



Kauno technologijos universitetas
Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Kripto valiutų atranka naudojant neraiškiają logiką ir jų portfelio optimizavimas

Baigiamasis magistro studijų projektas

Meinardas Vilkas
Projekto autorius

Prof. dr. Audrius Kabašinskas
Vadovas

Prof. dr. Mantas Vilkas
Vadovas

Kaunas, 2025



Kauno technologijos universitetas

Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Kripto valiutų atranka naudojant neraiškiają logiką ir jų portfelio optimizavimas

Baigiamasis magistro studijų projektas

Didžiųjų verslo duomenų analitika (6213AX001)

Meinardas Vilkas

Projekto autorius

Prof. dr. Audrius Kabašinskas

Vadovas

Prof. dr. Mantas Vilkas

Vadovas

Dokt. Jurgita Černevičienė

Recenzentė

Doc. dr. Raminta Vaitiekūnienė

Recenzentė

Kaunas, 2025



Kauno technologijos universitetas

Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Meinardas Vilkas

Kripto valiutų atranka naudojant neraiškiają logiką ir jų portfelio optimizavimas

Akademinių sąžiningumo deklaracija

Patvirtinu, kad:

1. baigiamąjį projektą parengiau savarankiškai ir sąžiningai, nepažeisdama(s) kitų asmenų autoriaus ar kitų teisių, laikydamasi(s) Lietuvos Respublikos autorių teisių ir gretutinių teisių įstatymo nuostatų, Kauno technologijos universiteto (toliau – Universitetas) intelektinės nuosavybės valdymo ir perdavimo nuostatų bei Universiteto akademinės etikos kodekse nustatytų etikos reikalavimų;
2. baigiamajame projekte visi pateikti duomenys ir tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti teisėtai, nei viena šio projekto dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar elektroninių šaltinių, visos baigiamojo projekto tekste pateiktos citatos ir nuorodos yra nurodytos literatūros sąrašė;
3. įstatymų nenumatytų piniginių sumų už baigiamąjį projektą ar jo dalis niekam nesu mokėjęs (-usi);
4. suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo ar kitų asmenų teisių pažeidimo faktui, man bus taikomos akademinės nuobaudos pagal Universitete galiojančią tvarką ir būsiu pašalinta(s) iš Universiteto, o baigiamasis projektas gali būti pateiktas Akademinės etikos ir procedūrų kontrolieriaus tarnybai nagrinėjant galimą akademinės etikos pažeidimą.

Meinardas Vilkas

Patvirtinta elektroniniu būdu

Vilkas, Meinardas. Kriptovaliutų atranka naudojant neraiškiają logiką ir jų portfelio optimizavimas. Magistro studijų baigiamasis projektas / vadovas Prof. dr. Audrius Kabašinskas, vadovas Prof. dr. Mantas Vilkas; Kauno technologijos universitetas, Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas.

Studijų kryptis ir sritis (studijų krypčių grupė): Taikomoji matematika (Matematikos mokslai).

Reikšminiai žodžiai: kriptovaliutos, kriptovaliutų atrankos rodikliai, portfelio optimizavimas, neraiškioji logika, Fuzzy-TOPSIS, Fuzzy-VIKOR, MV, Naivusis metodas, CVaR.

Kaunas, 2025. 69 p.

Santrauka

Magistro baigiamojo projekto tyrime atliekama kriptovaliutų, kaip alternatyvaus tradiciniam investicinio turtui, svarbos analizė, išreiškiant mažėjančių palūkanų normų, kurios mažina tradicinių investicijų patrauklumą, svarbą. Kriptovaliutos literatūroje yra pripažįstamos dėl galimybės pagerinti investicinio portfelio grąžą bei mažinti riziką, tačiau jų didelis nepastovumas ir nenuspėjamumas kelia didelius iššūkius investuotojams, ieškantiems investavimo sprendimų. Šio tyrimo objektas – kriptovaliutų atranka bei jų portfelio optimizavimas, siekiant nustatyti tokių modelių galimybes bei apribojimus, o tikslas – sukurti investicinio portfelio optimizavimo modelį, kriptovaliutų atrankai pritaikant neraiškos logikos metodus.

Tyrimo tikslui pasiekti, pirmiausia atlikta naujausios, su baigiamojo projekto tema susijusios, literatūros analizė, apimanti neraiškosios logikos taikymus kriptovaliutų atrankai bei investicinių portfelių optimizavimo metodus. Išanalizuotas platus kriptovaliutų vertinimui tinkamų rodiklių spektras, apimantis efektyvumo, rizikos, likvidumo, duomenų patikimumo ir palyginimo su rinka rodiklius. Atlikus šią analizę, sukurta struktūrizuotas kriptovaliutų atrankos algoritmas, tam pritaikant 2 neraiškos logikos modelius: Fuzzy TOPSIS ir Fuzzy VIKOR. Šių modelių pagalba įvertinami sprendimų priėmimo sunkumai – duomenų ir nuomonių neapibrėžtumas bei subjektyvumas. Šiais modeliais atrinktoms kriptovaliutoms pritaikomi 3 investicinių portfelių optimizavimo modeliai: Markowitz vidurkio-dispersijos (MV), Naivusis (vienodų svorių) bei sąlyginės rizikos vertės CVaR. Kriptovaliutų atrankos rodikliams naudojami istoriniai jų duomenys bei Europos Centrinio Banko refinansavimo operacijų duomenys, o portfelių įvertinimui – grąžos, rizikos, Sharpe, Sortino ir Rachev rodikliai.

