



Kauno technologijos universitetas
Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

**Naftos kainos dinamikos analizė bei priklausomybė nuo
įvairių faktorių**
Baigiamasis magistro projektas

Aurelija Jakutė
Projekto autorė

Doc. dr. Kristina Poškuvienė
Vadovė

Kaunas, 2018



Kauno technologijos universitetas
Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Naftos kainos dinamikos analizė bei priklausomybė nuo įvairių faktorių

Baigiamasis magistro projektas
Taikomoji matematika (621G10003)

Aurelija Jakutė
Projekto autorė

Doc. dr. Kristina Poškuvienė
Vadovė

Doc. Mindaugas Kavaliauskas
Recenzentas

Kaunas, 2018



Kauno technologijos universitetas
Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas
Aurelija Jakutė

**Naftos kainos dinamikos analizė bei priklausomybė nuo
įvairių faktorių**
Akademinio sąžiningumo deklaracija

Patvirtinu, kad mano, Aurelijos Jakutės, baigiamasis projektas tema „Naftos kainos analizė ir priklausomybė nuo įvairių faktorių“ yra parašytas visiškai savarankiškai ir visi pateikti duomenys ar tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti sąžiningai. Šiame darbe nei viena dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar internetinių šaltinių, visos kitų šaltinių tiesioginės ir netiesioginės citatos nurodytos literatūros nuorodose. Įstatymų nenumatytų piniginių sumų už šį darbą niekam nesu mokėjęs.

Aš suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo faktui, man bus taikomos nuobaudos, remiantis Kauno technologijos universitete galiojančia tvarka.

(vardą ir pavardę įrašyti ranka)

(parašas)

Turinys

Įvadas	10
1. Literatūros apžvalga	12
1.1. Naftos kainų kaita istoriniame kontekste	12
1.2. Ekonominiai veiksniai veikiantys naftos kainą	15
1.3. Naftos kainų dinamikos analizei taikomų metodų apžvalga Lietuvoje ir užsienyje	18
2. Tyrimo metodai	22
2.1. Daugialypė regresinė analizė	22
2.1.1. Multikolinearumas	24
2.2. Laiko eilutės samprata	25
2.3. Eksponentinis glodinimas	29
2.4. Vektorinės autoregresijos modelis	31
2.5. Autoregresinis integruotas slenkamojo vidurkio modelis	32
2.5.1. Sezoninis autoregresinis integruotas slenkamojo vidurkio modelis	34
2.6. Apibendrintas autoregresinis sąlyginio heteroskedastiškumo modelis	34
3. Tiriamoji dalis	36
3.1. Programinė įranga	36
3.2. Tyrime naudojamų duomenų aprašymas	37
3.3. Naftos kainų daugialypė regresinė analizė	38
3.4. Naftos kainų laiko eilučių eksponentinis glodinimas	42
3.5. Vektorinės autoregresijos modeliai naftos kainoms prognozuoti	44
3.6. Autoregresinis integruotas slenkamojo vidurkio modelis naftos kainoms prognozuoti	47
3.7. Apibendrintas autoregresinis sąlyginio heteroskedastiškumo modelis naftos kainoms prognozuoti	49
3.8. Tiksliausias modelis naftos kainoms prognozuoti	50
Išvados	51
Literatūros sąrašas	53
Priedai	56

Paveikslų sąrašas

1 pav. Žaliavinės naftos kainų istorija nuo 1861 iki šiandien [5].....	12
2 pav. Veiksniai, turintys įtakos, naftos kainų kitimui 1970 – 2011 m. [9].....	13
3 pav. OPEC šalių naftos kainų ir išgaunamos naftos kiekio svyravimai 1973– 2011 m. [9].....	14
4 pav. Ne OPEC šalių naftos kainų ir išgaunamos naftos kiekio svyravimai 1973– 2011 m. [9].	14
5 pav. Naftos kainų ir dolerio kurso euro atžvilgiu svyravimų grafikai 1950– 2007 m. [10].....	16
6 pav. Naftos kainų ir pasaulinio BVP kitimo grafikai 1986– 2010 m. [20].....	18
7 pav. Stacionari ir nestacionarios laiko eilutės [29].....	27
8 pav. Laiko eilučių su įvairiomis dedamosiomis grafinis vaizdas [29].....	28
9 pav. (a) WTI naftos kainos prognozės paklaidų histograma, (b) WTI naftos kainų paklaidų P- P grafikas, (c) BRENT naftos kainos prognozės paklaidų histograma, (d) BRENT naftos kainų paklaidų P- P grafikas, (e) DUB naftos kainos prognozės paklaidų histograma, (f) DUB naftos kainų paklaidų P- P grafikas, (g) OPEC naftos kainos prognozės paklaidų histograma, (h) OPEC naftos kainų paklaidų P- P grafikas	40
10 pav. (a) WTI naftos kainų tikrųjų (mėlyna spalva) ir prognozuojamų reikšmių (juoda spalva) grafikai, (b) BRENT naftos kainų tikrųjų (mėlyna spalva) ir prognozuojamų reikšmių (juoda spalva) grafikai, (c) DUB naftos kainų tikrųjų (mėlyna spalva) ir prognozuojamų reikšmių (juoda spalva) grafikai, (d) OPEC naftos kainų tikrųjų (mėlyna spalva) ir prognozuojamų reikšmių (juoda spalva) grafikai.	41
11 pav. (a) WTI naftos kainų trumpalaikės prognozės, (b) BRENT naftos kainų trumpalaikės prognozės, (c) DUB naftos kainų trumpalaikės prognozės ir (d) OPEC naftos kainų trumpalaikės prognozės.	43
12 pav. (a) WTI eksponentinio glodinimo prognozių paklaidų, autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafinis vaizdas, (b) BRENT eksponentinio glodinimo prognozių paklaidų, autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafinis vaizdas, (c) DUB eksponentinio glodinimo prognozių paklaidų, autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafinis vaizdas ir (d) OPEC eksponentinio glodinimo prognozių paklaidų, autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafinis vaizdas.....	43
13 pav. (a) WTI naftos kainų VAR(3) modelio atvirkštinių šaknų reikšmės, (b) BRENT naftos kainų VAR(3) modelio atvirkštinių šaknų reikšmės, (c) DUB naftos kainų VAR(3) modelio atvirkštinių šaknų reikšmės, (d) OPEC naftos kainų VAR(3) modelio atvirkštinių šaknų reikšmės.....	46

14 pav. (a) WTI naftos kainų prognozė taikant VAR(3) modelį, (b) BRENT naftos kainų prognozė taikant VAR(3) modelį, (c) DUB naftos kainų prognozė taikant VAR(3) modelį ir (d) OPEC naftos kainų prognozė taikant VAR(3) modelį.....	47
15 pav. (a) WTI naftos kainų prognozė taikant ARIMA (1, 1, 0) modelį (prognozuojamos reikšmės mėlynos spalvos grafike), (b) BRENT naftos kainų prognozė taikant ARIMA (1, 1, 0)(0, 0, 2) ₁₂ modelį (prognozuojamos reikšmės mėlynos spalvos grafike), (c) DUB naftos kainų prognozė taikant ARIMA (1, 1, 0) modelį (prognozuojamos reikšmės mėlynos spalvos grafike) ir (d) OPEC naftos kainų prognozė taikant ARIMA(2, 1, 1)(0, 0, 2) ₁₂ modelį (prognozuojamos reikšmės mėlynos spalvos grafike).....	48
16 pav. (a) WTI naftos kainų prognozė taikant GARCH(1, 3) modelį, (b) BRENT naftos kainų prognozė taikant GARCH(3, 2) modelį, (c) DUB naftos kainų prognozė taikant GARCH(3, 3) modelį ir (d) OPEC naftos kainų prognozė taikant GARCH(3, 1)modelį.....	49

Lentelių sąrašas

Lentelė Nr. 1. Naftos kainų ir jas veikiančių faktorių koreliacijos reikšmės.....	38
Lentelė Nr. 2. Naftos kainų ir jas veikiančių faktorių p – reikšmės.....	38
Lentelė Nr. 3. Determinacijos koeficiento reikšmės regresijos modeliams.....	39
Lentelė Nr. 4. Determinacijos koeficiento reikšmės regresijos modeliams.....	39
Lentelė Nr. 5. Determinacijos koeficiento reikšmės regresijos modeliams.....	40
Lentelė Nr. 6. Determinacijos koeficiento reikšmės regresijos modeliams.....	41
Lentelė Nr. 7. Eksponentinio glodinimo koeficientų α ir β reikšmės.	42
Lentelė Nr. 8. Bokso – Ljungo testo p – reikšmės.	44
Lentelė Nr. 9. VAR modelių AIC, SC ir FPE kriterijų reikšmės.	44
Lentelė Nr. 10. Pormanteau ir Bokso – Ljungo testų p – reikšmės.....	47
Lentelė Nr. 11. Naftos kainų laiko eilučių ARIMA modeliai.....	48
Lentelė Nr. 12. Dikio - Fulerio ir Bokso – Ljungo testų p – reikšmės.	48
Lentelė Nr. 13. Akaike kriterijaus reikšmės GARCH modeliams.	49
Lentelė Nr. 14. Prognozavimo modelių absoliutinės procentinės paklaidos (MAPE).....	50
Lentelė Nr. 15. Prognozavimo modelių Akaike kriterijaus reikšmės.....	50

Jakutė, Aurelija. Naftos kainos dinamikos analizė bei priklausomybė nuo įvairių faktorių. Magistro baigiamasis projektas / vadovė doc. dr. Kristina Poškuvienė; Kauno technologijos universitetas, Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas.

Studijų kryptis ir sritis (studijų krypčių grupė): Matematika, Fiziniai mokslai.

Reikšminiai žodžiai: naftos kaina, infliacija, dolerio ir euro kursas, laiko eilutės, modeliavimas, prognozavimas, eksponentinis glodinimas, VAR, ARIMA, GARCH.

Kaunas, 2018. 63 p.

Santrauka

Kai automobiliai tapo ne tik prabangos detalė, o ir neatsiejamu darbo ir kelionių įrankiu, naftos kainų kitimas pasaulinėje rinkoje pradėjo žaisti labai svarbų vaidmenį. Kol kitais gamtos ištekliais varomi automobiliai bando užkariauti rinką, išlieka populiarūs benzinu ir dyzelinu varomi automobiliai. Taigi naftos kainų kitimo analizė išlieka svarbi pasaulio ekonomikos požiūriu.

Šiame darbe naftos kainoms modeliuoti ir prognozuoti naudojami regresinė analizės, eksponentinio glodinimo, vektorinės autoregresijos, integruoto slenkančiojo vidurkio ir apibendrintas autoregresijos sąlyginio heteroskedastiškumo metodai. Šie metodai literatūros šaltiniuose įvardijami kaip tiksliausiai modeliuojantys ir prognozuojantys naftos kainas. Analizei pasirinkta keturių regionų naftos kainų laiko eilutės: WTI (naftos rūšis, plačiai naudojama kaip etalonas Šiaurės Amerikos naftos rinkoje), BRENT (naftos rūšis, išgaunama Šiaurės jūroje ir naudojama kaip etalonas Europos, Afrikos, Artimųjų Rytų naftos rinkose), Dubajaus (tai daugiausia Artimuosiuose Rytuose išgaunama nafta) ir OPEC (naftą eksportuojančių šalių organizacija). Kainas veikiančiais faktoriais pasirinkta: infliacija, dolerio ir euro kursas bei bendrasis vidaus produktas.

Atliekant regresinę analizę buvo pastebėta, kad naftos kainas labiausiai veikia infliacijos dinamika, o bendrasis vidaus produktas yra nereikšmingas regresorius, todėl sudarant regresijos lygtis jis buvo pašalintas. Parinkus laiko eilutės tiksliausius eksponentinio glodinimo, vektorinės autoregresijos, integruoto slenkančiojo vidurkio ir apibendrinto autoregresijos sąlyginio heteroskedastiškumo modelius bei apskaičiavus prognozavimo modelių absoliutines procentines paklaidas buvo gauta, kad WTI, BRENT ir Dubajaus naftos kainas geriausiai prognozuoja VAR(3) modelis, o OPEC kainas geriausiai prognozuoja sezoninis ARIMA(2, 1, 1)(0, 0, 2)₁₂ modelis. Tačiau įvertinus visų modelių Akaike kriterijaus reikšmes tiksliausiu modeliu parenkamas VAR(3) modelis visoms laiko eilutėms.

Norint prognozuoti naftos kainų kitimus reikia atsižvelgti į išorinius faktorius, kurie daro įtaką ekonomikos pokyčiams. Todėl šiuo atveju tiesinės regresijos modeliai labiausiai tinka modeliuoti ir prognozuoti naftos kainų kitimą.

Jakutė, Aurelija. Oil Price Dynamics Analysis and Dependence on Various Factors. Master's Final Degree Project / supervisor assoc. prof. Kristina Poškuvienė; Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Kaunas University of Technology.

Study field and area (study field group): Mathematics, Physical Sciences.

Keywords: oil price, inflation, dollar and euro exchange rate, time series, modelling, forecasting, exponential smoothing, VAR, ARIMA, GARCH.

Kaunas, 2018. 63 pages.

Summary

Oil prices dynamic in the global market have started to play a very important role, because cars became not only a luxury item, but an indissoluble job and travel tool. While other natural-powered vehicles are trying to occupy the cars market, petrol and diesel-powered cars remain popular. Therefore, the analysis of oil price dynamic remains important role for the world economy.

In this work, methods for modelling and forecasting oil prices are used: regression analysis, exponential smoothing, vector autoregression, integrated model of the moving average and generalized autoregressive conditional heteroskedastiveness models. These models are described in the literature as the most accurately modelling and predictive of crude oil prices. For analysis selected the four oil price times series: WTI (petroleum, widely used as a benchmark in the North American oil market), BRENT (oil produced in the North Sea and used as a benchmark in European, African, Middle Eastern oil markets), Dubai (this is mainly oil produced in the Middle East) and OPEC (Organization of the Petroleum Exporting Countries). For prices analysis have been selected these factors: inflation, the dollar and the euro rate and gross domestic product.

Regression analysis showed that oil prices are most influenced by inflation, while gross domestic product is an insignificant regressor, and therefore, it was eliminated in the regression equation. By selecting the most accurate exponential smoothing, vector autoregression, autoregressive integrated moving average and generalized autoregressive conditional heteroskedastiveness models, and calculating the absolute percentage error prediction models, it was obtained that WTI, BRENT and Dubai oil prices are best predicted by the VAR (3) model and OPEC prices are best predicted by seasonal ARIMA (2, 1, 1) (0, 0, 2)₁₂ model. However, after evaluating the values of all the models in the Akaike criterion, the most accurate model is the VAR (3) model for all time series.

In order to predict the changes in oil prices, it is necessary to take into account the factors that influence the changes in the economy. Therefore, in this case, linear regression models are more suitable for modelling and predicting oil price developments.

Ivadas

Galima teigti, kad naftos kainos – tai moderniosios ekonomikos kraujas. Nafta veikia kaip pagrindinis pasaulio energijos variklis, tačiau kainų kitimai lemia jos vartojimo kiekius ir galimybes. Nors sudėtinga prognozuoti, kokia bus naftos paklausa ateityje, tačiau yra aišku, kad naftos paklausa turi stiprų koreliacinį ryšį su šalies išsivystymu. Ekonomikai stiprėjant naftos paklausa auga. Tuo pačiu labai svarbu suprasti kokią įtaką ekonomika turi naftos kainai. Savaime suprantama, kad naftos atsargos yra baigtinės, tai vienas iš faktorių, kuris lemia naftos kainų nestabilumą. Naftos kainos kitimas veikia daugelį makroekonominių rodiklių, o tuo pačiu ir ekonomiką. Prognozavimo modeliai padeda nustatyti naftos kainą po savaitės, mėnesio ar dar ilgiau, šios prognozės leidžia susikurti naftos kainų ateities vaizdą ir tuo pačiu priimti politinius ir ekonominius sprendimus.

Nepaisant didėjančių pastangų nukreipti viešąsias ir privačias investicijas į verslą ir infrastruktūrą, mažiau priklausomą nuo gamtinių išteklių, naftos rinkos pokyčiai vis dar yra pagrindinis politikos formuotojų ir investuotojų klausimas. [1]

Žaliavinė nafta yra pagrindinė pasaulinės ekonomikos varomoji jėga, o jos kainų dinamika yra pagrindinis rodiklis gamintojams, vartotojams ir investuotojams. Didėjantis žaliavinės naftos kainų nepastovumas per pastarąjį dešimtmetį paskatino daugelį tyrėjų modeliuoti savo dinamiką. Naujausi tyrimai bandė paaiškinti šią dinamiką, atsižvelgiant į įvairių rinkos dalyvių vaidmenį, kurių dauguma vis dažniau naudojo žaliavinę naftą portfelio diversifikavimui. [2]

Naftos kainų svyravimas yra labai svarbus tiek finansų praktikams, tiek rinkos dalyviams, ne tik todėl, kad jie turi įtakos gamintojų ir vartotojų sprendimams strateginiame planavime ir projektų vertinimuose, bet ir paveikia investuotojų sprendimus dėl investicijų į naftą, portfelio paskirstymą ir rizikos valdymą. Todėl gebėjimas tiksliai prognozuoti žaliavinės naftos kainą yra svarbus tiek politikos, tiek finansų srityse. [3]

Naftos kaina užsienio literatūroje analizuojama labai plačiai, nes tai vienas svarbiausių išteklių. Šiame darbe remiantis sisteminės mokslinės literatūros analize ir bendrosios analizės metodais siekiama išsiaiškinti naftos kainos dinamikos dėsningumus, kainas veikiančius faktorius ir kitimo numatymo galimybes.

Darbo tikslas – išanalizuoti naftos kainos kitimo dinamiką, nustatyti pagrindinius faktorius, kurie daugiausiai turi įtakos naftos kainos svyravimui ir sukonstruoti laiko eilučių modelius kainos dinamikai prognozuoti.

Darbo uždaviniai:

- ✓ Nustatyti faktorius turinčius įtakos naftos kainos dinamikai;
- ✓ Išsiaiškinti, kokie modeliai dažniausia naudojami naftos kainoms prognozuoti;

- ✓ Išanalizuoti ir pateikti skirtingus laiko eilučių modelius geriausiai apibūdinančius naftos kainų dinamiką;
- ✓ Sukonstruoti laiko eilučių modelius naftos kainos dinamikai prognozuoti ir atlikti gautų prognozių paklaidų analizę.

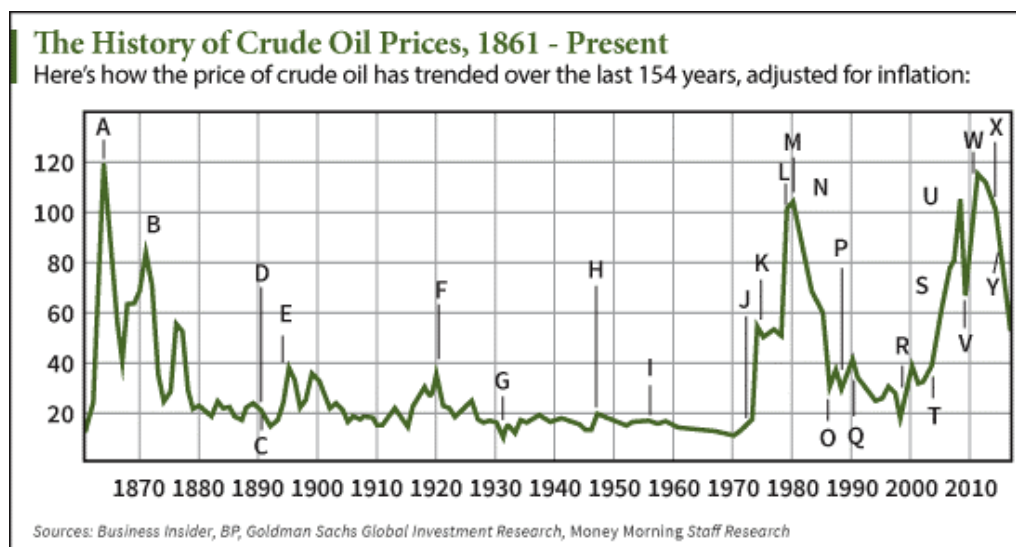
1. Literatūros apžvalga

1.1. Naftos kainų kaita istoriniame kontekste

Naftos, vienos iš svarbiausių pasaulio išteklių, kainos nuolat svyruoja, svyravimai yra nepastovūs ir atskirais atvejais labai dideli. Šis kainų svyravimas turi didelę įtaką pagrindinių pramonės šakų pardavimams ir pelnams visame pasaulyje, taip pat šie kainų svyravimai veikia kapitalo planavimą bei naftą eksportuojančių ir naftą vartojančių šalių ekonominį nestabilumą. Dėl šių priežasčių naftos kainų modeliavimas ir prognozavimas yra svarbus ūkio subjektams ir politikos formuotojams [8]. Tai pagrindinė žaliava naftos pramonei, gaminant benzina, skystą kurą, žibalą, tepalus, asfaltą, vazeliną ir kt. Buities reikmėms nafta pradėta naudoti XIX a. pabaigoje [4].

Kaip ir kitų prekių kainos, žaliavinės naftos kaina svyruoja veikiama įvairių faktorių, pavyzdžiui, naftos žaliavos trūkumas ar perteklius. Žaliavinės naftos kainų ciklas gali trukti kelerius metus, reaguojant į paklausos pokyčius, OPEC (naftą eksportuojančių šalių organizacija) ir ne OPEC pasiūlą. Kainų ir išgaunamų kiekių svyravimai OPEC ir ne OPEC šalyse pateikti 3 ir 4 paveiksluose [9].

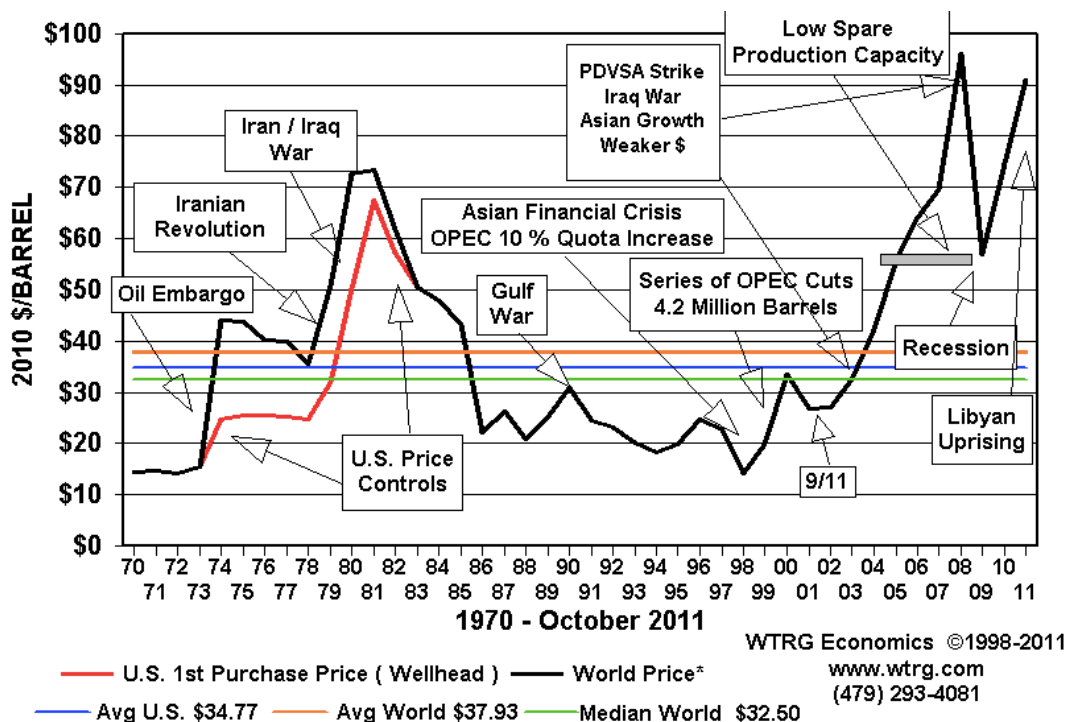
Istorinis naftos kainų kitimas yra fiksuojamas daugmaž nuo devynioliktojo amžiaus vidurio, šiuos kainų svyravimus sukelia įvairūs ekonominiai ir politiniai veiksniai. Grafinis naftos kainų svyravimas pateiktas 1 ir 2 paveiksluose [5, 9].



1 pav. Žaliavinės naftos kainų istorija nuo 1861 iki šiandien [5].

