 5 d. pervadintas į „Artea Emerging Markets Ex-Dictatorship Bond subfund“);
- „Synergy Global Allocation Fund“;
- „Prudentis Global value fund“;
- „Synergy European Bond Fund“.

Kadangi vis daugiau fondų investuoja į Lietuvos ir Baltijos šalių finansinius instrumentus [15], į analizę taip pat įtraukti Baltijos rinkos indeksai, skirti atspindėti šio regiono akcijų rinkos dinamiką:

- „OMX Baltic Benchmark GI“;
- „OMX Riga GI“;
- „OMX Tallinn GI“;
- „OMX Vilnius GI“.

Tuo tarpu, siekiant diversifikuoti riziką, konservatyvesni pensijų fondai reikšmingą portfelio dalį nukreipia į skirtingų šalių vyriausybių obligacijas. Dėl šios priežasties į analizę įtraukti skirtingos trukmės (angl. *maturity*) ir skirtingų geografinių regionų (Euro zonos, Skandinavijos regiono, Jungtinės Karalystės ir JAV) obligacijų rinkas reprezentuojantys indeksai:

- „Thomson Reuters Germany 10 Years Government Benchmark“;
- „Thomson Reuters Austria 5 Years Government Benchmark“;
- „Thomson Reuters Eurozone 7 Years Government Benchmark“;
- „Thomson Reuters Denmark 10 Years Government Benchmark“;
- „Thomson Reuters UK 5 Years Government Benchmark“;
- „Thomson Reuters US 7 Years Government Benchmark“.

Kadangi rizikingesni pensijų fondai didesnę portfelio dalį nukreipia į skirtingų pasaulio šalių akcijas [13], į analizę įtraukti plačiai naudojami ir investuotojų pripažinti akcijų indeksai bei su indeksų kūrimu susiję rinkos dalyviai, atspindintys globalias ekonomines tendencijas:

- „S&P 500“ – vienas svarbiausių pasaulio akcijų indeksų, apimantis 500 didžiausių JAV įmonių ir laikomas reprezentatyviu JAV akcijų rinkos veiklos rodikliu;
- „EURO STOXX 50“ – indeksas, atspindintis 50 didžiausių euro zonos bendrovių rezultatus ir naudojamas kaip pagrindinis Europos akcijų rinkos lyginamasis veiklos rodiklis;
- „MSCI Inc.“ – pasaulinė finansinių paslaugų įmonė, kurios akcijos įtrauktos siekiant įvertinti indeksų sudarymo ir investicinių sprendimų infrastruktūrą teikiančių bendrovių dinamiką;
- „NASDAQ Composite“ – rinkos kapitalizacijos svertinis indeksas, apimantis visas „Nasdaq“ biržoje kotiruojamas akcijas ir dažnai siejamas su technologijų sektoriaus tendencijomis.

Siekiant užtikrinti platesnį makroekonominį kontekstą ir geriau suprasti, kaip globalūs ekonominiai procesai gali paveikti Lietuvos pensijų fondų veiklos rezultatus, į analizę papildomai įtraukti skirtingus pasaulio ekonomikos sektorius ir turto klases reprezentuojantys aktyvai. Šie instrumentai pasirinkti dėl jų jautrumo skirtingiems makroekonominiams veiksniams, tokiems kaip infliacija, palūkanų normų pokyčiai, žaliavų kainų svyravimai ar ekonominio ciklo fazės:

- „Franklin Gold and Precious Metals“ – investicinis fondas, orientuotas į aukso ir kitų tauriųjų metalų sektorių, kurio tikslas – ne mažiau kaip 80 % turto investuoti į su tauriųjų metalų gavyba ir prekyba susijusių bendrovių vertybinius popierius; šis fondas dažnai laikomas apsidraudimo nuo infliacijos priemone;
- „iShares Global Utilities ETF“ – fondas, investuojantis į pasaulines komunalinių paslaugų įmones (elektros, vandens, dujų tiekėjus), kurios paprastai pasižymi stabilesniais pinigų srautais ir mažesniu jautrumu ekonominio ciklo svyravimams;

- „United States Oil Fund“ – fondas, siekiantis atspindėti žaliavinės naftos kainų pokyčius, todėl jo vertė glaudžiai susijusi su energetikos žaliavų rinkos dinamika;
- „Energy Select Sector SPDR ETF“ – fondas, apimantis JAV energetikos sektoriaus bendroves ir leidžiantis įvertinti šio sektoriaus reakciją į naftos kainų bei geopolitinių veiksnių pokyčius;
- „Health Care Select Sector SPDR ETF“ – fondas, investuojantis į JAV sveikatos apsaugos sektoriaus įmones, veikiančias farmacijos, biotechnologijų, medicinos įrangos, sveikatos draudimo ir sveikatos paslaugų srityse;
- „Consumer Staples Select Sector SPDR ETF“ – fondas, apimantis būtiniausių vartojimo prekių sektoriaus bendroves, kurių veiklos rezultatai paprastai yra mažiau jautrūs ekonominiams svyravimams.

Reikšminga dalis išorinių aktyvų investicijų yra denominuota užsienio valiutomis, todėl jų grąžą veikia ne tik pagrindinių turto klasių (akcijų ar obligacijų) kainų pokyčiai, bet ir valiutų kursų svyravimai. Dėl šios priežasties į analizę įtrauksime pagrindinių valiutų indeksus, kurie atspindi atitinkamai euro ir JAV dolerio vertės pokyčius kitų pagrindinių valiutų atžvilgiu.

Atrinktas platus finansinių instrumentų rinkinys leidžia kompleksiškai įvertinti Lietuvos II pakopos pensijų fondų sąsajas su globaliomis rinkomis ir makroekonomine aplinka. Instrumentai parinkti atsižvelgiant į tipines pensijų fondų investavimo kryptis, siekiant užtikrinti, kad analizuojami ryšiai atspindėtų realią fondų ekspoziciją skirtingoms turto klasėms. Analizuojami duomenys surinkti iš skirtingų viešai prieinamų šaltinių (žr. 1 priedą), o darbe naudojamos finansinių instrumentų santrumpos ir jų suskirstymas pagal kategorijas (t.y., turto klases) pateikti 2 priede.

Duomenų paruošimas atliktas keliais etapais. Pirma, visų finansinių instrumentų laiko eilutės sujungtos pagal datą. Antra, siekiant išvengti dirbtinių laiko neatitikimų, iš analizės pašalintos dienos, kuriomis dalis rinkų buvo uždarytos (pvz., dėl nacionalinių švenčių), kadangi tokie neatitikimai galėtų iškreipti tarpusavio ryšių įverčius. Tais atvejais, kai pavieniai stebėjimai buvo praleisti tik vienam iš aktyvų, trūkstamos reikšmės užpildomos ankstesnės dienos reikšmėmis. Tokiu būdu buvo sudarytas praleistų reikšmių neturintis dieninių laiko eilučių duomenų rinkinys, apimantis 30 Lietuvos II pakopos pensijų fondų ir 30 išorinių finansinių instrumentų. Kiekvienam kintamajam turima po 1745 stebėjimus, apimančius laikotarpį nuo 2019 m. sausio 2 d. iki 2026 m. vasario 26 d. Galiausiai, visų finansinių instrumentų dieninės reikšmės perskaičiuotos į logaritmines grąžas, kurios nusako santykinį finansinio aktyvo vertės pokytį tarp dviejų laikotarpių, išreikštą natūrinio logaritmo forma. Grąžų naudojimas finansinių laiko eilučių analizėje yra standartinis sprendimas, nes jos pašalina kainų lygių skirtumus tarp instrumentų ir sumažina trendų ar sezoniškumų įtaką. Tai yra ypač svarbu šiame tyrime, kadangi taikomi metodai (pvz., koreliaciniai ir tinklų modeliai) remiasi prielaida, jog analizuojami ryšiai yra stabilūs laiko atžvilgiu ir nėra iškraipyti bendrų augimo tendencijų. Logaritminės grąžos apskaičiuotos pagal (1) formulę:

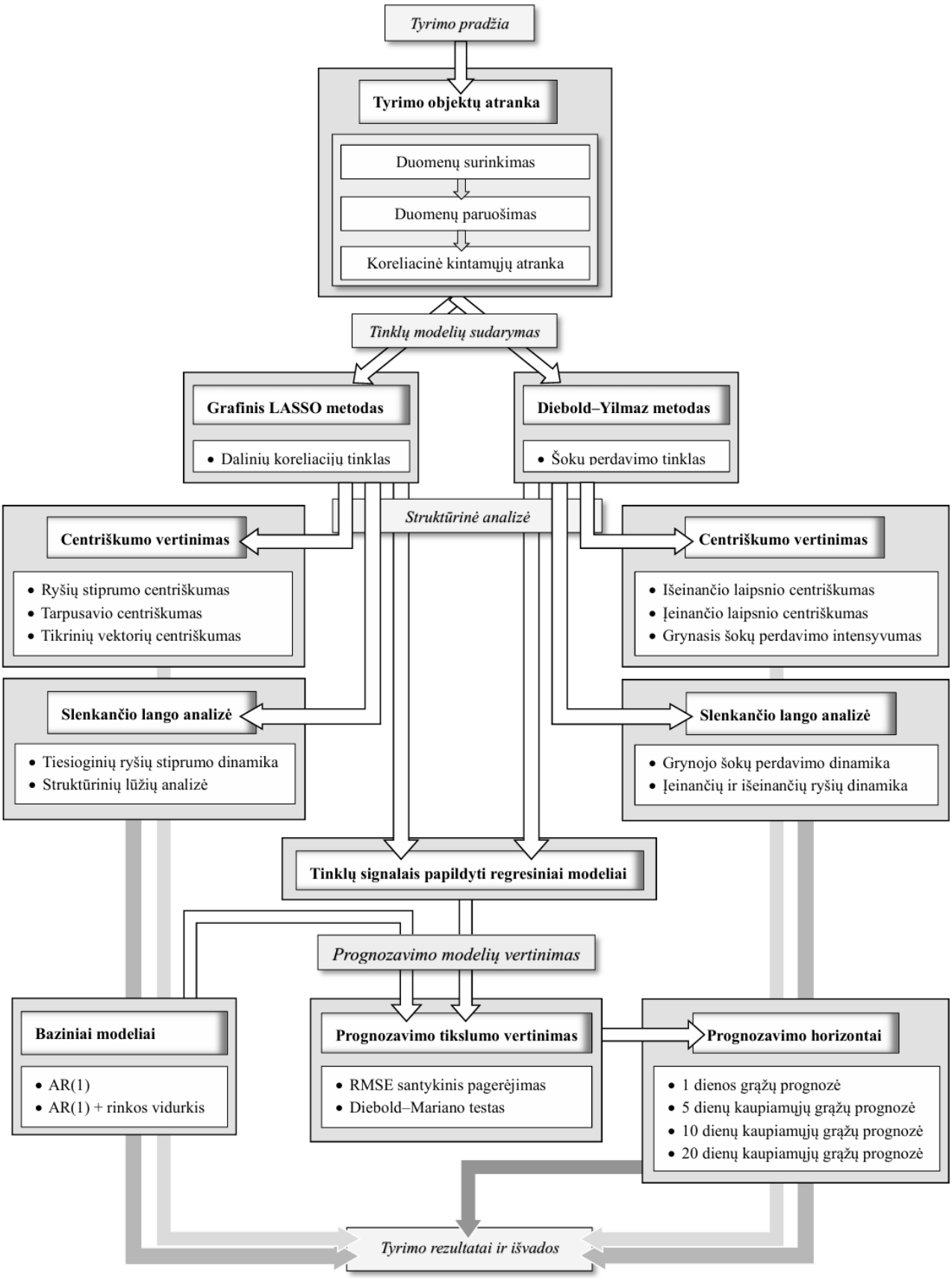
$$r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right), \qquad (1)$$

čia p_t – investicijos vertė laiko momentu t.

2.2. Tyrimo schema

Siekiant užtikrinti nuoseklią tyrimo eigą, šiame skyriuje pateikiama tyrimo schema, apibendrinanti pagrindinius darbo etapus, taikomus metodus bei jų tarpusavio sąsajas. Tyrimas pradedamas tyrimo

objektų atranka ir duomenų paruošimu, po to formuojami finansinių ryšių tinklai taikant grafinį LASSO ir Diebold–Yilmaz metodus. Toliau atliekama tinklų struktūrinė bei dinaminė analizė, vertinami centriškumo rodikliai ir ryšių pokyčiai laike. Galiausiai, remiantis gautais tinklų signalais, sudaromi prognozavimo modeliai ir atliekamas jų tikslumo vertinimas skirtingiems prognozavimo horizontams. Tyrimo eiga pateikiama 2 paveiksle.



2 pav. Tyrimo schema

2.3. Tinklų teorijos metodai

Tyrime pensijų fondų ir išorinių rinkų tarpusavio priklausomybė analizuojama taikant kelis tarpusavyje papildančius tinklų analizės metodus. Pirmiausia naudojamas koreliacinių tinklų metodas pirminiam ryšių identifikavimui ir kintamųjų atrankai, vėliau taikomas grafinis LASSO metodas tiesioginių priklausomybių struktūrai nustatyti, o galiausiai Diebold–Yilmaz metodas leidžia įvertinti kryptinį finansinių šokų perdavimą bei sisteminės rizikos sąveikas tarp tinklo dalyvių. Šiame skyriuje aprašoma tinklų konstravimo metodologija, pagrindiniai tinklų analizės matai bei jų interpretavimo principai. Taip pat aptariami praktiniai metodų realizavimo aspektai R programavimo aplinkoje.

2.3.1. Koreliacinių tinklų metodas

Vienas pagrindinių tinklų teorijos taikymo būdų finansų rinkų analizėje yra koreliacinių tinklų konstravimas [32, 49]. Koreliaciniai tinklai leidžia vizualizuoti ir kiekybiškai įvertinti finansinių instrumentų tarpusavio sąveiką, identifikuoti glaudžiai susijusių aktyvų grupes bei išskirti struktūriškai svarbiausius rinkos segmentus. Darbe šie tinklai naudojami pirminei duomenų analizei, siekiant sumažinti kintamųjų perteklių ir nustatyti stipriausius rinkos ryšius.

Koreliacinio tinklo sudarymas pradedamas tarp visų aktyvų porų apskaičiuojant koreliacijos koeficientus. Tyrime taikyta Spirmeno ranginė koreliacija, kuri yra mažiau jautri ekstremalioms reikšmėms ir nereikalauja griežtos normalumo prielaidos [82]. Spirmeno koreliacijos koeficientas ρ_s apskaičiuojamas pagal (2) formulę:

$$\rho_s = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n^3 - n}, \qquad (2)$$

čia d_i žymi rangų skirtumus tarp dviejų kintamųjų stebėjimų, o n – stebėjimų skaičių.

Apskaičiavus koreliacijų matricą, sudaroma svorinė gretimumo matrica A_{ij}, kurioje išlaikomi tik pakankamai stiprūs ryšiai:

$$A_{ij} = \begin{cases} \rho_{ij}, & |\rho_{ij}| \geq c \\ 0, & |\rho_{ij}| < c \end{cases}, \qquad (3)$$

čia c – pasirinktas koreliacijos slenkstis. Toks filtravimas leidžia eliminuoti silpnus ir atsitiktinius ryšius, išryškinant svarbiausias struktūrines sąsajas tarp finansinių instrumentų.

Be to, koreliacinė analizė gali būti naudojama ir duomenų aukštos dimensijos mažinimui. Vis dėlto, siekiant išvengti perteklinių ryšių dominavimo tinklo struktūroje, nerekomenduojama filtruoti stiprių koreliacinių ryšių. Tikslingiau pašalinti vieną iš stipriai tarpusavyje koreliuojančių aktyvų, taip sumažinant informacijos dubliavimąsi bei perteklinį tarpusavio priklausomybių efektą.

Tinklo grupavimui dažnai taikomas Louvain bendruomenių aptikimo algoritmas (angl. *Louvain community detection*), kuris identifikuoja glaudžiai tarpusavyje susijusių mazgų grupes optimizuodamas tinklo bendruomenių išskyrimo kokybės (angl. *modularity*) funkciją [83]. Ši funkcija apibrėžiama taip:

$$Q = \frac{1}{2m}\sum_{ij}\left(A_{ij} - \frac{k_i k_j}{2m}\right)\delta(c_i, c_j), \qquad (4)$$

čia A_{ij} – ryšio svoris tarp mazgų i ir j, k_i ir k_j – mazgų laipsniai, m – bendras tinklo ryšių svoris, o $\delta(c_i, c_j)$ lygu 1, jei mazgai priklauso tai pačiai bendruomenei, ir 0 priešingu atveju. Kuo didesnė funkcijos Q reikšmė, tuo aiškiau tinkle išsiskiria tarpusavyje glaudžiai susijusios bendruomenės.

Koreliacinių tinklų realizacijai šiame tyrime naudota R programavimo kalba. Spirmeno koreliacijų matrica buvo apskaičiuota naudojant bazinio R paketo „stats“ funkciją „cor()“, tinklo konstravimui taikytas paketo „igraph“ metodas „graph_from_adjacency_matrix()“, o bendruomenių identifikavimui – to paties paketo funkcija „cluster_louvain()“. Pastaroji funkcija automatiškai optimizuoja bendruomenių struktūros įvertinimo funkciją Q, todėl tinklo suskirstymas į bendruomenes atliekamas algoritmo vykdymo metu.

2.3.2. Grafinis LASSO metodas

Grafinis LASSO (toliau – GLASSO) – statistinis metodas retų (angl. *sparse*) tinklų konstravimui, kai siekiama identifikuoti reikšmingiausius tiesioginius ryšius tarp daugelio kintamųjų [51]. Finansų rinkų kontekste šis metodas ypač aktualus dėl didelio aktyvų tarpusavio priklausomybių kiekio bei poreikio eliminuoti nereikšmingus ar triukšmingus ryšius. Skirtingai nei koreliacijų tinklai, kurie atspindi bendrą dviejų kintamųjų tarpusavio sąsają, neatsižvelgiant į kitų kintamųjų įtaką, GLASSO metodas leidžia nustatyti sąlygines priklausomybes tarp aktyvų, t. y. identifikuoti ryšius, kurie išlieka kontroliuojant visų kitų tinklo kintamųjų įtaką.

Šis tinklų sudarymo metodas remiasi daugiamačio normaliojo skirstinio prielaida bei tikslumo matricos (angl. *precision matrix*) įvertinimu. Siekiant užtikrinti, kad visi tinklo kintamieji būtų palyginami ir nė vienas kintamasis nedominuotų dėl skirtingo mastelio poveikio, prieš apskaičiuojant kovariacijų matricą finansinių aktyvų grąžos yra standartizuojamos. Tuomet apibrėžiama tikslumo matrica, leidžianti nustatyti sąlyginius ryšius tarp kintamųjų.

Jei Σ žymi kovariacijų matricą, tuomet tikslumo matrica Θ apibrėžiama kaip kovariacijų matricos inversija:

$$\Theta = \Sigma^{-1}. \qquad (5)$$

Vis dėlto finansų rinkų duomenims būdinga tanki tarpusavio priklausomybių struktūra, todėl kovariacijų matricoje dažnai atsiranda daug statistiškai nereikšmingų arba atsitiktinių ryšių, kurie ne visuomet atspindi realią ekonominę sąveiką. Dėl šios priežasties kovariacijų matrica tampa „triukšminga“, o dauguma ryšių išlieka nenuliniai. Tokiu atveju tinklas tampa labai tankus ir sunkiai interpretuojamas. Dėl šios priežasties GLASSO metode taikoma reguliavimo procedūra, leidžianti eliminuoti nereikšmingus ryšius ir išryškinti svarbiausias struktūrines priklausomybes.

Grafinis LASSO metodas optimizuoja baudos dedamąja papildytą maksimalaus logaritminio tikėtinumo funkciją (angl. *penalized log-likelihood function*):

$$\widehat{\Theta} = \arg\max_{\Theta>0}(\log\det(\Theta) - tr(S\Theta) - \lambda\|\Theta\|_1), \qquad (6)$$

čia S – iš stebimų duomenų apskaičiuotas empirinis kovariacijų matricos Σ įvertis, $\Theta \succ 0$ – teigiamai apibrėžta tikslumo matrica, kurios visos tikrinės reikšmės yra teigiamos, λ – reguliavimo parametras, $\|\Theta\|_1$ – L1 normos baudos dedamoji (angl. *penalty*), kuri lygi visų tikslumo matricos Θ elementų absoliučių reikšmių sumai.

Pritaikius L1 reguliarizavimą, nereikšmingų ryšių svoriai sumažinami iki nulio, todėl suformuojamas retas tinklas, kuriame išlieka tik stipriausi statistiškai reikšmingi ryšiai. Dėl šios priežasties metodas ypač tinkamas aukštos dimensijos finansiniams duomenims analizuoti. Reguliarizacijos parametras λ kontroliuoja L1 baudos dedamosios stiprumą, ieškodamas kompromiso tarp modelio tikslumo ir tinklo sudėtingumo. Didėjant parametro reikšmei, daugiau tikslumo matricos elementų tampa lygūs nuliui, todėl suformuojamas retesnis ir lengviau interpretuojamas tinklas. Tuo tarpu mažos parametro reikšmės lemia tankesnius tinklus, kurie gali būti jautresni triukšmui ir sunkiau interpretuojami. Optimali reguliarizacijos parametro reikšmė gali būti parenkama įvairiais metodais, tokiais kaip kryžminė validacija, logaritminės tikėtinumo funkcijos maksimizavimas ar informacijos kriterijai (pvz., AIC, BIC ar EBIC).

Įvertinus optimalią tikslumo matricą Θ, apskaičiuojamos dalinės koreliacijos ρ_{ij}:

$$\rho_{ij} = -\frac{\theta_{ij}}{\sqrt{\theta_{ii}\theta_{jj}}}, \qquad (7)$$

čia θ_{ij} – tikslumo matricos Θ elementas, atitinkantis ryšį tarp i-ojo ir j-ojo aktyvų.

Dalinių koreliacijų tinklas leidžia interpretuoti tiesioginius ryšius tarp aktyvų, nes kiekviena dalinė koreliacija parodo dviejų kintamųjų tarpusavio priklausomybę, eliminuojant visų kitų tinklo kintamųjų sąveiką. Tokiu būdu galima identifikuoti, kurie finansiniai instrumentai yra labiausiai susiję tarpusavyje. Tiesioginėmis briaunomis sujungtos tinklo viršūnės darbe interpretuojamos kaip „kaimynai“, rodantys tiesioginę priklausomybę tarp atitinkamų finansinių instrumentų.

Šiame tyrime GLASSO tinklai buvo sudaryti naudojant R programavimo kalbos paketą „glasso“, kuris leidžia efektyviai įvertinti retas tikslumo matricas bei apskaičiuoti dalinių koreliacijų tinklus. Praktinėje metodo realizacijoje reguliarizacijos parametras λ įgyvendinamas kaip parametro „rho“ reikšmė. Sudarant tinklus pirmiausia iš standartizuotų finansinių grąžų buvo apskaičiuojama kovariacijų matrica, o vėliau, parinkus atitinkamą reguliarizacijos parametrą, įvertinama optimali tikslumo matrica bei dalinių koreliacijų tinklas.

Tyrime grafinis LASSO metodas taikomas tiek statinių, tiek dinaminių tinklų konstravimui. Statiniuose tinkluose analizuojama bendra pensijų fondų priklausomybės struktūra visame tiriamajame laikotarpyje, o dinaminiuose tinkluose naudojami slenkantys laiko langai (angl. *rolling window*), leidžiantys stebėti ryšių kaitą laike.

Siekiant įvertinti kiekvieno pensijų fondo svarbą tinkle, apskaičiuojami pagrindiniai tinklo centriškumo matai: ryšių stiprumo centriškumas (angl. *strength centrality*), tarpusavio centriškumas (angl. *betweenness centrality*) bei tikrinių vektorių centriškumas (angl. *eigenvector centrality*). Šie rodikliai leidžia identifikuoti svarbiausius tinklo mazgus, jų sisteminę reikšmę bei vaidmenį finansinių ryšių struktūroje. Vertinant centriškumą, naudojamos absoliučios ryšių reikšmės, kadangi dalinės koreliacijos gali būti tiek teigiamos, tiek neigiamos. Tokiu būdu vertinamas tik ryšio stiprumas, neatsižvelgiant į jo ženklą, todėl šie ryšiai laikomi vienodai svarbiais mazgo pozicijai tinkle.

Ryšių stiprumo centriškumas apibrėžia bendrą mazgo ryšių intensyvumą ir apskaičiuojamas kaip visų su mazgu susijusių ryšių svorių suma:

$$S_i = \sum_{j=1}^{N} |\omega_{ij}|, \qquad (8)$$

čia S_i – i-ojo mazgo ryšių stiprumas, ω_{ij} – ryšio tarp mazgų i ir j svoris, N – bendras tinklo mazgų skaičius.