Gautais atrankos rezultatais nustatoma, jog neraiškos logikos modeliai efektyviai padeda sumažinti galimų kriptovaliutų alternatyvų skaičių, išryškindami geriausias pagal algoritme apibrėžtus iš literatūros atrinktus 13 rodiklių. Investicinių portfelių optimizavimo metodų analizė parodo, jog Markowitz MV modelis, lyginant su kitais, užtikrina aukščiausią numatomą metinę grąžą su pakankamai balansuota rizika, bet, dėl modelio logikos, gaunami mažai diversifikuoti portfeliai. Naiviojo modelio rezultatai, dėl savo paprastos logikos ir mažiausių reikalaujamų kaštų, labai priklauso nuo atrankos rezultatų, nes gaunami labai skirtingi rezultatai, dažniausiai numatantys nuostolį, o ne pelną bei didelę riziką. CVaR optimizavimo modelis, kitus modelius papildantis rizikos mažinimu už įprastinių VaR rodiklio režį, ypač tinka ekstremalių rinkos scenarijų valdymui. Šiuo modeliu gauti portfeliai pasižymi geriausiu balansu tarp numatomos grąžos ir rizikos, dažniausiai pasiekiant šiek tiek mažesnę grąžą, lyginant su MV modeliu, bet taip pat ir žymiai mažesnę riziką. Tarp neraiškos logikos atrankos modelių, pritaikant Fuzzy TOPSIS atrankos modelį gauti portfeliai su didesne numatoma grąža bei tarp 10 geriausių alternatyvų

įtraukiama daugiau aukštos kapitalizacijos kategorijų, dėl ko šis modelis atranka ne tik potencialo turinčias, bet ir saugesnes kriptovaliutas. Fuzzy VIKOR atrankos modeliu gauti labiau diversifikuoti, bet aukštos rizikos ir mažesnės grąžos investiciniai portfeliai, dažniausiai numatantys nuostolį. Pastebima, jog Fuzzy VIKOR atranka tinkamesnė rizikuojantiems investuotojams, kadangi dauguma geriausiai vertinamų alternatyvų yra iš vidutinės ar žemos kapitalizacijos kategorijų. Gautais tyrimo rezultatais pabrėžiama, kad portfelių rezultatai labai stipriai priklauso nuo pasirinktų alternatyvų vertinimo rodiklių bei pritaikomų atrankos modelių.

Šiuo tyrimu parodomas neraiškos logikos ir tradicinių portfelių optimizavimo metodų investicinių portfelių formavimui aktualumas ir nauda, sprendžiant populiarėjančios ir daug potencialo turinčios kriptovaliutų rinkos iššūkius. Siūlomas modelis pagerina sprendimų priėmimo efektyvumą, valdant neapibrėžtumą bei šios srities subjektyvumą. Ateities tyrimams rekomenduojama atlikti detalesnę gerai ir tikslingai kriptovaliutas vertinančių rodiklių analizę bei pritaikyti kitus galimus neraiškos logikos modelius.

Vilkas, Meinardas. Cryptocurrency Selection Using Fuzzy Logic and Their Portfolio Optimization. Master's Final Degree Project / supervisor Prof. dr. Audrius Kabašinskas, supervisor Prof. dr. Mantas Vilkas; Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Kaunas University of Technology.

Study field and area (study field group): Applied Mathematics (Mathematical Sciences).

Keywords: cryptocurrencies, cryptocurrency selection criteria, portfolio optimization, Fuzzy logic, Fuzzy-TOPSIS, Fuzzy-VIKOR, MV, Naive, CVaR.

Kaunas, 2025. 69.

Summary

The master's thesis research analyses the importance of cryptocurrencies as an alternative to traditional investment assets, in terms of the importance of falling interest rates that reduce the attractiveness of traditional investments. Cryptocurrencies are recognized in the literature for their potential to improve portfolio returns and reduce risk, but their high volatility and unpredictability pose significant challenges for investors seeking investment solutions. The focus of this study is on cryptocurrency selection and portfolio optimization to identify the capabilities and limitations of such models, and the objective is to develop an investment portfolio optimization model by applying fuzzy logic methods to cryptocurrency selection.

To achieve the goal of the study, the first step was to analyze the recent literature related to the topic of the final project, including applications of fuzzy logic to cryptocurrency selection and investment portfolio optimization methods. A wide range of indicators suitable for cryptocurrency valuation were analyzed, including efficiency, risk, liquidity, data reliability and market benchmarking. Following this analysis, a structured cryptocurrency selection algorithm was developed by applying 2 fuzzy logic models: Fuzzy TOPSIS and Fuzzy VIKOR. These models assess the difficulties in decision making, such as the uncertainty and subjectivity of data and opinions. These models are applied to the selected cryptocurrencies in 3 investment portfolio optimization models: Markowitz Mean-Variance (MV), Naive (Equal-Weights) and Conditional Value-at-Risk (CvaR). For the selection of cryptocurrencies, historical data and data from European Central Bank refinancing operations are used as selection indicators, and for the evaluation of portfolios: return, risk, Sharpe, Sortino and Rachev indicators are used.

The results show that fuzzy logic models are effective in reducing the number of possible cryptocurrency alternatives by highlighting the best ones according to 13 indicators selected from the literature and defined in the algorithm. The analysis of investment portfolio optimization methods shows that the Markowitz MV model provides the highest expected annual return with sufficiently balanced risk compared to other models but, due to the logic of it trying to balance the returns and risk, the portfolios are not very diversified. The results of the Naive model, which is the least costly model due to its simple logic, are highly dependent on the selection process as it produces very different results, usually anticipating loss over profit and high risk. The CVaR optimization model, which complements other models by reducing risk beyond the value at risk (VaR), is particularly suited to managing extreme market scenarios. The portfolios from this model have the best balance between expected return and risk, usually achieving slightly lower returns compared to the MV model, but also at significantly lower risk. Among the fuzzy logic selection models, Fuzzy TOPSIS produces portfolios with higher expected returns and among the top 10

alternatives includes more high capitalization categories, which results in a selection where cryptocurrencies are not only more potential, but also quite secure, regarding the risk factor. The portfolios from Fuzzy VIKOR selection model are more diversified, but with higher risk and lower return, most often resulting not in a small profit but in a loss. It is observed that Fuzzy VIKOR selection is more suitable for riskier investors, as most of the top ranked alternatives are in mid or small capitalization categories. The results underline that the performance of portfolios is strongly influenced by the valuation criteria of the alternatives chosen and the selection models applied.