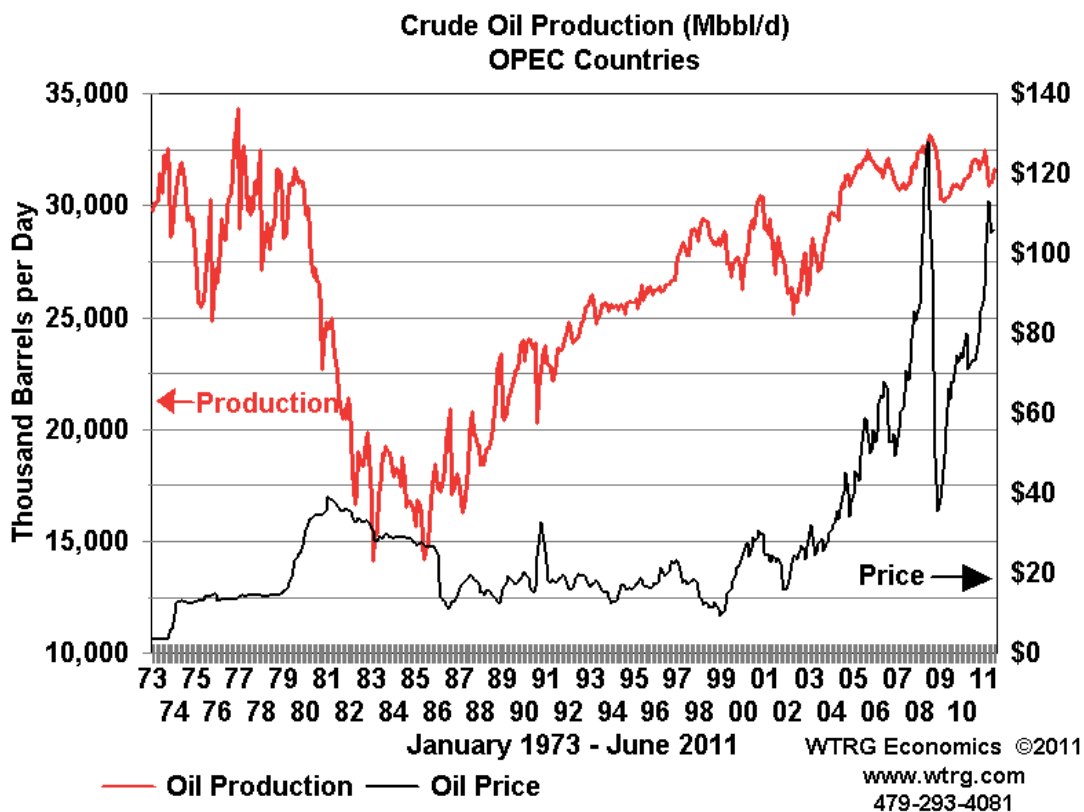
1862–1865 metai Amerikos pilietinio karo įkarštis, žaliavinės naftos paklausa auga, nes ji vis dažniau naudojama žibintams ir medicininiams tikslams. Nafta išgyvena pirmąjį gamybinį bumą, ji tampa pigesne alternatyva tuo metu labai brangiam banginių aliejui. 1865–1890 metais vyksta dideli kainų svyravimai dėl nepastovaus žaliavos išgavimo. Iki 1877 metų „John D. Rockefeller Standard Oil Company“ pradeda valdyti daugiau nei 95% visų naftos perdirbimo

gamyklų Amerikoje. 1890–1892 metais Jungtinės Amerikos Valstijos (JAV) patiria didžiausią nuosmukį, todėl naftos kainos smunka, šiuo laikotarpiu didelis finansavimas skiriamas geležinkeliams, su dideliais sunkumais susiduria bankai, nedarbas svyruoja nuo 17% iki 19%. 1891–1894 metais naftos telkiniai pradeda sekėti, tai lemia aukštesnių kainų etapą 1895 metais. 1920 metais plačiai paplinta automobiliai ir tai smarkiai padidina naftos suvartojimą prieš vieną blogiausių pasaulio istorijos įvykių, kuris kainas numušė į žemumas. 1931 metais didžiosios depresijos atsiradimas sumažina paklausą ir lemia ženklų kainų nuosmukį iki 0,87 dolerio už barelį (apie 12 JAV dolerių už barelį šiandien). 1947 metais po karo padidėjusios reklamos išlaidos labai padidino šalies automobilių pardavimus, automobilių bumas taip pat sukelia benzino trūkumą daugelyje JAV valstijų. 1956–1957 metais pasaulinės naftos kainos išlieka stabilios [5].

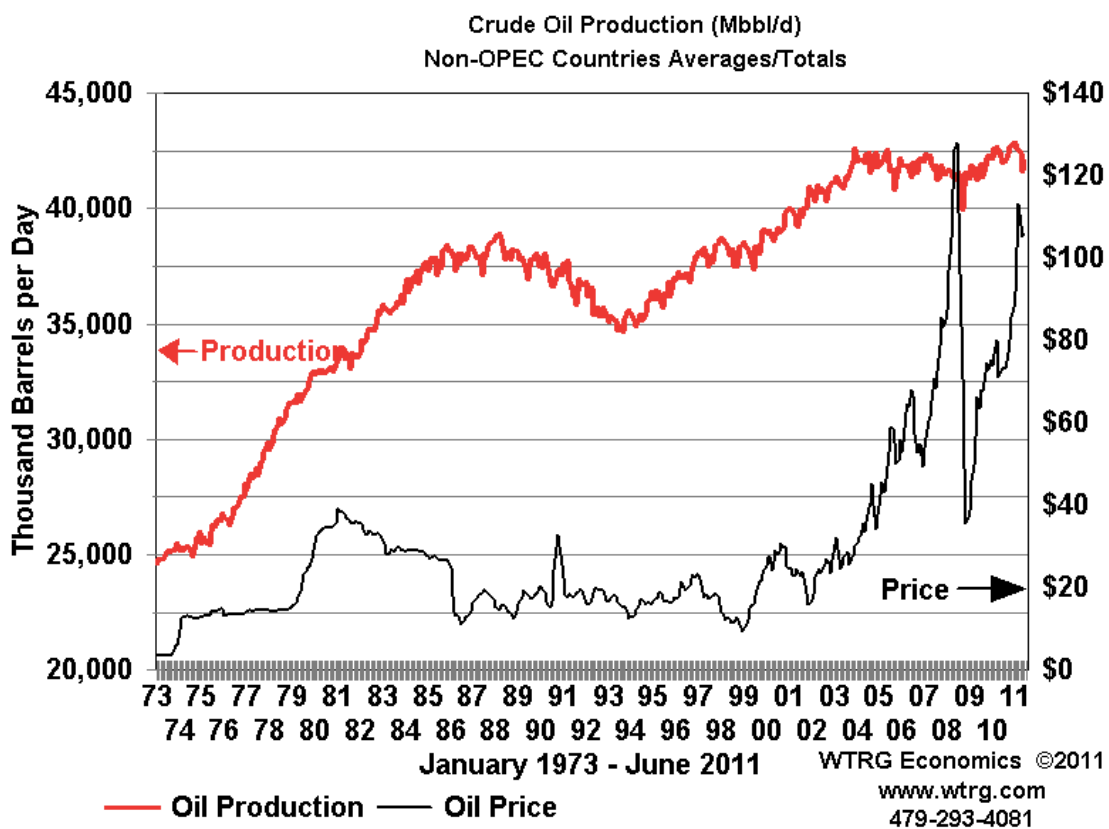


2 pav. Veiksniai, turintys įtakos, naftos kainų kitimui 1970–2011 m. [9].

1960 metais įkurta OPEC (angl. *Organization of the Petroleum Exporting Countries*) organizacija, kuri tuo metu suvienija penkias naftą išgaunančias šalis: Iraną, Iraką, Kuveitą, Saudo Arabiją ir Venesuelą. Iki 1971 metų pabaigos į organizaciją prisijungė šešios kitos šalys: Kataras, Indonezija, Libija, Jungtiniai Arabų Emyratai, Alžyras ir Nigerija. 1972 metai naftos kainos krenta dėl susilpnėjusios perkamosios galios [9]. 1972 metais bendras JAV naftos produkcijos kiekis siekia beveik 9 milijonus barelių per dieną. 1973–1974 metais Yom Kippur karo metu, Arabų šalių naftą eksportuojanti organizacija (OAPEC), į kurią įeina Egiptas ir Sirija, nustato naftos embargą prieš šalis, remiančias Izraelį [5]. Nors šios šalys sumažino gamybą apie penkis milijonus barelių per dieną, kitos šalys sugebėjo padidinti gamybą milijonu barelių per dieną. Toks keturių milijonų barelių grynasis nuostolis per dieną truko iki 1974 m. kovo mėn. [9].



3 pav. OPEC šalių naftos kainų ir išgaunamos naftos kiekio svyravimai 1973–2011 m. [9].



4 pav. Ne OPEC šalių naftos kainų ir išgaunamos naftos kiekio svyravimai 1973–2011 m. [9].

Iki embargo pabaigos 1974 m. kovo mėn. naftos kainos padidėja nuo 3 dolerių už barelį (14 JAV dolerių už barelį šiandien) iki 12 dolerių (58 JAV dolerių už barelį šiandien). 1978–1979 metais Irano revoliucijos metu dramatiškai sumažinama gamyba ir eksportas. 1980 metais Irano ir Irako karas dar labiau sumažina eksportą iš Artimųjų Rytų regiono, tačiau visame pasaulyje tuo metu naftos perteklius kainas sumažina nuo daugiau nei 35 dolerių už barelį (apie 100 JAV dolerių už barelį šiandien) iki 12 dolerių (apie 28 dolerių už barelį šiandien). Buvusi SSRS (Sovietų Socialinių Respublikų Sąjunga) ir Jungtinės Amerikos Valstijos iki 1985 metų buvo du didžiausi pasaulio naftos gamintojai, atitinkamai išgaunantys 11,9 milijono ir 11,2 milijono barelių per dieną. 1986 metais Saudo Arabija nusprendžia susigrąžinti savo dalį pasaulinėje naftos rinkoje didindama gamybą, todėl susiduriama su kainų kritimu. OPEC lyderis nuo 3,8 milijonų barelių per dieną išgaunamos naftos 1985 metais pradeda išgauti daugiau kaip 10 milijonų barelių per dieną 1986 metais. 1988 m. rugpjūčio mėn. baigiasi Irano ir Irako karas, todėl abi šalys gali pradėti didinti gamybą. 1990 metais Irakas įsiveržia į Kuveitą, nes Sidas Huseinas kaltina Kuveitą, kad pavogė Irako rinkos dalį, konfliktas įvyksta dėl daugiau kaip 700 Kuveito naftos gręžinių. Konflikto rezultatas – Kuveitas nutraukė naftos eksportą iki 1994 metų. 1999 metais Tailandas, Indonezija ir Pietų Korėja atsigavo po 1997 metais įvykusios finansų krizės, kurią sukėlė Tailando valiutos žlugimas, todėl paklausa regione pradeda didėti. 2000-ųjų metų pradžioje kainos auga dėl JAV ir pasaulio ekonomikų smukimo, jos pasiekia didžiausią lygį nuo 1981 metų. 2000 metų viduryje mažėjanti gamyba ir didėjanti Azijos paklausa sukelia kainas į rekordines aukštumas. 2001–2003 metai rugsėjo 11 dienos išpuoliai ir invazija į Iraką kelia susirūpinimą dėl Artimųjų Rytų naftos gamybos stabilumo. 2008 metais pasaulinė finansų krizė sukelia burbulų pliūpsnį, nuo liepos iki gruodžio kainos kyla 78,1%. 2011 metais Arabų pavasario riaušės ir protestai nusirita per Artimuosius Rytus, Libijos pilietinis karas trukdo regiono naftos gamybai. 2014 metų antroje pusėje stipri gamyba JAV ir Rusijoje sukelia kainų kritimą. OPEC organizacija 2014 metų lapkritį priima sprendimą išlaikyti gamybą užsitikrinant rinkos dalį iki 2015 metų. 2015 metais JAV naftos gavyba pasiekė aukščiausią lygį daugiau nei per 100 metų, nuo 2015 m. liepos 22 dienos kainos svyruoja apie 50 dolerių už barelį [4, 5, 8, 9].

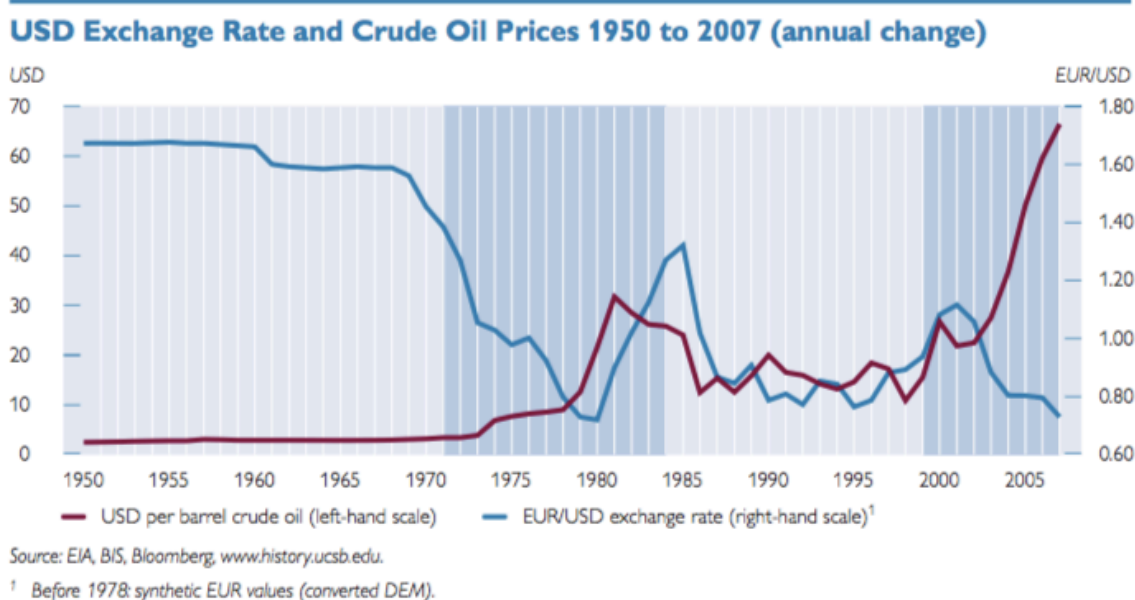
1.2. Ekonominiai veiksniai veikiantys naftos kainą

Yra daug tyrimų siekiančių ištirti žaliavinės naftos kainų gebėjimą paaiškinti valiutos kurso svyravimus ir atvirkščiai. Šie iššūkiai buvo sprendžiami iš skirtingų perspektyvų. Naftos kainų ir dolerio kurso svyravimo priežastingumas yra paaiškinamas tyrimais, kurie yra plačiai aprašomi įvairioje ekonominėje ir matematinėje literatūroje.

Ekonomistai pateikia įrodymų, kad istoriškai gana ilgai egzistavo koreliacija tarp naftos kainų ir JAV dolerio. Kai doleris sustiprėdavo naftos kainos nukrisdavo ir atvirkščiai, tačiau po Amerikos skalūnų revoliucijos šis ryšys buvo nutrauktas [6].

Literatūroje yra pateikiami aiškinimai, kad teisinga išvada yra tai, kad valiutos keitimo kursų pokyčiai nėra „sidabro kulka“, suprantanti ar prognozuojanti naftos kainą, ir atvirkščiai – tai nėra paklausos ar pasiūlos veiksnių pakaitalas. Tačiau kiekvienoje iš jų yra potencialiai naudingos informacijos, kad būtų galima prognozuoti kitą ir į ją reikėtų atsižvelgti, ypač trumpuoju laikotarpiu. Ilgalaikiai naftos kainų ir valiutų kurso santykiai vystosi ir neseniai tapo nepastovūs. Kintant pinigų politikai ir prekių rinkų finansavimui galima paaiškinti intensyvesnius svyravimus, t.y. nepastovumą tarp naftos ir dolerio kainų. Dar reikia išsiaiškinti, ar pasiūlymas išeiti iš netradicinės pinigų politikos paveikė sąsajos intensyvumą. Politikos požiūriu svarbus klausimas – kokioms valiutos keitimo kurso sąlygoms, t.y. fiksuotoms ar lanksčioms, turėtų pritarti naftą eksportuojančios arba naftą importuojančios šalys [7].

Ekonomistai pateikia įrodymų, kad valiutos keitimo kursai svarbūs prognozuojant naftos biržos kainas. Nors tiek teoriniu požiūriu, tiek paprastais Grangerio priežastingumo bandymais, priežastingumo kryptis nėra aiški, jie parodė, kad valiutos kursų informacija ženkliai padidina naftos kainų prognozes. Neigiama šių dviejų kintamųjų koreliacija priskiriama penkiems galimiems kanalams: tiekimo pusės perkamosios galios kanalui, vietos paklausos kainų kanalui, turto rinkos investicijų kanalui, pinigų politikos režimo kanalui ir valiutų rinkos efektyvumo kanalui [10].



5 pav. Naftos kainų ir dolerio kurso euro atžvilgiu svyravimų grafikai 1950–2007 m. [10]

Duong Le [11] pateikė įrodymų, kad tarp žaliavinės naftos kainų ir JAV dolerio keitimo kursų egzistuoja koreliacinis ryšys. Žaliavinės naftos kainos ir JAV dolerio vertė linę kisti kartu ir pastaraisiais metais buvo neigiamai susijusios. Dolerio vertės padidėjimas (sumažėjimas)

paprastai yra susijęs su mažesne (aukštesne) naftos kaina [11]. Tai paaiškinama gana paprastai – naftos pirkimo – pardavimo sandoriai yra apmokami JAV doleriais, kai keičiasi JAV dolerio vertė, kaina doleriais pasikeičia vienaip ar kitaip nepriklausomai nuo pagrindinės biržos naftos kainos svyravimų [12].

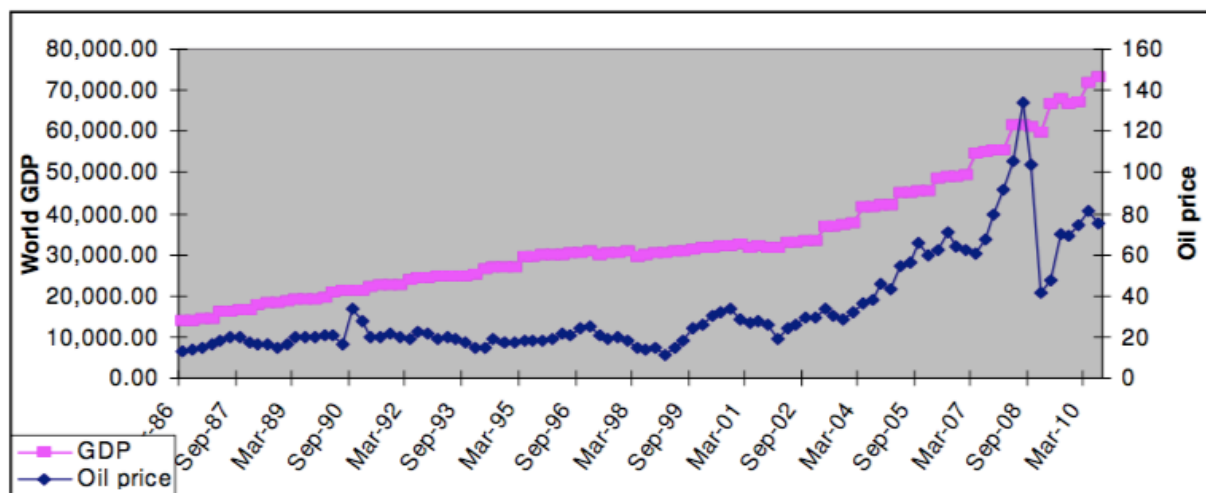
Ekonomikos žinovų aprašomuose rezultatuose yra pateikiamas priežastinis ryšys tarp valiutos keitimo kursų ir naftos kainų, vykstančių abiem kryptimis. Naftos kainos padidėjimas 10 procentų lemia JAV dolerio valiutos kurso sumažėjimą 0,28 procentais, o JAV dolerio susilpnėjimas 1 procentu lemia 0,73 procento naftos kainų augimą. Savo darbuose jie parodo, kad sudarytas modelis gali būti naudingas dėl didėjančios neigiamos koreliacijos tarp naftos kainų ir valiutos kurso nuo 2000-ųjų pradžios [13].

Literatūroje pateikiama pagrindimų, kad tiesioginė priklausomybė tarp naftos kainos ir infliacijos buvo akivaizdi, naftos kainai padidėjus nuo 3 dolerių 1973 metais iki beveik 40 dolerių 1979 metai kai ištiko naftos krizė, o kainų indeksas tuomet padidėjo dvigubai, t.y. nuo 41,20 1972 metų pradžioje iki 86,30 1980 metų pabaigoje. Tačiau šis santykis tarp naftos kainos ir infliacijos pradėjo blogėti po devintojo dešimtmečio. Per naftos krizę, dėl 1990 metų Persijos įlankos karo, kainos per šešis mėnesius padvigubėjo iki maždaug 40 dolerių nuo 20 dolerių, tačiau vartotojų kainų indeksas išliko palyginti stabilus. Vartotojų kainų indeksas 1991 metų sausį nukrito iki 134,6, o 1991 metų gruodį jis padidėjo iki 137,9. Šis santykių išsiskyrimas pasidarė dar akivaizdesnis, kai nuo 1999 iki 2005 metų naftos kainos pakilo nuo 16,56 dolerio iki 50,04 dolerio, o vartotojų kainų indeksas pasikeitė labai nežymiai, t.y. nuo 164,30 iki 196,80. Naudojant šiuos duomenis atrodo, kad stipri koreliacija tarp naftos kainų ir infliacijos, kuri buvo matoma 1970-aisiais, smarkiai sumažėjo [19].

S. Choisis, D. Furceris, P. Lounganis, S. Mishras ir M. Poplavskis-Ribeiras [18] nagrinėjo naftos kainos ir infliacijos dinamiką. Savo darbo išvadose, jie teigia, jog Pasaulinės naftos kainos padidėjimas 10 procentinių punktų infliaciją padidina vidutiniškai 0,4 procentinio punkto, tačiau pasak ekonomistų šis poveikis tampa statistiškai nereikšmingas po dvejų metų. Naftos kainų poveikis infliacijai mažėja dėl pinigų politikos pokyčių [18].

Pasaulio ekonomikos augimo įtaka naftos kainai gali būti vertinama atsižvelgiant į šios rinkos galią. Kadangi Pasaulio ekonomikos augimas didina naftos paklausos augimą, kuris skatina augti naftos kainas, todėl šios kainos, iš dalies dėl verslo ciklų svyravimų, paprastai yra nepastovios. Per paskutinį 1998 metų ketvirtį ekonomikos augimas sumažėjo ir sumažino naftos paklausą, taigi kaina sumažėjo iki 20 JAV dolerių už barelį. Nors pasaulinė ekonomika nuo 2003 metų iki 2005 metų augo, o daugelyje regionų didėjo bendrojo vidaus produkto (BVP) augimo tempai, pasaulio naftos rinkai buvo taip pat būdingas didelis paklausos augimas, o jos kaina padidėjo nuo 27 iki 35 dolerių už barelį. Pirmąjį 2005 metų ketvirtį kaina padidėjo iki 50 dolerių

už barelį, t.y. kainavo apie 15 dolerių už barelį daugiau nei 2004 metų pirmąjį ketvirtį, ir išliko stabili 2005 – 2006 metais. 2008 metais stiprus ekonomikos augimas skatino naftos vartojimo augimą, todėl kainos pakilo į naujas aukštumas nuo – 55 dolerių už barelį 2007 metų pirmąjį ketvirtį iki daugiau kaip 95 dolerių už barelį 2007 metų paskutinįjį ketvirtį. Dolerio vertės mažėjimas mažino naftos kainas užsienio valiutomis. 2008 metų paskutinįjį ketvirtį naftos kainos sumažėjo iki mažiau nei 62 JAV dolerių už barelį, dėl pasaulinio ekonomikos nuosmukio [20].



6 pav. Naftos kainų ir pasaulinio BVP kitimo grafikai 1986–2010 m. [20]

1.3. Naftos kainų dinamikos analizei taikomų metodų apžvalga Lietuvoje ir užsienyje

Mokslininkų darbuose dažnai pasikliaunama menkais naftos kainų procesų pateikimais jų tolimesniam prognozavimui. Tai gali būti dėl to, kad struktūriniai modeliai, kurie lemia naftos kainų pokyčius, nebūtinai labiausiai tinka prognozavimo tikslams dėl žinomų ir ypač nežinomų veiksnių sudėtingumo, kurie turi įtakos tiek pasiūlos, tiek paklausos sąlygoms naftos rinkose. Literatūroje apie naftos kainų kintamumo modeliavimą plačiausiai naudojamas apibendrintas autoregresijos sąlyginio heteroskedastiškumo (GARCH) modelis [3].

Hou'as ir Suardis nagrinėjo alternatyvų žaliavinės naftos kainų kintamumo modeliavimo metodą, kuris skiriasi nuo parametrinių GARCH modelių. Būhlmanas ir Makneilas pasiūlė neparimetrinį GARCH modeliavimo metodą, kuris yra mažiau jautrus galimai modelio klaidingai apibrėžtai specifikacijai, pvz., nepastebimas asimetrinis nepastovumas. Be to, jų neparimetrinis GARCH modelis nereikalauja išankstinių žinių apie inovacijų pasiskirstymą. Dėl šios savybės neparimetrinio GARCH modelio taikymas yra ypač patrauklus žaliavinės naftos kainos kintamumui įvertinti, nes žinoma, kad naftos kainų skirstinys nėra normalusis. Kaip ir parametriniai GARCH modeliai, neparimetrinis GARCH modelis nurodo paslėptą nepastovumo procesą. Tačiau, skirtingai nuo parametrinių GARCH modelių, kurie yra pritaikyti duomenims, naudojamiems netiesiniam didžiausio tikėtimumo metodu vertinimui, neparimetrinis GARCH

modelis yra neparimetriniams duomenims pritaikytas taikant kartotinę schemą, apimančią papildomo algoritmo naudojimą. Tuo tikslu buvo lyginamas neparimetrinis GARCH modelis su devyniais GARCH klasės modeliais, kuriuos ištyrė Wei'as ir kt., apimančiai RiskMetrics, GARCH, IGARCH, GJR, EGARCH, APARCH, FIGARCH, FIAPARCH ir HYGARCH modelius. Mokslininkai nustatė, kad taikant neparimetrinį GARCH modelį gaunami geresni rezultatai, nei taikant parametrinius modelius [3].