Tarpusavio centriškumas parodo, kiek dažnai mazgas patenka į trumpiausius kelius tarp kitų tinklo mazgų:

$$BC_i = \sum_{S \neq i \neq t} \frac{\sigma_{st}(i)}{\sigma_{st}}, \qquad (9)$$

čia σ_{st} – trumpiausių kelių tarp mazgų s ir t skaičius, $\sigma_{st}(i)$ – trumpiausių kelių, einančių per mazgą i, skaičius.

Tikrinių vektorių centriškumas parodo, kiek mazgas yra „svarbus“ tinkle, atsižvelgiant ne tik į jo ryšių kiekį ar stiprumą, bet ir į tai, su kokiais mazgais jis yra susijęs. Kitaip tariant, mazgas laikomas svarbiu tuomet, kai jis susietas su kitais svarbiais mazgais. Matematiškai centriškumo vektorius x apibrėžiamas kaip gretimumo matricos A tikrinis vektorius, kuris apskaičiuojamas sprendžiant lygtį:

$$Ax = \mu x, \qquad (10)$$

čia A – tinklo gretimumo matrica, x – tikrinių vektorių centriškumo vektorius, μ – didžiausia gretimumo matricos tikrinė reikšmė. Klasikinė šio centriškumo interpretacija remiasi neneigiama gretimumo matrica, todėl praktikoje dažnai naudojamos absoliučios ryšių reikšmės arba tik teigiami tinklo svoriai.

Taigi, dalinių koreliacijų tinklas leidžia identifikuoti tiesiogines pensijų fondų sąsajas su išorinėmis finansų rinkomis, eliminuojant netiesioginę kitų aktyvų įtaką. Tokia analizė suteikia gilesnį supratimą apie finansinių sistemų tarpusavio priklausomybes bei leidžia geriau įvertinti diversifikacijos galimybes pensijų fondų portfeliuose.

2.3.3. Diebold–Yilmaz metodas

Diebold–Yilmaz metodas – tai finansinių šokų perdavimo (angl. *spillover*) analizės metodas, leidžiantis įvertinti sisteminę riziką bei tarpusavio priklausomybę tarp finansų rinkų dalyvių. Šis metodas leidžia pereiti nuo statinės tarpusavio priklausomybės analizės prie dinaminės ir kryptinės sąveikos vertinimo, identifikuojant ne tik ryšio stiprumą, bet ir šokų perdavimo kryptį ir intensyvumą tarp finansinių instrumentų [41].

Diebold–Yilmaz tinklų sudarymas grindžiamas vektorinės autoregresijos (VAR) modeliu bei prognozės paklaidų dispersijos dekompozicija. Tarkime, X_t žymi N-matį laiko eilučių vektorių. VAR(p) modelis gali būti užrašomas taip:

$$X_t = \sum_{i=1}^{p} B_i X_{t-i} + \varepsilon_t, \qquad (11)$$

čia B_i – autoregresinių koeficientų matricos, p – vėlinimų (angl. *lags*) skaičius, ε_t – atsitiktinių paklaidų vektorius. Vėlavimų skaičius p dažniausiai parenkamas remiantis informaciniais kriterijais (AIC, BIC).

Kadangi finansinių tinklų analizėje dažnai nagrinėjamas didelis tarpusavyje susijusių kintamųjų skaičius, klasikinis VAR modelis gali susidurti su parametrų pertekliaus bei daugiamatiškumo

problemomis. Dėl šios priežasties taikomas reguliarizuotas VAR modelis su LASSO (angl. *Least Absolute Shrinkage and Selection Operator*) baudos dedamąja, leidžiantis sumažinti nereikšmingų parametrų įtaką ir suformuoti retesnę bei lengviau interpretuojamą tinklo struktūrą. Tokiu atveju modelio parametrų įvertinimas sprendžiamas minimizuojant baudos dedamąja papildytą nuostolių funkciją:

$$\hat{\beta} = \arg\min_{\beta} \left\{ \sum_{t=1}^{T} \left\| X_t - \sum_{i=1}^{p} B_i X_{t-i} \right\|^2 + \lambda \sum_j |\beta_j| \right\}, \qquad (12)$$

čia β_i – atskiri VAR modelio parametrai, λ – L1 reguliarizacijos parametras, kontroliuojantis baudavimo stiprumą. Didėjant λ reikšmei, daugiau koeficientų sumažinama iki nulio, todėl gaunama retesnė ir lengviau interpretuojama finansinio tinklo struktūra. Šiame tyrime pasirinktas LASSO modelis yra tinkamesnis nei „Ridge“, nes jis ne tik sumažina parametrų dydžius, bet ir eliminuoja nereikšmingus ryšius, leidžiant aiškiau identifikuoti svarbiausius finansinių šokų perdavimo kanalus tarp aktyvų.

Remiantis standartiniu arba reguliarizuotu VAR modeliu, apskaičiuojama apibendrinta prognozės paklaidų dispersijos dekompozicija (angl. *Generalized Forecast Error Variance Decomposition*, GFEVD), kuri leidžia nustatyti, kokią kiekvieno kintamojo prognozės paklaidos dispersijos dalį paaiškina kitų tinklo dalyvių šokai [84]. Šiame kontekste šokai suprantami kaip netikėti atitinkamų finansinių instrumentų grąžų pokyčiai. GFEVD užrašoma taip:

$$\theta_{ij}^{(H)} = \frac{\sigma_{jj}^{-1} \sum_{h=0}^{H-1} \left(e_i' \Phi_h \Sigma e_j \right)^2}{\sum_{h=0}^{H-1} \left(e_i \Phi_h \Sigma \Phi_h' e_j \right)}, \qquad (13)$$

čia $\theta_{ij}^{(H)}$ – H laikotarpių prognozės paklaidos dispersijos dalis, kurią kintamajam i paaiškina kintamojo j šokai, Φ_h – VAR modelio slankiojo vidurkio (angl. *moving average*) koeficientų matrica h-ajam laikotarpiui, Σ – paklaidų kovariacijų matrica, σ_{jj} – j-asis matricos Σ įstrižainės elementas, e_j – atrankos vektorius, kurio j-asis elementas lygus vienetui, o visi kiti elementai lygūs nuliui, e_j' – transponuotas atrankos vektorius. Tokiu būdu gaunama kryptinė tarpusavio priklausomybių matrica, kuri gali būti interpretuojama kaip finansinių šokų perdavimo tinklas.

Diebold–Yilmaz tinklų realizacijai šiame tyrime naudota R programavimo kalba bei paketas „ConnectednessApproach“, skirtas finansinių šokų perdavimo ir sisteminės rizikos analizei. Tinklų skaičiavimui taikyta funkcija „ConnectednessApproach()“, leidžianti įvertinti tiek standartinius VAR, tiek reguliarizuotus LASSO–VAR modelius bei apskaičiuoti prognozės paklaidų dispersijos dekompozicijos pagrindu sudarytas tarpusavio priklausomybių matricas. Tyrime naudotas reguliarizuotas LASSO–VAR modelis (model = "LASSO"), kuriame reguliarizacijos parametras λ parenkamas automatiškai optimizavimo procedūros metu. Prieš modelio vertinimą finansinių grąžų duomenys standartizuojami, siekiant pašalinti skirtingų aktyvų mastelio poveikį ir užtikrinti rezultatų palyginamumą. Modelio specifikacijoje taip pat nurodomi parametrai „nlag“ ir „nfore“. Vėlinimų skaičius „nlag“ apibrėžia, kiek ankstesnių laikotarpių reikšmių naudojama dabartiniams ryšiams modeliuoti, o „nfore“ nusako prognozės horizontą, kuriam apskaičiuojama prognozės paklaidų dispersijos dekompozicija.

Siekiant įvertinti finansinių šokų perdavimo intensyvumą tarp tinklo dalyvių bei identifikuoti pagrindinius rizikos perdavimo kanalus, Diebold–Yilmaz metodas leidžia apskaičiuoti kryptinius tinklo centriškumo matus. Svarbiausi kryptiniai tinklo centriškumo matai yra išeinančio laipsnio

(angl. *out-degree*), įeinančio laipsnio (angl. *in-degree*) centriškumai bei grynasis šokų perdavimo intensyvumas (angl. *net connectedness*).

Išeinančio laipsnio centriškumas apskaičiuojamas taip:

$$C_i^{out} = \sum_{j \neq i} \theta_{ij}, \qquad (14)$$

čia θ_{ji} – normalizuotas GFEVD rodiklis, nusakantis i-ojo kintamojo šokų indėlį į j-ojo kintamojo prognozės paklaidų dispersiją, C_i^{out} nusako, kiek stipriai kintamasis i perduoda šokus kitiems tinklo dalyviams.

Įeinančio laipsnio centriškumas apskaičiuojamas:

$$C_i^{in} = \sum_{j \neq i} \theta_{ji}, \qquad (15)$$

čia C_i^{in} parodo, kiek kintamojo i svyravimus paaiškina kitų tinklo dalyvių šokai.

Grynasis šokų perdavimo intensyvumas apibrėžiamas kaip skirtumas tarp perduodamų ir gaunamų šokų:

$$C_i^{net} = C_i^{out} - C_i^{in}. \qquad (16)$$

Jeigu $C_i^{net} > 0$, finansinis instrumentas laikomas grynuoju rizikos siuntėju, nes jo siunčiami šokai kitiems tinklo dalyviams viršija iš išorės rinkų gaunamų šokų kiekį. Tuo tarpu neigiama reikšmė rodo, kad instrumentas yra grynasis rizikos gavėjas. Finansinių tinklų kontekste „rizikos siuntėjais“ laikomi tie finansiniai instrumentai, kurių šokai pirmiau atspindi rinkos pokyčius, lyginant su kitais tinklo dalyviais, o „rizikos gavėjais“ – instrumentai, kurių prognozės paklaidų dispersiją labiausiai paaiškina kitų aktyvų šokai.

Šiame tyrime Diebold–Yilmaz metodas taikomas tiek statinių, tiek dinaminių tinklų konstravimui. Dinaminėje analizėje naudojami slenkantys laiko langai, leidžiantys stebėti rizikos perdavimo efektų pokyčius laike. Tokia analizė suteikia galimybę identifikuoti laikotarpius, kai finansų sistema tampa labiau integruota, o rizikos perdavimo mechanizmai sustiprėja.

2.4. Struktūrinių lūžių detekcija

Finansinių tinklų struktūra laikui bėgant nėra pastovi, todėl vertinant pensijų fondų ir išorinių rinkų tarpusavio priklausomybes svarbu identifikuoti momentus, kai reikšmingai pasikeičia tinklo charakteristikos. Tokie pokyčiai gali signalizuoti išorinės rinkos režimų kaitą ar investavimo strategijų pokyčius. Dėl šios priežasties tyrime taikoma struktūrinių lūžių detekcijos (angl. *changepoint detection*) analizė, leidžianti objektyviai nustatyti laikotarpius, kuriuose pasikeičia finansinio tinklo statistinės savybės.

Struktūrinių lūžių nustatymui taikytas PELT algoritmas (angl. *Pruned Exact Linear Time*), kuris plačiai naudojamas laiko eilučių segmentavimo uždaviniuose dėl savo skaičiavimo efektyvumo ir gebėjimo tiksliai identifikuoti kelis struktūrinius pokyčius ilguose stebėjimų laikotarpiuose [85]. Algoritmas siekia padalyti laiko eilutę į homogeniškus segmentus, minimizuodamas bendrą nuostolių funkciją:

$$\min\left\{\sum_{k=0}^{m}\left[C\left(y_{(\tau_k+1:\tau_{k+1})}\right)\right] + \beta_m\right\}, \qquad (17)$$

čia $C(\cdot)$ žymi segmento nuostolių funkciją, m – nustatytų lūžių skaičius, τ_k – lūžių taškai, o β – baudavimo parametras, kontroliuojantis kompromisą tarp modelio sudėtingumo ir lūžių skaičiaus. Tyrime naudota vidurkio ir variacijos pokyčiams jautri nuostolių funkcija, leidžianti identifikuoti laikotarpius, kuriuose reikšmingai keičiasi tinklo ryšių intensyvumas.

Praktinei realizacijai naudotas R programavimo kalbos paketas „changepoint“. Struktūrinių lūžių identifikavimui taikyta funkcija „cpt.meanvar()“, leidžianti vienu metu aptikti tiek vidurkio, tiek dispersijos pokyčius tinklo stiprumo centriškumo laiko eilutėje. Algoritmo rezultatas pateikia struktūrinių lūžių datas bei segmentuotą laiko eilutės aproksimaciją, kuri interpretuojama kaip skirtingi finansinio tinklo režimai.

2.5. Tinklų struktūra paremti prognozavimo modeliai

Finansinių tinklų analizė leidžia ne tik aprašyti tarpusavyje susijusių finansinių aktyvų struktūrą bei jų sąveikos stiprumą, bet ir išgauti papildomą informaciją, kuri gali būti panaudota finansinių grąžų prognozavimui. Finansinių tinklų struktūra pagrįsti rinkos signalai (angl. *network-based factors*) konstruojami remiantis aktyvų tarpusavio priklausomybių struktūra, identifikuojant reikšmingiausius ryšius tarp finansinių instrumentų, jų poziciją tinkle bei šokų perdavimo kryptis. Tokie signalai leidžia į prognozavimo modelius įtraukti ne tik individualių aktyvų istorinių grąžų informaciją, bet ir platesnį rinkos sąveikų kontekstą. Kitaip tariant, tinklo metodai suteikia galimybę modeliuoti, kaip informacija, rizika ar finansiniai šokai sklinda tarp rinkos dalyvių ir kaip šios sąveikos gali paveikti būsimą pensijų fondų grąžų dinamiką.

Siekiant įvertinti tinklų informacija pagrįstų signalų prognozinę galią, tradiciniai laiko eilučių modeliai papildomi rodikliais, išgaunamais iš finansinių tinklų struktūros. Tokie rodikliai atspindi tiesioginius ryšius tarp aktyvų, jų svarbą tinkle bei finansinių šokų perdavimo kryptis ir intensyvumą. Ši metodologija leidžia įvertinti, ar struktūrizuota tinklo informacija suteikia papildomos prognozinės vertės, palyginti su tradiciniais modeliais, paremtais vien tik istorinėmis grąžomis arba agreguotais rinkos rodikliais.

Tyrime lyginami keturi prognozavimo modeliai (žr. 5 lentelę). Pirmasis – bazinis autoregresinis AR(p) modelis, kuriame p žymi vėlinimų (angl. *lag*) skaičių. Šiame darbe baziniam palyginimui naudojamas fiksuotas AR(1) modelis, į kurį įtraukiamas vieno laikotarpio (vienos dienos) vėlavimas. Šis modelis naudojamas kaip atskaitos taškas vertinant papildomai įtraukiamų kintamųjų naudą prognozavimui. Antrasis – rinkos modelis, papildytas visų išorinių aktyvų vidutine praėjusio laikotarpio grąža. Šis modelis apibendrina bendrą rinkos judėjimą, tačiau neatsižvelgia į individualių aktyvų tarpusavio ryšių struktūrą. Dėl to į modelį gali patekti perteklinė arba triukšminga informacija, kylanti iš didelio tarpusavyje susijusių aktyvų skaičiaus. Tuo tarpu tinklų struktūra pagrįsti modeliai leidžia struktūriškai atrinkti reikšmingiausias sąsajas tarp aktyvų. GLASSO modelyje naudojama informacija apie aktyvus, tiesiogiai susietus su nagrinėjamu pensijų fondu dalinių koreliacijų tinkle. Modelyje įtraukiama tiek vidutinė gretimų tinklo viršūnių grąža, tiek svorinė jų grąžų suma, kur svoriai nustatomi pagal tinklo ryšių stiprumą. Tokiu būdu siekiama įvertinti ne tik bendrą susijusių aktyvų poveikį, bet ir ryšių svarbą tinklo struktūroje. Diebold–Yilmaz metodo pagrindu sudarytame modelyje papildomai įvertinama ryšių kryptis ir finansinių šokų perdavimo intensyvumas. Modelyje naudojami kryptiniai tinklo signalai, atspindintys tiek didžiausią įtaką nagrinėjamam fondui darančių aktyvų intensyvumą, tiek aktyvus, kuriuos pats fondas daro didžiausią įtaką. Tam apskaičiuojamos „top k“ aktyvų svorinės grąžų sumos, kur svoriai nusako šokų perdavimo intensyvumą tarp tinklo

mazgų. Tokia metodika leidžia atrinkti reikšmingiausius finansinių šokų perdavimo kanalus ir sumažinti mažesnį intensyvumą turinčių ryšių įtaką prognozavimo modeliui.

5 lentelė. Pensijų fondų grąžų prognozavimo modeliai

Modelis	**Formulė**	**Paaiškinimas**
Bazinis AR(1) modelis	$r_t = \alpha + \beta_1 r_{t-1} + \varepsilon_t$	-
Rinkos modelis	$r_t = \alpha + \beta_1 r_{t-1} + \beta_2 \overline{r_{t-1}^{mkt}} + \varepsilon_t$	$\overline{r_{t-1}^{mkt}}$ – visų išorinių aktyvų vidutinė grąža laiko momentu $t-1$.
Dalinių koreliacijų tinklo (GLASSO) signalais papildytas modelis	$r_t = \alpha + \beta_1 r_{t-1} + \beta_2 \overline{r_{t-1}^{net}} + \beta_3 \overline{r_{t-1}^{net,w}} + \varepsilon_t$	$\overline{r_{t-1}^{net}}$ – kaimyninių aktyvų vidutinė grąža; $\overline{r_{t-1}^{net,w}}$ – svorinė kaimyninių aktyvų vidutinė grąža, kur svoris yra dalinės koreliacijos dydis.
Šokų perdavimo (Diebold–Yilmaz) signalais papildytas modelis	$r_t = \alpha + \beta_1 r_{t-1} + \beta_2 r_{t-1}^{in} + \beta_3 r_{t-1}^{out} + \varepsilon_t,$ $r_{t-1}^{in} = \sum_{j \in S_k^{in}} \omega_{ij}^{in} r_{j,t-1}$ $r_{t-1}^{out} = \sum_{j \in S_k^{out}} \omega_{ij}^{out} r_{j,t-1}$	S_k^{in} – top k stipriausiai šokus perduodančių aktyvų aibė; S_k^{out} – top k aktyvų aibė, į kuriuos nagrinėjamas fondas i siunčia stipriausius šokus; ω_{ij} – atitinkamų ryšių svoriai, apibrėžiantys šokų perdavimo intensyvumą.

Modelių formulės pateiktos 5 lentelėje. Visuose modeliuose r_t žymi nagrinėjamo pensijų fondo grąžą momentu t, o r_{t-1} – vienu laikotarpiu vėluojančią grąžą. Parametras α yra konstanta, β_i– vertinami modelio koeficientai, o ε_t – atsitiktinė paklaida, apibūdinanti modeliu nepaaiškintą grąžos dalį.

Rinkos modelyje papildomas kintamasis $\overline{r_{t-1}^{mkt}}$ apibendrina bendrą išorinių rinkų judėjimą, tačiau neatsižvelgia į atskirų aktyvų tarpusavio ryšių struktūrą. Tuo tarpu GLASSO modelyje įtraukiami kaimyninių aktyvų signalai, o Diebold–Yilmaz modelyje – kryptiniai finansinių šokų perdavimo rodikliai. Tokia modelių specifikacija leidžia sistemiškai palyginti, ar tinklo struktūra pagrįsta informacija suteikia papildomos prognozinės vertės, lyginant su AR(1) prognozavimo modeliu.

Nors anksčiau aprašyti modeliai skirti vieno žingsnio į priekį (angl. *1–step ahead*) prognozavimui, finansinių grąžų prognozės sudaromos ir ilgesniems laikotarpiams. Tokiu atveju taikoma kaupiamųjų grąžų (angl. *cummulative returns*) metodika, kai priklausomas kintamasis apibrėžiamas kaip būsimų h laikotarpių grąžų suma:

$$r_t^{(h)} = \sum_{i=0}^{h-1} r_{t+1}, \qquad (18)$$

čia $h \in \mathbb{N}$ žymi prognozės horizontą.

Siekiant užtikrinti nuoseklumą tarp prognozuojamo dydžio ir aiškinamųjų kintamųjų, modeliuose naudojami ir kaupiamieji vėlavimo kintamieji. Prognozuojant h dienų kaupiamąją grąžą, pagrindinis autoregresinis kintamasis apibrėžiamas kaip praėjusių h dienų grąžų suma:

$$r_{t-1}^{(h)} = \sum_{i=1}^{h} r_{t-i}. \qquad (19)$$

Toks kintamųjų suderinimas leidžia išlaikyti vienodą laiko mastelį modelyje ir užtikrina interpretacinį nuoseklumą. Priešingu atveju modelyje būtų derinami skirtingų horizontų dydžiai, o tai galėtų

iškreipti koeficientų interpretaciją ir sumažinti prognozavimo tikslumą. Atskirų modelių taikymas skirtingiems horizontams yra svarbus ne tik siekiant išvengti prognozavimo paklaidų akumuliacijos, bet ir todėl, kad finansinių grąžų generavimo mechanizmai skirtingais laikotarpiais gali skirtis. Trumpuoju laikotarpiu didesnę reikšmę turi momentiniai rinkos impulsai ir greita informacijos sklaida, o ilgesniu laikotarpiu ryškesni tampa sukaupti efektai, susiję su portfelių perbalansavimu, investuotojų elgsenos pokyčiais bei makroekonominių veiksnių įtaka.

Svarbu pabrėžti, kad tinklų pagrindu sudaryti kintamieji į modelius įtraukiami jų momentinėmis, praėjusios dienos reikšmėmis. Daroma prielaida, kad konkrečiu momentu stebima finansinio tinklo struktūra atspindi aktualų informacijos pasiskirstymą rinkoje bei tuo metu egzistuojančius priklausomybių kanalus, kurie gali turėti įtakos būsimiems kelių dienų grąžų pokyčiams.

Modelių prognozinis tikslumas vertinamas naudojant vidutinę kvadratinę paklaidą (angl. *Root Mean Squared Error*, RMSE), kuri apskaičiuojama taip:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(r_t - \hat{r}_t)^2}, \qquad (20)$$

čia r_t – faktinė grąža momentu t, $\hat{r}_t$ – modelio prognozuota grąža, o T – prognozuojamų stebinių skaičius. RMSE rodiklis parodo vidutinį prognozės nuokrypį nuo faktinių reikšmių, todėl mažesnė jo reikšmė reiškia tikslesnį prognozavimo modelį. Kadangi šis rodiklis kvadratu pakelia prognozavimo paklaidas, jis yra jautresnis didesniems prognozavimo nuokrypiams ir leidžia geriau įvertinti modelio gebėjimą prisitaikyti prie staigesnių rinkos svyravimų.

Siekiant įvertinti tinklų struktūra pagrįstų modelių naudą, papildomai skaičiuojamas santykinis prognozės pagerėjimas bazinio AR(1) modelio atžvilgiu:

$$Improvement = \frac{RMSE_{base} - RMSE_{network}}{RMSE_{base}}, \qquad (21)$$

čia $RMSE_{base}$ žymi bazinio modelio prognozavimo paklaidą, o $RMSE_{network}$ – tinklo signalais papildyto modelio paklaidą. Teigiama šio rodiklio reikšmė rodo, kad tinklo signalais papildytas modelis prognozuoja tiksliau nei bazinis modelis, o neigiama reikšmė reiškia prognozavimo kokybės pablogėjimą.

Vien tik prognozavimo paklaidų palyginimas neleidžia nustatyti, ar skirtumai tarp modelių yra statistiškai reikšmingi, todėl papildomai taikomas Diebold–Mariano testas [86]. Šis testas naudojamas dviejų konkuruojančių prognozavimo modelių prognozavimo tikslumui palyginti. Testo esmė – įvertinti, ar dviejų modelių prognozavimo paklaidų skirtumas statistiškai reikšmingai skiriasi nuo nulio. Tarkime, $e_{1,t}$ ir $e_{2,t}$ žymi dviejų modelių prognozavimo paklaidas. Tuomet sudaroma nuostolių diferencialo seka:

$$d_t = L(e_{1,t}) - L(e_{2,t}), \qquad (22)$$

čia $L(\cdot)$ pasirinkta nuostolių funkcija. Šiame tyrime naudojama kvadratinės paklaidos funkcija:

$$L(e_t) = e_t^2. \qquad (23)$$

Diebold–Mariano testo statistika apskaičiuojama taip:

$$DM = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\widehat{Var}(\bar{d})}}, \qquad (24)$$

čia $\bar{d}$ – vidutinis nuostolių skirtumas, o $\widehat{Var}(\bar{d})$ – jo dispersijos įvertis. Nulinė testo hipotezė teigia, kad abu modeliai pasižymi vienodu prognozavimo tikslumu. Jei testo rezultatai leidžia atmesti nulinę hipotezę, daroma išvada, kad vienas modelis prognozuoja statistiškai reikšmingai tiksliau nei kitas. Tokiu būdu taikoma metodika leidžia įvertinti ne tik tai, ar tinklų struktūra pagrįsti rinkos signalai pagerina prognozavimo rezultatus, bet ir ar šis pagerėjimas yra statistiškai pagrįstas.

