

## Vienpolio vainikinio išlydžio elektrinio vėjo greičių skaičiavimas

**S. Žebrauskas**

*Teorinės elektrotechnikos katedra, Kauno technologijos universitetas  
Studentų g. 48, LT-51367 Kaunas, Lietuva, tel.+370 37 351440*

**A. Ramanauskas**

*Agroenergetikos katedra, Lietuvos žemės ūkio universitetas  
Akademija LT-53361 Kauno raj., Lietuva, tel.+370 7 397529*

### Įvadas

Vienpolio vainikinio išlydžio elektrinis laukas naudojamas daugelyje šiuolaikinių gamybos technologijų, kur įelektrinimo, išelektrinimo ir krūvio pernešimo procesai sudaro galimybę pasiekti norimą technologinį efektą. Technologinius procesus, kuriuose naudojamas šis laukas, kitais būdais įgyvendinti sunku arba iš viso neįmanoma. Kadangi dėl mažo energijos tankio šio lauko įrenginiai patys naudoja nedaug energijos, tai naudojant laukų technologijas, papildomai sutaupoma nemažai energijos.

Tradicinė elektrinių laukų technologijų tyrimo kryptis apima darbus iš dalelių technologijų srities. Tai darbai, kuriuose nagrinėjamas dalelių įelektrinimas, išorinių laukų poveikis įelektrintoms dalelėms ir jų išelektrinimas. Eksperimentinio ir teorinio pobūdžio šios krypties darbų paskelbta ir skelbiama daugybė. Iš šių tyrimų rezultatų susiformavo tokios visuotinai pripažintos elektrinių laukų technologijų kryptys, kaip kopijavimo technika, dažymo ir dangų formavimo elektriniame lauke technologijos, elektrostatiniai dūmų gaudytuvai, elektrinių laukų technologijos tekstilėje ir kt.

Tiriamieji darbai, kuriuose nagrinėjama elektrinių laukų įtaka šilumos ir masės mainų procesams, priklauso antrajai elektrinių laukų technologijų kryptčiai – ištisinių aplinkų technologijoms. Šios krypties darbų yra daug mažiau. Daugelio šių darbų išvadose nurodomas didelis elektrinių laukų taikymo šilumos ir masės mainų procesams intensyvinti efektyvumas [1-4]. Vienas iš pagrindinių veiksnių, sąlygojančių šilumos ir masės mainų spartėjimą vainikinio išlydžio elektriniame lauke, yra šio išlydžio elektrinis vėjas – jonų ir neutralių molekulių judėjimas veikiant išlydžio elektrinio lauko jėgoms.

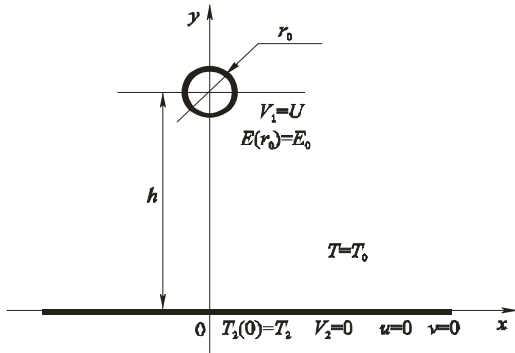
Šilumos arba masės mainų erdvės dalyje, kurioje yra vainikinio išlydžio elektrinis laukas, procesams aprašyti naudojamos vainikinio išlydžio elektrinio lauko, šio išlydžio elektrinio vėjo greičių lauko ir termodinamikos lygtys. Straipsnyje aptariamas šio kompleksinio lauko uždavinio sprendimo analizinis-skaitinis metodas.

### Vienpolio vainikinio išlydžio elektrinio vėjo greičių skaičiavimo algoritmas

Elektrokonvekcijos reiškinius prieš 150 metų pradėjo tyrinėti M. Faraday'us. Kadangi vainikinio išlydžio elektrinio vėjo reiškiniui aprašyti naudojamos netiesinės diferencialinės lygtys, susiejiančios dydžius, apibūdinančius krūvių pernešimą ir skysčio arba dujų judėjimą, tokių lygčių sistemos matematinės analizės metodais bendroju atveju neišsprendžiamos. Šių lygčių analizė skaitiniais metodais tapo įmanoma tik paplitus skaičiavimo technikai ir informacinėms technologijoms. Elektrinio vėjo, kuris dar vadinamas joniniu vėju, vainikinio išlydžio vėju, parametrams apskaičiuoti dažniausiai naudojami baigtinių elementų ir baigtinių skirtumų metodai. J. Fengas [5] elektrodo sistemos „laidas kvadratinio skerspjuvio vamzdžio centre“ elektrinio vėjo lygčių sistemai, sudarytai iš Poissono ir Navier'o bei Stokeso lygčių, spręsti naudoja Galiorkino baigtinių elementų metodą. Straipsnyje [6] pateikiami elektrodo sistemos „laidas tarp dviejų lygiagrečių plokštumų“ elektrinio vėjo alyvoje eksperimentinio ir teorinio tyrimo rezultatai; šioje elektrodo sistemoje skysčio greitis siekia 6 cm/s. M. Leano [7] kopijavimo aparato įkrovimo korotrono elektrinio vėjo greičių skaičiavimas atliktas baigtinių elementų metodu sprendžiant Poissono ir Navier'o bei Stokeso lygčių sistemą ir naudojant empirinius išlydžio voltamperinės charakteristikos duomenis. Visuose šiuose darbuose nagrinėjamas plokščiasis (dviejų matmenų) laukas.