Dabartinėje literatūroje aprašytas naftos kainų prognozavimas rodo, kad naftos kainos modeliai trumpiems laikotarpiams viršija neigiamo pokyčio prognozes. Daug mažiau žinoma apie žaliavinės naftos kainos prognozavimą ilgesniu laikotarpiu. Ilgalaiškės prognozės yra svarbios investicijų sprendimams ir politikos institucijoms. Daugelis politikos institucijų rengia ilgesnio laikotarpio prognozes, kad galėtų informuoti apie savo politinius sprendimus [23]. Todėl S. Snudenas [23] pasiūlė keisti tradicinius prognozavimo metodus rengiant prognozes ilgesniu laikotarpiu. Siūloma tikslo filtrų metodas transformuojantis kiekvieno prognozės lango duomenis. Prognozės intervalai augimo greičio transformacijose yra pasirinkti taip, kad būtų kuo daugiau informacijos tam tikruose mažesniuose dažniuose, būtent šie sprendimai prieštarauja standartiniams metodams. S. Snudeno analizė rodo, kad paprasta taisyklė, kaip naudoti praėjusių metų realiosios kainos vidurkį, paprastai prognozuojant tikrąją žaliavinės naftos kainą dažniausiai viršija dviejų ar trijų metų laikotarpio prognozes. Tada orientacinių augimo rodiklių taikomų AR modeliams, sėkmingumo koeficientai yra didesni nei 0,5, o MSPE (vidutinės kvadratinės paklaidos prognozės) rodikliai dažniau yra mažesni nei 1, lyginant trijų metų laikotarpyje. Pasak S. Snudeno paprastai VAR modeliai su 24 vėlinimais geriau veikia vienerių ir dvejų metų prognozėms. Trijų ar penkerių metų horizontui, VAR modeliai su dvylika prognozės intervalų nuosekliai sukuria nedidelius MSPE santykius [23].

Naftos kainų modeliavimo požiūriu egzistuoja skirtingi teoriniai požiūriai. Žaliavinės naftos kainų prognozavimo literatūroje yra dvi pagrindinės prognozavimo metodų kategorijos: tradiciniai statistiniai ir ekonometriniai. Šios kategorijos apima tokius metodus, kaip eksponentinio glodinimo, tiesinės regresijos, ARIMA, GARCH, atsitiktinio klaidžiojimo ir klaidų korekcijos. Tradiciniai statistiniai ir ekonometriniai metodai paprastai gali užfiksuoti tiesinius procesus duomenų laiko eilutėje. Šie modeliai gali būti nepakankami, kad būtų gautos žaliavinės naftos kainų netiesinės ypatybės. Per pastaruosius dešimtmečius buvo atlikta daug naftos kainų prognozių tyrimų. Pirmasis prognozavimo naftos rinkoje tyrimas buvo atliktas Amano [35], autorius naudojo nedidelį ekonometrinių naftos rinkos prognozavimo modelį. Tangas ir Hammoudehas [36] naudojo netiesinę regresiją, kad prognozuotų OPEC krepšelio naftos kainas. Moshiri ir Foroutanas [37] modeliavo ir prognozavo žaliavinės naftos ateities sandorių kainas, taikydamos ARIMA ir GARCH modelius [22].

Laiko eilučių modeliai prognozuoja būsimas naftos kainas naudojant istorinius duomenis. Šiuose modeliuose būsimų kainų elgesys yra išskaičiuojamas iš šių kainų istorinių duomenų. Laiko eilučių modeliai dažniausiai naudojami, kai [21]:

- a) duomenys rodo sisteminį modelį, tokį kaip, autokoreliaciją;
- b) dauguma kintamųjų yra paaiškinami, o jų sąveika yra struktūrinis modelis, kurį labai sudėtinga sudaryti;
- c) priklausomo kintamojo prognozavimas priklauso nuo paaiškinamojo kintamojo, kuris gali būti dar sudėtingesnis nei pats kintamasis.

Atrodo, kad visi šie atvejai tinka naftos kainoms [21].

Žaliavinės naftos rinka yra viena iš labiausiai besikeičiančių rinkų pasaulyje ir tai rodo stiprų chaosą, o ARIMA modelis yra tiesinis modelis, kuriame fiksuojamos laiko eilučių tiesinės charakteristikos, todėl yra bendras sutarimas, kad šis modelis negali apibūdinti naftos kainų laiko eilučių netiesiškumo komponentų [21].

B. Beckersas ir Samyas Beidas – Stromas [15] mano, kad tiksli specifikacija VAR modeliui prognozuojant naftos kainas yra vis dar atvira diskusijoms. Nors standartinis VAR modelis naftos paklausos, besiremiančios pramonine gamyba, pasauliniu naftos tiekimu ir OECD inventoriaus paklausa gerokai viršija visą imtį, ekonomistai parodo, kad yra kitų parametrų. Jie nustatė, kad būsimųjų sandorių prognozių šališkumas yra didesnis nei VAR.

Nustatyta, kad atsitiktinio klaidžiojimo metodas buvo efektyvesnis stabilių naftos kainų laikotarpiais. Nepaisant bendro VAR modelių stiprumo, jų tikslumas gali nukentėti nuo nestabilumo duomenyse. Nedidelės pokyčių specifikacijos, daliniai duomenys ar atsilikimo ilgiai, jie teikia labai skirtingas prognozes. Todėl daroma išvada, kad prognozuoti naftos kainas ilguose duomenų rinkiniuose su struktūrinėmis pertraukomis yra gana komplikotas uždavinys [15].

J. Ejdydas, K. Halickas ir C. Vinkovskis [24] atlikdami BRENT žaliavinės naftos tyrimą nustatė, kad eksponentinio glodinimo metodas naudojant Holto – Vinterio modelį yra paprastas, bet reikalauja didelių laiko sąnaudų ir specialios programinės įrangos, tačiau tai leidžia nustatyti prognozes daugiau nei vieno etapo laikotarpiu. [24].

Įvairių straipsnių, atliktų tyrimų ir ekspertų nuomonės analizė patvirtino, kad naftos kainų dinamika yra plačiai analizuojama, nes jos kitimas priklauso nuo tokių faktorių, kaip politiniai ir ekonominiai sprendimai. Literatūros analizė atskleidė, kad istorinėje perspektyvoje didelę įtaką naftos kainų dinamikai turėjo įvairūs politiniai ir ekonominiai sukrėtimai, t.y. karai, ligos, ekonominiai nuosmukiai ir pakilimai, netgi valiutų kursų smukimas ar kilimas ir pan. Naftos kainų modeliavimui ir prognozavimui literatūroje naudojama įvairūs ekonometriniai modeliai. Plačiausiai literatūroje apie naftos kainų dinamikos modelių sudarymą ir kainų prognozavimą naudojami GARCH modeliai. Geriausias naftos kainų prognozes davė nparametrinis GARCH

modelis, kuris buvo lyginamas su devyniais GARCH klasės modeliais. Tačiau trumpalaikėms prognozėms sėkmingai gali būti taikomi ir paprastesni modeliai, tokie kaip VAR ar eksponentinis glodinimas.

Šio darbo tikslas sudaryti modelius ir prognozuoti naftos kainų dinamiką. Analizei pasirinktas naftos kainos dinamikos modelio sudarymo būdas taikant daugialypės regresinės analizės metodą. Šiuo metodu modeliuojamos laiko eilutės nuo nepriklausomų kintamųjų, tokių kaip infliacija, bendrasis vidaus produktas, dolerio kaina euro atžvilgiu, t.y. ekonominių rodiklių. Taip pat naftos kainos dinamikos prognozavimas atliekamas taikant – eksponentinio glodinimo modelį, integruotą autoregresijos slenkančiojo vidurkio ir apibendrintą autoregresijos sąlyginio heteroskedastiškumo metodus. Dar vienas modelis priklauso tik nuo pačios laiko eilutės reikšmių – šiai analizei pasirinktas VAR modelis. Sudarius šiuos laiko eilučių modelius bus galima įvertinti, kuris iš jų tiksliausiai modeliuoja istorines reikšmes ir prognozuoja ateities naftos kainos dinamiką.

2. Tyrimo metodai

2.1. Daugialypė regresinė analizė

Kiekvieną ekonominį reiškinį veikia bent keli veiksniai. Priimant sprendimus dažnai neužtenka vien tik išvardinti nagrinėjamą ekonominį reiškinį sąlygojančius veiksnius, bet reikia jų poveikį įvertinti kiekybiškai. Šiam tikslui yra naudojama regresinė analizė. Regresinis modelis leidžia matematinės lygties pagalba užrašyti nagrinėjamų veiksnių poveikį ekonominiam reiškiniui. Turint tokią lygtį, galima:

- ✓ parodyti ekonominio reiškinio susiformavimo mechanizmą;
- ✓ matematiškai aprašyti nagrinėjamo ekonominio reiškinio priklausomybę nuo jį sąlygojančių veiksnių;
- ✓ nustatyti reikšmingus ir nereikšmingus veiksnius;
- ✓ prognozuoti nagrinėjamo ekonominio reiškinio variantus;
- ✓ modeliuoti įvairias situacijas ir stebėti, kaip kinta nagrinėjamas reiškinys, kintant veiksniams;
- ✓ konkreti regresijos ryšio matematinė forma leidžia gauti ekonominės analizės išvadoms naudingus rodiklius: ryšio ženklą ir pobūdį, nagrinėjamo reiškinio elastingumą kiekvienam iš veiksnių arba visų veiksnių poveikiui bendrai [28].

Tiesinės daugialypės regresijos modelis yra:

$$Y_i = a + b_1x_{1i} + b_2x_{2i} + \dots + b_kx_{ki} + e_i \quad (2.1)$$

čia e_i – yra atsitiktinė paklaida (atsitiktinis dydis). Modelio koeficientai a, b_1, b_2, \dots, b_k nežinomi. Tikrindami, ar modelis tinka, kartu randame ir šių koeficientų įverčius [16].

Daugialypės tiesinės regresijos prielaidos: $e_i \sim N(0, \sigma^2)$, čia e_i yra nepriklausomas atsitiktinis dydis, dispersija σ^2 nežinoma. Be šių prielaidų dar yra reikalavimas, kad vienas nepriklausomas kintamasis nebūtų likusiųjų tiesinė daugdara. Nes net ir stipri nepriklausomų kintamųjų koreliacija (kai koreliacijos koeficientas absoliučiuoju didumu artimas vienetui) neigiamai veikia prognozių stabilumą. Tai vadinamoji multikolinearumo problema [16].

Sudarant daugialypės tiesinės regresijos modelį remiamasi šiomis prielaidomis:

- ✓ Priklausomieji kintamieji Y_i yra nepriklausomi. Tai priklauso nuo duomenų surinkimo, t.y. turi būti siekiama, kad pradiniam etape duomenys būtų surinkti nepriklausomai.
- ✓ Y_i yra pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį. Tai įvertinama preliminarios duomenų analizės metu.
- ✓ Modelio struktūra turi būti pastovi, kartu ir parametrų b_j reikšmės yra nekintančios.
- ✓ k nepriklausomų kintamųjų ($x_1, \dots, x_i, \dots, x_k$) tarpusavyje yra tiesiškai nepriklausomi, t.y. daugiakolinearumo nėra.

✓ Egzistuoja tiesinė priklausomybė tarp priklausomojo kintamojo vidurkio $E(Y)$ ir nepriklausomųjų kintamųjų x_1, \dots, x_k .

✓ Kintamasis e_i yra atsitiktinis kintamasis, neturintis modeliui sisteminio poveikio [29].

Daugialypės tiesinės regresijos modelio įverčiai apskaičiuojami mažiausių kvadratų metodu. Parametro b_j įvertis parodo, kiek pasikeis Y , kai kintamasis X_j pakis vienu vienetu su prielaida, kad visi kiti kintamieji yra pastovūs. Regresijos modelio įverčiai tikslesni, kai turima didesnė duomenų imtis, didesnės nepriklausomųjų kintamųjų dispersijos, mažesnė atsitiktinės paklaidos dispersija ir mažiau tarpusavyje susiję nepriklausomi kintamieji [29].

Sudarius daugialypės tiesinės regresijos modelį reikia nustatyti, ar įvertinta regresijos modelio lygtis atitinka faktiškus stebėjimus, t.y. būtina išsiaiškinti, koku mastu Y reikšmių sklaidą paaiškina sudaryta regresija, kaip gerai modelis tinka Y numatyti duotiems X [28].

Vienas svarbiausių tinkamumo matų šiai problemai įvertinti yra naudojamas *determinacijos koeficientas*. Paprasčiausias regresijos kvadratų sumos ir bendros kvadratų sumos santykis nusako Y dispersijos dalį, kurią įvertina sudarytas regresijos modelis. Bendroji paklaidų kvadratų suma įvertina suminį nukrypimą nuo vidurkio kvadratų poveikį, t.y. ji išmatuoja Y_i reikšmių sklaidą apie Y . Regresijos kvadratų suma parodo priklausomo kintamojo reikšmės įvertintos pagal sudarytą regresijos modelį nuokrypį nuo vidurkio kvadratų sumą. Kitaip tariant, tai yra paaiškinta sklaida, susijusi su X ir Y ryšiu. Šis santykis matuoja sudarytos regresijos lygties tinkamumą ir vadinamas determinacijos koeficientu, kurį žymėsime R^2 [28]:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (2.2)$$

Determinacijos koeficientas parodo, kokią procentinę priklausomo kintamojo kitimo dalį nulemia nepriklausomo kintamojo kitimas, o $(1 - R^2)$ – kiti neįvertinti kintamieji, kitaip tariant kaip Y dispersijos kitimą įvertina sudarytos regresijos modelis [28].

Determinacijos koeficientas negali būti neigiamas, kadangi tai yra proporcija. Jis gali įgyti reikšmes tarp 0 ir 1. Kadangi determinacijos koeficientas kinta nuo 0 iki 1, tad kuo jo reikšmė didesnė, tuo geresnis modelis. Tačiau šiam kriterijui būdingi keli trūkumai:

1) Determinacijos koeficientas niekada nesumažėja, kai į modelį įtraukiamas naujas kintamasis X , ir todėl neįmanoma įvertinti papildomai įtraukto kintamojo pasekmės.

2) Lyginant du arba daugiau įvertintų modelių R^2 , būtina sąlyga ta, kad priklausomas kintamasis šiuose modeliuose būtų tas pats [28].

Kaip jau minėta, į modelį įtraukus papildomų nepriklausomų kintamųjų determinacijos koeficiento reikšmė padidės. Palyginant modelius, tai traktuojama kaip svarbiausias šio rodiklio trūkumas. Todėl praktikoje be determinacijos koeficiento R^2 , naudojamas, ypač daugialypėje

regresijoje, koreguotasis determinacijos koeficientas, kurį žymėsime R_{adj}^2 . Koreguotasis determinacijos koeficientas neleidžia be reikalo įtraukti į analizę nereikšmingų nepriklausomų kintamųjų. Jis visada mažesnis už determinacijos koeficientą. Koreguotasis determinacijos koeficientas apskaičiuojamas taip:

$$R_{adj}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k-1} \quad (2.3)$$

čia: n – imties dydis, k – nepriklausomų kintamųjų skaičius [28].

Koreguotasis determinacijos koeficientas yra naudingas lyginant du ar daugiau modelių, kurie numato tą patį priklausomą kintamąjį Y , tačiau skirtingas jų nepriklausomų kintamųjų skaičius [28].

Akaičės informacijos kriterijus (AIC) paremtas liekamųjų paklaidų kvadratų sumos minimizavimu arba, kitaip tariant, determinacijos koeficiento reikšmės didinimu. Akaičės informacijos kriterijus apskaičiuojamas taip [28]:

$$AIC = e^{\frac{2k}{n}} \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n} \quad (2.4)$$

čia: n – imties dydis (stebėjimų skaičius), k – regresorių skaičius įvertinant ir laisvąjį narį.

Skaičiuoti patogiau šią formulę pertvarkius [28]:

$$\ln(AIC) = \frac{2k}{n} + \ln\left(\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}\right) \quad (2.5)$$

Geresniu laikomas tas modelis, kurio mažesnė $\ln(AIC)$ reikšmė.

Švarco informacijos kriterijus (BIC) artimas Akaike informacijos kriterijui ir apskaičiuojamas pagal tokią formulę [28]:

$$BIC = n^{\frac{k}{n}} \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n} \quad (2.6)$$

čia: n – imties dydis (stebėjimų skaičius), k – regresorių skaičius įvertinant ir laisvąjį narį.

Logaritmavus formulės (2.6) abi puses, gauname [28]:

$$\ln(BIC) = \frac{k}{n} + \ln(n) + \ln\left(\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}\right) \quad (2.7)$$

Kuo mažesnė $\ln(BIC)$ kriterijaus reikšmė, tuo geresnis modelis [28].

2.1.1. Multikolinearumas

Esant koreliuotiems nepriklausomiems kintamiesiems sunku įvertinti kiekvieno jų įtaką priklausomam kintamajam. Esant stipriam multikolinearumui regresijos nepriklausomų kintamųjų koeficientai pasižymi labai aukštomis standartinėmis paklaidomis, vadinasi koeficientai negali

būti tiksliai įvertinti. Esant tobulam multikolinearumui, regresijos koeficientai nėra apibrėžti ir jų standartinės paklaidos yra begalinės [28].

Multikolinearumas yra surinktų stebėjimų problema, o ne modelio sudarymo klaidos. Dauguma nepriklausomų kintamųjų ekonomikoje yra smarkiai susiję, o tai ir yra viena iš pagrindinių multikolinearumo atsiradimo priežasčių. Taip pat ši problema gali atsirasti dėl tyrėjo klaidų parenkant duomenų imtį [28]:

- ✓ Negalima duomenų kažkaip riboti, nes kuo jie įvairesni, tuo geriau.
- ✓ Neteisingai parinkta matematinė forma.
- ✓ Pervertintas modelis. Tai atsitinka tuomet, kai įtraukta per daug nepriklausomų kintamųjų (ypatingai kai nepriklausomų kintamųjų yra daugiau nei stebėjimų).

Daugialypės regresijos modelis tinkamiausias prognozuoti tada, kai visi nepriklausomi kintamieji x_1, \dots, x_k tarpusavyje nekoreliuoja, o priklausomybė sieja tik juos ir Y . Kai tarp kintamųjų x_1, \dots, x_k yra stipriai koreliuojančių susiduriame su vadinamąja multikolinearumo problema. Didžiausia multikolinearumo žala yra regresijos funkcijos koeficientų nestabilumas – keli papildomi stebėjimai gali juos labai pakeisti, o tada nebeaišku, kurią funkciją naudoti prognozuojant. Vektorių multikolinearumas dažniausiai nustatomas skaičiuojant dispersijos mažėjimo daugiklį VIF (angl. *variance inflation factor*) [16]:

$$VIF = \frac{1}{1-R_j^2} \quad (2.8)$$

Nykščio taisyklė: tarp nepriklausomų kintamųjų yra stiprus multikolinearumas, jei $VIF(X_j) > 4$ [28].

Tolerancijos matas TOL yra atvirkštinis dydis VIF . Multikolinearumas egzistuoja, kai tolerancija mažesnė kaip 0,2. Tolerancijos matas yra apskaičiuojamas taip [28]:

$$TOL = \frac{1}{VIF_j} \quad (2.9)$$

2.2. Laiko eilutės samprata

Statistikoje, ekonometrijoje ir daugelyje kitų sričių, laiko eilutėmis vadiname duomenis, surinktus vienodais laiko tarpais. Laiko eilutės gali būti vienamatės (kai matuojamas ar registruojamas vienas parametras) arba daugiamatės (kai matuojame keli ar keliolika parametru vienu metu). Laiko eilučių analizės pagrindinės temos yra jų aprašymas (modelio sudarymas) ir prognozė [25]. Ekonometrijoje stebimi duomenys yra suvokiami, kaip tam tikro atsitiktinio proceso realizacijos. Laiko eilučių ekonometrijos ypatumas tik tas, kad atsitiktinis procesas išdėstomas laike [26].

Laiko eilute vadiname kintamojo X stebėjimų laike seką X_1, X_2, \dots, X_n . Tikimybiniai laiko eilučių modeliai remiasi prielaida, kad laiko eilutės reikšmės yra tam tikro atsitiktinio proceso $\{X(t), t \in T\}$ realizacija, kur T yra laiką atitinkanti indeksų aibė. Šiame darbe bus nagrinėjamos tokios laiko eilutės, kurių reikšmės išmatuotos vienodais laiko intervalais, todėl $T = 1, 2, \dots, n$. Ekonometrinės analizės tikslas – turint tam tikro rodiklio laiko eilutę, sudaryti ją atitinkančio proceso modelį, pagal kurį būtų galima prognozuoti rodiklio kitimą ateityje [27].

Ekonometrikoje naudojamas laiko eilučių modelis gali būti užrašomas dvejopai: adityviuoju modeliu arba multiplikatyviuoju [30].

Adityvusis atrodo šitaip [30]:

$$x_t = m_t + s_t + u_t \quad (2.10)$$

kur m_t – vidurkio funkcija, s_t – sezoniškumo dedamoji, u_t – triukšmo dedamoji, t.y. stacionarus nulinio vidurkio atsitiktinis procesas.

Multiplikatyvusis laiko eilutės modelis yra [30]:

$$x_t = m_t \cdot s_t \cdot u_t \quad (2.11)$$

Laiko eilutės gali būti *momentinės* (pirkėjų skaičius parduotuvėje) ir *intervalinės* (per mėnesį realizuotos produkcijos apimtys). Laiko eilučių analizė atliekama dviem aspektais: dažnumo srities ir laiko srities. Analizuojant laiko eilutes yra sprendžiami 3 pagrindiniai uždaviniai [30]:

1. *Identifikacijos*, t.y. modelio parametrų statistinis įvertinimas;
2. *Verifikacijos*, t.y. sudaryto modelio adekvatumo patikrinimas;
3. *Prognozavimo*, t.y. laiko eilutės reikšmių laiko momentais Z_l nustatymas, kai $l > n$.

Modelio *identifikacijos* procedūra [30]:

- ✓ Laiko eilutės duomenų vizualizacija ir tinkamos transformacijos parinkimas (stacionariam pavidalui gauti);
- ✓ ACF ir PACF analizė;
- ✓ Modelio parametrų įvertinimas – įvertinami parametrai, naudojant maksimalaus tikėtimumo metodą.

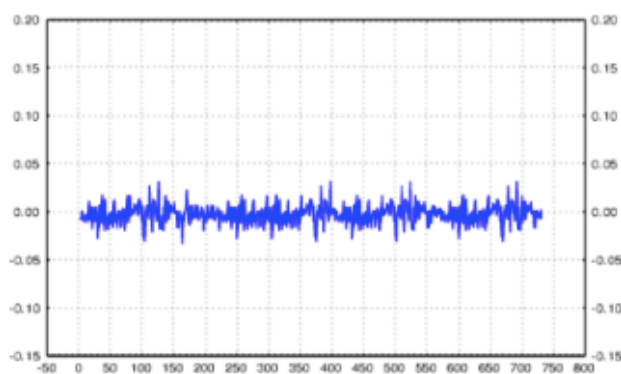
Laiko eilutės stacionarumo įvertinimas – vienas pirmųjų eilučių analizės uždavinių. Nuo laiko eilutės stacionarumo priklauso vidurkio funkcijos pavidalas. Stacionariame procese laiko eilutės reikšmės kinta atsitiktinai kiekvienu momentu, tačiau vidurkis gana ilgą laiką nekinta. Nestacionarių laiko eilučių vidurkis nėra pastovus, bet ilgainiui kinta (žiūrėti 7 paveiksle). Dažnai realiose situacijose laiko eilutės yra nestacionarios. Visada yra svarbu, kad laiko eilutė būtų stacionari siaurąja prasme, t.y. būtų išpildytos stacionarumo sąlygos vidurkio ir kovariacinės funkcijos atžvilgiu. Natūralus būdas apriboti stacionarumo efektus, yra tiesinio trendo taikymas laiko eilutės $Z_t, t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ duomenims, naudojant paprasčiausią tiesinę regresiją. Stebimo

kintamojo vidurkių kitimo tendencija yra vidurkių trendas. Trendo pavadinimas nurodo, kokią kreivę jo grafikas primena: tiesinio – tiesę, kvadratinio – parabolę ir pan. [30].

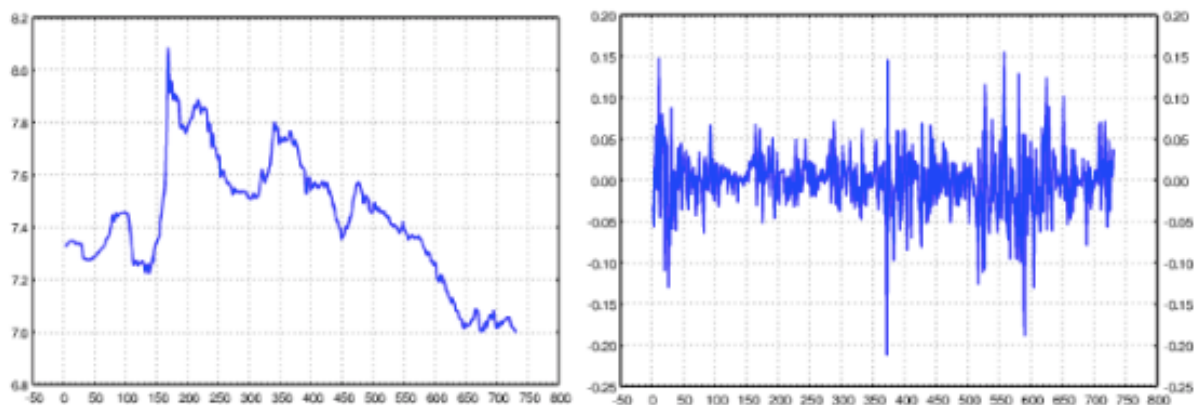
Norint iš duomenų pašalinti trendą, yra naudojami skirtumai. Pirmasis skirtumas pašalina tiesinį trendą, antrasis gali pašalinti kvadratinį trendą ir t.t. Norint apibrėžti aukštesnės eilės skirtumus yra įvedamas vėlinimo operatorius, kurio pagalba aukštesnės eilės skirtumai yra apibrėžiami [30]:

$$a(B)Z_t = (1 - B)^d Z_t, \quad (2.12)$$

čia $a(B)$ - $k \times I$ trupmeninio diferencijavimo operatorius, B – vėlavimo (poslinkio atgal) operatorius, d – diferencijavimo eilė.