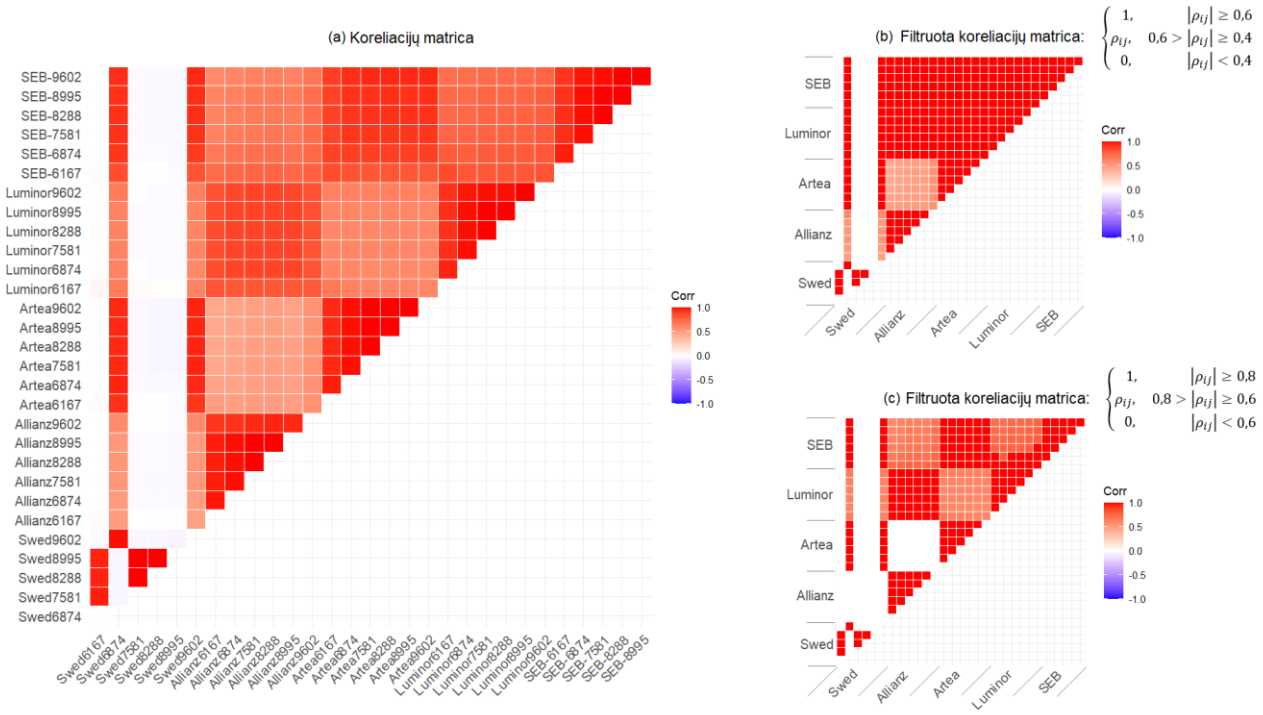
Prognozavimo modelių realizacijai šiame tyrime naudota R programavimo kalba. Modelių vertinimui taikyta bazinė funkcija „lm()“, skirta tiesinės regresijos modeliams įvertinti. Įvertinus modelius su mokymo imtimi (angl. *train*), prognozės testavimo imčiai buvo sudaromos naudojant funkciją „predict()“. Prognozavimo rezultatų statistiniam reikšmingumui įvertinti taikytas Diebold–Mariano testas, realizuotas naudojant paketo „forecast“ funkciją „dm.test()“. Testui buvo perduodamos dviejų lyginamų modelių prognozavimo paklaidų sekos.

3. Tyrimų rezultatai ir jų aptarimas

Šiame skyriuje pristatomi Lietuvos II pakopos pensijų fondų ir išorinių rinkų tarpusavio priklausomybės tyrimo rezultatai. Analizė pradedama pensijų fondų ir finansinių instrumentų atranka, paremta koreliacinių struktūrų vertinimu. Toliau nagrinėjama pensijų fondų ir išorinių rinkų priklausomybių struktūra, taikant skirtingus finansinių tinklų analizės metodus. Šioje dalyje analizuojama tinklų struktūra ir pagrindiniai centriškumo rodikliai, vertinama ryšių dinamika laike bei identifikuojami struktūriniai režimų pokyčiai. Siekiant detaliau atskleisti priklausomybių pobūdį, papildomai atliekama ryšių dekompozicija pagal turto klases bei dinaminė finansinių šokų perdavimo analizė. Paskutinėje skyriaus dalyje vertinama, ar iš finansinių tinklų išgaunami rinkos signalai suteikia papildomos prognozinės informacijos prognozuojant pensijų fondų grąžas.

3.1. Pensijų fondų ir finansinių instrumentų atranka remiantis koreliacinėmis struktūromis

Tarp analizuojamų pensijų fondų dieninių logaritminių grąžų buvo apskaičiuoti Spirmeno ranginės koreliacijos koeficientai. Pagrindinėje koreliacijų matricoje (3 pav. (a)) matyti, kad „Swedbank“ 1961 – 1967, 1975 – 1981, 1982 – 1988 ir 1989 – 1995 tikslinių amžiaus grupių pensijų fondai pasižymi labai silpnu koreliaciniu ryšiu ($|\rho| \leq 0{,}4$) su kitais analizuojamais pensijų fondais, įskaitant ir to paties banko valdomus fondus, skirtus 1968 – 1974 ir 1996 – 2002 amžiaus grupėms. Toks rezultatas gali reikšti skirtingą investavimo strategiją (pvz., skirtingą akcijų ir obligacijų proporciją), dėl kurios šių fondų grąžos dinamika mažiau sinchronizuota su bendromis rinkos tendencijomis. Silpni tarpusavio ryšiai ($0{,}4 < |\rho| \leq 0{,}6$; 3 pav. (b)) nustatyti tarp „Artea“ ir „Allianz“ valdomų fondų, tuo tarpu vidutinio stiprumo koreliacija ($0{,}6 < |\rho| \leq 0{,}8$; 3 pav. (c)) sieja „Artea“ ir „Luminor“, „SEB“ ir „Luminor“, taip pat „SEB“ ir „Allianz“ fondus. Šie rezultatai leidžia daryti prielaidą, kad skirtingų valdytojų fondai, nors ir investuoja į panašias turto klases, bet taiko nevienodas portfelio sudarymo strategijas ar geografinę diversifikaciją. Taip pat pastebima, kad kiekvieno banko viduje (išskyrus „Swedbank“) skirtingų amžiaus grupių fondai yra stipriai koreliuoti ($|\rho| > 0{,}8$). Tai rodo, kad jų portfelių struktūra iš esmės yra analogiška, o skirtumai tarp amžiaus grupių nėra pakankamai dideli, kad reikšmingai paveiktų grąžų dinamiką. Ekonominiu požiūriu tai leidžia daryti prielaidą, jog portfelių sudarymo strategijos tarp to paties valdytojo siūlomų skirtingų amžiaus grupių fondų nesiskiria tiek, kad reikšmingai paveiktų grąžų dinamiką ar užtikrintų skirtingus investavimo rezultatus.



3 pav. Lietuvos II pakopos pensijų fondų koreliacijų struktūra: (a) – pilna koreliacijų matrica; (b) – filtruota koreliacijų matrica, išskiriant silpnus ryšius; (c) – filtruota koreliacijų matrica, išskiriant vidutinio stiprumo ryšius

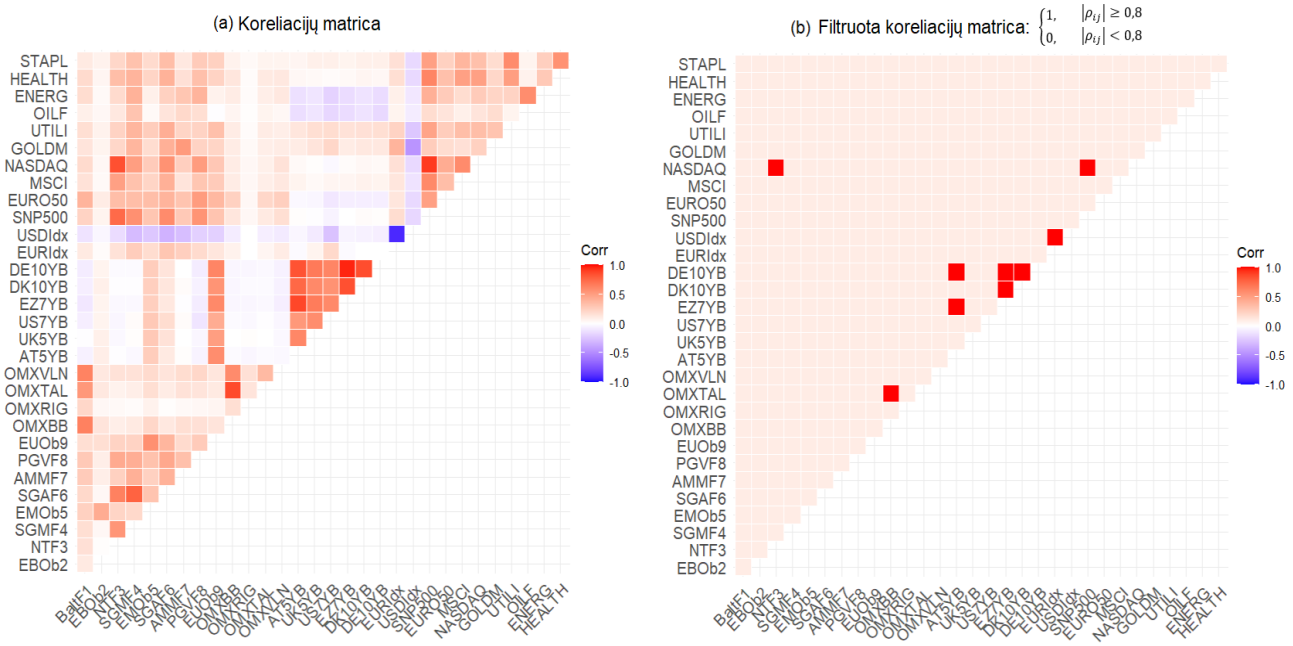
Atsižvelgiant į nustatytą aukštą koreliaciją tarp skirtingų pensijų fondų, tolimesnėje analizėje, taikant GLASSO ir Diebold–Yilmaz metodikas, nėra tikslinga įtraukti visų pensijų fondų. Koreliaciniai tinklai šiame tyrime naudojami kaip pirminis filtravimo įrankis, leidžiantis identifikuoti glaudžiai tarpusavyje susijusius kintamuosius. Darant prielaidą, kad stipriai koreliuojantys fondai pasižymi panašia grąžų dinamika, iš kiekvienos valdymo įmonės atrenkamas vienas reprezentatyvus fondas, kurio sąveika su išorinėmis rinkomis analizuojama detaliau. Atranka grindžiama vidutine absoliučia koreliacija su kitais tinklo mazgais. Tolimesnei analizei pasirenkami fondai, pasižymintys mažiausia vidutine koreliacija, nes jie atspindi savitesnę, mažiau su kitų bankų valdomais pensijų fondais sutampančią grąžos dinamiką. Taip pat atsižvelgiama į tinklo susiskirstymą į atskiras bendruomenes, kuris vertinamas pasitelkiant bendruomenių nustatymo algoritmus.

Pritaikius Louvain bendruomenių nustatymo algoritmą tinklui (žr. 3 priedą), apimančiam ilgiausiai veikiančius gyvenimo ciklo pensijų fondus, nustatyta statistiniais duomenimis pagrįsta struktūrinė segmentacija. „Allianz“ ir „Luminor“ visų amžiaus grupių fondai formuoja vieną klasterį, o „Artea“, „SEB“ bei dalis „Swedbank“ (1968–1974 ir 1996–2002 grupių) fondų sudaro kitą. Likę „Swedbank“ fondai, pasižymintys silpnesniais tarpusavio ryšiais, atsiskiria į trečią, labiau izoliuotą bendruomenę. Tokia struktūra rodo, kad rinkoje egzistuoja aiškios fondų grupės, kurios gali būti veikiamos panašių makroekonominių veiksnių ar investavimo strategijų. Atsižvelgiant į visus kriterijus, tolesnei analizei atrinkti reprezentatyvūs fondai, atspindintys skirtingus rinkos segmentus:

- „Allianz 1989 – 1995“,
- „Artea 1996 – 2002“,
- „Luminor 1982 – 1988“,
- „Swedbank 1975 – 1981“,

- „SEB 1968 – 1974“.

Analogiška koreliacinė analizė atlikta ir su išoriniais finansiniais instrumentais. Nustatyta, kad dalis jų yra stipriai tarpusavyje koreliuoti ($|\rho| \geq 0{,}8$, 4 pav. (b)), pavyzdžiui, JAV akcijų indeksai („S&P 500“ ir „NASDAQ“) bei kai kurie euro zonos obligacijų pajamingumo rodikliai. Tokie ryšiai rodo, kad šie instrumentai perteikia iš esmės tą pačią rinkos informaciją. Siekiant išvengti perteklinio kintamųjų dubliavimo, iš analizės pašalinti stipriai koreliuojantys instrumentai, paliekant tik reprezentatyvius rodiklius, atspindinčius skirtingas rinkas ar turto klases.

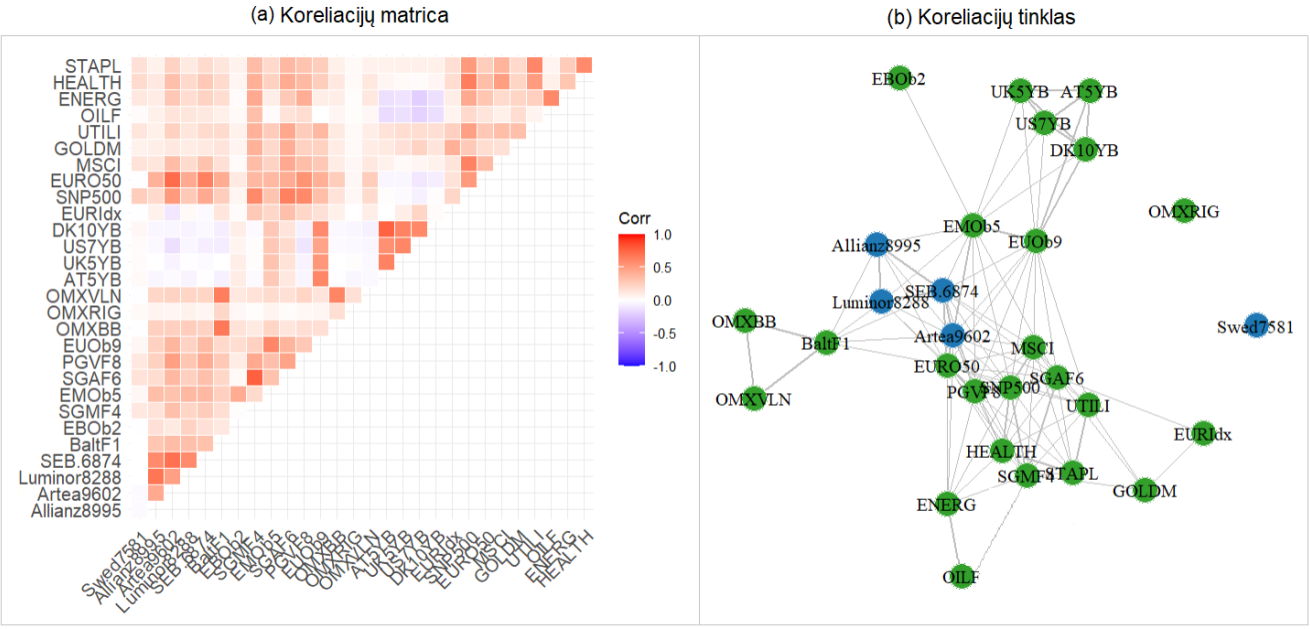


4 pav. Išorinių rinkų koreliacija: (a) – pilna koreliacijų matrica; (b) – filtruota koreliacijų matrica, išskiriant stiprius ryšius

Atsižvelgiant į stipriausius tarpusavio koreliacijos ryšius (koreliacijos slenkstis $|\rho| \geq 0{,}8$), atsisakyta šių kintamųjų:

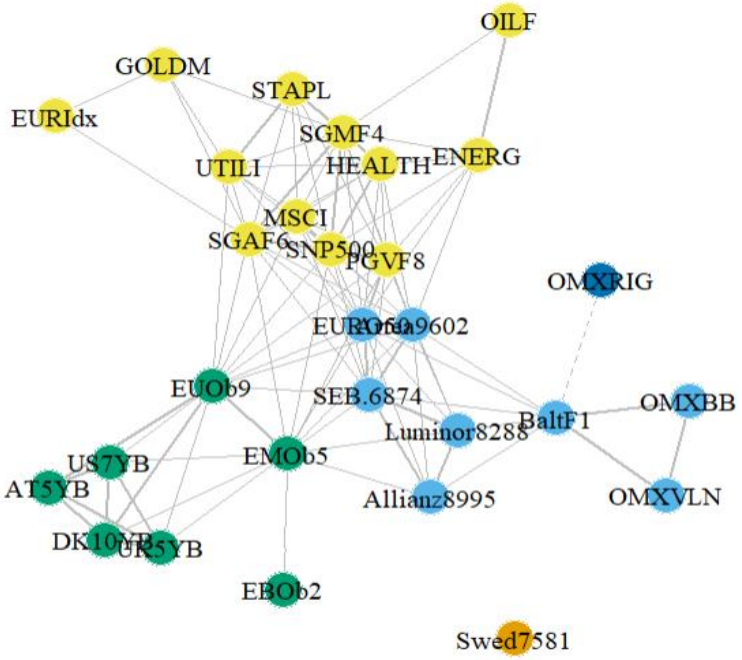
- NASDAQ (koreliuoja su NTF3, SNP500)
- DE10YB (koreliuoja su AT5YB, DK10YB)
- EZ7YB (koreliuoja su AT5YB, DK10YB)
- USDIdx (koreliuoja su EURIdx)
- OMXTAL (koreliuoja su OMXBB)

Išfiltravus duomenis, sudarytas koreliacinis tinklas (žr. 5 pav.), kuriame maksimalus koreliacijos koeficientas neviršija nustatyto koreliacijos slenksčio. Siekiant vizualiai išryškinti ekonomiškai reikšmingiausias sąsajas, tinkle atvaizduoti tik tie ryšiai, kurių koreliacijų koeficientai viršija koreliacijų pasiskirstymo trečiąjį kvartilį ($\rho = 0{,}29$). Toks slenkstis leidžia eliminuoti silpnus, mažai informatyvius ryšius ir išskirti struktūriškai svarbiausias priklausomybes. Gautame tinkle mėlyni mazgai žymi pensijų fondus, o žali – išorines rinkas atspindinčius instrumentus.



5 pav. Pensijų fondų ir išorinių rinkų koreliacijų matrica ir koreliacinis tinklas

Pritaikius bendruomenių išskyrimo algoritmą tinklui nustatyta, kad keturi pensijų fondai (išskyrus „Swedbank“) patenka į tą pačią bendruomenę (žr. 6 pav.; tinkle skirtingomis spalvomis yra atvaizduotos atskiros bendruomenės). Tai rodo, kad pirminėje tinklo struktūroje bendruomenių formavimą daugiausia lėmė stiprūs vidiniai ryšiai tarp to paties valdytojo fondų. Juos pašalinus, išryškėja bendresni tarpfondiniai ryšiai. Tuo tarpu „Swedbank 1975 – 1981“ fondas išlieka izoliuotas ir nesusijungia su kitais tinklo mazgais, kas leidžia daryti prielaidą, jog į analizę nebuvo įtraukti tie išoriniai finansiniai instrumentai, kurių dinamika būtų labiau susijusi su šio fondo grąžų pokyčiais. Dėl šios priežasties šis fondas nėra tinkamas tolimesnei tinklinei priklausomybių analizei ir yra eliminuojamas iš vėlesnių tyrimo etapų. Tuo tarpu OMXRIG indeksas, nors ir priskiriamas atskirai bendruomenei, pasižymi silpnesniais nei trečiasis kvartilis ryšių stiprumais su kitais išoriniais instrumentais, todėl nėra visiškai atsiskyręs nuo bendros tinklo struktūros. Pavyzdžiui, jo ryšys su „BaltF1“ fondu (žr. 6 pav.: punktyrine linija pažymėtos briaunos koreliacijos stiprumas lygus 0,21) rodo egzistuojančią, nors ir silpnesnę, tarpusavio priklausomybę. Atsižvelgiant į tai, OMXRIG traktuojamas kaip silpnai susietas, tačiau savarankiškas tinklo mazgas, galintis suteikti papildomos informacinės vertės tolesnėje analizėje.



6 pav. Pensijų fondų ir išorinių rinkų koreliacinis tinklas, sugrupuotas į atskiras bendruomenes

3.2. Pensijų fondų ir išorinių rinkų tarpusavio priklausomybės analizė

Atlikta koreliacinių tinklų analizė suteikė pirminį supratimą apie rinkos segmentaciją ir bendrą priklausomybių struktūrą. Siekiant išsamiau įvertinti pensijų fondų ir išorinių rinkų tarpusavio sąveiką, taikomi du pažangesni tinklų analizės metodai. Pirmasis – grafinis LASSO metodas, leidžiantis išryškinti tiesioginius ryšius tarp aktyvų. Antrasis – Diebold–Yilmaz tinklų modelis, leidžiantis nustatyti ryšių kryptį ir įvertinti, kurie aktyvai perduoda, o kurie priima rinkos poveikį.

3.2.1. Tinklų struktūra

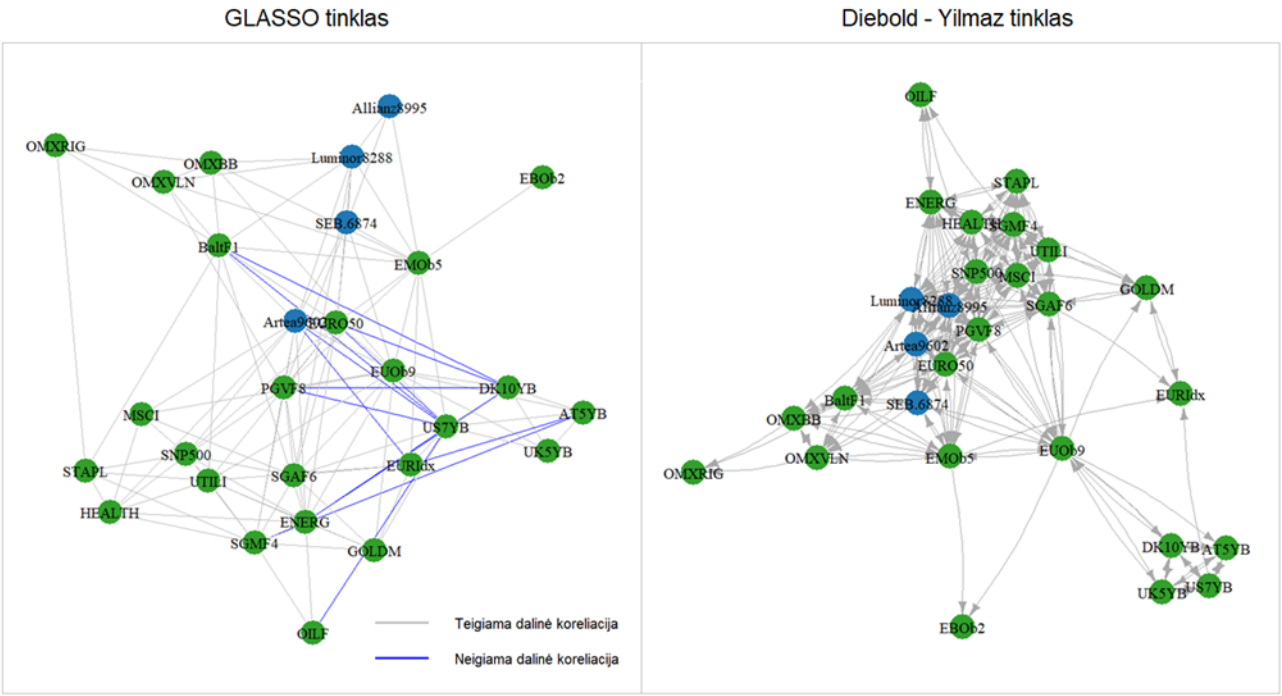
Šiame skyriuje analizuojama statinė priklausomybė tarp pensijų fondų ir išorinių finansinių instrumentų. Sudarius tinklą iš nagrinėjamų objektų, vertinama jo struktūra visame analizuojamame laikotarpyje, siekiant identifikuoti pagrindinius ryšius ir jų ekonominę interpretaciją.