Šiame straipsnyje aptariamas elektrinio vėjo parametrų skaičiavimas elektrodo sistemoje „laidas šalia plokštumos“, kurios skersinio pjūvio brėžinys su nurodytomis kraštinėmis sąlygomis parodytas 1 paveiksle. Bendroju atveju plokščiasis elektrodas, sutampantis su  $x$  ašimi, gali būti šilumos mainų paviršius. Šiame brėžinyje pažymėta:  $r_0$  – vainikinio išlydžio vielinio elektrodo spindulys;  $h$  – šio elektrodo įtvirtinimo virš šilumos mainų paviršiaus aukštis;  $V_1$  – vainikinio išlydžio elektrodo potencialas;  $U$  – įtampa tarp elektrodo;  $E(r_0)$  – elektrinio lauko stipris vielinio elektrodo paviršiuje;  $E_0$  – pradinis vienpolio vainikinio išlydžio elektrinio lauko stipris; atitinkantis išlydžio pradinę įtampą (užsidegimo įtampą);  $V_2$  – šilumos mainų paviršiaus potencialas;  $T_0$  – aplinkos oro temperatūra;  $T_2$  – plokščiojo elektrodo (šilumos

mainų paviršiaus) temperatūra;  $T_2(0)$  – temperatūros vertė laiko momentu  $t = 0$ .



1 pav. Elektrodo sistemos „laidas šalia plokštumos“ kraštinės sąlygos

Šios elektrodo sistemos, kurioje prijungus įtampą tarp elektrodo sukuriama vienpolio vainikinio išlydžio elektrinis laukas, elektrinio vėjo greičių ir šilumos mainų temperatūrinio lauko analizę pradėsime nuo prielaidos, kad, kai  $y = \infty$ , oro greitis  $v = 0$ . Tai reiškia, kad toli nuo šilumos mainų paviršiaus aplinkos oras stovi. Tai dar viena kraštinė sąlyga, papildanti 1 paveiksle nurodytas kraštines sąlygas. Šios elektrodo sistemos elektrinį lauką, taip pat aerodinaminį ir temperatūrinį laukus nagrinėsime kaip plokščiuosius.

Iš mūsų atliktų eksperimentų, taip pat iš kitų autorių tyrimų matyti, kad vielinių elektrodo vainikinio išlydžio elektrinio vėjo greičiai siekia iki 3 m/s. Įvertinkime šį greičių diapazoną tekėjimo pobūdžio požiūriu. Tekėjimo pobūdžiui nustatyti aerodinamikoje taikomas nedimensinis dydis – Reynoldso skaičius [2]:

$$Re = vl/\nu; \quad (1)$$

čia  $v$  – tekėjimo greitis;  $l$  – būdingasis matmuo, apibūdinantis tekėjimą;  $\nu$  – kinematinė klampa. Reynoldso skaičiaus reikšmė, skirianti laminarinį tekėjimą nuo turbulencinio, yra apie 2000. Šios sistemos būdingasis matmuo yra atstumas tarp elektrodo  $h=12$  mm. Kai aplinkos oro temperatūra  $T=293$  K, jo kinematinė klampa  $\nu = 14,8 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$  [2]. Dėl to oro tekėjimas šiomis sąlygomis bus laminarinis, jei jo greitis neviršys 0,2 m/s. Palyginę šią vertę su pateikta elektrinio vėjo greičio verte matome, kad vainikinio išlydžio elektrinis vėjas yra tipiškas turbulencinio tekėjimo pavyzdys beveik visame erdvės tarp elektrodo tūryje.

Kadangi oro klampa yra nedidelė, tai elektrinį vėją reikėtų vertinti kaip spūdaus skysčio tekėjimą. Aerodinamikoje tekančio skysčio spūdamas siejamas su jo greičiu. Spūdumui įvertinti naudojamas Macho skaičius [2]:

$$M = v/c; \quad (2)$$

čia  $c$  – garso greitis ore,  $c=330$  m/s. Tekančio skysčio spūdamą galima paneigti, jei  $0,5 M^2 \ll 1$ .

Iš šios sąlygos išeina, kad judantį orą galima laikyti nespūdziu, jei jo greitis yra mažas, palyginti su garso greičiu. Taigi elektrinis vėjas yra nespūdaus skysčio

tekėjimas ir visame lauko tūryje oro masės tankis yra pastovus.

Nespūdaus skysčio plokščiojo tekėjimo lauką apibūdina Navier'o ir Stokeso lygtys

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = F_{0x} - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (3)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = F_{0y} - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

ir srauto tolydumo lygtis [2]

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (5)$$

Šiose lygtyse:  $\rho$  – masės tankis;  $t, x, y$  – koordinatės;  $u, v$  – greičio projekcijos į  $x$  ir  $y$  ašis;  $F_{0x}, F_{0y}$  – išorinės jėgos projekcijos į šias ašis;  $p$  – slėgis;  $\mu$  – dinaminė klampa. Bendruoju atveju  $F_0$  yra sunkio jėga, šiam uždaviniui – jėga, veikianti tūrio elemento erdvinį krūvį.