This study demonstrates the relevance and usefulness of fuzzy logic and traditional portfolio optimization methods for constructing investment portfolios to address the challenges of the growing and high-potential cryptocurrency market. The proposed model improves the efficiency of decision-making by managing uncertainty and subjectivity in this area. For future research, a more detailed analysis of criteria that value cryptocurrencies well and in a targeted way is recommended, as well as the application of other possible fuzzy logic models.

Turinys

Lentelių sąrašas	10
Paveikslų sąrašas	11
Santrumpų ir terminų sąrašas	12
Įvadas.....	13
1. Literatūros apžvalga	15
1.1. Neraiškos logikos taikymas finansų rinkose	15
1.1.1. Investavimo sprendimų priėmimas akcijų biržoje.....	15
1.1.2. Žaliojo finansavimo rizikų identifikavimas.....	19
1.2. Kripto valiutų portfelių optimizavimo modeliai.....	21
1.2.1. Investicinių portfelių tipai	22
1.2.2. Markowitz modelis.....	22
1.2.3. Naivusis modelis	25
1.2.4. Sąlyginės rizikos (CVaR) modelis	26
1.3. Tyrimo sprendžiamos mokslinės ir taikomosios problemos	28
1.3.1. Neraiškos logikos sprendžiamos problemos	28
1.3.2. Kripto valiutų tyrimų bei atrinkimo ir optimizavimo modelius apjungiančių tyrimų stoka ..	29
2. Metodologija	30
2.1. Duomenys.....	30
2.1.1. Kripto valiutų simbolių informacija	30
2.1.2. Kripto valiutų kategorijos ir filtravimas	30
2.1.3. Istoriniai duomenys	31
2.1.4. Europos Centrinio Banko duomenys.....	32
2.2. Kripto valiutų vertinimo kriterijai	32
2.3. Kripto valiutų atrinkimas portfelio optimizavimui.....	35
2.3.1. Neraiškieji daugiakriterinė sprendimų priėmimo problema.....	36
2.3.2. Fuzzy TOPSIS	37
2.3.3. Fuzzy VIKOR.....	38
2.4. Kripto valiutų portfelių optimizavimo modeliai.....	39
2.4.1. Markowitz MV modelis	39
2.4.2. Naivusis metodas.....	41
2.4.3. Vidutinės grąžos ir sąlyginės rizikos CVaR modelis	41
2.5. Programinė įranga ir naudojamos bibliotekos	42
3. Rezultatai.....	44
3.1. Tyrimo schematinis algoritmas	44
3.2. Kripto valiutų duomenų paruošimas	45
3.2.1. Kripto valiutų filtravimas ir kapitalizacijos kategorijų sudarymas	45
3.2.2. Istorinių ir ECB duomenų nuskaitymas	46
3.3. Atrankos rodiklių skaičiavimas	47
3.4. Neraiškos logikos modelių pritaikymas	48
3.4.1. Rodiklių svoriai	49
3.4.2. TFN ir priklausomybės funkcijos.....	49
3.4.3. PIS ir NIS skaičiavimai	51
3.5. Fuzzy TOPSIS rezultatai	51
3.6. Fuzzy VIKOR rezultatai.....	54

3.7. Investicinių portfelių optimizavimas	56
3.7.1. Markowitz MV modelis	57
3.7.2. Naivusis modelis	60
3.7.3. CVaR modelis	60
3.7.4. Efektyvumas skirtingo masto kriptovaliutų duomenų rinkiniuose.....	62
Išvados	64
Literatūros sąrašas	67
Priedai.....	70
1 priedas. Didelės kalbos modelio (ChatGPT) užklausa rekomenduojamiems kriterijų rodiklių svoriams.....	70

Lentelių sąrašas

1 lentelė. Pagrindinių žalios infrastruktūros finansavimo rizikų svoriai (2023 tyrimas) [7]	20
2 lentelė. Pagrindinių žalios infrastruktūros finansavimo rizikų svoriai (2025 tyrimas) [6]	20
3 lentelė. Pirmos optimizacijos kriptovaliutų svoriai pagal skirtingus modelius, procentais [15] ...	25
4 lentelė. Tyrimo schematinio algoritmo detalizacija	44
5 lentelė. Kriptovaliutų skirstymo į kategorijas pavyzdys.	46
6 lentelė. Pirmų 10 (abėcėlės tvarka) alternatyvų rodiklių vertės	47
7 lentelė. Apskaičiuotų rodiklių pagrindinės statistikos	48
8 lentelė. Didžiojo kalbos modelio rekomendaciniai rodiklių svoriai	49
9 lentelė. Teigiamos ir neigiamos idealios alternatyvos (nenormalizuoti duomenys; rekomenduojami svoriai).....	51
10 lentelė. Fuzzy TOPSIS atstumai iki idealiausių alternatyvų– svoriai pagal grupes.....	51
11 lentelė. Fuzzy TOPSIS atstumai iki idealiausių alternatyvų – rekomenduojami svoriai	52
12 lentelė. Fuzzy VIKOR atstumų bei Q indekso reikšmių pavyzdžiai – svoriai pagal grupes	54
13 lentelė. Fuzzy VIKOR atstumų bei Q indekso reikšmių pavyzdžiai – rekomenduojami svoriai	54
14 lentelė. Markowitz modelio investicinių portfelių alternatyvų svoriai – Fuzzy TOPSIS	57
15 lentelė. Markowitz modelio investicinių portfelių alternatyvų svoriai – Fuzzy VIKOR.....	57
16 lentelė. Markowitz modelio portfelių rezultatai	58
17 lentelė. Naiviojo modelio portfelių rezultatai	60
18 lentelė. CVaR modelio investicinių portfelių alternatyvų svoriai – Fuzzy TOPSIS.....	61
19 lentelė. CVaR modelio investicinių portfelių alternatyvų svoriai – Fuzzy VIKOR	61
20 lentelė. CVaR optimizavimo modelio rezultatai	62
21 lentelė. Efektyvumo tyrimo rezultatai.....	63