Formuojant GLASSO tinklus, pradinis parametro įvertinimas, paremtas logaritminės tikėtinumo (angl. *log-likelihood*) funkcijos optimizavimu, lėmė labai mažą reikšmę ($\rho = 0{,}001$) ir itin tankų tinklą, kas rodo galimą modelio persimokymą bei sunkiai interpretuojamą struktūrą. Įtraukus informacijos kriterijus (AIC ir BIC), kurie bauduoja modelio sudėtingumą, nustatyta didesnė optimali reikšmė (apie $\rho \approx 0{,}096$). Tai rodo, kad duomenyse dominuoja silpni ryšiai, o stiprių sąveikų yra palyginti nedaug. Atsižvelgiant į tai, pasirinkta griežtesnė parametro reikšmė $\rho = 0{,}096$, leidžianti išlaikyti retesnę, tačiau informatyvesnę tinklo struktūrą.

Diebold–Yilmaz tinklams formuoti vietoje klasikinio VAR modelio taikomas LASSO–VAR metodas, kuris leidžia efektyviai sumažinti parametrų skaičių ir gauti retesnę (angl. *sparse*) sąveikų struktūrą. Reguliavimo parametras λ parenkamas automatiškai, remiantis kryžminės validacijos procedūra R aplinkoje. Pagal BIC kriterijų nustatyta, kad optimalus vėlinimų skaičius yra lygus 1, todėl modelyje naudojamas vienos dienos vėlinimas. Prognozės horizontas pasirinktas 10 dienų, siekiant įvertinti ne tik momentinius, bet ir trumpalaikius tarpusavio poveikius tarp rinkos dalyvių;

toks laikotarpis dažnai taikomas finansų literatūroje kaip kompromisas tarp pernelyg trumpo ir per ilgo horizonto [41, 84].

Siekiant sumažinti vizualinį triukšmą ir išryškinti reikšmingiausius kryptinius ryšius, Diebold–Yilmaz tinklas (žr. 7 pav.) papildomai filtruojamas, paliekant tik tas sąveikas, kurių svoriai viršija 0,7 kvantilį visų tinklo ryšių svorių pasiskirstyme. Tokiu būdu eliminuojami silpni ir mažiau informatyvūs ryšiai, o gauta tinklo struktūra tampa aiškesnė ir lengviau interpretuojama. Vis dėlto, svarbu pabrėžti, kad toks filtravimas taikomas tik vizualinei analizei: skaičiuojant tinklo charakteristikas (pvz., centriškumo ar tankio rodiklius), naudojamas nefiltruotas tinklas, siekiant išvengti informacijos praradimo ir galimo rezultatų iškraipymo.



7 pav. Grafinio LASSO (kairėje) ir Diebold–Yilmaz (dešinėje) tinklų vizualizacija

Atsižvelgiant į tinklų struktūrines savybes, skirtingiems tinklams tikslinga taikyti skirtingus centriškumo rodiklius, kurie atspindi skirtingus mazgų svarbos aspektus. Didžiausią centriškumą turintys aktyvai pasižymi stipriausiais ryšiais su kitais tinklo elementais, todėl gali būti laikomi svarbiausiais informacijos ar šokų sklaidos požiūriu. Grafinis LASSO tinklas yra nekryptinis ir atspindi sąlyginius ryšius (t. y. dalines koreliacijas), todėl jam taikomi klasikiniai centriškumo matai: ryšio stiprumo, tarpusavio ir tikrinių vektorių centriškumai. Tuo tarpu Diebold–Yilmaz tinklas yra kryptinis ir apibūdina šokų perdavimą tarp rinkų, todėl naudojami kryptiniai rodikliai – įeinančių ir išeinančių ryšių stiprumas bei grynasis šokų perdavimo efektas, apskaičiuojamas kaip išeinančių ir įeinančių ryšių svorių skirtumas. Toliau aptariami penki didžiausią centriškumą turintys mazgai (išsamūs rezultatai pateikiami 4 priede).

Ryšio stiprumo centriškumas (angl. *strength centrality*) parodo, kurie aktyvai turi daugiausia ir stipriausių sąsajų su kitais tinklo elementais, todėl jie labiausiai atspindi bendrus rinkos judėjimus ir gali perduoti juos toliau. Empiriniai rezultatai rodo, kad išsiskiria globalūs akcijų indeksai – „S&P 500“ (SNP500) ir „Euro Stoxx 50“ (EURO50), kurių dominavimas leidžia juos laikyti pagrindiniais rinkos „centrais“. Taip pat reikšmingi yra investiciniai fondai (EUOb9 ir BaltF1), rodantys stiprią

priklausomybę nuo bendrų rinkos tendencijų. Taip pat „Artea 1996 – 2002“ pensijų fondas rodo didesnį jo jautrumą bendriems finansų rinkų svyravimams, palyginti su kitais pensijų fondais.

Tarpusavio centriškumas (angl. *betweenness centrality*) atskleidžia mazgus, kurie veikia kaip tarpiniai kanalai tarp skirtingų tinklo dalių, todėl yra svarbūs šokų sklaidai. Nustatyta, kad „Euro Stoxx 50“ akcijų indeksas (EURO50) ne tik pasižymi stipriais ryšiais, bet ir jungia skirtingus rinkos segmentus. Energetikos sektoriaus fondas (ENERG) veikia kaip jungtis tarp žaliavų ir finansų rinkų, o besivystančių pasaulio rinkų obligacijų subfondas (EMOb5) atlieka tarpininko vaidmenį tarp akcijų ir saugesnių aktyvų segmentų. „Luminor 1982 – 1988“ pensijų fondo pozicija taip pat rodo didesnę diversifikaciją ir gebėjimą jungti skirtingas turto klases.

Tikrinių vektorių centriškumas (angl. *eigenvector centrality*) leidžia identifikuoti sistemiškai svarbiausius tinklo mazgus, kurie yra susieti su kitais aukšto svarbumo mazgais. Analizė parodė, kad globalūs akcijų indeksai (EURO50 ir SNP500) išlieka pagrindiniais sisteminiais centrais. Be jų, išsiskiria pensijų fondai „Artea 1996 – 2002“ ir „SEB 1968 – 1974“, kas rodo stiprią jų integraciją į globalius finansų tinklus. Taip pat reikšmingą vaidmenį atlieka Europos obligacijų fondas (EUOb9), patvirtinantis, kad obligacijų segmentas yra svarbi bendros finansų sistemos dalis.

Grynasis šokų perdavimo rodiklis (angl. *net spillover*) leidžia nustatyti, kurie aktyvai perduoda įtaką kitiems, o kurie ją absorbuoja. Teigiama šio rodiklio reikšmė rodo, kad aktyvas yra rizikos siuntėjas, o neigiama – kad jis yra rizikos gavėjas. Empirinio tyrimo rezultatai leidžia išskirti pagrindinius rizikos siuntėjus. Vienas jų – „S&P 500“ indeksas, kuris išsiskiria kaip dominuojantis globalus centras. Tai patvirtina, kad JAV akcijų rinka veikia kaip vienas pagrindinių sisteminės rizikos perdavimo kanalų pasaulinėje finansų sistemoje. Taip pat reikšmingą vaidmenį atlieka „Euro Stoxx 50“ akcijų indeksas (EURO50) ir Europos obligacijų fondas (EUOb9), rodantys, jog Europos akcijų ir obligacijų rinkos yra svarbūs šokų perdavimo kanalai. Pažymėtina, kad tarp didžiausių siuntėjų patenka ir „Artea 1996 – 2002“ pensijų fondas, tačiau tai nereiškia, kad pats fondas daro reikšmingą įtaką pasaulio finansų rinkoms. Diebold–Yilmaz metodologijoje „rizikos siuntėjo“ interpretacija labiau atspindi tai, kad fondo grąžų dinamika statistiškai ankščiau nei kitų analizuojamų aktyvų atspindi rinkos pokyčius ir perduoda informaciją tinkle. Kitaip tariant, šio fondo pokyčiai turi didesnę prognozinę galią kitų tinklo dalyvių svyravimams, todėl fondas veikia kaip aktyvus informacijos ir rinkos signalų perdavimo mazgas finansiniame tinkle.

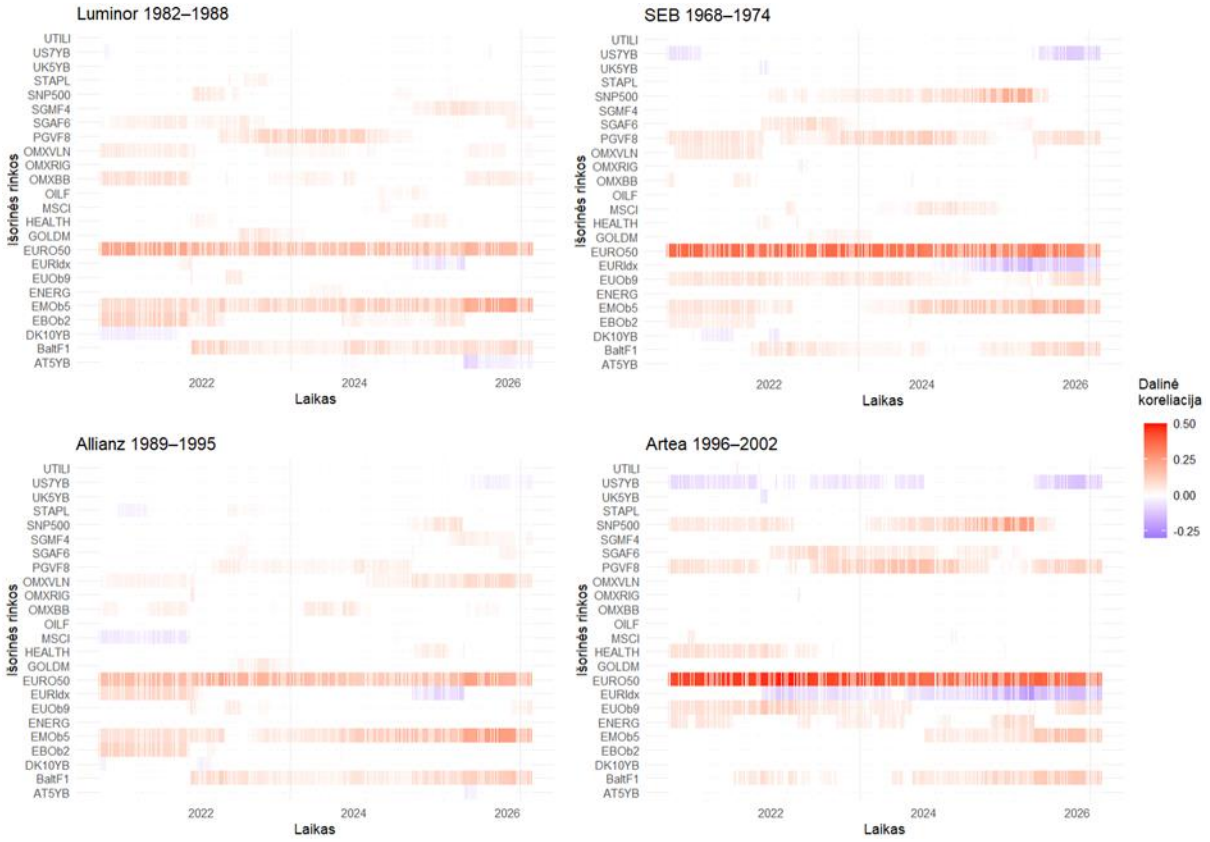
Tuo tarpu didžiausi šokų gavėjai pasižymi neigiamomis grynojo šokų perdavimo reikšmėmis. Besivystančios Europos obligacijų subfondas (EBOb2) išsiskiria kaip aktyvas, labiausiai absorbuojantis rinkos svyravimus. Žaliavų rinkos, atstovaujančios naftos ir tauriųjų metalų sektorius (OILF ir GOLDM), taip pat veikia kaip klasikiniai makroekonominių šokų gavėjai. Rygos akcijų indeksas (OMXRIG) rodo, kad Baltijos regiono rinka yra itin jautri išoriniams impulsams. Taip pat pastebime, kad euro valiutos indeksas (EURIdx) sugeria išorinių rinkų poveikį, todėl jo kursas yra itin jautrus globaliems finansų rinkų svyravimams, ypač akcijų, žaliavų ir palūkanų normų pokyčiams. Atkreipiant dėmesį į pensijų fondų vaidmenį, matyti nevienalytė jų elgsena: dalis fondų (pvz., „Artea 1996 – 2002“) veikia kaip aktyvūs šokų siuntėjai, tuo tarpu kiti (pvz., „Allianz 1989 – 1995“) yra labiau priklausomi nuo išorinių rinkų ir funkcionuoja kaip šokų gavėjai. Tuo tarpu „Luminor 1982 – 1988“ ir „SEB 1968 – 1974“ pensijų fondai pasižymi santykinai neutraliomis pozicijomis, t. y. jų perduodamų ir gaunamų šokų mastas yra panašus.

Tinklo centriškumo analizė rodo, kad pensijų fondų sistema yra glaudžiai integruota į globalias rinkas. Tai patvirtina daugiasluoksnę finansų sistemos struktūrą, kurioje skirtingi aktyvai atlieka nevienodus vaidmenis – vieni atspindi bendras rinkos tendencijas, kiti veikia kaip šokų perdavimo kanalai tarp skirtingų segmentų. GLASSO analizės rezultatai atskleidžia, kad tam tikri aktyvai (pvz., EURO50 ir SNP500) nuosekliai išlieka tarp svarbiausių pagal įvairius centriškumo rodiklius, o tai pagrindžia jų sisteminę reikšmę visame finansų tinkle. Diebold–Yilmaz metodas papildo šią analizę parodydamas, kad tarpusavio priklausomybė nėra simetriška: globalūs akcijų indeksai veikia kaip pagrindiniai šokų siuntėjai, formuojantys bendrą rinkos dinamiką, tuo tarpu dalis fondų (pvz., EBOb2) daugiausia absorbuoja šiuos šokus ir pasižymi pasyvesniu vaidmeniu.

3.2.2. Dinaminė tinklo analizė ir režimų identifikavimas

Statinis tinklas, apskaičiuotas visam laikotarpiui, leidžia įvertinti vidutinę priklausomybės struktūrą, tačiau neatskleidžia jos pokyčių laike. Dėl to neidentifikuojami trumpalaikiai šokai, režimų kaita ar struktūriniai lūžiai. Siekiant įvertinti priklausomybių dinamiką tarp pensijų fondų ir išorinių rinkų, taikomas slenkančio lango metodas: kiekviename lange konstruojamas atskiras GLASSO tinklas, naudojant apie 1,5 metų (366 darbo dienų) duomenų imtį, o langas perkeliamas kas 5 darbo dienas. Toks metodas leidžia stebėti, kaip ryšiai kinta laike, atsižvelgiant į finansų rinkų nepastovumą ir jautrumą ekonominiams šokams.

Analizėje vertinama skirtingų pensijų fondų priklausomybė nuo išorinių rinkų, jos stiprumas ir kaita laike. Taip pat analizuojama, kaip keičiasi fondų „kaimynai“ tinkle, t. y. su kuriais aktyvais jie yra tiesiogiai susiję dalinės koreliacijos ryšiais ir ar šie ryšiai išlieka stabilūs. Priklausomybės stiprumas šiame kontekste apibrėžiamas kaip dalinės koreliacijos dydis: kuo jis didesnis (absoliučiąja verte), tuo stipresnis ryšys tarp aktyvų. Teigiama dalinė koreliacija rodo, kad aktyvai juda ta pačia kryptimi, kontroliuojant kitų kintamųjų poveikį; tokie ryšiai leidžia identifikuoti pagrindinius rinkos veiksnius, kurie lemia pensijų fondų elgseną ir atspindi jų ekspoziciją konkrečioms rinkoms. Neigiama dalinė koreliacija reiškia priešingą judėjimą – vienam aktyvui kylant, kitas linkęs mažėti; tokie ryšiai gali būti interpretuojami kaip diversifikacijos ar apsidraudimo nuo rizikos (angl. *hedging*) mechanizmai – įtraukus tokį aktyvą į portfelį, jis gali kompensuoti kitų investicijų nuostolius ir taip sumažinti bendrą portfelio svyravimą. Tai ypač aktualu rizikos valdymo požiūriu, nes leidžia stabilizuoti pensijų fondo grąžą nepalankių rinkos pokyčių metu.



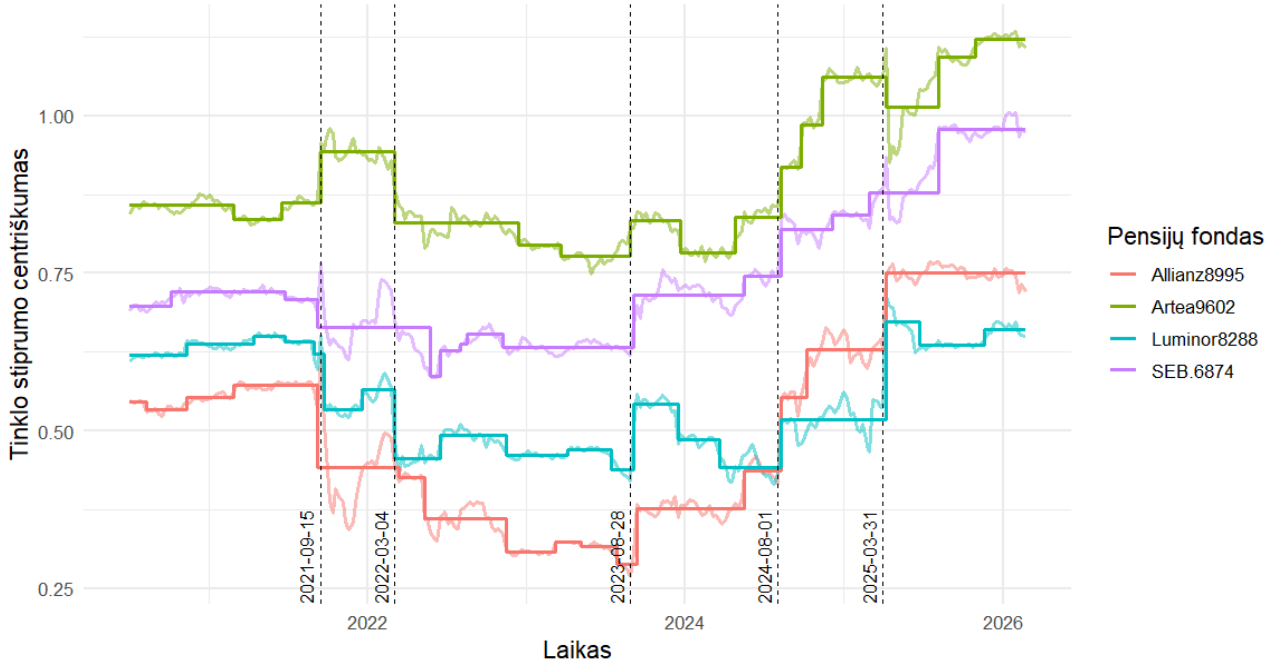
8 pav. Pensijų fondų priklausomybės nuo išorinių rinkų dinaminis šilumos žemėlapis

8 paveiksle pateikti dinaminiai šilumos žemėlapiai rodo, kaip keturi skirtingi pensijų fondai laike keičia savo priklausomybę nuo išorinių rinkų, vertinant dalines koreliacijas. Visų pirma matyti, kad visi fondai pasižymi stipria ir gana stabilia priklausomybe nuo Europos ir Baltijos regiono rinkų dinamikos. Visais nagrinėjamais laikotarpiais išlieka teigiama ir intensyvi sąsaja su „Euro Stoxx 50“ akcijų indeksu (EURO50), o kiek silpnesni, bet nuoseklūs ryšiai stebimi su obligacijų fondais (EUOb9, EMOb5) ir Baltijos regiono fondu (BaltF1). Tuo tarpu sektorių (pvz., aukso, energetikos, sveikatos apsaugos) fondai ir pasauliniai indeksai (SNP500, MSCI) pasižymi fragmentiškais ryšiais, kurie sustiprėja tik tam tikrais laikotarpiais, o tai rodo epizodinį šių rinkų susisiejimą su pensijų fondais ir didesnį jautrumą specifiniams makroekonominiams ar rinkos šokams. Taip pat pastebimas reikšmingas struktūrinis ryšio pokytis tarp pensijų fondų ir valiutų rinkos (t.y., euro valiutos indekso), kai laikui bėgant dalinė koreliacija keičia ženklą iš teigiamo į neigiamą. Toks pokytis rodo režimo kaitą: iš pradžių valiutų dinamika stiprina fondo grąžą, o vėliau tampa rizika mažinančiu elementu. Praktine prasme tai gali reikšti, kad fondai didina investicijas į ne Euro zonos turtą arba taiko valiutos rizikos valdymo priemones (pvz., valiutų išankstinius sandorius ar apsidraudimo strategijas), dėl ko valiutų kursų svyravimai pradeda veikti priešinga kryptimi nei pagrindinės turto klasės. Toks pokytis taip pat gali būti susijęs su makroekonominėmis sąlygomis, pavyzdžiui, sustiprėjusia JAV dolerio ar kitų valiutų įtaka. Neigiama koreliacija vėlesniu laikotarpiu rodo padidėjusią diversifikacijos naudą, kai valiutų rinka amortizuoja kitų aktyvų svyravimus.

Rezultatai rodo, kad pensijų fondų rizikos struktūra nėra pastovi – ji kinta priklausomai nuo rinkos sąlygų ir investavimo sprendimų. Šiuos pokyčius galima sieti tiek su globaliais veiksniais (pvz., palūkanų normų pokyčiais, finansinėmis krizėmis ar bendrais rinkos režimų pasikeitimais), tiek su pačių fondų strateginiais sprendimais, tokiais kaip portfelio perbalansavimas ar rizikos valdymo

strategijų keitimas. Tokie laike vykstantys struktūriniai pokyčiai pagrindžia poreikį taikyti struktūrinių lūžių (angl. *changepoint detection*) analizę, kuri leistų objektyviai identifikuoti momentus, kai reikšmingai keičiasi priklausomybių struktūra. Tai svarbu vertinant pensijų fondų rizikos valdymo efektyvumą, nes leidžia laiku nustatyti rinkos režimo pokyčius ir atitinkamai koreguoti turto alokaciją bei investavimo sprendimus.

Siekiant empiriškai identifikuoti šiuos režimus, pasirinktas ryšių stiprumo centriškumas, kuris apibrėžia bendrą nagrinėjamo pensijų fondo ryšių su kitais tinklo aktyvais stiprumą (t. y. visų dalinių koreliacijų absoliučių reikšmių sumą). Struktūriniai lūžiai nustatomi taikant PELT algoritmą, kuris identifikuoja momentus, kai reikšmingai pasikeičia šios metrikos statistinės savybės – pirmiausia vidurkis ir variacija. Tokiu būdu kiekvienas režimas atitinka laikotarpį, kuriame tinklo ryšių intensyvumas yra santykinai stabilus, o perėjimai tarp režimų žymi reikšmingus pokyčius priklausomybių struktūroje.



9 pav. Tinklo ryšių stiprumo ir režimų kaita tarp skirtingų pensijų fondų

Gauti rezultatai rodo, kad visų analizuojamų pensijų fondų tinklo ryšių stiprumas kinta laike nevienodai, tačiau galima išskirti bendras struktūrinių lūžių tendencijas. 2021 m. pabaigoje – 2022 m. pradžioje fiksuojamas ryškus tinklo stiprumo sumažėjimas (ypač „Allianz 1989 – 1995“ ir „Luminor 1982 – 1988“ fonduose, žr. 9 pav.), kuris sutampa su globaliais sukrėtimais – infliacijos šuoliu, griežtėjančia pinigų politika ir geopolitine įtampa. 2022–2023 m. laikotarpiu tinklo stiprumas stabilizuojasi žemesniame lygyje, kas interpretuotina kaip prisitaikymo fazė, kai fondai perbalansuoja portfelius ir mažina jautrumą išoriniams veiksniams. Nuo 2024 m. vidurio visų fondų atveju stebimas ryškus tinklo stiprumo augimas, rodantis didėjantį priklausomumą nuo globalių rinkų, galimą rizikos koncentracijos didėjimą ir mažėjančią diversifikacijos naudą.