Kadangi nespūdziuose skysčiuose temperatūrų gradientai yra maži, tai klampa – pastovus dydis. Dėl to tekėjimo laukui apibūdinti nereikia būsenos ir energijos lygčių [2]. Taigi šiomis sąlygomis tekėjimo lauką galima analizuoti be termodinamikos lygčių. Elektrinio vėjo greičiams apskaičiuoti turėtų pakakti (3) – (5) lygčių. Kadangi iš anksto žinome, kad tekėjimo pobūdis yra turbulencinis, tai šiose lygtyse reikia imti vidutinės greičio projekcijų reikšmes  $\bar{u}$  ir  $\bar{v}$ , taip pat įvertinti turbulencinės trinties normalinius ir tangentinis įtempimus.

Jei šioje vainikinio išlydžio elektrodo sistemoje vyksta šilumos mainai, tai temperatūrinio lauko negalima nagrinėti atskirai nuo tekėjimo lauko. Dėl to tekėjimo lauką aprašanti lygčių sistema turės būti papildyta dar ir energijos lygtimi:

$$pgc_p \left( \bar{u} \frac{\partial T}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2; \quad (6)$$

čia  $g$  – laisvojo kritimo pagreitis;  $c_p$  – savitoji šiluminė talpa;  $\lambda$  – savitasis šiluminis laidis.

Apžvelgus aerodinaminio ir temperatūrinio laukų lygtis, buvo pasiūlytas toks šio kompleksinio uždavinio sprendimo būdas [8].

Pirmasis etapas – vainikinio išlydžio elektrinio lauko analizė. Šią analizę galima atlikti neatsižvelgiant į kitus du laukus, kadangi, nors teoriškai ir yra silpna išlydžio srovės priklausomybė nuo aplinkos oro temperatūros (pasikeitus oro temperatūrai šimtu laipsnių, srovė pakinta mažiau kaip 20 procentų), praktiškai šioje elektrodo sistemoje vainikinis išlydis vyksta izotermiškai.

Antrasis etapas – vainikinio išlydžio elektrinio vėjo aerodinaminio lauko skaičiavimas. Šis laukas nepriklauso nuo šilumos mainų temperatūrinio lauko. Jam skaičiuoti naudojami pirmojo etapo rezultatai.

Trečiasis etapas – aerodinaminio ir temperatūrinio lauko pasienio sluoksnio lygčių sprendimas naudojant antrojo etapo rezultatus.

Šiame darbe nagrinėjame tik pirmuosius du etapus, t.y. sprendžiame vainikinio išlydžio elektrokonvekcijos uždavinį be šilumos mainų.

## Vienpolio vainikinio išlydžio elektrinis laukas

Vienpolio vainikinio išlydžio elektrinio lauko diferencialinių lygčių sistema yra tokia pat, kaip stacionariojo elektrinio lauko [9]:

$$\begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{E} = \rho / \varepsilon_0, \\ \mathbf{E} = -\operatorname{grad} V, \\ \operatorname{div} \mathbf{J} = 0, \\ \mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} = \rho k \mathbf{E}. \end{cases} \quad (7)$$

Šioje lygčių sistemoje pažymėta:  $\mathbf{E}$  – elektrinio lauko stipris;  $\rho$  – erdvinio krūvio tūrinis tankis;  $V$  – potencialas;  $\varepsilon_0$  – elektrinė konstanta,  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  F/m;  $\mathbf{J}$  – srovės tankis;  $\gamma$  – savitasis elektrinis laidis;  $k$  – jonų judris.

Norėdami rasti šios lygčių sistemos sprendinį, naudojames Deutcho ir Popkovo prielaidą, kad bet kuriame skaičiuojamojo lauko taške vainikinio išlydžio elektrinio lauko stiprio vektorius  $\mathbf{E}_2$  yra tokios pat krypties, kaip tos pačios elektrodų sistemos elektrostatinio lauko stiprio vektorius  $\mathbf{E}_1$ , jų moduliai skiriasi skaliariu daugikliu  $\mathcal{G}$  [9]:

$$\mathbf{E}_2 = \mathcal{G} \mathbf{E}_1. \quad (8)$$

Daugumos plokščiojo lauko elektrodų sistemų lauko stiprio vektoriai yra dviejų koordinačių funkcijos. Į paveiksle parodytą lauko sritį konformiškai atvaizdavus į skritulį, gauta lauką apibūdinančių dydžių priklausomybė tik nuo vienos koordinatės [10]. Grįžus į pradinę sritį, elektrostatinio lauko stiprio vektoriaus projekcijų priklausomybės nuo koordinačių tampa tokios:

$$E_{1x} = \frac{4Uhx y}{\left[ h^4 + 2h^2(x^2 - y^2) + (x^2 + y^2)^2 \right] \ln \frac{2h}{r_0}}, \quad (9)$$

$$E_{1y} = \frac{2Uh(h^2 + x^2 - y^2)}{\left[ h^4 + 2h^2(x^2 - y^2) + (x^2 + y^2)^2 \right] \ln \frac{2h}{r_0}}. \quad (10)$$

