



Kauno technologijos universitetas

Informatikos fakultetas

**Matematikos uždavinių vizualizavimas mokymosi rezultatams
gerinti**

Baigiamasis magistro projektas

Rytis Lukaitis

Projekto autorius

Doc. Daina Gudonienė

Vadovė

Kaunas, 2025



Kauno technologijos universitetas

Informatikos fakultetas

Matematikos uždavinių vizualizavimas mokymosi rezultatams gerinti

Baigiamasis magistro projektas

Nuotolinio mokymosi informacinės technologijos (6211BX010)

Rytis Lukaitis

Projekto autorius

Doc. Daina Gudonienė

Vadovė

Doc. Renata Burbaitė

Recenzentė

Kaunas, 2025



Kauno technologijos universitetas

Informatikos fakultetas

Rytis Lukaitis

Matematikos uždavinių vizualizavimas mokymosi rezultatams gerinti

Akademinio sąžiningumo deklaracija

Patvirtinu, kad:

1. baigiamąjį projektą parengiau savarankiškai ir sąžiningai, nepažeisdama(s) kitų asmenų autorius ar kitų teisių, laikydamasi(s) Lietuvos Respublikos autorių teisių ir gretutinių teisių įstatymo nuostatų, Kauno technologijos universiteto (toliau – Universitetas) intelektinės nuosavybės valdymo ir perdavimo nuostatų bei Universiteto akademinės etikos kodekse nustatytų etikos reikalavimų;
2. baigiamajame projekte visi pateikti duomenys ir tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti teisėtai, nei viena šio projekto dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar elektroninių šaltinių, visos baigiamojo projekto tekste pateiktos citatos ir nuorodos yra nurodytos literatūros sąrašė;
3. įstatymų nenumatytų piniginių sumų už baigiamąjį projektą ar jo dalis niekam nesu mokėjęs (-usi);
4. suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo ar kitų asmenų teisių pažeidimo faktui, man bus taikomos akademinės nuobaudos pagal Universitete galiojančią tvarką ir būsiu pašalinta(s) iš Universiteto, o baigiamasis projektas gali būti pateiktas Akademinės etikos ir procedūrų kontrolieriaus tarnybai nagrinėjant galimą akademinės etikos pažeidimą.

Rytis Lukaitis

Patvirtinta elektroniniu būdu

Lukaitis, Rytis. Matematikos uždavinių vizualizavimas mokymosi rezultatams gerinti. Magistro baigiamasis projektas / vadovė doc. dr. Daina Gudonienė; Kauno technologijos universitetas, Informatikos fakultetas.

Studijų kryptis ir sritis (studijų krypčių grupė): Programų sistemos (B03), Informatikos mokslai.

Reikšminiai žodžiai: matematika, animacija, interaktyvus uždavinys, vizualizavimas.

Kaunas, 2025. 75 p.

Santrauka

Matematika ugdo kritinio mąstymo įgūdžius, sprendžiant realaus pasaulio problemas ir prisidedant prie mokslo ir technologijų pažangos. Kritinio mąstymo ir problemų sprendimų įgūdžių ugdymas yra itin aktualius šiandieniniame, nuolat besikeičiančiame, pasaulyje, o išlavintas matematinis mąstymas daro įtaką ir tam, kaip žmonės sprendžia asmeninio ir profesinio gyvenimo uždavinius bei iššūkius. Tačiau mokinių matematikos rezultatai yra prasti, jie sunkiai supranta ar moka spręsti matematikos uždavinius, pritaikyti matematinius konceptus realiame gyvenime.

Siekiant išsiaiškinti mokinių poreikius, buvo atlikta apklausa ir nustatyta, jog mokiniams sunkiausia spręsti žodinius uždavinius, uždavinius susijusius su lygtimis, nelygybėmis bei geometrijos uždavinius. Be to, jie mano, kad vizualizacijos padaro pamokas įdomesnes, praturtina mokymosi medžiagą bei palengvina informacijos įsisavinimą.

Vizualizacijų kūrimui išanalizuotos įvairios technologijos ir pasirinktos *Manim*, animacijų kūrimui, ir *GeoGebra*, interaktyvių užduočių kūrimui, priemonės, su kuriomis bendrai realizuota 50 vizualizacijų. Sukurtų animacijų ir interaktyvių uždavinių veiksmingumas vėliau ištestuotas su 10-os klasės mokiniais. Testavimas parodė teigiamus matematikos rezultatų pokyčius po diagnostinių ir apibendrinamųjų testavimų.

Lukaitis, Rytis. Visualising Mathematics Problems to Improve Learning Results. Master's Final Degree Project / supervisor assoc. prof. dr. Daina Gudonienė; Faculty of Informatics, Kaunas University of Technology.

Study field and area (study field group): Software Engineering (B03), Computing.

Keywords: mathematics, animation, interactive exercise, visualization.

Kaunas, 2025. 75 p.

Summary

Mathematics develop critical thinking skills, solving real-world problems and contributing to scientific and technological progress. Developing critical thinking and problem-solving skills is particularly relevant in today's ever-changing world, and mathematical thinking also influences the way in which people deal with the tasks and challenges of their personal and professional lives. However, pupils' mathematical performance is poor, and they struggle to understand or solve mathematical problems and apply mathematical concepts to real-life situations.

In order to find out what students' needs are, a survey was carried out and it was found that the most difficult problems for students are word problems, equations, inequalities and geometry problems. They also think that visualisations make lessons more interesting, enrich the learning material and ease the assimilation of new information.

For the development of the visualisations, different technologies were analysed and *Manim*, for animations, and *GeoGebra*, for interactive tasks, were chosen as the tools with which a total of 50 visualisations were realized. The effectiveness of the animations and interactive tasks developed was subsequently tested with pupils in Year 10. Testing showed a positive change in mathematics results after diagnostic and summative evaluations.

Turinys

Paveikslų sąrašas	9
Santrumpų ir terminų sąrašas.....	11
Įvadas.....	12
1. Matematikos mokymasis mokykloje.....	13
1.1. Matematikos mokymosi svarba ir iššūkiai	13
1.2. Efektyvūs matematikos mokymosi būdai.....	15
1.3. Matematikos uždavinių vizualizavimo technologijos	16
1.4. Skyriaus išvados	18
2. Mokių poreikių ir matematikos uždavinių vizualizavimo aktualumo tyrimas	19
2.1. Poreikio, uždavinių vizualizavimui, apklausos rezultatai	19
2.2. Skyriaus išvados	24
3. Matematikos uždavinių vizualizavimo scenarijaus projektavimas	25
3.1. Vizualizacijoms integruoti skirtos virtualiosios mokymosi aplinkos architektūra.....	25
3.2. Uždavinių vizualizavimo priemonės	33
3.3. Uždavinių vizualizavimo scenarijaus projektas	39
3.4. Skyriaus išvados	40
4. Matematikos uždavinių vizualizacijų realizavimas ir integravimas į Moodle pagal sukurtą scenarijų	41
4.1. Lygčių, nelygybių ir lygčių sistemų uždavinių vizualizacijos	42
4.2. Geometrijos uždavinių vizualizacijos.....	50
4.3. Žodinių uždavinių vizualizacijos.....	61
4.4. Realizuotų matematikos uždavinių integravimas į Moodle.....	67
4.5. Skyriaus išvados	69
5. Matematikos uždavinių vizualizacijų veiksmingumo mokinių mokymosi rezultatams vertinimas.....	70
5.1. Lygčių, nelygybių ir lygčių sistemų uždavinių vizualizacijų veiksmingumas	70
5.2. Geometrijos uždavinių vizualizacijų veiksmingumas	71
5.3. Žodinių uždavinių vizualizacijų veiksmingumas	71
5.4. Skyriaus išvados	72
Bendrosios išvados.....	73
Literatūros sąrašas	74
Priedai.....	76
1 priedas. Mokinių apklausa.....	76
2 priedas. Publikuotas straipsnis.....	80
3 priedas. Naudojimo patvirtinimo raštas.....	87
4 priedas. Lygčių, nelygybių ir lygčių sistemų testo variantas.....	88
5 priedas. Lygčių, nelygybių ir lygčių sistemų testo varianto vertinimo instrukcijos.....	90
6 priedas. Geometrijos testo variantas	91
7 priedas. Geometrijos testo varianto vertinimo instrukcijos	93
8 priedas. Žodinių uždavinių testo variantas	94
9 priedas. Žodinių uždavinių testo varianto vertinimo instrukcijos	96

Lentelių sąrašas

1 lentelė. Vizualizacijų pagalbos sprendžiant matematikos uždavinius įvertinimai.....	24
2 lentelė. Plėtojamos VMA funkciniai reikalavimai pagal išskirtas funkcijų grupes aplinkos administravimo aspektu.....	25
3 lentelė. Plėtojamos VMA nefunkciniai reikalavimai	26
4 lentelė. Panaudojimo atvejo „parengti kurso skyrių“ specifikacija	27
5 lentelė. Panaudojimo atvejo „peržiūrėti mokymosi turinį“ specifikacija.....	28
6 lentelė. Panaudojimo atvejo „parengti vizualizacijos veiklą“ specifikacija.....	29
7 lentelė. Panaudojimo atvejo „įtraukti diskusijų temą“ specifikacija.....	31
8 lentelė. Sistemų palyginimas pagal aprašytą funkcionalumą.....	32
9 lentelė. Animacijos kūrimo priemonių palyginimas	35
10 lentelė. Interaktyvių užduočių kūrimo priemonių palyginimas	38
11 lentelė. Pirmosios lygčių srities animacijos scenarijus	42
12 lentelė. Antrosios lygčių srities animacijos scenarijus.....	43
13 lentelė. Pirmojo lygčių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	43
14 lentelė. Antrojo lygčių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus.....	43
15 lentelė. Pirmosios nelygybių srities animacijos scenarijus	45
16 lentelė. Antrosios nelygybių srities animacijos scenarijus.....	45
17 lentelė. Pirmojo nelygybių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	45
18 lentelė. Antrojo nelygybių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus.....	46
19 lentelė. Trečiojo nelygybių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus.....	46
20 lentelė. Ketvirtojo nelygybių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus.....	46
21 lentelė. Pirmosios lygčių sistemų srities animacijos scenarijus	47
22 lentelė. Antrosios lygčių sistemų srities animacijos scenarijus	48
23 lentelė. Trečiosios lygčių sistemų srities animacijos scenarijus	48
24 lentelė. Pirmojo lygčių sistemų srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	48
25 lentelė. Pirmosios planimetrijos srities animacijos scenarijus	50
26 lentelė. Antrosios planimetrijos srities animacijos scenarijus.....	50
27 lentelė. Trečiosios planimetrijos srities animacijos scenarijus	50
28 lentelė. Ketvirtosios planimetrijos srities animacijos scenarijus.....	51
29 lentelė. Penktosios planimetrijos srities animacijos scenarijus.....	51
30 lentelė. Pirmojo planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	51
31 lentelė. Antrojo planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus.....	52
32 lentelė. Trečiojo planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus.....	52
33 lentelė. Ketvirtojo planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus.....	53
34 lentelė. Penktojo planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus.....	53
35 lentelė. Šeštojo planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	54
36 lentelė. Septintojo planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus.....	54
37 lentelė. Pirmosios stereometrijos srities animacijos scenarijus.....	55
38 lentelė. Antrosios stereometrijos srities animacijos scenarijus	56
39 lentelė. Trečiosios stereometrijos srities animacijos scenarijus	56
40 lentelė. Ketvirtosios stereometrijos srities animacijos scenarijus	56
41 lentelė. Penktosios stereometrijos srities animacijos scenarijus	57
42 lentelė. Pirmojo stereometrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus.....	57
43 lentelė. Antrojo stereometrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	58
44 lentelė. Trečiojo stereometrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	58

45 lentelė.	Ketvirtojo stereometrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	59
46 lentelė.	Penktojo stereometrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	59
47 lentelė.	Pirmosios žodinių uždavinių srities animacijos scenarijus	61
48 lentelė.	Antrosios žodinių uždavinių srities animacijos scenarijus	61
49 lentelė.	Trečiosios žodinių uždavinių srities animacijos scenarijus	61
50 lentelė.	Ketvirtosios žodinių uždavinių srities animacijos scenarijus	62
51 lentelė.	Penktosios žodinių uždavinių srities animacijos scenarijus	62
52 lentelė.	Šeštosios žodinių uždavinių srities animacijos scenarijus	62
53 lentelė.	Septintosios žodinių uždavinių srities animacijos scenarijus	63
54 lentelė.	Pirmojo žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	63
55 lentelė.	Antrojo žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	63
56 lentelė.	Trečiojo žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	64
57 lentelė.	Ketvirtojo žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	64
58 lentelė.	Penktojo žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	65
59 lentelė.	Šeštojo žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	65
60 lentelė.	Septintojo žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus	65

Paveikslų sąrašas

1 pav. Problemų medis.....	14
2 pav. Tikslų medis	15
3 pav. Nicko van Dam'o trikampis	16
4 pav. Klausimo, kurioje klasėje mokinys mokosi, rezultatai.....	19
5 pav. Klausimo, kiek vidutiniškai laiko kasdien naudojasi kompiuteriu ar mobiliuoju įrenginiu, rezultatai	20
6 pav. Klausimo, ką labiausiai patinka daryti kompiuteryje ar mobiliajame įrenginyje, rezultatai ..	20
7 pav. Klausimo, apie respondentų savijautą matematikos pamokos metu, rezultatų apibendrinimas	21
8 pav. Klausimo, kas galėtų pagerinti savijautą matematikos pamokų metu, rezultatai	21
9 pav. Klausimo, ko trūksta, kad uždavinių sąlygos būtų suprantamesnės, rezultatų apibendrinimas	22
10 pav. Klausimo, kas padėtų prisiminti ar suprasti matematikos uždavinių sprendimo būdus, rezultatų apibendrinimas.....	22
11 pav. Klausimo, apie vizualizacijų naudojimą pamokų metu, rezultatų apibendrinimas	23
12 pav. Klausimo, apie vizualizacijų pagalbą sprendžiant matematikos uždavinius, rezultatai	23
13 pav. Administravimo ir naudotojų valdymo funkcijų grupės panaudojimo atvejų diagrama	26
14 pav. Panaudojimo atvejo „parengti kurso skyrių“ veiklos diagrama	27
15 pav. Turinio rengimo ir teikimo funkcijų grupės panaudojimo atvejų diagrama.....	28
16 pav. Panaudojimo atvejo „peržiūrėti mokymosi turinį“ veiklos diagrama	29
17 pav. Interaktyvių veiklų teikimo funkcijų grupės panaudojimo atvejų diagrama.....	29
18 pav. Panaudojimo atvejo „parengti vizualizacijos veiklą“ veiklos diagrama	30
19 pav. Komunikavimo funkcijų grupės panaudojimo atvejų diagrama	31
20 pav. Panaudojimo atvejo „įtraukti diskusijų temą“ veiklos diagrama	32
21 pav. Matematikos uždavinių vizualizavimui aktualios priemonės	34
22 pav. <i>GeoGebra</i> vartotojo sąsaja	36
23 pav. <i>Desmos</i> vartotojo sąsaja	37
24 pav. <i>Maple</i> vartotojo sąsaja.....	37
25 pav. <i>SageMath</i> naudojimo pavyzdys per <i>CoCalc</i>	38
26 pav. Vizualizavimo scenarijaus veiklos diagrama	40
27 pav. <i>Manim</i> animacijos kodo fragmentas.....	41
28 pav. Figūrų panašumo interaktyvaus uždavinio <i>GeoGebra</i> darbinis langas.....	42
29 pav. Lygčių srities animacijos tipo vizualizacija	44
30 pav. Lygčių srities interaktyvaus uždavinio tipo vizualizacija	44
31 pav. Nelygybių srities animacijos tipo vizualizacija.....	47
32 pav. Nelygybių srities interaktyvaus uždavinio tipo vizualizacija.....	47
33 pav. Lygčių sistemų srities animacijos tipo vizualizacija	49
34 pav. Lygčių sistemų srities interaktyvaus uždavinio tipo vizualizacija	49
35 pav. Planimetrijos srities animacijos tipo vizualizacija	55
36 pav. Planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio tipo vizualizacija	55
37 pav. Stereometrijos srities animacijos tipo vizualizacija	60
38 pav. Stereometrijos srities interaktyvaus uždavinio tipo vizualizacija	60
39 pav. Žodinių uždavinių srities animacijos tipo vizualizacija	66
40 pav. Žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio tipo vizualizacija	66

41 pav. Kurso temos ir jų sandara.....	67
42 pav. Suteikiamos galimybės animacijos turinio peržiūrai.....	67
43 pav. Suteikiamos galimybės interaktyvaus uždavinio peržiūrai	68
44 pav. Naudotojo vadovas.....	68
45 pav. Lygčių, nelygybių ir lygčių sistemų srities testavimo rezultatai	70
46 pav. Geometrijos srities testavimo rezultatai	71
47 pav. Žodinių uždavinių srities testavimo rezultatai.....	71

Santrumpų ir terminų sąrašas

Santrumpos:

MVS – Mokymosi valdymo sistema;

NŠA – Nacionalinė švietimo agentūra;

PR – Papildyta realybė;

PUPP – Pagrindinio ugdymo pasiekimų patikrinimas;

TVS – Turinio valdymo sistema;

VBE – Valstybinis brandos egzaminas;

VR – Virtuali realybė;

VMA – Virtualioji mokymosi aplinka.

Terminai:

Vizualizavimas – Procesas, kurio metu duomenys ir informacija pateikiami vizualiai ir prasmingai, naudojant paveikslus, diagramas, animacijas, interaktyvias technologijas ar kt., siekiant, kad naudotojas galėtų juos geriau suprasti.

Įvadas

Matematika nėra labai patrauklus ar iš pirmo žvilgsnio sudominantis mokomasis dalykas. Tai iš dalies gali būti dėl to, kad mokiniams sunku suprasti matematikos sąvokas ar iki galo suvokti, kodėl matematikoje yra skaičiuojama būtent taip, kaip mokytojas nurodo pamokos metu. Apie prastas mokinių matematikos žinias galima išgirsti ne tik mokytojų nusiskundimuose, tačiau ir pastebėti kasmet viešiniuose matematikos Pagrindinio ugdymo pasiekimų patikrinimų (PUPP) ir Valstybinių brandos egzaminų (VBE) rezultatuose [1, 2].

Išanalizavus Nacionalinės švietimo agentūros (NŠA) pateiktus 2019–2024 metų matematikos PUPP ir VBE rezultatų duomenis matome, jog mokinių, neišlaikiusių PUPP, procentinis skaičius svyruoja tarp 19,5–40,6 %, o neišlaikiusių VBE – tarp 10,5–35,4 %. Galime daryti išvadą, jog mokiniai sunkiai supranta ar moka spręsti matematikos uždavinius. Pranaitytė ir Narkevičienė (2022), atlikusios matematikos VBE užduočių ir rezultatų kaitos analizę, padarė išvadą, kad kandidatams sunkiausi yra geometrijos uždaviniai [3]. Tai gali būti dėl to, jog šie uždaviniai reikalauja vaizduotės ar erdvinio mąstymo įgūdžių, kurie pas ne visus mokinius gali būti pakankamai išlavinti. Animacijos technologijos gali būti naudojamos paaiškinti medžiagą, kurią sunku įsivaizduoti [4], todėl galima teigti, kad teisingai panaudojus animacijos technologijas matematikos mokomojo dalyko uždaviniams vizualizuoti, pagerėtų mokinių matematikos uždavinių suvokimas ir mokymosi rezultatai.

Darbo problema – sudėtingas matematikos uždavinių suvokimas ir sprendimas.

Darbo objektas – mokinių matematikos uždavinių supratimas ir sprendimas.

Darbo tikslas – pagerinti mokinių matematikos dalyko rezultatus, sukuriant ir pritaikant matematikos uždavinių vizualizacijas.

Darbo uždaviniai:

1. atlikti literatūros šaltinių analizę ir nustatyti efektyvius matematikos mokymosi būdus;
2. apžvelgti informacinių technologijų panaudojimo galimybes matematikos uždaviniams vizualizuoti;
3. suprojektuoti uždavinių vizualizavimo scenarijų;
4. vizualizuoti matematikos uždavinius ir integruoti į mokymosi aplinką;
5. iširti sukurtų vizualizacijų veiksmingumą realioje aplinkoje.

Darbo produktas – atviras kursas su matematikos uždavinių vizualizacijomis.

Darbo rezultatas – pagerėję mokinių matematikos dalyko mokymosi rezultatai.

Darbo struktūra

Darbą sudaro matematikos mokymosi būdų analizė, mokinių poreikių tyrimas ir rezultatų analizė, vizualizavimo technologijų panaudojimo galimybių matematikos uždavinių vizualizavimui apžvalga, uždavinių vizualizavimo scenarijaus projektavimas, matematikos uždavinių ir vizualizacijų aprašymas bei kūrimas, jų integravimas į virtualiąją mokymosi aplinką bei matematikos uždavinių vizualizacijų veiksmingumo tyrimas mokykloje.

1. Matematikos mokymasis mokykloje

Šiame skyriuje apžvelgiama matematikos mokymosi svarba ir jos aktualumas. Aptariama matematikos mokymosi problematika, su kokiais sunkumais susiduria mokiniai. Problemoms išspręsti analizuojami efektyvūs matematikos mokymosi būdai ir kaip animacija bei vizualizacijos gali padėti sprendžiant matematikos uždavinius.

1.1. Matematikos mokymosi svarba ir iššūkiai

Matematika, dažnai vadinama universaliąja kalba, atlieka svarbų vaidmenį formuojant mūsų pasaulio supratimą. Matematikos mokymosi svarba apima įvairius kasdienio gyvenimo aspektus - nuo paprastų kasdieniųjų skaičiavimų iki sudėtingesnių darbinių skaičiavimų. Be to, matematika atlieka svarbų vaidmenį ugdant kritinio mąstymo įgūdžius, sprendžiant realaus pasaulio problemas ir prisidedant prie mokslo ir technologijų pažangos. Kritinio mąstymo ir problemų sprendimų įgūdžių ugdymas yra itin aktualius šiandieniniame, nuolat besikeičiančiame, pasaulyje, o išlavintas matematinis mąstymas daro įtaką ir tam, kaip žmonės sprendžia asmeninio ir profesinio gyvenimo uždavinius bei iššūkius.

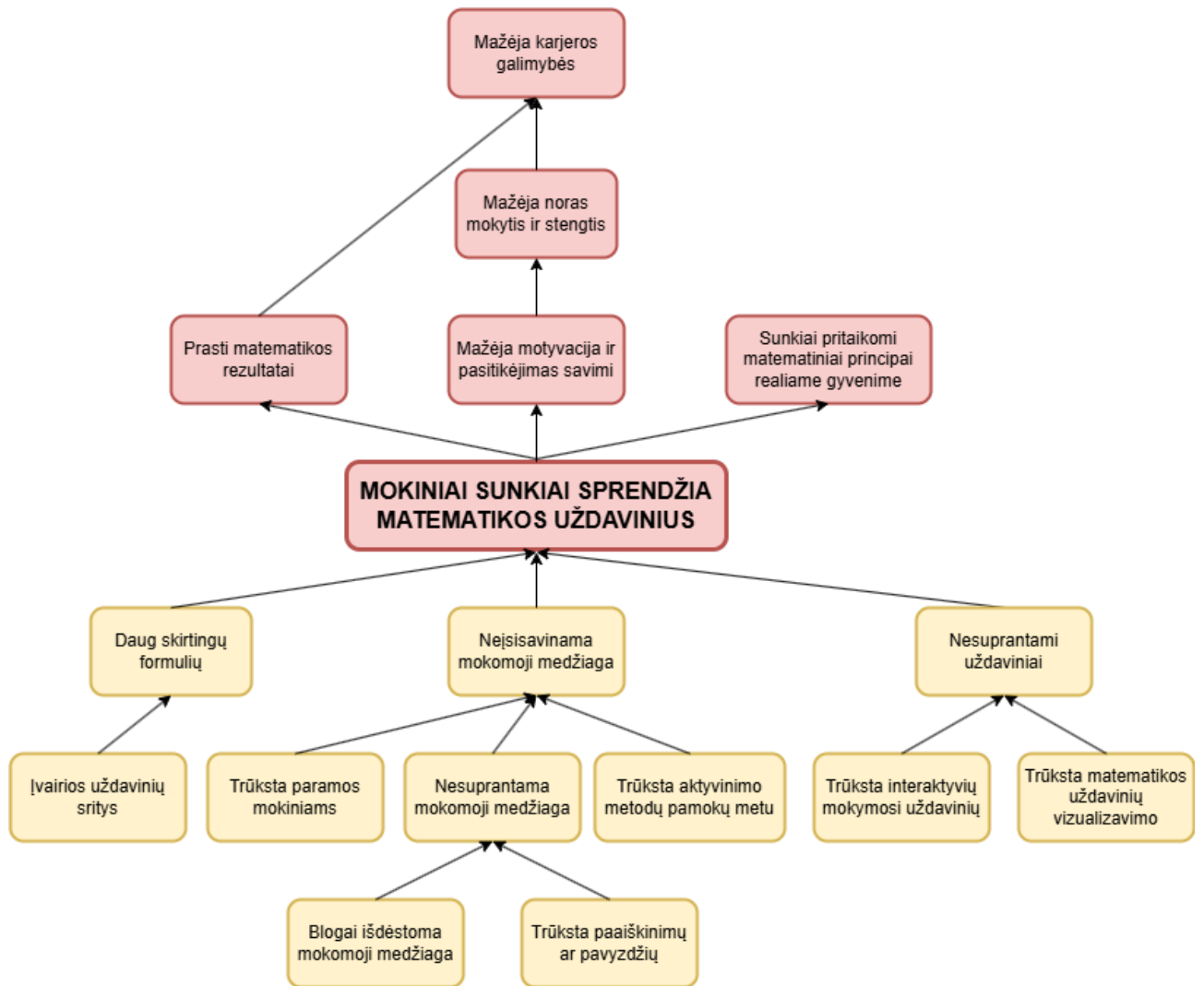
Dėl tarpdisciplininio matematikos pobūdžio ji yra labai svarbus įvairių kitų disciplinų pagrindas. Fizika, inžinerija, ekonomika ir informatikos mokslai - visos jos remiasi matematikos principais. Matematikos sąvokų supratimas, gebėjimas spręsti matematinės problemas suteikia žmonėms įvairių žinių, leidžiančių tyrinėti ir tobulėti daugybėje sričių, skatinančių inovacijas ir pažangą įvairiuose sektoriuose. Gerą matematinį išsilavinimą turinčių asmenų poreikis akivaizdus dėl plataus karjeros galimybių spektro. Matematiniai įgūdžiai - nuo duomenų mokslininkų ir analitikų iki inžinierių, žaidimų kūrėjų ir tyrėjų - šiandieninėje darbo rinkoje yra labai paklausūs, o tobulėjant technologijoms, matematikos vaidmuo tampa vis svarbesnis ir yra neatskiriamas nuo tokių sričių kaip dirbtinis intelektas bei kriptografija [5, 6].

Atsižvelgiant į neišlaikiusiųjų PUPP ir VBE egzaminų kiekius per paskutinius 6 metus, matome, jog neišlaikiusiųjų PUPP procentinis skaičius svyruoja tarp 19,5–40,6 % patikrinimą laikusių mokinių, o VBE – tarp 10,5–35,4 % egzaminą laikusių mokinių [1, 2]. Šie rezultatai gali svyruoti dėl to, nes kinta užduočių sudėtingumas bei mokinių pasirengimas.

Mokinių matematikos uždavinių sprendimo sunkumus lemia keletas priežasčių (žr. 1 pav.):

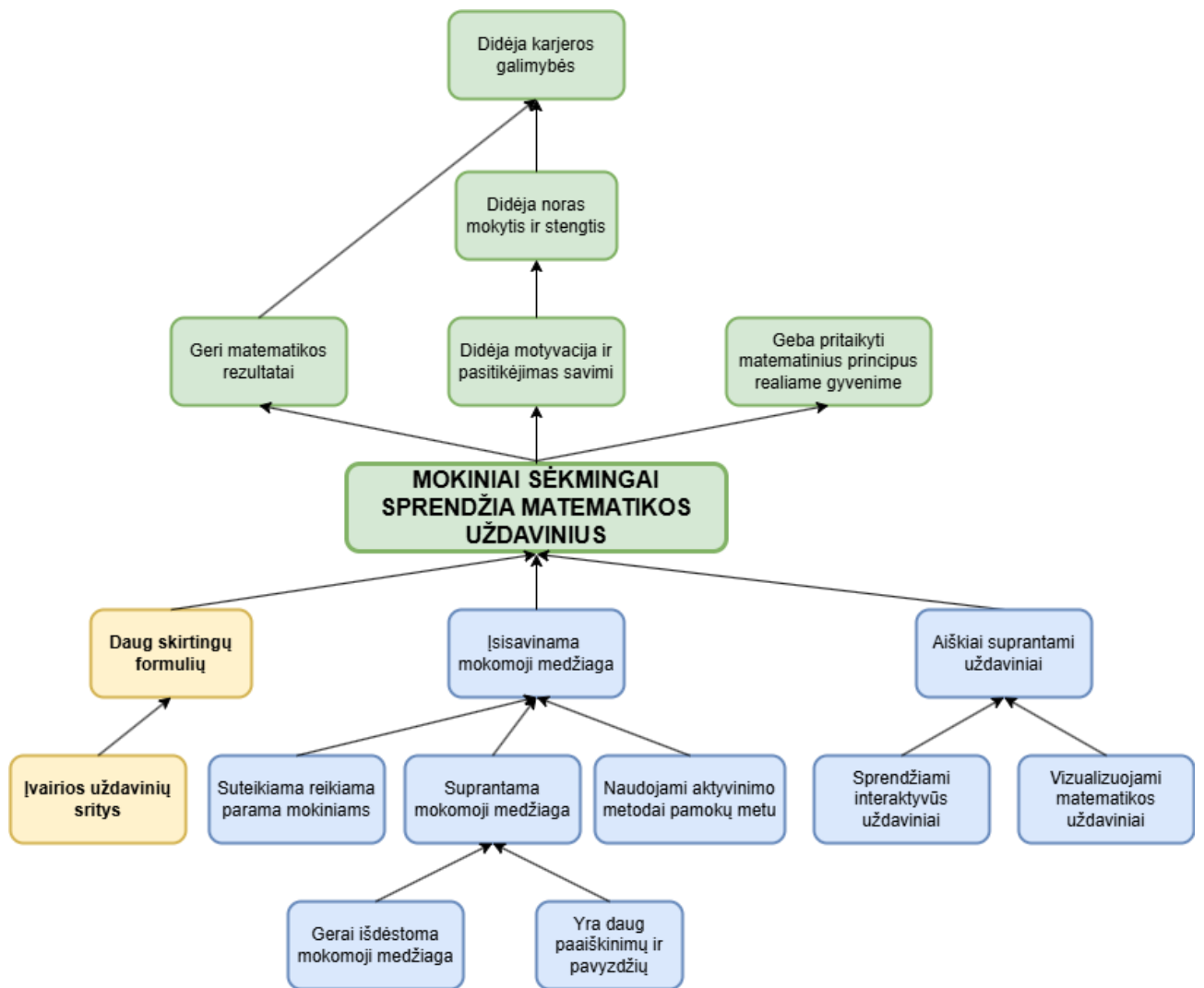
- matematikoje yra daug skirtingų formulių, kadangi pačiame matematikos dalyke yra įvairių uždavinių sričių, kurioms reikalingos vis kitokios formulės ir matematinės išraiškos;
- mokiniai neįsisavina mokomosios medžiagos ir nemoka pritaikyti žinių uždavinių sprendime dėl prastai išdėstomos medžiagos, pavyzdžių ar paramos trūkumo bei mokinių aktyvinimo metodų nenaudojimo pamokos metu;
- mokiniai ne pilnai arba visiškai nesupranta uždavinių, kokius žingsnius reikia atlikti norint juos išspręsti.

Šios priežastys nulemia prastus matematikos rezultatus, mažą motyvacijos kiekį, pasitikėjimą savimi, norą toliau mokytis ir tobulėti bei mažina mokinio ateities karjeros galimybes. Be to, mokiniams neįsisavinus matematikos žinių ir nemokant spręsti uždavinių, jie sunkiai pritaikys matematikos principus ir realiame gyvenime sprendžiant išskylančias problemas.



1 pav. Problemų medis

Problemoms spręsti buvo sudarytas tikslų medis (žr. 2 pav.). Norint, kad mokiniai sėkmingai spręstų matematikos uždavinius ir suprastų matematinius konceptus, reikia pateikti dar daugiau pavyzdžių, vaizdingiau išdėstyti mokomąją medžiagą, teikti mokiniams paramą mokymosi metu bei pamokose naudoti mokymosi aktyvinimo metodus. Jeigu uždaviniai būtų pateikiami suprantamiau arba aiškiau, tai turėtų įtakos mokiniams sėkmingiau juos išsprendžiant. Kuriant interaktyvius mokymosi uždavinius būtų užtikrinamas aktyvus mokymosi procesas, o taikant matematikos uždavinių vizualizacijas – uždaviniai būtų pateikiami labiau suprantamesne forma.



2 pav. Tikslų medis

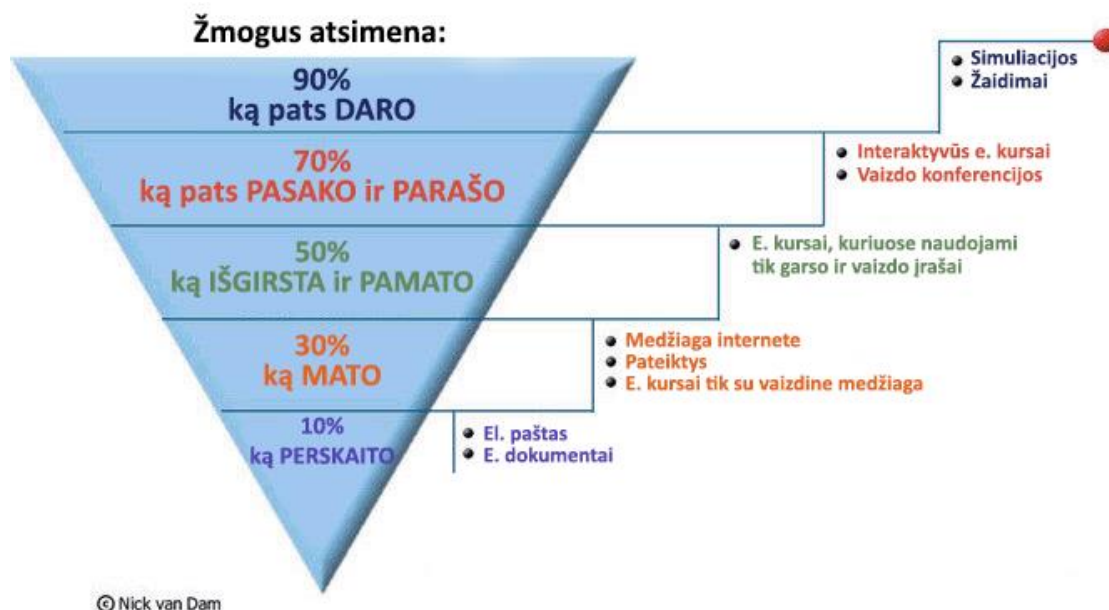
Norint detalizuoti mokiniams išskylančias problemas matematikos pamokos metu bei jų sprendimo galimybes, yra tikslinga išanalizuoti efektyvius, matematikos dalykui tinkančius, mokymosi būdus, atlikti besimokančiųjų poreikių tyrimą bei nustatyti kokio tipo uždaviniai sukurs efektyvią mokymosi koncepciją.