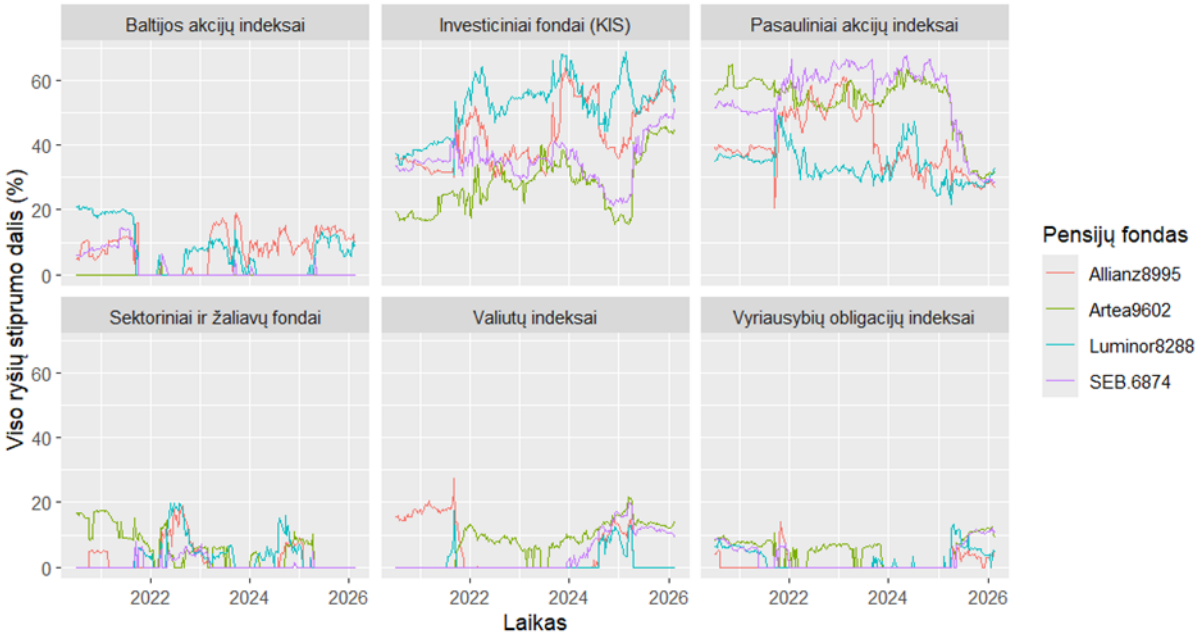
Skirtingi pensijų fondai pasižymi nevienodu ryšių tankiu ir portfelio struktūra, todėl jų tinklo stiprumo lygiai natūraliai skiriasi – labiau diversifikuoti ar globalioms rinkoms jautrūs fondai paprastai turi aukštesnes reikšmes nei konservatyvesni ar labiau lokaliai orientuoti fondai. Tarp fondų taip pat išryškėja reikšmingi struktūrų skirtumai: „Artea 1996 – 2002“ pasižymi didžiausiu tinklo

stiprumu ir ryškiais režimų pokyčiais, kas rodo didesnį jautrumą rinkos svyravimams. „SEB 1968 – 1974“ išlaiko vidutinį, tačiau gana stabilų ryšių stiprumą, todėl gali būti interpretuojamas kaip labiau subalansuotos investavimo strategijos pavyzdys. „Luminor 1982 – 1988“ būdingas žemesnis tinklo stiprumas ir mažesni svyravimai, kas siejama su didesne diversifikacija arba konservatyvesne investavimo politika. Tuo tarpu „Allianz 1989 – 1995“ didžiąją laikotarpio dalį pasižymi mažiausiu tinklo stiprumu ir ryškiu kritimu 2022 m., kas gali rodyti aktyvų rizikos mažinimą kriziniu laikotarpiu.

Taigi, struktūrinių lūžių analizė parodė, kad pensijų fondų rizikos struktūra yra dinamiška ir jautriai reaguoja į išorinius sukrėtimus. Taip pat nustatyti laikotarpiai, kuriais reikšmingai kinta pensijų fondų ir išorinių rinkų tarpusavio priklausomybės struktūra. Rezultatai rodo, kad ryšių dinamika nėra stabili – ji kinta etapais, kurie dažniausiai sutampa su svarbiais makroekonominiais ir geopolitiniais įvykiais.

3.2.3. Priklausomybės dekompozicija pagal turto klases

Siekiant giliau suprasti pensijų fondų sąsajas su išorinėmis rinkomis, buvo atlikta priklausomybės analizė pagal skirtingas darbe naudojamas finansinių instrumentų kategorijas. Bendra fondų ryšių stiprumo dekompozicija leidžia įvertinti, kurios turto klasės labiausiai prisideda prie pensijų fondų sisteminės rizikos ir jų jautrumo išoriniams finansų rinkų pokyčiams. Tyrimo metu kiekviename slenkančiame lange apskaičiuotos dalinės koreliacijos tarp fondo ir kitų tinklo aktyvų buvo sugrupuotos pagal iš anksto apibrėžtas turto klases (žr. 2 priedą), o jų absoliučios reikšmės agreguotos kategorijų lygmeniu. Gautos reikšmės normalizuotos, išreiškiant jas procentine viso ryšių stiprumo dalimi, kas leidžia palyginti skirtingų kategorijų svarbą tiek laike, tiek tarp fondų. Tokia analizė padės identifikuoti, kurios turto klasės dominuoja skirtingais laikotarpiais ir kaip kinta jų įtaka.



10 pav. Pensijų fondų ryšių su išorinėmis rinkomis stiprumo dekompozicija pagal turto klases

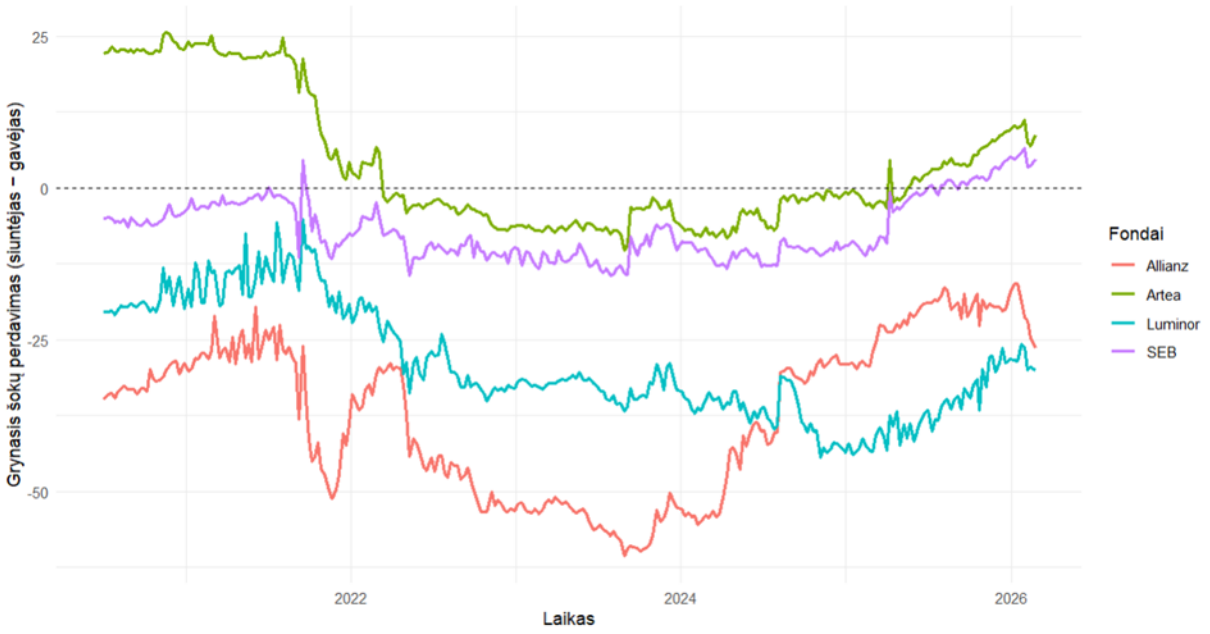
Gauti rezultatai (žr. 10 pav.) rodo, kad daugeliu laikotarpių didžiausią įtaką pensijų fondų priklausomybės struktūrai daro pasauliniai akcijų rinkos indeksai ir kolektyvinio investavimo subjektų (KIS) fondai. Tuo tarpu obligacijų, žaliavų ir kitų turto klasių vaidmuo buvo labiau epizodinis ir dažniausiai sustiprėja padidėjusio neapibrėžtumo laikotarpiais. Pastebimi ir reikšmingi skirtumai tarp fondų. „Luminor 1982 – 1988“ atveju didesnę dalį ryšių struktūros sudaro investiciniai

fondai (apie 50–70 %), o pasaulinių akcijų indeksų įtaka yra mažesnė (apie 30–50 %). Tuo tarpu „Artea 1996 – 2002“ ir „SEB 1968 – 1974“ fonduose dominuoja tiesioginė priklausomybė nuo pasaulinių akcijų rinkų. Ekonomiškai tai rodo skirtingą investavimo struktūrą: „Luminor“ fondas yra labiau netiesiogiai susietas su rinkomis per kitus fondus (t. y. per tarpinius investicinius instrumentus), o „Artea“ ir „SEB“ fondai pasižymi didesniu susietumu su globalioms akcijų rinkoms, todėl jų jautrumas pasauliniams rinkos svyravimams yra didesnis. Taip pat matyti, kad 2021 m. pabaigoje – 2022 m. pradžioje reikšmingai padidėja investicinių fondų įtaka, o 2022–2023 m., stabilizavusis tinklo stiprumui, ji sumažėja. Tai rodo, kad pensijų fondų priklausomybė nuo išorinių rinkų yra ne tik dinamiška, bet ir struktūriškai diferencijuota – ji priklauso tiek nuo makroekonominių sąlygų, tiek nuo konkretaus fondo investavimo strategijos.

3.2.4. Dinaminė šokų perdavimo analizė

Nors GLASSO tinklai leidžia identifikuoti priklausomybės struktūrą, jie nesuteikia informacijos apie ryšių kryptį. Kryptinei analizei ankstesniame skyriuje buvo taikytas statinis Diebold–Yilmaz metodas, kuriuo buvo vertinamas šokų perdavimas tarp rinkų visame nagrinėjamame laikotarpyje. Rezultatai parodė, kad dalis fondų veikia kaip aktyvūs šokų siuntėjai, kiti – kaip gavėjai, o kai kurie užima santykinai neutralią poziciją. Tačiau ši struktūra nėra pastovi – fondų vaidmuo laike kinta, todėl statinė analizė neleidžia pilnai įvertinti šokų perdavimo dinamikos. Dėl šios priežasties toliau taikoma dinaminė analizė, leidžianti stebėti, kaip laikui bėgant kinta įeinančių ir išeinančių šokų perdavimo intensyvumas (t. y. svorinių ryšių sumos) bei grynasis šokų perdavimo balansas. Tai suteikia galimybę įvertinti, ar fondai išlieka nuosekliais rizikos siuntėjais ar gavėjais, ar jų vaidmuo keičiasi skirtingais rinkos laikotarpiais.

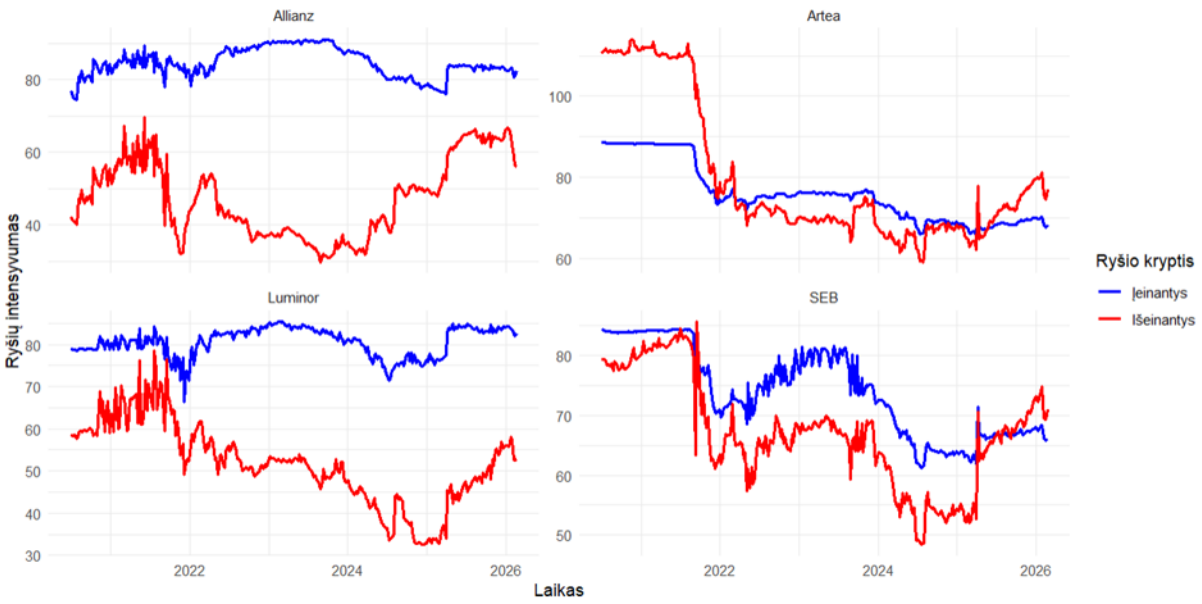
Diebold–Yilmaz tinklas konstruojamas kiekvienam pensijų fondui atskirai, siekiant įvertinti jo sąveiką tik su išorinėmis rinkomis. Priklausomybių dinamikai analizuoti taikomas slenkančio lango metodas: kiekviename lange sudaromas atskiras tinklas, naudojant apie 1,5 metų trukmės duomenų imtį, o langas perkeliamas kas 5 dienas. Tinklų konstravimui taikomi tie patys parametrai kaip ir statinėje analizėje.



11 pav. Pensijų fondų grynojo šokų perdavimo dinamika

Grafikas (žr. 11 pav.) vaizduoja pensijų fondų grynąjį šokų perdavimo efektą laike. Šis rodiklis apskaičiuojamas kaip skirtumas tarp fondo perduodamų ir gaunamų šokų. Rezultatai atskleidžia aiškius skirtumus tarp fondų vaidmens finansiniame tinkle. „Artea 1996 – 2002“ fondas didžiąją laikotarpio dalį išlieka arčiausiai nulio ir epizodiškai tampa šokų siuntėju, kas rodo santykinai didesnį savarankiškumą bei aktyvesnį vaidmenį perduodant rinkos impulsus. Įvertinta, jog net 44 % viso stebėto laikotarpio šio fondo grynojo šokų perdavimo reikšmė buvo teigiama, o nuo 2022 m. pradžios iki 2025 m. vidurio ji išliko neigiama, tačiau artima nuliui. Tuo tarpu „Allianz 1989 – 1995“ ir „Luminor 1982 – 1988“ fondai beveik visą laikotarpį pasižymi neigiamomis reikšmėmis, todėl gali būti interpretuojami kaip labiau nuo išorinių rinkų priklausomi. Ypač išsiskiria „Allianz 1989 – 1995“, kurio reikšmės 2023–2024 m. pasiekia žemiausią lygį, rodantį itin stiprų išorinių šokų absorbavimą. „SEB 1968 – 1974“ fondas užima tarpinę poziciją – nors ilgą laiką išlieka grynasis šokų gavėjas, 2025–2026 m. jo reikšmės artėja prie nulio ir tampa teigiamos, kas rodo didėjantį aktyvumą ir stiprėjantį pranašumą prieš kitus rinkos dalyvius.

Šių pokyčių dinamika siejasi su globalių finansų rinkų raida. 2021–2022 m. laikotarpiu padidėjęs grynasis perduodamų šokų skaičius susijęs su COVID-19 pandemijos laikotarpio neapibrėžtumais. 2022 m. Rusijos invazija į Ukrainą sukėlė didelį neapibrėžtumą finansų rinkose [87], o tai neigiamai paveikė fondus, labiau integruotus į pasaulines akcijų ir obligacijų rinkas. Dėl šios priežasties tam tikri fondai, ypač Allianz 1989 – 1995“, tapo dar stipresniais grynaisiais šokų gavėjais. 2023–2024 m. stebimas tam tikras stabilizavimasis, kuris gali būti siejamas su rinkų prisitaikymu prie aukštesnių palūkanų normų aplinkos. Tuo tarpu 2025–2026 m. laikotarpiu fiksuojamas grynojo šokų perdavimo didėjimas rodo, kad fondai tampa aktyvesniais finansinio tinklo dalyviais – didėja jų gebėjimas perduoti rinkos impulsus, tačiau kartu tai gali reikšti ir augantį sistemos tarpusavio susietumą bei potencialiai didesnę sisteminę riziką.



12 pav. Įeinančių ir išeinančių ryšių intensyvumo dinamika pagal pensijų fondus

12 paveiksle pateiktas grafikas detalizuoja įeinančių ir išeinančių ryšių dinamiką kiekvienam pensijų fondui. Mėlyna linija žymi gaunamų šokų intensyvumą, o raudona – perduodamų šokų intensyvumą. Kai mėlyna linija yra aukščiau, fondo prognozės paklaidų dispersiją labiau paaiškina išorinių rinkų šokai, o kai aukščiau yra raudona linija – fondas aktyviau perduoda šokus kitiems tinklo dalyviams.

Analizuojamų pensijų fondų atveju matyti, kad įeinančių ryšių intensyvumas dažniausiai viršija išeinančių ryšių intensyvumą, o tai rodo didesnį fondų jautrumą išoriniams rinkos veiksniams. Tokie rezultatai atitinka ekonominę logiką, nes pensijų fondai dažniau veikia kaip iš rinkos perduodamų šokų gavėjai, o ne kaip pagrindiniai sisteminės rizikos sklaidos šaltiniai. Tačiau skirtumai tarp fondų išlieka reikšmingi. „Luminor 1982 – 1988“ ir „Allianz 1989 – 1995“ fondai pasižymi didžiausiu atotrūkiu tarp įeinančių ir išeinančių ryšių intensyvumo – įeinantys ryšiai vidutiniškai 30–40 % viršija išeinančius, todėl šių fondų priklausomybė nuo išorinių rinkų yra didžiausia. Tuo tarpu „Artea 1996 – 2002“ fondo ryšiai didžiąją dalį tiriamo laikotarpio yra labiau subalansuoti – skirtingų krypčių intensyvumą reprezentuojančios kreivės grafike išlieka artimos viena kitai (vyrauja iki 5 % skirtumas), tačiau kai kuriais laikotarpiais (pvz., pandeminiu laikotarpiu, t.y. iki 2022 m. pradžios) išeinančių ryšių intensyvumas daugiau nei 20 % viršijo įeinančių ryšių intensyvumą, kas rodo didesnį aktyvumą perduodant rinkos impulsus. Taip pat pastebimas sisteminis lūžis visoje finansų rinkoje – 2022 m. pradžioje visuose fonduose fiksuojamas staigus tiek įeinančių, tiek išeinančių ryšių intensyvumo sumažėjimas: įeinančių ryšių intensyvumas sumažėja 10–15 %, o išeinančių – apie 30 %. Vėlesniu laikotarpiu skirtingų fondų ryšių intensyvumo trajektorijos išsiskiria, o tai gali būti siejama su nevienodomis investavimo strategijomis, turto alokacijos sprendimais bei skirtingu jautrumu atskiroms turto klasėms. Apibendrinant galima teigti, kad pensijų fondų sąveika su išorinėmis rinkomis yra dinamiška ir priklauso nuo kintančių makroekonominių bei geopolitinių sąlygų, o Diebold–Yilmaz metodas leidžia identifikuoti tiek fondų pažeidžiamumą, tiek sisteminės rizikos stiprėjimo laikotarpius.

3.3. Tinklais pagrįstų rinkos signalų prognozinės galios vertinimas

Šiame skyrelyje analizuojami tinklų pagrindu išgaunami rinkos signalai, kurie konstruojami remiantis finansinių aktyvų tarpusavio priklausomybės struktūra. Rinkos signalų paskirtis – papildyti tradicinius prognozavimo modelius informacija apie sisteminius ryšius tarp rinkų ir taip potencialiai pagerinti finansinių grąžų prognozavimo tikslumą. Tyrimo esmė – įvertinti, ar tinklų teorija pagrįsti rodikliai suteikia papildomos prognozinės informacijos, lyginant su įprastais laiko eilučių modeliais. Tokia tyrimo kryptis grindžiama ankstesniais empiriniais rezultatais, rodančiais, kad finansinių tinklų struktūra padeda identifikuoti svarbiausius ryšius tarp rinkų ir gali pagerinti prognozavimo kokybę. Praktiniu požiūriu tai yra reikšminga pensijų fondų valdytojams ir investuotojams, nes leidžia geriau suprasti, kurie išoriniai rinkos veiksniai daro didžiausią įtaką fondų grąžoms, ir atitinkamai priimti labiau pagrįstus portfelio valdymo sprendimus.

Prognozės sudaromos keliems horizontams: vieno žingsnio į priekį grąžoms bei 5, 10 ir 20 dienų kaupiamosioms grąžoms prognozuoti. Toks skirtingų horizontų pasirinkimas leidžia įvertinti, kaip tinklų signalų informacinė vertė kinta trumpuoju ir vidutiniu laikotarpiais. Tinklai prognozavimo analizėje konstruojami taikant tuos pačius parametrus kaip ir ankstesniuose tyrimo etapuose, siekiant užtikrinti rezultatų nuoseklumą ir palyginamumą. Tinklų konstravimui taikomas pusantrų metų ilgio slenkančio lango metodas, kuris perkeliamas kas vieną dieną. Tokiu būdu kiekvienam laikotarpiui apskaičiuojami nauji tinklo rodikliai, o iš jų suformuojamos dinaminės tinklo signalų laiko eilutės, naudojamos prognozavimo modeliuose. Šis metodas leidžia modeliams prisitaikyti prie besikeičiančios rinkos aplinkos ir užfiksuoti laike kintančius ryšius tarp finansinių aktyvų. Diebold–Yilmaz šokų perdavimo modelyje papildomai taikoma reikšmingiausių ryšių atranka, todėl į modelį įtraukiami $k = 5$ stipriausi įeinantys ir išeinantys ryšiai. Toks pasirinkimas leidžia išlaikyti pusiausvyrą tarp modelio informatyvumo ir paprastumo – modelyje išsaugomi svarbiausi šokų perdavimo kanalai, kartu sumažinant perteklinio triukšmo bei pernelyg sudėtingos tinklo struktūros

poveikį. Pasirinktas ryšių skaičius taip pat dera su grafinio LASSO tinklų struktūra, kurioje analizuojami fondai vidutiniškai turi apie 5–7 reikšmingus kaimyninius ryšius. Todėl panašaus masto ryšių atranka leidžia užtikrinti metodologinį nuoseklumą tarp skirtingų tinklų analizės metodų. Prognozavimo modelių vertinimui duomenys padalijami į mokymo ir testavimo imtis santykiu 80/20. Modeliai įvertinami naudojant 2019–2024 m. laikotarpio duomenis, o jų prognozinė galia tikrinama nepriklausomoje 2025–2026 m. testavimo imtyje.

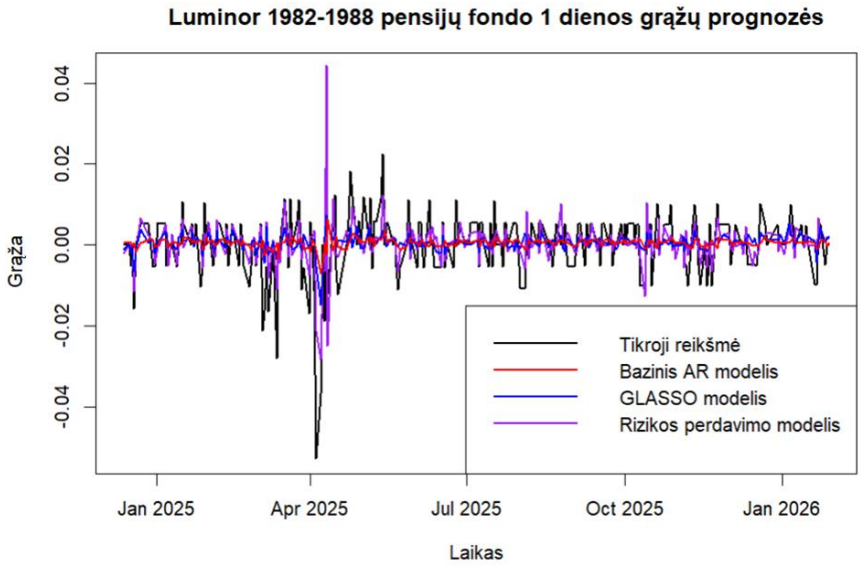
Prognozavimo modelių patikimumas šiame tyrime vertinamas analizuojant pagrindines laiko eilučių regresiniams modeliams svarbias prielaidas – liekanų autokoreliaciją, stacionarumą ir heteroskedastiškumą. Tuo tarpu liekanų normalumas šiame tyrime nėra laikomas būtina modelio tinkamumo sąlyga, kadangi finansinių grąžų skirstiniai dažnai pasižymi storomis uodegomis, asimetrija ir ekstremaliomis reikšmėmis [88]. Be to, pagrindinis tyrimo tikslas yra skirtingų modelių palyginimas, vertinant testavimo imčiai gautų prognozių tikslumą ir RMSE kriterijų, o ne parametrinių statistinių išvadų formavimas remiantis griežtomis normalumo prielaidomis [89]. Dėl šios priežasties didžiausias dėmesys skiriamas tam, ar modeliai tinkamai aprašo grąžų dinamiką ir ar jų liekanose nelieka sisteminių priklausomybių.