Simetrijos ašies ( $x=0$ ) elektrostatinio lauko stipris:

$$E_{1(x=0)} = E_{1y(x=0)} = \frac{2Uh}{(h^2 - y^2) \ln(2h/r_0)}. \quad (11)$$

Elektrostatinio lauko stipris laido paviršiuje:

$$E_{1r_0} = E_{1(x=0, y=h-r_0)} = \frac{U}{r_0 \ln(2h/r_0)}. \quad (12)$$

Pagal Deutcho ir Popkovo metodiką [9] skaliarinis daugiklis  $\mathcal{G}$  randamas taip:

$$\mathcal{G} = \sqrt{\left[ \frac{J_{0m}}{\varepsilon_0 E_{1r}} \cdot \int_0^l \frac{dl}{k E_1} + \left( \frac{E_0}{E_{1r}} \right)^2 \right]}; \quad (13)$$

čia  $E_0$  – pradinis išlydžio lauko stipris;  $J_{0m}$  – maksimalus srovės tankis laido paviršiuje;  $k$  – jonų judris;  $\varepsilon_0$  – elektrinė konstanta. Kaip matyti iš šios formulės, nagrinėjamas daugiklis yra integralo viršutinio rėžio funkcija ir randamas integruojant išilgai pasirinktos lauko linijos nuo laido paviršiaus iki taško, kurio

atstumas iki laido yra  $l$ . Galutinė šio daugiklio išraiška yra gana sudėtinga [11]:

$$\mathcal{G} = \left[ F(r, \theta) / 4Uh \right] \cdot \ln(2h/r_0) \cdot \sqrt{\left[ h^4 + 2h^2(x^2 - y^2) + (x^2 + y^2)^2 \right]}, \quad (14)$$

$$F(r, \theta) = \frac{E_0 r_0}{2hr} \cdot (r^2 + 2r \cos \theta + 1) \cdot K_1(r, \theta), \quad (15)$$

$$K_1(r, \theta) = \sqrt{\frac{2J_{0m} h^2}{\varepsilon_0 k r_0 E_0^2 \sin^2 \theta}} \cdot K_2(r, \theta) + 1, \quad (16)$$

$$K_2(r, \theta) = 1 - \frac{r \cos \theta + 1}{r^2 + 2r \cos \theta + 1} - \cot \theta \cdot \arctan \left[ \frac{r \sin \theta}{(1 + r \cos \theta)} \right], \quad (17)$$

$$r = \sqrt{\frac{(x^2 + y^2)^2 + 2h^2(x^2 + y^2) + h^4}{h^2 x^2 + (y^2 + h^2)^2}}, \quad (18)$$

$$\theta = \arctan \frac{2hx}{h^2 - x^2 - y^2}. \quad (19)$$

Vainikinio išlydžio elektrinio lauko stiprio vektoriaus projekcijas  $E_{2x}$  ir  $E_{2y}$  randame (9) ir (10) išraiškas padauginę iš daugiklio  $\mathcal{G}$ .

Erdvinio krūvio tankis taške, kurio koordinatės  $r$  ir  $\theta$ :

$$\rho = \frac{J_{0m}}{2kE_0 \cdot \sqrt{\frac{2J_{0m} h^2}{\varepsilon_0 E_0^2 r_0 k \sin^2 \theta} \cdot K_2(r, \theta) + 1}}. \quad (20)$$

Tūrinės jėgos projekcijos į koordinačių ašis:

$$F_{0x} = \rho \cdot E_{2x}, \quad (21)$$

$$F_{0y} = \rho \cdot E_{2y}. \quad (22)$$

Tūrinės jėgos modulis:

$$F_0 = \sqrt{F_{0x}^2 + F_{0y}^2}. \quad (23)$$

Daugiklį  $\mathcal{G}$  galima rasti ir paprasčiau negu iš (14)-(19) formulių. Kadangi simetrijos ašyje  $\mathcal{G}$  priklauso tik nuo vienos koordinatės

$$\mathcal{G}_{(x=0)} = (r_0/U) \ln(2h/r_0) \cdot$$

$$\sqrt{\left( J_{0m} / \varepsilon_0 k r_0 h \right) \left( 2h^3/3 + y^3/3 - h^2 y \right) + E_0^2} \quad (24)$$

ir kadangi pasirinktai ekvipotenciali  $\mathcal{G}$  yra pastovus dydis [9], tai, apskaičiavę bet kurio lauko taško potencialą, galime rasti koordinatės tokio simetrijos ašies taško, kurio potencialas lygus apskaičiuotajam, ir iš (24) rasti  $\mathcal{G}$ . Pradinis lauko stipris  $E_0$  randamas iš Peeko formulės [10]:

$$E_0 = 3030000 \delta \left( 1 + 0,0298 / \sqrt{r_0 \delta} \right); \quad (25)$$

čia  $[E_0] = \text{V/m}$ ;  $[r_0] = \text{m}$ ;  $\delta$  – santykinis oro tankis:

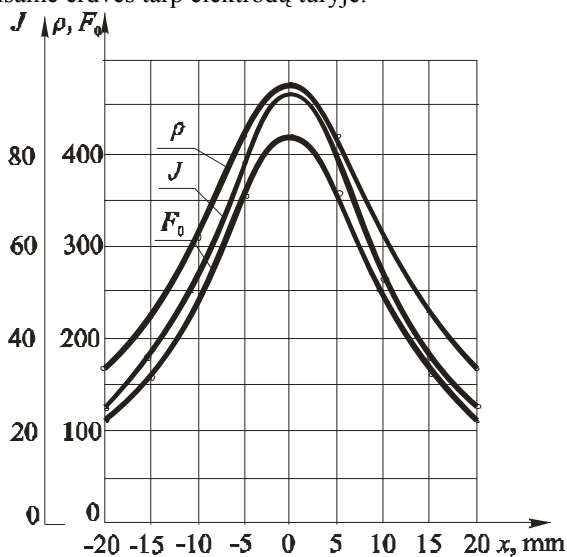
$$\delta = pT_0 / p_0 T. \quad (26)$$

Šioje formulėje pažymėta:  $p$  – aplinkos oro atmosferinis slėgis;  $p_0$  – normalių klimatinių sąlygų atmosferinis slėgis,  $p_0 = 101,325$  kPa;  $T$  – termodinaminė temperatūra;  $T_0$  – normalių sąlygų oro temperatūra;  $T_0 = 293,15$  K.

Šios formulės sudaro pagrindą paprogramio, skirto tūrinės jėgos projekcijoms apskaičiuoti kiekviename nagrinėjamos lauko srities tinklelio mazge. Iš šių skaičiavimų rezultatų sudaromas jėgos projekcijų duomenų masyvas, naudojamas šios elektrodo sistemos elektrinio vėjo greičiams apskaičiuoti pagal (3)-(5) formulių skirtumines išraiškas baigtinių skirtumų metodu.

2 paveiksle pateikti pagrindinių diferencialinių lauko dydžių – erdvinio krūvio tūrinio tankio, srovės tankio ir tūrinės jėgos pasiskirstymo plokščiojo elektrodo paviršiuje grafikai, atitinkantys šiuos nagrinėjamos sistemos parametrus:  $r_0=0,05$  mm;  $h=12$  mm;  $U=-10,0$  kV;  $T=293,15$  K;  $p=101,325$  kPa;  $k=2,20$  cm<sup>2</sup>/Vs.

Kaip matyti iš 2 paveikslo kreivių, tūrinės jėgos priklausomybė nuo koordinatų yra esminė ir kurios nors koordinatės įtakos šiai jėgai paneigti negalima. Dėl to elektrinio vėjo turbulencinius srautus tenka skaičiuoti visame erdvės tarp elektrodo tūryje.



2 pav. Erdvinio krūvio tankio  $\rho$ ,  $\mu\text{C}/\text{m}^3$ , srovės tankio  $J$ ,  $\text{mA}/\text{m}^2$ , ir tūrinės jėgos  $F_0$ ,  $\mu\text{N}/\text{cm}^3$ , pasiskirstymas plokščiojo elektrodo paviršiuje

Kadangi diferencialinių dydžių –  $\rho$ ,  $J$  ir  $F_0$  teorinį pasiskirstymą eksperimentiškai patikrinti sunku, tai šių dydžių skaičiavimo rezultatų eksperimentinį patikrinimą teko atlikti netiesiogiai – palyginant voltamperines charakteristikas. Teorinė charakteristika gauta, (12), (13) ir (20) lygčių sandaugą padauginus iš jonų judrio  $k$  ir apskaičiavus gautojo reiškimo integralą laido paviršiuje, įtampą keičiant nuo pradinės iki 12 kV. Bet kurio charakteristikos taško srovės vertė nuo eksperimentinės skiriasi ne daugiau kaip 8 %.

### Vienpolio vainikinio išlydžio elektrinio vėjo diferencialinių lygčių skirtuminė aproksimacija

$$(3) - (6) \text{ lygtis perrašę normuotajam slėgiui} \quad \bar{p} = p/\rho \quad (27)$$

$$\text{ir dinaminę klampą pakeitę kinematine klampa} \quad \nu = \mu/\rho, \quad (28)$$

gauname [12]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial u^2}{\partial x} - \frac{\partial uv}{\partial y} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + F_{0x} + \nu \cdot \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (29)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial v^2}{\partial y} - \frac{\partial uv}{\partial x} - \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + F_{0y} + \nu \cdot \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right), \quad (30)$$

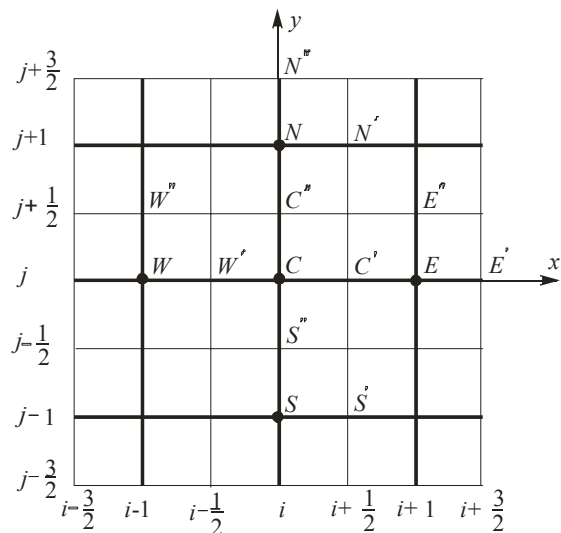
$$\frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial y^2} = -\left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right]. \quad (31)$$

(31) formulė yra Poissono slėgio lygtis [12].