Paveikslų sąrašas

1 pav. Efektyvių portfelių (MV metodu) aibės pavyzdys [31]	41
2 pav. Tyrimo schematinis algoritmas	44
3 pav. Filtrus tenkinančių alternatyvų gražų pasiskirstymas.	47
4 pav. Rodiklių priklausomybės funkcijos (nenormalizuoti duomenys)	50
5 pav. Kripto valiutų rikiavimas Fuzzy TOPSIS metodu – svoriai pagal grupes	53
6 pav. Kripto valiutų rikiavimas Fuzzy TOPSIS metodu – rekomenduojami svoriai	53
7 pav. Kripto valiutų rikiavimas Fuzzy VIKOR metodu – svoriai pagal grupes	55
8 pav. Kripto valiutų rikiavimas Fuzzy VIKOR metodu – rekomenduojami svoriai	55
9 pav. Fuzzy TOPSIS atrankų modelių efektyvių portfelių aibės.....	59
10 pav. Fuzzy VIKOR atrankų modelių efektyvių portfelių aibės	59

Santrumpų ir terminų sąrašas

Santrumpos:

DVDA – Didžiųjų verslo duomenų analitika.

API – aplikacijų programavimo sąsaja.

AHP – analitinis hierarchinis procesas (angl. *Analytical Hierarchical Process*).

TOPSIS – sprendimų priėmimo technika pagal panašumą į idealų sprendimą (angl. *Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*).

VIKOR – daugelio kriterijų optimizacijos ir kompromisinio sprendimo modelis (angl. *Multi-Criteria Optimization and Compromise Solution*).

ECB – Europos Centrinis Bankas.

Terminai:

Naudos kriterijus – kriterijus (rodiklis), kurio didesnė reikšmė reiškia teigiamą naudą (pozityvų efektą).

Kainos kriterijus – kriterijus (rodiklis), kurio didesnė reikšmė reiškia neigiamą naudą (neigiamą efektą).

Ivadas

Pastaruoju dešimtmečiu, dėl nuolatinių mažų palūkanų normų, tradicinių investicijų patrauklumas mažėja, kas skatina investuotojus ieškoti alternatyvių investicijų metodų, kurie galėtų užtikrinti didesnę grąžą bei, diversifikuodami portfelius, pasiekti mažesnę riziką. Dėl šių priežasčių, kriptovaliutų rinka išpopuliarėjo kaip nauja investavimo forma ar kaip tradicinių investavimo metodų papildymo galimybė [1]. Tyrimuose pastebima, kad kriptovaliutų įkomponavimas į tradicinius akcijų portfelius dažnai padidina portfelio grąžą bei sumažinti riziką, todėl jų vertė šiuolaikinių portfelių sudaryme ir optimizavime yra nemaža [2]. Nepaisant to, kriptovaliutų rinka pasižymi dideliu kintamumu bei nenuspėjamumu ir neapibrėžtumu, kurį lemia įvairūs technologiniai, reguliavimo ar spekuliacinio elgesio (ypač socialiniuose tinkluose pasirodanti informacija) veiksniai. Šios išskirtinės savybės kriptovaliutas išskiria nuo tradicinių investicijų alternatyvų ir kelia nemažai iššūkių, siekiant pasiekti gerų investicijų rezultatų. Dėl šių priežasčių, kriptovaliutų rinkos analizė, vertinimas bei modeliavimas yra svarbūs kuriant veiksmingas investavimo strategijas, bandant suvaldyti riziką.

Dėl kriptovaliutoms būdingo nepastovumo, neapibrėžtumo ir sudėtingumo, investicinių portfelių optimizavimo modelių svarba šioje srityje labai didelė. Investuotojai, savo turtą nusprendę investuoti į kriptovaliutas, nuolat siekia optimizuoti savo portfelius, kad pasiektų geriausią įmanomą investicijų grąžos bei rizikos santykį, o šių uždavinių sprendimai reikalauja sudėtingų matematinių modelių. Tarp jų išsiskiria tradiciniai portfelių optimizavimo modeliai: Markowitz MV bei sąlyginės rizikos vertės CVaR. Tarp šių modelių, kaip palyginamasis modelis, dažnai naudojamas ir Naivusis portfelio optimizavimo modelis. Ypač gerai vertinamas Markowitz MV modelis ir jo variacijos, kuriuo siekiama balansuoti portfelio grąžą riziką (vertinant kovariaciją). Nepaisant šio modelio trūkumų, jis išlieka kaip vienas pagrindinių etaloninių modelių, naujesnių modelių palyginimui. Kita vertus, pastebima, jog tam tikromis sąlygomis, Naivusis metodas, nepaisant jo paprastumo ir tolygaus portfelio paskirstymo, parodo konkurencingus rezultatus. Tuo tarpu, CVaR modelis atsižvelgia į Markowitz MV modelio silpnybes bei į ekstremalius rinkos scenarijus, kurie labai būdingi kriptovaliutų rinkai, sumažinant galimus nuostolius, viršijančius įprastinės rizikos ribas (VaR), todėl jis ypač tinkamas kriptovaliutų rinkos tyrimams.