Gauti diagnostinių testų rezultatai (žr. 5 priedą) rodo, kad prognozavimo modelių patikimumas reikšmingai priklauso nuo prognozavimo horizonto. Vienos dienos horizonto modeliai daugeliu atvejų pasižymi pakankamai geromis diagnostinėmis savybėmis – jų liekanos yra stacionarios (žr. 5 priedo (a) dalies ADF testo rezultatus), o Box–Ljung testo rezultatai dažniausiai neleidžia atmesti autokoreliacijos nebuvimo hipotezės. Tai rodo, kad trumpalaikiai modeliai pakankamai gerai išnaudoja laiko eilutėje esančią informaciją ir liekanose nelieka reikšmingos sisteminės priklausomybės struktūros. Tuo tarpu penkių, dešimties ir dvidešimties dienų horizontų modeliuose beveik visais atvejais nustatoma statistiškai reikšminga liekanų autokoreliacija, rodanti, kad ilgėjant prognozavimo horizontui modeliai nebesugeba pilnai aprašyti kaupiamųjų grąžų dinamikos, o prognozavimo klaidos tampa sistemiškai priklausomos. Visuose modeliuose liekanos išlieka stacionarios, tačiau daugeliu atvejų nustatomi statistiškai reikšmingi ARCH efektai (žr. 5 priedo ARCH testo rezultatus), rodantys, kad liekanų dispersija laikui bėgant nėra pastovi, o didelio nepastovumo laikotarpiai linkę grupuotis. Tokia volatilumo klasterizacija (angl. *volatility clustering*) laikoma tipine finansinių grąžų laiko eilučių savybe ir rodo, kad modeliai pilnai neužfiksuoja rinkos nepastovumo dinamikos. Vis dėlto, stebima nuosekli tendencija, kad į modelius įtraukiant papildomus rinkos, dalinių koreliacijų ir šokų perdavimo signalus ARCH efektų statistinis reikšmingumas mažėja (žr. 5 priedo (a) dalies ARCH testo rezultatus). Tai leidžia daryti prielaidą, kad tinkliniai signalai padeda geriau paaiškinti finansų rinkų volatilumo struktūrą ir sumažina liekanose išliekančią nepastovumo dinamiką, nors jos visiškai neeliminuoja. Taigi, nors modeliai netenkina visų klasikiniams regresiniams modeliams keliamų prielaidų, tokie rezultatai yra būdingi finansinių grąžų laiko eilutėms, kurioms dažnai būdingas heteroskedastiškumas, volatilumo klasterizacija ir nenormalūs skirstiniai. Todėl tyrime atliekamas tik skirtingų modelių prognozavimo tikslumo palyginimas naudojant vienodus vertinimo kriterijus, kad būtų įvertinta tinklinių signalų teikiama papildoma prognozinė informacija.

Gauti prognozavimo rezultatai (žr. 6 priedą) rodo, kad tinklų struktūra pagrįsti kintamieji gali pagerinti pensijų fondų grąžų prognozavimo tikslumą, tačiau šio pagerėjimo mastas priklauso tiek nuo prognozės horizonto, tiek nuo konkretaus fondo. Trumpiausiame, vieno žingsnio į priekį prognozavimo horizonte tinklų informacija yra aiškiai vertingiausia – visų fondų atveju fiksuojamas statistiškai reikšmingas prognozės paklaidos sumažėjimas, ypač taikant šokų perdavimo modelį.

Didžiausias pagerėjimas nustatytas „Luminor 1982 – 1988“ (31,5 %, žr. 6 priedo (a) dalį) ir „Allianz 1989 – 1995“ (29,25 % žr. 6 priedo (c) dalį) fonduose – būtent tuose, kurie dinaminėje šokų perdavimo analizėje pasižymėjo didesne priklausomybe nuo išorinių rinkų. Tuo tarpu išoriniams veiksniams atsparesniems fondams, tokiems kaip „Artea 1996 – 2002“ (žr. 6 priedo (d) dalį), tinklų signalai suteikia mažesnę papildomą prognozinę vertę. Tai leidžia teigti, kad kryptinė informacija apie šokų perdavimą yra ypač svarbi trumpalaikiam prognozavimui fondams, kurie yra labiau integruoti į globalias rinkas.

Vien tik vidutinės rinkos grąžos įtraukimas taip pat pagerina prognozes, tačiau šio modelio efektyvumas dažniau pasireiškia mažiau išoriniams šokams jautrių fondų atveju. Be to, rinkos modelis daugeliu atvejų pasiekia panašų tikslumą kaip ir dalinių koreliacijų (GLASSO) modelis, o kai kuriais atvejais jį net pranoksta (žr. 6 priedo (a, c) dalis). Tai rodo, kad dalinių koreliacijų pagrindu išgaunami signalai, nors ir informatyvūs, ne visuomet suteikia pakankamai papildomos informacijos, kad pranoktų agreguotą rinkos poveikį.



13 pav. Tinklinių ir bazinių modelių palyginimas prognozuojant „Luminor 1982 – 1988“ fondo grąžas (1 dienos horizontas)

Skirtingų modelių gebėjimas atkartoti faktinę grąžų dinamiką taip pat atsiskleidžia vizualinėje analizėje (žr. 13 pav.). Visi modeliai pakankamai gerai atkuria bendrą grąžų svyravimą aplink nulį, tačiau jų reakcija į staigius pokyčius skiriasi. Bazinis AR(1) modelis pasižymi labiausiai išlygintomis prognozėmis ir silpniausia reakcija į rinkos svyravimus, nes remiasi tik grąžų inercija ir nesugeba efektyviai užfiksuoti netikėtų šokų. GLASSO modelis geriau prisitaiko prie trumpalaikių pokyčių, tačiau vis dar linkęs slopinti ekstremalias reikšmes. Tai rodo, kad tinklo struktūra, identifikuojanti tiesioginius ryšius tarp aktyvų, suteikia papildomos informacijos apie trumpalaikius rinkos judėjimus. Tuo tarpu šokų perdavimo modelis demonstruoja didžiausią jautrumą rinkos pokyčiams ir geriausiai atkuria staigesnius svyravimus, ypač padidėjusio nepastovumo laikotarpiais (pvz., apie 2025 m. balandį). Ši savybė paaiškina, kodėl šis modelis pasižymėjo mažiausia prognozavimo paklaida (RMSE). Kita vertus, rezultatai rodo, kad net ir geriausiai pasirodęs modelis ne visuomet tiksliai atkuria ekstremalius šokus – pavyzdžiui, didžiausio neigiamo kritimo amplitudė nėra pilnai atkartojama nė vieno modelio. Tai atspindi fundamentalią finansinių grąžų prognozavimo problemą: dauguma modelių pakankamai tiksliai aprašo įprastą grąžų dinamiką, tačiau susiduria su sunkumais

prognozuojant retus, didelės amplitudės šokus. Nepaisant šio apribojimo, tinklų signalais pagrįsti modeliai, ypač įtraukiantys šokų perdavimo informaciją, pasižymi didesniu jautrumu rinkos pokyčiams ir geba efektyviau išnaudoti informaciją apie tarpusavio sąveikas, todėl geriau prisitaiko prie kintančios finansų rinkų aplinkos.

Analizuojant vidutinio laikotarpio (5 ir 10 dienų kaupiamųjų grąžų) prognozes, tinklų pranašumas išlieka, tačiau reikšmingai sumažėja. Pagerėjimai tampa nedideli (dažniausiai 0,3–3,4 % ribose, žr. 6 priedą), o jų statistinis reikšmingumas – nepastovus. Tai rodo, kad tinklo struktūra vis dar suteikia papildomos informacijos, tačiau jos signalas silpnėja ilgėjant prognozės horizontui. Šiame etape dalinių koreliacijų ir šokų perdavimo modelių rezultatai yra gana panašūs, o kai kuriais atvejais (pvz., „SEB 1968 – 1974“ fondui) net ir paprastesni modeliai veikia panašiai. Ilgajame (20 dienų) horizonte tinklų pranašumas iš esmės išnyksta – pagerėjimai yra labai maži arba net neigiami, o statistinis reikšmingumas dažniausiai nepatvirtinamas (žr. 6 priedą). Tai leidžia daryti išvadą, kad tinklų struktūra pagrįsti signalai yra labiau tinkami trumpalaikiam prognozavimui, o ilgesniu laikotarpiu jų informacinė vertė sumažėja dėl triukšmo, struktūrinių pokyčių ir kitų neįtrauktų veiksnių.

Lyginant skirtingus modelius, galima išskirti kelias svarbias tendencijas. Pirma, šokų perdavimo tinklas nuosekliai demonstruoja geriausius rezultatus trumpuoju laikotarpiu, kas patvirtina, kad kryptinė informacija apie ryšius tarp aktyvų yra svarbesnė nei vien tik jų koreliacinė struktūra. Antra, dalinių koreliacijų tinklas (GLASSO) taip pat pagerina prognozes, tačiau jo efektas mažesnis, kas rodo, kad vien tik tiesioginių ryšių identifikavimas nėra pakankamas be krypties informacijos. Trečia, rinkos modelis (su vidutine grąža) veikia kaip stiprus, bet „triukšmingas“ bazinis modelis – jis pagauna bendrą rinkos kryptį, tačiau neatskiria svarbiausių ryšių. Apibendrinant galime patvirtinti, kad tinklų analizė suteikia papildomos prognozinės informacijos, ypač trumpuoju laikotarpiu. Tai gali suteikti pridėtinę vertę pensijų fondų valdytojams: tinklais pagrįsti signalai gali būti naudojami kaip papildomas įrankis trumpalaikiams sprendimams, rizikos stebėsenai ir portfelio koregavimui, tačiau jų taikymas ilgalaikiam prognozavimui yra ribotas.

3.4. Tyrimo rezultatų diskusija

Šiame tyrime gauti rezultatai daugeliu aspektų patvirtina tarptautinėje mokslinėje literatūroje aprašytas tendencijas. Lyginant gautus rezultatus su pirmoje dalyje apžvelgtais tyrimais, galima išskirti esminius panašumus:

Sisteminiai rinkos centrai: tyrimas patvirtino literatūroje (pvz., Raddant ir Kenett, 2021 [20]) dominuojančią įžvalgą, kad globalios finansų sistemos centre yra JAV ir Europos akcijų rinkos. Identifikuoti „S&P 500“ ir „Euro Stoxx 50“ indeksai kaip pagrindiniai rizikos siuntėjai visiškai sutampa su ankstesniais empiriniais rezultatais.

Susietumo didėjimas kriziniais laikotarpiais: rezultatai patvirtino teorinę prielaidą (pvz., Sharma ir Ahmad, 2025 [74]), kad finansinių šokų plitimas ir tinklo junglumas reikšmingai išauga kriziniu metu. 2021 m. pabaigos infliacijos šuolis ir 2022 m. geopolitinė įtampa sukėlė aiškius struktūrinius lūžius ir ryšių pokyčius, kaip ir aprašyta literatūroje.

Trumpalaikio prognozavimo tikslumo pagerėjimas: tyrimas patvirtino Kim ir Sayama (2017) [75] bei Orlandini ir kt. (2025) [76] išvadas, kad tinklo informacija reikšmingai pagerina trumpalaikes prognozes. Nustatytas vidutinis 17 % paklaidos sumažėjimas, prognozuojant 1 dienos horizontu.

Remiantis atlikto tyrimo rezultatais, galima pateikti šias rekomendacijas tolimesniems tyrimams ir praktiniam tinklų analizės taikymui finansų rinkų tyrimuose:

Netiesinių ryšių identifikavimas: atsižvelgiant į tai, kad šiame darbe taikyti grafinis LASSO ir Diebold–Yilmaz metodai daugiausia leidžia identifikuoti tiesines priklausomybes tarp finansų rinkos dalyvių, ateities tyrimuose rekomenduojama integruoti informacijos teorija grįstus metodus, paremtus perkėlimo entropija (angl. *transfer entropy*) ar abipusės informacijos (angl. *mutual information*) panaudojimu. Tokių metodų taikymas sudarytų galimybę identifikuoti sudėtingesnius netiesinius ryšius ir asimetrinius priklausomybių perdavimo mechanizmus, kurie ypač išryškėja finansų rinkų nestabilumo ir ekstremalių sukrėtimų laikotarpiais.

Pažangesnių mašininio mokymosi modelių integravimas: kadangi tyrimo rezultatai parodė, jog tinklo struktūros informacija pagerina pensijų fondų grąžų prognozavimo tikslumą taikant regresinius modelius, tolimesniuose tyrimuose rekomenduojama tinklais pagrįstus signalus integruoti į pažangesnius mašininio mokymosi metodus, tokius kaip atsitiktinių miškų (angl. *Random Forest*), gradientinio stiprinimo (angl. *Gradient Boosting*) ar giliųjų neuroninių tinklų modeliai. Tai leistų efektyviau modeliuoti sudėtingas netiesines priklausomybes tarp finansų rinkų kintamųjų bei pagerinti prognozių tikslumą dinamiškoje rinkos aplinkoje.

Tinklo signalų stabilizavimas ilgesniuose prognozavimo horizontuose: atsižvelgiant į tai, kad tinklo signalų prognozinė galia silpnėja ilgėjant prognozės horizontui, o ilgesnio laikotarpio prognozavimo modelių patikimumas tampa nepakankamas, ateities tyrimuose rekomenduojama ieškoti metodų, leidžiančių stabilizuoti tinklo metrikas vidutiniu ir ilguoju laikotarpiu. Viena iš galimų krypčių galėtų būti agreguotų tinklo signalų konstravimas, paremtas ne vieno laikotarpio tinklo struktūra, bet ilgesnio laikotarpio tinklų laiko eilučių informacija. Toks metodas galėtų sumažinti trumpalaikių rinkos svyravimų įtaką ir padėti išlaikyti stabilesnę tinklo rodiklių prognozinę vertę ilgesniuose horizontuose.

Išvados

1. Literatūros analizė patvirtina, kad pensijų fondų investiciniai rezultatai yra glaudžiai susiję su globalių finansų sistemų dinamika, o tradiciniai ekonometriniai modeliai dažnai neatskleidžia visų struktūrinių ryšių, todėl tinklų teorija tampa svarbia alternatyva, leidžiančia identifikuoti sisteminės svarbos išorinius aktyvus, rizikos koncentraciją ir šokų plitimo mechanizmus.
2. Koreliacinių struktūrų analizės rezultatai parodė, kad tos pačios valdymo įmonės skirtingų amžiaus grupių pensijų fondų grąžos pasižymi stipriomis ($|\rho| \geq 0{,}8$) tarpusavio sąsajomis. Tuo tarpu sąsajos tarp skirtingų bendrovių fondų yra nevienalytės: nustatyti tiek silpni, tiek vidutinio stiprumo ryšiai. Dalis išorinių finansinių instrumentų taip pat pasižymi stipriais tarpusavio koreliaciniais ryšiais, todėl jų grąžų kintamumą paaiškina panašūs makroekonominiai ir finansų rinkų svyravimus lemiantys veiksniai.
3. Taikant grafinio LASSO ir Diebold–Yilmaz metodus nustatyta, kad svarbiausi finansinio tinklo centrai ir pagrindiniai rizikos šokų siuntėjai yra pasauliniai akcijų indeksai („S&P 500“, „Euro Stoxx 50“) bei Europos obligacijų fondas, pasižymėję didžiausiais centriškumo rodikliais ir grynojo šokų perdavimo intensyvumu. Atlikta priklausomybės dekompozicija pagal turto klases atskleidė nevienodą pensijų fondų jautrumą išorinėms rinkoms: „Luminor 1982–1988“ fondo ryšių struktūroje 50–70 % sudarė investiciniai fondai (KIS), tuo tarpu „Artea 1996–2002“ ir „SEB 1968–1974“ fondai pasižymėjo dominuojančiu tiesioginiu susietumu su globalių akcijų rinkų dinamika, kuris sudarė apie 50–60 % jų išorinių ryšių. Dinaminė šokų perdavimo analizė atskleidė, kad dauguma pensijų fondų veikia kaip grynieji šokų gavėjai, išskyrus „Artea 1996–2002“ pensijų fondą, kuris 44 % viso analizuojamo laikotarpio buvo grynasis šokų siuntėjas.
4. Dinaminė tinklų analizė patvirtino, kad finansinių priklausomybių struktūra nėra stabili ir pasižymi struktūriniais lūžiais, sutampančiais su reikšmingais ekonominiais ir geopolitiniais sukrėtimais. 2022 m. pradžioje nustatytas reikšmingas tinklo ryšių intensyvumo sumažėjimas: įeinančių ryšių intensyvumas sumažėjo apie 10–15 %, o išeinančių – apie 30 %, kas rodo trumpalaikį finansinių priklausomybių struktūros persitvarkymą po COVID-19 laikotarpio. Tuo tarpu nuo 2024 m. vidurio stebimas nuoseklus ryšių intensyvumo augimas, rodantis didėjančią pensijų fondų integraciją į globalias finansų rinkas bei stiprėjantį tarpusavio susietumą.
5. Prognozavimo modelių vertinimas parodė, kad iš tinklų struktūros išgaunami signalai suteikia papildomos prognozinės informacijos trumpuoju laikotarpiu. Didžiausias pagerėjimas nustatytas naudojant šokų perdavimo tinklo signalais papildytus modelius: vienos dienos prognozavimo horizonte RMSE paklaida sumažėjo iki 31,50 %, lyginant su baziniu AR(1) modeliu. Tai rodo, kad kryptinė informacija apie šokų perdavimo kanalus turi reikšmingą trumpalaikę prognozinę vertę. Vis dėlto ilgėjant prognozės horizontui iki 5, 10 ir 20 dienų, tinklais pagrįstų signalų informacinė vertė nuosekliai mažėja.

Literatūros sąrašas

1. ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT. Pensions at a Glance 2025: OECD and G20 Indicators [interaktyvus]. *Paris: OECD Publishing* 2025. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1787/e40274c1-en [žiūrėta 2026 m. kovo 24 d.].
2. WORLD BANK. Averting the Old Age Crisis: Policies to Protect the Old and Promote Growth [interaktyvus]. *Washington, DC: World Bank*, 1994. Prieiga per internetą: http://documents.worldbank.org/curated/en/973571468174557899 [žiūrėta 2026 m. kovo 24 d.].
3. VALSTYBINIO SOCIALINIO DRAUDIMO FONDO VALDYBA PRIE SOCIALINĖS APSAUGOS IR DARBO MINISTERIJOS. Dar nekaupiu [interaktyvus]. *Sodra*, 2025. Prieiga per internetą: https://sodra.lt/pensijos/papildomai-kaupiama-pensija/dar-nekaupiu [žiūrėta 2026 m. kovo 24 d.].
4. LIETUVOS BANKAS. Lietuvos II pensijų pakopa: raida, įžvalgos ir pasiūlymai [interaktyvus]. *Analizė ir tyrimai*, 2025, Nr. 23. Prieiga per internetą: https://www.lb.lt/uploads/publications/docs/49492_1f25ec309414bdcb1bc6f2ffb7764235.pdf [žiūrėta 2026 m. vasario 17 d.].
5. MORINA, F. ir S. GRIMA. The performance of pension funds and their impact on economic growth in OECD countries. *Emerald Publishing Limited*, 2021, ISBN 978-1-80043-969-6. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1108/978-1-80043-968-920211003 [žiūrėta 2026 m. kovo 25 d.].
6. STRIŠKA, A. *Evaluation of Lithuanian Pension System Reform of 2019*. Magistro darbas. Vilnius: ISM University of Management and Economic, 2023. Prieiga per internetą: https://gs.elaba.lt/object/elaba:176467120/ [žiūrėta 2026 m. kovo 20 d.].
7. GUDAITIS, T., J. MEČKOVSKI, T. MEDAISKIS ir V. POŠKUTĖ. First and Second Pillar Pensions: Costs and Benefits for Contributors in the Baltics. *Baltic Journal of Economics*, 2025, vol. 25, no. 2, pp. 232–254, ISSN 1406-099X. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1186/s13362-024-00144-x [žiūrėta 2026 m. kovo 23 d.].
8. KABAŠINSKAS, A., D. NEDĚLA ir M. KOPA. Do Pension Funds Beat Inflation? Assessing Trend-Dependent Risk and Dominance Techniques. *Annals of Operations Research,* 2026. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1007/s10479-025-07012-w [žiūrėta 2026 m. kovo 23 d.].
9. KABAŠINSKAS, A., M. KOPA, K. ŠUTIENĖ, A. LAKŠTUTIENĖ ir A. MALAKAUSKAS. Stress Testing for IInd Pillar Life-Cycle Pension Funds using Hidden Markov Model. *Annals of Operations Research.* 2026. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1007/s10479-024-06041-1 [žiūrėta 2026 m. kovo 24 d.].
10. KABAŠINSKAS, A. Systemic Risk Assessment of Lithuanian Second-Pillar Pension Funds through Connectedness and Spillover. *Journal of Mathematics in Industry,* 2024. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1186/s13362-024-00144-x [žiūrėta 2026 m. kovo 24 d.].
11. BABALOS, V. ir S. STAVROYIANNIS. Pension funds and stock market development in OECD countries: Novel evidence from a panel VAR. *Finance Research Letters*, 2020, vol. 34. pp. 101247, ISSN 1544-6123. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1016/j.frl.2019.07.020 [žiūrėta 2026 m. kovo 25 d.].
12. LIETUVOS BANKAS. Lietuvos II ir III pakopos pensijų fondų rinkos apžvalga. 2025 m. [interaktyvus]. *Lietuvos bankas,* 2026, ISSN 2669-0594. Prieiga per internetą: https://www.lb.lt/lt/leidiniai/lietuvos-ii-ir-iii-pakopos-pensiju-fondu-rinkos-apzvalga-2025-m [žiūrėta 2026 m. kovo 27 d.].

13. SAVICKAS, E. Maždaug pusė jūsų antrosios pakopos pensijos – Amerikoje: kas su ja vyksta grįžus Trumpui [interaktyvus]. *Vilnius: LRT,* 2025. Prieiga per internetą: https://www.lrt.lt/naujienos/verslas/4/2521713/mazdaug-puse-jusu-antrosios-pakopos-pensijos-amerikoje-kas-su-ja-vyksta-grizus-trumpui?srsltid=AfmBOoo5wdofhd0xos3RyVj2NBKE1tklHYXBrR_gY7eUv9wiQY_bEGYz [žiūrėta 2026 m. kovo 28 d.].
14. LIETUVOS BANKAS. Pensijų fondai. Kaip pensijų fondai valdo investavimo riziką? [interaktyvus]. *Lietuvos bankas,* N.d. Prieiga per internetą: https://www.lb.lt/lt/pensiju-fondai-1#ex-1-3 [žiūrėta 2026 m. kovo 27 d.].
15. ČEPINSKAITĖ, P. 2022 metais pensijų fondai atsigręžė į Baltijos regiono infrastruktūrą ir žaliąją energetiką [interaktyvus]. *Vilnius: Lietuvos investicinių ir pensijų fondų asociacija,* 2023. Prieiga per internetą: https://lipfa.lt/2022-metais-pensiju-fondai-atsigreze-i-baltijos-regiono-infrastruktura-ir-zaliaja-energetika/ [žiūrėta 2026 m. kovo 29 d.].
16. SAVICKAS, E. Ekspertai: pensijų fondų lėšos „gelbėja“ šalies ekonomiką [interaktyvus]. *Kaunas: diena.lt,* 2025. Prieiga per internetą: https://diena.lt/naujienos/verslas/ekonomika/ekspertai-pensiju-fondu-lesos-gelbeja-salies-ekonomika-1209716 [žiūrėta 2026 m. balandžio 8 d.].
17. EUROPEAN CENTRAL BANK. Globalizacija ir strategijos peržiūra [interaktyvus]. *Frankfurtas prie Maino: European Central Bank,* 2026. Prieiga per internetą: https://www.ecb.europa.eu/mopo/strategy/strategy-review/html/globalisation.lt.html [žiūrėta 2026 m. balandžio 8 d.].
18. BOAKO, G. ir P. ALAGIDEDE. Systemic Risks Spillovers and Interdependence among Stock Markets: International Evidence with Covar-Copulas. *The South African Journal of Economics*, 2018, vol. 86, no. 1. pp. 82–112, ISSN 0038-2280. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1111/saje.12182 [žiūrėta 2026 m. balandžio 9 d.].
19. BEIRNE, J. ir J. GIECK. Interdependence and contagion in global asset markets [interaktyvus]. *Frankfurtas prie Maino: European Central Bank Working Paper Nr. 1480*. 2012. Prieiga per internetą: https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpwps/ecbwp1480.pdf [žiūrėta 2026 m. balandžio 9 d.].
20. RADDANT, M. ir D. Y. KENETT. Interconnectedness in the global financial market. *Journal of International Money and Finance*, 2021, vol. 110, 102280, ISSN 0261-5606. Prieiga per: internetą: https://doi.org/10.1016/j.jimonfin.2020.102280 [žiūrėta 2026 m. balandžio 10 d.].
21. EVERAERT, G. ir M. ISERINGHAUSEN. Financial market interdependence, contagion and jumpy risk exposure [interaktyvus]. *Luxemburgas: European Stability Mechanism, ESM Working Paper Nr. 76*, 2026. Prieiga per internetą: https://www.esm.europa.eu/system/files/document/2026-02/WP%2076.pdf [žiūrėta 2026 m. balandžio 10 d.].
22. BURNS, W. E. Efficient-market hypothesis (EMH) [interaktyvus]. *EBSCO Research Starters,* 2024. Prieiga per internetą: https://www.ebsco.com/research-starters/social-sciences-and-humanities/efficient-market-hypothesis-emh [žiūrėta 2026 m. balandžio 10 d.].
23. KLIMAŠAUSKIENĖ, D. ir R. MARTINKUTĖ. Lietuvos vertybinių popierių rinkos silpnojo efektyvumo tyrimas. *Organizacijų vadyba: sisteminiai tyrimai*. 1999, nr. 11, p. 87–100. Prieiga per internetą: https://www.lb.lt/uploads/documents/docs/publications/klimasauskiene.pdf [žiūrėta 2026 m. balandžio 11 d.].