1.2. Efektyvūs matematikos mokymosi būdai

Mokymasis – sukauptos žmonijos patirties ir žinių suvokimas bei įsiminimas, teorinės ir praktinės veiklos mokėjimų ir įgūdžių įgijimas [7]. Norint sužinoti, ar mokymasis yra efektyvus, jį reikia įvertinti ir, jei yra galimybė, palyginti su ankstesniais mokymosi rezultatais. Matematikoje dažniausiai naudojamas formuojamasis vertinimas per visą mokymosi laikotarpį [8], kuris įgyvendinamas sprendžiant uždavinius atsiskaitymų metu. Taigi, ar mokinio mokymasis yra efektyvus ar ne, priklauso nuo jo pasiektų rezultatų atsiskaitymų metu. Tam, kad rezultatai būtų geri, mokiniai turi gebėti spręsti matematinius uždavinius ir juos suprasti, o daugelio mokinių rezultatai nukenčia būtent dėl klaidingo mokymosi uždavinių ar jų vertinimo kriterijų supratimo [9, p. 20].

Norint, kad mokymasis būtų efektyvus, turinys bei mokomoji medžiaga turėtų būti pateikti taip, kad besimokantysis galėtų išmokti bei įsiminti kuo daugiau. Pasak Nicko van Dam'o [10], kuris įvertinęs įvairias IT, išskyrė jas į kelis mokymosi lygmenis (žr. 3 pav.), besimokantieji daugiausiai įsimins

tada, kai jie patys aktyviai dalyvaus mokymosi procese – patys atsakinės, rašys bei atliks tam tikras veiklas. Tai pasiekti leidžia tokios technologijos kaip interaktyvūs e. kursai, e. seminarai, vaizdo konferencijos, simuliacijos bei žaidimai.



3 pav. Nicko van Dam'o trikampis

Hillmayr ir kt. atliko skaitmeninių mokymosi priemonių analizę ir tyrimo metu išvelgė mokymosi naudojant skaitmenines priemones potencialą, ypač dėl to, nes mokiniams dažnai sunku suprasti matematikos ar gamtos mokslų dalykus mokyklose [11]. Pastebėta, kad interaktyvios daugialypės terpės naudojimas buvo veiksmingas gerinant mokinių matematinio bendravimo įgūdžius [12], o interaktyvaus daugialypės terpės priemonėmis pagrįsto matematikos mokymosi proceso taikymas turi įtakos mokinių mokymosi interesams bei vertei, atsižvelgiant į mokinių mokymosi rezultatus [13]. Verta paminėti ir tai, kad Vlasenko ir kt. atliktame tyrime nustatyta, kad reikalingiausi mokomojo turinio tipai yra vaizdo paskaitos, animacija ir prezentacijos [14], o Syukri's, Marzal'is ir Muhaimin'as, išbandę konstruktyvizmo teorija grindžiamą interaktyvų matematikos mokymą, teigė, jog toks mokymas yra tinkamas ir naudingas, nes į mokymąsi galima įtraukti animaciją, vaizdo ir garso įrašus, todėl mokiniai jaučia didesnę susidomėjimą mokymusi [12].

1.3. Matematikos uždavinių vizualizavimo technologijos

Patikrinti, ar mokiniui pavyko suprasti matematikos sąvokas ir tam tikrą temą, paprasčiausia panaudojant matematikos uždavinius, kuriuos mokinys bando išspręsti. Pranaitytė ir Narkevičienė analizavo 2012–2021 metų VBE rezultatų kaitą ir pastebėjo, jog pagal egzaminų rezultatus, sunkiausi uždaviniai šiame periode buvo susiję su geometrija, o lengviausi – su skaičiais, skaičiavimais ir reiškiniiais [3, p. 10]. Tai gali būti dėl to, nes mokiniai sunkiai įsivaizduoja pačius uždavinius, kurie reikalauja erdvinio mąstymo, uždavinių sąlygas arba nežino tinkamų sprendimo būdų. Vizualizuojant uždavinius, vizualiai parodant, kaip vienos ar kitos srities uždaviniai yra sprendžiami, mokiniams leis lengviau įsivaizduoti pačius uždavinius ir suprasti visą sprendimo eigą.

Matematikos uždavinius vizualizuoti galima įvairiais būdais. Tradiciniame mokyme naudojamos šios vizualizacijos: iliustracijos, lentelės, grafikai, schemas, diagramos [15, p. 2]. Pereinant iš tradicinio į elektroninį mokymą, vizualizavimo galimybės prasiplėtė, kadangi buvo pradėtos naudoti

informacinės technologijos. Be to, kad tradicinio mokymo vizualizacijos buvo skaitmenizuotos, atsirado galimybė daryti jas interaktyvias – keičiant parametrus, atitinkamai atsinaujina vizualizacija [16, p. 8]. Vizualizavimui taip pat pradėtos taikyti animacijos [17], virtualios realybės [18] ir papildytos realybės [19] technologijos.

Mansor ir kt. teigia, kad „animacija gali paaikškinti medžiagą, kurią sunku įsivaizduoti“ [4, p. 4]. Išanalizavus dar kelių autorių darbus, išsiaiškinta, kad animacija švietime gali pasitarnauti kaip naudinga pagalbinė priemonė, padedanti vizualiai parodyti tai, ką kitu atveju būtų sunku paaikškinti [20, p. 5]. Pasak Pielikienės, mokymosi motyvacijos stoka daro didelę įtaką mokymosi rezultatams [21, p. 15], o Rachmavita teigia, jog animacinių vaizdo įrašų naudojimas gali padidinti mokinių mokymosi motyvaciją, ypač matematikos, kuri mokiniams kartais būna sudėtinga [17, p. 6]. Bet to, išsiaiškinta, kad audiovizualinių medijų technologijų naudojimas ugdymo procese gali padidinti motyvaciją ir suvokimo įgūdžius, kas įtakos mokymosi rezultatus [22, p. 9]. Tačiau vizualus reikėtų derinti su tinkamu mokymo metodu [23, p. 17] ir teisingai integruoti vizualų, animacijos turinį į mokymo veiklą [24, p. 3].

Naudojant informacines technologijas mokymo procese, mokiniai gali gauti daugiau naudos, o viena iš tokių technologijų yra animacija [20, p. 3]. Žiūrint plačiau, kompiuterinė animacija yra skirstoma į 2D ir 3D animaciją, tačiau kiekviena iš jų apima skirtingus pritaikymo ar panaudojimo būdus. Išanalizavus internetinius šaltinius ir įvairias programas, animacijos technologijų panaudojimo matematikos uždaviniams vizualizuoti galimybes galima išskirti į keturis tipus – interaktyvūs grafikai bei iliustracijos, aiškinamieji vaizdo įrašai bei animacijos, papildyta bei virtuali realybė ir edukaciniai žaidimai bei programėlės.

Pradedant nuo pirmojo tipo, interaktyvių grafikų bei iliustracijų, reikia pabrėžti, kad paprastai šio tipo technologijos nėra animuotos, tačiau turint interaktyvumo galimybę, joms galima suteikti animacijos savybių. Šiam tipui galima priskirti internetines grafines skaičiuokles, kaip *Desmos* ar *GeoGebra*, kuriose aprašius tam tikrą funkciją ir jos kintamuosius, galima stebėti, kaip kintamieji keičia funkciją. Be to, *Desmos* kūrėjai yra pateikę pavyzdį, kuriame galima nubraižyti vėžlio pozicijos priklausomybės nuo laiko grafiką, kuris įtakos animacijos rezultata, kas leidžia realiu laiku pamatyti grafiko pokyčio įtaką. Į šį animacijos technologijų tipą taip pat galima priskirti tokias vizualizavimo priemones, kaip skaidrės ar kitos iliustracijos, kurios gali būti šiek tiek interaktyvios ir kurias galima papildyti animacijos elementais, tokiais kaip išdidinimas ir sumažinimas (angl. *Zoom in and out*), atsiradimas ir išnykimas (angl. *Fade in and out*) ir pan. *Microsoft PowerPoint* ir *Prezi* yra kelios iš daugybės tokio tipo vizualizavimo priemonių pavyzdžių. Tokias priemones galima panaudoti primityviam uždavinio sąlygos ar sprendimo eigos atvaizdavimui.

Antrasis, aiškinamųjų vaizdo įrašų bei animacijų tipas yra labiausiai paplitęs internete. Jis susideda iš vaizdo pamokų bei įvairių edukacinių animacijų. Šio tipo vizualizacijos gali būti talpinamos tokiose platformose, kaip *YouTube*, virtualiose edukacinėse aplinkose, kaip *Moodle*, ir kitose internetinėse svetainėse. Aiškinamiesiems vaizdo įrašams ir animacijoms kurti priemonių yra labai daug. Kūrimui galima naudoti tokią programinę įrangą, kaip *Adobe After Effects*, *Spine 2D*, *Moho* ar *Manim*. Pagrindinis skirtumas tarp aiškinamųjų vaizdo įrašų ir aiškinamųjų animacijų yra apimtis. Aiškinamieji vaizdo įrašai gali apimti vieną ar kelis uždavinius, o aiškinamosios animacijos turėtų būti trumpos, apimančios ir atvaizduojančios veiksmus uždaviniui spręsti. Vaizdo įrašais ir animacijomis galima detalai ir vaizdingai atvaizduoti sprendimo būdą, atliekamus veiksmus bei

paaikinti ir vizualizuoti patį uždavinį. Be to, trumpos animacijos tinka matematinių konceptų, algoritmų, sąryšių ir struktūrų atvaizdavimui [25, p. 7].

Trečiasis, papildytos bei virtualios realybės animacijos technologijų panaudojimo tipas apima kompiuterines ir mobilias programėles, į kurias yra integruotas animuotas mokomasis objektas ir kuris gali būti vizualizuojamas panaudojus virtualios arba papildytos realybės technologijas. Vienas iš būdų realizuoti tokią vizualizaciją yra pasitelkiant *Unity* žaidimų variklį ir integruojant *Vuforia* papildinį. Papildytos realybės technologijos naudojimas yra edukacinė naujovė, kuri gali teigiamai prisidėti prie geometrinių sąvokų supratimo gerinimo, erdvinės vizualizacijos plėtojimo ir mokinių motyvacijos didinimo [26, p. 17]. Taigi, šio tipo vizualizacijas galima taikyti geometrinių ar kokių nors kitų figūrų atvaizdavimui, kurias mokiniams sunkiau įsivaizduoti, ir jų manipuliavimui, kaip sukiojimas ar išdidinimas.

Paskutinis, edukacinių žaidimų bei programėlių tipas, sudarytas iš tokių programėlių bei priemonių, kuriomis mokymosi procesą galima paversti žaidimais grįstu mokymusi. Šiam tipui priklauso tokios programėlės kaip *Brilliant* ar *Matific*. Malvasi, Gil-Quintana's ir Bocciolesi's teigia, jog rimti žaidimai gali pakeisti mokymosi metodiką, padidinti motyvaciją mokytis matematikos ir pagerinti mokinių daromą pažangą [27], o Kartika ir kt. paantrina, kad edukacinių žaidimų technologijos, kaip interaktyvios mokymosi priemonės, naudojimas yra vienas iš tinkamų būdų tobulinti mokinių kūrybinio mąstymo įgūdžius [28].

Atsižvelgiant į šių technologijų tipų realizacijos sudėtingumą, naudojimo lengvumą, prieinamumą ir dalinimosi galimybes, baigiamajam darbui realizuoti tinkamiausi technologiniai sprendimai yra interaktyvūs grafikai bei iliustracijos ir aiškinamieji vaizdo įrašai bei animacijos.

1.4. Skyriaus išvados

1. Kad mokymasis būtų efektyvus, besimokantysis turi aktyviai dalyvauti mokymosi procese, o aktyvumą skatina interaktyvios daugialypės terpės, į mokymosi procesą įtraukiamos vizualizacijos;
2. Galima teigti, jog skaitmeninės priemonės turi teigiamą įtakos matematikos mokymosi procese ir vertėtų plačiau pasidomėti animacijos bei interaktyvumą užtikrinančių technologijų panaudojimu matematikos mokymesi vizualizuojant tam tikrą informaciją;
3. Apžvelgus animacijos technologijų panaudojimo matematikos uždaviniams vizualizuoti galimybes išskirti keturi technologijų tipai – interaktyvūs grafikai bei iliustracijos, aiškinamieji vaizdo įrašai bei animacijos, papildyta bei virtuali realybė ir edukaciniai žaidimai bei programėlės.

2. Mokinių poreikių ir matematikos uždavinių vizualizavimo aktualumo tyrimas

Tyrimo problema – matematikos rezultatai vis dar nėra geri, nes mokiniai sunkiai supranta ir sprendžia matematikos uždavinius.

Tyrimo tikslas – sužinoti kelintos klasės matematikos pamokoms bei kokio tipo uždaviniams būtų naudingas vizualizavimas.

Tyrimo uždaviniai:

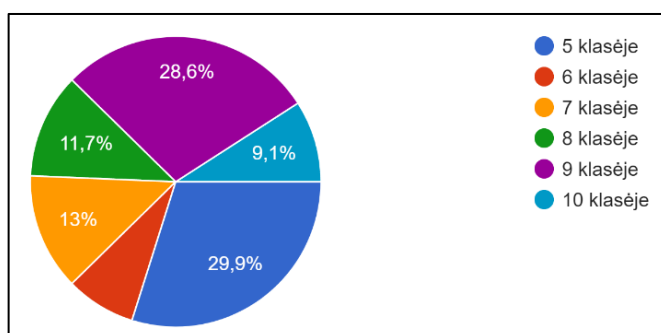
1. išsiaiškinti kokių priemonių mokinių nuomone trūksta matematikos pamokose;
2. išsiaiškinti kelintos klasės mokiniams būtų aktualus uždavinių vizualizavimas;
3. išsiaiškinti kokio tipo uždaviniams būtų naudingas vizualizavimas;
4. išsiaiškinti mokinių požiūrį į vizualizacijas.

Tyrimas atliktas naudojant anonimines anketines apklausas „Google Forms“ įrankio pagalba. Anketa sudarė 23 klausimų iš kurių 17 klausimų su ribotais pasirinkimais ir 6 atviro tipo klausimai. Pilnas klausimynas pateiktas 1 priede.

Anketa pasidalinta su matematikos mokytojais, kurie veda pamokas V–X klasių mokiniams siekiant, kad respondentai būtų tik atitinkamų klasių mokiniai.

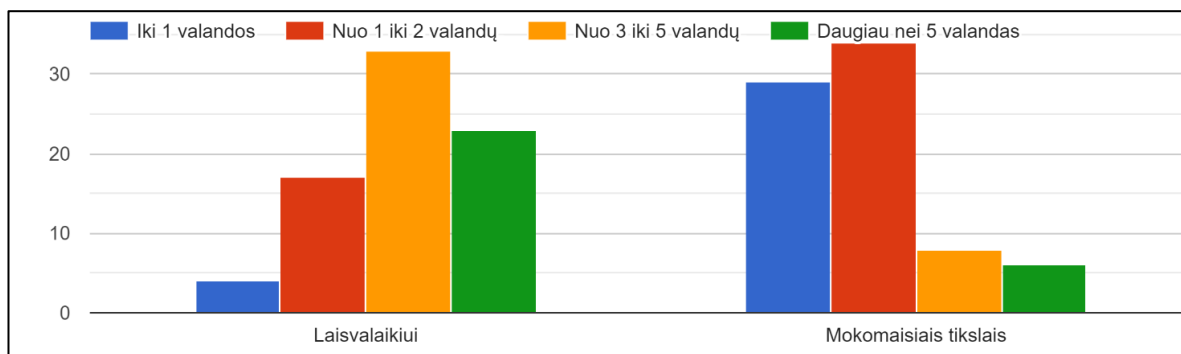
2.1. Poreikio, uždavinių vizualizavimui, apklausos rezultatai

Į apklausą atsakė 77 įvairaus amžiaus matematiką besimokantys mokiniai iš Lietuvos mokyklų. Nors apklausiami buvo V–X klasių mokiniai, didžiąją dalį atsakiusių (58,5 %) sudarė V ir IX klasių mokiniai, o mažiausią aktyvumą parodė mokiniai, esantys VI ir X klasėse (16,9 %). Galima padaryti išvadą, kad į šios apklausos pildymą respondentų amžius reikšmės neturėjo (žr. 4 pav.).



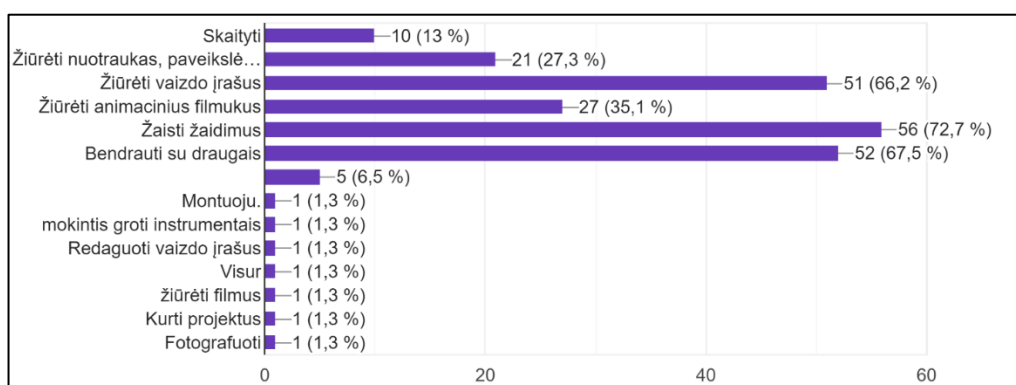
4 pav. Klausimo, kurioje klasėje mokinys mokosi, rezultatai

Paprašius nurodyti, kiek vidutiniškai laiko kasdien mokiniai naudojami kompiuteriu ar mobiliuoju įrenginiu laisvalaikiui bei mokomaisiais tikslais, pastebėta, kad laisvalaikiui mokiniai dažniausiai praleidžia nuo 3 iki 5 valandų, o mokomaisiais tikslais – tik 1–2 valandas. Tam priežasčių gali būti įvairių, tačiau galima padaryti išvadą, jog kuriant edukacinę turinį mokiniams, reikėtų jį daryti nedideliais gabaliukais, kad kuo daugiau mokinių galėtų ar turėtų noro jį peržiūrėti, net ir tie, kurie informacines technologijas mokomaisiais tikslais naudoja mažiau negu 1 valandą (žr. 5 pav.).



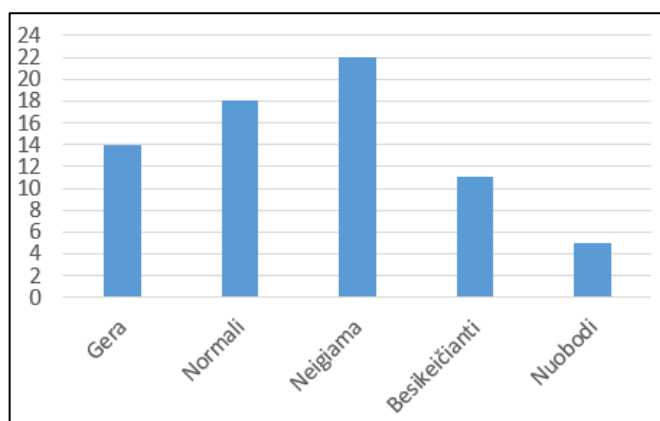
5 pav. Klausimo, kiek vidutiniškai laiko kasdien naudojasi kompiuteriu ar mobiliuoju įrenginiu, rezultatai

Pasiteiravus, ką mokiniai dažniausiai veikia naudodamiesi kompiuteriu ar mobiliuoju įrenginiu, galima pastebėti, kad mokiniams labiausiai patinka žaisti žaidimus, bendrauti su draugais bei žiūrėti vaizdo įrašus. Dvigubai mažiau balsų surinko animacinių filmukų bei nuotraukų, paveikslėlių žiūrėjimo pasirinkimai. Galima manyti, kad edukacinių žaidimų, vaizdinės medžiagos naudojimas galėtų turėti teigiamą efektą matematikos mokymesi (žr. 6 pav.).



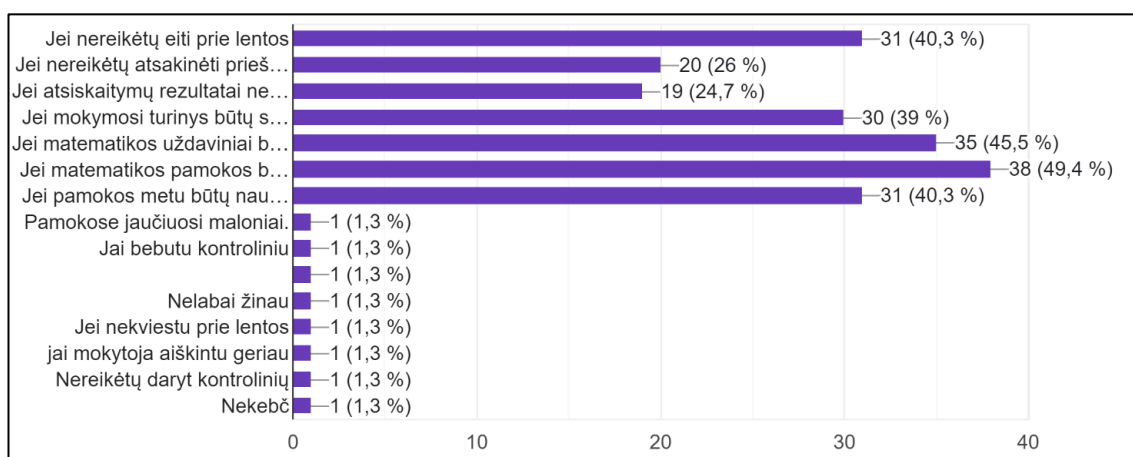
6 pav. Klausimo, ką labiausiai patinka daryti kompiuteryje ar mobiliajame įrenginyje, rezultatai

Paprašius mokinių apibūdinti jų savijautą matematikos pamokos metu, į klausimą atsakė 72 mokiniai iš 77, o du iš jų, nebuvo priimtini. Kadangi klausimas buvo atvirojo tipo, analizės metu atsakymai sugrupuoti į penkias grupes – „gera“, „normali“, „neigiama“, „besikeičianti“ ir „nuobodi“. Galima pastebėti, kad dauguma mokinių (28,57 % atsakiusiųjų) jaučia neigiamas emocijas, kas mažina motyvaciją bei norą mokytis. Tačiau nemažai mokinių (atitinkamai 25,71 % ir 20 %) matematikos metu jaučiasi neutraliai bei gerai. Verta paminėti, kad 15,71 % mokinių savijauta nėra pastovi, o keičiasi, priklausomai nuo dienos, pamokos temos ar veiklos, kurią atlieka pamokų metu (ar tik sprendžia uždavinius, ar atlieka testą ir pan.). Galima daryti išvadą, kad mokiniams reikėtų priemonių (ar pakeitimų pamokos vykdyme) padarančių matematikos pamokas emociškai malonesnėmis (žr. 7 pav.).



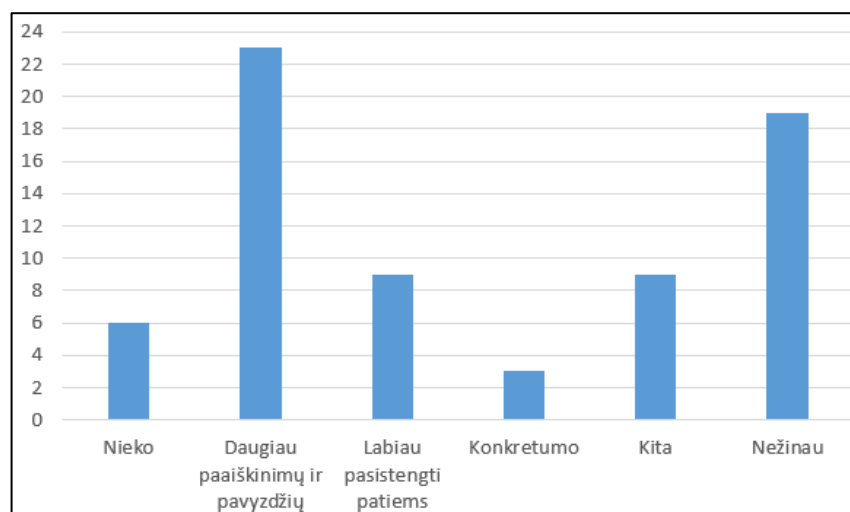
7 pav. Klausimo, apie respondentų savijautą matematikos pamokos metu, rezultatų apibendrinimas

Respondentų pasiteiravus, kas jų nuomone pagerintų savijautą matematikos pamokose, daugiausiai balsų gavo „jei matematikos pamokos būtų įdomesnės“ (49,4 %) ir „jei matematikos uždaviniai būtų suprantamesni“ (45,5 %) pasirinkimai. Šiek tiek mažiau balsų gavo „jei nereikėtų eiti prie lentos“ (40,3 %), „jei pamokos metu būtų naudojamos informacinės technologijos“ (40,3 %) bei „jei mokymosi turinys būtų suprantamesnis“ (39 %) pasirinkimai. Pagal šiuos rezultatus, galima daryti išvadą, jog mokiniams nėra lengva suprasti matematikos uždavinius bei patį turinį. Taip pat, matosi, jog yra poreikis labiau integruoti informacines technologijas į matematikos pamokas (žr. 8 pav.).



8 pav. Klausimo, kas galėtų pagerinti savijautą matematikos pamokų metu, rezultatai

Pasiteiravus, ko trūksta, kad uždavinių sąlygos būtų suprantamesnės, į atvirą klausimą atsakė visi 77 respondentai, tačiau 8 atsakymai nebuvo priimtini ar susiję su klausimu. Analizės metu atsakymai buvo sugrupuoti į šešias grupes – „nieko“, „daugiau paaiškinimų ir pavyzdžių“, „labiau pasistengti patiems“, „konkretumo“, „kita“ ir „nežinau“. Daugiausia atsakymų (33,33 %) priklauso antrai grupei, kuri mano, kad trūksta geresnių arba daugiau paaiškinimų ir pavyzdžių. Respondentų, atsakiusių, kad nežino, ko reikėtų, kad uždavinių sąlygos būtų suprantamesnės, buvo 19 (27,54 %), o atsakiusių, kad nieko netrūksta ir, kad sąlygos yra suprantamos, buvo tik 6 (8,7 %). Iš atsakymų matosi, kad mokiniams matematikos pamokose reikia daugiau arba detalesnių paaiškinimų ir pavyzdžių (žr. 9 pav.).



9 pav. Klausimo, ko trūksta, kad uždavinių sąlygos būtų suprantamesnės, rezultatų apibendrinimas

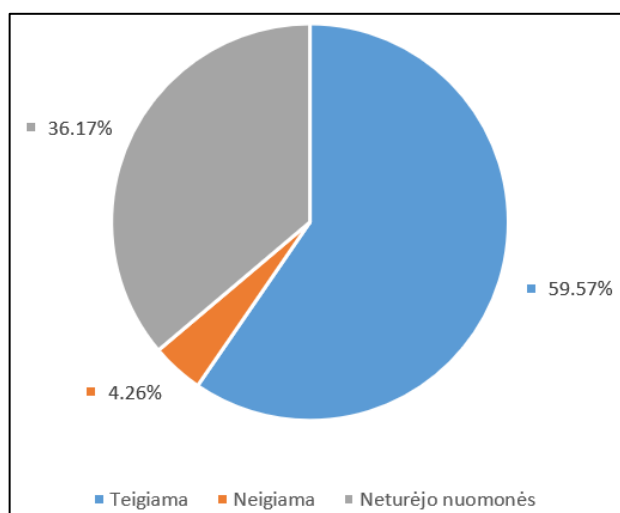
Pasiteiravus, kas padėtų prisiminti ar suprasti matematikos uždavinių sprendimo būdus, atsakė visi 77 respondentai, tačiau 7 iš jų nebuvo priimtini ar susiję su klausimu. Kadangi tai buvo atvirojo tipo klausimas, analizės metu respondentų atsakymai buvo sugrupuoti. Daugiausiai respondentų (16) atsakė, jog nežino, kas galėtų padėti suprasti ar įsiminti uždavinių sprendimo būdus, tačiau atsakymų grupės „dažniau spręsti ir kartotis“, „daugiau paaiškinimų ir pavyzdžių“ bei „mokytojų, draugų, šeimos pagalba“ sulaukė po 12 atsakymų. Respondentų, atsakiusių, kad nieko nereikia ar niekas nepadėtų, bei, kad reikia daugiau pamokų atitinkama tema, buvo tik po 2. Iš šių rezultatų galima daryti išvadą, kad mokiniams yra poreikis gauti papildomos pagalbos iš aplinkinių, mokytojų, bei turėti daugiau uždavinių pavyzdžių ar detalesnių paaiškinimų norint geriau suprasti, kaip spręsti uždavinius (žr. 10 pav.).



10 pav. Klausimo, kas padėtų prisiminti ar suprasti matematikos uždavinių sprendimo būdus, rezultatų apibendrinimas

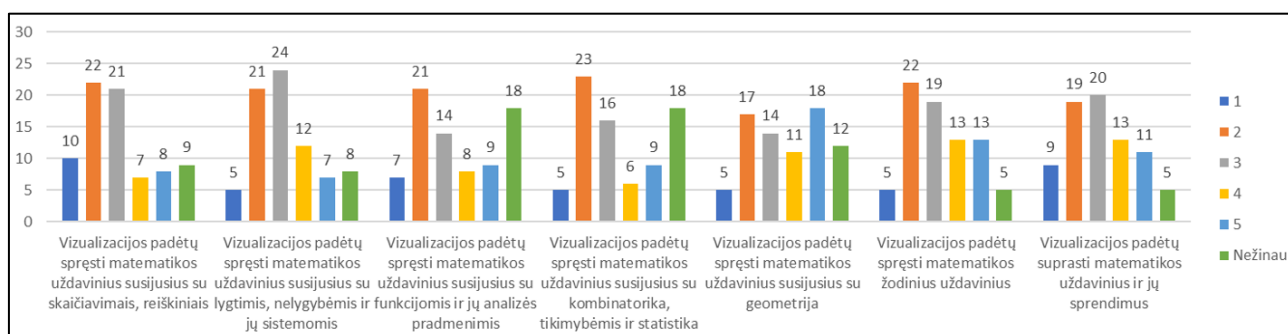
Mokinių paklausta, jei tekę susidurti su vizualizacijomis pamokų metu, kokia yra jų nuomonė apie vizualizacijų naudojimą. Į atvirą klausimą atsakė 69 respondentai, 7 atsakymai buvo nepriimtini, o 15-oje iš jų, respondentai dar kartą paminėjo, kad su vizualizacijomis nėra tekę susidurti. Analizuojant likusius atsakymus, jie buvo sugrupuoti į „teigiamą“, „neigiamą“ ir „nuomonės neturėjimo“ grupes. Daugiausia respondentų (59,57 %) turėjo teigiamą patirtį ir nuomonę apie vizualizacijas, 36,17 % respondentų neturėjo nuomonės, o tik pora respondentų (4,26 %) atsiliepė

neigiamai apie jas, iš kurių vienas respondentas paminėjo, kad ir taip gali viską įsivaizduoti. Iš teigiamą nuomonę turinčių mokinių atsakymų galima paminėti, jog jiems vizualizacijos padarė pamokas įdomesnes, linksmesnes bei labiau suprantamas. Keli respondentai taip pat paminėjo, kad reiktų kuo daugiau vizualizacijų, tačiau jos turėtų būti tinkamos bei po jų būtų pateikiami pavyzdžiai. Apibendrinant rezultatus, galima daryti išvadą, kad mokiniams patinka vizualizacijos, tačiau, kaip ir buvo paminėta respondentų, jos turi būti tinkamai panaudotos (žr. 11 pav.).



11 pav. Klausimo, apie vizualizacijų naudojimą pamokų metu, rezultatų apibendrinimas

Mokinių paprašyta įvertinti teiginius apie vizualizacijų pagalbą sprendžiant matematikos uždavinius, kur 1 balas reiškė visišką nesutikimą, o 5 – visišką sutikimą. Iš karto galima pamatyti, kad daugiausiai (18) aukščiausio balo sulaukė teiginys apie geometriją (žr. 12 pav.).



12 pav. Klausimo, apie vizualizacijų pagalbą sprendžiant matematikos uždavinius, rezultatai

Išsamesnei analizei, neįtraukiant neturinčių nuomonės (nežinančiųjų) balsų, apskaičiuoti įvertinimų vidurkiai bei standartinis nuokrypis (žr. 1 lentelę). Galima pastebėti, kad aukščiausius vidurkius turi teiginiai, kur vizualizacijos padeda su geometrija, žodiniais uždaviniais ir lygtimis, nelygybėmis ir jų sistemomis. Be jų, aukštą vidurkį (2,97) turėjo teiginys „vizualizacijos padėtų suprasti matematikos uždavinius ir jų sprendimus“. Verta paminėti, kad teiginiai buvo artimi viduriniam įvertinimui, kas taip pat gali reikšti, kad respondentai nėra visiškai įsitikinę, ar sutinka su teiginiais, ar nesutinka. Pažvelgiant į standartinius nuokrypius, galima pamatyti, kad mažiausią standartinį nuokrypį (1,19) turėjo teiginys apie vizualizacijų teikiamą naudą sprendžiant uždavinius, susijusius su lygtimis, nelygybėmis ir jų sistemomis. Tai reiškia, jog respondentų nuomonės šiuo teiginiu sutapo labiausiai. Didžiausią standartinį nuokrypį (1,78) turėjo teiginys, susijęs su geometrija, kas reiškia, jog respondentų nuomonė šiuo teiginiu išsiskyrė labiausiai.

1 lentelė. Vizualizacijų pagalbos sprendžiant matematikos uždavinius įvertinimai

	Vidurkis	Standartinis nuokrypis	Atsakymų kiekis
Vizualizacijos padėtų spręsti matematikos uždavinius susijusius su skaičiavimais, reiškiniiais	2,72	1,43	68
Vizualizacijos padėtų spręsti matematikos uždavinius susijusius su lygtimis, nelygybėmis ir jų sistemomis	2,93	1,19	69
Vizualizacijos padėtų spręsti matematikos uždavinius susijusius su funkcijomis ir jų analizės pradmenimis	2,85	1,58	59
Vizualizacijos padėtų spręsti matematikos uždavinius susijusius su kombinatorika, tikimybėmis ir statistika	2,85	1,44	59
Vizualizacijos padėtų spręsti matematikos uždavinius susijusius su geometrija	3,31	1,78	65
Vizualizacijos padėtų spręsti matematikos žodinius uždavinius	3,10	1,50	72
Vizualizacijos padėtų suprasti matematikos uždavinius ir jų sprendimus	2,97	1,58	72

Apibendrinant rezultatus, galima daryti išvadą, jog respondentai neutralūs tuo požiūriu, kad vizualizacijos gali padėti sprendžiant ir suprantant matematikos uždavinius, o didžiausią naudą mato vizualizuojant geometrijos, lygčių bei nelygybių ir žodinius uždavinius. Remiantis atliktu tyrimu buvo parengtas ir publikuotas straipsnis *ALTA '24* konferencijoje (pateiktas 2 priede).