Stacionari laiko eilutė



Nestacionarios laiko eilutės

7 pav. Stacionari ir nestacionarios laiko eilutės [29]

Eilutės su ilga laikine priklausomybe pasižymi autokoreliacijomis, kurių reikšmės yra nebūtinai didelės, tačiau išlieka ilgą laiko tarpą. Ilgos atminties procesai pasireiškia hidrologijoje, aplinkotyroje [30].

Ilgos laikinės priklausomybės procesai, kurie remiasi trupmeniniu integravimu, pradėjo vaidinti svarbų vaidmenį laiko eilučių analizėje, kai tapo prieinamos ilgesnės finansinės laiko eilutės. Statistiniai metodai, skirti laiko eilutės elgesio ateityje (arba praeityje) prognozei, iš esmės skiriasi nuo kitų statistinių metodų. Žinant net ypač tikslų laiko eilutės elgesio praeityje aprašymą, nėra jokio teorinio patvirtinimo, kad šis elgesys išliks toks pat ateityje. Vis dėlto tokios prognozės

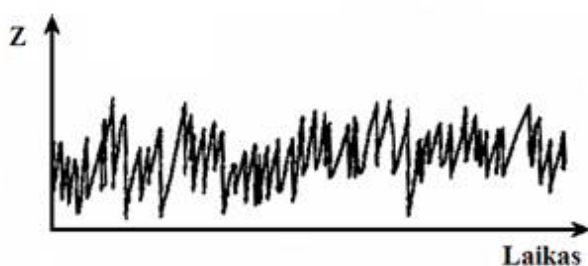
daromos, nes empirinė žmonijos patirtis rodo, kad tai, kas įprasta praeityje, paprastai įvyksta ir ateityje [30].

Prognozės sėkmė daug priklauso nuo to, ar stebimo kintamojo prigimtis yra stochastinė - atsitiktinė, ar determinuota - apibrėžta. Akivaizdu, kad lengviau prognozuojami determinuoti kintamieji. Tačiau nėra nei visiškai atsitiktinių, nei visiškai determinuotų kintamųjų. Paprastai stebimos abi dedamosios: atsitiktinė ir apibrėžtoji [30].

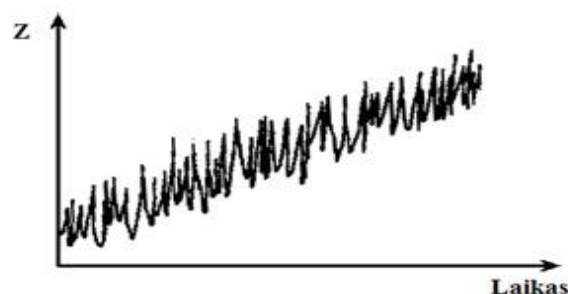
Apibrėžtoji dedamoji susideda iš tokių dalių [30]:

- ✓ tiesinio trendo;
- ✓ sezoninių svyravimų;
- ✓ ciklinio svyravimo.

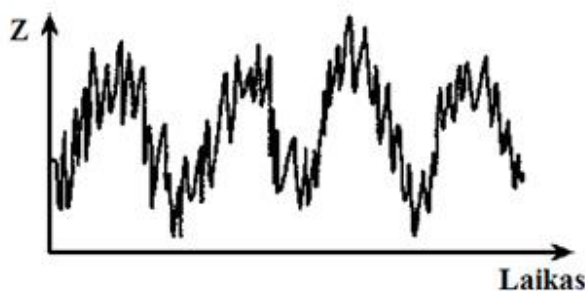
Laiko eilutė gali turėti visas šias dalis, arba kai kurių dalių gali ir neturėti. (o gal ir visų, jei laiko eilutė griežtai atsitiktinė). Aštuntame paveiksle pavaizduoti kai kurie tipiniai laiko eilučių atvejai [30].



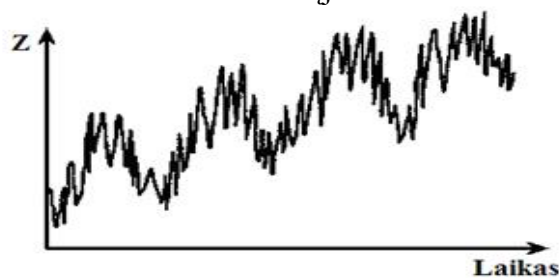
Laiko eilutė tik su atsitiktine dedamąja



Laiko eilutė su tiesiniu trendu ir atsitiktine dedamąja



Laiko eilutė su sezoniniais svyravimais ir atsitiktine dedamąja



Laiko eilutė su tiesiniu trendu, sezoniniais svyravimais ir atsitiktine dedamąja

8 pav. Laiko eilučių su įvairiomis dedamosiomis grafinis vaizdas [29]

Prognozavimas – tai tiriamojo proceso būsimos kitimo tendencijos nustatymas, atsižvelgiant į turimą praktinį patyrimą ir padarytas teorines prielaidas. Siekiant aprašyti tiriamojo proceso kitimą yra sudaromi laiko eilutės modeliai. Jie bus naudojami sprendžiant prognozavimo uždavinius. Prognozuojamoji reikšmė visada yra su paklaida. Paklaidos yra pasiskirsčiusios pagal normalųjį skirstinį, o jų skirstinį nusako dispersija (kuo didesnė rodiklio dispersija, tuo didesnė ir prognozės dispersija). Prognozavimo tikslumą nusakantys rodikliai yra šie: prognozavimo

paklaida e_t , standartinė paklaida σ_t , vidutinė procentinė absoliutinė paklaida $MAPE$, vidutinė procentinė paklaida MPE , vidutinė paklaida ME , vidutinė kvadratinė prognozės paklaida $MSPE$ [30].

Prognozavimo paklaida e_t - tai faktiškos rodiklio reikšmės Z_t ir prognozuojamos rodiklio reikšmės \tilde{Z}_t skirtumas [30].

Paklaida, kuri nusako santykinį prognozavimo tikslumą, ir kuria galima palyginti skirtingų rodiklių prognozes – tai *vidutinė procentinė absoliutinė paklaida $MAPE$* (prognozavimas labai tikslus, kai $MAPE < 10$ ir tikslus, kai $10 < MAPE < 20$). Ji apskaičiuojama [30]:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|e_t|}{Z_t} \cdot 100\% \quad (2.13)$$

Santykinis dydis, rodantis prognozės nuokrypį, vadinamas *vidutine procentine paklaida MPE* (esant idealiai prognozei nukrypimas turi artėti prie nulio ir praktiškai neturi būti didesnis negu 5%) ir apskaičiuojamas pagal formulę [30]:

$$MPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{e_t}{Z_t} \cdot 100\% \quad (2.14)$$

Paklaida, nusakanti prognozės nuokrypio dydį – tai *vidutinė paklaida ME* , kuri apskaičiuojama pagal formulę [30]:

$$ME = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t \quad (2.15)$$

Vidutinė kvadratinė prognozės paklaida $MSPE$ nusako paklaidos dispersiją ir ja remiantis yra atrenkamas tiksliausias prognozavimo modelis [30]:

$$MSPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2 \quad (2.16)$$

2.3. Eksponentinis glodinimas

Eksponentinio glodinimo metodai, kaip ir sako pats pavadinimas, glodina laiko eilutes, kai yra suvidurkinami keletas prieš tai buvusių stebėjimų. Suglodyta eilutė gali būti naudojama tiek proceso suglodinimui (jeigu stebimas procesas su triukšmu), tiek prognozavimui. Eksponentinis glodinimas dažnai algoritmiškai taikomas, kai tikrasis stebimo proceso modelis yra nežinomas ir nekalbama apie jo statistines savybes. Nepaisant to, eksponentinis glodinimas plačiai taikomas įvairiose srityse, pvz., finansinių duomenų analizėje, ir duoda neblogus rezultatus [17].

Eksponentinis glodinimas gali būti naudojamas norint atlikti trumpalaikes laiko eilučių prognozes, nes ilgalaikių prognozių perspektyvoje, šis metodas nėra patikimas [31, 32]. Naudojant eksponentinio glodinimo metodą didžiausi svoriai (prioritetai) suteikiami naujausiems duomenims. Glodinimo parametras (glodinimo konstantos, angl. *smoothing parameters*, *smoothing constants*) dažniausiai žymimas α ir nustato stebėjimo svorį (prioritetą) [32].

Paprastasis eksponentinis glodinimas naudojamas kai laiko eilutės neturi trendo ir sezoninės komponentės. Vienas iš trivialių proceso prognozavimo būdų yra naudoti paskutinę proceso reikšmę, kaip prognozę (nesvarbu kiek žingsnių į priekį) [17]:

$$\tilde{Z}_{T+h} = Z_T \quad (2.17)$$

Nepaisant prognozės paprastumo, toks metodas yra netgi optimalus atsitiktinio klaidžiojimo proceso atveju. Ši prognozės išraiška nė kiek nesuglodina stebėto proceso. Priešingybė jai galėtų būti prognozė gauta suvidurkinus visas stebėtas reikšmes bet su vienodais svoriais [17]:

$$\tilde{Z}_{T+h} = \frac{\sum_{t=1}^T Z_t}{T} \quad (2.18)$$

Paprastasis eksponentinis glodinimas siūlo naudoti tarpinį variantą – kai į prognozės išraišką įtraukiami visi stebėjimai, tačiau paskutiniams suteikiamas didesnis svoris, nei ankstesniems:

$$\tilde{Z}_{T+1} = \alpha Z_T + \alpha(1 - \alpha)Z_{T-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 Z_{T-2} + \dots \quad (2.19)$$

čia parametras α tenkina sąlygą $0 \leq \alpha \leq 1$. Laikoma, kad svorių reikšmės eksponentiškai mažėja, taip mažindamos tolimesnės praeities duomenų įtaką ateities reikšmės prognozei. Todėl šis metodas ir vadinamas eksponentiniu glodiniu. Šią prognozės lygtį, dėl eksponentiškai mažėjančių svorių parinkimo, galime perrašyti kita forma:

$$\tilde{Z}_{t+1} = \alpha Z_t + (1 - \alpha)\tilde{Z}_t, t = 2, \dots, T. \quad (2.20)$$

su papildoma pradine sąlyga $y_2 = \alpha y_1 + (1 - \alpha)l_0$, $l_0 = y_1$. Tokia išraiška patogi atliekant eilutės prognozavimą su realiais duomenimis, nes nauja prognozė gaunama kaip dviejų dydžių svorinis vidurkis [17].

Dvigubo eksponentinio glodinimo metodui apibūdinti naudojami keletas pavadinimų: dvigubas eksponentinis glodinimas, antros eilės eksponentinis glodinimas, Holto tiesinis glodinimas, o kartais ir Holto – Vinterio dvigubas eksponentinis glodinimas. Dvigubas eksponentinis glodinimas naudojamas tuomet, kai stebima laiko eilutė turi trendą. Šis metodas užrašomas viena prognozės ir dviem glodinimo lygtimis [17]:

$$\tilde{Z}_{t+h} = l_t + hb_t \quad (\text{prognozės lygtis}) \quad (2.21)$$

$$l_t = \alpha Z_t + (1 - \alpha)(l_{t-1} + b_{t-1}) \quad (\text{vidurkio glodinimo lygtis}) \quad (2.22)$$

$$b_t = \beta^*(l_t - l_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1} \quad (\text{trendo glodinimo lygtis}) \quad (2.23)$$

čia β^* yra trendo glodinimo parametras ir jis tenkina $0 \leq \beta^* \leq 1$. Metodo naudojamo b_t reikšmė gaunama glodinant skirtumą tarp dviejų vidurkių $l_t - l_{t-1}$, b_t prasmė yra trendo reikšmė, kai laikas pakinta vienu vienetu. l_t gaunama glodinant $l_{t-1} + b_{t-1}$ su naujai gauta Z_t reikšme, taigi tai atitiks suglodontą kreivės vidurkį laiko momentu t . Iš prognozės lygties matome, kad prognozės išraiška $l_t + hb_t$ atspindi tiesinį trendą [17].

Paklaidų korekcijos formoje glodinimo lygtys yra užrašomos [17]:

$$l_t = l_{t-1} + b_{t-1} + \alpha e_t \quad (\text{vidurkio glodinimo lygtis}) \quad (2.24)$$

$$b_t = b_{t-1} + \alpha\beta^* e_t = b_{t-1} + \beta e_t \quad (\text{trendo glodinimo lygtis}) \quad (2.25)$$

$$\text{kur } e_t = Z_t - (l_{t-1} + b_{t-1}) = Z_t - \tilde{Z}_t.$$

2.4. Vektorinės autoregresijos modelis

Procesas Z_t tenkinantis išraišką [26]:

$$Z_t = c + \sum_{i=1}^n A_i Z_{t-i} + v_t, v_t \sim WN(0, \Sigma_v), p > 0, \quad (2.26)$$

vadinamas p – eilės vektorine autoregresija ir žymimas $VAR(p)$. Čia Z_t , c ir v_t yra n dimensijos atitinkamai modelio kintamųjų, konstantų ir baltojo triukšmo paklaidų vektoriai. Σ_v ir A_i , $i = 1, \dots, p$, yra kvadratinės $n \times n$ dimensijų paklaidų vienašakio kovariacijų ir parametrų matricos, p – autoregresijos eilė [26].

Vektorinėje autoregresijoje visi kintamieji yra aprašomi vien tik kaip jų pačių ir kitų sistemos kintamųjų vėlavimų tiesinės regresijos funkcijos [26].

Norint VAR modeliu aprašyti empirinius duomenis taikomi tokie modelio sudarymo etapai [26]:

- ✓ kintamųjų (vektoriaus Z_t komponentų) parinkimas bei duomenų surinkimas;
- ✓ kintamųjų stacionarumo užtikrinimas;
- ✓ parametrų įvertinimas;
- ✓ VAR vėlinimų eilės parinkimas;
- ✓ Modelio adekvatumo analizė.

Turint kintamuosius ir tinkamą parametrų įvertinimo metodą bei parinkus tinkamą VAR modelio vėlinimų eilę p , jau gaunamas praktinis įvertintas VAR modelis. Tačiau modelio gerumas bei visos juo grindžiamos tolimesnės išvados priklauso nuo tinkamai parinkto vėlavimo. Jei p per mažas, tai dalis ryšių „nusės“ paklaidose ir ne tik pats modelis bus nekorektiškas, bet ir jo parametrų įverčiai. Jei p per didelis, tai (nemaža) dalis vertinamų parametrų VAR modelyje yra lygūs nuliui, o tai blogina įverčių efektyvumą, nes papildomų parametrų įvertinimas mažina laisvės laipsnių skaičių. [26].

Tinkamo p parametro parinkimą palengvina modelio adekvatumo analizė, kuri susideda bent iš dviejų dalių. Pirma, VAR apibrėžimui adekvataus modelio paklaidos yra baltasis triukšmas. Tada minimalus reikalavimas, kurį formuojamo VAR modelio liekanos turėtų tenkinti, yra jų neautokoreliuotumas. Antra, adekvataus modelio paskutiniojo vėlavimo p matrica A_p turi būti nenulinė. Taigi, adekvatumo tikrinimas ir vėlavimo eilės parinkimas yra glaudžiai susiję, o nekorektiškas modelio suformulavimas atitinkamai įtakoja ir parametrų įverčių savybes [26].

Du pagrindiniai būdai, naudojami parenkant $VAR(p)$ eilę, remiasi [26]:

- ✓ nuosekliu hipotezės apie paskutinio vėlavimo parametrų matricos ne reikšmingumą tikrinimu;
- ✓ informaciniais kriterijais.

2.5. Autoregresinis integruotas slenkamojo vidurkio modelis

Autoregresinio integruoto slenkamojo vidurkio (toliau ARIMA) modelio esmė – ta, kad reikia sujungti autoregresijos, diferencijavimo ir slenkamojo vidurkio metodų galimybes. Visos sudėtinės modelio dalys yra paremtos atsitiktinio triukšmo (nepaaiškinamo išsibarstymo). Apibendrintas ARIMA modelis apima visas tris dalis ir yra užrašomas taip: ARIMA (p, d, q), kur p – autoregresijos eilė, d – diferencijavimo eilė, q – slenkamųjų vidurkių narių skaičius [26,40, 41, 44].

Autoregresijos procesas AR(p). Tiriamą procesą z_t galima užrašyti taip:

$$z_t = \varphi_1 z_{t-1} + \varphi_2 z_{t-2} + \dots + \varphi_p z_{t-p} + e_t \quad (2.27.)$$

Jis vadinamas p – ojo laipsnio autoregresijos procesu ir žymimas AR(p). Čia z_t – laiko eilutės reikšmė laiko momentu t , e_t – atsitiktinis triukšmas, pasiskirstęs pagal Gauso skirstinį su vidurkiu lygiu 0 ir standartiniu nuokrypiu lygiu σ ir $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$ – autoregresijos modelio parametrai [38, 41, 43].

Slankiųjų vidurkių procesas MA(q). Tiriamąjį procesą z_t galima užrašyti taip:

$$z_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (2.28.)$$

Jis vadinamas q – ojo laipsnio slankiųjų vidurkių procesu ir žymimas MA(q). Čia $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ – slenkančio vidurkio modelio parametrai [38, 41].

Autoregresijos slankiųjų vidurkių procesas ARMA(p, q). Siekiant supaprastinti laiko eilučių modelių sudarymą, kai kada patogiu abu minėtuosius procesus sujungti į vieną, t.y. apjungiami (2.27.) ir (2.28.) lygtys. Tuomet procesas užrašomas taip [38, 40, 41]:

$$z_t = \varphi_1 z_{t-1} + \varphi_2 z_{t-2} + \dots + \varphi_p z_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (2.29.)$$

Procesą ARMA užrašytą (2.29.) lygtimi galima užrašyti tokiu pavidalu:

$$\varphi(B)z_t = \theta(B)e_t \quad (2.30.)$$

čia $\varphi(B) = 1 - \sum_{i=1}^p \varphi_i B^i$ – autoregresijos p – ojo laipsnio daugianaris, o $\theta(B) = 1 - \sum_{j=1}^q \theta_j B^j$ – slenkančiojo vidurkio q – ojo laipsnio daugianaris [38, 40].

Nestacionarūs procesai ekonomikoje yra žymiai svarbesni negu stacionarūs [33]. ARIMA (p, d, q) modelyje kintamojo reikšmės gaunamos kaip tiesinis darinys iš tam tikro skaičiaus praeities duomenų ir atsitiktinių triukšmų (nepaaiškinamų išsibarstymų) [38]. Integruotame autoregresijos slankiųjų vidurkių modelyje aprašytos nestacionarios, tačiau išdiferencijavus tampančios stacionariomis laiko eilutės [41]. Tai yra procesas, kuris generuoja laiko eilutę s vidurkiu m ir turi pavidalą [38]:

$$\varphi(B)\nabla^d(z_t - m) = \theta(B)e_t \quad (2.31.)$$

čia $\nabla = (1 - B)$ – integruotoji dalis, o p, d, q – modelio parametrai, sveikieji skaičiai.

ARIMA modeliui sudaryti taikomas Bokso – Jenkinso metodas (procedūra), susidedanti iš 5 iteracinių žingsnių [26, 38, 39, 44]:

1. Duomenų paruošimas. Reikia atsižvelgti į tai, ar laiko eilutė yra stacionari [38], kitaip tariant identifikuoti nagrinėjamojo kintamojo z_t integruotumo eilę d . Integruotumo eilei nustatyti galima pasinaudoti tokiomis orientacinėmis taisyklėmis:

a) nenuline eile integruoto kintamojo, t.y. $z_t \sim I(d)$, $d > 0$, autokoreliacija labai lėtai artėja prie nulio – lėtai „gesta“;

b) jei $z_t \sim I(d)$, tai dažniausiai, z_t kintamojo $d+k$ eilės skirtuminės transformacijos dispersija ($Var(\Delta^{d+k}z_t)$) yra mažiausia, kai $k = 0$ – vadinamasis minimalios dispersijos testas.

Kai integruotumo eilė d yra nustatyta, toliau dirbama su kintamojo z_t d eilės skirtumine transformacija $\Delta^d z_t$ [26].

2. Modelio parinkimas. Sistemos identifikavimo sąvoka siejama su principine galimybe nustatyti modelio optimalią struktūrą bei įverčius iš apriorinės ir eksperimentinės informacijos. Tam tikro ARIMA modelio parinkimas paprastai yra nelengva užduotis [38]. Norint identifikuoti proceso eiles p ir q , naudojamos pagal $\Delta^d z_t$ įvertintos autokoreliacijos (ACF) ir dalinės autokoreliacijos (PACF) funkcijos. Įverčiai yra atsitiktiniai dydžiai, todėl apie jų artumą nuliui galima spręsti tik tikimybiškai (su tam tikra klaidos tikimybe). Grafinis tokių hipotezių tikrinimas atliekamas tikrinant, ar (dalinės) autokoreliacijos koeficiento įverčiai neužena už pasikliautino intervalo ribų, stacionarios ir nestacionarios laiko eilučių korelogramos. Jei užena tai nulinė hipotezė atmetama, ir laikoma, kad (dalinė) autokoreliacija yra reikšminga; jei koeficientas patenka tarp pasiklovimo intervalų nulinė hipotezė priimama ir laikoma, kad atitinkamas koeficientas nereikšmingai skiriasi nuo nulio [26].

3. Parametrų įvertinimas, t.y. tokių modelio koeficientų reikšmių radimas, su kuriomis yra įmanomas geriausias modelio apmokymas. Vienas iš parametrų vertinimo metodų – didžiausio tikėtimumo metodas [38].

4. Modelio tikrinimas. Kai parametrai yra parinkti tikrinamas modelio adekvatumas, tiriant ACF ir PACF paklaidas. Paklaidos turėtų imituoti baltąjį triukšmą. Jeigu nustatoma, kad modelis yra neadekvatus, grįžtame į antrą žingsnį ir ieškome geresnio modelio [38]. Adekvatumas taip pat gali būti tikrinamas naudojant Akaikės (AIC) ir Švarco (BIC) informacinius kriterijus [38, 43]. Naudojant informacinius kriterijus geresnis būtų tas modelis, kurio informacinių kriterijų (AIC ar BIC) reikšmės mažesnės. Taip pat galima naudoti Ljungo – Bokso statistiką (\tilde{Q}). Jei apskaičiuota \tilde{Q} – statistikos reikšmė yra mažesnė už kritinę teorinio $\chi_{\alpha}^2(k-p-q)$, čia k – vėlavimo periodų skaičius, p – AR, o q – MA eilė, skirstinio reikšmę (ar pagal \tilde{Q} – statistiką nustatyta reikšmingumo

tikimybė yra didesnė už pasirinktą reikšmingumo lygmenį), daroma $1 - \alpha$, kur α – reikšmingumo lygmuo, reikšmingumo išvada, kad paklaidos neautokoreliuoja ir modelis sudarytas adekvačiai [26, 38].

5. Prognozavimas. Pagrindinis ARIMA modelių panaudojimas – gauti modeliuojamo kintamojo prognozes [26]. Todėl kai modelis jau yra parinktas, įvertintas ir patikrintas, tuomet galima tiesiogiai skaičiuoti laiko eilutės prognozuojamas reikšmes.

Prognozės modelis identifikuotas ARIMA modeliu yra išvedamas iš (2.30.) išraiškos tokiu būdu: $z_t = \frac{\theta(B)}{\varphi(B)} e_t$.

Įvertinama prognozės paklaida (triukšmas) yra skirtumas tarp faktinės ir prognozuojamos reikšmių, t.y. : $\hat{e}_{t+1} = z_{t+1} - \hat{z}_{t+1}$. Tokiu atveju prognozė: $\hat{z}_{t+1} = \frac{\theta(B)}{\varphi(B)} \hat{e}_{t+1} - z_{t+1}$.

Iš čia $\varphi(B)\hat{z}_{t+1} = \theta(B)\hat{e}_{t+1} - \varphi(B)z_{t+1}$. Pertvarkius reiškini gaunamas prognozės modelis: $\hat{z}_{t+1} = (1 - \varphi(B))z_{t+1} - (1 - \theta(B))\hat{e}_{t+1}$.

2.5.1. Sezoninis autoregresinis integruotas slenkamojo vidurkio modelis

Daugelis ekonominių procesų turi sezoninę komponentę. Įprastinė sezoninio veiksnio šalinimo procedūra pirmiausiai pašalina trendą ir, po to, sezoniškumo efektą, o paskui nagrinėja likusią proceso dalį. Kita vertus, dažnai gaunami geresni rezultatai, jei abi procedūros atliekamos vienu metu [33].