24. KAKKATTUCHALI, A. S., C. P. AYOOB, M. J. PK, K. EDATHIL ir T. M. FAISAL. Investor Behaviour in Financial Markets: Trends, Insights, and Regional Perspectives. *ShodhKosh: Journal of Visual and Performing Arts*, 2024, t. 5, nr. 5, p. 284–290. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.29121/shodhkosh.v5.i5.2024.3694 [žiūrėta 2026 m. balandžio 11 d.].
25. ORTMANN, R., M. PELSTER ir S. T. WENGEREK. COVID-19 and investor behavior. *SSRN Electronic Journal*, 2020, ISSN 1556-5068. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101717 [žiūrėta 2026 m. balandžio 11 d.].
26. TOQUE, C. ir V. TERRAZA. Time Series Factorial Models with Uncertainty Measures: Applications to ARMA Processes and Financial Data. *Communications in Statistics.Theory and Methods*, 2011, vol. 40, no. 9. pp. 1533–1544, ISSN 0361-0926. Prieiga internetą: https://doi.org/10.1080/03610920903537277 [žiūrėta 2026 m. balandžio 13 d.].
27. LUKIETTA, Z. ir B. WIBOWO. Interconnectedness of Stock Market in Systemically Important Regions With VAR Model Approach. The Fifth Padang International Conference On Economics Education, Economics, Business and Management, Accounting and Entrepreneurship (PICEEBA-5 2020). *Atlantis Press*, 2020, p. 494-500. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.2991/aebmr.k.201126.055 [žiūrėta 2026 m. balandžio 15 d.].
28. AFZAL, F. ir kt. Value-at-Risk Analysis for Measuring Stochastic Volatility of Stock Returns: Using GARCH-Based Dynamic Conditional Correlation Model. SAGE Open, 2021, vol. 11, no. 1, ISSN 2158-2440. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1177/21582440211005758 [žiūrėta 2026 m. balandžio 16 d.].
29. CHENG, J. Modelling and Forecasting Risk Dependence and Portfolio VaR for Cryptocurrencies. *Empirical Economics*, 2023, vol. 65, no. 2. pp. 899–924, ISSN 0377-7332. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1007/s00181-023-02360-7 [žiūrėta 2026 m. balandžio 16 d.].
30. CALVO-PARDO, H. F., T. MANCINI ir J. OLMO. Neural Network Models for Empirical Finance. *J. Risk Financial Manag.* 2020, *13*, 265. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.3390/jrfm13110265 [žiūrėta 2026 m. balandžio 16 d.].
31. MASINI, R., M. MADEIROS ir E. MENDES. Machine Learning Advances for Time Series Forecasting [interaktyvus]. *arXiv,* 2020. Prieiga per internetą: https://arxiv.org/abs/2012.12802 [žiūrėta 2026 m. balandžio 15 d.].
32. MARTI, G., F. NIELSEN, M. BIŃKOWSKI ir P. DONNAT. A Review of Two Decades of Correlations, Hierarchies, Networks and Clustering in Financial Markets. *Progress in Information Geometry*. Cham: Springer, 2021, p. 245–274. Signals and Communication Technology. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1007/978-3-030-65459-7_10 [žiūrėta 2026 m. balandžio 15 d.].
33. JIANG, W. Applications of deep learning in stock market prediction: Recent progress. *Expert Systems with Applications*, 2021, vol. 184, 115537, ISSN 0957-4174. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.48550/arXiv.2003.01859 [žiūrėta 2026 m. balandžio 15 d.].
34. JACKSON, M. O. Social and Economic Networks. *Princeton: Princeton University Press*, 2010, ISBN 9780691134406. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.2307/j.ctvcm4gh1 [žiūrėta 2026 m. balandžio 16 d.].
35. KUBY, M. J., T. D. ROBERTS, C. D. UPCHURCH ir S. TIERNEY. Network Analysis. *International Encyclopedia of Human Geography*. Oxford: Elsevier, 2009, p. 391–398, ISBN 9780080449104. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1016/B978-008044910-4.00481-8 [žiūrėta 2026 m. balandžio 12 d.].

36. EUROPOS CENTRINIS BANKAS. Evaluating interconnectedness in the financial system on the basis of actual and simulated networks [interaktyvus]. Financial Stability Review. *Frankfurtas prie Maino: Europos Centrinis Bankas,* 2012, p. 145–158. Prieiga per internetą: https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/fsr/art/ecb.fsrart201206_03.en.pdf [žiūrėta 2026 m. balandžio 11 d.].
37. NAGURNEY, A. ir K. KE. Financial networks with intermediation. *Quantitative Finance*. 2001, vol. 1, no. 4, p. 441–451. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1088/1469-7688/1/4/304 [žiūrėta 2026 m. balandžio 16 d.].
38. PAPANA, A., C. KYRTSOU, D. KUGIUMTZIS ir C. DIKS. Financial networks based on Granger causality: A case study. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications,* 2017, vol. 482, p. 65–73, ISSN 0378-4371. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.04.046 [žiūrėta 2026 m. balandžio 16 d.].
39. DAS, B. ir V. FASEN-HARTMANN. Measuring risk contagion in financial networks with CoVaR. *Finance and Stochastics*, 2025, vol. 29, p. 707–755. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1007/s00780-025-00564-6 [žiūrėta 2026 m. balandžio 17 d.].
40. BILLIO, M., R. CASARIN, ir L. ROSSINI. Bayesian Nonparametric Sparse VAR models [interaktyvus]. *Journal of Econometrics,* 2018. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.2139/ssrn.2832728 [žiūrėta 2026 m. balandžio 17 d.].
41. DIEBOLD, F. X. ir K. YILMAZ. Better to Give Than to Receive: Predictive Directional Measurement of Volatility Spillovers. *International Journal of Forecasting*, 2012, vol. 28, no. 1, p. 57–66. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2011.02.006 [žiūrėta 2026 m. balandžio 18 d.].
42. AKHTARUZZAMAN, M., S. BOUBAKER ir A. SENSOY. Financial Contagion during COVID–19 Crisis. *Finance Research Letters*, 2021, vol. 38. pp. 101604, ISSN 1544-6123. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101604 [žiūrėta 2026 m. balandžio 9 d.].
43. ACHITOUV, I. Dynamical analysis of financial stocks network: Improving forecasting using network properties. *PLoS ONE*. 2025, vol. 20, no. 5, e0319985. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1371/journal.pone.0319985 [žiūrėta 2026 m. balandžio 20 d.].
44. MAZELIAUSKAS, A. *Svarbos matai tinklų analizei*. Bakalauro darbas. Vilnius: Vilniaus universitetas, Matematikos ir informatikos fakultetas, 2016. Prieiga per internetą: https://epublications.vu.lt/object/elaba:20203614/MAIN [žiūrėta 2026 m. balandžio 20 d.].
45. SHIZUKA, D. Measuring Networks Part 1: Centrality and Global Measures [interaktyvus]. 2019. Prieiga per internetą: https://dshizuka.github.io/networkanalysis/04_measuring.html [žiūrėta 2026 m. gegužės 7 d.].
46. NEWMAN, M. Networks. 2nd ed. *Oxford: Oxford University Press*, 2018. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1093/oso/9780198805090.001.0001 [žiūrėta 2026 m. balandžio 23 d.].
47. SHAH, W. U., I. MISSAOUI, I. YOUNIS ir X. LIU. Evaluating Market Downturn Connectedness Between S&P 500 Index Funds, Gold, and Oil Markets. *Journal of Futures Markets*, 2025, vol. 45, p. 1278–1297. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1002/fut.22608 [žiūrėta 2026 m. balandžio 20 d.].
48. BARABÁSI, A. *Network Science* [interaktyvus]. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. Prieiga per internetą: https://networksciencebook.com/ [žiūrėta 2026 m. balandžio 10 d.].

49. KIRMIT, U. *Financial Correlation Networks*. Magistro darbas. Istanbul: Sabancı University, 2008. Prieiga per internetą: https://research.sabanciuniv.edu/id/eprint/12838/1/KirmitUmut.pdf [žiūrėta 2026 m. balandžio 11 d.].
50. MANTEGNA, R. N. Hierarchical Structure in Financial Markets. *The European Physical Journal B*. 1999, vol. 11, p. 193–197. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1007/s100510050929 [žiūrėta 2026 m. balandžio 13 d.].
51. LONGMORE, K. The Graphical Lasso and its Financial Applications [interaktyvus]. 2020. Prieiga per internetą: https://robotwealth.com/the-graphical-lasso-and-its-financial-applications/ [žiūrėta 2026 m. balandžio 13 d.].
52. ZHANG, Y., X. SHEN ir S. WANG. Large Multiple Graphical Model Inference via Bootstrap. *Statistica Sinica*, 2020, vol. 30, no. 2, p. 695–717. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.5705/ss.202017.0141 [žiūrėta 2026 m. balandžio 13 d.].
53. DURCHEVA, M. ir P. TSANKOV. Granger causality networks of S&P 500 stocks. *Applications of Mathematics in Engineering and Economics: AIP Conference Proceedings*, 2021, t. 2333, art. nr. 110014, p. 1–26. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1063/5.0041747 [žiūrėta 2026 m. balandžio 15 d.].
54. ORLANDINI, M., S. M. ZEMA, M. NAPOLETANO ir G. FAGIOLO. A network approach to volatility diffusion and forecasting in global financial markets [interaktyvus]. *Valbonne: Université Côte d'Azur, GREDEG*, 2025, GREDEG Working Paper Series, No. 2025-19, Prieiga per internetą: http://195.220.190.85/GREDEG-WP-2025-19.pdf [žiūrėta 2026 m. balandžio 15 d.].
55. SHENG, J., J. LI, J. YANG, Y. WANG ir J. LI. High-dimensional CoVaR risk spillover network from oil market to global stock markets – Lessons from the Kyoto Protocol. *Frontiers in Environmental Science*. 2023, vol. 11, 1103625. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.3389/fenvs.2023.1103625 [žiūrėta 2026 m. balandžio 16 d.].
56. BARUNÍK, J. ir T. KŘEHLÍK. Measuring the Frequency Dynamics of Financial Connectedness and Systemic Risk. *Journal of Financial Econometrics*. 2018, vol. 16, no. 2, p. 271–296. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1093/jjfinec/nby001 [žiūrėta 2026 m. balandžio 17 d.].
57. NIU, H. ir Z. HU. Information Transmission and Entropy-Based Network between Chinese Stock Market and Commodity Futures Market. *Resources Policy*, 2021, vol. 74. pp. 102294, ISSN 0301-4207. Prieiga per internetą: https://doi.org/0.1016/j.resourpol.2021.102294 [žiūrėta 2026 m. balandžio 17 d.].
58. LIZIER, J. T. An Information-Theoretic Toolkit for Studying the Dynamics of Complex Systems. *Frontiers in Robotics and AI,* 2014, vol. 1, 00011. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.3389/frobt.2014.00011 [žiūrėta 2026 m. balandžio 17 d.].
59. MAYER, A. Online Social Networks in Economics. *Decision Support Systems*, 2009, vol. 47, no. 3. pp. 169–184, ISSN 0167-9236. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1016/j.dss.2009.02.009 [žiūrėta 2026 m. balandžio 18 d.].
60. SHU, K., H. R. BERNARD ir H. LIU. Studying fake news via network analysis: detection and mitigation [interaktyvus]. *arXiv*, 2018. Prieiga per internetą: https://arxiv.org/abs/1804.10233 [žiūrėta 2026 m. balandžio 19 d.].
61. ASKAR, M., R. N. CAÑADAS ir K. SVENDSEN. An Introduction to Network Analysis for Studies of Medication Use. *Research in Social and Administrative Pharmacy*, 2021, vol. 17, no.

12. pp. 2054–2061, ISSN 1551-7411. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1016/j.sapharm.2021.06.021 [žiūrėta 2026 m. balandžio 19 d.].
62. DUNN, S., G. FU, S. WILKINSON ir R. DAWSON. Network Theory for Infrastructure Systems Modelling. *Proceedings of the ICE – Engineering Sustainability*, 2013, vol. 166. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1680/ensu.12.00039 [žiūrėta 2026 m. balandžio 25 d.].
63. HEARNSHAW, E. ir M. WILSON. A complex network approach to supply chain network theory. *International Journal of Operations & Production Management*, 2013, vol. 33. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1108/01443571311307343 [žiūrėta 2026 m. balandžio 25 d.].
64. ENGEL, J., M. NARDO ir M. RANCAN. Network Analysis for Economics and Finance: An Application to Firm Ownership. *Handbook of Industrial Organization*. Cham: Springer, 2021. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1007/978-3-030-66891-4_14 [žiūrėta 2026 m. balandžio 26 d.].
65. MCLAREN, C. D. ir M. W. BRUNER.. Citation Network Analysis. *International Review of Sport and Exercise Psychology*, 2022, vol. 15, no. 1. pp. 179–198, ISSN 1750-984X. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1080/1750984X.2021.1989705 [žiūrėta 2026 m. balandžio 26 d.].
66. HALDANE, A. G. Rethinking the financial network. Kalba, sakyta „Financial Student Association“, Amsterdamas, 2009 m. balandžio 28 d. Londonas: Anglijos bankas, 2009. Prieiga per internetą: https://www.bis.org/review/r090505e.pdf [žiūrėta 2026 m. balandžio 19 d.].
67. SCHELLHORN, H. O. ir D. COSSIN. Credit Risk in a Network Economy [interaktyvus]. *FAME Working Paper No. 106*, 2004. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.2139/ssrn.533084 [žiūrėta 2026 m. balandžio 20 d.].
68. MISTRULLI, P.E. Assessing Financial Contagion in the Interbank Market: Maximum Entropy Versus Observed Interbank Lending Patterns. *Journal of Banking & Finance*, 2011, vol. 35, no. 5. pp. 1114–1127, ISSN 0378-4266. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2010.09.018 [žiūrėta 2026 m. balandžio 24 d.].
69. BILLIO, M., M. GETMANSKY, A. W. LO ir L. PELIZZON. Econometric Measures of Connectedness and Systemic Risk in the Finance and Insurance Sectors. *Journal of Financial Economics*, 2012, vol. 104, no. 3. pp. 535–559, ISSN 0304-405X. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2011.12.010 [žiūrėta 2026 m. balandžio 24 d.].
70. SMERLAK, M., B. STOLL, A. GUPTA ir J. S. MAGDANZ. Mapping Systemic Risk: Critical Degree and Failures Distribution in Financial Networks. *PloS One*, 2015, vol. 10, no. 7. pp. e0130948, ISSN 1932-6203. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1371/journal.pone.0130948 [žiūrėta 2026 m. balandžio 26 d.].
71. CHOI, I. ir W. C. KIM. A Multifaceted Graph-Wise Network Analysis of Sector-Based Financial Instruments' Price-Based Discrepancies with Diverse Statistical Interdependencies. *The North American Journal of Economics and Finance*, 2025, vol. 75. pp. 102316, ISSN 1062-9408. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1016/j.najef.2024.102316 [žiūrėta 2026 m. balandžio 28 d.].
72. PERALTA, G. ir A. ZAREEI. A Network Approach to Portfolio Selection. *Journal of Empirical Finance*, 2016, vol. 38. pp. 157–180, ISSN 0927-5398. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2016.06.003 [žiūrėta 2026 m. gegužės 2 d.].
73. HUANG, C. ir kt. Financial Network Structure and Systemic Risk. *The European Journal of Finance*, 2024, vol. 30, no. 10. pp. 1073–1096, ISSN 1351-847X. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1080/1351847X.2023.2269993 [žiūrėta 2026 m. gegužės 2 d.].

74. SHARMA, H.K. ir W. AHMAD. Interconnectedness and Systemic Risk in Financial Networks: Fresh Evidence from India. *Emerging Markets Review*, 2025, vol. 69. pp. 101373, ISSN 1566-0141. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1016/j.ememar.2025.101373 [žiūrėta 2026 m. gegužės 4 d.].
75. ORLANDINI, M., S. M. ZEMA, M. NAPOLETANO ir G. FAGIOLO. A network approach to volatility diffusion and forecasting in global financial markets [interaktyvus]. *Documents de travail GREDEG (GREDEG Working Papers Series)*, No. 2025-19. Nice: Université Côte d'Azur, CNRS, GREDEG, 2025. Prieiga per internetą: http://195.220.190.85/GREDEG-WP-2025-19.pdf [žiūrėta 2026 m. gegužės 7 d.].
76. KIM, M. ir H. SAYAMA. Predicting Stock Market Movements using Network Science: An Information Theoretic Approach. *Applied Network Science*, 2017, vol. 2, no. 1. pp. 35–14, ISSN 2364-8228. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1007/s41109-017-0055-y [žiūrėta 2026 m. gegužės 8 d.].
77. YU, D. ir kt. Exploring Stock Returns in Financial Markets with Interpretable Financial Variables and Graph Neural Networks. *International Review of Economics & Finance*, 2026, vol. 107. pp. 105113, ISSN: 1059-0560. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1016/j.iref.2026.105113 [žiūrėta 2026 m. gegužės 8 d.].
78. LIETUVOS BANKAS. *Pensijų fondų veiklos rodikliai* [interaktyvus]. Svetainė. Prieiga per internetą: https://www.lb.lt/lt/pf-veiklos-rodikliai [žiūrėta 2026 m. kovo 24 d.].
79. LIETUVOS BANKAS. Kolektyvinio investavimo subjektų rinkos apžvalga [interaktyvus]. *Lietuvos banko Finansinių paslaugų ir rinkų priežiūros departamento Investicinių paslaugų ir bendrovių priežiūros skyrius, Serija „Finansų rinkos dalyvių veikla", serija „Finansų rinkos dalyvių veikla",* 2022, ISSN 2669-0608 (online). Prieiga per internetą: https://www.lb.lt/uploads/publications/docs/40091_837e6dc14b318b8e2a340aec21041f1f.pdf [žiūrėta 2026 m. vasario 3 d.].
80. ARTEA BANKAS. *Nuo gegužės 5 dienos AB Šiaulių bankas pakeitė pavadinimą į AB „Artea" bankas*. [interaktyvus]. Svetainė, 2025-05-21. Prieiga per internetą: https://www.artea.lt/lt/privatiems/taupymas-investavimas/investavimas/investavimo-naujienos/nuo-geguzes-5-dienos-ab-siauliu-bankas-pakeite-pavadinima-i-ab-artea-bankas [žiūrėta 2026 m. kovo 24 d.].
81. LIETUVOS BANKAS. Finansinio stabilumo apžvalga. [interaktyvus]. 2022. Prieiga per internetą: https://www.lb.lt/uploads/publications/docs/37265_faa78d6358d6af6eceaf222f1b70a5bb.pdf [žiūrėta 2026 m. kovo 24 d.].
82. MILLINGTON, T. ir M. NIRANJAN. Construction of minimum spanning trees from financial returns using rank correlation. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2021, vol. 566, 125605. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1016/j.physa.2020.125605 [žiūrėta 2026 m. gegužės 9 d.].
83. BLONDEL, V. D., J. GUILLAUME, R. LAMBIOTTE ir E. LEFEBVRE. Fast unfolding of communities in large networks. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2008, no. 10, P10008. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1088/1742-5468/2008/10/P10008 [žiūrėta 2026 m. gegužės 10 d.].
84. DIEBOLD, F. X. ir K. YILMAZ. *On the Network Topology of Variance Decompositions: Measuring the Connectedness of Financial Firms* [interaktyvus]. 2012. Prieiga per internetą:

https://www.gc.cuny.edu/sites/default/files/2021-07/dieboldandyilmaz_CUNY.pdf [žiūrėta 2026 m. gegužės 7 d.].