2.2. Skyriaus išvados

1. Atlikus apklausą nustatyta, jog mokiniams trūksta paramos mokymo procese, reikia daugiau bei detalesnių uždavinių pavyzdžių. Taip pat, mokiniai mato poreikį į mokymąsi labiau integruoti informacines technologijas.
2. Išanalizavus apklausos rezultatus pastebėta, kad didžiausią susidomėjimą apklausa parodė V ir IX klasių mokiniai (į apklausą atsakė atitinkamai 29,87 % ir 28,57 % visų respondentų). Galima manyti, jog šių klasių mokiniams matematikos uždavinių vizualizacijos būtų aktualiausias.
3. Pagal respondentų atsakymus, jiems sunkiausi yra žodiniai uždaviniai, uždaviniai susiję su lygtimis, nelygybėmis ir geometrijos uždaviniai.
4. Apklausa parodė, jog mokiniai mano, kad vizualizacijos padaro pamokas įdomesnes, praturtina mokymosi medžiagą bei palengvina informacijos įsisavinimą. Be to, mokiniai didžiausią naudą mato vizualizuojant geometrijos, lygčių bei nelygybių ir žodinius uždavinius.

3. Matematikos uždavinių vizualizavimo scenarijaus projektavimas

Projektuojant matematikos uždavinių vizualizavimo scenarijų, svarbu pasirinkti mokymosi aplinką, kurioje bus talpinamos mokiniams prieinamos vizualizacijos. Renkantis mokymosi aplinką ir uždavinių vizualizavimo priemones, svarbu atsižvelgti į probleminę sritį, t. y. sudėtingą matematikos uždavinių suvokimą ir sprendimą, bei būsimų naudotojų poreikius ir nustatyti funkcinis ir nefunkcinis reikalavimus mokymosi aplinkai.

3.1. Vizualizacijoms integruoti skirtos virtualiosios mokymosi aplinkos architektūra

Virtualiosios mokymosi aplinkos (VMA) paskirtis – pateikti mokiniams matematikos uždavinių vizualizacijas, kurios gali būti interaktyvaus uždavinio ar animacijos forma.

Pagrindiniai rengiamos VMA dalyviai – mokiniai, kurie galės naudotis pateiktu mokomuoju turiniu ir aplinkos administratorius, kuris rengs mokomąjį turinį, paruos ir integruos vizualizacijas, plėtos ir prižiūrės mokymosi aplinką bei valdys jos dalyvius, t. y. integruos vizualizavimo scenarijų į mokymosi aplinką. Mokytojai, nors taip pat gali dalyvauti rengiamoje VMA, nėra pagrindiniai dalyviai todėl išskirtinių funkcijų nuo mokinių, išskyrus diskusijų forumų moderavimą, neturi.

Rengiama virtuali mokymosi aplinka turėtų užtikrinti reikiamą funkcionalumą. Reikalingas funkcionalumas išskaidytas į keturias grupes aplinkos administravimo aspektu:

1. administravimas ir naudotojų valdymas – administratorius atsakingas už aplinkos rengimą, plėtojimą, paskyrų valdymą;
2. turinio rengimas ir teikimas – administratorius rengia mokomąjį turinį ar vizualizacijas integruotais aplinkoje arba išoriniais įrankiais bei patalpina juos į virtualiąją mokymosi aplinką. Mokiniai peržiūri mokomąjį turinį, vizualizacijas;
3. interaktyvių veiklų teikimas – administratorius rengia interaktyvių vizualizacijų veiklas, mokiniai gali peržiūrėti ir sąveikauti su interaktyviomis vizualizacijomis;
4. komunikavimas – administratorius ir mokytojai gali skelbti naujienas forume, bendrauti su mokiniais, o mokiniai gali užduoti klausimus diskusijų forumuose, skaityti pranešimus ir bendrauti su administratoriumi bei kitais naudotojais.

Reikalavimai vizualizacijoms integruoti skirtai virtualiajai mokymosi aplinkai

Toliau pateikiami apibendrinti funkciniai ir nefunkciniai reikalavimai virtualiajai mokymosi aplinkai, į kurią bus integruojamos sukurtos uždavinių vizualizacijos (žr. 2 ir 3 lenteles).

2 lentelė. Plėtojamoms VMA funkciniai reikalavimai pagal išskirtas funkcijų grupes aplinkos administravimo aspektu

Funkcijų grupė	Funkcinis reikalavimas	Naudotojas
Administravimo ir naudotojų valdymo	Parengti kurso skyrių	Administratorius
	Tvarkyti kurso nustatymus	
	Valdyti dalyvius	
	Valdyti kurso dalyvių teises	
Turinio rengimo ir teikimo	Parengti mokymosi turinį	Administratorius
	Redaguoti mokymosi turinį	
	Keisti veiklos nustatymus	Mokinys
Peržiūrėti mokymosi turinį		

Interaktyvių veiklų teikimo	Parengti vizualizacijos veiklą Redaguoti vizualizacijos veiklą	Administratorius
	Naudoti interaktyvaus uždavinio vizualizaciją Peržiūrėti animacijos vizualizaciją	Mokinys
	Komunikavimo	Valdyti diskusijų forumą
	Skelbti naujienų forume Naikinti forumų žinutes	Mokytojas
	Įtraukti diskusijų temą Skaityti forumų žinutes Atsakyti į forumo žinutes	Mokinys

3 lentelė. Plėtojamos VMA nefunkciniai reikalavimai

Nefunkcinis reikalavimas	Naudotojas
Pasiekama internetu naudojant pagrindines modernias naršykles	Administratorius, mokytojas, mokinys
Galima naudotis per kompiuterį ir mobilųjį įrenginį	
Sistema lietuvių kalba	
Sistema vientisa	
Patogus naršymas	

Būsimų dalyvių funkciniai ir nefunkciniai reikalavimai suformuluoti atsižvelgiant į mokinių poreikius, surinktus atliktoje apklausoje, atsižvelgiant į probleminės srities problemų medį bei VMA techninius kriterijus.

Plėtojamos virtualiosios mokymosi aplinkos panaudojimo atvejai

Siekiant pasirinkti tinkamą aplinką vizualizacijų integravimui, svarbu atsižvelgti į nustatytus reikalavimus ir suprojektuoti baigiamajam darbui tinkančią virtualiąją mokymosi aplinką. Funkcijų grupių panaudojimo atvejai pateikti panaudojimo atvejų diagramose, o prie kiekvienos funkcijų grupės pateikta po vieną svarbiausio grupės panaudojimo atvejo specifikaciją ir veiklos diagramą.

Administravimo ir naudotojų valdymo funkcijų grupės panaudojimo atvejų diagrama pateikta 13 pav. Administratorius parengia kurso skyrius, koreguoja nustatymus bei registruoja naujus naudotojus, suteikdamas jiems atitinkamą rolę ir teises.



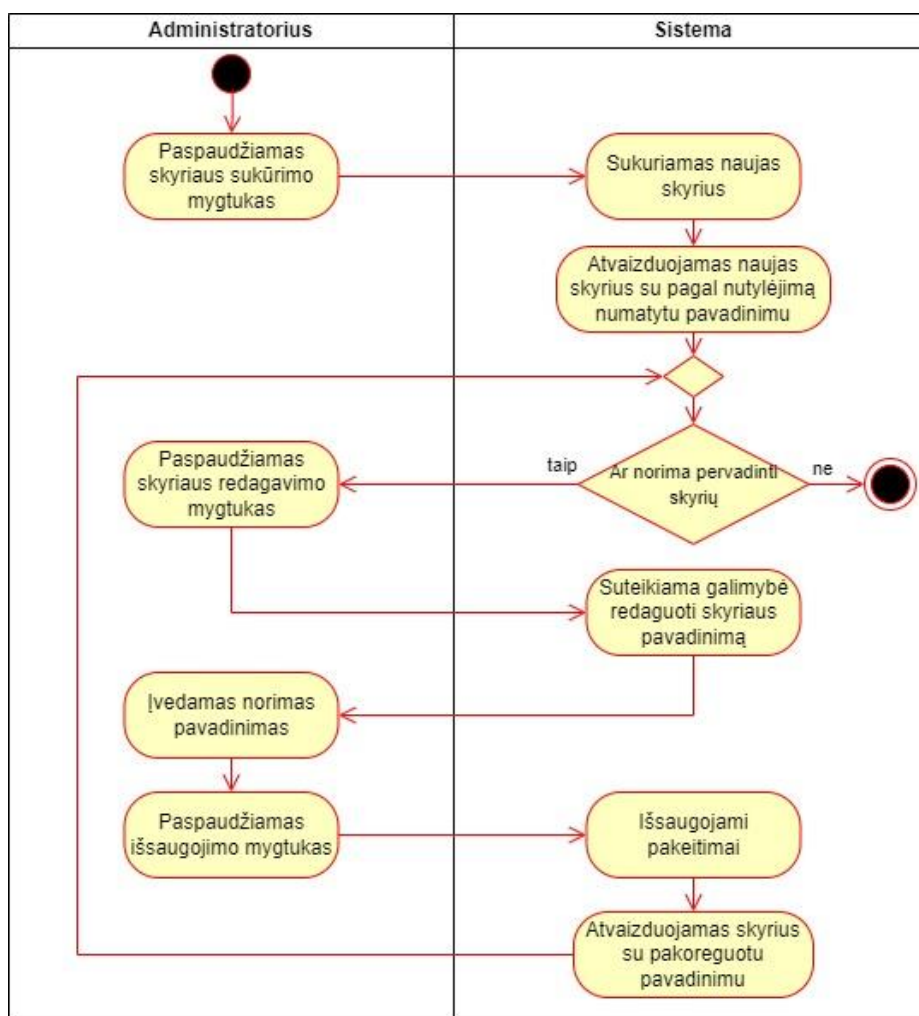
13 pav. Administravimo ir naudotojų valdymo funkcijų grupės panaudojimo atvejų diagrama

Panaudojimo atvejo „parengti kurso skyrių“ specifikacija pateikta 4 lentelėje.

4 lentelė. Panaudojimo atvejo „parengti kurso skyrių“ specifikacija

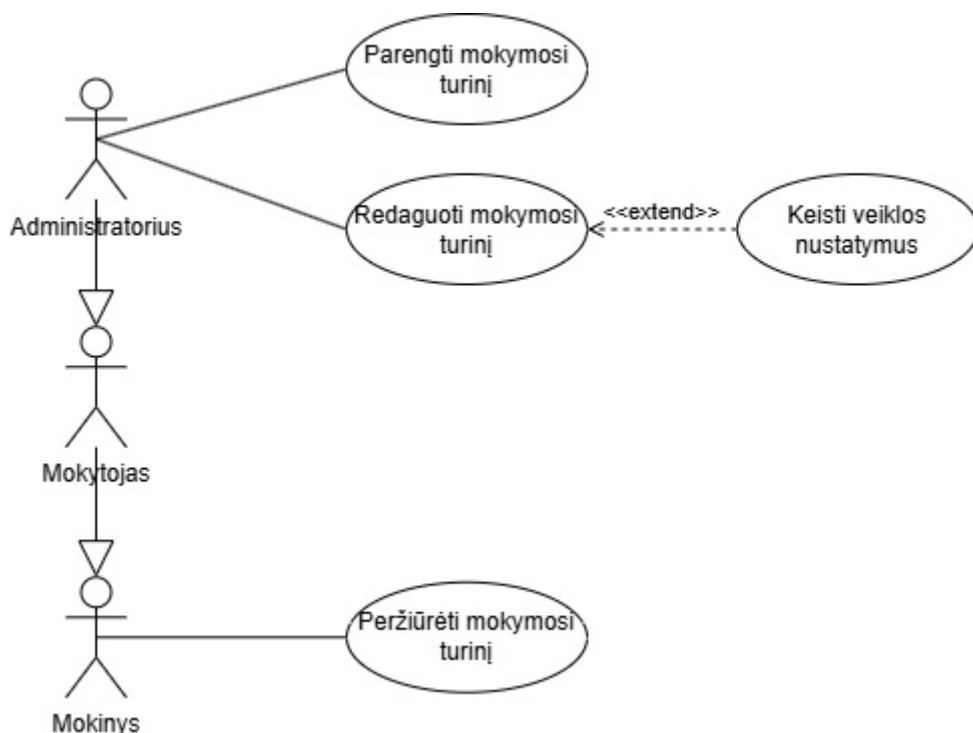
Panaudojimo atvejis	Parengti kurso skyrių
Tikslas	Sukurti naują skyrių kurse
Dalyviai	Administratorius
Ryšiai su kitais PA	-
Nefunkciniai reikalavimai	Sistema lietuvių kalba
Išankstinė sąlyga	Atidarytas kursas ir administratorius redagavimo režime
Sužadinimo sąlyga	Paspausti skyriaus kūrimo mygtuką
Įvykdymo sąlyga	Sukurta naujas skyrius
Pagrindinis scenarijus	1. Paspaudžiamas skyriaus kūrimo mygtukas 2. Sukuriamas naujas skyrius 3. Parašomas naujo skyriaus pavadinimas
Alternatyvus scenarijus	Nenurodomas naujas skyriaus pavadinimas

Pagal panaudojimo atvejo „parengti kurso skyrių“ specifikaciją, panaudojimo atvejis detalizuojamas 14 pav. esančioje veiklos diagramoje.



14 pav. Panaudojimo atvejo „parengti kurso skyrių“ veiklos diagrama

Turinio rengimo ir teikimo funkcijų grupės panaudojimo atvejų diagrama pateikta 15 pav. Visi dalyviai gali peržiūrėti mokymosi turinį (trumpą teorijos santrauką), bet tik aplinkos administratorius gali parengti ir redaguoti mokymosi turinį bei keisti sukurtų veiklų nustatymus.



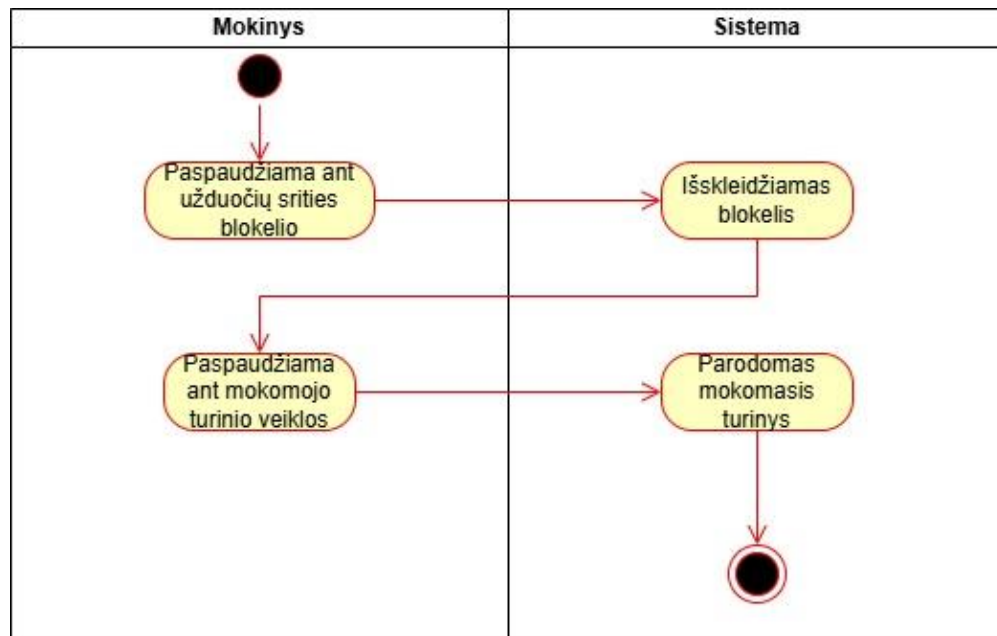
15 pav. Turinio rengimo ir teikimo funkcijų grupės panaudojimo atvejų diagrama

Panaudojimo atvejo „peržiūrėti mokymosi turinį“ specifikacija pateikta 5 lentelėje.

5 lentelė. Panaudojimo atvejo „peržiūrėti mokymosi turinį“ specifikacija

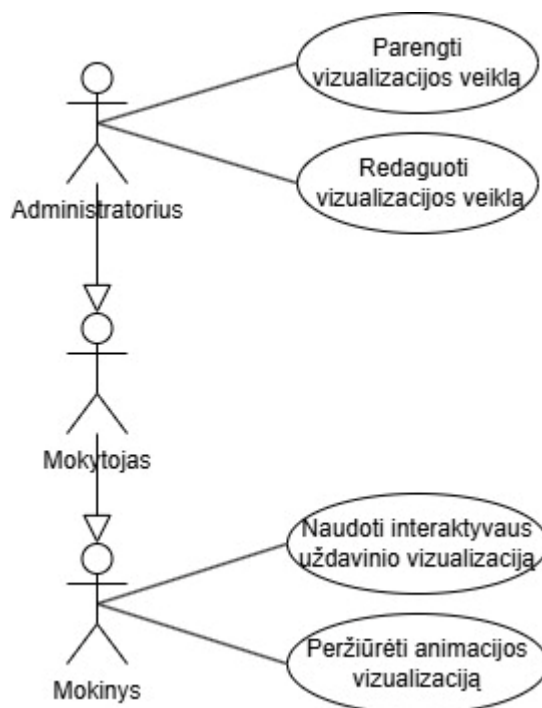
Panaudojimo atvejis	Peržiūrėti mokymosi turinį
Tikslas	Peržiūrėti pateiktą trumpą teorijos santrauką konkrečia tema
Dalyviai	Mokinys
Ryšiai su kitais PA	-
Nefunkciniai reikalavimai	Sistema lietuvių kalba, sistema vientisa
Išankstinė sąlyga	Atidarytas kursas
Sužadinimo sąlyga	Paspausti ant užduočių srities langelio
Įvykdymo sąlyga	Peržiūrėtas mokymosi turinys
Pagrindinis scenarijus	1. Paspaudžiama ant konkretaus užduočių srities blokelio 2. Paspaudžiama ant mokomojo turinio veiklos 3. Peržiūrimas mokomasis turinys
Alternatyvus scenarijus	-

Pagal panaudojimo atvejo „peržiūrėti mokymosi turinį“ specifikaciją, panaudojimo atvejis detalizuojamas 16 pav. esančioje veiklos diagramoje.



16 pav. Panaudojimo atvejo „peržiūrėti mokymosi turinį“ veiklos diagrama

Interaktyvių veiklų teikimo funkcijų grupės panaudojimo atvejų diagrama pateikta 17 pav. Administratorius gali rengti bei redaguoti vizualizacijų veiklas, o visi naudotojai – peržiūrėti animacijos tipo vizualizacijas bei naudotis interaktyvaus uždavinio tipo vizualizacijomis.



17 pav. Interaktyvių veiklų teikimo funkcijų grupės panaudojimo atvejų diagrama

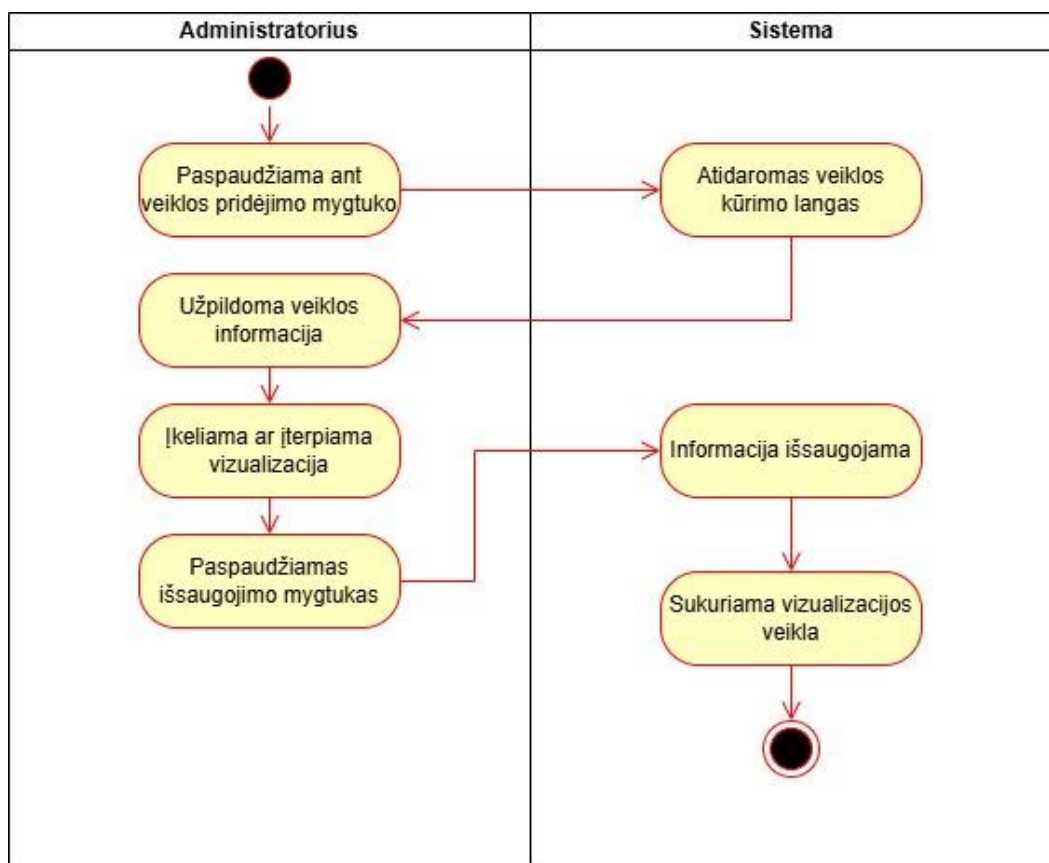
Panaudojimo atvejo „parengti vizualizacijos veiklą“ specifikacija pateikta 6 lentelėje.

6 lentelė. Panaudojimo atvejo „parengti vizualizacijos veiklą“ specifikacija

Panaudojimo atvejis	Parengti vizualizacijos veiklą
Tikslas	Pateikti mokiniams sukurtą vizualizaciją

Dalyviai	Administratorius
Ryšiai su kitais PA	-
Nefunkciniai reikalavimai	Sistema lietuvių kalba, sistema vientisa
Išankstinė sąlyga	Atidarytas kursas
Sužadinimo sąlyga	Paspausti ant veiklos pridėjimo mygtuko
Įvykdymo sąlyga	Parengta vizualizacijos veikla
Pagrindinis scenarijus	<ol style="list-style-type: none"> 1. Paspaudžiama ant veiklos pridėjimo mygtuko 2. Užpildoma veiklos informacija 3. Įkeliami ar įterpiami vizualizacijos failai 4. Išsaugomi pakeitimai 5. Sukuriama veikla su parengta vizualizacija
Alternatyvus scenarijus	<p>Neišsaugoma informacija Atsaukiamas veiklos rengimas Netinkamas failo dydis</p>

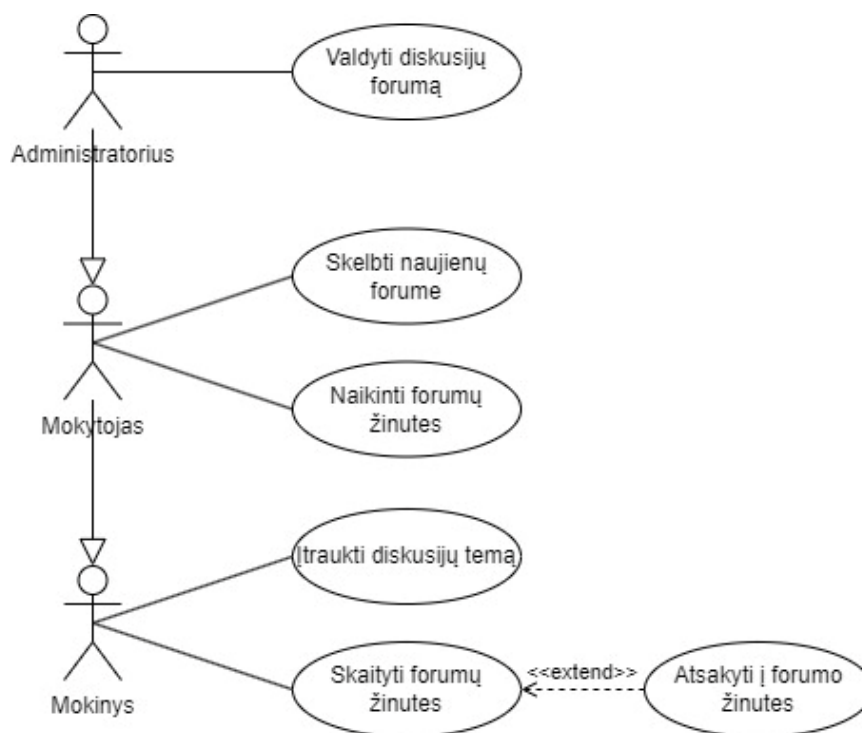
Pagal panaudojimo atvejo „parengti vizualizacijos veiklą“ specifikaciją, panaudojimo atvejis detalizuojamas 18 pav. esančioje veiklos diagramoje.



18 pav. Panaudojimo atvejo „parengti vizualizacijos veiklą“ veiklos diagrama

Komunikavimo funkcijų grupės panaudojimo atvejų diagrama pateikta 19 pav. Administratorius gali kurti bendrą ar kiekvienai temai atskirus diskusijų forumus, mokytojai gali skelbti su kursu susijusias naujienas naujienų forume bei naikinti dalyvių žinutes. Be to, visi naudotojai gali skaityti forumus, rašyti žinutes diskusijų forumuose ir įtraukti naujas diskusijų temas. Nors ši veikla kurse galima,

dalyviams ji yra visiškai neprivaloma ir yra skirta klausimams, komentarams ar grįžtamajam ryšiui teikti.



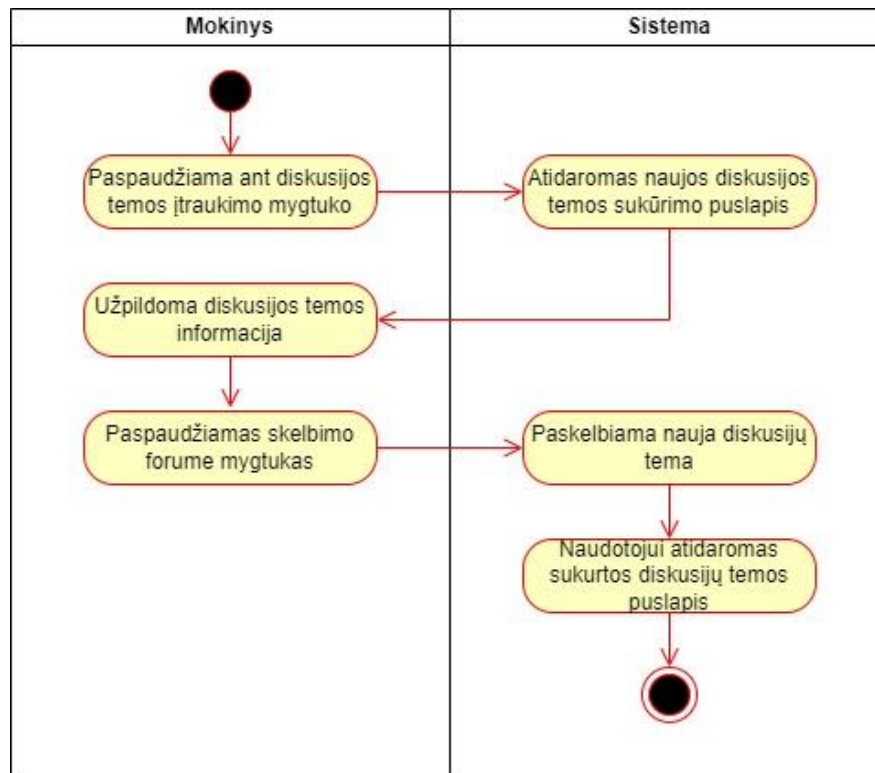
19 pav. Komunikavimo funkcijų grupės panaudojimo atvejų diagrama

Panaudojimo atvejo „įtraukti diskusijų temą“ specifikacija pateikta 7 lentelėje.

7 lentelė. Panaudojimo atvejo „įtraukti diskusijų temą“ specifikacija

Panaudojimo atvejis	Įtraukti diskusijų temą
Tikslas	Paskelbti naują diskusijų temą aktualiui klausimu
Dalyviai	Mokinys
Ryšiai su kitais PA	-
Nefunkciniai reikalavimai	Sistema lietuvių kalba, sistema vientisa, patogus naršymas
Išankstinė sąlyga	Atidarytas diskusijų forumas
Sužadinimo sąlyga	Paspausti diskusijos temos įtraukimo mygtuko
Įvykdymo sąlyga	Sukurta nauja diskusijų tema
Pagrindinis scenarijus	<ol style="list-style-type: none"> 1. Paspaudžiama ant diskusijos temos įtraukimo mygtuko 2. Užpildoma diskusijos temos informacija 3. Paspaudžiamas skelbimo forume mygtukas 4. Paskelbiama nauja diskusijų tema
Alternatyvus scenarijus	Atšaukiamas diskusijų temos įtraukimas

Pagal panaudojimo atvejo „įtraukti diskusijų temą“ specifikaciją, panaudojimo atvejis detalizuojamas 20 pav. esančioje veiklos diagramoje.



20 pav. Panaudojimo atvejo „įtraukti diskusijų temą“ veiklos diagrama

Aprašius aktualią, vizualizacijoms integruoti skirtą virtualiąją mokymosi aplinką, galima atlikti esamų priemonių analizę ir pasirinkti tinkamiausią technologinį išpildymą pagal aprašytą funkcionalumą.

Virtualios mokymosi aplinkos, uždavinių vizualizacijoms integruoti, parinkimas

Pagal aprašytą funkcionalumą buvo palygintos *Moodle* ir *WordPress* sistemos, t.y. mokymosi valdymo sistema (MVS) ir turinio valdymo sistema (TVS). Jų palyginimas pagal funkcijų grupes pateiktas 8 lentelėje.

8 lentelė. Sistemų palyginimas pagal aprašytą funkcionalumą

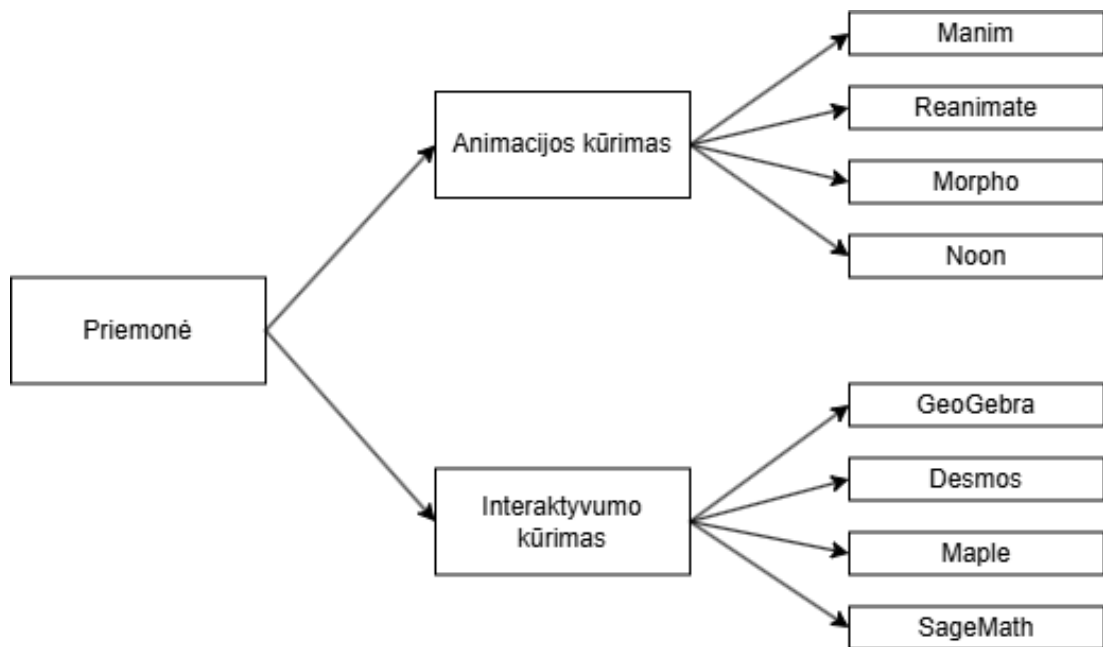
Funkcinis reikalavimas	<i>Moodle</i>	<i>WordPress</i>
Administravimo ir naudotojų valdymo funkcijų grupė		
Parengti kurso skyrių	Galima rengti atitinkamus skyrius	Galima rengti atitinkamus puslapius arba įrašus
Tvarkyti kurso nustatymas	Galima koreguoti kurso nustatymus	Galima koreguoti svetainės nustatymus
Valdyti dalyvius	Galima kurti, šalinti dalyvius	Galima kurti, šalinti dalyvius
Valdyti kurso dalyvių teises	Galima priskirti ir redaguoti roles	Galima priskirti ir redaguoti roles
Turinio rengimo ir teikimo funkcijų grupė		
Parengti mokymosi turinį	Galima rengti integruotomis priemonėmis	Galima rengti integruotomis priemonėmis
Redaguoti mokymosi turinį	Galima redaguoti, keisti įkeltą ar sukurtą turinį	Galima redaguoti integruotomis priemonėmis sukurtą turinį

Keisti veiklų nustatymus	Galima keisti turinio veiklų nustatymus	Galima redaguoti puslapių ar įrašų nustatymus
Peržiūrėti mokymosi turinį	Galima	Galima
Interaktyvių veiklų teikimo funkcijų grupė		
Parengti vizualizacijos veiklą	Galima priklausomai nuo kokią veiklą norima parengti	Galima priklausomai nuo kokią veiklą norima parengti
Redaguoti vizualizacijos veiklą	Galima priklausomai nuo veiklos	Galima priklausomai nuo veiklos ir naudojamų įskiepių
Naudoti interaktyvaus uždavinio vizualizaciją	Galima	Galima
Peržiūrėti animacijos vizualizaciją	Galima	Galima
Komunikavimo funkcijų grupė		
Valdyti diskusijų forumą	Galima kurti diskusijų forumus kiekvienai temai ir juos naikinti	Sudėtinga
Skelbti naujienų forume	Galima	Sudėtinga
Naikinti forumų žinutes	Galima	Galima
Įtraukti diskusijų temą	Galima	Sudėtinga
Skaityti forumų žinutes	Galima	Galima
Atsakyti į forumo žinutes	Galima. Atsakant yra papildoma galimybė pridėti paveikslus, garso ar vaizdo įrašus	Galima

VMA realizuoti pasirinkta *Moodle*, kadangi galima lengviau pateikti vizualizacijas, stebėti dalyvių aktyvumą bei suteikiama galimybė kursą patalpinti universiteto *Open KTU* svetainėje atviram pasiekiamumui. Analizuojant sistemas skirtas didelis dėmesys į tai, kaip lengvai galima patalpinti ar įterpti turinį sistemose. *Moodle* sistema pasižymėjo plačiu turinio formatų ir formų palaikymu, o tuo tarpu *WordPress* sistemoje norint pasiekti panašų funkcionalumą, būtų reikalingi papildiniai, kurie iš esmės paverstų pačią *WordPress* sistemą iš turinio valdymo sistemos į mokymosi valdymo sistemą. Galiausiai, *Moodle* pasirinkta ir dėl asmeninės patirties, kadangi analizuojant priemones pastebėta, jog būtent šia sistema yra žymiai paprasčiau parengti bei tvarkyti kursus ir juose esančias veiklas nei *WordPress* sistemoje.

3.2. Uždavinių vizualizavimo priemonės

Atsižvelgus į apklausos rezultatus, didžiausias poreikis matomas vizualizuoti lygčių ir nelygybių, geometrijos bei žodinius uždavinius, todėl svarbu pasirinkti tokias priemones, kuriomis būtų galima realizuoti tokių sričių uždavinių vizualizacijas. Be to, išsiaiškinome, kad mokymasis būtų efektyvus, kuriamos vizualizacijos turėtų būti animuotos bei interaktyvios. Pagal šiuos kriterijus atrinktos galimos priemonės matomos 21-ame paveiksle.