Operatorinis sezoninis autoregresinis integruotas slenkančiojo vidurkio modelis, pasiūlytas Bokso ir Jenkinso, žymimas $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$, kur p, d, q – laiko sekos svyravimai, o P, D, Q – sezoniniai svyravimai, t.y. P – sezoninių svyravimų autoregresinis narys, D – sezoninių svyravimų integruotumo eilė ir Q – sezoninių svyravimų slenkamųjų vidurkių narys.

Bendras šio modelio pavidalas yra:

$$\Phi_P(B^s)\phi(B)a(B)_s a(B)z_t = \alpha + \Theta_Q(B^s)\theta(B)e_t \quad (2.32.)$$

kur $a(B) = (1 - B)^d$ – trupmeninio diferencijavimo operatorius arba d eilės integruojantis filtras, ir operatoriai $\Phi_P(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_P B^{Ps}$ ir $\Theta_Q(B^s) = 1 + \Theta_1 B^s + \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}$.

Kai $P = 1$, (t.y. SAR = 1) prie prognozuojamos z_t reikšmės pridedamas dz_{t-s} reikšmės, kai $Q = 1$, (t.y. SMA = 1) prie prognozuojamos z_t reikšmės pridedamas e_{t-s} reikšmės. Į modelį paprastai įtraukiamas arba SAR, arba SMA narys, o ne abu kartu [26, 45].

2.6. Apibendrintas autoregresinis sąlyginio heteroskedastiškumo modelis

Nestacionarių laiko eilučių prognozavime svarbu įvertinti heteroskedastiškumo savybę, t.y. reikia atkreipti dėmesį į tai, kad stebėjimai skirtingais laiko momentais turi nepastovias dispersijas.

Heteroskedastiškumo nagrinėjimui dažniausiai naudojami apibendrinti sąlyginio heteroskedastiškumo GARCH modeliai. Šiame skyriuje aptarsime populiarius modelius, kurie yra plačiai taikomi naftos kainos dinamikos modeliavimui, čia trumpai pateiksime bendrąją modelio struktūrą ir atskiras modelio versijas.

GARCH (*angl. Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*) panašus į ARMA sekos modelį. Modelio apibendrinimą pasiūlė Bolerslevas [48]. Šis modelis yra populiariausias ir dažniausiai naudojamas modeliuojant ir prognozuojant nepastovumą.

Procesas

$$r_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad t \in \mathbb{Z} \quad (2.33.)$$

vadinamas GARCH procesu, jei kintamumas aprašomas lygtimi:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i r_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.34.)$$

kur $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0$ su $i = 1, \dots, q, j = 1, \dots, p$.

α_0 ir α_i – konstantos, β_j – autoregresijos koeficientas, t – laiko momentas, p ir q – autoregresijos ir slenkančiųjų vidurkių eilė, $\{\varepsilon_t\}$ – nepriklausomai vienodai pasiskirsčiusių atsitiktinių dydžių seka su parametrais $(0, 1)$. Lygtį (2.2.) galima užrašyti kompaktiškiau [48]:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha(B) r_t^2 + \beta(B) \sigma_t^2 \quad (2.35.)$$

kur $\alpha(B) = \alpha_1 B + \dots + \alpha_q B^q, \beta(B) = \beta_1 B + \dots + \beta_p B^p$.

Nors klasikiniai GARCH tipo modeliai pakankamai adekvačiai aprašo kai kuriuos stilizuotus faktus, tačiau nemažai finansinėse rinkose stebimų reiškinių, tarp jų ir naftos kainų kitimas, yra nepilnai atspindimi. Todėl buvo pasiūlyta nemažai sąlyginio heteroskedastiškumo modelių modifikacijų. Kai kurios iš jų [48]:

- ✓ Integruotas GARCH modelis (IGARCH);
- ✓ Ilgos atminties integruotas GARCH modelis (FIGARCH);
- ✓ GARCH – M modelis (*angl. GARCH in the mean*);
- ✓ Eksponentinis GARCH modelis (EGARCH);
- ✓ Ilgos atminties eksponentinis GARCH modelis (FIEGARCH) ir t.t.

3. Tiriamoji dalis

3.1. Programinė įranga

Savo darbe laiko eilučių analizei naudoju atviro kodo „R Studio“ programinę priemonę. R paketas pradėta kurti 1993 metais ir iki šiandien tai nėra galutinis produktas, nes atviro kodo programos yra nuolat tobulinamos, plečiamos jų galimybės. Pastaruoju metu R paketas tampa tikriausiai populiariausiu tarp šiandieninių ekonometrų, šį mokomosios kompiuterinės priemonės populiarumą lemia tai, kad jis nemokamas, ir dar tai, jog bibliotekos (iš anksto parašyti algoritmai) vis tobulinamos ir atlieka daugiau funkcijų. Tačiau naudojimo prasme R nėra pritaikytas lengvam ir patogiam vartotojo naudijimuisi, nes tai yra programavimo kalba [33].

Duomenų nuskaitymui buvo naudota funkcija *read.table()*. Laiko eilučių stacionarumui tikrinti naudota *tseries* paketo funkcija *adf.test()*, ši funkcija skirta nustatyti ar stebima laikinė seka turi vienetinę šaknį.

Atliekant regresinę analizę naudota paketo *Hmisc* funkcija *rcorr()*, kurios pagalba nustatomas ryšio reikšmingumas tarp kintamųjų vertinant Pearsono koreliacijos koeficientų reikšmes. Paketo *stats* funkcija *lm()* skirta regresijos modeliams sudaryti. Naudojant paketo *QuantPsyc* funkciją *lm.beta()* apskaičiuojami standartizuoti regresijos koeficientai, o naudojant paketo *lmtest* funkciją *bptest()* atliekamas Breušo – Pagano testas, leidžiantis daryti išvadas apie heteroskedastiškumą. Laiko eilučių prognozei naudojama paketo *forecast* funkcija *predict()*.

Taikant duomenims eksponentinio glodinimo metodą buvo naudotos paketo *forecast* funkcijos, t.y. funkcija *ets()*, kuri automatiškai parenka eksponentinio glodinimo parametrus ir tinkamą modelį, įskaitant ir adityviojo ar multiplikatyviojo varianto parinkimą, o funkcija *forecast()* naudojama prognozei atlikti.

Perenkant laiko eilutėms tiksliausią VAR modelį naudojamas paketas *var*, bei jo funkcijos. Funkcijos *VARselect()* pagalba naudojant Akaike kriterijaus reikšmes parenkamas modelio parametras. Naudojant *VAR()* funkciją laiko eilutėms pritaikomas parinktas modelis. Taikant funkciją *serial.test()* atliekamas Portmanteau testas, kuris leidžia daryti išvadas apie modelio adekvatumą. Naudojant funkciją *roots()* apskaičiuojamos atvirkštinių šaknų reikšmės, kurių pagalba tikrinamas modelio stacionarumas. Naudojant paketo *forecast* funkciją *forecast()* atliekama laiko eilutės prognozė į ateitį.

ARIMA modelių parinkimui naudojama paketo *forecast* funkcija *auto.arima()*, kuri pagal Akaike kriterijaus įverčius parenka tiksliausią ARIMA modelį. Naudojant paketo *TSPred* funkciją *plotarimapred()* nubraižomas laiko eilutės ir jos prognozės grafikas.

Parenkant GARCH modelius naudota paketo *tseries* funkcija *garch()*, kuri apskaičiuoja apibendrinto autoregresinio sąlyginio heteroskedastinio modelio maksimalių tikimybių įverčius, parenka parametrų reikšmes. Naudojant paketo *fGarch* funkciją *GarchFit()* sudaromi vidurkio ir

volatilumo modeliai vienu metu. Naudojant paketo *forecast* funkciją *predict()* atliekama laiko eilutės prognozė pagal pasirinktą GARCH modelį ir nubrėžiamas prognozės grafikas.

3.2. Tyrimo naudojamų duomenų aprašymas

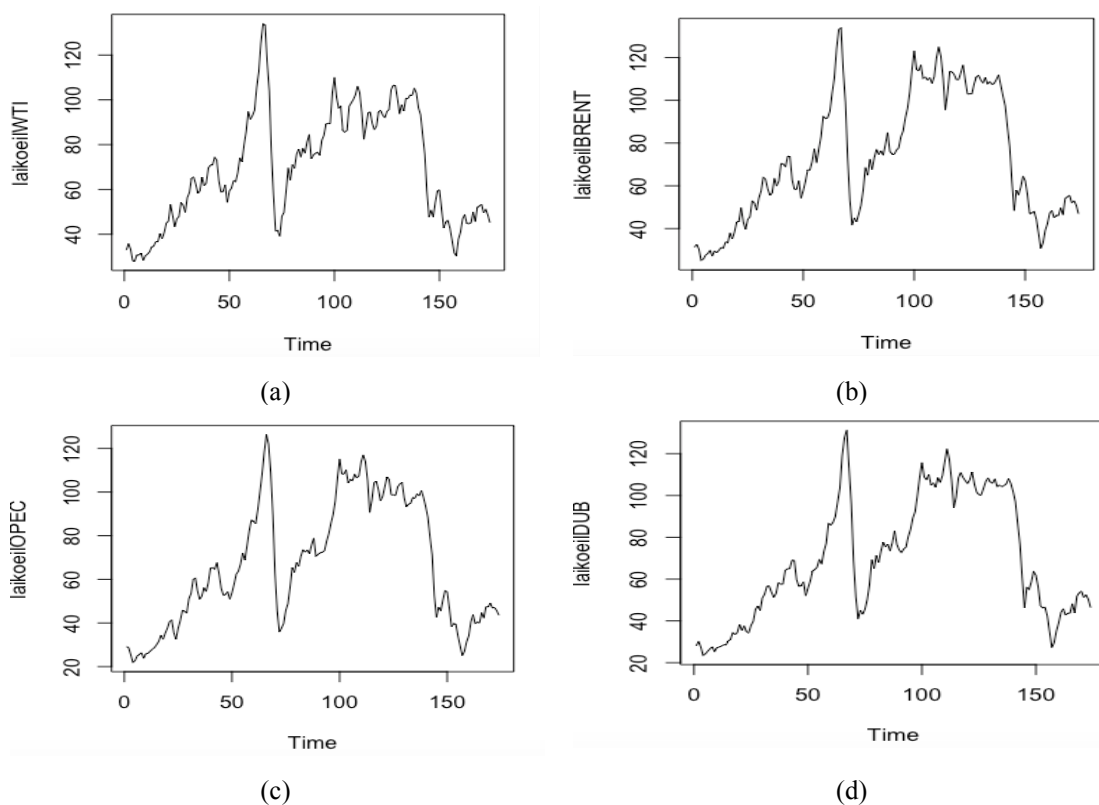
Tyrimui buvo naudoti duomenys iš internetinių išteklių, t.y. mėnesinės istorinės naftos kainos iš internetinio puslapio www.oilprices.com [40], JAV dolerio kainos duomenys, mėnesinė infliacija ir bendrojo vidaus produkto koeficientų duomenys iš internetinio puslapio www.quandl.com [39]. Analizei naudojami duomenys apima laikotarpį nuo 2003 m. sausio iki 2017 m. birželio. Nagrinėjimui pasirinktos BRENT, WTI, OPEC šalių ir Dubajaus (DUB) žaliavinės naftos kainos.

BRENT - naftos rūšis, išgaunama Šiaurės jūroje ir naudojama kaip etalonas Europos, Afrikos, Artimųjų Rytų naftos rinkose [4].

WTI - naftos rūšis, plačiai naudojama kaip etalonas Šiaurės Amerikos naftos rinkoje. WTI pagrindu sudaromi ateities sandoriai, kuriais prekiaujama NYMEX (angl. *New York Mercantile Exchange*) ir tarpžemyninėje biržoje ICE (angl. *Intercontinental Exchange*) [4].

Dubajaus (DUB) nafta - tai daugiausia Artimuosiuose Rytuose išgaunama nafta [4].

Pagrindinis šio tyrimo kintamasis yra žaliavinės naftos kainos kitimas visuose tyrimui pasirinktuose regionuose. Kiekvieno regiono istorinis kainų kitimas pavaizduotas aštuntame paveiksle.



8 pav. Tyrimo naudojamų naftos kainų dinamikos grafikai, t.y. (a) WTI naftos kainos dinamika, (b) BRENT naftos kainos dinamika, (c) OPEC naftos kainos dinamika, (d) Dubajaus naftos kainos dinamika

Analizuojant grafinius duomenis galime daryti išvadą, kad pasaulinėje naftos rinkoje galioja karteliniai susitarimai ir rinka yra veikiama tų pačių arba panašių faktorių, nes duomenų grafinis vaizdas visų keturių laiko eilučių yra labai panašus.

3.3. Naftos kainų daugialypė regresinė analizė

Šioje dalyje nagrinėjama naftos kainos priklausomybė nuo dolerio kurso euro atžvilgiu (UE), infliacijos (INF) ir bendrojo vidaus produkto (BVP) naudojant regresinės analizės metodą. Analizuojant duomenis buvo atliktas duomenų stacionarumo testas, o siekiant pašalinti trendą laiko eilutės buvo diferencijuojamos.

Regresija turi prasmę tik tada, kai intervaliniai regresoriai pakankamai stipriai koreliuoja su priklausomu kintamuoju, ir pakankamai silpnai tarpusavyje [34]. Todėl pirmiausiai buvo atlikta kintamųjų koreliacinę analizę, duomenys pateikiami pirmoje lentelėje.

Lentelė Nr. 1. Naftos kainų ir jas veikiančių faktorių koreliacijos reikšmės.

	WTI			BRENT			DUB			OPEC		
	WTI	UE	INF	BRENT	UE	INF	DUB	UE	INF	OPEC	UE	INF
UE	-0,291			-0,297			-0,280			-0,293		
INF	0,599	-0,145		0,620	-0,145		0,646	-0,145		0,615	-0,145	
BVP	-0,009	0,020	-0,069	0,049	0,020	-0,069	0,027	0,020	-0,069	0,026	0,020	-0,069

Gauta korelacių lentelė rodo, kad tarp naftos kainų ir infliacijos (INF) yra stipri teigiama koreliacija, o tarp naftos kainos ir dolerio kurso euro atžvilgiu (UE) pastebimas silpnas koreliacinis ryšys. Mažiausiai įtakos naftos kainai turi bendrasis vidaus produktas (BVP), nes ryšys labai silpnas. Patys regresoriai tarpusavyje koreliuoja labai silpnai, todėl multikolinearumo problema neturėtų kilti.

Įvertinant ar visos koreliacijos yra statistiškai reikšmingos reikia apskaičiuoti t kriterijaus p – reikšmes, jos pateikiamos antroje lentelėje.

Lentelė Nr. 2. Naftos kainų ir jas veikiančių faktorių p – reikšmės.

	WTI			BRENT			DUB			OPEC		
	WTI	UE	INF	BRENT	UE	INF	DUB	UE	INF	OPEC	UE	INF
UE	0,0001			0,0000			0,0002			0,0000		
INF	0,0000	0,0575		0,0000	0,0575		0,0000	0,0575		0,0000	0,0575	
BVP	0,9095	0,7923	0,3685	0,5187	0,7923	0,3685	0,7215	0,7923	0,3685	0,7309	0,7923	0,3685

Antroje lentelėje esantys duomenys rodo, kad naftos kainų ir BVP koreliacinis ryšys yra statistiškai nereikšmingas, nes p – reikšmės yra didesnės už 0,05. Remiantis 1 ir 2 lentelėse pateiktais duomenimis regresijos modelis naftos kainai prognozuoti bus sudaromas įtraukiant dolerio kurso euro atžvilgiu ir infliacijos regresorius. BVP regresorių atmetame.

Lentelė Nr. 3. Determinacijos koeficiento reikšmės regresijos modeliams.

Modelis	WTI	BRENT	DUB	OPEC
$a + b_1 \cdot UE + b_2 \cdot INF$	0,4023	0,4286	0,4530	0,4213
$a + b_1 \cdot UE$	0,0848	0,0882	0,0787	0,0861
$a + b_1 \cdot INF$	0,3597	0,3848	0,4173	0,3787

Analizuojant įvairius regresijos modelius buvo apskaičiuotos determinacijos koeficientų reikšmės, kurios leidžia pasirinkti tinkamiausią regresijos modelį. Pagal duomenis gautus 3 lentelėje galima daryti prielaidą, kad geriausias regresijos modelis naftos kainoms prognozuoti yra gaunamas, kai jame yra įtraukti du regresoriai, t.y. dolerio kursas euro atžvilgiu ir infliacija. Remiantis aukščiau gautais duomenimis sudaromos regresijos lygtys:

- ✓ $WTI = 0,05809 - 54,12939 \cdot UE + 23,96845 \cdot INF;$
- ✓ $BRENT = 0,07739 - 55,52417 \cdot UE + 25,11364 \cdot INF;$
- ✓ $DUB = 0,09535 - 47,17052 \cdot UE + 24,78967 \cdot INF;$
- ✓ $OPEC = 0,07225 - 49,57307 \cdot UE + 22,55809 \cdot INF.$

Norint nustatyti, kuris regresorius įtakingesnis buvo apskaičiuoti standartizuoti beta koeficientai, rezultatai pateikiami ketvirtoje lentelėje. Šie duomenys rodo, kad pats įtakingiausias regresorius modeliuose yra infliacija, t.y. naftos kainos dinamiką labiausiai veikia infliacijos pokyčiai. Šis teigiamas ryšys yra paaiškinamas, nes didėjant infliacijai kainos kyla, ne išimtis ir su naftos kainomis.

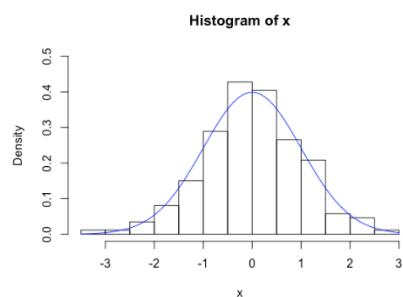
Lentelė Nr. 4. Determinacijos koeficiento reikšmės regresijos modeliams.

Regresorius	WTI	BRENT	DUB	OPEC
UE	-0.2087	-0.2116	-0.1910	-0.2087
INF	0.5695	0.5897	0.6183	0.5852

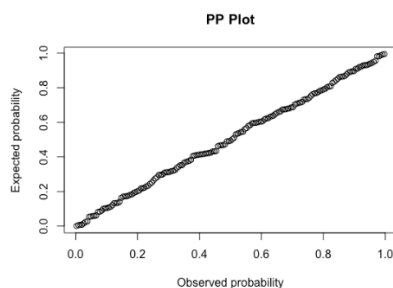
Taigi pagrindinės modelio charakteristikos rodo gerą modelių tinkamumą duomenims. Toliau buvo tikrinamos duomenų homoskedastiškumo prielaidų tenkinimas. Ar duomenys tam statistiškai reikšmingai neprieštarauja buvo tikrinama taikant Breušo – Pagano kriterijų, gauti duomenys pateikiami penktoje lentelėje. Nulinė šio kriterijaus hipotezė teigia, kad homoskedastiškumo prielaida galioja. Homoskedastiškiems duomenims p – reikšmė turi būti ne mažesnė už 0.05 [34]. Lentelėje pateiktos p – reikšmės didesnės arba lygios 0,05 išskyrus Dubajaus ir OPEC naftos kainas, todėl darome išvadą, kad duomenys statistiškai reikšmingai neprieštarauja homoskedastiškumo prielaidai. Maža p – reikšmė Dubajaus ir OPEC naftos kainai gali būti dėl imties didumo, todėl atsižvelgsime į liekamųjų paklaidų grafikus 9 paveiksle.

Lentelė Nr. 5. Determinacijos koeficiento reikšmės regresijos modeliams.

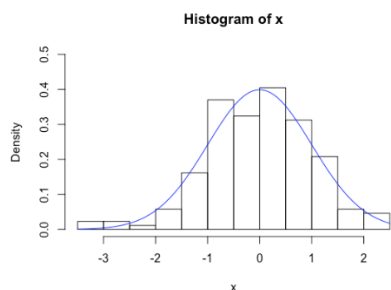
	WTI	BRENT	DUB	OPEC
χ^2 reikšmė	0.892	2.181	7.109	6.212
p – reikšmė	0.640	0.336	0.029	0.045



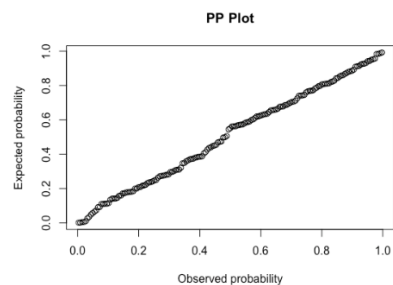
(a)



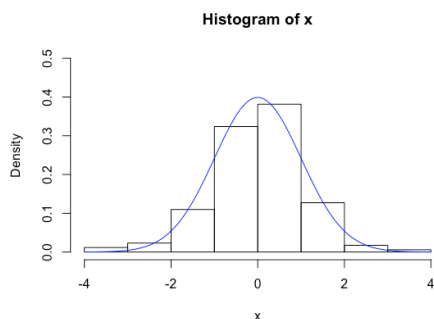
(b)



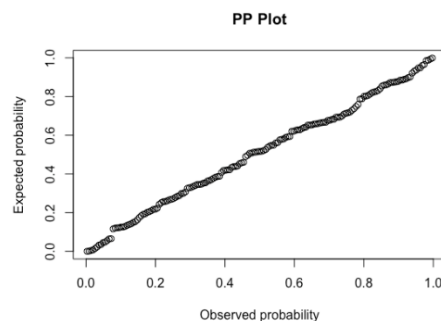
(c)



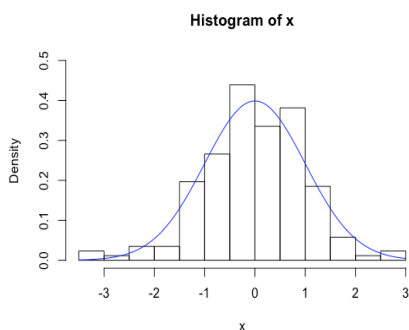
(d)



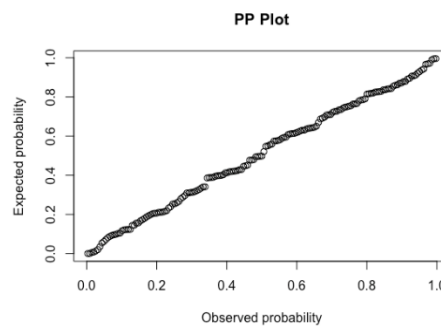
(e)



(f)



(g)



(h)

9 pav. (a) WTI naftos kainos prognozės paklaidų histograma, (b) WTI naftos kainų paklaidų P- P grafikas, (c) BRENT naftos kainos prognozės paklaidų histograma, (d) BRENT naftos kainų paklaidų P- P grafikas, (e) DUB naftos kainos prognozės paklaidų histograma, (f) DUB naftos kainų paklaidų P- P grafikas, (g) OPEC naftos kainos prognozės paklaidų histograma, (h) OPEC naftos kainų paklaidų P- P grafikas

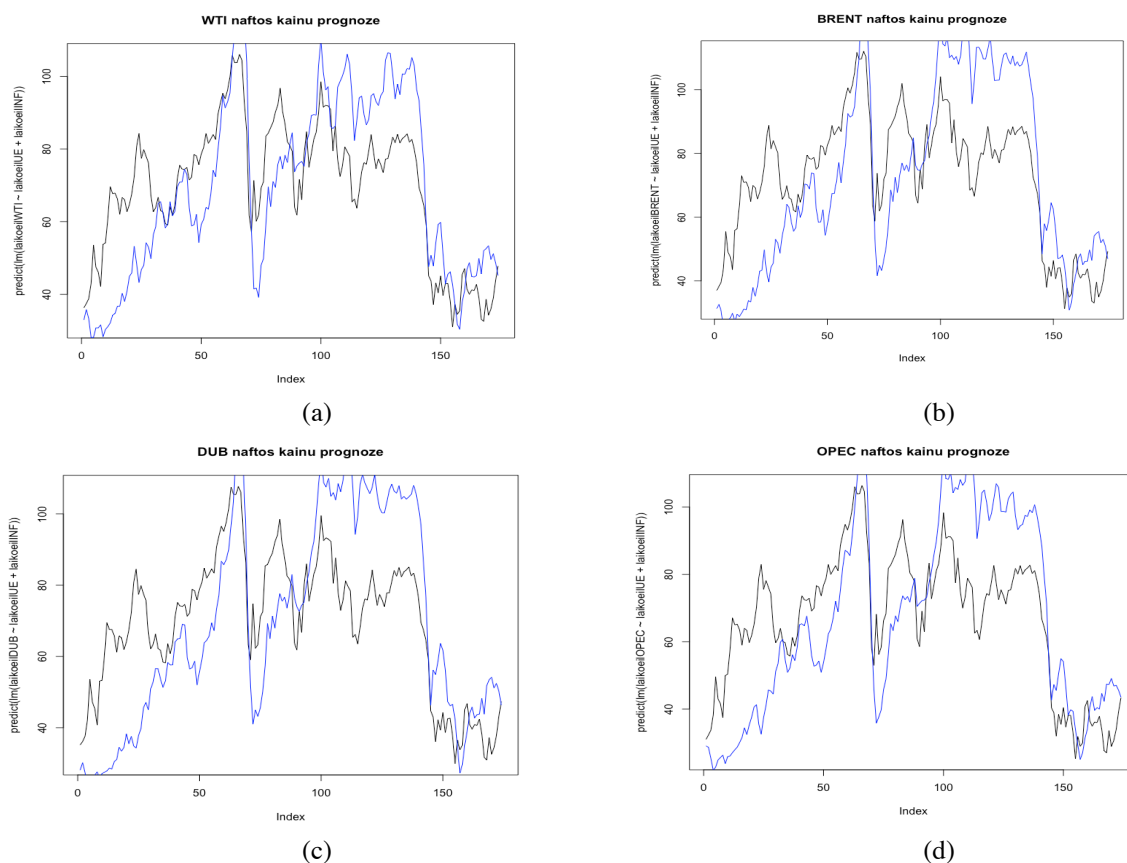
Gautų histogramų ir kvantilių grafikai (devintame paveiksle) rodo liekamųjų paklaidų normalumą. Šapiro – Vilko testo duomenys pateikti 6 lentelėje patvirtina, kad paklaidos turi normalųjį skirstinį, nes p – reikšmės yra didesnės už 0,05.