Ketvirtoji lygtis, papildanti (29) – (31) lygčių sistemą, kaip jau minėta pradžioje, yra nespūdumo sąlyga:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (32)$$

(29) – (32) lygtims spręsti pasirinkę baigtinių skirtumų metodą [14], nagrinėjamos lauko srities, parodytos 1 paveiksle, greičio dedamąsias  $u$  ir  $v$  skaičiuojame diskretiniuose taškuose, sutampančiuose su stačiakampio tinklelio mazgais [15]. Tokio tinklelio fragmentas parodytas 3 paveiksle.



3 pav. Skaičiavimui naudojamo kvadratinio tinklelio elementas

Centrinio mazgo  $C$  gretimi mazgai yra  $N$ ,  $E$ ,  $S$  ir  $W$ , nutolę nuo jo per žingsnį  $\Delta_x = \Delta_y = \Delta$ . Tinklelio mazgų  $x$  ašies kryptimi dydžius rašome su indeksais  $i$ , o  $y$  ašies kryptimi – su indeksais  $j$ . Kiekviename tinklelio mazge tūrinės jėgos dedamosios  $F_{0x}(x_i, y_j)$  ir  $F_{0y}(x_i, y_j)$  apskaičiuotos pagal (21) ir (22) formules. Kintamieji  $\bar{p}$ ,  $u$  ir  $v$  susiję taip: slėgis  $\bar{p}(x_i, y_j)$  apibrėžtas kiekvieno elemento centre, greičio dedamoji  $u$  ( $x$  ašies kryptimi) – ant vertikaliųjų elemento briaunų:  $u(x_{i+1/2}, y_j)$ , dedamoji  $v$  ( $y$  ašies kryptimi) – ant horizontaliųjų briaunų:  $v(x_i, y_{j+1/2})$ . Greičio dedamųjų  $u$  mazgai, kurių raidiniai simboliai brėžinyje pažymėti su vienu brūkšneliu, atitinka per pusę žingsnio į dešinę pastumtą tinklėlį. Dedamųjų  $v$  mazgai, kurių simboliai pažymėti dviem brūkšneliais, atitinka per pusę žingsnio į viršų pastumtą tinklėlį. Per pusę žingsnio į dešinę ir į viršų pastumtas tinklėlis brėžinyje parodytas plonesnėmis linijomis. Centrinio mazgo kintamuosius pažymėję

$$\bar{p}_C = \bar{p}(x_i, y_j, t^{(n)}), \quad (33)$$

$$u_{C'} = u(x_{i+1/2}, y_j, t^{(n)}), \quad (34)$$

$$v_{C'} = v(x_i, y_{j+1/2}, t^{(n)}), \quad (35)$$

gauname šio mazgo greičio divergencijos skirtuminę išraišką, kurią naudodami užrašome nespūdumo sąlygą:

$$D_C = \frac{u_{C'} - u_{W'}}{\Delta} + \frac{v_{C'} - v_{S''}}{\Delta} = 0. \quad (36)$$

Naujos kintamųjų  $u$  ir  $v$  išraiškos momentu  $t^{(n+1)}$  randamos integruojant (29) ir (30) lygtis. Taikant Lakso metodą [13], gaunamos tokios skirtuminės šių kintamųjų išraiškos:

$$\begin{aligned} u_{C'}^{(n+1)} &= \frac{1}{4}(u_{N'} + u_{E'} + u_{S'} + u_{W'}) - \frac{\Delta t}{2\Delta} \cdot (u_{E'}^2 + u_{W'}^2) - \\ &- \frac{\Delta t}{2\Delta} \left[ \frac{v_{E''} + v_{C''}}{2}(u_{N'} + u_{C'}) - \frac{v_{S''} + v_{SE''}}{2}(u_{S'} + u_{C'}) \right] - \\ &- \frac{\Delta t}{\Delta} [(\bar{p}_E - \bar{p}_C) - F_{0xC}] + \\ &+ \frac{\nu \Delta t}{\Delta^2} (u_{N'} + u_{E'} + u_{S'} + u_{W'} - 4u_{C'}), \quad (37) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_{C''}^{(n+1)} &= \frac{1}{4}(v_{N''} + v_{E''} + v_{S''} + v_{W''}) - \frac{\Delta t}{2\Delta} \cdot (v_{N''}^2 - v_{S''}^2) - \\ &- \frac{\Delta t}{2\Delta} \left[ \frac{u_{N'} + u_{C'}}{2}(v_{E''} + v_{C''}) - \frac{u_{NW'} + u_{W'}}{2}(v_{C''} + v_{W''}) \right] - \\ &- \frac{\Delta t}{\Delta} [(\bar{p}_N - \bar{p}_C) - F_{0yC}] + \\ &+ \frac{\nu \Delta t}{\Delta^2} (v_{N''} + v_{E''} + v_{S''} + v_{W''} - 4v_{C''}); \quad (38) \end{aligned}$$

čia  $\Delta t$  – kintamojo  $t$  žingsnis [13]:

$$\Delta t \leq \Delta / \sqrt{2(u_{C'}^2 + v_{C''}^2)}. \quad (39)$$

Iš (38) lygties radę  $u_{C'}$  ir  $u_{W'}$ , iš (39) –  $v_{C''}$  ir  $v_{S''}$  ir panaudoję (31), gauname greičio divergencijos išraišką centriniam mazgui

$$\begin{aligned} D_C^{(n+1)} &= 0,25(D_N + D_E + D_S + D_W) + \\ &+ \frac{\nu \Delta t}{\Delta^2} (D_N + D_E + D_S + D_W - 4D_C) + \\ &+ \frac{\Delta t}{\Delta^2} (F_{0xC} - F_{0xW} + F_{0yC} - F_{0yS}) - \frac{\Delta t}{2\Delta^2} S_C - \\ &- \frac{\Delta t}{\Delta^2} (\bar{p}_N + \bar{p}_E + \bar{p}_S + \bar{p}_W - 4\bar{p}_C) = 0; \quad (40) \end{aligned}$$