21 pav. Matematikos uždavinių vizualizavimui aktualios priemonės

Toliau apžvelgiamos galimos priemonės matematikos uždavinių vizualizavimui. Orientuojamasi į atskiras priemones animacijų kūrimui ir interaktyvumo kūrimui.

Animacijos kūrimo priemonės

Manim yra Grant'o Sanderson'o (kitai žinomo kaip *3Blue1Brown*) sukurta atvirojo kodo *Python* biblioteka edukacinių matematinių animacijų kūrimui. Priemonėje animacijos kuriamos rašant *Python* scenarijus, kuriuose kuriami tam tikri aprašyti objektai ir manipuluojami iškviečiant tų objektų metodus. *Manim* turi daugybę aprašytų klasių, todėl yra galimybė vizualizuoti įvairias matematines temas tiek *2D*, tiek *3D* erdvėje. Verta paminėti, jog *Manim* turi aktyvią bendruomenę bei labai išsamiai aprašytą naudotojo vadovą, todėl iškilus problemoms, visada yra būdų ieškoti joms sprendimų. Be to, yra kuriami ir papildiniai, su kuriais galima praplėsti *Manim* funkcionalumą. Su *Manim* vizualizacijas galima eksportuoti *PNG*, *GIF*, *MP4*, *WEBM* bei *MOV* formatais.

Reanimate yra *Haskell* programavimo kalbai skirta atvirojo kodo animacijų kūrimo biblioteka pagrįsta vektorine grafika. Animacijos kuriamos deklaratyviai, t.y. nurodoma, ką reikia animuoti, tačiau ne kaip pažingsniui tai turėtų būti suanimuota. Lyginant su *Manim*, *Reanimate* turi mažiau aktyvią bendruomenę, ne itin detalią naudotojo instrukciją bei nebėra aktyviai palaikoma, todėl naujiems naudotojams gali kilti sunkumų naudojantis šia priemone. *Reanimate* palaiko animacijų eksportavimą *MP4*, *GIF* ir *WEBM* formatais.

Morpho yra bendros paskirties atvirojo kodo animacijų programavimo *Python* biblioteka. Kiekviena kuriama vizualizacija susideda iš trijų elementų – aktoriaus (kas bus animuojama), sluoksnio (kuriame talpinamas animuojamas objektas) bei animacijos objekto (kuriame talpinami sluoksniai). Pirmiausiai sukuriama animacijos objekto, o tik paskui sluoksniuose kuriami aktoriai, kurie manipuluojami metodais ir funkcijomis animacijos realizavimui. Ši priemonė turi ganėtinai mažą bendruomenę, tačiau yra aktyviai plėtojama. Be to, kol kas nėra parengto išsamaus naudotojo vadovo, tačiau priemonės kūrėjas yra pateikęs kelias pamokas, kurių metu supažindina naujus naudotojus su priemonės funkcionalumu. Šia priemone vizualizacijas galima eksportuoti *MP4*, *GIF* ir *PNG* formatais.

Paskutinė apžvelgiama animacijos kūrimo priemonė yra *Noon*. Tai yra eksperimentinė atvirojo kodo animacijos programavimo biblioteka *Rust* programavimo kalbai. Ji buvo kuriama kaip alternatyva *Manim*, norint padaryti vizualizacijas interaktyviomis, tačiau nebėra aktyviai plėtojama ir turi tik primityvų funkcionalumą paprastų animacijų kūrimui. Priemonė neturi naudotojo vadovo, todėl naujiems naudotojams gali kilti sunkumų bandant išmokti naudotis šia priemone. Su *Noon* animacijas galima eksportuoti *GIF* formatu.

Apibendrintos animacijos kūrimo priemonės pateiktos 9 lentelėje.

9 lentelė. Animacijos kūrimo priemonių palyginimas

	<i>Manim</i>	<i>Reanimate</i>	<i>Morpho</i>	<i>Noon</i>
Programavimo kalba	<i>Python</i>	<i>Haskell</i>	<i>Python</i>	<i>Rust</i>
Funkcionalumas	Galima kurti tiek paprastas, tiek sudėtingas <i>2D</i> ir <i>3D</i> vizualizacijas, bendruomenė sukūrus papildinių funkcionalumo praplėtimui	Galima kurti tiek paprastas, tiek sudėtingas <i>2D</i> ir <i>3D</i> vizualizacijas	Galima kurti tiek paprastas, tiek sudėtingas <i>2D</i> vizualizacijas bei primityvias <i>3D</i> vizualizacijas	Turi bazinį funkcionalumą <i>2D</i> animacijų kūrimui
Palaikymas	Aktyviai palaikoma ir plėtojama	Nebėra aktyviai plėtojama	Aktyviai palaikoma ir plėtojama	Nebėra aktyviai plėtojama
Naudotojo vadovas	Yra išsamus naudotojo vadovas	Yra naudotojo vadovas	Nėra naudotojo vadovo, tačiau yra kelios pamokos išmokti naudotis priemone	Nėra naudotojo vadovo
Kaina	Nemokama, atvirojo kodo	Nemokama, atvirojo kodo	Nemokama, atvirojo kodo	Nemokama, atvirojo kodo
Eksportavimas	<i>PNG</i> , <i>GIF</i> , <i>MP4</i> , <i>WEBM</i> ir <i>MOV</i> formatais	<i>MP4</i> , <i>GIF</i> ir <i>WEBM</i> formatais	<i>MP4</i> , <i>GIF</i> ir <i>PNG</i> formatais	<i>GIF</i> formatu

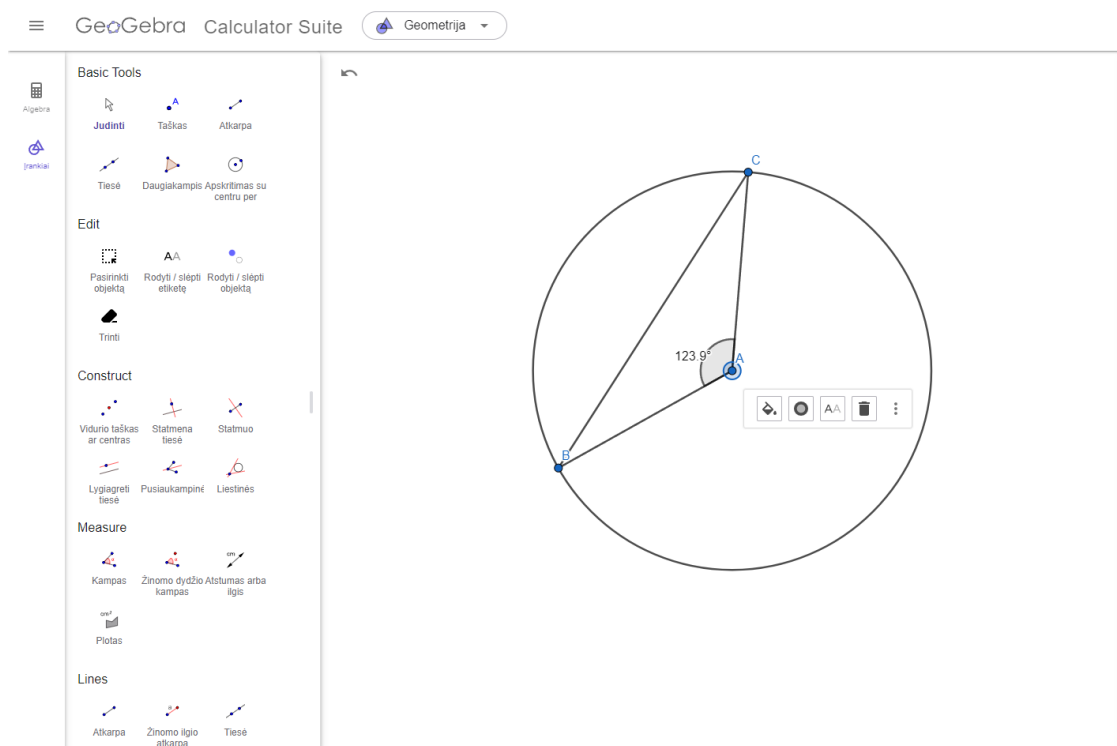
Apžvelgus matematinių animacijų kūrimo programas, nuspręsta animacijų kūrimui naudoti *Manim* priemonę. Renkantis priemonę didelis dėmesys skirtas į jos teikiamą funkcionalumą, naudotojo vadovo išsamumą ir galimus eksportavimo formatus. Visos priemonės pasižymi pagrindiniu funkcionalumu matematinių animacijų kūrimui, tačiau tik *Manim*, *Reanimate* ir *Morpho* turi naudotojo vadovą ar instrukcijas, kurių pagalba būtų galima išmokti naudotis įrankiu ir kurti matematikos uždavinių vizualizacijas. Svarbu atkreipti dėmesį ir į tai, jog tik *Manim* ir *Morpho* įrankiai yra vis dar plėtojami, kas reiškia, jog iškilus problemoms, būtų galimybė bandyti jas spręsti su bendruomenės pagalba. Be to, svarbu, kad priemonė suteiktų galimybę vizualizacijas eksportuoti įvairiais formatais, kad esant poreikiui, būtų galimybė padaryti mokomąjį turinį įvairialypiu. Daugiausiai eksportavimo galimybių teikia *Manim* priemonė ir atsižvelgiant į prieš tai paminėtas savybes bei į asmeninę patirtį su *Python* programavimo kalba, nuspręsta pasirinkti būtent šią priemonę.

Interaktyvumą užtikrinančios priemonės

GeoGebra – nemokama matematikos programinė įranga skirta interaktyviai kurti grafikus, geometrines figūras, matematines užduotis bei atlikti įvairius skaičiavimus. *GeoGebra* galima

pasiekti ir naudoti įvairiais būdais – internetu, per mobiliąją programėlę ir per kompiuterinę programą. Ji turi kelis atskirus režimus, kurie specializuoti tam tikroms veikloms atlikti – grafinio skaičiuotuvo režimą, 3D režimą, geometrijos režimą, kompiuterinės algebros režimą ir tikimybių režimą, tačiau dauguma dalykų galima atlikti bet kuriame režime. Priemonės vartotojo sąsaja naujiems vartotojams gali pasirodyti paini, tačiau ją perprasti ir prie jos priprasti galima ganėtinai greitai (žr. 22 pav.). Šia priemone galima braižyti linijas, taškus, apskritimus bei kitas geometrines figūras ir jas koreguoti, taip sudarant matematinius uždavinius. Priemonės pagalba galima spręsti lygtis, nelygybes bei nagrinėti sudėtingesnes matematikos sąvokas kaip integralai ir išvestinės.

Viena iš aktualiausių *GeoGebra* funkcijų yra ta, jog kuriant vizualizaciją galima įdėti mygtukus, teksto įvesties bei išvesties laukus ir panašius elementus, kuriuos panaudojant galima realizuoti vertinimą ir grįžtamojo ryšio formavimą. Tai atliekama elementų nuostatose parašant scenarijus integruota *GeoGebra* arba *JavaScript* kalba, kurie aktyvuojami įvykus tam tikromis sąlygomis – po mygtuko paspaudimo, po žodžio įvedimo, po elemento paslinkimo ir pan. Be to, *Moodle* sistemai yra sukurtas *GeoGebra* įskiepis, kuriuo galima realizuoti *GeoGebra* veiklą ir padaryti ją automatiškai vertinamą. Tačiau be šio įskiepio, *GeoGebra* turinį į svetaines galima įterpti ir naudojant *iframe* žymę.

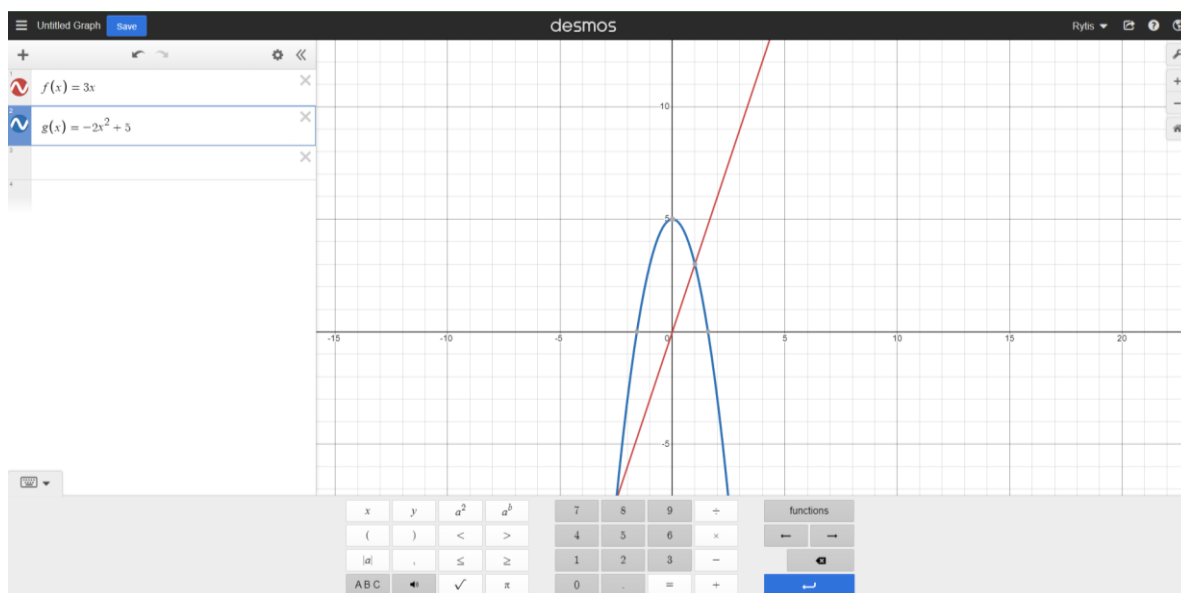


22 pav. *GeoGebra* vartotojo sąsaja

Desmos yra ganėtinai intuityvi nemokama matematikos programinė įranga, sąsaja ir funkcionalumu panaši į *GeoGebra*. Priemonė turi nesudėtingą vartotojo sąsają, kuri nėra perkrauta daugybės elementų (žr. 23 pav.). Šią priemonę taip pat galima pasiekti internetu bei parsisiųsti į mobiliuosius įrenginius. *Desmos*, šiek tiek panašiai kaip *GeoGebra*, siūlo skirtingoms veikloms atskirus įrankius, tačiau priešingai nei *GeoGebra*, šie įrankiai yra atskiros priemonės ir nėra integruotos į vieną priemonę. *Desmos* labiau orientuojasi į užduočių sprendimą negu kūrimą, tačiau suteikia galimybes kurti geometrijos bei su funkcijomis susijusias vizualizacijas.

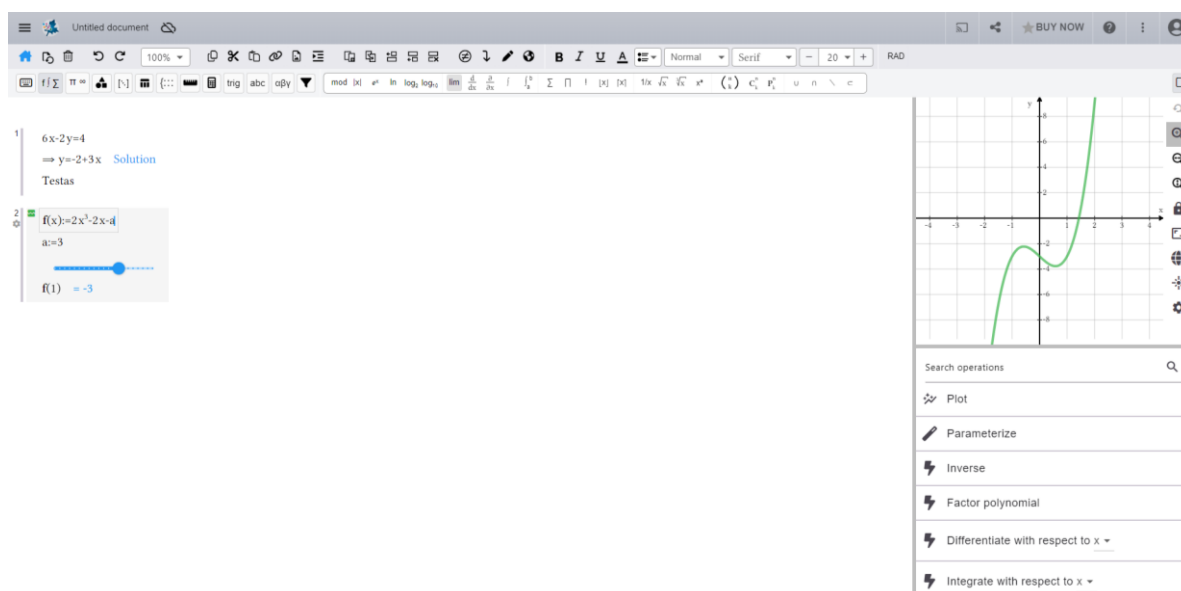
Nors ir nėra labai išplėtotą, *Desmos* siūlo galimybę padaryti elementus kaip taškas, tiesė ar funkcija paspaudžiamais, o po paspaudimo aktyvuoti tam tikrą išraišką (pavyzdžiui pakeisti nurodyto

parametro reikšmę). Lyginant su *GeoGebra*, toks interaktyvumas yra gana primityvus, tačiau vis tiek gali padaryti vizualizacijas aktyvesnėmis. Galiausiai, sukurtas vizualizacijas galima įterpti į tinklalapius panaudojant *iframe* žymę.



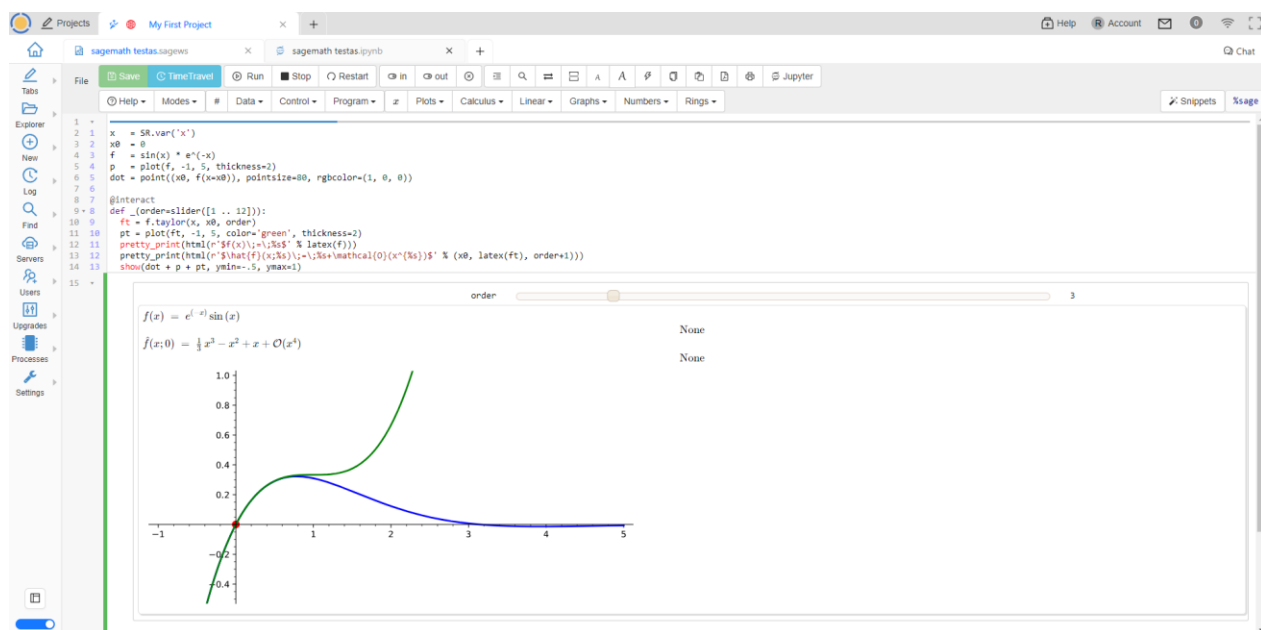
23 pav. Desmos vartotojo sąsaja

Maple – kanadiečių sukurta komercinė matematinių skaičiavimų ir vizualizavimo programinė įranga. Ją galima įdiegti į kompiuterį arba naudoti internetinę versiją – *Maple Learn*. Su *Maple Learn* galima kurti 2D bei 3D vizualizacijas įvairioms matematikos dalyko temoms bei šalia jų aprašyti sąlygas ir suteikti galimybę keisti parametrus (žr. 24 pav.). Verta paminėti, jog priemonė turi integruotą *Maple* programavimo kalbą, kuria galima aprašyti tam tikras procedūras. Šios priemonės vartotojo sąsaja iš pirmo žvilgsnio gali atrodyti sudėtingai, tačiau pradėti dirbti su ja yra ganėtinai lengva ir nereikalauja daug žinių norint kurti paprastas vizualizacijas. Su *Maple Learn* atliktus darbus galima eksportuoti keliais formatais, tačiau aktualiausias yra *HTML* formato eksportavimas, kurį, nors mažiau intuityviau ir lengviau negu *Desmos* ar *GeoGebra* priemonėmis sukurtą turinį, galima patalpinti į svetaines ar virtualiąsias mokymosi aplinkas.



24 pav. Maple vartotojo sąsaja

SageMath – atvirojo kodo matematinių bibliotekų sistema, apjungianti labai daug įvairių *Python* bibliotekų skirtų skaičiavimams, grafikų sudarymams atlikti į vieną bendrą visumą. Priemone galima atlikti skaičiavimus ir vizualizacijas daugybei matematikos temų – algebrai, geometrijai, kombinatorikai, tikimybėms ir kt. Kadangi *SageMath* yra *Python* bibliotekų rinkinys, norint ja naudotis, reikia ją įsidiegti lokaliai arba pasinaudoti kūrėjo sukurta kita priemone pavadinimu *CoCalc*, kuri leidžia šiuo bibliotekų rinkiniu naudotis per internetą (žr. 25 pav.). Kadangi priemonės pagrindinė paskirtis yra atlikti matematinius skaičiavimus ir sudarinėti statines grafikų vizualizacijas, interaktyvumo kūrimas yra ribotas, tačiau vis tiek sudarytos minimalios galimybės interaktyvumui realizuoti, kaip parametrų keitimas slankiklio ar mygtukų pagalba. Be interaktyvumo, ribotos yra ir eksportavimo galimybės. Vienintelis būdas pasidalinti *SageMath* sukurtomis interaktyviomis vizualizacijomis būtų pirmiausia failą paverčiant į *Jupyter Notebooks* failą ir tada kitomis priemonėmis konvertuojant į *HTML* formato failą, kurį būtų galima patalpinti į virtualiąją mokymosi aplinką. Toks bendrinimosi būdas nėra labai patogus ar efektyvus, nes norint pakoreguoti vizualizacijas, reikėtų iš naujo atlikti daug žingsnių.



25 pav. *SageMath* naudojimo pavyzdys per *CoCalc*

Apibendrintos interaktyvių užduočių kūrimo priemonės pateiktos 10 lentelėje.

10 lentelė. Interaktyvių užduočių kūrimo priemonių palyginimas

	<i>GeoGebra</i>	<i>Desmos</i>	<i>Maple</i>	<i>SageMath</i>
Pasiekiamumas	Galima naudotis internetu, įdiegus į mobilųjį įrenginį arba įdiegus programą į kompiuterį	Galima naudotis internetu arba įdiegus į mobilųjį įrenginį	Galima naudotis internetu arba įdiegus programą į kompiuterį	Galima naudotis internetu per <i>CoCalc</i> arba įdiegus lokaliai į kompiuterį
Vartotojo sąsaja	Nesudėtinga	Nesudėtinga	Nesudėtinga	-
Funkcionalumas	Galima kurti interaktyvias vizualizacijas ir uždavinius įvairioms matematikos temoms	Galima kurti interaktyvias vizualizacijas ir uždavinius įvairioms matematikos temoms	Galima kurti interaktyvias užduočių lapus su vizualizacijomis įvairioms matematikos temoms	Galima atlikti skaičiavimus ir vizualizacijas daugybei matematikos temų

Interaktyvumo galimybė	Aukštas interaktyvumas	Vidutinis interaktyvumas	Aukštas interaktyvumas	Žemas interaktyvumas
Grįžtamojo ryšio formavimas	Galimas suprogramuojant teksto elementus	-	Galimas suprogramuojant teksto elementus	Galimas suprogramuojant teksto elementus
Programavimas	Integruota <i>GeoGebra</i> kalba arba <i>JavaScript</i>	-	Integruota <i>Maple</i> kalba	<i>Python</i> kalba
Kaina	Nemokama	Nemokama	Komercinė, yra įvairūs planai	Nemokama
Integracija su VMA	Per papildinį arba <i>iframe</i> žymę	Per <i>iframe</i> žymę	Eksportuojant <i>HTML</i> formato failą ir įkeliant į VMA	Konvertuojant į <i>HTML</i> formato failą ir įkeliant į VMA

Apžvelgus interaktyvių užduočių kūrimo priemones nuspręsta naudoti *GeoGebra* priemonę. Renkantis, didelis dėmesys skirtas funkcionalumui, interaktyvumo galimybei ir galimybei dalintis sukurtu turiniu virtualioje mokymosi aplinkoje. *GeoGebra*, *Desmos* ir *Maple* siūlo daug galimybių realizuoti įvairius matematikos uždavinius ir vizualizacijas, tačiau iš jų *Desmos* teikia mažesnes interaktyvumo galimybes. Toliau, su *GeoGebra* kuriamas vizualizacijas yra labai lengva patalpinti *Moodle* sistemoje, kadangi tam yra sukurtas papildinys, be to yra galimybė turiniu dalintis ir panaudojant *iframe* žymes, kurios taip pat tinka ir *Desmos* įrankiu kuriamoms vizualizacijoms. Tuo tarpu *Maple* interaktyvius uždavinius galima patalpinti tik pirmiau juos išeksportavus *HTML* formatu, kas yra mažiau patogiu. Lengvas integravimas į VMA, aukštas interaktyvumas ir funkcionalumas bei tai, jog *GeoGebra* yra nemokama, lėmė jos pasirinkimą vietoje kitų paminėtų priemonių.

Pasirinkus probleminei sričiai aktualias priemones, galima pereiti prie uždavinių vizualizavimo scenarijaus projektavimo, apibūdinančio vizualizacijų kūrimo ir dalinimosi procesą.

3.3. Uždavinių vizualizavimo scenarijaus projektas

Vizualizavimo procesas pradedamas nuo uždavinio pasirinkimo ir sąlygos aprašymo. Tuomet reikia nuspręsti vizualizacijos tipą ir pasirinkti atitinkamas priemones vizualizacijos realizacijai. Galiausiai, sukūrus uždavinių vizualizacijas, jos turi būti patalpintos internete, kad būtų pasiekiamos naudotojų.

Nagrinėjamos probleminės srities atveju uždavinių vizualizavimo scenarijus apima šiuos žingsnius:

1. pasirenkama uždavinio sritis (iš lygčių, nelygybių, lygčių sistemų, geometrijos ar žodinių uždavinių sričių);
2. nusprendžiamas vizualizacijos tipas (interaktyvaus uždavinio arba animacijos tipas);
3. pasirenkama priemonė vizualizacijai realizuoti (atitinkamai *GeoGebra* arba *Manim*);
4. aprašoma uždavinio sąlyga;
5. kuriama vizualizacija;
6. vizualizacija paruošiama įkėlimui į *Moodle* virtualiąją mokymosi aplinką tinkama forma ir formatu;
7. vizualizacija patalpinama *Moodle* aplinkoje;
8. vizualizacija paruošiama naudojimui *Moodle* aplinkoje.

Aprašytas probleminės srities vizualizavimo scenarijus matomas 26 pav. pateiktoje veiklos diagramoje.



26 pav. Vizualizavimo scenarijaus veiklos diagrama

Apibendrinant, vizualizavimas turėtų apimti šiuos etapus: 1) vizualizuojamų uždavinių aprašymą, 2) vizualizacijų kūrimą ir 3) vizualizacijų integravimą į *Moodle*.

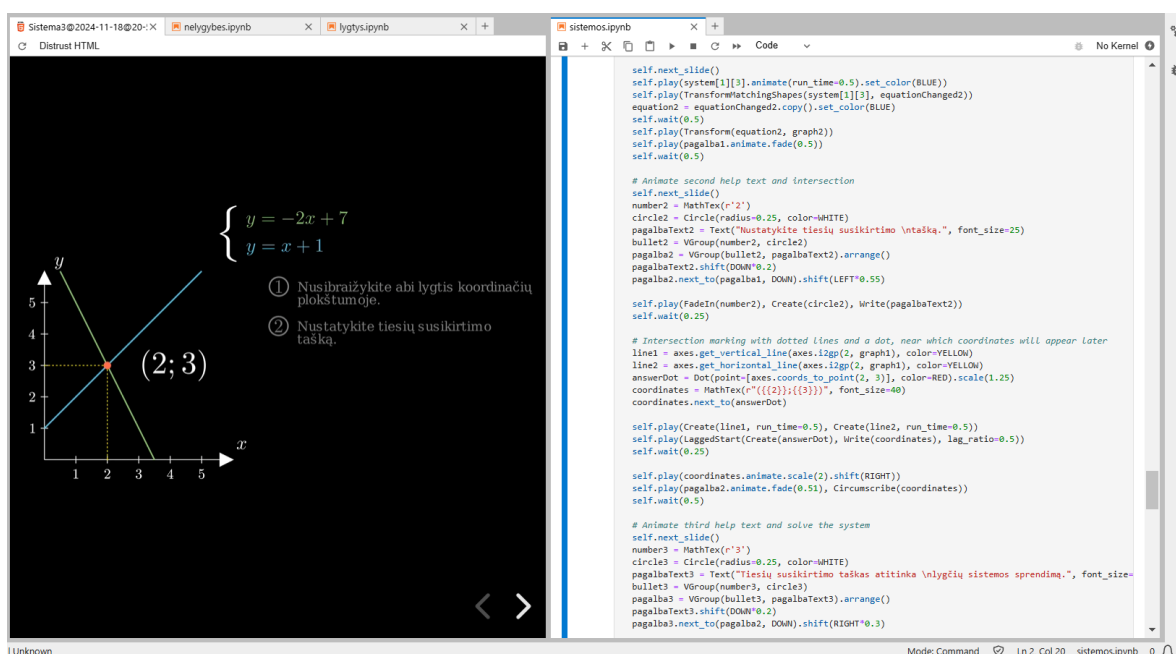
3.4. Skyriaus išvados

1. Renkantis priemones labai svarbu atsižvelgti į naudotojų poreikius, probleminę sritį ir programų galimybes norint, kad jos būtų tinkamos konkrečiai problemai.
2. Vizualizavimo procesas apima uždavinių aprašymo, vizualizacijų kūrimo ir integravimo į *Moodle* etapus.

4. Matematikos uždavinių vizualizacijų realizavimas ir integravimas į Moodle pagal sukurtą scenarijų

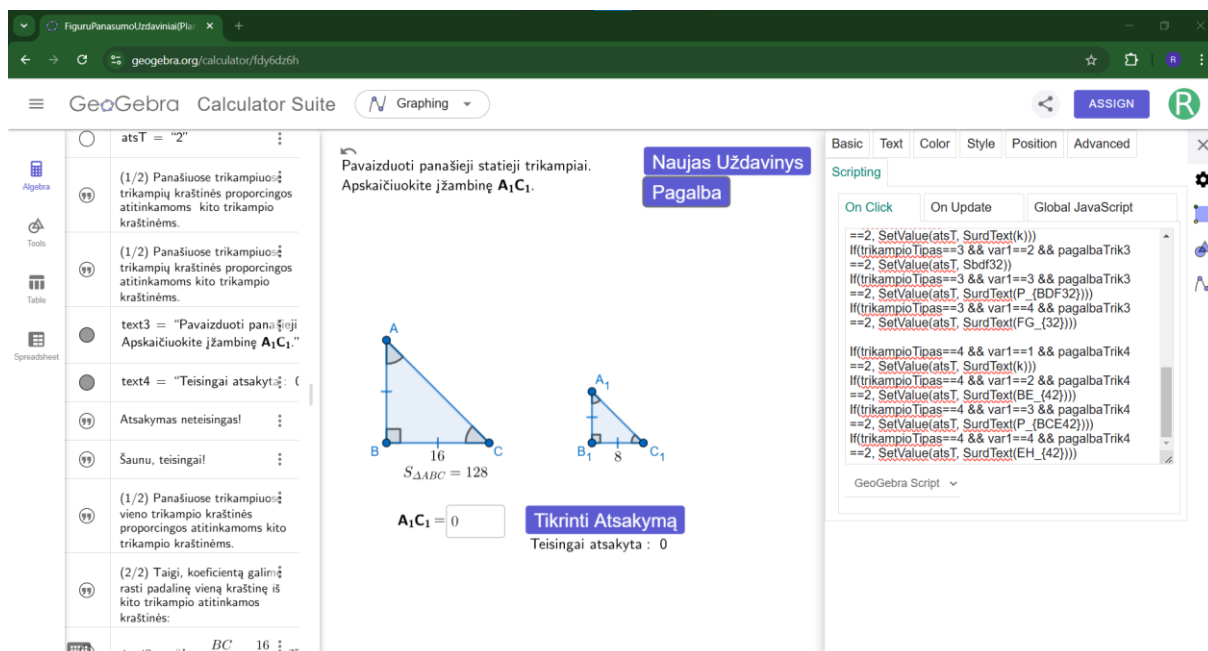
Matematikos uždavinių vizualizavimas ir vizualizacijų integravimas į Moodle realizuotas sekant aprašytą vizualizavimo scenarijų (žr. 26 pav.) ir identifikuotus etapus: 1) vizualizuojamų uždavinių aprašymą, 2) vizualizacijų kūrimą ir 3) vizualizacijų integravimą į Moodle.

Animacijose, sukurtose naudojant *Manim Python* biblioteką, vizualizuojamas pasirinkto uždavinio sprendimas žingsnis po žingsnio, siekiant parodyti sprendimo eigą. Kiekvienas užduoties sprendimo etapas išskiriamas punktais ir jų pabaigoje pabrėžiami tarpiniai ar galutiniai rezultatai, siekiant atkreipti dėmesį, koks turėjo gautis atsakymas. 27 pav. pateiktas su *Manim* sukurtos animacijos kadras ir tą kadra atitinkantis kodo fragmentas.



27 pav. Manim animacijos kodo fragmentas

Interaktyviose užduotyse, sukurtose naudojant *GeoGebra* programinę įrangą, vizualizuojamos pasirinkto uždavinio sąlygos. Šiose užduotyse sąlygos realizuotos taip, kad paspaudus naujos sąlygos (nauja lygtis, nauja nelygybė ir pan.) mygtuką, naudotojui yra sugeneruojama visiškai nauja sąlyga pagal nurodytas taisykles. Besimokantysis, pamatęs sąlygą, gali ją spręsti ir užduotyje pateikti atsakymą. Tačiau sukurtos interaktyvios užduotys atlieka ne tik savitikros vaidmenį, bet gali būti panaudotos ir kaip mokymosi priemonė. Užduotyse yra galimybė paspausti pagalbos mygtuką, kuris žingsnis po žingsnio spręs sugeneruotą užduotį iki tol, kol bus gautas galutinis atsakymas. Galiausiai, išsprendus užduotį ar peržiūrėjus visus pagalbos pranešimus, daugelyje interaktyvių užduočių bus vizualizuota sąlyga su atsakymais, kad naudotojai galėtų dar papildomai savarankiškai ją analizuoti. 28 pav. pavaizduotas trikampių panašumo užduoties darbinis langas *GeoGebra* programoje.



28 pav. Figūrų panašumo interaktyvaus uždavinio *GeoGebra* darbinis langas

Tolimesniuose poskyriuose detalizuojamos sukurtos vizualizacijos.