Lentelė Nr. 6. Determinacijos koeficiento reikšmės regresijos modeliams.

	WTI	BRENT	DUB	OPEC
p – reikšmė	0.905	0.130	0.131	0.074

Galimas regresorių multikolinearumas buvo tikrinamas surandant dispersijos mažėjimo daugiklius. Gauti rezultatai patvirtina, kad tarp regresorių multikolinearumo nėra, nes visos reikšmės mažesnės už 4, t.y. visiems regresoriams $VTI = 1.021388$.

Gautų modelių tikslumą paprasčiausia palyginti braižant grafikus, t.y. modelio generuojamas reikšmes palyginant su tikrosiomis naftos kainų reikšmėmis, gauti rezultatai pateikiami 10 paveiksle.



10 pav. (a) WTI naftos kainų tikrųjų (mėlyna spalva) ir prognozuojamų reikšmių (juoda spalva) grafikai, (b) BRENT naftos kainų tikrųjų (mėlyna spalva) ir prognozuojamų reikšmių (juoda spalva) grafikai, (c) DUB naftos kainų tikrųjų (mėlyna spalva) ir prognozuojamų reikšmių (juoda spalva) grafikai, (d) OPEC naftos kainų tikrųjų (mėlyna spalva) ir prognozuojamų reikšmių (juoda spalva) grafikai.

Iš prognozuojamų ir tikrųjų reikšmių palyginimo grafikuose galime daryti išvadą, kad modeliai nėra tikslūs praeities kainų reikšmėms modeliuoti ir ateities kainoms prognozuoti, nors modeliuose ir identifikuojami naftos kainos dinamikos šokai.

3.4. Naftos kainų laiko eilučių eksponentinis glodinimas

Kadangi analizuojamos laiko eilutės neturi pastovaus trendo ir jose nėra stebimo sezoniškumo, todėl eksponentinio glodinimo modelio sudarymui naudojamas Holto eksponentinio glodinimo metodas, (2.21) – (2.23) formulės. Šis metodas ateities reikšmes prognozuoja trumpiems laikotarpiais.

Eksponentinis glodinimas yra vertinamas dviem parametrais, t.y. α ir β . Pirmasis koeficientas įvertina esamo taško lygį, o koeficientas β įvertina trendo nuolydį esamame taške. Šių koeficientų reikšmės svyruoja nuo 0 iki 1. Kuo koeficiento reikšmė artimesnė nuliui, tuo koeficientas turi mažesnę svorį prognozuojant ateities reikšmes [31].

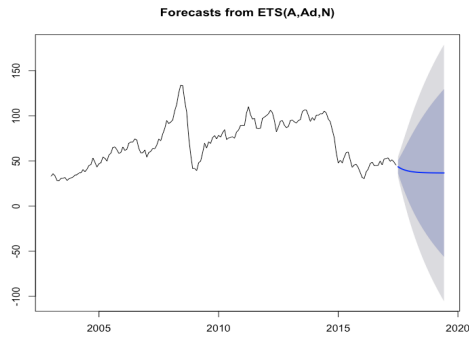
Visų naftos kainų laiko eilučių koeficientų reikšmės pateiktos septintoje lentelėje.

Lentelė Nr. 7. Eksponentinio glodinimo koeficientų α ir β reikšmės.

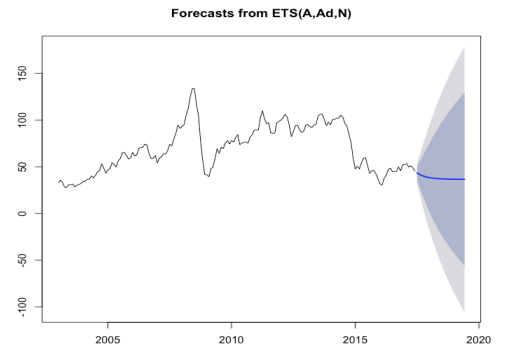
	WTI	BRENT	DUB	OPEC
α	0.999	0.999	0.999	0.999
β	0.485	0.500	0.632	0.79

Gautos koeficientų reikšmės rodo, kad WTI ir BRENT kainų trendo komponentė yra silpnesnė nei DUB ir OPEC naftos kainų atveju. Stipriausiai trendas stebimas OPEC šalių naftos kainų laiko eilutėje.

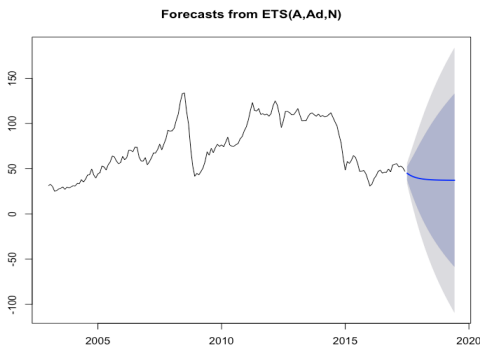
Vienuoliktame paveiksle pateiktos naftos kainų prognozės naudojant eksponentinio glodinimo modelį. Apie šių trumpalaikių prognozių tikslumą ir tinkamumą duomenims prognozuoti galima spręsti pagal liekamųjų paklaidų pasiskirstymą, jei paklaidos yra normaliosios (pasiskirsčiusios pagal normalųjį arba Gauso skirstinį) galime teigti, kad prognozės yra pakankamai tikslios. Šioms prognozėms įvertinti naudosime paklaidų grafiką, paklaidų autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafikus, kurie pateikiami 12 paveiksle.



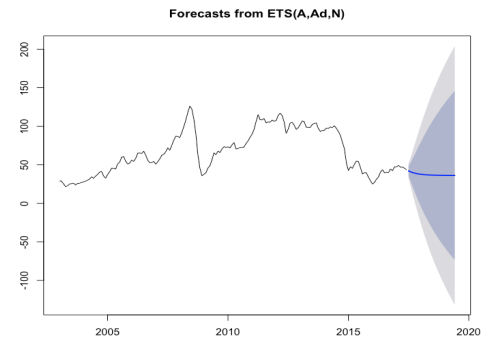
(a)



(b)

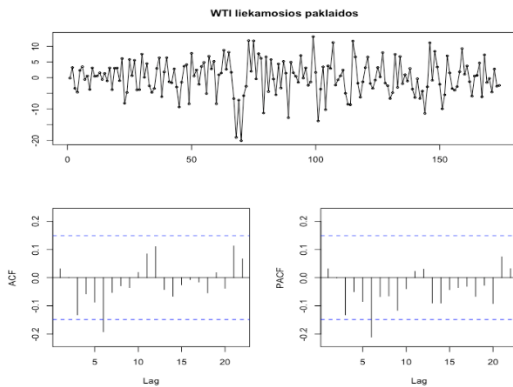


(c)

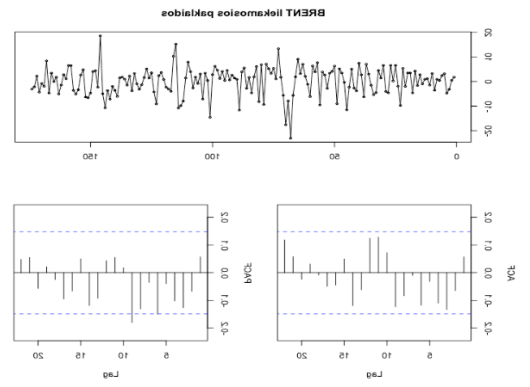


(d)

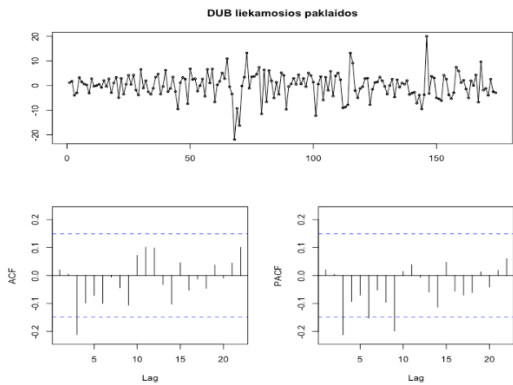
11 pav. (a) WTI naftos kainų trumpalaikės prognozės, (b) BRENT naftos kainų trumpalaikės prognozės, (c) DUB naftos kainų trumpalaikės prognozės ir (d) OPEC naftos kainų trumpalaikės prognozės.



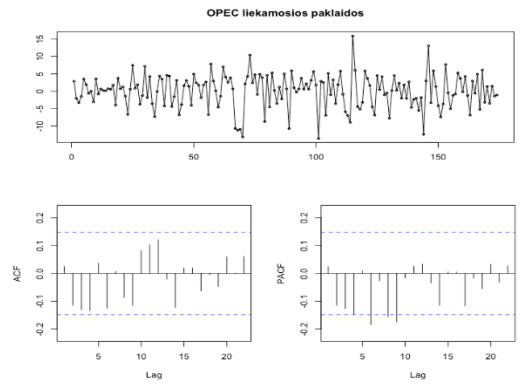
(a)



(b)



(c)



(d)

12 pav. (a) WTI eksponentinio glodinimo prognozių paklaidų, autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafinis vaizdas, (b) BRENT eksponentinio glodinimo prognozių paklaidų, autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafinis vaizdas, (c) DUB eksponentinio glodinimo prognozių paklaidų, autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafinis vaizdas ir (d) OPEC eksponentinio glodinimo prognozių paklaidų, autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafinis vaizdas

Remiantis pateiktais grafikai 12 paveiksle matome, kad visų modelių paklaidų grafikai panašūs į baltojo triukšmo, todėl galime teigti, kad prognozės yra pakankamai tikslios.

Lentelė Nr. 8. Bokso – Ljungo testo p – reikšmės.

	WTI	BRENT	DUB	OPEC
p - reikšmės	0.226	0.153	0.099	0.074

Gautos Bokso – Ljungo testo p – reikmės 8 lentelėje patvirtina, kad prognozuojamos paklaidos yra nulinės autokoreliacijos, nes yra ne mažesnės nei 0,05.

3.5. Vektorinės autoregresijos modeliai naftos kainoms prognozuoti

Sudarome VAR modelius su tam tikru vėlinimų ilgiu. Turimi duomenys yra mėnesiniai, tad pasirenkamas maksimalus vėlinimų ilgis yra dešimt mėnesių. Į modelį įtraukiami šie endogeniniai kintamieji: dolerio kursas euro atžvilgiu, infliacija ir bendrasis vidaus produktas.

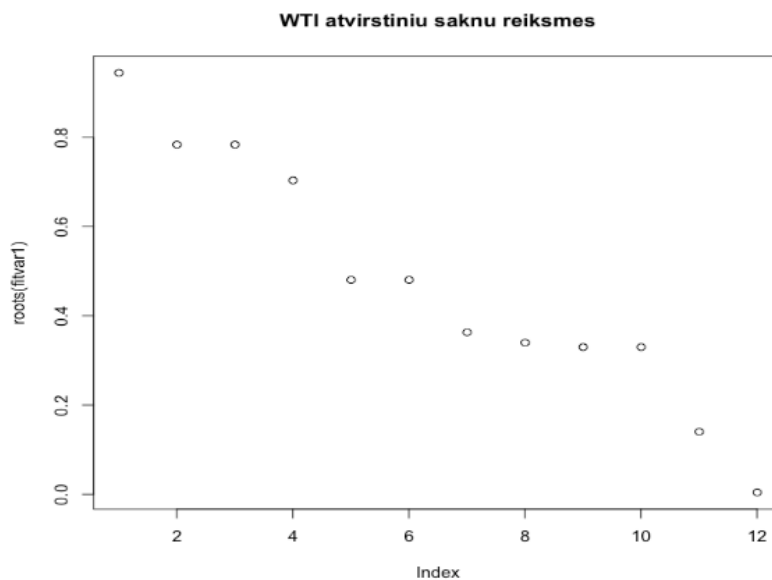
Naudojant programinio paketo funkciją *VARselect()* parenkami VAR modeliai. Parenkant tinkamiausią VAR modelį remiamasi Akaike (AIC), Švarco (SC) kriterijų ir baigtinės prognozavimo paklaidos (FPE) reikšmėmis. Devintoje lentelėje pateiktos rodiklių reikšmės. Tinkamiausio VAR modelio determinuotumo rodiklių, t.y. AIC, SC ir FPE reikšmės yra mažiausios.

Lentelė Nr. 9. VAR modelių AIC, SC ir FPE kriterijų reikšmės.

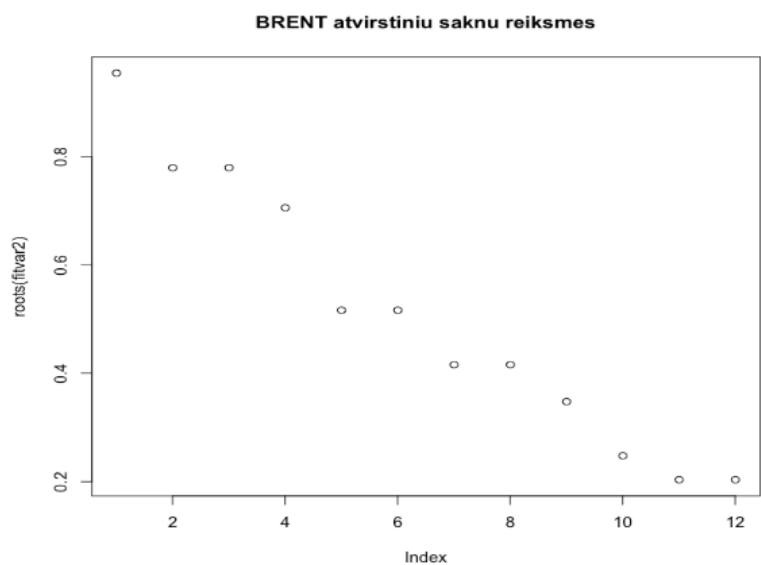
VAR modeliai	WTI			BRENT			DUB			OPEC		
	AIC	SC	FPE	AIC	SC	FPE	AIC	SC	FPE	AIC	SC	FPE
<i>VAR(1)</i>	-1.418	-1.114	0.2423	-1.484	-1.180	0.2268	-1.685	-1.381	0.1855	-1.812	-1.509	0.1633
<i>VAR(2)</i>	-1.560	-0.952	0.2103	-1.617	-1.010	0.1985	-1.800	-1.193	0.1654	-1.948	-1.341	0.1426
<i>VAR(3)</i>	-1.604	-0.693	0.2014	-1.678	-0.766	0.1870	-1.904	-0.993	0.1491	-1.987	-1.076	0.1372
<i>VAR(4)</i>	-1.566	-0.351	0.2095	-1.641	-0.426	0.1943	-1.856	-0.642	0.1566	-1.960	-0.745	0.1413
<i>VAR(5)</i>	-1.532	-0.013	0.2172	-1.598	-0.080	0.2033	-1.795	-0.276	0.1670	-1.918	-0.399	0.1477
<i>VAR(6)</i>	-1.484	0.339	0.2288	-1.504	0.318	0.2241	-1.710	0.112	0.1824	-1.836	-0.014	0.1608
<i>VAR(7)</i>	-1.418	0.708	0.2456	-1.414	0.712	0.2466	-1.620	0.506	0.2006	-1.752	0.374	0.1759
<i>VAR(8)</i>	-1.340	1.090	0.2673	-1.339	1.091	0.2676	-1.551	0.879	0.2166	-1.662	0.768	0.7675
<i>VAR(9)</i>	-1.318	1.415	0.2758	-1.279	1.454	0.2867	-1.486	1.248	0.2332	-1.616	1.117	1.1171
<i>VAR(10)</i>	-1.215	1.821	0.3090	-1.175	1.862	0.3219	-1.402	1.635	0.2564	-1.524	1.513	1.5131

Remiantis gautais determinacijos rodikliais, galima daryti prielaidą, kad tiksliausias nagrinėjamiems duomenims yra VAR(3) modelis. Šio modelio tinkamumą pagrindžia du rodikliai, t.y. Akaike informacinis kriterijus ir baigtinė prognozavimo paklaida. Schwarz'o kriterijus siūlo rinktis VAR(1) modelį. Kadangi modelio VAR(3) tinkamumas pagrindžiamas dviem determinacijos rodikliais, toliau naftos kainoms prognozuoti pasirinktas šis modelis.

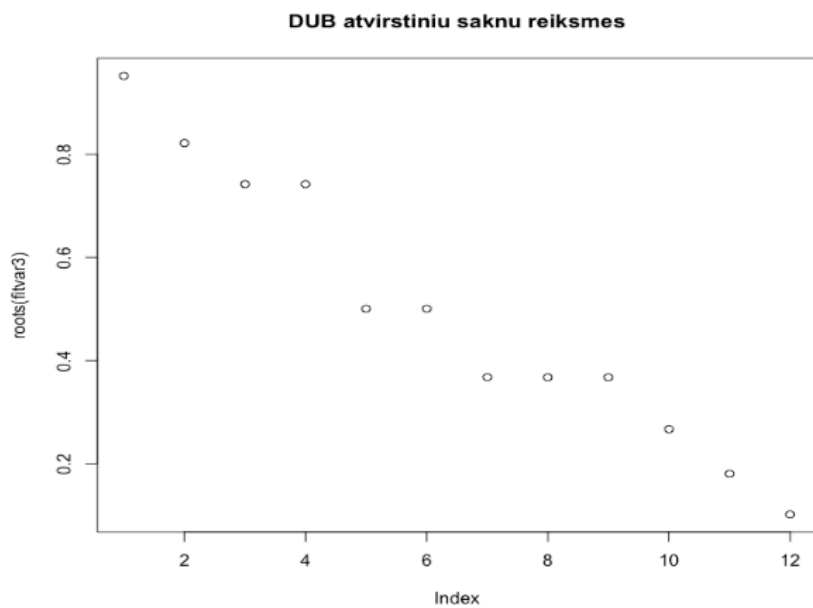
VAR modelio stacionarumas tikrinamas skaičiuojant atvirkštines šaknis. Jei atvirkštinių šaknų reikšmės yra ne didesnės už vienetą galime teigti, kad sudarytas VAR modelis yra stacionarus. 13 paveiksle pateikiamos, atvirkštinių šaknų reikmės, kurios patvirtina modelio VAR(3) stacionarumą, nes yra ne didesnės už 1.



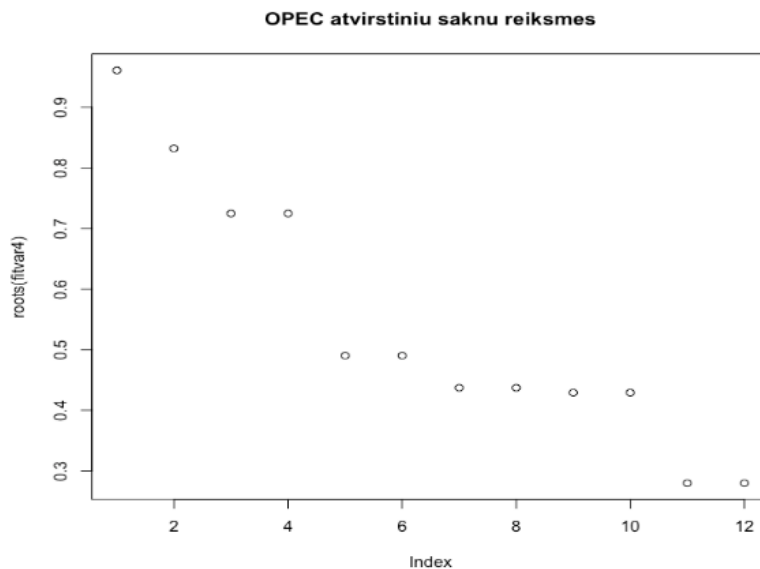
(a)



(b)



(c)



(d)

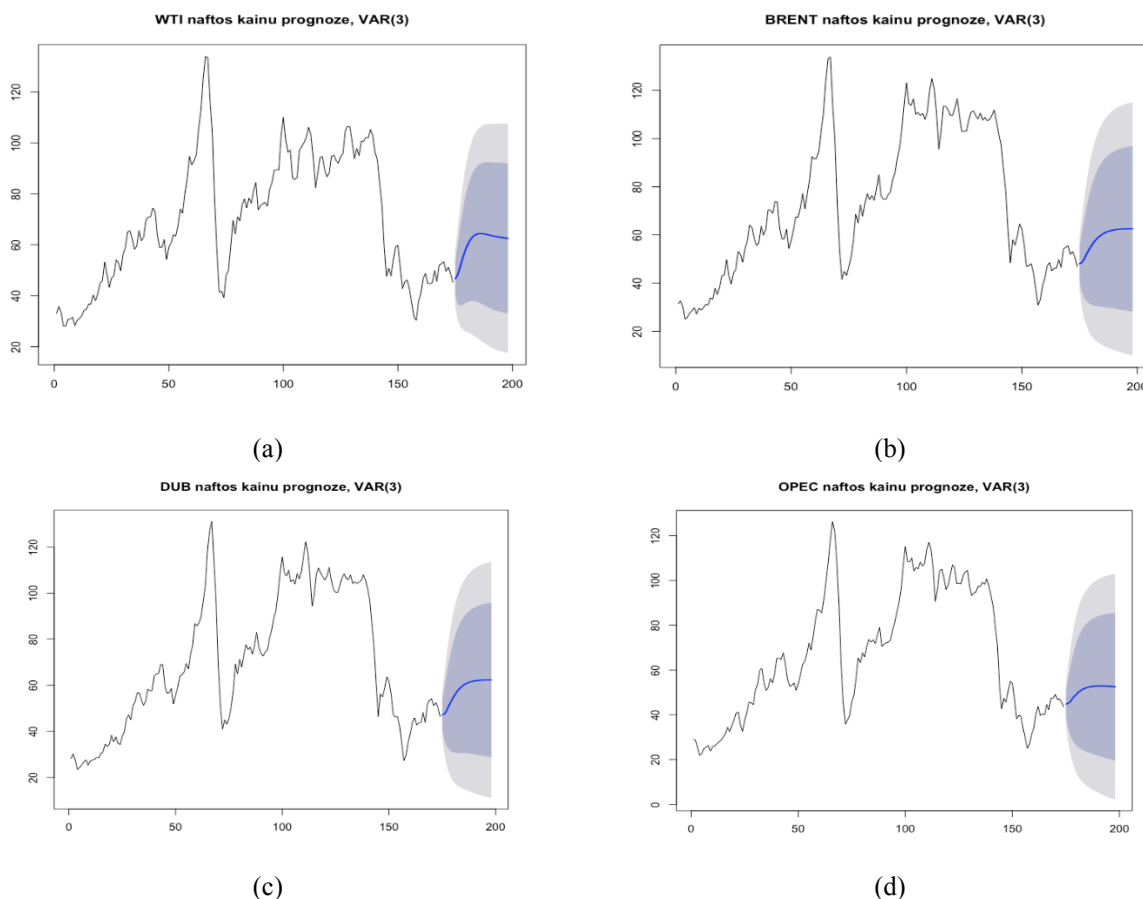
13 pav. (a) WTI naftos kainų VAR(3) modelio atvirkštinių šaknų reikšmės, (b) BRENT naftos kainų VAR(3) modelio atvirkštinių šaknų reikšmės, (c) DUB naftos kainų VAR(3) modelio atvirkštinių šaknų reikšmės, (d) OPEC naftos kainų VAR(3) modelio atvirkštinių šaknų reikšmės.

VAR (3) modelio adekvatumui įvertinti analizuojamos modelio paklaidos. Remiantis duomenimis pateiktais 10 lentelėje modelis yra adekvatus. Pormanteau testo p – reikšmės yra nemažesnės už 0,05, todėl modelių paklaidos yra baltasis triukšmas. Bokso – Ljungo testo p – reikšmės patvirtina modelio paklaidų neautokoreliuotumą. Remiantis šiomis prielaidomis galima teigti, kad modelis yra adekvatus.

Lentelė Nr. 10. Pormanteau ir Bokso – Ljungo testų p – reikšmės.

	WTI	BRENT	DUB	OPEC
Pormanteau testo p – reikšmė	0.565	0.681	0.536	0.483
Bokso – Ljungo testo p – reikšmės	0.781	0.997	0.916	0.916

14 paveiksle pateikiama WTI, BRENT, DUB ir OPEC naftos kainų prognozės naudojant VAR(3) modelį.



14 pav. (a) WTI naftos kainų prognozė taikant VAR(3) modelį, (b) BRENT naftos kainų prognozė taikant VAR(3) modelį, (c) DUB naftos kainų prognozė taikant VAR(3) modelį ir (d) OPEC naftos kainų prognozė taikant VAR(3) modelį

3.6. Autoregresinis integruotas slenkamojo vidurkio modelis naftos kainoms prognozuoti

Naudojantis programinio paketo *RStudio* funkcija *auto.arima()* parenkamas tinkamiausias ARIMA modelis žaliavinės naftos kainoms ateityje prognozuoti. Programinis paketas tikslingiausiai ARIMA modelį parenka AIC kriterijaus atžvilgiu.