čia

$$\begin{aligned} S_C &= (u_{E'}^2 - u_{C'}^2 - u_{W'}^2 + u_{N'}^2) + \\ &+ (v_{N''}^2 - v_{C''}^2 - v_{S''}^2 + v_{W''}^2) + \frac{v_{E''} + v_{C''}}{2}(u_{N'} + u_{C'}) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- \frac{v_{S''} + v_{SE''}}{2}(u_{S'} + u_{C'}) - \frac{u_{NW'} + u_{W'}}{2}(v_{C''} + v_{W''}) + \\ &+ \frac{u_{W'} + u_{SW'}}{2}(v_{S''} + v_{SW''}). \quad (41) \end{aligned}$$

Iš (40) lygties randame slėgio išraišką:

$$\begin{aligned} &(\bar{p}_N + \bar{p}_E + \bar{p}_S + \bar{p}_W - 4\bar{p}_C) = \\ &= -0,5S_C + (F_{0xC} - F_{0xW} + F_{0yC} - F_{0yS}) + \\ &+ \nu(D_N + D_E + D_S + D_W - 4D_C) + \\ &+ \frac{\Delta^2}{4\Delta t} (D_N + D_E + D_S + D_W). \quad (42) \end{aligned}$$

(37), (38) ir (42) lygtys yra (29)-(32) lygčių skirtuminė aproksimacija 3 paveiksle parodytam tinkleliui. Toliau šios lygtys sprendžiamos iteracijų metodu.

Kaip matyti iš šaltinių apžvalgos, vainikinio išlydžio elektrokonvekcijos uždaviniai daugelio autorių sprendžiami baigtinių elementų metodu. Paprastesnio, baigtinių skirtumų, metodo pasirinkimą sąlygojo elektrostatiinių ir vainikinio išlydžio elektrinių laukų skaičiavimo patirtis.

Baigtinių skirtumų metodo programos aptarimas, skaičiavimo rezultatų analizė ir elektrinio vėjo greičių matavimo metodika bus pateikta kitame šios temos straipsnyje.

## Išvados

1. Aptartas analizinis-skaitinis vainikinio išlydžio elektrinio vėjo greičių plokščiojo lauko skaičiavimo metodas, pagrįstas prielaida, kad išlydžio elektrinis laukas yra nepriklausomas nuo elektrinio vėjo greičių lauko.

2. Išlydžio elektrinio vėjo greičių laukas skaičiuojamas baigtinių skirtumų metodu, tinklelio mazgų krūvio elementus veikiančią tūrinę jėgą apskaičiavus iš išlydžio elektrinio lauko analizės rezultatų.

3. Išlydžio elektrinio lauko analizė paremta Deutcho ir Popkovo prielaida.

4. Tarpinis skaičiavimo rezultatų patikrinimas atliktas palyginant teorinę ir eksperimentinę išlydžio voltamperines charakteristikas. Šios charakteristikos skiriasi ne daugiau kaip 8 %.

## Literatūra

1. Taylor D.M., Secker P.E. Industrial electrostatics. – New York: Wiley, 1994. – 272 p.
2. Верещагин И.П., Левитов В.И., Мирзабекян Г.З., Пашин М.М. Основы электрогазодинамики дисперсных систем. – Москва: Энергия, 1974. – 478 с.
3. Болога М.К., Кожевников И.В., Кожухарь И.А., Усов С.А. Электроконвективное охлаждение высоковольтной аппаратуры// Электронная обработка материалов. – 1985. – № 2. – С. 48–50.
4. Молдавский Л.М., Кожухарь И.А., Болога М.К. Охлаждение оребренной поверхности электрическим ветром// Электронная обработка материалов. – 1982. – № 6. – С. 56–58.
5. Feng J.Q. Application of Galerkin finite-element computations in studying electrohydrodynamic problems// Journal of electrostatics, 2001. – Vol. 51–52. – P. 590–596.

6. **Ran Zuo, Jiahua Han, Chongjie Du.** Ion-induced and field gradient-induced electroconvections// Journal of electrostatics, 2000. – Vol. 48. – Iss. 3–4. – P. 205–215.
7. **Lean M.H.** Simulation of charging and coupled airflows in corona devices// IEEE Transactions on magnetics, 1994. – Vol. 30. – № 5. – P 3355–3358.
8. **Grigonienė O., Žebrauskas S.** Elektrodų sistemos „laidas šalia plokštumos“ elektrinio vėjo skaičiavimo algoritmas// Elektrotechnika: Mokslo darbai. – Kaunas: Technologija, 1996. – 20 t. – P. 113 – 120.
9. **Попков В.И.** К теории униполярной короны постоянного тока// Электричество. – 1949. – № 1. – С.33–48.
10. **Верецагин И.П.** Коронный разряд в аппаратах электронно-ионной технологии. – Москва: Энергоатомиздат, 1985, – 158 с.
11. **Žebrauskas S.** Vienpolio vainikinio išlydžio elektrinio lauko tūrinės jėgos skaičiavimas// Elektrotechnika: Mokslo darbai. – Kaunas: Technologija, 1997. – 21 t. – P. 164–167.
12. **Potter M.C., Wigert D.C.** Mechanics of fluids. – New York: Prentice Hall, 1991. – 692 p.
13. **Celia M., Gray W.** Numerical methods for differential equations. New Jersey: Prentice-Hall, 1992. – 248 p.
14. **Поттер Д.** Вычислительные методы в физике. – Москва: Мир, 1975. – 392 с.
15. **Žebrauskas S.** Vienpolio vainikinio išlydžio elektrinio vėjo diferencialinių lygčių skirtuminė aproksimacija// Elektros energetika ir technologijos: Konferencijos pranešimų medžiaga. – Kaunas: Technologija, 1998. – P. 164–167.