4.1. Lygčių, nelygybių ir lygčių sistemų uždavinių vizualizacijos

Lygčių temai sukurtos dvi animacijos ir du interaktyvūs uždaviniai. Animacijose pavaizduota kaip spręsti kvadratinę lygtį kai jos lygios nuliui ir tiesei, o interaktyvūs uždaviniai suteikia galimybę praktiškai bandyti spręsti tokius uždavinius.

Pirmoji lygčių animacija skirta pavaizduoti kvadratinės lygties, lygios nuliui, sprendimo eigą ir yra detalizuota 11 lentelėje esančiame scenarijuje.

11 lentelė. Pirmosios lygčių srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Kvadratinės lygties, lygios nuliui, sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Lygtys
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti kvadratinės lygties, lygios nuliui, sprendimo eigą ir atliekamus skaičiavimus
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identifikuojamos koeficientų reikšmės 2. Apskaičiuojamas diskriminantas 3. Apskaičiuojami lygties sprendiniai
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Kvadratinės lygties koeficientų reikšmių identifikavimas • Diskriminanto apskaičiavimas • Diskriminanto reikšmės svarba • Kvadratinės lygties sprendinių apskaičiavimas
<i>Animacijos trukmė</i>	1 min. 1 s.

Antroji lygčių animacija skirta pavaizduoti kvadratinės lygties, lygios tiesei, galimą sprendimo eigą ir yra detalizuota 12 lentelėje esančiame scenarijuje.

12 lentelė. Antrosios lygčių srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Kvadratinės lygties, lygios tiesei, sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Lygtys
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti kvadratinės lygties, lygios tiesei, sprendimo eigą ir atliekamus skaičiavimus
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Persitvarkoma lygtis 2. Identifikuojamos koeficientų reikšmės 3. Apskaičiuojamas diskriminantas 4. Apskaičiuojamas lygties sprendinys
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Lygties pertvarkymas į kvadratinės lygties standartinę išraišką • Kvadratinės lygties koeficientų reikšmių identifikavimas • Diskriminanto apskaičiavimas • Diskriminanto reikšmės svarba • Kvadratinės lygties sprendinio apskaičiavimas
<i>Animacijos trukmė</i>	1 min. 1 s.

Pirmasis lygčių interaktyvus uždavinys skirtas spręsti kvadratinę lygtį, lygią nuliui, nurodant sprendinius ir yra detalizuotas 13 lentelėje esančiame scenarijuje.

13 lentelė. Pirmojo lygčių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Kvadratinės lygties, lygios nuliui, užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Lygtys
<i>Tikslas</i>	Išspręsti kvadratinę lygtį nurodant lygties sprendinius
<i>Variantai</i>	Generuojant naujas lygtis atsitiktinai parenkami kvadratinės lygties koeficientai
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma sprendimo eiga su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Kvadratinės lygties koeficientų reikšmių identifikavimas • Diskriminanto apskaičiavimas • Kvadratinės lygties sprendinių apskaičiavimas • Grafinis kvadratinės lygties atvaizdavimas

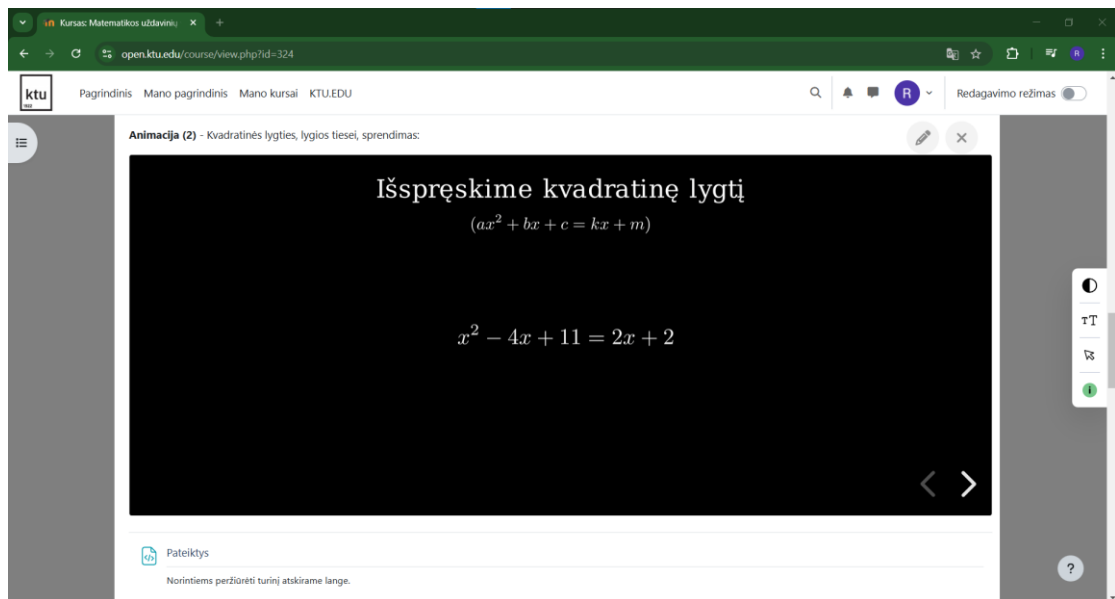
Antrasis lygčių interaktyvus uždavinys skirtas spręsti kvadratinę lygtį, lygią tiesei, nurodant sprendinius ir yra detalizuotas 14 lentelėje esančiame scenarijuje.

14 lentelė. Antrojo lygčių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

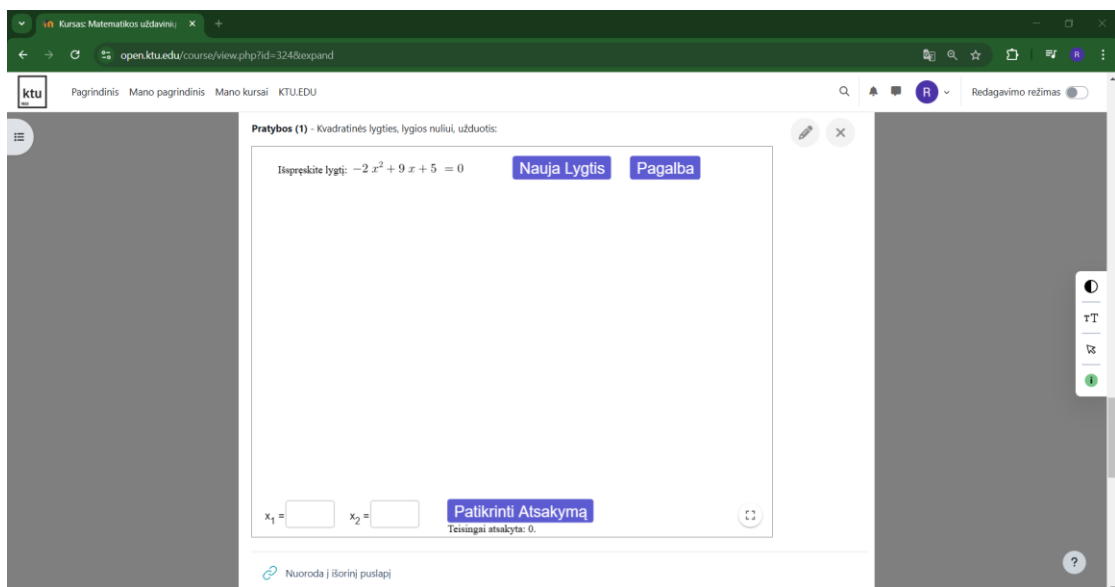
<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Kvadratinės lygties, lygios tiesei, užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Lygtys
<i>Tikslas</i>	Išspręsti kvadratinę lygtį nurodant lygties sprendinius
<i>Variantai</i>	Generuojant naujas lygtis atsitiktinai parenkami kvadratinės ir tiesinės lygčių koeficientai
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma sprendimo eiga su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Lygties pertvarkymas į kvadratinės lygties standartinę išraišką • Kvadratinės lygties koeficientų reikšmių identifikavimas • Diskriminanto apskaičiavimas

- Kvadratinės lygties sprendinių apskaičiavimas
- Grafinis kvadratinės lygties atvaizdavimas

Lygčių srities vizualizacijų pavyzdžiai pateikti 29 ir 30 paveiksluose.



29 pav. Lygčių srities animacijos tipo vizualizacija



30 pav. Lygčių srities interaktyvaus uždavinio tipo vizualizacija

Nelygybių temai sukurtos dvi animacijos ir keturi interaktyvūs uždaviniai. Animacijose pavaizduotos dviejų nelygybių tipų (daugiau, mažiau bei daugiau ar lygu, mažiau ar lygu) sprendimo eigos, o interaktyviose užduotyse besimokantieji gali spręsti tiesines nelygybes bei nurodyti nelygybių sprendimo intervalus.

Pirmoji nelygybių animacija skirta pavaizduoti nelygybės (daugiau, mažiau) sprendimo eigą ir yra detalizuota 15 lentelėje esančiame scenarijuje.

15 lentelė. Pirmosios nelygybių srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Nelygybės (daugiau, mažiau) sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Nelygybės
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti nelygybės (daugiau, mažiau) sprendimo eigą ir atliekamus skaičiavimus
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Išsprendžiama nelygybė 2. Nurodomas sprendinių intervalas 3. Grafiškai atvaizduojamas sprendinių intervalas
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Nelygybės sprendimas • Sprendinių intervalo nustatymas • Grafinis sprendinių atvaizdavimas
<i>Animacijos trukmė</i>	37 s.

Antroji nelygybių animacija skirta pavaizduoti nelygybės (daugiau arba lygu, mažiau arba lygu) sprendimo eigą ir yra detalizuota 16 lentelėje esančiame scenarijuje.

16 lentelė. Antrosios nelygybių srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Nelygybės (daugiau arba lygu, mažiau arba lygu) sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Nelygybės
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti nelygybės (daugiau arba lygu, mažiau arba lygu) sprendimo eigą ir atliekamus skaičiavimus
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Išsprendžiama nelygybė 2. Nurodomas sprendinių intervalas 3. Grafiškai atvaizduojamas sprendinių intervalas
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Nelygybės sprendimas • Sprendinių intervalo nustatymas • Grafinis sprendinių atvaizdavimas
<i>Animacijos trukmė</i>	39 s.

Pirmasis nelygybių interaktyvus uždavinys skirtas spręsti nelygybę, nurodant galutinę nelygybės ženklą bei reikšmę ir yra detalizuotas 17 lentelėje esančiame scenarijuje.

17 lentelė. Pirmojo nelygybių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Nelygybės ženklo ir reikšmės nustatymo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Nelygybės
<i>Tikslas</i>	Išspręsti nelygybę nurodant nelygybės ženklą ir reikšmę
<i>Variantai</i>	Generuojant naujas nelygybes atsitiktinai parenkami tiesinių lygčių koeficientai
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma nelygybės sprendimo eiga su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Nelygybės sprendimas • Tinkamo nelygybės ženklo parinkimas

Antrasis nelygybių interaktyvus uždavinys skirtas spręsti nelygybę, nurodant nelygybę tenkinantį sprendinį ir yra detalizuotas 18 lentelėje esančiame scenarijuje.

18 lentelė. Antrojo nelygybių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Nelygybę tenkinančio sprendinio nurodymo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Nelygybės
<i>Tikslas</i>	Išspręsti nelygybę nurodant nelygybę tenkinantį sprendinį
<i>Variantai</i>	Generuojant naujas nelygybes atsitiktinai parenkami tiesinių lygčių koeficientai
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma nelygybės sprendimo eiga su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> Nelygybės sprendimas Tinkamo nelygybės sprendinio parinkimas

Trečiasis nelygybių interaktyvus uždavinys skirtas nurodyto intervalo nubraižymui ir yra detalizuotas 19 lentelėje esančiame scenarijuje.

19 lentelė. Trečiojo nelygybių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

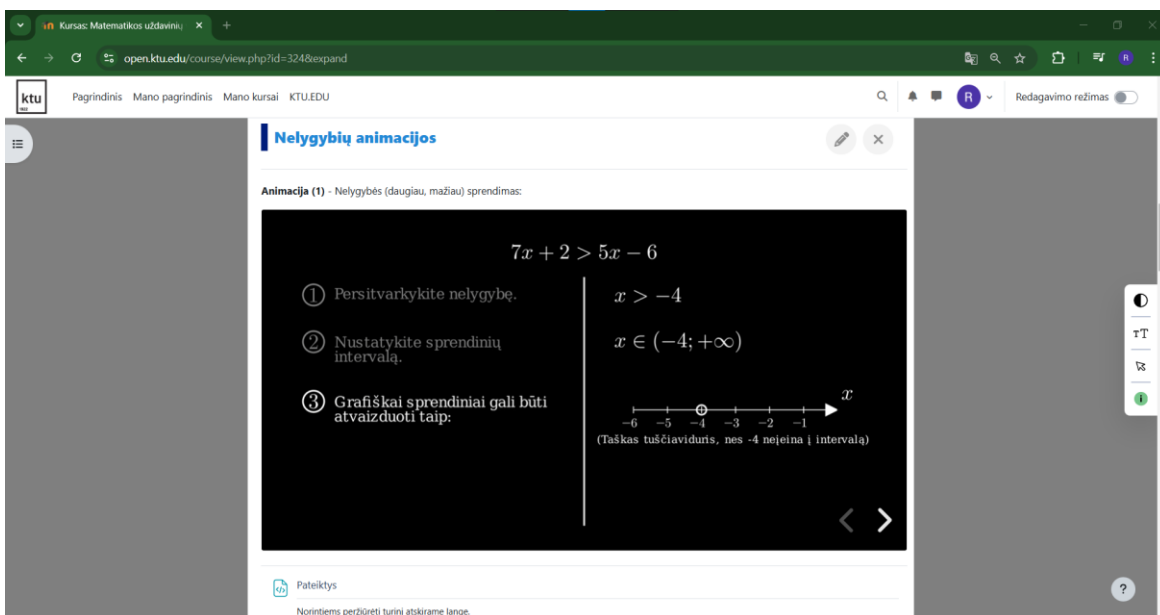
<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Intervalo nubraižymo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Nelygybės
<i>Tikslas</i>	Išspręsti užduotį nubraižant nurodytą intervalą
<i>Variantai</i>	Generuojant naujus intervalus atsitiktinai parenkamos intervalo apatinė ir viršutinė reikšmės bei skliaustai
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką parodomas teisingas intervalas
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> Rėžių atpažinimas Intervalo nurodymas

Ketvirtasis nelygybių interaktyvus uždavinys skirtas spręsti nelygybę, nurodant nelygybę tenkinantį sprendinį ir yra detalizuotas 20 lentelėje esančiame scenarijuje.

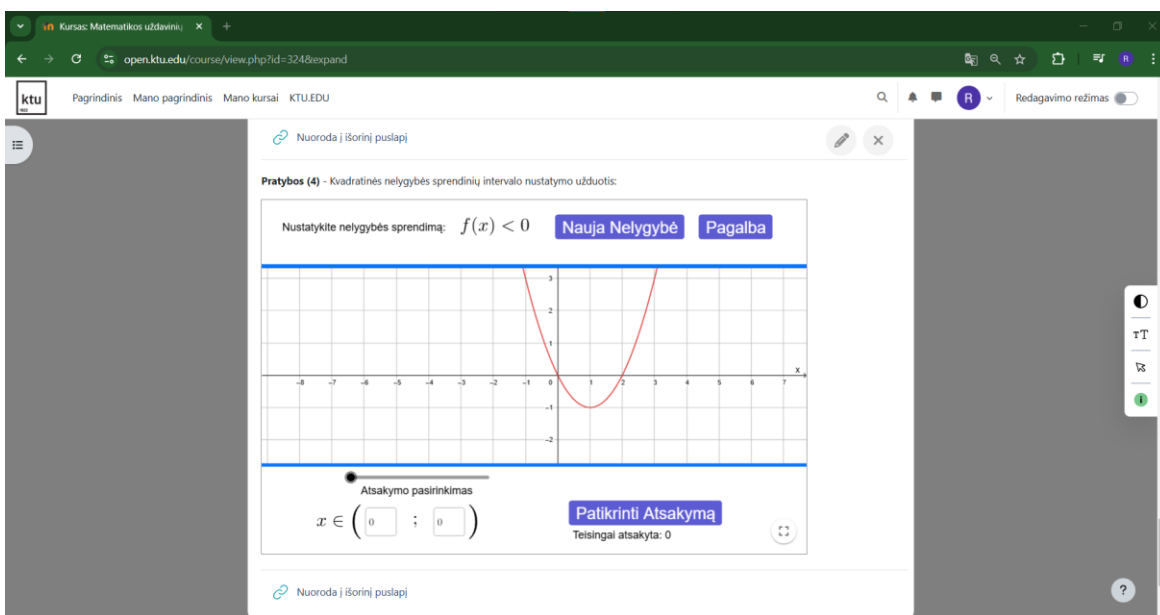
20 lentelė. Ketvirtojo nelygybių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Kvadratinės nelygybės sprendinių intervalo nustatymo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Nelygybės
<i>Tikslas</i>	Išspręsti kvadratinę nelygybę nurodant sprendinių intervalą
<i>Variantai</i>	Generuojant naujas nelygybes nubraižoma kvadratinė nelygybė, su atsitiktinai parinktais koeficientais, tenkinanti vieną iš šių atsakymų intervalų variantų: <ol style="list-style-type: none"> $x \in (A; B)$; $x \in [A; B]$; $x \in (-\infty; A) \cup (B; +\infty)$; $x \in (-\infty; A] \cap [B; +\infty)$; $x = A$; be galo daug sprendinių: $x \in (-\infty; +\infty)$; nėra sprendinių: \emptyset.
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pirmiau grafiškai parodomas sprendinių intervalas, o po antro paspaudimo parodomas galutinis atsakymas
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> Kvadratinės nelygybės grafinis sprendimas Tinkamo nelygybės sprendimo pateikimas

Nelygybių srities vizualizacijų pavyzdžiai pateikti 31 ir 32 paveiksluose.



31 pav. Nelygybių srities animacijos tipo vizualizacija



32 pav. Nelygybių srities interaktyvaus uždavinio tipo vizualizacija

Lygčių sistemų temai sukurtos trys animacijos ir vienas interaktyvus uždavinys. Animacijose pavaizduoti trys lygčių sistemų sprendimo būdai (pakeitimo, aritmetinis ir grafinis), o interaktyviame uždavinyje generuojamos įvairios lygčių sistemos, kurias besimokantieji gali bandyti spręsti kuriuo nors paminėtu sprendimo būdu.

Pirmoji lygčių sistemų animacija skirta pavaizduoti lygčių sistemos sprendimo eigą pakeitimo būdu ir yra detalizuota 21 lentelėje esančiame scenarijuje.

21 lentelė. Pirmosios lygčių sistemų srities animacijos scenarijus

Animacijos pavadinimas	Lygčių sistemos sprendimas pakeitimo būdu
Vizualizuojamos užduoties sritis	Lygčių sistemos
Tikslas	Pademonstruoti lygčių sistemos sprendimą pakeitimu būdu

<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Išreiškiama kuri nors lygtis per vieną iš kintamųjų 2. Gauta lygtis įsistatoma į kitą sistemos lygtį 3. Apskaičiuojamas pirmasis lygčių sistemos sprendinys 4. Įsistatomas pirmasis sprendinys į lygčių sistemą 5. Apskaičiuojamas antrasis lygčių sistemos sprendinys
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Lygčių sistemos sprendimas pakeitimo būdu • Kintamojo pakeitimas
<i>Animacijos trukmė</i>	43 s.

Antroji lygčių sistemų animacija skirta pavaizduoti lygčių sistemos sprendimo eigą aritmetiniu būdu ir yra detalizuota 22 lentelėje esančiame scenarijuje.

22 lentelė. Antrosios lygčių sistemų srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Lygčių sistemos sprendimas aritmetiniu būdu
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Lygčių sistemos
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti lygčių sistemos sprendimą aritmetiniu būdu
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Panaikinamas vienas iš kintamųjų lygtis sudedant arba atimant 2. Įsistatomas gautas pirmasis lygčių sistemos sprendinys į lygčių sistemą 3. Apskaičiuojamas antrasis lygčių sistemos sprendinys
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Lygčių sistemos sprendimas aritmetiniu būdu
<i>Animacijos trukmė</i>	55 s.

Trečioji lygčių sistemų animacija skirta pavaizduoti lygčių sistemos sprendimo eigą grafiniu būdu ir yra detalizuota 23 lentelėje esančiame scenarijuje.

23 lentelė. Trečiosios lygčių sistemų srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Lygčių sistemos sprendimas grafiniu būdu
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Lygčių sistemos
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti lygčių sistemos sprendimą grafiniu būdu
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Lygtys parašomos standartine išraiška 2. Lygtys nubraižomos koordinačių plokštumoje 3. Nustatomas tiesių susikirtimo taškas
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Lygčių sistemos sprendimas grafiniu būdu • Lygčių parašymas standartine išraiška • Lygčių nubraižymas koordinačių plokštumoje • Tiesių susikirtimo taško nustatymas
<i>Animacijos trukmė</i>	41 s.

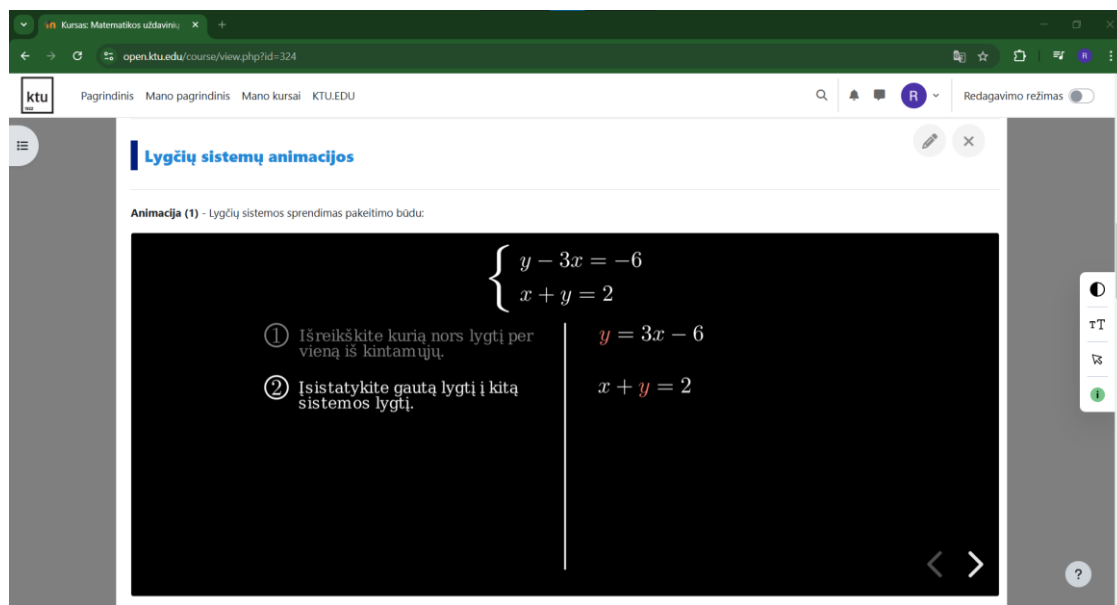
Pirmasis lygčių sistemų interaktyvus uždavinys skirtas spręsti lygčių sistemą, nurodant abu nežinomuosius ir yra detalizuotas 24 lentelėje esančiame scenarijuje.

24 lentelė. Pirmojo lygčių sistemų srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

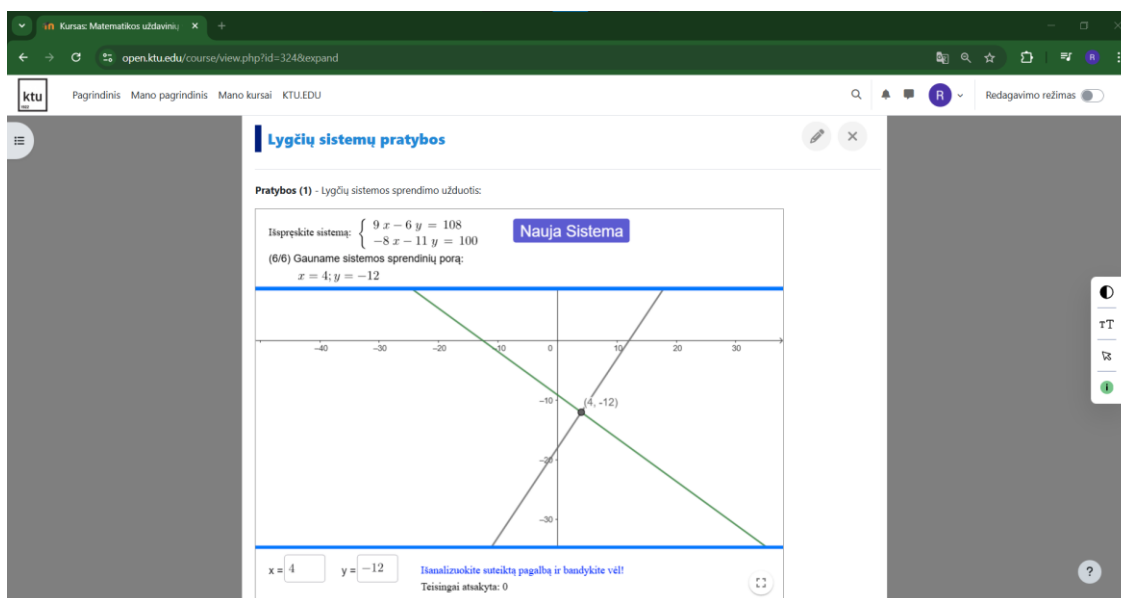
<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Lygčių sistemos sprendimo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Lygčių sistemos

<i>Tikslas</i>	Išspręsti lygčių sistemą nurodant abu nežinomuosius
<i>Variantai</i>	Generuojant naujas lygčių sistemas atsitiktinai parenkami tiesinių lygčių koeficientai
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma lygčių sistemos sprendimo eiga su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> Lygčių sistemų sprendimas

Lygčių sistemų srities vizualizacijų pavyzdžiai pateikti 33 ir 34 paveiksluose.



33 pav. Lygčių sistemų srities animacijos tipo vizualizacija



34 pav. Lygčių sistemų srities interaktyvaus uždavinio tipo vizualizacija

Apibendrinant, šioms uždavinių sritims buvo sukurtos 7 animacijos ir 7 interaktyvūs uždaviniai, kuriais siekiama besimokančiuosius supažindinti su dažniausiai sutinkamais šių sričių uždaviniais ir paaiškinti jų sprendimo eigą.

4.2. Geometrijos uždavinių vizualizacijos

Geometrijos srities vizualizacijos išskaidytos į planimetrijos ir stereometrijos temas. Planimetrijos temai sukurtos penkios animacijos ir septyni interaktyvūs uždaviniai. Animacijose pavaizduota kaip spręsti kvadratinės lygtis kai jos lygios nuliui ir tiesei, o interaktyvūs uždaviniai suteikia galimybę praktiškai bandyti spręsti tokius uždavinius.

Pirmoji planimetrijos animacija skirta pavaizduoti panašųjų trikampių uždavinio sprendimo eigą apskaičiuojant mažojo trikampio plotą. Animacija detalizuota 25 lentelėje esančiame scenarijuje.

25 lentelė. Pirmosios planimetrijos srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Trikampių panašumo užduoties sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Planimetrija
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti trikampių panašumo užduoties sprendimą
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none">1. Apskaičiuojamas panašumo koeficientas2. Randama nežinoma kraštinė panaudojant panašumo koeficientą3. Apskaičiuojamas trikampio plotas
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none">• Figūrų panašumas• Panašumo koeficiento radimas ir panaudojimas• Trikampio ploto apskaičiavimas
<i>Animacijos trukmė</i>	1 min. 5 s.

Antroji planimetrijos animacija skirta pavaizduoti trikampio kampų radimo uždavinio sprendimo eigą. Animacija detalizuota 26 lentelėje esančiame scenarijuje.

26 lentelė. Antrosios planimetrijos srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Trikampio kampų apskaičiavimo užduoties sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Planimetrija
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti trikampio kampų radimo užduoties sprendimą
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none">1. Randamas kampas pagal kryžminių kampų taisyklę2. Randamas kampas pagal gretutinių kampų taisyklę3. Apskaičiuojamas paskutinis kampas
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none">• Gretutiniai kampai• Kryžminiai kampai• Trikampio kampų suma
<i>Animacijos trukmė</i>	58 s.

Trečioji planimetrijos animacija skirta pavaizduoti stačiojo trikampio trigonometrines savybes. Animacija detalizuota 27 lentelėje esančiame scenarijuje.

27 lentelė. Trečiosios planimetrijos srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Trikampio kampo sinuso, kosinuso ir tangento radimo užduoties sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Planimetrija
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti stačiojo trikampio trigonometrinius sąryšius

<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Apskaičiuojamas sinusas 2. Apskaičiuojamas kosinusas 3. Apskaičiuojamas tangentas
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Stačiojo trikampio sinusas • Stačiojo trikampio kosinusas • Stačiojo trikampio tangentas
<i>Animacijos trukmė</i>	1 min. 25 s.

Ketvirtoji planimetrijos animacija skirta pavaizduoti uždavinį su trapecija. Animacija detalizuota 28 lentelėje esančiame scenarijuje.

28 lentelė. Ketvirtosios planimetrijos srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Trapecijos užduties sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduties sritis</i>	Planimetrija
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti trapecijos ploto apskaičiavimą
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Randama kraštinė pagal stačiojo trikampio kosinuso formulę 2. Apskaičiuojamas ilgasis trapecijos pagrindas 3. Randama trapecijos aukštinė pritaikant Pitagoro teoremą 4. Apskaičiuojamas trapecijos plotas
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Trapecijos ploto skaičiavimas • Stačiojo trikampio kosinuso panaudojimas • Pitagoro teoremos pritaikymas
<i>Animacijos trukmė</i>	1 min. 33 s.

Penktoji planimetrijos animacija skirta pavaizduoti uždavinį su apskritimu. Animacija detalizuota 29 lentelėje esančiame scenarijuje.

29 lentelė. Penktosios planimetrijos srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Apskritimo užduties sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduties sritis</i>	Planimetrija
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti apskritimo spindulio bei segmento lanko ilgio apskaičiavimą
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Apskaičiuojamas spindulys iš apskritimo ploto 2. Apskaičiuojamas segmento lanko ilgis
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Apskritimo plotas • Segmento lanko ilgis
<i>Animacijos trukmė</i>	51 s.

Pirmasis planimetrijos interaktyvus uždavinys skirtas spręsti panašųjų trikampių uždutis ir yra detalizuotas 30 lentelėje esančiame scenarijuje.

30 lentelė. Pirmojo planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Panašųjų trikampių sprendimo uždutis
<i>Vizualizuojamos užduties sritis</i>	Planimetrija
<i>Tikslas</i>	Išspręsti panašųjų trikampių uždutį įvedant nurodytą nežinomąjį

<i>Variantai</i>	<p>Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkamas vienas iš nurodytų trikampio tipų:</p> <ul style="list-style-type: none"> • statusis lygiašonis trikampis; • statusis įvairiašonis trikampis; • lygiašonis trikampis; • lygiakraštis trikampis. <p>Be to, priklausomai nuo trikampio, atsitiktinai parenkamas vienas iš šių nežinomųjų:</p> <ul style="list-style-type: none"> • panašumo koeficientas; • trikampio plotas; • trikampio perimetras; • kraštinė; • įžambinė; • aukštinė. <p>Galiausiai, atsitiktinai parenkami didesniojo trikampio kraštinių ilgių bei panašumo koeficientas iš nurodytų intervalų</p>
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į gautą uždavinio variantą) su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Figūrų panašumas • Panašumo koeficiento skaičiavimas ir pritaikymas • Pitagoro teoremos pritaikymas • Trikampio ploto skaičiavimas • Trikampio perimetro skaičiavimas

Antrasis planimetrijos interaktyvus uždavinys skirtas apskaičiuoti gretutinį arba kryžminį kampą ir yra detalizuotas 31 lentelėje esančiame scenarijuje.

31 lentelė. Antrojo planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Kampo apskaičiavimo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Planimetrija
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti gretutinį arba kryžminį kampą
<i>Variantai</i>	Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkamas kampo tipas (gretutinis arba kryžminis) bei duotojo kampo reikšmė laipsniais
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma kampo apskaičiavimo eiga (atsižvelgiant į tai ar kampas gretutinis, ar kryžminis) su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Gretutiniai kampai • Kryžminiai kampai

Trečiasis planimetrijos interaktyvus uždavinys skirtas apskaičiuoti trikampio, gauto didesnį trikampį kertant tiese, nežinomojo kampo reikšmę ir yra detalizuotas 32 lentelėje esančiame scenarijuje.

32 lentelė. Trečiojo planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Trikampio nežinomojo kampo apskaičiavimo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Planimetrija
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti nežinomą trikampio, gauto didesnį trikampį perkertant tiese, kampą

<i>Variantai</i>	Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkami: <ul style="list-style-type: none"> • trikampį kertančios tiesės statusas; • nežinomas kampas; • pradinių duomenų kampas.
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma kampo apskaičiavimo eiga su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Gretutiniai kampai • Kryžminiai kampai • Trikampio kampų suma

Ketvirtasis planimetrijos interaktyvus uždavinys skirtas spręsti trikampio uždavinį pritaikant stačiojo trikampio trigonometrines savybes ir yra detalizuotas 33 lentelėje esančiame scenarijuje.

33 lentelė. Ketvirtojo planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Stačiojo trikampio užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Planimetrija
<i>Tikslas</i>	Surasti nurodytą nežinomąjį pritaikant stačiojo trikampio trigonometrines savybes
<i>Variantai</i>	Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkamas nežinomas: <ul style="list-style-type: none"> • kampo sinusas; • kampo kosinusas; • kampo tangentas; • trikampio statinis; • trikampio įžambinė. Bei atsitiktinai parenkami trikampio kraštinių ilgiai ir pradiniai duomenys (atsižvelgiant į parinktą nežinomąjį)
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui apskaičiuojamas nežinomas (atsižvelgiant į parinktą nežinomąjį bei pradinius duomenis) parodant tarpinius skaičiavimus
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Stačiojo trikampio trigonometrinės savybės

Penktasis planimetrijos interaktyvus uždavinys skirtas spręsti trapecijos uždavinį ir yra detalizuotas 34 lentelėje esančiame scenarijuje.

34 lentelė. Penktojo planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Trapecijos sprendimo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Planimetrija
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti nurodytą trapecijos nežinomąjį
<i>Variantai</i>	Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkamas nežinomas: <ul style="list-style-type: none"> • vienas iš pagrindų; • viena iš šoninių kraštinių; • aukštinė; • trapecijos perimetras; • trapecijos plotas. Be to, atsitiktinai parenkamas trapecijos tipas (lygiašonė arba stačioji trapecija) bei pradiniai duomenys

<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į parinktą nežinomąjį bei pradinius duomenis) su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Trapecijos savybės • Trapecijos perimetro apskaičiavimas • Trapecijos ploto apskaičiavimas

Šeštasis planimetrijos interaktyvus uždavinys skirtas spręsti apskritimo uždavinį ir yra detalizuotas 35 lentelėje esančiame scenarijuje.