Neraiškioji logika, kaip viena iš sprendimų priėmimo uždavinių sprendimų sferų, atlieka labai svarbų vaidmenį sprendžiant netikslas ar neapibrėžtumo pasižyminčias problemas, būdingas finansų srities sprendimų priėmimo, o ypač kriptovaliutų rinkose. Kitaip nei tradiciniai modeliai, neraiškios logikos modelių pritaikymas padeda į sprendimų priėmimą įtraukti subjektyvius ekspertų vertinimus ar neapibrėžtus rinkos poziciją nusakančius įverčius, todėl sukuriama patikimi daugelio kriterijų sprendimo priėmimo modeliai. Specifiškai, tokie modeliai, kaip Fuzzy TOPSIS ar Fuzzy VIKOR, naudojami dviprasmiškumo ir neaiškumo ar neapibrėžtumo valdymui, turimas investavimo alternatyvas reitinguojant pagal jų individualų ar kompromisišką artumą idealiems sprendimams. Šie neraiškios logikos metodai sprendimų priėmimą padeda įgyvendinti sudėtingose, daugialypėse problemose, kai informacijos tikslumas ne visada yra aiškus, o tradiciniai metodai gali sutrikti. Atsižvelgiant į tai, kad egzistuoja mokslinių tyrimų, kuriuose kriptovaliutų portfelio kūrimui būtų pritaikomi neraiškios logikos atrankos metodai bei tradiciniai portfelių optimizavimo metodai, trūkumas, suformuluojama problema: sisteminio neraiškios logikos ir portfelių optimizavimo metodų apjungimas, siekiant padidinti sprendimų priėmimo efektyvumą nepastovioje kriptovaliutų rinkoje.

Tikslas – sukurti kriptovaliutų investicinio portfelio optimizavimo modelį, kriptovaliutų atrinkimui pritaikant neraiškiają logiką.

Uždaviniai:

1. Įvertinti naujausią literatūrą neraiškiaja logika paremtų kriptovaliutų atrinkimo bei investicinių portfelių optimizavimo modelių tema.
2. Įvertinti skirtingų rodiklių tinkamumą bei panaudojamumą kriptovaliutų atrinkimui į investicinį portfelį.
3. Sudaryti kriptovaliutų atrankos schematinį algoritmą.
4. Pritaikyti ir išbandyti kriptovaliutų atrinkimo bei portfelių optimizavimo modelius.
5. Ištirti sukurtų modelių efektyvumą skirtingo masto kriptovaliutų duomenų rinkiniuose.
6. Pateikti rekomendacijas dėl neraiškos logikos bei investicinio portfelio optimizavimo modelių bei atrankai taikomų rodiklių pasirinkimo.

1. Literatūros apžvalga

Šiame skyriuje pristatoma mokslinių straipsnių, susijusių su baigiamuoju darbu, analizė. Tai įgyvendinama siekiant apžvelgti tiriamąją sferą bei taikomus metodus, modelius ar sprendimus kriptovaliutų, sprendimų priėmimo bei portfelių optimizavimo uždavinių sprendimui skirtingose finansų srityse.

1.1. Neraiškos logikos taikymas finansų rinkose

Neraiškosios logikos taikymas sprendimų priėmimui finansų srityje tikrai nėra retas. Kasdieniai klausimai, susiję su įvairiais sprendimų priėmimo uždaviniais, gali kilti įvairiausiose finansinėse srityse – tai gali būti finansiniai sprendimai įmonės viduje, investavimo sprendimų ir strategijų priėmimas ar vis populiarėjantis bei labai aktualiu tampa tvarumo klausimas, kurio svarba nuolat auga. Kadangi finansų rinkos klausimai ne visada turi aiškius apibrėžimus ir atsakymus, o tokius uždavinius gerai sprendžia neraiškos logikos metodai, šiame poskyryje bus atlikta neraiškos logikos taikymo finansų rinkoje analizė.

1.1.1. Investavimo sprendimų priėmimas akcijų biržoje

Akcijų rinkos investuotojai dažnai siekia iš investuoto kapitalo gauti didelę grąžą su kuo mažesne rizika. Tačiau, dėl įvairių veiksnių, darančių įtaką akcijos rinkų rezultatams (pavyzdžiui pasaulio ekonomikos, politinių įvykių ar saugumo problemų bei rizikų), šis tikslas tampa sudėtingas [3]. Norint įvertinti kiek įmanoma daugiau rodiklių, rizikų ar kriterijų, investuotojai formuoja ir sprendžia kelių kriterijų sprendimų priėmimo (MCDM, angl. *Multi-criteria decision making*) uždavinius, tam pasitelkiant ekspertines nuomones bei matematinius modelius. Nors MCDM uždaviniai sprendžiami įvairiose sferose, investavimo sferoje šie uždaviniai sprendžiami vertinant ne tik pasaulines aktualijas ar išorinius veiksmus, bet ir bandant sudaryti investicinį portfelio, vertinant kiekvienos akcijos specifinius rodiklius. Vienas iš tokių pavyzdžių, 2024 metais paskelbtas tyrimas, kurio metu buvo sprendžiamas investicijų paskirstymo uždavinys Saudo Arabijos rinkoje, kurią sudaro daugiau nei 21 sektorius bei daugiau nei 200 įmonių [3]. Šio uždavinio sprendimui naudojami „Geriausias-blogiausias“ (angl. *Best-Worst Method; BWM*) bei neraiškos logikos Fuzzy TOPSIS (angl. *Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution*) modeliai. Šių modelių pritaikymas suskirstytas į 3 pagrindinius etapus:

7. Akcijų bei jų vertinimo kriterijų identifikavimas.
8. Vertinimo kriterijų svorių identifikavimas (taikant BWM modelį).
9. Akcijų vertinimas ir rikiavimas pagal apibrėžtus kriterijus [3].