85. KILLICK, R., P. FEARNHEAD ir I. A. ECKLEY. Optimal Detection of Changepoints With a Linear Computational Cost. *Journal of the American Statistical Association*. 2012, vol. 107, no. 500, p. 1590–1598. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1080/01621459.2012.737745 [žiūrėta 2026 m. gegužės 11 d.].
86. DIEBOLD, F. X. ir R. S. MARIANO. Comparing Predictive Accuracy [interaktyvus]. *Journal of Business & Economic Statistics*, 2002, vol. 20, no. 1, p. 134–144. Prieiga per internetą: http://www.jstor.org/stable/1392155 [žiūrėta 2026 m. gegužės 11 d.].
87. NEELY, C. J. Financial Market Reactions to the Russian Invasion of Ukraine [interaktyvus]. *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, 2022, vol. 104, no. 4, p. 266–296 Prieiga per internetą: https://www.stlouisfed.org/publications/review/2022/10/21/financial-market-reactions-to-the-russian-invasion-of-ukraine. [žiūrėta 2026 m. gegužės 7 d.].
88. CONT, R. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues [interaktyvus]. *Quantitative Finance*. 2001, vol. 1, p. 223–236, ISSN 1469-7688. Prieiga per internetą: http://rama.cont.perso.math.cnrs.fr/pdf/empirical.pdf
89. HYNDMAN, R. J. ir G. ATHANASOPOULOS. *Forecasting: Principles and Practice*. 3rd ed [interaktyvus]. Melbourne: OTexts, 2021. Prieiga per internetą: https://otexts.com/fpp3/

Priedai

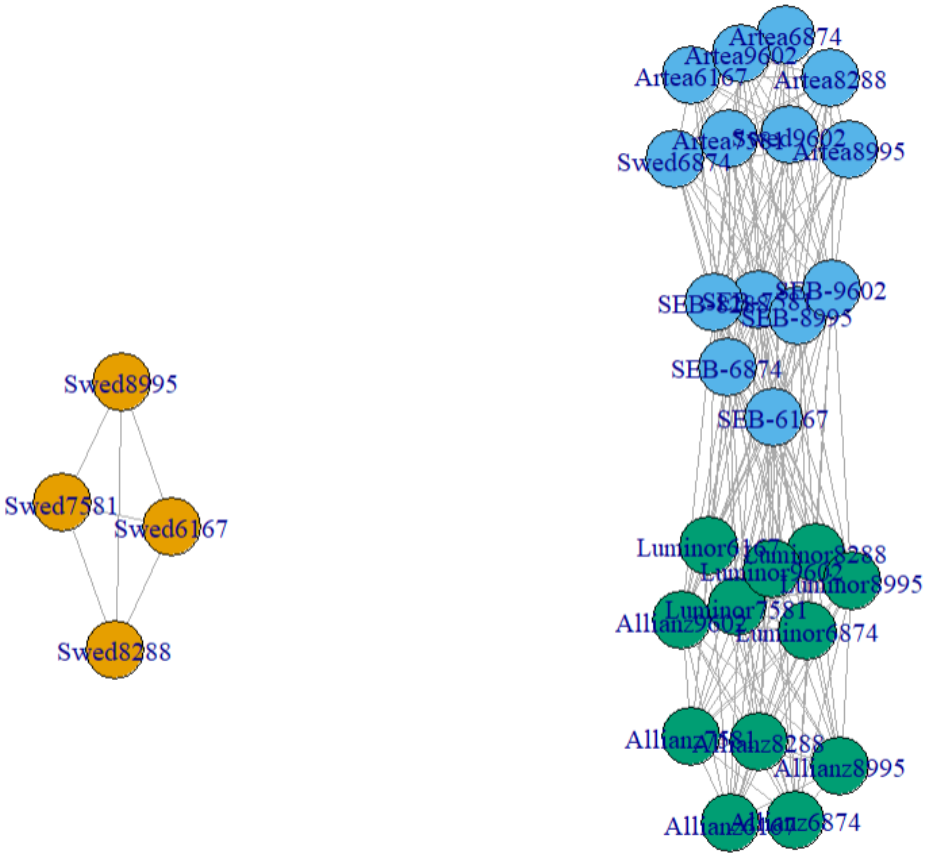
1 priedas. Duomenų šaltiniai

Finansinis instrumentas	Duomenų šaltinis
UAB „Swedbank investicijų valdymas“ II pakopos pensijų fondai	https://www.swedbank.lt/private/pensions/pillar2/allFunds/list/details
UAB „Allianz Lietuva gyvybės draudimas“ II pakopos pensijų fondai	https://investavimorezultatai.allianz.lt/?tipas=gyvenimo-ciklo-pensiju-fondai
UAB „Artea Asset Management“ II pakopos pensijų fondai	https://www.artea.lt/lt/privatiems/pensija/ii-pakopos-pensija/palyginimas
UAB „Luminor investicijų valdymas“ II pakopos pensijų fondai	https://www.luminor.lt/lt/pensiju-fondai
UAB „SEB investicijų valdymas“ II pakopos pensijų fondai	https://e.seb.lt/web/ipank.p?sesskey=&act=VPFOND&filterCode=P&lang=LIT&frnam=X&unetmenuhigh=
INVL Baltijos fondas	https://www.artea.lt/lt/privatiems/taupymas-investavimas/investavimas/investiciniai-fondai
INVL besivystančios Europos obligacijų subfondas	https://www.artea.lt/lt/privatiems/taupymas-investavimas/investavimas/investiciniai-fondai
Nextury Technology Fund	https://www.synergy-finance.com/fund/nextury-technology-fund/
Synergy Global Momentum Fund	https://www.synergy-finance.com/fund/synergy-global-momentum-fund/
INVL besivystančių pasaulio rinkų obligacijų subfondas	https://www.artea.lt/lt/privatiems/taupymas-investavimas/investavimas/investiciniai-fondai
Synergy Global Allocation Fund	https://www.synergy-finance.com/fund/synergy-global-allocation-fund/
Synergy Alpha Metals and Mining Fund	https://www.synergy-finance.com/fund/alpha-metals-and-mining-fund/
Prudentis Global value fund	https://www.prudentis.lt/lt/meniu/fondai/prudentis-global-value-fund/fondo-aprasymas.html
Synergy European Bond Fund	https://www.synergy-finance.com/fund/synergy-european-bond-fund/
OMX Baltic Benchmark GI	https://nasdaqbaltic.com/statistics/en/charts
OMX Riga GI	https://nasdaqbaltic.com/statistics/en/charts
OMX Tallinn GI	https://nasdaqbaltic.com/statistics/en/charts
OMX Vilnius GI	https://nasdaqbaltic.com/statistics/en/charts
Thomson Reuters (TR) Austria 5 Years Government Benchmark	https://www.investing.com/indices/bond-indices
TR UK 5 Years Government Benchmark	https://www.investing.com/indices/bond-indices
TR US 7 Years Government Benchmark	https://www.investing.com/indices/bond-indices
TR Eurozone 7 Years Government Benchmark	https://www.investing.com/indices/bond-indices
TR Denmark 10 Years Government Benchmark	https://www.investing.com/indices/bond-indices
TR Germany 10 Years Government Benchmark	https://www.investing.com/indices/bond-indices
Euro Currency Index	https://finance.yahoo.com/
US Dollar Index	https://finance.yahoo.com/
S&P 500	https://finance.yahoo.com/
EURO STOXX 50 I	https://finance.yahoo.com/
MSCI Inc.	https://finance.yahoo.com/
NASDAQ Composite	https://finance.yahoo.com/
Franklin Gold and Precious Metals	https://finance.yahoo.com/
iShares Global Utilities ETF	https://finance.yahoo.com/
United States Oil Fund, LP	https://finance.yahoo.com/
State Street Energy Select Sector SPDR ETF	https://finance.yahoo.com/
State Street Health Care Select Sector SPDR ETF	https://finance.yahoo.com/
State Street Consumer Staples Select Sector SPDR ETF	https://finance.yahoo.com/

2 priedas. Finansinių instrumentų santrumpos ir suskirstymas pagal kategorijas

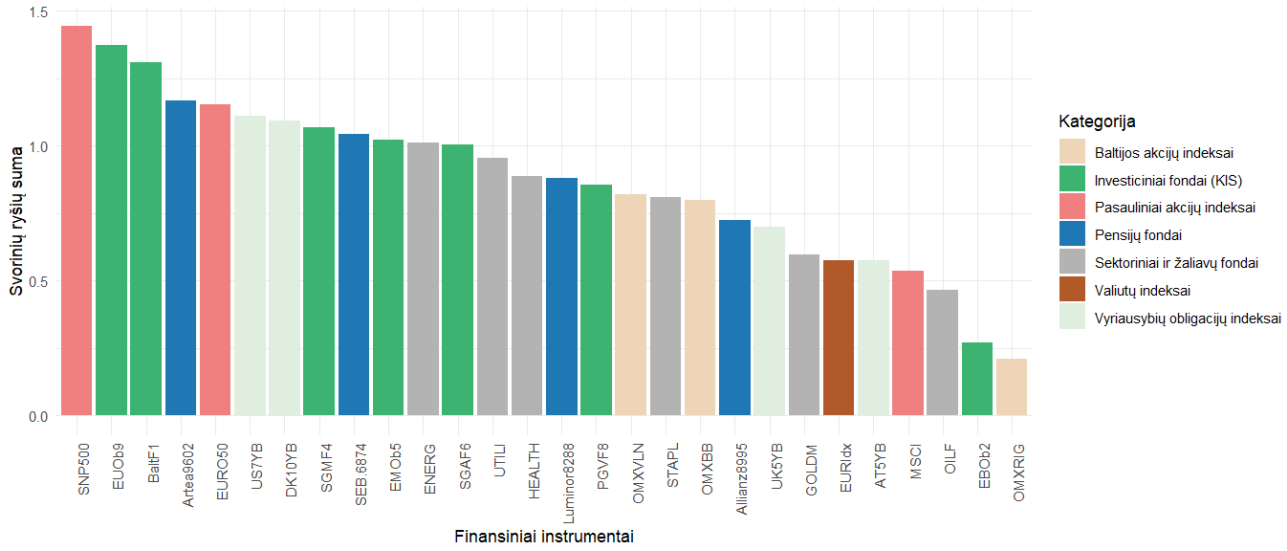
Santrumpa	**Pavadinimas**	**Kategorija (turto klasė)**
Swed	UAB „Swedbank investicijų valdymas“ II pakopos pensijų fondai	Pensijų fondai
Allianz	UAB „Allianz Lietuva gyvybės draudimas“ II pakopos pensijų fondai	Pensijų fondai
Artea	UAB „Artea Asset Management“ II pakopos pensijų fondai	Pensijų fondai
Luminor	UAB „Luminor investicijų valdymas“ II pakopos pensijų fondai	Pensijų fondai
SEB	UAB „SEB investicijų valdymas“ II pakopos pensijų fondai	Pensijų fondai
BaltF1	INVL Baltijos fondas	Investiciniai fondai (KIS)
EBOb2	INVL besivystančios Europos obligacijų subfondas	Investiciniai fondai (KIS)
NTF3	Nextury Technology Fund	Investiciniai fondai (KIS)
SGMF4	Synergy Global Momentum Fund	Investiciniai fondai (KIS)
EMOb5	INVL besivystančių pasaulio rinkų obligacijų subfondas	Investiciniai fondai (KIS)
SGAF6	Synergy Global Allocation Fund	Investiciniai fondai (KIS)
AMMF7		Investiciniai fondai (KIS)
PGVF8	Prudentis Global value fund	Investiciniai fondai (KIS)
EUOb9	Synergy European Bond Fund	Investiciniai fondai (KIS)
OMXBB	OMX Baltic Benchmark GI	Baltijos akcijų indeksai
OMXRIG	OMX Riga GI	Baltijos akcijų indeksai
OMXTAL	OMX Tallinn GI	Baltijos akcijų indeksai
OMXVLN	OMX Vilnius GI	Baltijos akcijų indeksai
AT5YB	Thomson Reuters Austria 5 Years Government Benchmark	Vyriausybių obligacijų indeksai
UK5YB	Thomson Reuters UK 5 Years Government Benchmark	Vyriausybių obligacijų indeksai
US7YB	Thomson Reuters US 7 Years Government Benchmark	Vyriausybių obligacijų indeksai
EZ7YB	Thomson Reuters Eurozone 7 Years Government Benchmark	Vyriausybių obligacijų indeksai
DK10YB	Thomson Reuters Denmark 10 Years Government Benchmark	Vyriausybių obligacijų indeksai
DE10YB	Thomson Reuters Germany 10 Years Government Benchmark	Vyriausybių obligacijų indeksai
EURIdx	Euro Currency Index	Valiutų indeksai
USDIdx	US Dollar Index	Valiutų indeksai
SNP500	S&P 500	Pasauliniai akcijų indeksai
EURO50	EURO STOXX 50 I	Pasauliniai akcijų indeksai
MSCI	MSCI Inc.	Pasauliniai akcijų indeksai
NASDAQ	NASDAQ Composite	Pasauliniai akcijų indeksai
GOLDM	Franklin Gold and Precious Metals	Sektoriniai ir žaliavų fondai
UTILI	iShares Global Utilities ETF	Sektoriniai ir žaliavų fondai
OILF	United States Oil Fund, LP	Sektoriniai ir žaliavų fondai
ENERG	State Street Energy Select Sector SPDR ETF	Sektoriniai ir žaliavų fondai
HEALTH	State Street Health Care Select Sector SPDR ETF	Sektoriniai ir žaliavų fondai
STAPL	State Street Consumer Staples Select Sector SPDR ETF	Sektoriniai ir žaliavų fondai

3 priedas. Pensijų fondų koreliacinis tinklas, sugrupuotas pagal bendruomenes

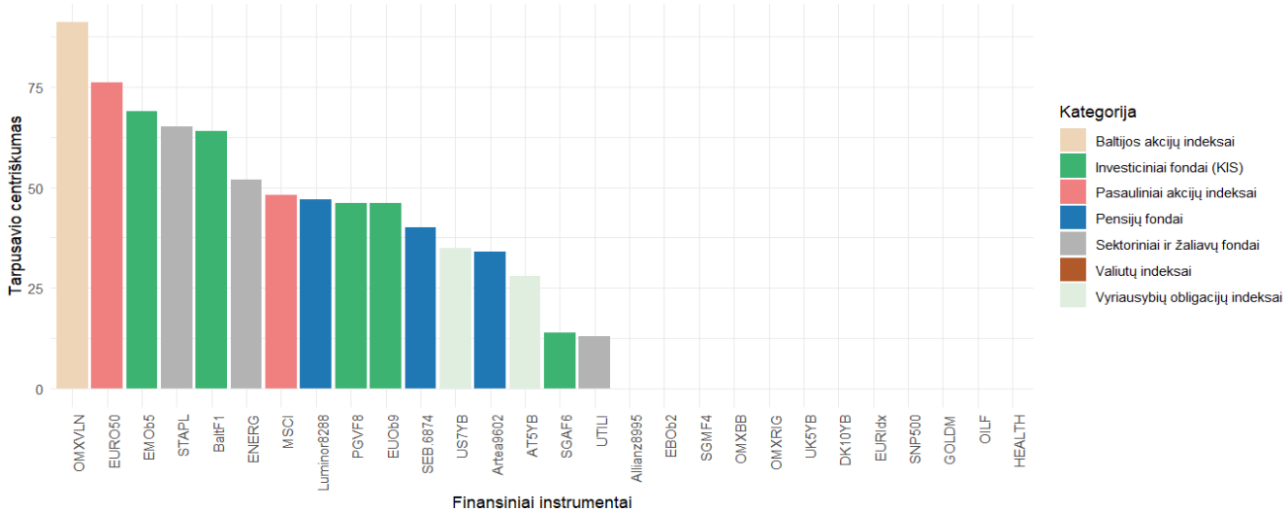


4 priedas. Tinklo mazgų centriškumas

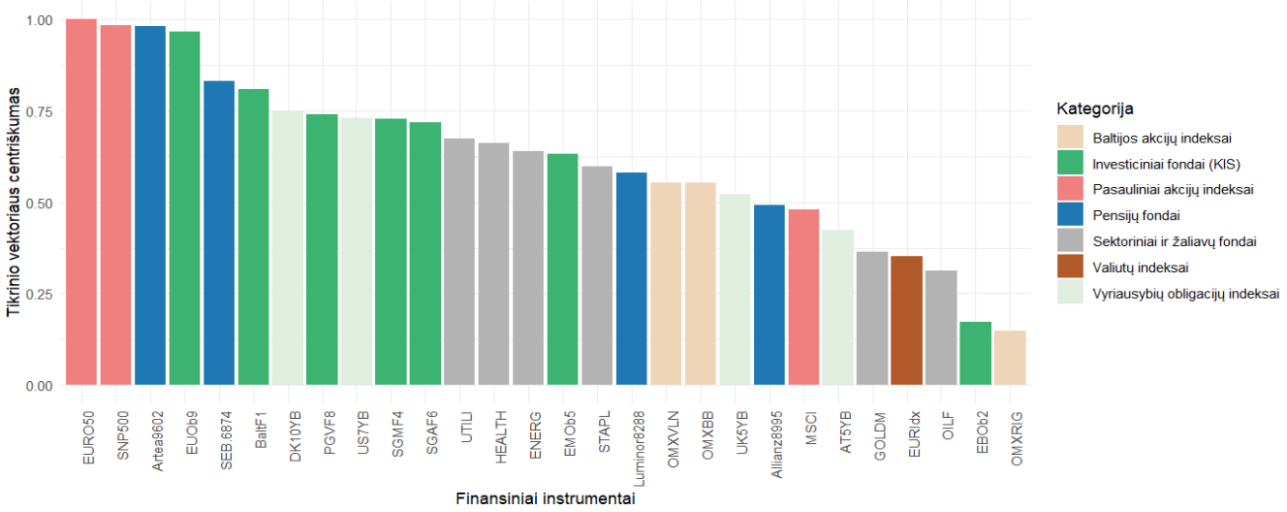
a) Stiprumo centriškumo stulpelinė diagrama



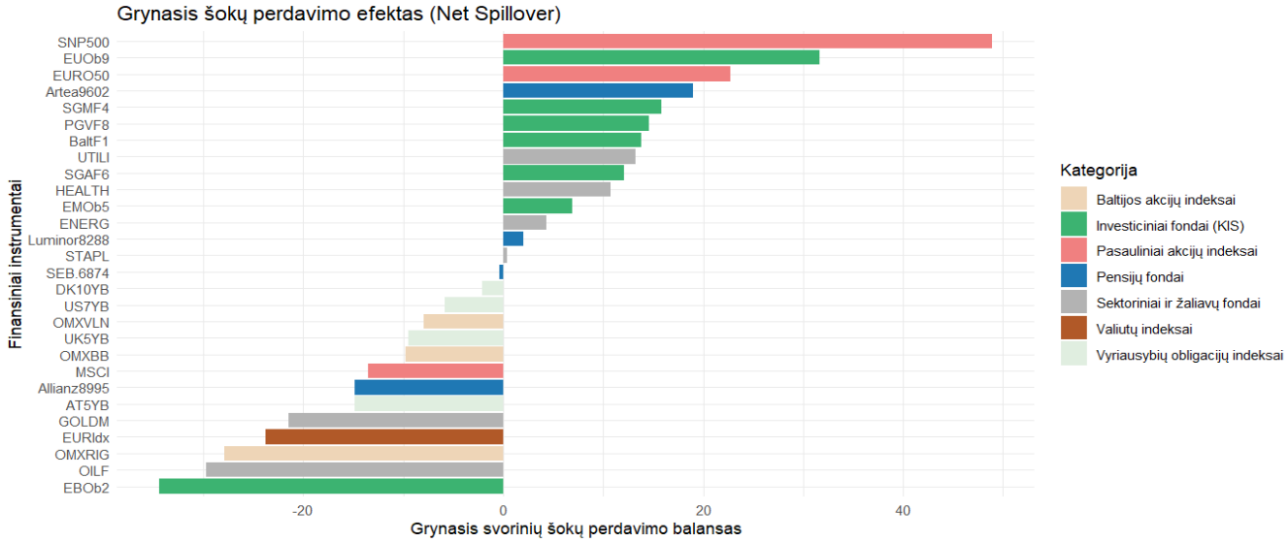
b) Tarpusavio centriškumo stulpelinė diagrama



c) Tikrinio vektoriaus centriškumo stulpelinė diagrama



d) Grynojo šokų perdavimo efekto stulpelinė diagrama



5 priedas. Prognozavimo modelių liekanų diagnostikos rezultatai

a) Vienos dienos prognozavimo horizonto modelių liekanų diagnostika

	Bazinis AR(1) modelis	Rinkos modelis	Dalinių koreliacijų signalais papildytas modelis	Šokų perdavimo signalais papildytas modelis
	Luminor 1982 - 1988			
Shapiro–Wilk testo p-reikšmė	2.40E-16	1.27E-11	1.65E-10	7.13E-08
Box–Ljung testo p-reikšmė	0.9203	0.4961	0.483	0.1856
ADF testo p-reikšmė	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01
ARCH testo p-reiškmė	2.31E-06	0.006802	0.01586	0.03063
	SEB 1968 - 1974			
Shapiro–Wilk testo p-reikšmė	3.14E-14	1.09E-12	3.14E-14	8.07E-13
Box–Ljung testo p-reikšmė	0.9787	0.6373	0.4994	0.2546
ADF testo p-reikšmė	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01
ARCH testo p-reiškmė	3.43E-07	6.43E-05	4.07E-05	1.72E-06
	Allianz 1989 - 1995			
Shapiro–Wilk testo p-reikšmė	< 2.2e-16	9.84E-12	3.20E-11	2.78E-10
Box–Ljung testo p-reikšmė	0.9368	0.3796	0.8197	0.008982
ADF testo p-reikšmė	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01
ARCH testo p-reiškmė	1.01E-10	3.44E-05	3.31E-07	0.0009811
	Artea 1996 - 2002			
Shapiro–Wilk testo p-reikšmė	< 2.2e-16	1.65E-15	2.24E-15	2.56E-15
Box–Ljung testo p-reikšmė	0.9403	0.5057	0.5463	0.4854
ADF testo p-reikšmė	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01
ARCH testo p-reiškmė	4.12E-04	3.88E-04	0.001242	0.000219

a) Penkių dienų prognozavimo horizonto modelių liekanų diagnostika (panašūs rezultatai gaunami 10 ir 20 dienų prognozavimo horizonto modeliams)

	Prognozavimo horizontas h=5			
	Bazinis AR(1) modelis	Rinkos modelis	Dalinių koreliacijų signalais papildytas modelis	Šokų perdavimo signalais papildytas modelis
	Luminor 1982 - 1988			
Shapiro–Wilk testo p-reikšmė	1.25E-14	3.22E-13	7.81E-13	3.78E-13
Box–Ljung testo p-reikšmė	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16
ADF testo p-reikšmė	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01
ARCH testo p-reiškmė	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16
	SEB 1968 - 1974			
Shapiro–Wilk testo p-reikšmė	2.91E-14	1.84E-12	2.61E-12	1.62E-12
Box–Ljung testo p-reikšmė	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16
ADF testo p-reikšmė	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01
ARCH testo p-reiškmė	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16
	Allianz 1989 - 1995			
Shapiro–Wilk testo p-reikšmė	9.29E-15	1.13E-13	4.12E-14	2.27E-13
Box–Ljung testo p-reikšmė	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16
ADF testo p-reikšmė	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01
ARCH testo p-reiškmė	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16
	Artea 1996 - 2002			
Shapiro–Wilk testo p-reikšmė	2.37E-14	4.94E-14	5.10E-14	3.44E-14
Box–Ljung testo p-reikšmė	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16
ADF testo p-reikšmė	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01
ARCH testo p-reiškmė	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16

6 priedas. Prognozių palyginimas

a) „Luminor 1982 – 1988“ pensijų fondo grąžų prognozių rezultatai

	Luminor 1982 - 1988			
RMSE	Base model	Base model + average market return	Partial correlation network model	Spillover network model
1-step ahead forecast	0.007925719	0.006650513	0.007112129	0.00542929
Improvement		16.09%	10.27%	31.50%
DM test p-value			0.000849	0.001033
5-step ahead cummulative forecast	0.02114936	0.02082125	0.02084297	0.02043094
Improvement		1.55%	1.45%	3.40%
DM test p-value			0.05029	0.01713
10-step ahead cummulative forecast	0.03097135	0.03064072	0.03060467	0.03034099
Improvement		1.07%	1.18%	2.04%
DM test p-value			0.003942	0.0419
20-step ahead cummulative forecast	0.04221184	0.04211209	0.04205508	0.04206204
Improvement		0.27%	0.37%	0.36%
DM test p-value			0.07248	0.3947

DM testas tikrina nulinę hipotezę H0: tinklo modelio prognozavimo paklaida nėra mažesnė nei bazinio modelio.

Jeigu p-value < 0,05 nulinė hipotezė atmetama ir priimama alternatyvioji, kad tinklo modelio prognozavimo paklaida statistiškai reikšmingai skiriasi nuo bazinio modelio.

b) „SEB 1968 – 1974“ pensijų fondo grąžų prognozių rezultatai

	SEB 1968 - 1974			
RMSE	Base model	Base model + average market return	Partial correlation network model	Spillover network model
1-step ahead forecast	0.005690074	0.005141174	0.005225812	0.005414793
Improvement		9.65%	8.16%	4.84%
DM test p-value			0.008299	0.04955
5-step ahead cummulative forecast	0.01410718	0.01397513	0.01393746	0.01405731
Improvement		0.94%	1.20%	0.35%
DM test p-value			0.05172	0.1974
10-step ahead cummulative forecast	0.02075727	0.02062134	0.02059438	0.02069235
Improvement		0.66%	0.79%	0.31%
DM test p-value			0.05443	0.1627
20-step ahead cummulative forecast	0.02836599	0.02834798	0.0284453	0.02847298
Improvement		0.06%	-0.28%	-0.38%
DM test p-value			0.3102*	0.2793*

* tikrinama priešinga hipotezė - ar prognozavimo paklaida statistiškai reikšmingai padidėjo

c) „Allianz 1989 – 1995“ pensijų fondo grąžų prognozių rezultatai

	Allianz 1989 - 1995			
RMSE	Base model	Base model + average market return	Partial correlation network model	Spillover network model
1-step ahead forecast	0.008971937	0.007265814	0.008143098	0.006347483
Improvement		19.02%	9.24%	29.25%
DM test p-value			0.01345	0.002661
5-step ahead cummulative forecast	0.02130806	0.02103198	0.02115071	0.02080501
Improvement		1.30%	0.74%	2.36%
DM test p-value			0.1993	0.01991
10-step ahead cummulative forecast	0.03044707	0.03013909	0.03032182	0.03013396
Improvement		1.01%	0.41%	1.03%
DM test p-value			0.2012	0.08
20-step ahead cummulative forecast	0.0425447	0.04248101	0.04258212	0.04246028
Improvement		0.15%	-0.09%	0.20%
DM test p-value			0.3204*	0.4236

d) „Artea 1996 – 2002“ pensijų fondo grąžų prognozių rezultatai

	Artea 1996 - 2002			
RMSE	Base model	Base model + average market return	Partial correlation network model	Spillover network model
1-step ahead forecast	0.008605943	0.008238872	0.008336462	0.008375599
Improvement		4.27%	3.13%	2.70%
DM test p-value			0.03892	0.03051
5-step ahead cummulative forecast	0.01912888	0.01907293	0.01907342	0.01908792
Improvement		0.29%	0.29%	0.21%
DM test p-value			0.2973	0.1821
10-step ahead cummulative forecast	0.02733006	0.02726824	0.02727262	0.0272588
Improvement		0.26%	0.21%	0.23%
DM test p-value			0.2647	0.08191
20-step ahead cummulative forecast	0.03708066	0.0370828	0.03708608	0.03695239
Improvement		-0.001%	-0.01%	0.35%
DM test p-value			0.4868*	0.02772