35 lentelė. Šeštojo planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Apskritimo sprendimo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Planimetrija
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti nurodytą apskritimo nežinomąjį
<i>Variantai</i>	<p>Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkamas nežinomas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • spindulys; • skersmuo; • apskritimo ilgis; • apskritimo plotas. <p>Be to, nustatoma atsitiktinė apskritimo spindulio reikšmė bei, pagal parinktą nežinomąjį, parenkami pradiniai duomenys</p>
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į parinktą nežinomąjį bei pradinius duomenis) su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Apskritimo savybės • Apskritimo ilgio apskaičiavimas • Apskritimo ploto apskaičiavimas

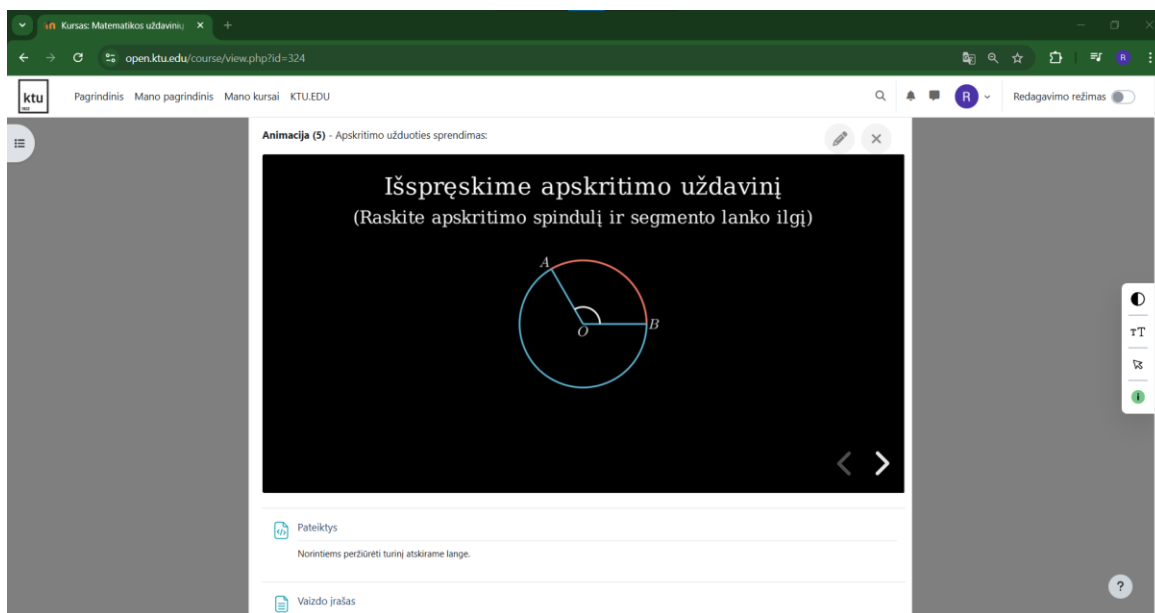
Septintasis planimetrijos interaktyvus uždavinys skirtas spręsti apskritimo, turinčio išpjovą, uždavinį ir yra detalizuotas 36 lentelėje esančiame scenarijuje.

36 lentelė. Septintojo planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

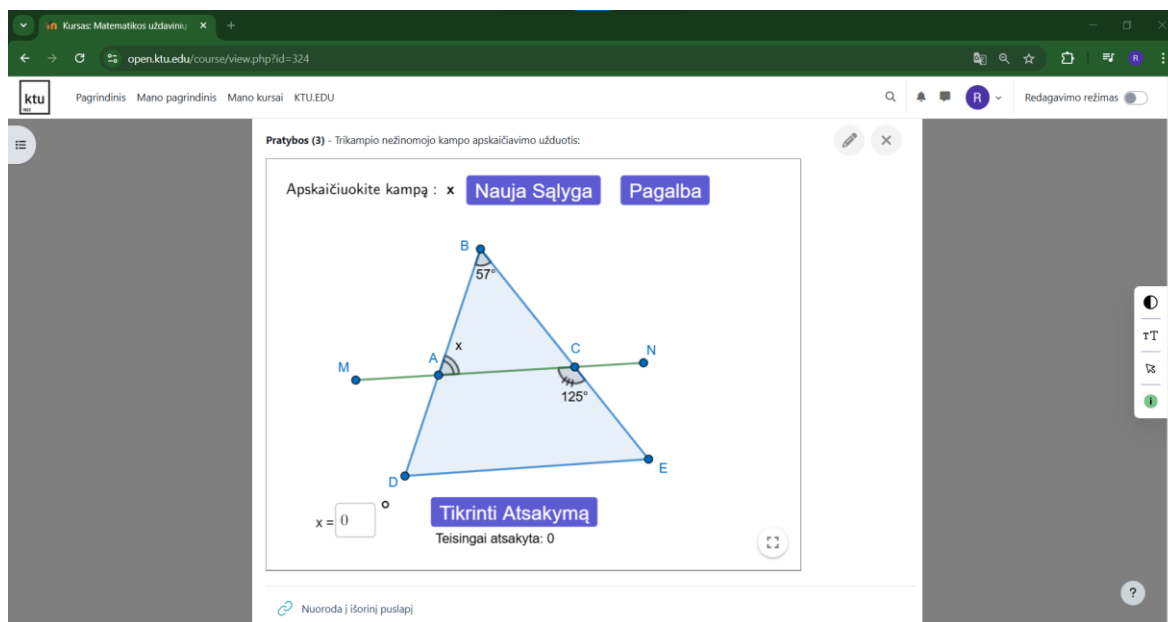
<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Apskritimo, turinčio išpjovą, sprendimo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Planimetrija
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti nurodytą apskritimo nežinomąjį
<i>Variantai</i>	<p>Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkamas nežinomas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • centrinis kampas; • įbrėžtinis kampas; • išpjovos lanko ilgis; • išpjovos plotas. <p>Be to, nustatomos atsitiktinės apskritimo spindulio bei centrinio kampo reikšmės ir, pagal parinktą nežinomąjį, parenkami pradiniai duomenys</p>
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į parinktą nežinomąjį bei pradinius duomenis) su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Apskritimo savybės • Centriniai ir įbrėžtiniai kampai • Apskritimo išpjovos lanko ilgio apskaičiavimas

- Apskritimo išpjovos ploto apskaičiavimas

Planimetrijos srities vizualizacijų pavyzdžiai pateikti 35 ir 36 paveiksluose.



35 pav. Planimetrijos srities animacijos tipo vizualizacija



36 pav. Planimetrijos srities interaktyvaus uždavinio tipo vizualizacija

Stereometrijos temai sukurtos penkios animacijos ir penki interaktyvūs uždaviniai. Animacijos ir interaktyvūs uždaviniai apima pagrindines figūras, apie kurias mokinama mokyklose.

Pirmoji stereometrijos animacija skirta pavaizduoti stačiakampio gretasienio įstrižainės apskaičiavimo uždavinio sprendimo eigą ir yra detalizuota 37 lentelėje esančiame scenarijuje.

37 lentelė. Pirmosios stereometrijos srities animacijos scenarijus

Animacijos pavadinimas	Stačiakampio gretasienio užduties sprendimas
------------------------	--

<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Stereometrija
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti stačiakampio gretasienio užduoties sprendimą, kuriame reikia apskaičiuoti figūros įstrižainę
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Apskaičiuojama figūros aukštinė iš figūros tūrio 2. Apskaičiuojama figūros įstrižainė
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Stačiakampio gretasienio savybės • Pitagoro teorema • Stačiakampio gretasienio tūrio panaudojimas
<i>Animacijos trukmė</i>	58 s.

Antroji stereometrijos animacija skirta pavaizduoti taisyklingosios piramidės tūrio apskaičiavimo uždavinio sprendimo eigą. Animacija detalizuota 38 lentelėje esančiame scenarijuje.

38 lentelė. Antrosios stereometrijos srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Taisyklingosios piramidės užduoties sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Stereometrija
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti piramidės užduoties sprendimą, kuriame reikia apskaičiuoti figūros tūrį
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Apskaičiuojama pagrindo kraštinė iš figūros šoninės sienos ploto 2. Apskaičiuojamas figūros tūris
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Taisyklingosios piramidės savybės • Trikampio ploto panaudojimas • Piramidės tūrio apskaičiavimas
<i>Animacijos trukmė</i>	48 s.

Trečioji stereometrijos animacija skirta pavaizduoti sferos paviršiaus ploto apskaičiavimo uždavinio sprendimo eigą. Animacija detalizuota 39 lentelėje esančiame scenarijuje.

39 lentelė. Trečiosios stereometrijos srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Sferos užduoties sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Stereometrija
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti sferos užduoties sprendimą, kuriame reikia apskaičiuoti figūros paviršiaus plotą
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Apskaičiuojamas sferos spindulys iš figūros tūrio 2. Apskaičiuojamas figūros paviršiaus plotas
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Sferos savybės • Sferos tūrio panaudojimas • Sferos paviršiaus ploto apskaičiavimas
<i>Animacijos trukmė</i>	43 s.

Ketvirtoji stereometrijos animacija skirta pavaizduoti kūgio sudaromosios apskaičiavimo uždavinio sprendimo eigą ir yra detalizuota 40 lentelėje esančiame scenarijuje.

40 lentelė. Ketvirtosios stereometrijos srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Kūgio užduoties sprendimas
-------------------------------	----------------------------

<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Stereometrija
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti kūgio užduoties sprendimą, kuriame reikia apskaičiuoti figūros sudaromąją
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Apskaičiuojamas kūgio pagrindo spindulys iš pagrindo ploto 2. Apskaičiuojamas kūgio aukštis iš figūros tūrio 3. Apskaičiuojama kūgio sudaromoji pritaikant Pitagoro teoremą
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Kūgio savybės • Pitagoro teorema • Apskritimo ploto panaudojimas • Kūgio tūrio panaudojimas
<i>Animacijos trukmė</i>	1 min. 6 s.

Penktoji stereometrijos animacija skirta pavaizduoti cilindro tūrio apskaičiavimo uždavinio sprendimo eigą. Animacija detalizuota 41 lentelėje esančiame scenarijuje.

41 lentelė. Penktosios stereometrijos srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Cilindro užduoties sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Stereometrija
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti cilindro užduoties sprendimą, kuriame reikia apskaičiuoti figūros tūrį
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Apskaičiuojamas cilindro aukštis iš šoninio paviršiaus ploto 2. Apskaičiuojamas cilindro tūris
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Cilindro savybės • Cilindro šoninio paviršiaus ploto panaudojimas • Cilindro tūrio apskaičiavimas
<i>Animacijos trukmė</i>	48 s.

Pirmasis stereometrijos interaktyvus uždavinys skirtas spręsti stačiakampio gretasienio užduotis ir yra detalizuotas 42 lentelėje esančiame scenarijuje.

42 lentelė. Pirmojo stereometrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Stačiakampio gretasienio sprendimo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Stereometrija
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti nurodytą stačiakampio gretasienio nežinomąjį
<i>Variantai</i>	<p>Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkamas vienas iš nurodytų nežinomųjų:</p> <ul style="list-style-type: none"> • viena iš pagrindo kraštinių; • aukštinė; • stačiakampio gretasienio įstrižainė; • vienos iš šoninių sienų paviršiaus plotas; • stačiakampio gretasienio viso paviršiaus plotas; • stačiakampio gretasienio tūris. <p>Be to, nustatomos atsitiktinės stačiakampio gretasienio briaunų ilgių reikšmės ir, pagal parinktą nežinomąjį, parenkami pradiniai duomenys</p>
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į parinktą nežinomąjį bei pradinius duomenis) su tarpiniais skaičiavimais

<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Stačiakampio gretasienio savybės • Pitagoro teorema • Stačiakampio gretasienio viso paviršiaus ploto apskaičiavimas • Stačiakampio gretasienio tūrio apskaičiavimas
-------------------------------	--

Antrasis stereometrijos interaktyvus uždavinys skirtas spręsti taisyklingosios piramidės užduotis ir yra detalizuotas 43 lentelėje esančiame scenarijuje.

43 lentelė. Antrojo stereometrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Taisyklingosios piramidės sprendimo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Stereometrija
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti nurodytą piramidės nežinomąjį
<i>Variantai</i>	<p>Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkamas vienas iš nurodytų nežinomųjų:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pagrindo kraštinė; • šoninės sienos aukštinė; • aukštinė; • pagrindo plotas; • šoninės sienos plotas; • piramidės viso paviršiaus plotas; • piramidės tūris. <p>Be to, nustatomos atsitiktinės piramidės aukštinės, pagrindo kraštinės bei šoninės sienos aukštinės ilgių reikšmės ir, pagal parinktą nežinomąjį, parenkami pradiniai duomenys</p>
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į parinktą nežinomąjį bei pradinius duomenis) su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Taisyklingosios piramidės savybės • Pitagoro teorema • Piramidės viso paviršiaus ploto apskaičiavimas • Piramidės tūrio apskaičiavimas

Trečiasis stereometrijos interaktyvus uždavinys skirtas spręsti sferos užduotis ir yra detalizuotas 44 lentelėje esančiame scenarijuje.

44 lentelė. Trečiojo stereometrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Sferos sprendimo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Stereometrija
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti nurodytą sferos nežinomąjį
<i>Variantai</i>	<p>Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkamas vienas iš nurodytų nežinomųjų:</p> <ul style="list-style-type: none"> • sferos spindulys; • sferos paviršiaus plotas; • sferos tūris. <p>Be to, nustatoma atsitiktinė sferos spindulio reikšmė ir, pagal parinktą nežinomąjį, parenkami pradiniai duomenys</p>

<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į parinktą nežinomąjį bei pradinius duomenis) su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Sferos savybės • Sferos paviršiaus ploto apskaičiavimas • Sferos tūrio apskaičiavimas

Ketvirtasis stereometrijos interaktyvus uždavinys skirtas spręsti kūgio užduotis ir yra detalizuotas 45 lentelėje esančiame scenarijuje.

45 lentelė. Ketvirtojo stereometrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Kūgio sprendimo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Stereometrija
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti nurodytą kūgio nežinomąjį
<i>Variantai</i>	<p>Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkamas vienas iš nurodytų nežinomųjų:</p> <ul style="list-style-type: none"> • kūgio pagrindo spindulys; • kūgio aukštinė; • kūgio sudaromoji; • kūgio pagrindo plotas; • kūgio šoninio paviršiaus plotas; • kūgio viso paviršiaus plotas; • kūgio tūris. <p>Be to, nustatomos atsitiktinės kūgio aukštinės ir pagrindo spindulio reikšmės ir, pagal parinktą nežinomąjį, parenkami pradiniai duomenys</p>
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į parinktą nežinomąjį bei pradinius duomenis) su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Kūgio savybės • Pitagoro teorema • Kūgio paviršiaus ploto apskaičiavimas • Kūgio tūrio apskaičiavimas

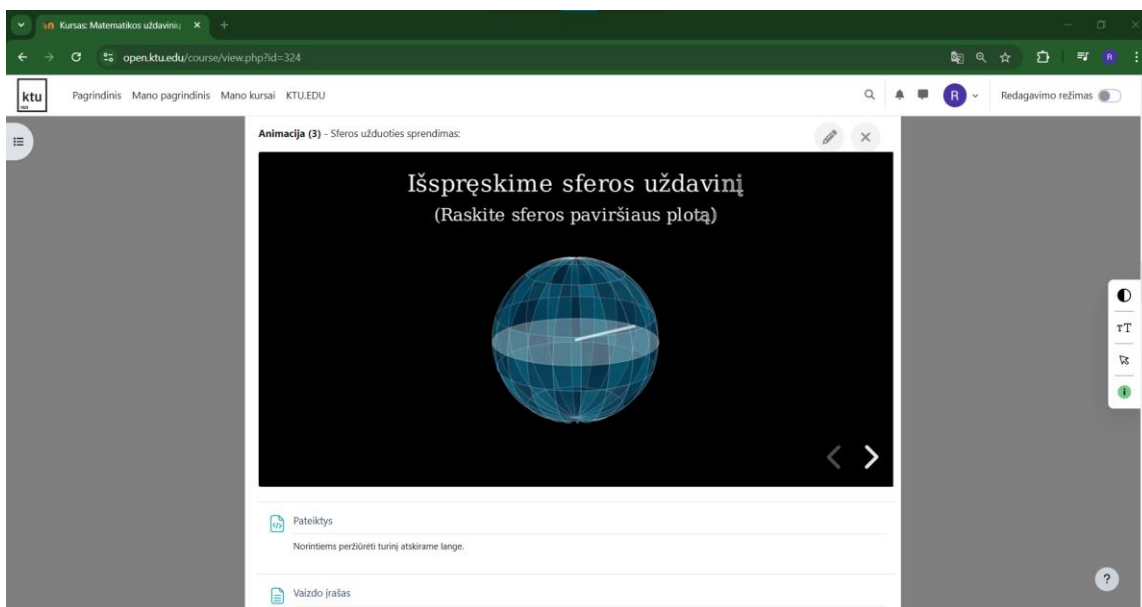
Penktasis stereometrijos interaktyvus uždavinys skirtas spręsti cilindro užduotis ir yra detalizuotas 46 lentelėje esančiame scenarijuje.

46 lentelė. Penktojo stereometrijos srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

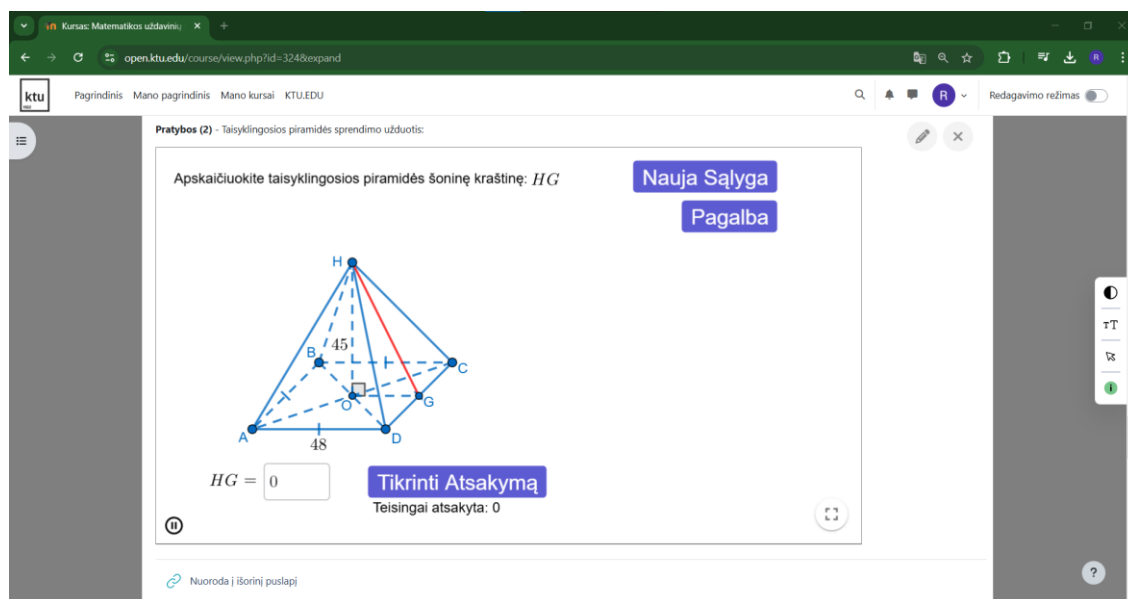
<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Cilindro sprendimo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Stereometrija
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti nurodytą cilindro nežinomąjį
<i>Variantai</i>	<p>Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkamas vienas iš nurodytų nežinomųjų:</p> <ul style="list-style-type: none"> • cilindro pagrindo spindulys; • cilindro aukštinė; • cilindro pagrindo plotas; • cilindro šoninio paviršiaus plotas; • cilindro viso paviršiaus plotas; • cilindro tūris.

	Be to, nustatomos atsitiktinės cilindro aukštinės ir pagrindo spindulio reikšmės ir, pagal parinktą nežinomąjį, parenkami pradiniai duomenys
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į parinktą nežinomąjį bei pradinius duomenis) su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Cilindro savybės • Cilindro paviršiaus ploto apskaičiavimas • Cilindro tūrio apskaičiavimas

Stereometrijos srities vizualizacijų pavyzdžiai pateikti 37 ir 38 paveiksluose.



37 pav. Stereometrijos srities animacijos tipo vizualizacija



38 pav. Stereometrijos srities interaktyvaus uždavinio tipo vizualizacija

Geometrijos uždavinių sritims buvo sukurta 10 animacijų ir 12 interaktyvių uždavinių. Šiomis vizualizacijomis siekiama besimokančiuosius supažindinti su pagrindinėmis geometrinėmis figūromis, jų savybėmis ir paaiškinti geometrijos uždavinių sprendimo eigą.

4.3. Žodinių uždavinių vizualizacijos

Žodinių uždavinių temai sukurtos septynios animacijos ir septyni interaktyvūs uždaviniai. Animacijose pavaizduoti įvairių žodinių uždavinių sprendimai, o interaktyvūs uždaviniai suteikia galimybę praktiškai bandyti spręsti tokius uždavinius.

Pirmoji žodinių uždavinių animacija skirta pavaizduoti kainų lentelės uždavinio sprendimo eigą ir yra detalizuota 47 lentelėje esančiame scenarijuje.

47 lentelė. Pirmosios žodinių uždavinių srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Kainų lentelės užduoties sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Žodiniai uždaviniai
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti užduoties su kainų lentele sprendimą, kuriame reikia apskaičiuoti picų kiekį ir liekančią grąžą, atsirenkant reikiamus duomenis pagal pateiktą sąlygą
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none">1. Apskaičiuojamos pradinės išlaidos ir pinigų likutis2. Apskaičiuojamas galimas picų kiekis3. Apskaičiuojama grąža
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none">• Tinkamų duomenų atsirinkimas• Išeinančio nusipirkti kiekio apskaičiavimas• Liekančios grąžos apskaičiavimas
<i>Animacijos trukmė</i>	1 min. 1 s.

Antroji žodinių uždavinių animacija skirta pavaizduoti trajektorijos uždavinio sprendimo eigą ir yra detalizuota 48 lentelėje esančiame scenarijuje.

48 lentelė. Antrosios žodinių uždavinių srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Trajektorijos užduoties sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Žodiniai uždaviniai
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti trajektorijos užduoties sprendimą, kuriame reikia apskaičiuoti į kokį maksimalų aukštį pakyla vandens srovė
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none">1. Apskaičiuojama parabolės viršūnės X koordinatė2. Apskaičiuojamas maksimalus aukštis
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none">• Parabolės vidurio taško savybė• Parabolės vidurio taško apskaičiavimas
<i>Animacijos trukmė</i>	47 s.

Trečioji žodinių uždavinių animacija skirta pavaizduoti lygčių sistemos sudarymo uždavinio sprendimo eigą ir yra detalizuota 49 lentelėje esančiame scenarijuje.

49 lentelė. Trečiosios žodinių uždavinių srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Lygčių sistemos sudarymo užduoties sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Žodiniai uždaviniai
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti užduoties, kurioje reikia sudaryti lygčių sistemą, sprendimą
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none">1. Sudaroma lygčių sistema pagal pateiktą sąlygą2. Išsprendžiama lygčių sistema

<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Tinkamų duomenų atsirinkimas • Sąlygą tenkinančios lygčių sistemos sudarymas • Lygčių sistemos sprendimas
<i>Animacijos trukmė</i>	54 s.

Ketvirtoji žodinių uždavinių animacija skirta pavaizduoti uždavinio su procentais sprendimo eigą ir yra detalizuota 50 lentelėje esančiame scenarijuje.

50 lentelė. Ketvirtosios žodinių uždavinių srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Procentų užduoties sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Žodiniai uždaviniai
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti užduoties su procentais sprendimą, kuriame reikia apskaičiuoti kelių procentų nuolaida yra pritaikyta prekei
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pagal sąlygą sudaroma lentelė 2. Sudaroma proporcija 3. Apskaičiuojami procentai su pritaikyta nuolaida 4. Apskaičiuojama nuolaida
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Tinkamų duomenų atsirinkimas • Proporcijos sudarymas
<i>Animacijos trukmė</i>	46 s.

Penktoji žodinių uždavinių animacija skirta pavaizduoti darbo uždavinio sprendimo eigą ir yra detalizuota 51 lentelėje esančiame scenarijuje.

51 lentelė. Penktosios žodinių uždavinių srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Darbo užduoties sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Žodiniai uždaviniai
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti darbo užduoties sprendimą, kuriame reikia apskaičiuoti per kiek valandų bus atliktas darbas
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Lygybės sudarymas 2. Laiko apskaičiavimas
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Darbo formulė
<i>Animacijos trukmė</i>	42 s.

Šeštoji žodinių uždavinių animacija skirta pavaizduoti greičio uždavinio sprendimo eigą ir yra detalizuota 52 lentelėje esančiame scenarijuje.

52 lentelė. Šeštosios žodinių uždavinių srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Greičio užduoties sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Žodiniai uždaviniai
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti greičio užduoties sprendimą, kuriame reikia apskaičiuoti reikiamą greitį
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Greičio apskaičiavimas
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Greičio formulė • Tinkamų duomenų atsirinkimas
<i>Animacijos trukmė</i>	33 s.

Septintoji žodinių uždavinių animacija skirta pavaizduoti laiko uždavinio sprendimo eigą ir yra detalizuota 53 lentelėje esančiame scenarijuje.

53 lentelė. Septintosios žodinių uždavinių srities animacijos scenarijus

<i>Animacijos pavadinimas</i>	Laiko užduoties sprendimas
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Žodiniai uždaviniai
<i>Tikslas</i>	Pademonstruoti laiko užduoties sprendimą, kuriame reikia apskaičiuoti kelintą valandą autobusai susitiks toje pačioje stotelėje
<i>Eiga</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Išvykimo minutės parašomos pirminiais daugikliais 2. Apskaičiuojamas mažiausias bendras kartotinis 3. Apskaičiuojama po kiek laiko autobusai susitiks stotelėje 4. Nustatoma kelintą valandą autobusai susitiks stotelėje
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Mažiausias bendras kartotinis ir jo apskaičiavimas • Skaičių parašymas pirminiais daugikliais • Valandų ir minučių sudėtis
<i>Animacijos trukmė</i>	1 min. 28 s.

Pirmasis žodinių uždavinių srities interaktyvus uždavinys skirtas spręsti užduotis su kainų lentele ir yra detalizuotas 54 lentelėje esančiame scenarijuje.

54 lentelė. Pirmojo žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Kainų lentelės užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Žodiniai uždaviniai
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti nurodytą nežinomąjį
<i>Variantai</i>	<p>Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkama ką reikia apskaičiuoti:</p> <ul style="list-style-type: none"> • kiek kainuos nusipirkti tam tikrų matmenų nuotraukas; • kiek liks gražos po tam tikrų matmenų nuotraukų pirkimo; • kiek galima nusipirkti tam tikrų matmenų nuotraukų. <p>Be to, nustatomos atsitiktinės kainų reikšmės</p>
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į sudarytą sąlygą) su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Tinkamų duomenų atsirinkimas • Kiekio apskaičiavimas • Gražos apskaičiavimas

Antrasis žodinių uždavinių srities interaktyvus uždavinys skirtas spręsti trajektorijos užduotis ir yra detalizuotas 55 lentelėje esančiame scenarijuje.

55 lentelė. Antrojo žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Trajektorijos užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Žodiniai uždaviniai
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti nurodytą nežinomąjį
<i>Variantai</i>	<p>Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkama ką reikia apskaičiuoti:</p> <ul style="list-style-type: none"> • iš kokio aukščio metamas kamuolys;

	<ul style="list-style-type: none"> • kelintą sekundę kamuolys pasieks aukščiausią tašką; • į kokią aukštį gali pakilti kamuolys; • kokiam aukštyje kamuolys bus tam tikrą sekundę; • kelintą sekundę kamuolys nusileis. <p>Be to, atsitiktinai parenkami kvadratinės formulės koeficientai</p>
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į sudarytą sąlygą) su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Parabolės vidurio taško savybė • Parabolės vidurio taško apskaičiavimas • Kvadratinės lygties sprendimas

Trečiasis žodinių uždavinių srities interaktyvus uždavinys skirtas spręsti sistemos sudarymo užduotis ir yra detalizuotas 56 lentelėje esančiame scenarijuje.

56 lentelė. Trečiojo žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Sistemos sudarymo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Žodiniai uždaviniai
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti nurodytą kainą
<i>Variantai</i>	<p>Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkama ką reikia apskaičiuoti:</p> <ul style="list-style-type: none"> • tušinuko kainą; • knygos kainą. <p>Be to, nustatomi atsitiktiniai tušinukų ir knygų kiekiai bei jų kainos.</p>
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į sudarytą sąlygą) su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Tinkamų duomenų atsirinkimas • Sąlygą tenkinančios lygčių sistemos sudarymas • Lygčių sistemos sprendimas

Ketvirtasis žodinių uždavinių srities interaktyvus uždavinys skirtas spręsti užduotis su procentais ir yra detalizuotas 57 lentelėje esančiame scenarijuje.

57 lentelė. Ketvirtojo žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Procentų užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Žodiniai uždaviniai
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti nurodytą nežinomąjį
<i>Variantai</i>	<p>Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkama ką reikia apskaičiuoti:</p> <ul style="list-style-type: none"> • originalią kainą; • pritaikytą nuolaidą ar keliais procentais pabrango; • kainą su nuolaida ar po pabrangimo. <p>Be to, nustatoma atsitiktinė pradinė kaina bei nuolaidos ir pabrangimo procentai</p>
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į sudarytą sąlygą) su tarpiniais skaičiavimais

<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Tinkamų duomenų atsirinkimas • Proporcijos sudarymas
-------------------------------	---

Penktasis žodinių uždavinių srities interaktyvus uždavinys skirtas spręsti darbo užduotis ir yra detalizuotas 58 lentelėje esančiame scenarijuje.

58 lentelė. Penktojo žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Darbo užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Žodiniai uždaviniai
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti nurodytą nežinomąjį
<i>Variantai</i>	Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkama ką reikia apskaičiuoti: <ul style="list-style-type: none"> • per kiek valandų atliktų darbą su tam tikru robotų kiekiu; • kiek reiktų robotų norint darbą atlikti per nurodytą laiką. Be to, nustatomi atsitiktiniai robotų kiekiai bei valandos
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į sudarytą sąlygą) su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Darbo formulė

Šeštasis žodinių uždavinių srities interaktyvus uždavinys skirtas spręsti greičio užduotis ir yra detalizuotas 59 lentelėje esančiame scenarijuje.

59 lentelė. Šeštojo žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Greičio užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Žodiniai uždaviniai
<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti nurodytą nežinomąjį
<i>Variantai</i>	Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkama ką reikia apskaičiuoti: <ul style="list-style-type: none"> • greitį; • laiką; • kelią. Be to, nustatomos atsitiktinės greičio, laiko ir kelio reikšmės
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į sudarytą sąlygą) su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Greičio formulė • Laiko formulė • Kelio formulė • Tinkamų duomenų atsirinkimas

Septintasis žodinių uždavinių srities interaktyvus uždavinys skirtas spręsti laiko užduotis ir yra detalizuotas 60 lentelėje esančiame scenarijuje.

60 lentelė. Septintojo žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio scenarijus

<i>Interaktyvaus uždavinio pavadinimas</i>	Laiko užduotis
<i>Vizualizuojamos užduoties sritis</i>	Žodiniai uždaviniai

<i>Tikslas</i>	Apskaičiuoti kelintą valandą autobusai vienu metu išvyks iš stotelės
<i>Variantai</i>	Generuojant naujas sąlygas atsitiktinai parenkamos autobusų išvykimo reikšmės bei pradinis išvykimo laikas
<i>Teikiama pagalba</i>	Naudojant pagalbos mygtuką pažingsniui parodoma uždavinio sprendimo eiga (atsižvelgiant į sudarytą sąlygą) su tarpiniais skaičiavimais
<i>Demonstruojamos žinios</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Mažiausias bendras kartotinis ir jo apskaičiavimas • Skaičių parašymas pirminiais daugikliais • Valandų ir minučių sudėtis

Žodinių uždavinių srities vizualizacijų pavyzdžiai pateikti 39 ir 40 paveiksluose.

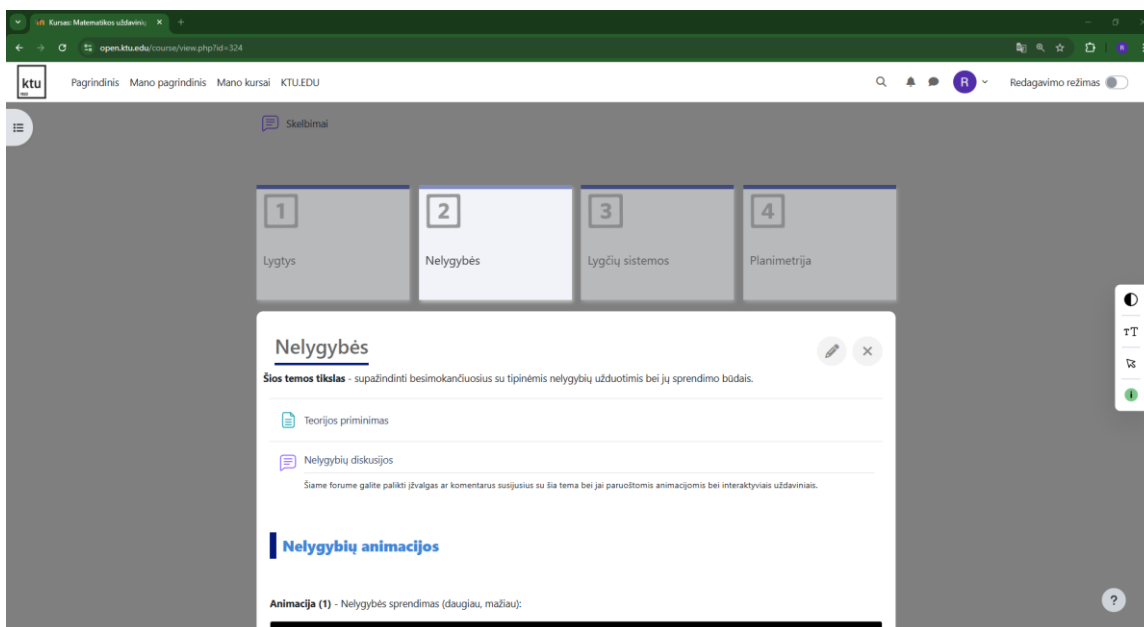
39 pav. Žodinių uždavinių srities animacijos tipo vizualizacija

40 pav. Žodinių uždavinių srities interaktyvaus uždavinio tipo vizualizacija

Žodinių uždavinių vizualizacijomis siekiama besimokantiems pademonstruoti ir paaiškinti įvairių uždavinių, turinčių tekstą ar lentelę aprašytą sąlygą, sprendimo eigą.