Pateikta spaudai 2004 03 19

**S. Žebrauskas, A. Ramanauskas. Vienpolio vainikinio išlydžio elektrinio vėjo greičių skaičiavimas // Elektronika ir elektrotechnika. - Kaunas: Technologija, 2004. - Nr. 5(54). - P. 70–75.**

Aptartas elektrodų sistemos "laidas šalia plokštumos" vienpolio vainikinio išlydžio plokščiojo elektrinio vėjo greičių lauko analizinis-skaitinis skaičiavimo metodas, pagrįstas teiginiu, kad išlydžio elektrinis laukas nepriklauso nuo jo elektrinio vėjo greičių lauko, atvirkščiai, elektrinio vėjo greičių laukas yra išlydžio elektrinio lauko dydžių funkcija. Elektrinis laukas skaičiuojamas analiziškai naudojant Deutch'o ir Popkovo prielaidą, kad Laplace'o ir Poissono lygtimis aprašomų laukų lauko stiprio vektorių kryptys sutampa. Tūrinės jėgos, veikiančios krūvio elementą, priklausomybė nuo koordinatų yra esminė ir kurios nors koordinatės įtakos šiai jėgai paneigti negalima. Išlydžio elektrinio lauko diferencialinių dydžių skaičiavimo rezultatų patikrinimas atliekamas netiesiogiai, palyginant teorinę ir eksperimentinę voltamperines charakteristikas, kurios skiriasi ne daugiau kaip 8 %. Sprendžiant elektrinio vėjo greičių lygčių sistemą, sudarytą iš Navier'o ir Stokeso lygčių, taip pat srauto tolydumo lygties, baigtinių skirtumų metodu naudojamos kvadratinio tinklelio mazguose analiziškai apskaičiuotos krūvio elementą veikiančios tūrinės jėgos projekcijų į koordinatų ašis vertės. Il. 3, bibl. 15 (lietuvių kalba; santraukos lietuvių, anglų ir rusų k.).

**S. Žebrauskas S, A. Ramanauskas. Calculation of DC Corona Wind // Electronics and Electrical Engineering. – Kaunas: Technologija, 2004. - No. 5(54). - P. 70–75.**

Analytical-digital method of calculation the velocities of DC corona wind in wire-to-plain electrode system is discussed. The method is based upon an assumption that the electric field of the discharge is independent from the corona wind field, and, vice versa, this field is the function of electric field quantities of the discharge. Differential quantities of the electric field of DC corona discharge are obtained analytically by using the Deutch's-Popkov's assumption of coincidence the directions of electrostatic field strength vector and the field vector of corona discharge. The dependence of the force acting the elementary charge on the coordinates is essential and the influence of any coordinate to the force must not be denied. The results of analysis of DC corona field differential quantities are checked indirectly by comparison of theoretical and experimental voltampere characteristics. It's misalignment do not exceed 8 %. The set of equations of corona wind represented by the Navier and Stokes equations and the equation of stream continuity are solved by use of finite difference method. The values of analytically determined components of spatial force acting the charge element in the nodes of square net are being used in the process of iterative computation. Ill.3, bibl. 15 (in Lithuanian; summaries in Lithuanian, English and Russian).

**С. Жебраускас, А. Раманаускас. Расчет скоростей электрического ветра униполярного коронного разряда // Электроника и электротехника. – Каунас: Технология, 2004. – № 5(54). – С. 70–75.**

Рассматривается аналитический-численный метод расчета скоростей электрического ветра униполярного коронного разряда в системе электродов "провод-плоскость". Метод основан на независимости электрического поля коронного разряда от поля скоростей электрического ветра и на том, что поле скоростей электрического ветра является функцией величин электрического поля. Анализ поля коронного разряда произведен по методу Дойча-Попкова. Зависимость от координат объемной силы, действующей на элементарный заряд, существенна и влияние любой из координат на эту силу не может быть не учтено. Результаты аналитического определения дифференциальных величин электрического поля разряда проверены косвенно путем сравнения теоретической и экспериментальной вольтамперных характеристик, различие между которыми не превышает 8 %. Система дифференциальных уравнений поля скоростей электрического ветра, представленная уравнениями Навье и Стокса и уравнением непрерывности потока, решается методом конечных разностей, используя аналитически определенные значения компонент объемной силы, действующей на элементарный заряд в узлах квадратной сетки. Ил. 3, библи. 15 (на литовском языке; рефераты на литовском, английском и русском яз.).