Darbe naudojamoms WTI, BRENT, DUB ir OPEC naftos kainų laiko eilutėms buvo parinkti ARIMA modeliai programinio paketo pagalba, rezultatai pateikiami 11 lentelėje. BRENT ir OPEC naftos kainoms buvo parinkti sezoniniai ARIMA modeliai.

Lentelė Nr. 11. Naftos kainų laiko eilučių ARIMA modeliai.

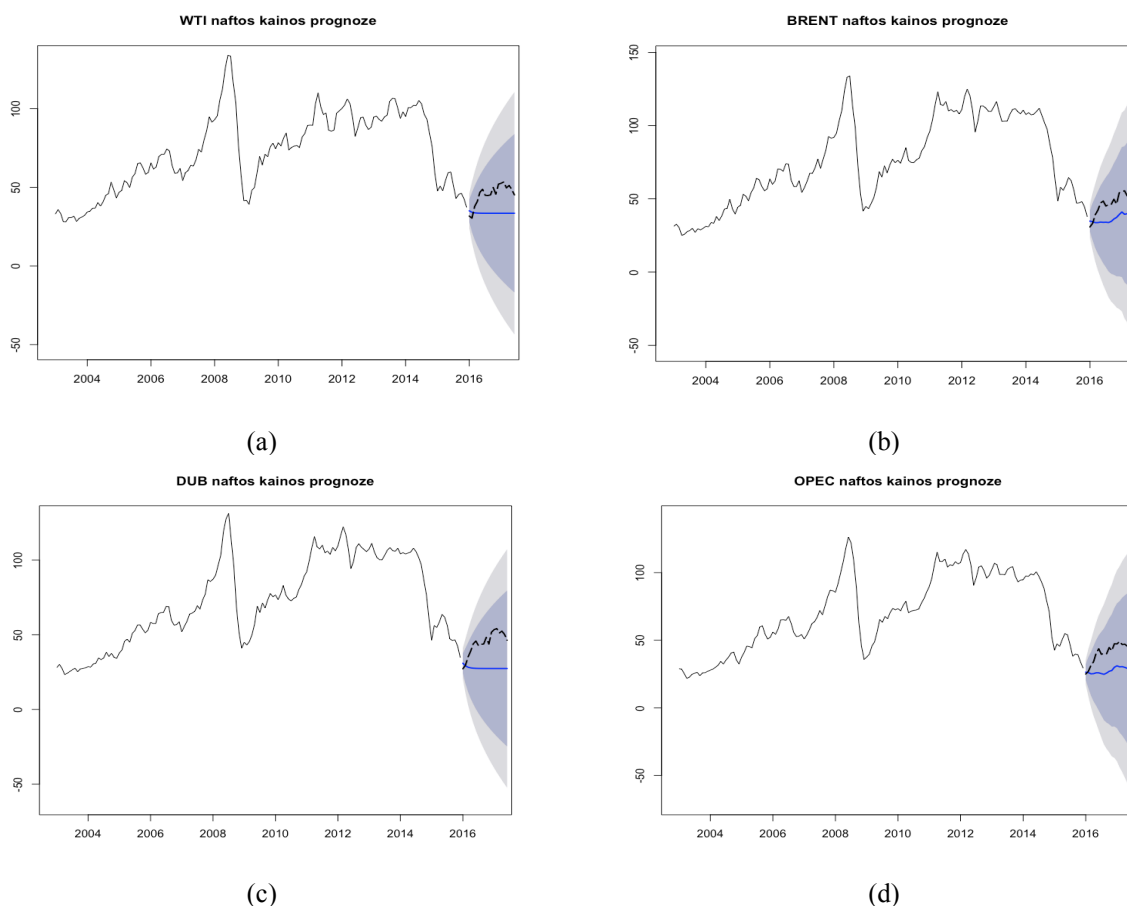
	WTI	BRENT	DUB	OPEC
ARIMA modelis	ARIMA(1, 1, 0)	ARIMA(1, 1, 0)(0, 0, 2) ₁₂	ARIMA(1, 1, 0)	ARIMA(2, 1, 1)(0, 0, 2) ₁₂

Atlikus Dikio – Fulerio testą, kurio duomenys pateikti 12 lentelėje, galima daryti išvadą, kad modelio liekanos yra baltasis triukšmas, nes p – reikšmės yra mažesnės už 0,05, todėl hipotezė apie vienetinės šaknies egzistavimą atmetama. Bokso – Ljungo testo p – reikšmės rodo, kad prognozuojamos paklaidos yra nulinės autokoreliacijos (žiūrėti 12 lentelę). Remiantis šių dviejų testų rezultatais galima teigti, kad ARIMA modeliai yra sudaryti adekvačiai.

Lentelė Nr. 12. Dikio - Fulerio ir Bokso – Ljungo testų p – reikšmės.

	WTI	BRENT	DUB	OPEC
Dikio - Fulerio p – reikšmė	<0.01	<0.01	<0.01	<0.01
Bokso – Ljungo testo p – reikšmės	0.7492	0.9476	0.7575	0.9517

15 paveiksle pateikiama WTI, BRENT , DUB ir OPEC naftos kainų prognozės naudojant ARIMA modelius.



15 pav. (a) WTI naftos kainų prognozė taikant ARIMA (1, 1, 0) modelį (prognozuojamos reikšmės mėlynos spalvos grafike), (b) BRENT naftos kainų prognozė taikant ARIMA (1, 1, 0)(0, 0, 2)₁₂ modelį (prognozuojamos reikšmės mėlynos spalvos grafike), (c) DUB naftos kainų prognozė taikant ARIMA (1, 1, 0) modelį (prognozuojamos reikšmės mėlynos spalvos grafike) ir (d) OPEC naftos kainų prognozė taikant ARIMA(2, 1, 1)(0, 0, 2)₁₂ modelį (prognozuojamos reikšmės mėlynos spalvos grafike).

3.7. Apibendrintas autoregresinis sąlyginio heteroskedastiškumo modelis naftos kainoms prognozuoti

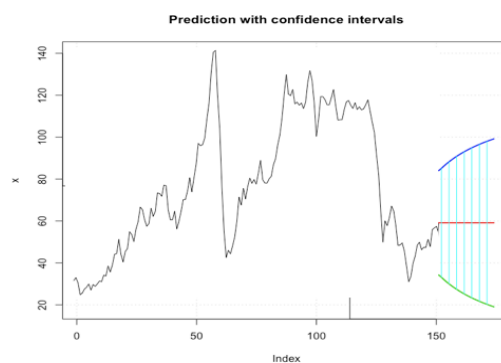
Naudojant programinio paketo RStudio funkciją *garch()* ir remiantis Akaike kriterijaus reikšmėmis, parenkami naftos kainų laiko eilučių prognozavimui GARCH modeliai. WTI naftos kainoms prognozuoti tiksliausias yra GARCH(1, 3) modelis, BRENT naftos kainoms – GARCH(3, 2), DUB naftos kainoms – GARCH(3, 3) ir OPEC naftos kainoms – GARCH(3, 1).

Lentelė Nr. 13. Akaike kriterijaus reikšmės GARCH modeliams.

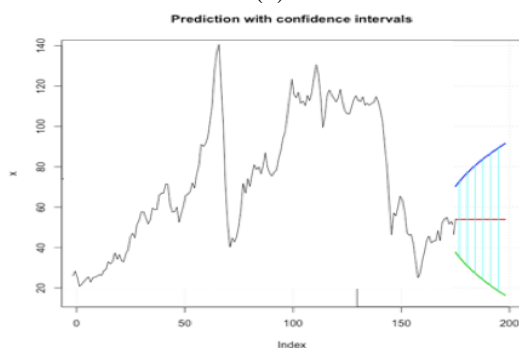
	WTI	BRENT	DUB	OPEC
GARCH(1, 1)	1091.4	1090.0	1059.5	1046.0
GARCH(1, 2)	1083.9	1082.2	1052.4	1040.7
GARCH(1, 3)	1077.9	1076.2	1046.1	1035.1
GARCH(2, 1)	1086.6	1084.9	1053.6	1040.2
GARCH(2, 2)	1084.2	1082.2	1051.8	1040.3
GARCH(2, 3)	1078.1	1076.1	1045.5	1034.7
GARCH(3, 1)	1081.2	1079.4	1048.0	1034.0
GARCH(3, 2)	1078.5	1076.1	1045.6	1034.0
GARCH(3, 3)	1078.4	1076.1	1044.8	1034.2



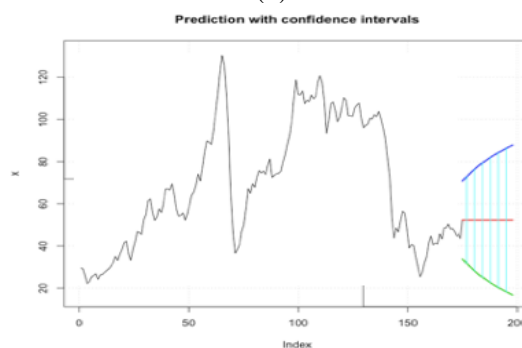
(a)



(b)



(c)



(d)

16 pav. (a) WTI naftos kainų prognozė taikant GARCH(1, 3) modelį, (b) BRENT naftos kainų prognozė taikant GARCH(3, 2) modelį, (c) DUB naftos kainų prognozė taikant GARCH(3, 3) modelį ir (d) OPEC naftos kainų prognozė taikant GARCH(3, 1) modelį (juoda linija – tikrosios reikšmės, raudona – prognozuojamos reikšmės, mėlyna – 90 proc. pasikliautinojo intervalo viršutinė riba, žalia – 90 proc. pasikliautinojo intervalo apatinė riba)

3.8. Tiksliausias modelis naftos kainoms prognozuoti

Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida nusako santykinį prognozavimo tikslumą. Remiantis jos reikšme galima palyginti skirtingų modelių prognozes. Iš gautų vidutinių absoliutinių procentinių paklaidų matyti, kad visais atvejais rodikliai yra panašūs. Remiantis duomenimis gautai 14 lentelėje, t.y. vidutinėmis absoliutinėmis procentinėmis paklaidomis, tiksliausias yra vektorinis autoregresijos modelis, tik OPEC naftos kainos prognozavimo atveju, tikslesnę prognozę galime gauti naudodami autoregresinį integruoto slenkamojo vidurkio metodą.

Lentelė Nr. 14. Prognozavimo modelių absoliutinės procentinės paklaidos (MAPE).

	MAPE (Eksponentinio glodinimo)	MAPE (Vektorinio autoregresijos modelio VAR(3))	MAPE (Autoregresinio integuoto slenkamojo vidurkio modelių)
WTI	6.862	6.173	6.661
BRENT	6.932	6.262	6.518
DUB	6.270	5.615	5.944
OPEC	6.286	5.677	5.445

Analizuojant gautas Akaike kriterijaus reikšmes, kurios pateikiamos 15 lentelėje, galime teigti, kad tiksliausias yra taip pat vektorinis autoregresijos modelis, nes šio modelio gautos kriterijaus reikšmės yra mažiausios.

Lentelė Nr. 15. Prognozavimo modelių Akaike kriterijaus reikšmės.

	Eksponentinis glodinimas	Vektorinis autoregresijos modelis	Autoregresinis integuoto slenkamojo vidurkio modelis	Apibendrintas autoregresinis sąlyginio heteroskedastiškumo modelis
WTI	1510.5	-1.604	981.7	8.759
BRENT	1515.1	-1.678	983.3	8.923
DUB	1482.2	-1.902	951.9	8.877
OPEC	1453.3	-1.987	920.4	8.891

Išvados

Pagrindinis šiam tyrimui keltas tikslas – išanalizuoti naftos kainos kitimo dinamiką ir parinkti geriausiai duomenis apibūdinančius laiko eilučių modelius. Naftos kainoms prognozuoti darbe buvo konstruojami eksponentinio glodinimo, VAR, ARIMA ir GARCH modeliai. Darbe buvo analizuota keturių regionų: WTI, BRENT, Dubajaus ir OPEC naftos kainų priklausomybė nuo tokių faktorių, kaip: infliacija, dolerio ir euro kursas bei bendrasis vidaus produktas. Kadangi pati naftos kainų dinamika turi didelę įtaką ekonominiams, politiniams ir kitiems sprendimams, todėl šiame darbe buvo apžvelgiama nuo ko priklauso kainos dinamika ir ieškoma tiksliausio metodo prognozėms atlikti. Nubraižius laiko eilučių grafikus iš pirmo žvilgsnio galima daryti išvadą, kad pasaulinėje naftos rinkoje galioja karteliniai susitarimai ir rinka yra veikiamą tų pačių arba panašių faktorių.

Atliekant naftos kainų regresinę analizę buvo ieškoma faktorių (regresorių) labiausiai veikiančių kainų dinamiką. Apskaičiavus koreliacinių ryšių stiprumą paaiškėjo, kad įtakingiausias regresorius veikiantis naftos kainas yra infliacija. Bendrasis vidaus produktas dėl labai silpno koreliacinio ryšio buvo pašalintas iš regresinės lygties, kaip nereikšmingas faktorius. Teigiamas koreliacinis ryšys tarp naftos kainos ir infliacijos yra paaiškinamas, nes didėjant infliacijai kainos kyla, ne išimtis ir su naftos kainomis. Tačiau gauti tiesinės daugialypės regresijos modeliai nėra tikslūs praeities kainų reikšmėms modeliuoti ir ateities kainoms prognozuoti, nors modeliuose ir identifikuojami kainų dinamikos šokai.

Taikant eksponentinio glodinimo modelį buvo pasirinktas Holto metodas, nes laiko eilutės neturi pastovaus trendo ir jose nėra stebimas sezoniškumas. Vertinant gautas eksponentinio glodinimo α ir β koeficientų reikšmes galima daryti išvadą, kad gana stiprus trendas veikia OPEC naftos kainas, nes koeficientas $\beta = 0,79$.

Parinkant laiko eilutėms VAR ir ARIMA modelius buvo naudojamos programinės įrangos funkcijos, kurios pagal tam tikrus kriterijus parenka tiksliausią prognozavimo modelį.

VAR modelis buvo parenkamas naudojant trijų kriterijų įverčius, t.y. Akaike, Švarco ir baigtines prognozavimo paklaidas. Remiantis šiais kriterijais visoms laiko eilutėms parinktas VAR (3) modelis. Taip pat buvo vertintas modelio stacionarumas skaičiuojant atvirkštinių šaknų reikšmes ir adekvatumas vertinant Permanteau bei Bokso – Ljungo testų p – reikšmes. Gauti testų rezultatai patvirtino modelio tinkamumą duomenims.

ARIMA modelio parinkimui buvo naudojamas Akaike kriterijus. Parinkus modelius buvo pastebėta, kad BRENT ir OPEC naftos kainų svyravimams būdingas sezoniškumas, nes šioms laiko eilutėms buvo parinkti sezoniniai ARIMA modeliai.

GARCH modelių parinkimui taip pat buvo naudojamas Akaike kriterijus. Įvertinus gautas kriterijaus reikšmes WTI naftos kainoms prognozuoti buvo parinkta GARCH(1, 3), BRENT – GARCH(3, 2), Dubajaus – GARCH(3, 3) ir OPEC – GARCH(1, 3) modeliai.

Literatūroje, kaip tiksliausias naftos kainų prognozavimo modelis, dažniausiai minimas GARCH modelis. Taikant GARCH modelį darbe pasirinktiems duomenims gavome prieštaravimą, šiuo atveju tikslesnis prognozavimo modelis yra VAR.

Literatūros sąrašas

1. TEODORA Lara. *On the Dynamics of an Oil Price Model*. Hindawi Publishing Corporation [interaktyvus]. ISRN Applied Mathematics, Volume 2014, article ID 375856, 6 pages. [žiūrėta 2018-02-05]. Prieiga per: <https://www.hindawi.com/journals/isrn/2014/375856/>
2. D'ECCLESIA Rita L., Emiliano MAGRINI, Pierluigi MONTALBANO, Umberto TRIULZI. *Understanding recent oil price dynamics: A novel empirical approach*, *Energy Economics* [interaktyvus], Elsevier, 46(2014), S11 – S17 [žiūrėta 2018-02-05]. Prieiga per: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140988314002473>
3. HOU Aijun, Sandy SUARDI. *A nonparametric GARCH model model of crude oil price return volatility*, *Energy Economics* [interaktyvus], Elsevier, 34(2012), 618 – 626 [žiūrėta 2018-02-05]. Prieiga per: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140988311001642>
4. *Žaliavos kaina: Nafta* [interaktyvus]. 2018 [žiūrėta 2018-02-05]. Prieiga per: <https://rekvizitai.vz.lt/zaliavukainos/naftos-kaina/>
5. McGUIRE Alex. *25 Important Events in Crude Oil Price History Since 1862*. [interaktyvus] 2015 [žiūrėta 2018-02-10]. Prieiga per: <http://wallstreetexaminer.com/2015/07/25-important-events-in-crude-oil-price-history-since-1862/>
6. HOLODNY Elena. *The Shale Revolution Is Changing How We Think About Oil And The Dollar*. [interaktyvus] 2014 [žiūrėta 2018-02-10]. Prieiga per: <http://www.businessinsider.com/us-dollar-oil-prices-correlation-2014-10>
7. BECKMANN Joscha, CZUDAJ Robert, and ARORA Vipin. *The Relationship between Oil Prices and Exchange Rates: Theory and Evidence*. [interaktyvus] U.S. Department of Energy, Independent Statistics and Analysis [žiūrėta 2018-02-12]. Prieiga per: https://www.eia.gov/workingpapers/pdf/oil_exchangerates_61317.pdf
8. IONIDES Edward. *Crude Oil Price Modeling and Prediction* [interaktyvus] 2016 [žiūrėta 2018-02-12]. Prieiga per: https://ionides.github.io/531w16/midterm_project/project19/crude_oil_price.html
9. WILLIAMS James L. *Oil Price History and Analysis* [interaktyvus] 2011 [žiūrėta 2018-02-12]. Prieiga per: <http://www.wtrg.com/prices.htm>
10. CUARESMA Jesus Crespo and Andreas BREITENFELLNER. *Crude Oil Prices and the Euro-Dollar Exchange Rate: A Forecasting Exercise*. *Ekonomika ir statistika*. [interaktyvus] 2008 [žiūrėta 2018-02-13]. Prieiga per: https://www.researchgate.net/publication/5127491_Crude_Oil_Prices_and_the_Euro-Dollar_Exchange_Rate_A_Forecasting_Exercise
11. LE Duong. *Relationship between Crude Oil Prices and the U.S. Dollar Exchange Rates: Constant or Time-varying?* [interaktyvus]. JAV: Scienpress Ltd, *Journal of Applied Finance & Banking*, vol. 7, no. 5, 2017, 103-115 [žiūrėta 2018-02-13]. ISSN: 1792-6599 Prieiga per: http://www.scienpress.com/Upload/JAFB%2fVol%207_5_6.pdf
12. VELSON John. *How is a strong dollar affecting the oil prices?* [interaktyvus] 2015 [žiūrėta 2018-02-13]. Prieiga per: <https://www.quora.com/How-is-a-strong-dollar-affecting-the-oil-prices>
13. FRATZSCHER Marcel, Daniel SCHNEIDER and Ine Van ROBAYS. *Oil prices, exchange rates and asset prices*. [interaktyvus]. European Central Bank: working paper series No 1689/ July 2014 [žiūrėta 2018-02-15]. ISSN 1725 - 2806 Prieiga per: <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpwps/ecbwp1689.pdf?06716196e143159bdcc5d65b2461f68d>
14. BOSLER Fabian Torben. *Models for oil price prediction and forecasting*. [interaktyvus]. 2010 [žiūrėta 2018-02-15]. Prieiga per: http://sdsu-dspace.calstate.edu/bitstream/handle/10211.10/433/Bosler_Fabian.pdf;sequence=1
15. BECKERS Benjamin and BEIDAS – STROM Samya. *Forecasting the Nominal Brent Oil Price with VARs—One Model Fits All?* [interaktyvus]. International Monetary Fund, 2015 [žiūrėta 2018-02-20]. Prieiga per: <https://www.imf.org/external/pubs/ft/wp/2015/wp15251.pdf>

16. ČEKANA VIČIUS Vydas, MURAU SKAS Gediminas. *Statistika ir jos taikymas II*. Vilnius: TEV, 2011. ISBN 9955491167.
17. KAVALIAUSKAS Mindaugas, RUDZKIS Rimantas. *Laiko eilučių analizė*. Paskaitų konspektas. 2015
18. CHOI Sangyup, Davide FURCERI, Prakash LOUNGANI, Saurabh MISHRA, and Marcos POPLAWSKI-RIBEIRO. *Oil Prices and Inflation Dynamics: Evidence from Advanced and Developing Economies* [interaktyvus]. International Monetary Fund, 2017 [žiūrėta 2018-03-01]. Prieiga per: <https://www.imf.org/~media/Files/Publications/WP/2017/wp17196.ashx>
19. LANGAGER Chad. *What is the relationship between oil prices and inflation?* [interaktyvus]. 2018 [žiūrėta 2018-03-10]. Prieiga per: <https://www.investopedia.com/ask/answers/06/oilpricesinflation.asp>
20. GHALAYINI Latife. *The Interaction between Oil Price and Economic Growth*. [interaktyvus]. EuroJournals Publishing, Inc. 2011, Middle Eastern Finance and Economics, Issue 13 (2011) [žiūrėta 2018-03-10]. ISSN 1450 – 2889. Prieiga per: https://www.researchgate.net/publication/235939209_The_Interaction_between_Oil_Price_and_Economic_Growth
21. BEHMIRI Bashiri, José R. Pires MANSO. *Crude oil price forecasting techniques: a comprehensive review of literature* [interaktyvus]. Department of Management and Economics, University of Beira Interior, Covilhã, Portugal, 2013 [žiūrėta 2018-03-10]. Prieiga per doi: <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2275428>
22. SAFARI Ali, DAVALLOU Maryam. *Oil price forecasting using a hybrid model* [interaktyvus]. 2018, volume 148, 49 – 58 [žiūrėta 2018-03-15]. Prieiga per doi: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.01.007>
23. SNUDDEN Stephen. *Targeted growth rates for long-horizon crude oil price forecasts* [interaktyvus]. 2018, volume 34, Issue 1, 1 – 16 [žiūrėta 2018-03-15]. Prieiga per doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2017.07.002>
24. EJDYS Joanna, Katarzyna HALICKA, Cezary WINKOWSKI. *Predicting oil prices* [interaktyvus]. 2014 [žiūrėta 2018-03-17]. Prieiga per: http://yadda.icm.edu.pl/yadda/element/bwmeta1.element.baztech-0eae1217-383e-48a1-b6e4-63ed553a5d08/c/ejdys_halicka_winkowski_predicting_1_2014.pdf
25. LAPINSKAS Remigijus. *Sekinių kompiuterinė analizė* [interaktyvus]. 2008 [žiūrėta 2018-03-17]. Prieiga per: <http://uosis.mif.vu.lt/~rlapinskas>
26. KVEDARAS V. *Taikomoji laiko eilučių ekonometrija*. Paskaitų konspektas [interaktyvus]. Vilnius, 2005. [žiūrėta 2018-03-25]. Prieiga per: web.vu.lt/mif/v.kvedaras/files/2013/09/Konspektas_2005.pdf
27. REKAŠIUS T. *Laiko eilutės ARMA modelio parinkimas ir prognozė* [interaktyvus]. Vilnius, 2012. [žiūrėta 2018-03-25]. Prieiga per: http://fmf.vgtu.lt/~trekasius/destymas/2013/ekomet_lab4.pdf
28. KARPUŠKIENĖ, Vita ir kt. *Ekonometrijos virtuvė: ekonometrijos mokomoji medžiaga studentai – studentams* [interaktyvus]. Vilnius: 2017 [2018-04-04]. Prieiga per: http://web.vu.lt/ef/v.karpuskiene/files/2017/02/EKONVIRT_V1.pdf
29. BALBONIENĖ, Ingrida, Rūta BLIEKIENĖ ir Alina STUNDŽIENĖ. *Ekonometrija: Praktinis regresijos ir laiko eilučių modelių taikymas: mokomoji knyga* [interaktyvus]. Kaunas: Technologija, 2013 [žiūrėta 2018-04-05]. ISBN 9780210192. Prieiga per: <https://www.ebooks.ktu.lt/eb/1267/ekonometrija-praktinis-regresijos-ir-laiko-eiluciu-modeliu-taikymas/>
30. STABINSKIENĖ Lijana. *Ekonometrika* [interaktyvus]. Klaipėda, 2014. [žiūrėta 2018-04-15]. Prieiga per: http://www.ilab.lt/stabingiene/sk8_2.html
31. COGHLAN Avril. *A Little Book of R For Time Series* [interaktyvus]. Jungtinė Karalystė, 2016. [žiūrėta 2018-04-15]. Prieiga per: <https://a-little-book-of-r-for-time-series.readthedocs.io/en/latest/>
32. *Exponential Smoothing: Definition of Simple, Double and Triple* [interaktyvus]. 2018. [žiūrėta 2018-04-15]. Prieiga per: <http://www.statisticshowto.com/exponential-smoothing/>