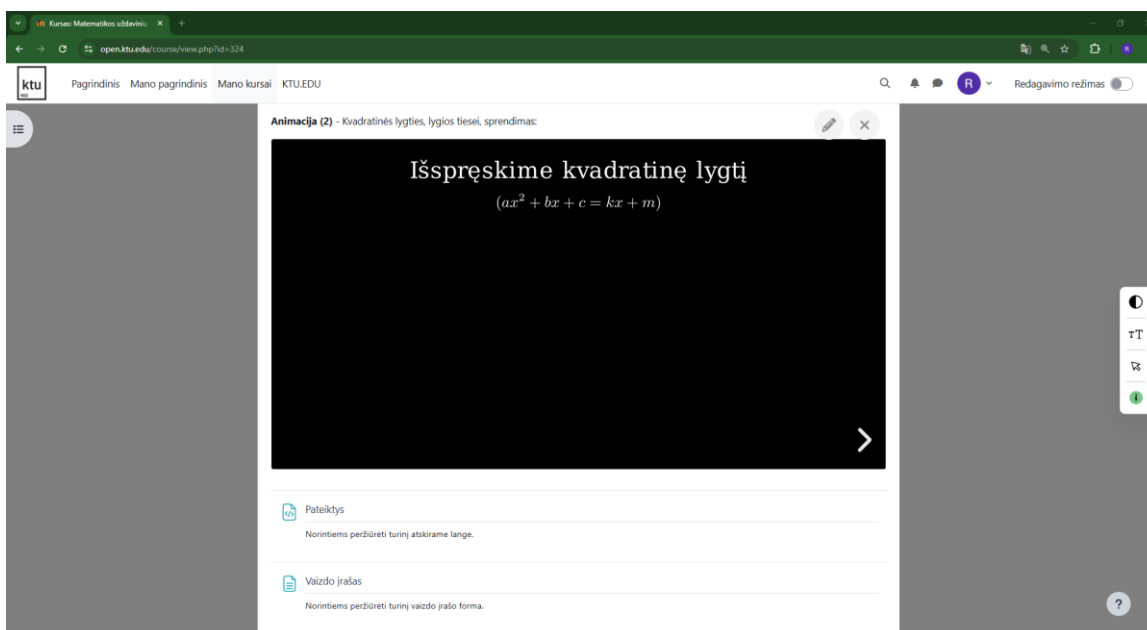
4.4. Realizuotų matematikos uždavinių integravimas į Moodle

Kiekvienos temos vizualizacijoms Moodle kurse buvo sukurta po atskirą blokelį, kuriame patalpinta: trumpas teorinės dalies aprašas, diskusijų forumas (komentarų, pasiūlymų ar išpūdžių pasidalinimui) ir uždavinių vizualizacijos (žr. 41 pav.).



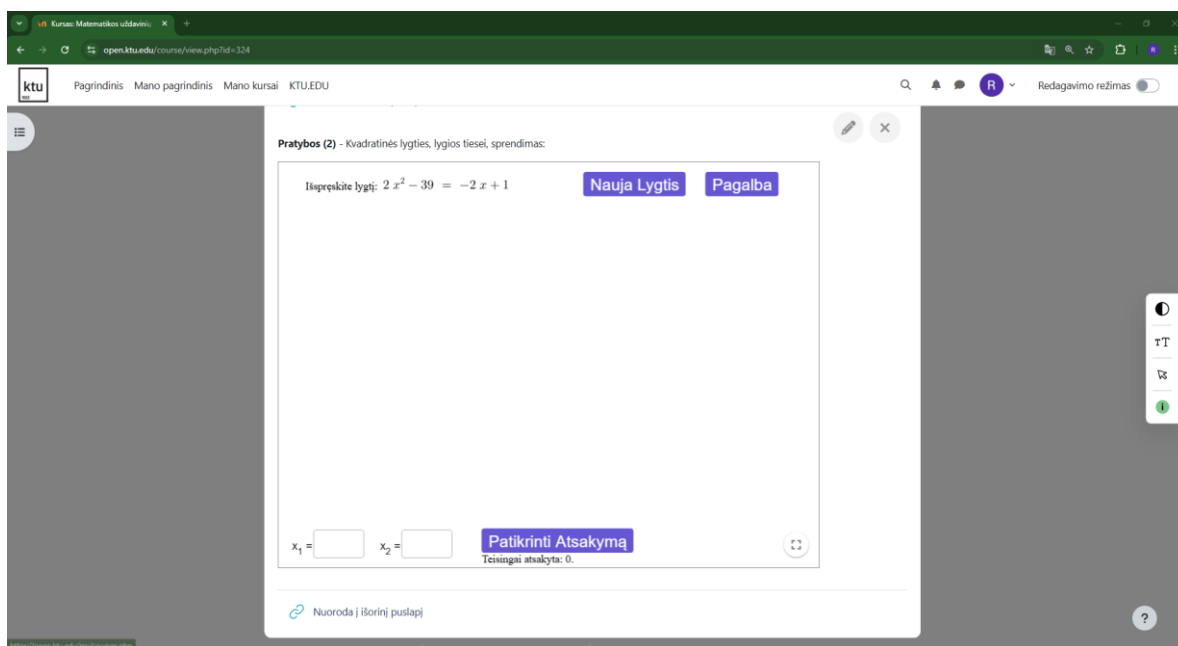
41 pav. Kurso temos ir jų sandara

Animacijos Moodle aplinkoje pateikiamos HTML bei MP4 formatais siekiant, kad šis mokomasis turinys būtų įvairialypis (žr. 42 pav.). Vieni besimokantieji animacijas gali peržiūrėti skaidrių forma naviguodami pateiktame turinyje ar paspaudę pasirinkimą „pateiktys“, o kiti – vaizdo įrašo forma paspaudę pasirinkimą „vaizdo įrašas“.



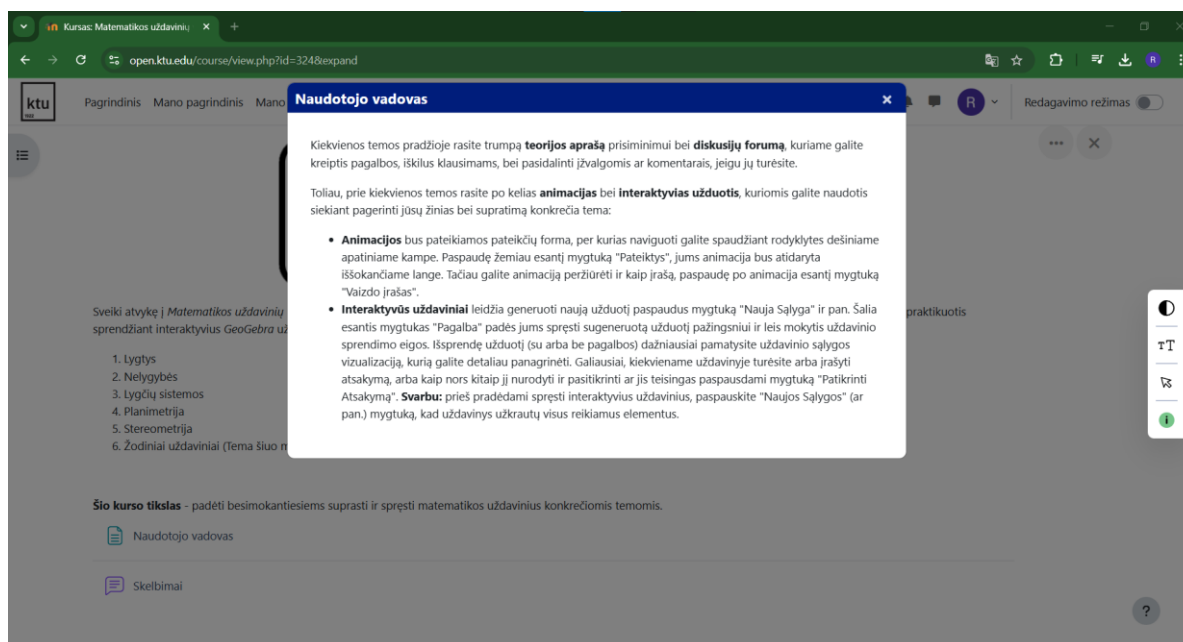
42 pav. Suteikiamos galimybės animacijos turinio peržiūrai

Interaktyvūs uždaviniai Moodle aplinkoje pateikiami *HTML* formatu įterpiant su *GeoGebra* sukurtą uždavinį (žr. 43 pav.). Besimokantiejiems taip pat yra galimybė atsidaryti uždavinį tiesiai *GeoGebra* svetainėje paspaudžiant „nuoroda į išorinį puslapį“ mygtuką.



43 pav. Suteikiamos galimybės interaktyvaus uždavinio peržiūrai

Be uždavinių vizualizacijų, kurse taip pat aprašytas naudotojo vadovas (žr. 44 pav.). Jis trumpai nurodo, ką kurse besimokantieji gali rasti ir kaip naudotis pateiktu mokymosi turiniu.



44 pav. Naudotojo vadovas

Apibendrinant – vizualizacijas stengtasi rengti bei pateikti taip, jog būtų kuo labiau laikomasi el. mokymosi turiniui keliamų reikalavimų bei mokinių poreikių siekiant, kad kuo daugiau besimokančiųjų norėtų bei gebėtų jomis naudotis. Uždaviniai atvirai prieinami *Open KTU* sistemoje adresu: <https://open.ktu.edu/course/view.php?id=324>.

4.5. Skyriaus išvados

1. Paruošiant vizualizacijų aprašus, jų realizavimas tampa sklandesnis.
2. Mokymosi turinys turi atitikti įvairių besimokančiųjų poreikius.
3. Realizuojant interaktyvius uždavinius svarbu suteikti galimybę besimokantiejiems gauti pagalbą, kad mokymosi priemonė būtų skirta ne tik savitikrai, bet ir mokymuisi.
4. Realizuojant animacijas susidurta su techninėmis problemomis susijusiomis su operatyviaja atmintimi (*RAM*), todėl norint naudotis *Manim*, reikėtų turėti pakankamai galingą kompiuterį, kuriame yra bent 16 GB vidinės atminties.

5. Matematikos uždavinių vizualizacijų veiksmingumo mokinių mokymosi rezultatams vertinimas

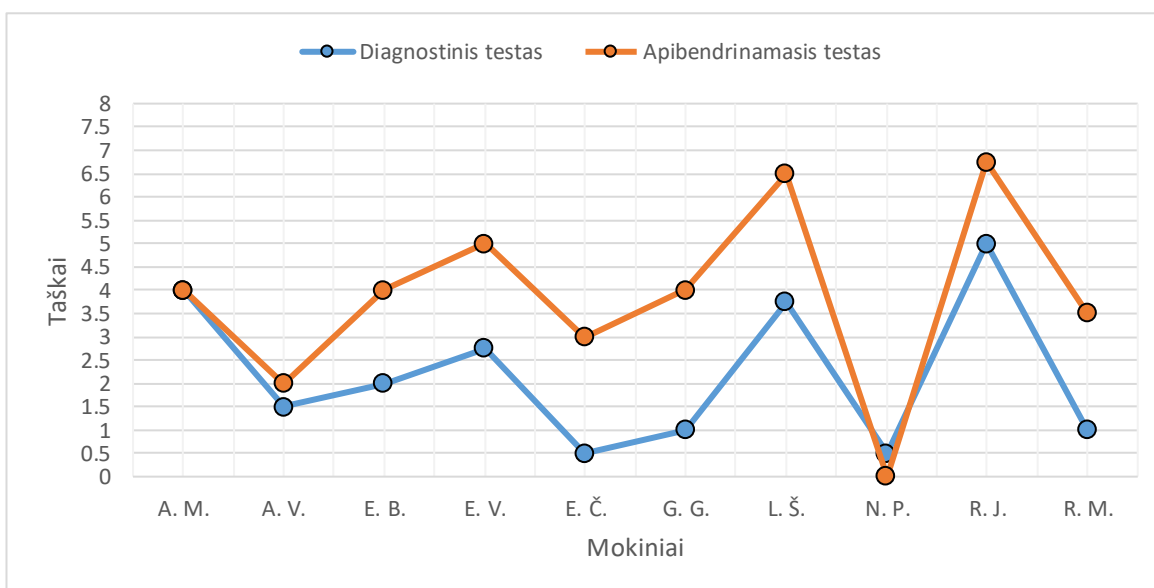
Norint sužinoti, ar realizuotos uždavinių vizualizacijos turi teigiamos įtakos mokymosi pasiekimams, svarbu patikrinti jų veiksmingumą. Tam įgyvendinti buvo atliktas matematikos uždavinių vizualizacijų testavimas su Zapyškio pagrindinės mokyklos 10-os klasės mokiniais (vizualizacijų naudojimo patvirtinimo raštas pateiktas 3 priede). Vizualizacijų veiksmingumui vertinti pasirinkta ši metodika:

1) atliekamas diagnostinis testas mokinių esamų mokymosi rezultatų vertinimui; 2) mokiniams pristatomos atitinkamos srities matematikos uždavinių vizualizacijos; 3) suteikiama galimybė naudotis vizualizacijomis ir iš jų mokytis; 4) po dviejų savaitių atliekamas apibendrinamasis testas mokinių atitinkamos srities žinioms įvertinti ir analizuojami bei lyginami atitinkamos srities mokymosi rezultatai ir jų pokytis.

Baigiamojo darbo metu vykdyti trys testavimo ciklai, apimantys parinktas matematikos uždavinių sritis, t. y. lygtis, nelygybes bei lygčių sistemas, geometriją ir žodinius uždavinius. Testavimams buvo paruošta po du testų variantus su 6–7 uždaviniais, kurie tarp variantų skyrėsi uždavinių sąlygomis ir pradiniais duomenimis. Siekiant, kad testų įvertinimai būtų kuo objektyvesni, kiekvienam variantui buvo paruoštos vertinimo instrukcijos. Tolimesniuose poskyriuose aptariami atskirų testavimų rezultatai, o skyriaus pabaigoje pateikiamos išvados.

5.1. Lygčių, nelygybių ir lygčių sistemų uždavinių vizualizacijų veiksmingumas

Pirmajame matematikos uždavinių vizualizacijų veiksmingumo tyrime dalyvavo 10 mokinių. Vieną iš jiems pateiktų testo variantų ir šiam variantui sukurtą vertinimo instrukciją galima pamatyti 4 ir 5 prieduose. Pirmojo testavimo rezultatai pateikti 45 pav.

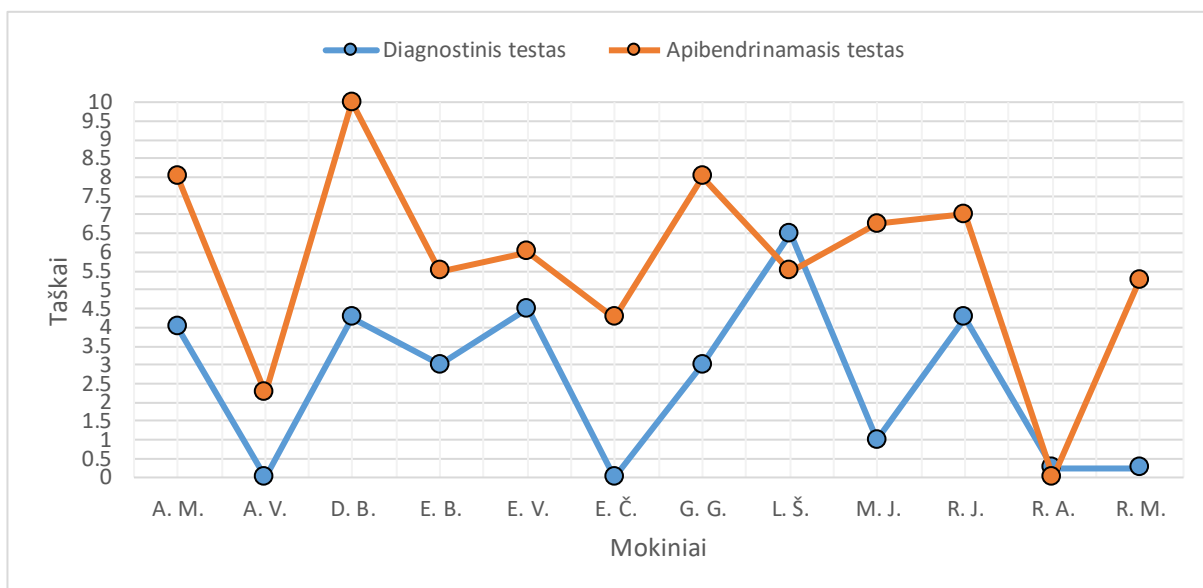


45 pav. Lygčių, nelygybių ir lygčių sistemų srities testavimo rezultatai

Šiame eksperimente mokiniai daugiausiai galėjo surinkti 8 taškus. Po pirmojo, diagnostinio, testo, mokiniai vidutiniškai surinko 2,2 taškus. Atlikus antrąjį, apibendrinamąjį, testą, vidurkis pakilo iki 3,88 taškų, kas rodo ~76,36 proc. teigiamą pokytį. Galima pastebėti, jog tik trijų mokinių pasiekimai išliko panašūs.

5.2. Geometrijos uždavinių vizualizacijų veiksmingumas

Antrajame vizualizacijų veiksmingumo tyrime dalyvavo 12 mokinių. Šio testo varianto pavyzdį ir variantui sukurtą vertinimo instrukciją galima pamatyti 6 ir 7 prieduose. Antrojo testavimo rezultatai pateikti 46 pav.

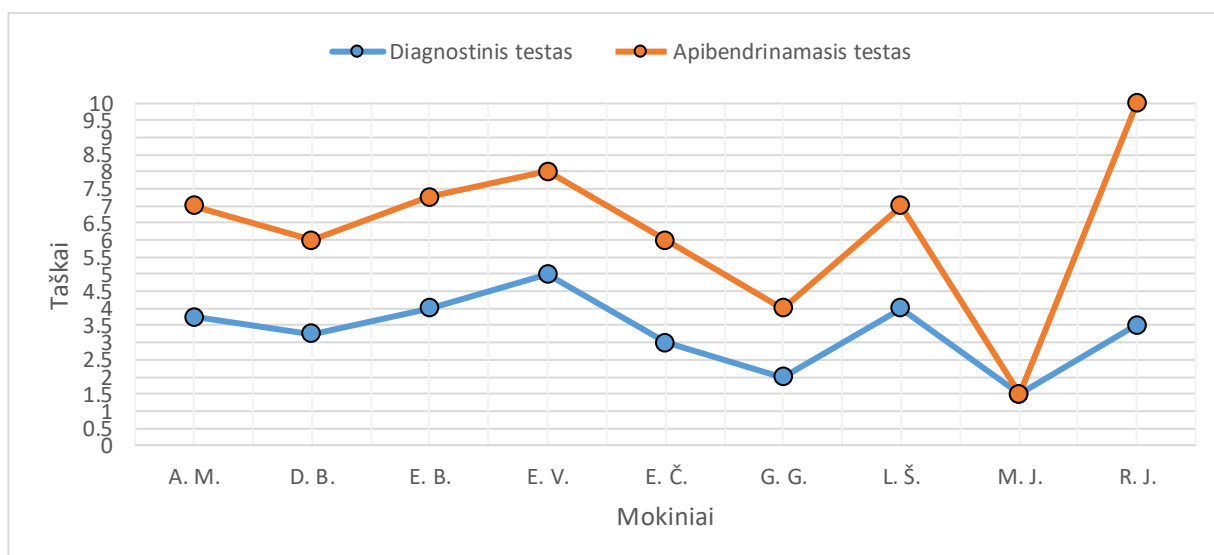


46 pav. Geometrijos srities testavimo rezultatai

Šiame eksperimente mokiniai daugiausiai galėjo surinkti 10 taškų. Po diagnostinio testo, mokinių vidurkis buvo lygus 2,58 taškams. Atlikus apibendrinamąjį testą ir apskaičiavus gautus balus, vidurkis pakilo iki 5,71 taškų, kas indikuoja ~121,32 proc. teigiamą pokytį. Iš diagramos matome, jog tik dviejų mokinių pasiekimai išliko panašūs ar buvo prastesni.

5.3. Žodinių uždavinių vizualizacijų veiksmingumas

Paskutiniame matematikos uždavinių vizualizacijų veiksmingumo tyrime sudalyvavo 9 mokiniai. Pateikto testo variantą ir šiam variantui sukurtą vertinimo instrukciją galima pamatyti 8 ir 9 prieduose, o atlikto testavimo rezultatai pateikti 47 pav.



47 pav. Žodinių uždavinių srities testavimo rezultatai

Šitame eksperimente daugiausiai buvo galima surinkti 10 taškų. Atlikus diagnostinį testą, nustatytas pradinis mokinių žinių lygis, kuris buvo lygus vidutiniškai 3,33 taškams. Po apibendrinamojo testo, vidurkis pakilo iki 6,31 taškų, kas rodo ~89,49 proc. teigiamą pokytį. Galiausiai, diagramoje matoma, jog tik vieno mokinio rezultatai išliko tokie patys.

5.4. Skyriaus išvados

1. Parengtos ir pritaikytos animacijos bei interaktyvios užduotys teigiamai įtakojo mokinių mokymosi rezultatus.
2. Didžiausias teigiamas pokytis nustatytas geometrijos srities uždaviniuose, o mažiausias teigiamas pokytis buvo lygčių, nelygybių ir lygčių sistemų srities uždaviniuose.

Bendrosios išvados

1. Išanalizavus literatūros šaltinius nustatyta, kad matematikos mokymasis būtų efektyvus, besimokantysis turi aktyviai dalyvauti mokymosi procese, o aktyvumą bei interaktyvumą užtikrina daugialypių terpių taikymas matematikos uždavinių vizualizavimui.
2. Apžvelgus technologijas, matematikos uždaviniams vizualizuoti ir realizuoti pasirinkti šie technologiniai sprendimai: 1) interaktyvūs grafikai bei iliustracijos ir 2) aiškinamieji vaizdo įrašai bei animacijos. Šie technologiniai sprendimai pasirinkti dėl lengvo naudojimosi, dalinimosi ir prieinamumo galimybių.
3. Suprojektuotam uždavinių vizualizavimo scenarijui realizuoti pasirinktos atviro kodo *Manim* ir *GeoGebra* priemonės. *Manim* teikia plačias funkcionalumo ir eksportavimo galimybes, o *GeoGebra* pasižymi aukštu interaktyvumu ir lengva vizualizacijų integracija į virtualiąją mokymosi aplinką.
4. Realizuota 50 uždavinių, t. y. 24 animacijos ir 26 interaktyvios užduotys. Uždavinio scenarijus apima vizualizuojamo uždavinio pasirinkimą bei detalų jo aprašymą, kas palengvina vizualizacijų realizavimo procesą.
5. Ištyrus sukurtų vizualizacijų veiksmingumą mokykloje nustatyta, jog pavyko pagerinti mokinių matematikos dalyko rezultatus, sukuriant ir pritaikant matematikos uždavinių vizualizacijas. Didžiausias teigiamas pokytis (~121 proc.) nustatytas atlikus eksperimentą su geometrijos srities uždaviniais, o mažiausias (~76 proc.) – po lygčių, nelygybių ir lygčių sistemų sričių uždavinių eksperimento.

Literatūros sąrašas

1. NŠA. *Brandos egzaminų rezultatų analizės*. [žiūrėta 2023 m. spalio 10 d.]. Prieiga per: <https://www.nsa.smm.lt/egzaminai-ir-pasiekimu-patikrinimai/brandos-egzaminai/rezultatu-analizes/>.
2. NŠA. *PUPP rezultatai*. [žiūrėta 2023 m. spalio 10 d.]. Prieiga per: <https://www.nsa.smm.lt/egzaminai-ir-pasiekimu-patikrinimai/pupp/rezultatai/>.
3. PRANAITYTĖ, Gabija; NARKEVIČIENĖ, Bronė. Matematikos valstybinio brandos egzamino užduoties ir rezultatų kaitos 2012–2021 metais kai kurie aspektai. *Lietuvos matematikos rinkinys, Ser. B*. 2022, 63: 71–81 [žiūrėta 2023 m. spalio 18 d.]. Prieiga per: <https://doi.org/10.15388/LMR.2022.29760>.
4. MANSOR, Noor Rohana, et al. A review survey on the use computer animation in education. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. IOP Publishing, 2020. p. 012021 [žiūrėta 2023 m. spalio 6 d.]. Prieiga per: <http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/917/1/012021>.
5. KISHORE, Shila. The crucial role of mathematics in artificial intelligence. 2023 [žiūrėta 2024 m. sausio 4 d.]. Prieiga per: <https://www.linkedin.com/pulse/crucial-role-mathematics-artificial-intelligence-shila-kishore/>.
6. MUTHU, Geetha. How is math used in cryptography? 2023 [žiūrėta 2024 m. sausio 4 d.]. Prieiga per: <https://www.linkedin.com/pulse/how-math-used-cryptography-geetha-muthu/>.
7. *Visuotinė lietuvių enciklopedija*. Vilnius: Mokslo ir enciklopedijų leidybos centras [žiūrėta 2023 m. lapkričio 2 d.]. Prieiga per: <https://www.vle.lt/straipsnis/mokymasis/>.
8. *Matematika*. Švietimo portalas [žiūrėta 2023 m. lapkričio 2 d.]. Prieiga per: <https://www.emokykla.lt/bendrosios-programos/visos-bendrosios-programos/5?type=8>.
9. BAGDONĖ, I., BALTRĖNIENĖ, N. *MOKYTIS PADEDANTIS VERTINIMAS*. [žiūrėta 2023 m. lapkričio 2 d.]. Prieiga per: <https://www.mokytojas.eu/puslapiai/dokumentai/vertinimas.pdf>.
10. VAN DAM, Nick. *E-Learning Fieldbook*. McGraw-Hill Companies, 2003.
11. HILLMAYR, Delia, et al. The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers & Education*, 2020, 153: 103897 [žiūrėta 2023 m. spalio 12 d.]. Prieiga per: <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103897>.
12. SYUKRI, Ahmad; MARZAL, Jefri; MUHAIMIN, Muhaimin. Constructivism-Based Mathematics Learning Multimedia to Improve Students' Mathematical Communication Skills. *Indonesian Journal of Science and Mathematics Education*, 2020, 3.2: 117-132 [žiūrėta 2023 m. spalio 12 d.]. Prieiga per: <http://dx.doi.org/10.24042/ij sme.v3i2.6201>.
13. AMELIA, Dwianti Putri; HARAHA, Amin. Application of interactive multimedia-based mathematics learning media to increase students' interest in learning. *Budapest International Research and Critics Institute (BIRCI-Journal): Humanities and Social Sciences*. 2021, 4.2: 3153–3161 [žiūrėta 2024 m. sausio 5 d.]. Prieiga per: <https://doi.org/10.33258/birci.v4i2.2040>.
14. VLASENKO, Kateryna V., et al. Web-based online course training higher school mathematics teachers. 2020 [žiūrėta 2023 m. spalio 8 d.]. Prieiga per: <https://doi.org/10.31812/123456789/3894>.
15. RATHOUR, Laxmi, et al. Visualization Method in Mathematics Classes. *Computational Algorithms and Numerical Dimensions*, 2022, 1.4: 141–146 [žiūrėta 2023 m. lapkričio 2 d.]. Prieiga per: <https://doi.org/10.22105/cand.2022.159701>.
16. FERSTER, Bill. *Interactive visualization: Insight through inquiry*. MIT Press, 2023 [žiūrėta 2023 m. lapkričio 2 d.]. Prieiga per:

- https://books.google.lt/books?hl=lt&lr=&id=rG6vEAAQBAJ&oi=fnd&pg=PR9&ots=tRteo5nM-W&sig=wXPS6cOLmRGC_6OFtwi0ELKoXHc.
17. RACHMAVITA, F. P. Interactive media-based video animation and student learning motivation in mathematics. In: *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2020. p. 012040 [žiūrėta 2023 m. lapkričio 2 d.]. Prieiga per: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1663/1/012040>.
 18. TAKAC, Michal. Application of Web-based Immersive Virtual Reality in Mathematics Education. In: *2020 21th International Carpathian Control Conference (ICCC)*. IEEE, 2020. p. 1–6 [žiūrėta 2023 m. lapkričio 2 d.]. Prieiga per: <https://doi.org/10.1109/ICCC49264.2020.9257276>.
 19. KRAMARENKO, Tetiana H., PYLYPENKO, Olha S., ZASELSKYI, Volodymyr. Prospects of using the augmented reality application in STEM-based Mathematics teaching. 2019. [žiūrėta 2023 m. lapkričio 2 d.]. Prieiga per: <http://ds.knu.edu.ua/jspui/handle/123456789/2624>.
 20. KAINZ, O.; JAKAB, F.; KARDOŠ, S. The computer animation in education. In: *2013 IEEE 11th International Conference on Emerging ELearning Technologies and Applications (ICETA)*. IEEE, 2013. p. 201–206 [žiūrėta 2023 m. lapkričio 3 d.]. Prieiga per: <https://dx.doi.org/10.1109/ICETA.2013.6674428>.
 21. PIELIKIENĖ, A. *Mokymosi motyvacijos stiprinimas naudojant daugialypę terpę*. 2023 [žiūrėta 2023 m. lapkričio 3 d.]. Prieiga per: <https://epubl.ktu.edu/object/elaba:167994450/>.
 22. NICOLAOU, Constantinos; MATSIOLA, Maria; KALLIRIS, George. Technology-enhanced learning and teaching methodologies through audiovisual media. *Education Sciences*, 2019, 9.3: 196 [žiūrėta 2023 m. lapkričio 3 d.]. Prieiga per: <https://doi.org/10.3390/educsci9030196>.
 23. HANIF, Muhammad. The Development and Effectiveness of Motion Graphic Animation Videos to Improve Primary School Students' Sciences Learning Outcomes. *International Journal of Instruction*. 2020, 13.3: 247–266 [žiūrėta 2023 m. lapkričio 4 d.]. Prieiga per: <https://doi.org/10.29333/iji.2020.13416a>.
 24. XIAO, Lirong. Animation trends in education. *International Journal of Information and Education Technology*, 2013, 3.3: 286 [žiūrėta 2023 m. spalio 7 d.]. Prieiga per: <http://ijiet.org/papers/282-JR112.pdf>.
 25. ALTINTAS, Esra; IIGUN, Sukru; KUCUK, Soner. Evaluation of Use of Graphics Interchange Format (GIF) Animations in Mathematics Education. *Educational Research and Reviews*, 2017, 12.23: 1112–1119 [žiūrėta 2023 m. lapkričio 11 d.]. Prieiga per: <https://eric.ed.gov/?id=EJ1163284>.
 26. FERNÁNDEZ-ENRÍQUEZ, Roger; DELGADO-MARTÍN, Laura. Augmented reality as a didactic resource for teaching mathematics. *Applied Sciences*, 2020, 10.7: 2560 [žiūrėta 2023 m. lapkričio 12 d.]. Prieiga per: <https://doi.org/10.3390/app10072560>.
 27. MALVASI, Viviana; GIL-QUINTANA, Javier; BOCCIOLESI, Enrico. The projection of gamification and serious games in the learning of mathematics multi-case study of secondary schools in Italy. *Mathematics*, 2022, 10.3: 336 [žiūrėta 2023 m. spalio 8 d.]. Prieiga per: <https://doi.org/10.3390/math10030336>.
 28. KARTIKA, Yessi, et al. Improving Math Creative Thinking Ability by using Math Adventure Educational Game as an Interactive Media. In: *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2019. p. 012078 [žiūrėta 2023 m. lapkričio 12 d.]. Prieiga per: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1179/1/012078>.

Priedai

1 priedas. Mokinių apklausa

Ši anketa skirta išsiaiškinti mokinių požiūrį į informacines technologijas, matematikos pamokas bei jų metu kylančias problemas ir vizualizacijų panaudojimą matematikos pamokoje. Anketą sudaro 23 klausimai. Anketa yra anoniminė ir gauti duomenys bus naudojami tik baigiamajame magistro darbe.

1. Jūs mokotės: (vienas pasirinkimas)

- 5 klasėje
- 6 klasėje
- 7 klasėje
- 8 klasėje
- 9 klasėje
- 10 klasėje

2. Jūsų lytis: (vienas pasirinkimas)

- Moteris
- Vyras
- Nenoriu atskleisti

3. Ar turite namuose kompiuterį ar mobilųjį įrenginį? (vienas pasirinkimas)

- Taip, turiu abu
- Taip, turiu kompiuterį
- Taip, turiu mobilųjį įrenginį
- Neturiu

4. Ar mokate naudotis kompiuteriu ar mobiliuoju įrenginiu? (vienas pasirinkimas)

- Taip, moku naudotis ir kompiuteriu, ir mobiliuoju įrenginiu
- Taip, moku naudotis kompiuteriu
- Taip, moku naudotis mobiliuoju įrenginiu
- Nemoku

5. Kur turite galimybę naudotis internetu? (keli pasirinkimai)

- Namie
- Pas draugus
- Mokykloje
- Bibliotekoje
- Kitur (įrašykite)

6. Kiek vidutiniškai laiko kasdien naudojate kompiuteriu ar mobiliuoju įrenginiu mokomaisiais tikslais? (vienas pasirinkimas)

- Iki 1 valandos
- Nuo 1 iki 3 valandų
- Nuo 3 iki 5 valandų
- Daugiau nei 5 valandas
- Mokomaisiais tikslais nesinaudoju

7. Ką Jums labiausiai patinka daryti kompiuteryje ar mobiliajame įrenginyje? (keli pasirinkimai)

- Skaityti
- Žiūrėti nuotraukas
- Žiūrėti vaizdo įrašus
- Žiūrėti animacinius filmukus

- Žaisti žaidimus
 - Bendrauti su draugais
 - Kita (įrašykite)
- 8. Ar matematikos pamokų metu naudojate mobiliuosius įrenginius ar kompiuterius?** (vienas pasirinkimas)
- Taip
 - Ne
 - Kartais
- 9. Kaip manote, ar matematikos pamokų metu būtų vertinga naudoti kompiuteriu ar mobiliuoju įrenginiu?** (vienas pasirinkimas)
- Ne, manau reikėtų naudoti tik spausdintine medžiaga
 - Taip, manau būtų naudinga pamokų metu panaudoti kompiuterį ar mobilųjį įrenginį
 - Nežinau
- 10. Ar Jums patinka matematika, nes?** (keli pasirinkimai)
- Tai yra įdomus mokomasis dalykas
 - Man patinka spręsti uždavinius
 - Matematiką naudinga suprasti
 - Pamokų metu naudojamos informacinės technologijos
 - Pamokų metu naudojamos vizualizacijos
 - Kita (įrašykite)
- 11. Jei galite, apibūdinkite savo savijautą matematikos pamokos metu:** (įrašyti atsakymą)

- 12. Jei matematikos pamokos metu jaučiate nemalonias, kas, Jūsų nuomone, pagerintų savijautą?** (keli pasirinkimai)
- Jei nereikėtų eiti prie lentos
 - Jei nereikėtų atsakinėti priešais klasę
 - Jei mokymosi turinys būtų suprantamesnis
 - Jei matematikos uždaviniai būtų suprantamesni
 - Jei matematikos pamokos būtų įdomesnės
 - Jei pamokos metu būtų naudojamos informacinės technologijos
 - Kita (įrašykite)
- 13. Ar visada suprantate matematikos uždavinių sąlygas?** (vienas pasirinkimas)
- Taip
 - Ne
 - Kartais
- 14. Ko, Jūsų nuomone, trūksta, kad uždavinių sąlygos būtų suprantamesnės?** (įrašyti atsakymą)

- 15. Ar visada žinote matematikos uždavinių sprendimo būdą?** (vienas pasirinkimas)
- Taip
 - Ne
 - Kartais
 - Priklauso nuo uždavinių srities (pvz. lygtys, geometrija ir t.t.)