Šiais pagrindiniais etapais pirmiausia identifikuojami 5 didžiausi Saudo Arabijos sektoriai (pagal rinkos kapitalizaciją). Iš kiekvieno jų, taip pat pagal kapitalizaciją, atrenkama 25% akcijų, iš kurių bus sudaromi modeliai bei atliekamas jų įvertinimas.

Nors tyrime akcijos nėra pateikiamos, bet pateikiami sektoriai, kurie buvo vertinami, bei kiekvieno sektoriaus akcijų (alternatyvų kiekis):

1. Energijos sektorius – 2 alternatyvos.
2. Bankų sektorius – 3 alternatyvos.
3. Telekomunikacinių paslaugų sektorius – 1 alternatyva.
4. Komunalinių paslaugų sektorius – 2 alternatyvos.

5. Medžiagų sektorius – 11 alternatyvų.

Atrinkus atitinkamas akcijas, suformuojami kriterijai, kuriais jos bus vertinamos. Kriterijai skirstomi į 3 grupes: rinkos kriterijus, validacijos kriterijų bei pelningumo kriterijus:

1. Nuosavybės (kapitalo) grąža (angl. *Return On Equity*).
2. Turto grąža (angl. *Return On Assets*).
3. Grynojo pelno marža (NPM, angl. *Net Profit Margin*).
4. Pelnas vienai akcijai (EPS, angl. *Earnings Per Share*).
5. Kainos ir pelno santykis (P/E, angl. *Price-To-Earnings ratio*).
6. Kainos ir įmonės vertės akcijai santykis (P/B, angl. *Price-To-Book ratio*).
7. Turto apyvartumas (ATO, angl. *Asset Turnover*) [3].

Pelningumo kriterijus apibrėžia pirmi 3 kriterijai, rinkos – nuo 4 iki 6, o validacijos kriterijus – turto apyvartumas.

Sekančiame žingsnyje atliekamas kriterijų svorių įvertinimas, kuriam pritaikomi šie „Geriausias-blogiausias“ modelio žingsniai:

1. Identifikuojami svarbiausi (geriausi) ir mažiausiai svarbūs (blogiausi) kriterijai.
2. Svarbiausio kriterijaus pirmenybės įvertinimas, lyginant su visais kitais apibrėžtais kriterijais. Atliekamas likusių kriterijų palyginimas su svarbiausiu kriterijumi, juos vertinant skale nuo 1 iki 9, kur 1 nurodo vienodą svarbumą, o 9 – jog vienas kriterijus stipriai svarbesnis už kitą.
3. Mažiausiai svarbiausio (blogiausio) kriterijaus pirmenybės vertinimas, kuris atliekamas taip pat, kaip 2 punkte apibrėžto svarbiausio kriterijaus pirmenybės vertinimas.
4. Optimalaus kriterijaus svorio nustatymas, kuris atliekamas minimizuojant absoliučius skirtumus.
5. Alternatyvų (kriterijų) įverčių nustatymas.
6. Kiekvieno kriterijaus svorio apskaičiavimas [3].

Šiame modelyje, optimalaus kriterijaus svorio nustatymas atliekamas minimizuojant absoliučius skirtumus:

$$(|w_b - a_{bj} \cdot w_j|, |w_j - a_{wj} \cdot w_w|). \quad (1)$$

Kad visiems kriterijams j būtų nustatytas optimalus svoris, suformuluojamas tiesinio programavimo uždavinys:

$$\min \delta^L, \quad (2)$$

atsižvelgiant į:

$$|w_b - a_{bj} \cdot w_j| \leq \delta^L \text{ visiems } j, \quad (3)$$

$$|w_j - a_{wj} \cdot w_w| \leq \delta^L \text{ visiems } j, \quad (4)$$

$$\sum_j w_j = 1, w_j \geq 0. \quad (5)$$

Papildomai apibrėžiama:

1. a_{bj} – svarbiausio kriterijaus b pirmenybė, lyginant su kriterijumi j .
2. a_{jw} – kriterijaus j pirmenybė, lyginant su mažiausiai svarbiu (blogiausiu) kriterijumi w ;
3. w_b – optimalus geriausio kriterijaus svoris.
4. w_w – optimalus blogiausio kriterijaus svoris.
5. w_j – optimalus kiekvieno kito kriterijaus svoris.
6. δ^L – modelio nuoseklumo koeficientas.

Galutiniam kriterijų alternatyvų išrikiavimui, kiekvienai alternatyvai apskaičiuojamas svoris pagal formulę:

$$F_i = \sum_{j=1}^n w_j \cdot x_{ij}^{norm}, \quad (6)$$

kur: F_i – galutinis svoris, x_{ij}^{norm} – normalizuotas kriterijaus j svoris alternatyvai i .