33. LAPINSKAS Remigijus. *Ekonometrija su kompiuteriu II* [interaktyvus]. Vilnius, 2008. [žiūrėta 2018-03-15]. Prieiga per: <http://uosis.mif.vu.lt/~rlapinskas>
34. ČEKANAČIUS Vydas, MURAUSKAS Gediminas. *Taikomoji regresinė analizė socialiniuose tyrimuose* [interaktyvus]. Vilnius, Vilniaus universiteto leidykla, 2014. [žiūrėta 2018-03-15] ISBN 9786094593000. Prieiga per: <http://www.statistika.mif.vu.lt/wp-content/uploads/2014/04/regresine-analize.pdf>
35. AMANO A. *A small forecasting model of the world oil market* [interaktyvus]. J Pol Model, 9 (4) (1987), pp. 615-635. [žiūrėta 2018-04-18]. Prieiga per doi: [https://doi.org/10.1016/0161-8938\(87\)90016-0](https://doi.org/10.1016/0161-8938(87)90016-0)
36. TANG L., HAMMOUDEH S. *An empirical exploration of the world oil price under the target zone model* [interaktyvus]. Energy Econ, 24 (2002), pp. 557-596. [žiūrėta 2018-04-18]. Prieiga per: <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-0036367232&origin=inward&txGid=e2a314d37ddffe4a0a5f0a6d47a9b7de>
37. MOSHIRI S., FOROUTAN F. Forecasting nonlinear crude oil prices [interaktyvus]. J Energy, 27 (2006), pp. 81-95. [žiūrėta 2018-03-15]. Prieiga per: <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-33749665980&origin=inward&txGid=d83dc49cdc0e4227fb45c9a16bbbf4a3>
38. LUKOŠEVIČIŪTĖ Kristina. *Chaotinių procesų rekonstravimo bei algebrinių sekų modeliai laiko eilučių prognozavima* [interaktyvus]. Kauno technologijos universitetas, Kaunas, 2012. [žiūrėta 2018-03-19]. Prieiga per: https://www.personalas.ktu.lt/~kriluko/Disertacija/Disertacija_Kristinos_Lukoseviciutes.pdf
39. CROARKIN Carroll, TOBIAS Paul. *E-Handbook of Statistical Methods* [interaktyvus]. 2012. [žiūrėta 2018-03-25]. Prieiga per: <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/index.htm>
40. SHUMWAY Robert H., David S. STOFFER. *Time Series Analysis and Its Applications*. Springer, 2011. ISBN 9783319524511.
41. BOGUSLAUSKAS Vytautas, BLIEKIENĖ Rūta. *Ekonometrija. Laiko eilučių modeliai* [interaktyvus]. Kaunas „Technologija“, 2012. [žiūrėta 2018-04-30] ISBN 9786090202982. Prieiga per: <https://www.ebooks.ktu.lt/einfo/621/ekonometrija-laiko-eiluciu-modeliai-laboratoriniai-darbai/>
42. Andrew V. METCALFE and Paul S. P. COWPERTWAIT. *Introductory Time Series with R*. Springer, 2009. ISBN 9780387886978.
43. NAU Robert. *ARIMA models for time series forecasting*. [interaktyvus]. 2017. [žiūrėta 2018-04-25] Prieiga per: <https://people.duke.edu/~rmau/411arim.htm>.
44. PELGRIN Florian. *Box – Jenkins methodology* [interaktyvus]. University of Lausanne, Ecole des HEC Department of mathematics, 2011. [žiūrėta 2018-03-15] Prieiga per: https://math.unice.fr/~frapetti/CorsoP/Chapitre_5_IMEA_1.pdf
45. ZUCCHINI Walter, NENADIC Oleg. *Time series Analysis with R – Part I* [interaktyvus]. 2014. [žiūrėta 2018-04-12] Prieiga per: <http://docplayer.net/11490234-Time-series-analysis-with-r-part-i-walter-zucchini-oleg-nenadic.html>
46. Crude Oils Prices and Charts [interaktyvus]. 2018. [žiūrėta 2018-02-05] Prieiga per: <https://www.quandl.com/collections/markets/crude-oil>
47. Oil Price Charts [interaktyvus]. 2018. [žiūrėta 2018-02-05] Prieiga per: <https://oilprice.com/oil-price-charts>
48. LEIPUS Remigijus. *Ekonometrija II* [interaktyvus], Vilnius, 2016 [žiūrėta 2018-04-12]. Prieiga per: http://klevas.mif.vu.lt/~remis/fin_laik_eil_3.pdf

Priedai

R kodas

```
#Duomenų nuskaitymas
getwd()
WTIkaina<-read.table(file=~ /Desktop/Programa ir duomenys/WTI naftos
kainos2.txt",header=TRUE,sep = ",")
BRENTkaina<-read.table(file=~ /Desktop/Programa ir duomenys/BRENT naftos
kainos1.txt",header=TRUE,sep = ",")
DUBkaina<-read.table(file=~ /Desktop/Programa ir duomenys/Dubajaus naftos
kainos.csv",header=TRUE,sep = ",")
OPECKaina<-read.table(file=~ /Desktop/Programa ir duomenys/OPEC naftos
kainos.csv",header=TRUE,sep = ",")
USDEUR<-read.table(file=~ /Desktop/Programa ir duomenys/USDEUR men
kursas1.txt",header=TRUE,sep = ",")
INFL<-read.table(file=~ /Desktop/Programa ir duomenys/Infliacija
men1.txt",header=TRUE,sep = ",")
BVP<-read.table(file=~ /Desktop/Programa ir
duomenys/BVP1.csv",header=TRUE,sep = ",")

library(tseries)
laikoeilWTI<-ts(WTIkaina[,2],frequency = 12, start = c(2003,1), end =
c(2017,6))
plot(laikoeilWTI)
adf.test(laikoeilWTI)
hist(laikoeilWTI)
diffWTI<-diff(laikoeilWTI,1)
plot(diffWTI)
hist(diffWTI)
adf.test(diffWTI)

laikoeilBRENT<-ts(BRENTkaina[,2],frequency = 12, start = c(2003,1), end =
c(2017,6))
plot(laikoeilBRENT)
adf.test(laikoeilBRENT)
hist(laikoeilBRENT)
diffBRENT<-diff(laikoeilBRENT,1)
plot(diffBRENT)
hist(diffBRENT)
adf.test(diffBRENT)

laikoeilDUB<-ts(DUBkaina[,2],frequency = 12, start = c(2003,1), end =
c(2017,6))
plot(laikoeilDUB)
adf.test(laikoeilDUB)
hist(laikoeilDUB)
diffDUB<-diff(laikoeilDUB,1)
plot(diffDUB)
hist(diffDUB)
adf.test(diffDUB)

laikoeilOPEC<-ts(OPECKaina[,2],frequency = 12, start = c(2003,1), end =
c(2017,6))
plot(laikoeilOPEC)
adf.test(laikoeilOPEC)
hist(laikoeilOPEC)
diffOPEC<-diff(laikoeilOPEC,1)
plot(diffOPEC)
hist(diffOPEC)
adf.test(diffOPEC)
```



```

laikoeilUE<-ts(USDEUR[,2],frequency = 12, start = c(2003,1), end =
c(2017,6))
plot(laikoeilUE)
adf.test(laikoeilUE)
hist(laikoeilUE)
diffUE<-diff(laikoeilUE,1)
plot(diffUE)
hist(diffUE)
adf.test(diffUE)

laikoeilINF<-ts(INFL[,2],frequency = 12, start = c(2003,1), end =
c(2017,6))
plot(laikoeilINF)
adf.test(laikoeilINF)
hist(laikoeilINF)
diffINF<-diff(laikoeilINF,1)
plot(diffINF)
hist(diffINF)
adf.test(diffINF)

laikoeilBVP<-ts(BVP,frequency = 12, start = c(2003,1), end = c(2017,6))
plot(laikoeilBVP)
adf.test(laikoeilBVP)
hist(laikoeilBVP)
diffBVP<-diff(laikoeilBVP,1)
plot(diffBVP)
hist(diffBVP)
adf.test(diffBVP)

#Regresijos modeliai
library(Hmisc)
cor(cbind(diffWTI,diffUE,diffINF,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffWTI,diffUE,diffINF,diffBVP)),type="pearson")
Reg1<-lm(formula = diffWTI~diffUE+diffINF+diffBVP)
summary(Reg1)

cor(cbind(diffWTI,diffUE,diffINF))
rcorr(as.matrix(cbind(diffWTI,diffUE,diffINF)),type="pearson")
Reg2<-lm(formula = diffWTI~diffUE+diffINF)
summary(Reg2)

cor(cbind(diffWTI,diffINF,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffWTI,diffINF,diffBVP)),type="pearson")
Reg3<-lm(formula = diffWTI~diffINF+diffBVP)
summary(Reg3)

cor(cbind(diffWTI,diffUE,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffWTI,diffUE,diffBVP)),type="pearson")
Reg4<-lm(formula = diffWTI~diffUE+diffBVP)
summary(Reg4)

cor(cbind(diffWTI,diffUE))
rcorr(as.matrix(cbind(diffWTI,diffUE)),type="pearson")
Reg5<-lm(formula = diffWTI~diffUE)
summary(Reg5)

cor(cbind(diffWTI,diffINF))
rcorr(as.matrix(cbind(diffWTI,diffINF)),type="pearson")
Reg6<-lm(formula = diffWTI~diffINF)
summary(Reg6)

cor(cbind(diffWTI,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffWTI,diffBVP)),type="pearson")
Reg7<-lm(formula = diffWTI~diffBVP)

```

```

summary(Reg7)

library(QuantPsyc)
library(car)
library(lmtest)
lm.beta(Reg2)
avPlots(Reg2)
Reg.stdres=rstandard(Reg2)
bptest(Reg2)
x=rstandard(Reg2)
hist(x,freq = F,ylim=c(0,0.5))
curve(dnorm(x),add=TRUE,col="blue")
probDist<-pnorm(x)
plot(ppoints(length(x)), sort(probDist), main = "PP Plot", xlab =
"Observed probability", ylab = "Expected probability")
shapiro.test(Reg2$residuals)
vif(Reg2)
plot(predict(lm(laikoeilWTI~laikoeilUE+laikoeilINF)),type="line",
main="WTI naftos kainu prognoze")
lines(laikoeilWTI,type="line", col="blue")
AIC(Reg2)

cor(cbind(diffBRENT,diffUE,diffINF,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffBRENT,diffUE,diffINF,diffBVP)),type="pearson")
Reg8<-lm(formula = diffBRENT~diffUE+diffINF+diffBVP)
summary(Reg8)

cor(cbind(diffBRENT,diffUE,diffINF))
rcorr(as.matrix(cbind(diffBRENT,diffUE,diffINF)),type="pearson")
Reg9<-lm(formula = diffBRENT~diffUE+diffINF)
summary(Reg9)

cor(cbind(diffBRENT,diffINF,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffBRENT,diffINF,diffBVP)),type="pearson")
Reg10<-lm(formula = diffBRENT~diffINF+diffBVP)
summary(Reg10)

cor(cbind(diffBRENT,diffUE,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffBRENT,diffUE,diffBVP)),type="pearson")
Reg11<-lm(formula = diffBRENT~diffUE+diffBVP)
summary(Reg11)

cor(cbind(diffBRENT,diffUE))
rcorr(as.matrix(cbind(diffBRENT,diffUE)),type="pearson")
Reg12<-lm(formula = diffBRENT~diffUE)
summary(Reg12)

cor(cbind(diffBRENT,diffINF))
rcorr(as.matrix(cbind(diffBRENT,diffINF)),type="pearson")
Reg13<-lm(formula = diffBRENT~diffINF)
summary(Reg13)

cor(cbind(diffBRENT,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffBRENT,diffBVP)),type="pearson")
Reg14<-lm(formula = diffBRENT~diffBVP)
summary(Reg14)

lm.beta(Reg9)
avPlots(Reg9)
Reg.stdres=rstandard(Reg9)
bptest(Reg9)
x=rstandard(Reg9)
hist(x,freq = F,ylim=c(0,0.5))
curve(dnorm(x),add=TRUE,col="blue")

```

```

probDist<-pnorm(x)
plot(ppoints(length(x)), sort(probDist), main = "PP Plot", xlab =
"Observed probability", ylab = "Expected probability")
shapiro.test(Reg9$residuals)
vif(Reg9)
plot(predict(lm(laikoeilBRENT~laikoeilUE+laikoeilINF)),type="line",
main="BRENT naftos kainu prognoze")
lines(laikoeilBRENT,col="blue")
AIC(Reg9)

cor(cbind(diffDUB,diffUE,diffINF,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffDUB,diffUE,diffINF,diffBVP)),type="pearson")
Reg15<-lm(formula = diffDUB~diffUE+diffINF+diffBVP)
summary(Reg15)

cor(cbind(diffDUB,diffUE,diffINF))
rcorr(as.matrix(cbind(diffDUB,diffUE,diffINF)),type="pearson")
Reg16<-lm(formula = diffDUB~diffUE+diffINF)
summary(Reg16)

cor(cbind(diffDUB,diffINF,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffDUB,diffINF,diffBVP)),type="pearson")
Reg17<-lm(formula = diffDUB~diffINF+diffBVP)
summary(Reg17)

cor(cbind(diffDUB,diffUE,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffDUB,diffUE,diffBVP)),type="pearson")
Reg18<-lm(formula = diffDUB~diffUE+diffBVP)
summary(Reg18)

cor(cbind(diffDUB,diffUE))
rcorr(as.matrix(cbind(diffDUB,diffUE)),type="pearson")
Reg19<-lm(formula = diffDUB~diffUE)
summary(Reg19)

cor(cbind(diffDUB,diffINF))
rcorr(as.matrix(cbind(diffDUB,diffINF)),type="pearson")
Reg20<-lm(formula = diffDUB~diffINF)
summary(Reg20)

cor(cbind(diffDUB,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffDUB,diffBVP)),type="pearson")
Reg21<-lm(formula = diffDUB~diffBVP)
summary(Reg21)

lm.beta(Reg16)
avPlots(Reg16)
Reg.stdres=rstandard(Reg16)
bptest(Reg16)
x=rstandard(Reg16)
hist(x,freq = F,ylim=c(0,0.5))
curve(dnorm(x),add=TRUE,col="blue")
probDist<-pnorm(x)
plot(ppoints(length(x)), sort(probDist), main = "PP Plot", xlab =
"Observed probability", ylab = "Expected probability")
shapiro.test(Reg16$residuals)
vif(Reg16)
plot(predict(lm(laikoeilDUB~laikoeilUE+laikoeilINF)),type="line",
main="DUB naftos kainu prognoze")
lines(laikoeilDUB,col="blue")
AIC(Reg16)

cor(cbind(diffOPEC,diffUE,diffINF,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffOPEC,diffUE,diffINF,diffBVP)),type="pearson")

```

```

Reg22<-lm(formula = diffOPEC~diffUE+diffINF+diffBVP)
summary(Reg22)

cor(cbind(diffOPEC,diffUE,diffINF))
rcorr(as.matrix(cbind(diffOPEC,diffUE,diffINF)),type="pearson")
Reg23<-lm(formula = diffOPEC~diffUE+diffINF)
summary(Reg23)

cor(cbind(diffOPEC,diffINF,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffOPEC,diffINF,diffBVP)),type="pearson")
Reg24<-lm(formula = diffOPEC~diffINF+diffBVP)
summary(Reg24)

cor(cbind(diffOPEC,diffUE,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffOPEC,diffUE,diffBVP)),type="pearson")
Reg25<-lm(formula = diffOPEC~diffUE+diffBVP)
summary(Reg25)

cor(cbind(diffOPEC,diffUE))
rcorr(as.matrix(cbind(diffOPEC,diffUE)),type="pearson")
Reg26<-lm(formula = diffOPEC~diffUE)
summary(Reg26)

cor(cbind(diffOPEC,diffINF))
rcorr(as.matrix(cbind(diffOPEC,diffINF)),type="pearson")
Reg27<-lm(formula = diffOPEC~diffINF)
summary(Reg27)

cor(cbind(diffOPEC,diffBVP))
rcorr(as.matrix(cbind(diffOPEC,diffBVP)),type="pearson")
Reg28<-lm(formula = diffOPEC~diffBVP)
summary(Reg28)

lm.beta(Reg23)
avPlots(Reg23)
Reg.stdres=rstandard(Reg23)
bptest(Reg23)
x=rstandard(Reg23)
hist(x,freq = F,ylim=c(0,0.5))
curve(dnorm(x),add=TRUE,col="blue")
probDist<-pnorm(x)
plot(ppoints(length(x)), sort(probDist), main = "PP Plot", xlab =
"Observed probability", ylab = "Expected probability")
shapiro.test(Reg23$residuals)
vif(Reg23)
plot(predict(lm(laikoeilOPEC~laikoeilUE+laikoeilINF)),type="line",
main="OPEC naftos kainu prognoze")
lines(laikoeilOPEC,col="blue")
AIC(Reg23)

#Ekspontininis glodinimas
library(forecast)
fit1<-ets(laikoeilWTI,model="ZZZ",damped = TRUE)
summary(fit1)
fit2<-forecast(fit1)
plot(forecast((fit1),level=c(50,80,95)))
Box.test(fit2$residuals,lag=10,type = "Ljung-Box")
tsdisplay(fit2$residuals, main="WTI liekamosios paklaidos")
hist(fit2$residuals)
summary(fit1)

fit3<-ets(laikoeilBRENT,model="ZZZ",damped = TRUE)
summary(fit3)
fit4<-forecast(fit3)

```

```

plot(forecast((fit3), level=c(50,80,95)))
Box.test(fit4$residuals, lag=10, type = "Ljung-Box")
tsdisplay(fit4$residuals, main="BRENT liekamosios paklaidos")
hist(fit4$residuals)
summary(fit3)

fit5<-ets(laikoeilDUB, model="ZZZ", damped = TRUE)
summary(fit5)
fit6<-forecast(fit5)
plot(forecast((fit5), level=c(50,80,95)))
Box.test(fit6$residuals, lag=10, type = "Ljung-Box")
tsdisplay(fit6$residuals, main="DUB liekamosios paklaidos")
hist(fit6$residuals)

fit7<-ets(laikoeilOPEC, model="ZZZ", damped = TRUE)
summary(fit7)
fit8<-forecast(fit7)
plot(forecast((fit7), level=c(50,80,95)))
Box.test(fit8$residuals, lag=10, type = "Ljung-Box")
tsdisplay(fit8$residuals, main="OPEC liekamosios paklaidos")
hist(fit8$residuals)

#Vektorines autoregresijos modeliai
library(vars)
x1=cbind(diffWTI, diffINF, diffUE, diffBVP)
y1=cbind(laikoeilWTI, laikoeilINF, laikoeilUE, laikoeilBVP)
VARselect(x1, lag.max=10, type="none")
fitvar1<-VAR(y1, p=3, type="both")
serial.test(fitvar1, type = "PT.adjusted")
plot(roots(fitvar1), main="WTI atvirstiniu saknu reiksmes")
liek<-resid(fitvar1)
Box.test(liek[,1], type = "Ljung-Box")
accuracy(fitvar1$varresult[[1]])
prd1 <- forecast(fitvar1, h= 24)
prd2<-prd1$forecast
print(prd2)
plot(prd1$forecast$laikoeilWTI, main="WTI naftos kainu prognoze, VAR(3)")

x2=cbind(diffBRENT, diffINF, diffUE, diffBVP)
y2=cbind(laikoeilBRENT, laikoeilINF, laikoeilUE, laikoeilBVP)
VARselect(x2, lag.max=10, type="none")
fitvar2<-VAR(y2, p=3, type="both")
serial.test(fitvar2, type = "PT.adjusted")
plot(roots(fitvar2), main="BRENT atvirstiniu saknu reiksmes")
liek1<-resid(fitvar2)
Box.test(liek1[,1], type = "Ljung-Box")
accuracy(fitvar2$varresult[[1]])
prd3 <- forecast(fitvar2, h= 24)
prd4<-prd3$forecast
print(prd4)
plot(prd3$forecast$laikoeilBRENT, main="BRENT naftos kainu prognoze,
VAR(3)")

x3=cbind(diffDUB, diffINF, diffUE, diffBVP)
y3=cbind(laikoeilDUB, laikoeilINF, laikoeilUE, laikoeilBVP)
VARselect(x3, lag.max=10, type="none")
fitvar3<-VAR(y3, p=3, type="both")
serial.test(fitvar3, type = "PT.adjusted")
plot(roots(fitvar3), main="DUB atvirstiniu saknu reiksmes")
liek2<-resid(fitvar3)
Box.test(liek2[,1], type = "Ljung-Box")
accuracy(fitvar3$varresult[[1]])
prd5 <- forecast(fitvar3, h= 24)
prd6<-prd5$forecast

```

```

print(prd6)
plot(prd5$forecast$laikoeilDUB, main="DUB naftos kainu prognoze, VAR(3)")

x4=cbind(diffOPEC, diffINF, diffUE, diffBVP)
y4=cbind(laikoeilOPEC, laikoeilINF, laikoeilUE, laikoeilBVP)
VARselect(x4, lag.max=10, type="none")
fitvar4<-VAR(y4, p=3, type="both")
serial.test(fitvar4, type = "PT.adjusted")
plot(roots(fitvar4), main="OPEC atvirstiniu saknu reiksmes")
liek3<-resid(fitvar4)
Box.test(liek2[,1], type = "Ljung-Box")
accuracy(fitvar4$varresult[[1]])
prd7 <- forecast(fitvar4, h= 24)
prd8<-prd7$forecast
print(prd8)
plot(prd7$forecast$laikoeilOPEC, main="OPEC naftos kainu prognoze, VAR(3)")

#ARIMA modelis
library(TSPred)
laikoeil1<-ts(WTIkaina, start=c(2003,1), end = c(2015,12), frequency=12)
laikoeil2=window(laikoeilWTI, start=2016)
auto.arima(laikoeilWTI, ic="aic", trace=TRUE)
ARIMA<-arima(laikoeil1[,2], order=c(1,1,0))
summary(ARIMA)
tsdiag(ARIMA)
adf.test(ARIMA$residuals)
Box.test(ARIMA$residuals, lag=20, type="Ljung-Box")
hist(ARIMA$residuals, main = "Liekanų histograma")
par(mfrow=c(1,1))
plotarimapred(laikoeil2, ARIMA, xlim = c(2003,2017), main="WTI naftos kainos
prognoze, modelis ARIMA(1,1,0)")

laikoeil1<-ts(BRENTkaina, start=c(2003,1), end = c(2015,12), frequency=12)
laikoeil2=window(laikoeilBRENT, start=2016)
auto.arima(laikoeilBRENT, ic="aic", trace=TRUE)
ARIMA<-arima(laikoeil1[,2], order=c(1,1,0), seasonal =
list(order=c(0,0,2), period=12))
summary(ARIMA)
tsdiag(ARIMA)
adf.test(ARIMA$residuals)
Box.test(ARIMA$residuals, lag=20, type="Ljung-Box")
hist(ARIMA$residuals, main = "Liekanų histograma")
par(mfrow=c(1,1))
plotarimapred(laikoeil2, ARIMA, xlim = c(2003,2017), main="BRENT naftos
kainos prognoze, modelis ARIMA(1,1,0)")

laikoeil1<-ts(DUBkaina, start=c(2003,1), end = c(2015,12), frequency=12)
laikoeil2=window(laikoeilDUB, start=2016)
auto.arima(laikoeilDUB, ic="aic", trace=TRUE)
ARIMA<-arima(laikoeil1[,2], order=c(1,1,0))
summary(ARIMA)
tsdiag(ARIMA)
adf.test(ARIMA$residuals)
Box.test(ARIMA$residuals, lag=20, type="Ljung-Box")
hist(ARIMA$residuals, main = "Liekanų histograma")
par(mfrow=c(1,1))
plotarimapred(laikoeil2, ARIMA, xlim = c(2003,2017), main="DUB naftos kainos
prognoze, modelis ARIMA(1,1,0)")

laikoeil1<-ts(OPECKaina, start=c(2003,1), end = c(2015,12), frequency=12)
laikoeil2=window(laikoeilOPEC, start=2016)
auto.arima(laikoeilOPEC, ic="aic", trace=TRUE)
ARIMA<-arima(laikoeil1[,2], order=c(2,1,1), seasonal =
list(order=c(0,0,2), period=12))

```

```

summary(ARIMA)
tsdiag(ARIMA)
adf.test(ARIMA$residuals)
Box.test(ARIMA$residuals, lag=20, type="Ljung-Box")
hist(ARIMA$residuals, main = "Liekanų histograma")
par(mfrow=c(1,1))
plotarimapred(laikoeil2,ARIMA, xlim = c(2003,2017),main="OPEC naftos
kainos prognoze, modelis ARIMA(1,1,0)")

#Garch modelis
fit<-garch(diffWTI,order=c(1,3))
summary(fit)
garch.WTI<-garchFit(~garch(1,3), data=laikoeilWTI)
summary(garch.WTI)
AIC(fit)
predict(garch.WTI, n.ahead=24, plot=TRUE, nx=150)

fit<-garch(diffBRENT,order=c(3,2))
summary(fit)
AIC(fit)
garch.BRENT<-garchFit(~garch(3,2), data=laikoeilBRENT)
summary(garch.BRENT)
predict(garch.BRENT, n.ahead=24, plot=TRUE, nx=150)

fit<-garch(diffDUB,order=c(3,3))
summary(fit)
AIC(fit)
garch.DUB<-garchFit(~garch(3,3), data=laikoeilDUB)
summary(garch.DUB)
predict(garch.DUB, n.ahead=24, plot=TRUE, nx=174)

fit<-garch(diffOPEC,order=c(3,3))
summary(fit)
AIC(fit)
garch.OPEC<-garchFit(~garch(3,3), data=laikoeilOPEC)
summary(garch.OPEC)
predict(garch.OPEC, n.ahead=24, plot=TRUE, nx=174)

```