16. Kas, Jūsų nuomone, padėtų prisiminti ar suprasti matematikos uždavinių sprendimo būdus? (įrašyti atsakymą)

--

17. Kaip vertinate šių uždavinių sričių sudėtingumą?

	1 (labai lengvi)	2	3	4	5 (labai sunkūs)	Neteko susidurti
Skaičiavimai, reiškiniai						
Lygtys, nelygybės ir jų sistemos						
Funkcijos						
Funkcijų analizės pradmenys						
Kombinatorika						
Tikimybės						
Statistika						
Geometrija						
Žodiniai uždaviniai						

18. Įrašykite kokie uždaviniai Jums yra sudėtingiausi (pvz. geometriniai, žodiniai, lygtys, tikimybės ir pan.) ir kodėl: (įrašyti atsakymą)

--

19. Ar matematikos pamokos metu naudojamos vizualizacijos (paveikslėliai, skaidrės, vaizdo įrašai, animacijos ir pan.)? (vienas pasirinkimas)

- Taip
- Ne
- Kartais
- Priklauso nuo uždavinių srities

20. Jei tekę susidurti su vizualizacijomis pamokų metu, kokia yra Jūsų nuomonė apie jų naudojimą? (įrašyti atsakymą)

--

21. Kaip vertinate šiuos teiginius?

	1 (visiškai nesutinku)	2	3	4	5 (visiškai sutinku)	Nežinau
Vizualizacijos palengvina informacijos supratimą ir padeda suprasti matematinius konceptus						
Vizualizacijos palengvina informacijos įsisavinimą						

Vizualizacijos praturtina mokymosi medžiagą						
Vizualizacijos padidina motyvaciją mokintis						
Vizualizacijos padidina susidomėjimą matematika						
Vizualizacijos padaro matematikos pamokas įdomesnes						

22. Kaip vertinate šiuos teiginius?

	1 (visiškai nesutinku)	2	3	4	5 (visiškai sutinku)	Nežinau
Vizualizacijos padėtų spręsti matematikos uždavinius susijusius su skaičiavimais, reiškiniams						
Vizualizacijos padėtų spręsti matematikos uždavinius susijusius lygtimis, nelygybėmis ir jų sistemomis						
Vizualizacijos padėtų spręsti matematikos uždavinius susijusius su funkcijomis ir jų analizės pradmenimis						
Vizualizacijos padėtų spręsti matematikos uždavinius susijusius su kombinatorika, tikimybėmis ir statistika						
Vizualizacijos padėtų spręsti matematikos uždavinius susijusius su geometrija						
Vizualizacijos padėtų spręsti matematikos žodinius uždavinius						
Vizualizacijos padėtų suprasti matematikos uždavinius ir jų sprendimus						

23. Jei turite dar kokių nors komentarų, galite pasidalinti jais čia: (įrašyti atsakymą)

2 priedas. Publikuotas straipsnis

STRAIPSNIAI RECENZUOJAMUOSE MOKSLO LEIDINIUOSE

Recenzuojamoje konferencijų pranešimų medžiagoje Nacionalinėse (Lietuvos) leidyklose

1. [P1d; LT; OA] **Lukaitis, Rytis**; Gudonienė, Daina. Tyrimas dėl matematikos uždavinių vizualizavimo mokymosi rezultatų gerinimui // ALTA'24: Advanced learning technologies and applications: Sustainability and partnership in education: annual international conference for education: conference proceeding = Pažangios mokymosi technologijos ir aplikacijos: Tvarumas ir partnerystė švietime: tarptautinė konferencija skirta švietimui, [2024 m. gruodžio 5 d]. Kaunas : [Kaunas University of Technology]. ISSN 2335-2140. 2024, p. 176-182. [M.kr.: N 009, T 007] [Indėlis: 0,500]

TYRIMAS DĖL MATEMATIKOS UŽDAVINIŲ VIZUALIZAVIMO MOKYMOŠI REZULTATŲ GERINIMUI

Rytis Lukaitis, Daina Gudonienė

Informatikos fakultetas, Kauno technologijos universitetas, Lietuva

Santrauka. Matematika atlieka svarbų vaidmenį prisidedant prie mokslo ir technologijų pažangos, sprendžiant realaus pasaulio problemas bei ugdant kritinio mąstymo įgūdžius, kas yra itin aktualu šiandieniniame pasaulyje. Atsižvelgiant į kasmet prastėjančius PUPP ir VBE rezultatus pastebimas ir mažesnis pasitenkinimas matematikos dalyko mokymusi. Tai gali būti dėl to, jog mokiniai ne visiškai supranta matematikos uždavinius ar jų išaiškinimą ir nežino efektyvių sprendimo būdų. Straipsnyje pristatomo tyrimo tikslas yra nustatyti kokioms matematikos uždavinių sritims būtų naudinga kurti vizualizacijas ir atsižvelgiant į tyrimo rezultatus – pasiūlyti galimą problemos sprendimą.

Raktiniai žodžiai: Matematika, vizualizacijos, animacija, interaktyvumas.

IVADAS

Matematika atlieka svarbų vaidmenį formuojant mūsų pasaulio supratimą, o jos mokymosi svarba apima įvairius kasdienio gyvenimo aspektus - nuo paprastų kasdienių skaičiavimų iki sudėtingesnių darbinių ar profesinių skaičiavimų. Matematika ugdo kritinio mąstymo įgūdžius, sprendžiant realaus pasaulio problemas ir prisideda prie mokslo ir technologijų pažangos. Kritinio mąstymo ir problemų sprendimo įgūdžių ugdymas yra itin aktualius šiandieniniame, nuolat besikeičiančiame, pasaulyje, o išlavintas matematinis mąstymas daro įtaką asmeninio ir profesinio tobulėjimo srityse. Tačiau daugelis mokinių sutiktų, kad matematika nėra labai patrauklus ar iš pirmo žvilgsnio sudominantis mokomasis dalykas. Tai iš dalies gali būti dėl to, kad mokiniams sunku suprasti matematinis konceptus ar pilnai suvokti, kodėl matematikoje yra skaičiuojama būtent taip, kaip mokytojas nurodo pamokos metu. Apie prastas mokinių matematikos žinias galima išgirsti ne tik mokytojų nusiskundimuose, tačiau ir pastebėti kasmetinėse matematikos PUPP ir VBE rezultatų ataskaitose [1][2].

Atsižvelgiant į PUPP ir VBE egzaminų rezultatus 2019-2024 metais matome, jog neišlaikiusiųjų PUPP procentinis skaičius svyruoja tarp 19,52-40,58% patikrinimą laikusių mokinių, o VBE – tarp 10,5-35,4% egzaminą laikusių mokinių [1][2]. Šių rezultatų svyravimą gali įtakoti užduočių sudėtingumas bei mokinių pasirengimas patikrinimui bei egzaminui. Tačiau verta paminėti tai, jog net ir keičiantis išlaikiusiųjų skaičiui per pastaruosius 6 metus, PUPP išlaikymo vidurkis

vidutiniškai tėra 5,3, o VBE surenkami balai – 21,25. Pagal šiuos rezultatus galima teigti, jog daugiausiai išlaikusiųjų pasiekia tik patenkinamą pasiekimų lygį. Tai gali būti dėl to, nes mokiniai sunkiai įsivaizduoja pačius uždavinius, kurie reikalauja erdvinio mąstymo, uždavinių sąlygų supratimo bei tinkamo sprendimo būdo parinkimo. Remiantis mokslininkų teiginiais [3][4][5][6][7][8], multimedijos elementų panaudojimas mokyme mokiniams leis lengviau įsivaizduoti pačius uždavinius ir suprasti visą sprendimo eigą.

Šio straipsnio tikslas yra nustatyti kokiems matematikos uždaviniams būtų aktualios vizualizacijos ir pasiūlyti uždavinių vizualizavimo scenarijų.

1. TYRIMAS APIE MATEMATIKOS UŽDAVINIŲ VIZUALIZAVIMO AKTUALUMĄ

Siekiant išsiaiškinti kokių sričių matematikos uždaviniams reikėtų kurti vizualizacijas, buvo atliktas kiekybinis tyrimas, kurio metu apklausti 77 įvairaus amžiaus (V-X klasių) matematiką besimokantys mokiniai. Anoniminei apklausai atlikti panaudotas *Google Forms* įrankis, o pačią anketą sudarė 23 klausimai, iš kurių 17 buvo su ribotais pasirinkimais ir 6 atviro tipo klausimai.

Respondentų buvo paklausta ar namuose jie turi kompiuterį bei mobilųjį įrenginį ir ar jie moka naudotis šiais įrenginiais. Dauguma respondentų (93.5%) namuose turi ir kompiuterį, ir mobilųjį įrenginį, o likusi dalis (6.5%) – tik mobilųjį įrenginį. Taip pat, didžioji dalis atsakiusiųjų (94.8%) moka naudotis tiek kompiuteriu, tiek mobiliuoju įrenginiu mokymuisi, o 5.2% respondentų moka naudotis tik mobiliuoju įrenginiu. Iš gautų rezultatų galima daryti išvadą, jog mokiniai namuose turi mokymuisi reikalingas technologijas ir moka jomis naudotis, tačiau norint, kad matematikos uždavinių vizualizacijomis pasinaudotų visi mokiniai, jos turėtų būti pritaikytos tiek kompiuteriams, tiek nešiojamiems išmaniesiems įrenginiams.

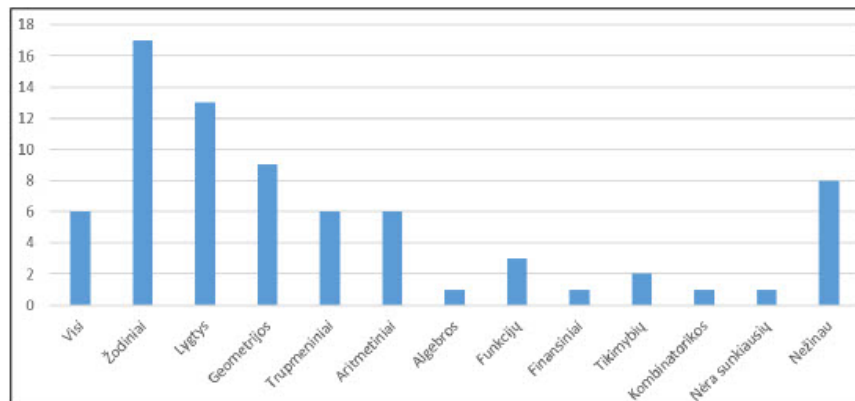
Atliekant tyrimą taip pat buvo nustatyti kiek laiko mokiniai praleidžia prie kompiuterio. Paprašius nurodyti, kiek vidutiniškai laiko kasdien mokiniai naudojami kompiuteriu ir mobiliuoju įrenginiu laisvalaikiui bei mokomaisiais tikslais pastebėta, kad laisvalaikiui mokiniai dažniausiai praleidžia nuo 3 iki 5 valandų, o mokomaisiais tikslais – tik 1-2 valandas. Tam priežasčių gali būti įvairių, tačiau galima padaryti išvadą, jog kuriant edukacinį turinį mokiniams reikėtų jį daryti nedidelės trukmės arba išskaidytą į nedidelius mokymosi objektus, kad kuo daugiau mokinių galėtų peržiūrėti.

Taip pat apklausta ar matematikos pamokų metu mokiniai naudojami mobiliaisiais įrenginiais ar kompiuteriais mokomaisiais tikslais ir ar jų nuomone būtų vertinga jais naudotis mokomaisiais tikslais. Pastebėta, kad matematikos pamokų metu mokiniai kartais (51.9% atsakiusiųjų) naudojami šiais įrenginiais ir

mano, jog jais naudotis būtų naudinga (68.8% atsakiusių). Iš šių rezultatų galima manyti, jog kompiuteriai ar mobilieji įrenginiai matematikos pamokoje jau yra naudojami esant galimybėms ar poreikiui jiems naudoti. Taip pat galima teigti, kad mokiniai norėtų dažniau naudoti informacines technologijas matematikos pamokos metu.

Paklausus mokinių, ar jie visada supranta matematikos uždavinių sąlygas, daugiau nei pusė atsakiusių (57.1%) teigia, jog tai priklauso nuo temos, uždavinių srities. 22.1% atsakiusių mokinių kartais supranta uždavinių sąlygas, o tik nedidelė dalis atsakiusių (11.7%) visada supranta uždavinių sąlygas, nepriklausomai nuo to, koks uždavinys yra sprendžiamas. Pasiteiravus, ar mokiniai visada žino matematikos uždavinių sprendimo būdą, daugiausia (37.7%) moksleivių teigia, kad tai priklauso nuo uždavinių srities, o 32.4% besimokančiųjų kartais supranta matematikos uždavinių sprendimo būdą. Verta paminėti tai, kad nemaža dalis atsakiusių (18.2%) nežino matematikos uždavinių sprendimo būdo, nepriklausomai nuo uždavinių srities, ir tik likę 11.7% visada žino sprendimo būdą. Pagal šiuos rezultatus galima daryti išvadą, kad uždavinių suprantamumas, sudėtingumas ir gebėjimas juos išspręsti dažnai priklauso nuo to, kokiai uždavinių sričiai jis priklauso.

Apklausoje mokinių buvo paprašyta nurodyti jiems sudėtingiausius uždavinius. Kadangi tai buvo atviro tipo klausimas, apklausos analizės metu atsakymai buvo sugrupuoti (1 pav.). Daugiausiai kartų paminėti šie uždaviniai: žodiniai uždaviniai (17), uždaviniai su lygtimis (13) bei geometriniai uždaviniai (9). Galima manyti, kad šiuose uždaviniuose mokiniai nesupranta sąlygos, neįsivaizduoja uždavinio arba nežino sprendimo eigos, kaip spręsti uždavinį.



1 pav. Klausimo, kokie uždaviniai respondentams yra sudėtingiausi, rezultatų histograma

Mokinių paprašyta išsakyti savo nuomonę apie vizualizacijų naudojimą, jei tekę susidurti su vizualizacijomis pamokų metu. Į atvirą klausimą atsakė 47 respondentai kurių atsakymai buvo sugrupuoti į „teigiamą“, „neigiamą“ ir „nuomonės neturėjimo“ grupes. Daugiausia respondentų (59.57%) turėjo teigiamą patirtį ir nuomonę apie vizualizacijas, 36.17% respondentų neturėjo nuomonės, o tik labai maža dalis (4.26%) atsiliepė neigiamai apie jas, iš kurių vienas respondentas paminėjo, kad ir taip gali viską įsivaizduoti. Iš teigiamą nuomonę turinčių mokinių atsakymų galima paminėti tai, jog jiems vizualizacijos padaro pamokas įdomesnes, labiau suprantamas. Keli respondentai taip pat paminėjo, kad reikėtų kuo daugiau vizualizacijų, tačiau jos turėtų būti tinkamai panaudotos.

Apklausoje mokinių paprašyta įvertinti teiginius apie vizualizacijų pagalbą sprendžiant matematikos uždavinius, kur 1 balas reiškė visišką nesutikimą, o 5 – visišką sutikimą. Išsamesnei analizei apskaičiuoti įvertinimų vidurkiai bei standartinis nuokrypis (1 lentelė). Galima pastebėti, kad aukščiausius vidurkius turi teiginiai, kuriuose minima, kad vizualizacijos padeda su geometrija, žodiniais uždaviniais bei lygtimis, nelygybėmis ir jų sistemomis. Be jų, sąlyginai aukštą vidurkį (2.97) turėjo bendrasis teiginys, kad „vizualizacijos padėtų suprasti matematikos uždavinius ir jų sprendimus“.

1 LENTELĖ. VIZUALIZACIJŲ POREIKIO SPRENDŽIANT MATEMATIKOS UŽDAVINIUS ĮVERTINIMAI

	Visualizacijos padėtų spręsti matematikos uždavinius susijusius su skaičiais, reikšmėmis	Visualizacijos padėtų spręsti matematikos uždavinius susijusius su lygtimis, nelygybėmis ir jų sistemomis	Visualizacijos padėtų spręsti matematikos uždavinius susijusius su funkcijomis ir jų atvaizdais grafiniškai	Visualizacijos padėtų spręsti matematikos uždavinius susijusius su kombinatorika, tikimybėmis ir statistika	Visualizacijos padėtų spręsti matematikos uždavinius susijusius su geometrija	Visualizacijos padėtų spręsti matematikos žodinius uždavinius	Visualizacijos padėtų suprasti matematikos uždavinius ir jų sprendimus
Vidurkis	2.72	2.93	2.85	2.85	3.31	3.10	2.97
Standartinis nuokrypis	1.43	1.19	1.58	1.44	1.78	1.50	1.58
Atsakymų kiekis	68	69	59	59	65	72	72

Žvelgiant į standartinius nuokrypius galima matyti, kad mažiausią standartinį nuokrypį (1.19) turi teiginys apie vizualizacijų teikiamą naudą sprendžiant uždavinius, susijusius su lygtimis, nelygybėmis ir jų sistemomis. Tai reiškia, jog respondentų nuomonės šiuo teiginiu sutapo labiausiai. Tuo tarpu didžiausią standartinį nuokrypį (1.78) turi teiginys susijęs su geometrija, kas reiškia, jog respondentų nuomonė šiuo teiginiu išsiskyrė labiausiai.

Apibendrinant apklausos rezultatus galima teigti, kad matematikos uždavinių supratimui ir sprendimui įtakos turi tai, kuriai uždavinių sričiai uždavinys priklauso, o mokinių nuomone vizualizacijos padaro pamokas įdomesnes, praturtina mokymosi medžiagą bei palengvina informacijos įsisavinimą. Taip pat nustatyta, jog mokiniams sunkiausi yra žodiniai uždaviniai, uždaviniai susiję su lygtimis,

nelygybėmis bei geometrijos uždaviniais ir didžiausią naudą mato vizualizuojant būtent šios srities uždavinius.

2. SIŪLOMAS PROBLEMOS SPRENDIMAS

Atsižvelgiant į apklausos rezultatus ir probleminę sritį, uždavinių sudėtingo suprantamumo ir sprendimo problemai spręsti būtų galima matematikos pamokose naudoti skaitmenines vizualizacijas matematikos uždavinių atvaizdavimui ir paaiškinimui (2 pav.).



2 pav. Problemos sprendimo scenarijus

Norint ištirti vizualizacijų panaudojimo atvejų veiksmingumą, tikslinga realizuoti mokiniams sudėtingiausių uždavinių (lygčių, nelygybių, geometrijos ir žodinių uždavinių) vizualizacijas ir jas ištestuoti su mokiniais. Galiausiai, po testavimo reikėtų palyginti prieš ir po vizualizacijų panaudojimo gautus mokymosi rezultatus ir nustatyti kokią įtaką padarė matematikos uždavinių vizualizacijų panaudojimas.

3. IŠVADOS

Išanalizavus NŠA paskelbtus 2019-2024 metų PUPP bei VBE rezultatus pastebėtas dominuojantis tik patenkinamas pasiekimų lygis ir vis svyruojantis neišlaikiusiųjų skaičius. Rezultatus įtakoti gali skirtingas uždavinių sudėtingumas bei mokinių pasirengimas šių uždavinių sprendimui, t.y. tai, jog mokiniai galbūt ne pilnai supranta pačius matematikos uždavinius ar jų sprendimą.

Siekiant nustatyti galimą problemos sprendimą buvo atlikta mokinių apklausa su tikslu išsiaiškinti, kurios matematikos uždavinių sritys yra sudėtingiausios bei kurias iš jų būtų verta vizualizuoti, siekiant gerinti mokinių uždavinių supratimą ir mokymosi rezultatus. Išanalizavus apklausos rezultatus nustatyta, jog sudėtingiausi matematikos uždaviniai priklauso lygčių, nelygybių, geometrijos ir žodinių uždavinių sritims ir būtent juos reikėtų vizualizuoti.

Galiausiai, siekiant pagerinti dabartinę matematikos raštingumo situaciją, pasiūlytas problemos sprendimo scenarijus, kuris apima žingsnius, kaip būtų galima panaudoti matematikos uždavinių vizualizacijas ir užtikrinti efektyvesnę matematikos dalyko mokymąsi.

LITERATŪRA

1. NŠA. *Brandos egzaminų rezultatų analizės*. Prieiga per internetą: <https://www.nsa.smm.lt/egzaminai-ir-pasiekimu-patikrinimai/brandos-egzaminai/rezultatu-analizes/> [žiūrėta 2023 m. spalio 10 d.].
2. NŠA. *PUPP rezultatai*. Prieiga per internetą: <https://www.nsa.smm.lt/egzaminai-ir-pasiekimu-patikrinimai/pupp/rezultatai/> [žiūrėta 2023 m. spalio 10 d.].
3. MANSOR, Noor Rohana, et al. A review survey on the use computer animation in education. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. IOP Publishing, 2020. Prieiga per doi: <http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/917/1/012021> [žiūrėta 2023 m. spalio 6 d.].
4. SYUKRI, Ahmad; MARZAL, Jefri; MUHAIMIN, Muhaimin. Constructivism-Based Mathematics Learning Multimedia to Improve Students' Mathematical Communication Skills. *Indonesian Journal of Science and Mathematics Education*, 2020, 3.2: 117-132. Prieiga per doi: <http://dx.doi.org/10.24042/ij sme.v3i2.6201> [žiūrėta 2023 m. spalio 12 d.].
5. AMELIA, Dwianti Putri; HARAHAAP, Amin. Application of interactive multimedia-based mathematics learning media to increase students'

- interest in learning. *Budapest International Research and Critics Institute (BIRCI-Journal): Humanities and Social Sciences*. 2021, 4.2: 3153-3161. Prieiga per doi: <https://doi.org/10.33258/birci.v4i2.2040> [žiūrėta 2024 m. sausio 5 d.].
6. RACHMAVITA, F. P. Interactive media-based video animation and student learning motivation in mathematics. In: *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing, 2020. p. 012040. Prieiga per doi: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1663/1/012040> [žiūrėta 2023 m. lapkričio 2 d.].
 7. KAINZ, O.; JAKAB, F.; KARDOŠ, S. The computer animation in education. In: *2013 IEEE 11th International Conference on Emerging ELearning Technologies and Applications (ICETA)*. IEEE, 2013. p. 201-206. Prieiga per doi: <https://dx.doi.org/10.1109/ICETA.2013.6674428> [žiūrėta 2023 m. lapkričio 3 d.].
 8. NICOLAOU, Constantinos; MATSIOLA, Maria; KALLIRIS, George. Technology-enhanced learning and teaching methodologies through audiovisual media. *Education Sciences*, 2019, 9.3: 196. Prieiga per doi: <https://doi.org/10.3390/educsci9030196> [žiūrėta 2023 m. lapkričio 3 d.].

3 priedas. Naudojimo patvirtinimo raštas

ORIGINALAS NESIUNČIAMAS



KAUNO R. ZAPYŠKIO PAGRINDINĖ MOKYKLA

Savivaldybės biudžetinė įstaiga, Bažnyčios g. 4, Kluoniškių k., Zapyškio sen., LT-53417 Kauno r.
Tel. +370 37 542 249, el. paštas rastine@zapyskiomokykla.lt
Duomenys kaupiami ir saugomi Juridinių asmenų registre, kodas 191092511

Kauno technologijos universitetui

2025-04-16 Nr. S-176

DĖL MATEMATIKOS UŽDAVINIŲ VIZUALIZACIJŲ NAUDOJIMO

Patvirtiname, kad Kauno r. Zapyškio pagrindinėje mokykloje buvo naudotasi KTU informatikos fakulteto „Nuotolinio mokymosi informacinių technologijų“ studijų programos magistranto Ryčio Lukaičio parengtomis matematikos uždavinių animacijomis ir interaktyviomis užduotimis.

Direktorius



Raimondas Bartkus

Rūta Gumauskienė, tel. +370 37 542 249, el. paštas rastine@zapyskiomokykla.lt

4 priedas. Lygčių, nelygybių ir lygčių sistemų testo variantas

LYGTYS, NELYGYBĖS IR LYGČIŲ SISTEMOS

Darbą atliko: _____

1. (2 taškai) Išspręskite kvadratinę lygtį: $-2x^2 - x + 10 = 0$.

Atsakymas: _____

2. (1 taškas) Išspręskite nelygybę: $-7x + 0.5 > -3x + 5$.

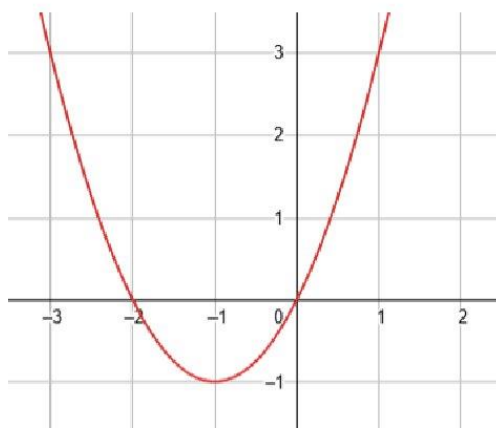
Atsakymas: _____

3. (1 taškas) Pasirinkite nelygybę $3x - 2.5 \geq x + 5.5$ tenkinantį sprendinį.

Atsakymas: A) -4 B) 0 C) 2 D) 4

4. (1 taškas) Nustatykite kvadratinės nelygybės atsakymą:

$$f(x) \leq 0$$



Atsakymas: _____

5. (2 taškai) Išspręskite lygčių sistemą:
$$\begin{cases} 5x - 10y = -90 \\ -6x + 11y = 105 \end{cases}$$

Atsakymas: _____

6. (1 taškas) Patikrinkite ar $x = -5$; $y = -9$ tenkina lygčių sistemą:
$$\begin{cases} 7x + 6y = -95 \\ -10x + 5y = 0 \end{cases}$$

Atsakymas: _____

5 priedas. Lygčių, nelygybių ir lygčių sistemų testo varianto vertinimo instrukcijos

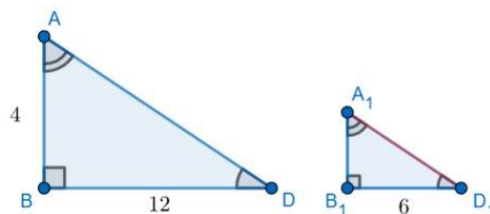
Nr.	Teisingas atsakymas	Taškai	Vertinimas
1.		2	
	$x_1 = -2,5$ $x_2 = 2$	0,5	Už diskriminanto formulės pritaikymą
		0,5	Už teisingo diskriminanto apskaičiavimą
		0,5	Už sprendinių formulės pritaikymą
		0,25	Už pirmąjį teisingą sprendinį
		0,25	Už antrąjį teisingą sprendinį
2.		1	
	$x < 0$	0,5	Už nelygybės pusių susitvarkymą
		0,5	Už teisingą atsakymą
3.		1	
	D	1*	Už teisingą atsakymą
* Po 0,25 balų gali būti skiriami už atsakymų patikrinimą			
* Arba 0,5 balo skiriama už nelygybės išsprendimą, jei nepažymėtas teisingas atsakymas			
4.		1	
	[-2; 0]	0,5	Už teisingų intervalo skaičių pasirinkimą
		0,5	Už teisingo rėžio pasirinkimą
5.		2	
	$x = -12$ $y = 3$	0,5	Už sprendimo būdo pasirinkimą
		0,25	Už tarpinius skaičiavimus ieškant X reikšmės
		0,5	Už teisingą X reikšmės radimą
		0,25	Už tarpinius skaičiavimus ieškant Y reikšmės
		0,5	Už teisingą Y reikšmės radimą
6.		1	
	Ne	1*	Už teisingą atsakymą
* Iki 0,5 balo gali būti skiriama už reikšmių patikrinimą ir galutinio atsakymo pagrindimą			

6 priedas. Geometrijos testo variantas

GEOMETRIJA

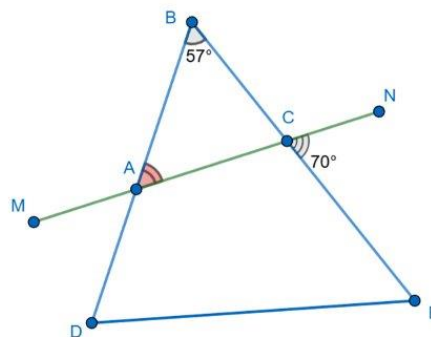
Darbą atliko: _____

- (2 taškai) Paveikslė pavaizduoti panašieji statieji trikampiai. Remiantis paveikslė duomenimis, apskaičiuokite mažesniojo trikampio įžambinę. (atsakymą pateikite su šaknimi, pvz.: $\sqrt{10}$.)



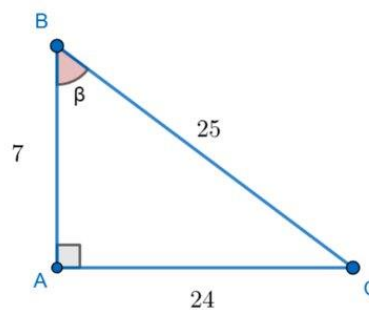
Atsakymas: _____

- (1 taškas) Remdamiesi brėžinio duomenimis, apskaičiuokite kampo BAC didumą.



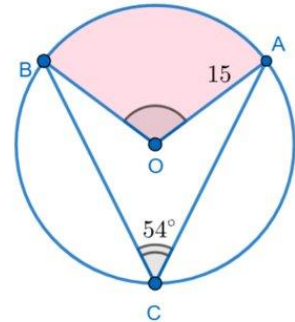
Atsakymas: _____

- (1 taškas) Paveikslė pavaizduotas statusis trikampis. Remdamiesi paveikslė duomenimis, apskaičiuokite $\cos(\angle \beta)$.



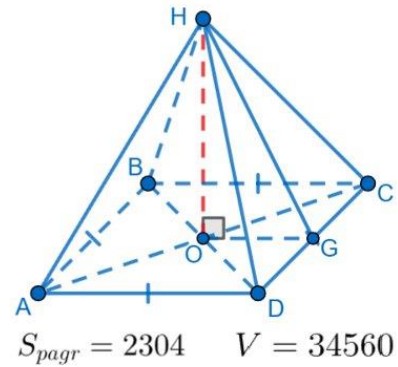
Atsakymas: _____

4. (2 taškai) Paveikslė pavaizduotas apskritimas su įbrėžtiniu kampu ir išpjova. Remdamiesi paveikslė duomenimis, apskaičiuokite išpjovos plotą S_{AOB} . (atsakymą apvalinkite iki šimtųjų ir pateikite su π , pvz.: 1.23 π)



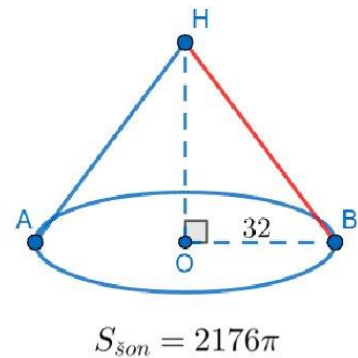
Atsakymas: _____

5. (2 taškai) Paveikslė pavaizduota taisyklingoji keturkampė piramidė, kurios atkarpa OH – aukštinė. Pagal duotus pradinius duomenis, apskaičiuokite piramidės aukštinę OH.



Atsakymas: _____

6. (2 taškai) Paveikslė pavaizduotas kūgis, kurio aukštinė OH. Pagal duotus duomenis, apskaičiuokite kūgio sudaromąją BH.



Atsakymas: _____

7 priedas. Geometrijos testo varianto vertinimo instrukcijos

Nr.	Teisingas atsakymas	Taškai	Vertinimas
1.		2	
	$\sqrt{40}$	0,5	Už panašumo koeficiento formulės pritaikymą
		0,5	Už teisingai apskaičiuotą panašumo koeficientą
		0,5	Už Pitagoro teoremos pritaikymą
		0,5	Už teisingą atsakymą
2.		1	
	53°	0,5	Už apskaičiuotą kampą ACB
		0,25	Už trikampio kampų sumos pritaikymą
		0,25	Už teisingą atsakymą
3.		1	
	$7/25$ (arba 0,28)	0,5	Už kosinuso formulės pritaikymą
		0,5	Už teisingą atsakymą
4.		2	
	$67,5\pi$	0,5	Už centrinio kampo formulės pritaikymą
		0,5	Už teisingą centrinio kampo apskaičiavimą
		0,5	Už išpjovos ploto formulės pritaikymą
		0,5	Už teisingą atsakymą
5.		2	
	45	1	Už nežinomajam apskaičiuoti formulės sudarymą
		1*	Už teisingą atsakymą
* 0,5 balo gali būti skiriama, jei atsakymo apskaičiavime padaryta viena klaida, tačiau su ta klaida toliau atlikti skaičiavimai teisingi			
6.		2	
	68	1	Už nežinomajam apskaičiuoti formulės sudarymą
		1*	Už teisingą atsakymą
* 0,5 balo gali būti skiriama, jei atsakymo apskaičiavime padaryta viena klaida, tačiau su ta klaida toliau atlikti skaičiavimai teisingi			

8 priedas. Žodinių uždavinių testo variantas

ŽODINIAI UŽDAVINIAI

Darbą atliko: _____

1. (2 taškai) Turint 5 eurus, kiek gražos liks nusipirkus vieną 10x15 ir dešimt 13x18 matmenų nuotraukas, atsiimant jas iš kurjerio?

Nuotraukos matmenys (cm)	Kaina (Eur.)
9 x 13	0.06
10 x 15	0.12
13 x 18	0.17
15 x 21	0.27

- Kiekvienas nuotraukų užsakymas apmokestinamas 0.24 Eur.
- Atsiėmimas fotosalonuose - 0.4 Eur.
- Pristatymo kaina - 2.48 Eur.

Atsakymas: _____

2. (2 taškai) Mesto kamuolio trajektoriją nusako funkcija: $h(x) = -0.1x^2 + 0.66x + 0.661$. Į kokį maksimalų aukštį gali pakilti kamuolys? (Tarpinius skaičiavimus ir atsakymą apvalinkite iki šimtųjų)



Atsakymas: _____

3. (2 taškai) Už 5 knygas ir 4 tušinukus sumokėta 24 eurai ir 40 centų. O už tokią pačią 1 knygą ir 7 tušinukus sumokėta 22 eurai ir 55 centai. Kiek kainuoja viena tokia knyga?

Atsakymas: _____

4. (1 taškas) Savaitės pradžioje kuprinė kainavo 70 eurų. Savaitės eigoje kuprinei pritaikyta nuolaida ir jos kaina tapo lygi 64,4 eurams. Apskaičiuokite, keliais procentais atpigo kuprinė.

Atsakymas: _____

5. (1 taškas) 8 vienodo pajėgumo robotai darbą atlieka per 12 valandų. Per kiek valandų tokį patį darbą atliktų 2 tokie patys robotai?

Atsakymas: _____

6. (1 taškas) Keliaujant pastoviu 26 km/val. greičiu, per 7,5 val. nuvažiuojama 195 km. Kokį atstumą galima nukeliauti važiuojant tokiu pačiu greičiu per 2,5 val.?

Atsakymas: _____

7. (1 taškas) Iš pradinės stotelės autobusas A išvyksta kas 40 min., o autobusas B kas 20 min. Pirmą kartą abu autobusai iš pradinės stotelės kartu išvyko 10 val. 10 min. Kuriuo laiku abu autobusai antrą kartą kartu išvyks iš stotelės?

Atsakymas: _____

9 priedas. Žodinių uždavinių testo varianto vertinimo instrukcijos

Nr.	Teisingas atsakymas	Taškai	Vertinimas
1.		2	
	0,46 eur. (arba 46 cnt.)	0,25	Už atsižvelgimą į privalomą užsakymo mokestį
		0,25	Už atsižvelgimą į atsiėmimo ar pristatymo kainą
		1	Už teisingą pirkinių kainos apskaičiavimą
		0,5	Už teisingą atsakymą
2.		2	
	1,75 m.	0,5	Už parabolės vidurio reikšmės formulės panaudojimą
		0,5	Už teisingą parabolės vidurio reikšmės apskaičiavimą
		1	Už teisingą atsakymą
3.		2	
	2,6 eur. (arba 2 eurai ir 60 centų)	1	Už lygčių sistemos sudarymą
		1	Už teisingą atsakymą
4.		1	
	8 proc.	0,25	Už proporcijos sudarymą
		0,25	Už procentų su pritaikyta nuolaida apskaičiavimą
		0,5	Už teisingą atsakymą
5.		1	
	48 val.	0,5	Už lygybės sudarymą
		0,5	Už teisingą atsakymą
6.		1	
	65 km.	0,5	Už lygybės sudarymą (arba teisingų duomenų atsirinkimą)
		0,5	Už teisingą atsakymą
7.		1	
	10 val. 50 min.	1*	Už teisingą atsakymą

* 0,5 balo gali būti duota už minučių, po kurių autobusai vėl susitiks, apskaičiavimą,