Tyrime naudojamų kriterijų svoriai:

1. ROE: 0.165.
2. ROA: 0.11.
3. NPM: 0.29.
4. EPS: 0.11.
5. P/E: 0.165.
6. P/B: 0.05.
7. ATO: 0.11.

Nustatyti svoriai parodo, jog dominuojančio rodiklio nebuvo, bet galima įžvelgti ir daugiausiai įtakos bei mažiausiai įtakos turinčius kriterijus: Grynojo pelno maržą bei Kainos ir įmonės vertės akcijai santykį. Nustačius svorius, kiekvienos akcijos įvertinimui pritaikomas neraiškos logikos modelis Fuzzy TOPSIS, kuriuo, pagal kriterijus, nustatomos alternatyvos arčiausiai idealiausios galimos. Pritaikyto Fuzzy TOPSIS metodo modelio schema:

1. Sprendimų matricos DM (angl. *Decision Matrix*) sudarymas.
2. Normalizuotos sprendimų matricos apskaičiavimas.
3. Svorinės sprendimų matricos apskaičiavimas, kiekvieną normalizuotos sprendimų matricos elementą padauginus iš atitinkamo svorio, nustatyto BWM metodu.
4. Teigiamos idealiausios (geriausios) ir neigiamos idealiausios (blogiausios) alternatyvų identifikavimas.
5. Kiekvienos alternatyvos atstumų iki geriausios ir blogiausios alternatyvų S_i^+ ir S_i^- apskaičiavimas.
6. Kiekvienos alternatyvos artumo koeficiento iki geriausios alternatyvos apskaičiavimas.
7. Alternatyvų išrikiavimas pagal artumo koeficientą bei geriausių alternatyvų nustatymas [3].

Gauti rezultatai, autorių teigimu, padeda ne tik investuotojų akcijų investavimo pasirinkimo sprendimo priėmimui, bet taip pat pabrėžia patikimų procedūrų bei strategijų suformavimą, nes tai padeda priimti pagrįstus sprendimus įmonių akcininkams, politikams ar reguliuojamoms institucijoms [3]. Taip pat pabrėžiama, kad tokio modelio pritaikymas, dėl dažnai besikeičiančios rinkos, praėjus kažkuriam laikui padeda įvertinti rinkos pokyčius bei koreguoti priimtus sprendimus.

Nors neraiškos logikos pritaikymas investavimo sprendimų priėmimui dėl lankstaus ir labai plataus bei (pagal poreikį) personalizuoto pritaikymo, yra labai svarbus investuotojams, siekiantiems sukurti optimalų portfelį ar investuoti į tokį finansinį turtą, kuris labiausiai atitinka jų poreikius ir norus, šios logikos pritaikymas investicijų rinkose ir ypač akcijų investavimo rinkose labai svarbus ir pačioms įmonėms, kurios siekia pritraukti investuotojų. 2020 metais atliktame Indijos akcijų rinkos tyrime buvo bandoma nustatyti pagrindinius faktorius, kuriais remiantis neprofesionalūs mažmeniniai investuotojai (asmenys, investuojantys per brokerių firmas) renka akcijas, į kurias investuoti. Tyrime buvo panaudoti 168 subjektų duomenys [4]. Pagrindiniai tyrime vertinami kriterijai, susiję su apskaitos informacija, įmonės nuosavybės struktūra, bendrovei būdingais požymiais ar įmonės bei direktorių komandos įvaizdžiu, pagrindinėmis akcijų savybėmis, prekybos galimybėmis bei akcijų jautrumu ir elgsenos veiksniais [4]. Atlikus tyrimą, pirmiausiai apskaičiuoti kategorijų svoriai bei nustatytos svarbiausios kriterijų grupės:

1. Elgsenos faktoriai, svoris: 0.271. Faktorių pavyzdžiai: akcija žinoma, lokalių įmonių akcijų svarba prieš tarptautines, brokerių ar kolegų rekomenduotos akcijos ir kiti.
2. Prekybos galimybės, svoris: 0.253. Šioje kategorijoje buvo 2 kriterijai: investuojama, nes akcija įperkama arba dėl akcijos neseniai įvykusių kainų pokyčių.
3. Apskaitos rodikliai, svoris: 0.172. Faktorių pavyzdžiai: nuosavo kapitalo grąža, pelnas akcijai ir kiti.
4. Akcijos jautrumas, svoris: 0.1463. Faktorių pavyzdys: įmonės akcijos jautrumas, lyginant su rinkos rezultatais.
5. Pagrindinės akcijos savybės (fundamentai), svoris: 0.0605. Faktorių pavyzdžiai: likvidumas, įmonės veiklos rizikos įvertinimas.
6. Nuosavybės struktūra ir įmonės požymiai, svoris: 0.0491. Faktorių pavyzdys: įmonės dydis ar amžius.
7. Įmonės ar valdybos komandos įvaizdis, svoris: 0.0478. Faktorių pavyzdys: ar įmonės parduodami produktai turi stabilią paklausą [4].

Atlikus gilesnę analizę bei modelį pritaikius ne tik faktorių grupėms, bet ir 80 faktorių pogrupių, nustatyti svarbiausi kriterijai, neatsižvelgiant į jų grupę. Pateikiami pagrindiniai pogrupiai bei jų svorių procentai:

1. Investuojama į tas akcijas, kurios yra prieinamos kainos atžvilgiu (13.26%).
2. Investavimas atliekamas pagal naujausius įmonės akcijos kainų pokyčius (12.07%).
3. Investuojama atsižvelgiant į įmonės akcijų rezultatų jautrumą, lyginant su rinkos rezultatais (7.46%).
4. Investuojama pagal pagrindinių indeksų tendencijas (7.17%).
5. Investuojama į tas akcijas, kurios yra vertinamos gerai žinomų ekspertų (5.48%) [4].

Visų likusių rodiklių svoriai modelyje buvo mažesni nei 5.48%. Taip pat iš rezultatų pastebima, kad pirmų 2 faktorių, pagal kuriuos priimamas investavimo sprendimas, svoriai yra labai dideli, lyginant su kitais, ir nuo 3 bei 4 faktorių pagal svarbą skiriasi apie 5 – 6%, kai daugumos rodiklių svoriai net nesiekia 5%. Tai parodo, jog šie faktoriai respondentams yra labai svarbūs.

Neraiškos logikos modeliai pritaikomi ne tik investavimo sprendimams, bet ir akcijų rinkos efektyvumui įtaką darančių veiksnių vertinimui. 2025 metais atliktame tyrime bandoma nustatyti kokie finansinėmis naujovėmis grįsti faktoriai turėtų būti prioretizuojami, norint pagerinti akcijų

rinką [5]. Tyrimo rezultatams pasiekti buvo pritaikomas 2 etapų modelių pritaikymas, kurio metu yra panaudojamos kvantinės sferinės neraiškosios aibės (angl. *Quantum spherical fuzzy sets*) bei DEMATEL modelis faktorių svoriams įvertinti, o TOPSIS metodas – alternatyvų rikiavimui. Tyrimo rezultatai rodo, jog didžiausią įtaką akcijų rinkos efektyvumui skirtingose ekonomikose turi mokesčių lengvatos ir teigiama, kad mokesčių lengvatų taikymas (ypač ilgalaikėms investicijoms) turėtų ženkliai padidinti rinkos stabilumą [5]. Taip pat mokesčių lengvatas siūloma pritaikyti ir pirmas investicijas atliekantiems investuotojams, nes mažesni mokesčiai į rinkas pritrauktų daugiau investuotojų bei didintų rinkos likvidumą. Surinktiems respondentų duomenims vertinimui ir svarbiausių faktorių atrinkimui pritaikytas neraiškos logikos analitinis hierarchinis procesas (Fuzzy-AHP, angl. *Fuzzy Analytic Hierarchy Process*).

1.1.2. Žaliojo finansavimo rizikų identifikavimas

Klimato kaitos klausimas pasaulyje tampa viena pagrindinių temų ir problemų. Norint sumažinti klimato atšilimo bei užterštumo keliamus padarinius, neatidėliotinai yra keliamas poreikis pereiti prie atsinaujinančių energijos šaltinių bei įgyvendinti globaliai patvirtintus darnaus vystymosi tikslus (angl. *Sustainable Development Goals*) ir užtikrinti tvarų vystymąsi [6]. Kadangi Kinijoje šiltnamio efektą sukeliančių dujų emisija yra didžiausia, šioje valstybėje tai tampa ypač opia problema, dėl kurios šalyje yra įdedama daug pastangų, siekiant įgyvendinti 7 (prieinamos ir švarios energijos) bei 13 (veiksmų klimato srityje) darnaus vystymosi tikslus (SDG). Šių bandymų priemonė – žalios infrastruktūros finansavimas, daug investicijų skiriant atsinaujinančiai energijai, tvariam transportui bei ekologiškų ir efektyvių pastatų statybai [6, 7]. Kita vertus, toks stiprus investavimas turi ir nemažai rizikų, kurios gali sukelti sunkumų siekiant sėkmingo žaliojo finansavimo ir SDG siekimo. Šių rizikų, galimų sprendimų analizė bei prioritetizavimas 2023 ir 2025 metais paskelbtose publikacijose atliekama pasitelkiant matematinius *Fuzzy AHP* ir *Fuzzy VIKOR* neraiškos logikos modelius.

Abiejuose tyrimuose identifikuotos 6 pagrindinės rizikos grupės, galinčios paveikti žaliąjį finansavimą:

1. Finansinės rizikos.
2. Techninės rizikos.
3. Aplinkosaugos rizikos.
4. Legalios ir sutartinės rizikos (angl. *Legal and contractual risks*).
5. Socialinės ir bendruomeninės rizikos.
6. Politikos ir reguliacijos rizikos [7].

Kiekvienai iš šių rizikos grupių identifikuoti ir keli pogrupiai detalesnei analizei. Pavyzdžiui, vienas iš finansinių rizikų pogrupių – žaliosios infrastruktūros kūrimo finansavimo galimybių ir investicinio kapitalo stoka, o vienas iš politikos ir reguliacijos pogrupių – šiems projektams skirtų mokesčių lengvatų ir subsidijų programų pokyčiai.

Pagrindinių rizikos grupių analizei bei svorių nustatymui ir rikiavimui pritaikytas neraiškos logikos Fuzzy AHP modelis, kurio metu buvo atlikti 4 pagrindiniai žingsniai:

1. Trikampės neraiškos logikos skaičių (angl. *fuzzy*) matricos sudarymas.
2. Saaty metodu apskaičiuotas svorių vektorius bei *lambda max* parametras.
3. Apskaičiuojamas nuoseklumo indeksas CI.

4. Apskaičiuojamas nuoseklumo santykis CR.

Iš pateiktų grupių duomenų sudaryta porinių palyginimų matrica (kiekviena grupė lyginama su kiekviena grupe) pagal trikampį neraiškos logikos skaičių (angl. Triangular Fuzzy Numbers) skalę ir gautas rezultatas, kuriame kiekvienai iš rizikos grupių priskirtas svoris. Šis rezultatas pateikiamas 1 lentelėje.

1 lentelė. Pagrindinių žalios infrastruktūros finansavimo rizikų svoriai (2023 tyrimas) [7]

Rizikos grupė	Svoris	Rangas
Politikos ir reguliacijos rizikos	0.212	1
Finansinės rizikos	0.190	2
Techninės rizikos	0.182	3
Legalios ir sutartinės rizikos	0.167	4
Aplinkosaugos rizikos	0.146	5
Socialinės ir bendruomeninės rizikos	0.102	6

2025 metais, labai panašiam tyrimo pastebimi kiek kitokie rezultatai (2 lentelė). Šiame tyrimo buvo tiriamos ne rizikos, kurios gali paveikti žalios infrastruktūros finansavimą, o bandoma nustatyti svarbiausius kriterijus ar politikos strategijas, kurios daro įtaką perėjimui prie atsinaujinančios energetikos. Iš šio tyrimo rezultatų galima pastebėti, kad po 2 metų, finansinė įtaka iš 2 vietos pakilo į pirmąją, politikos ir reguliacijos prioritetų tvarka iš pirmos nukrito į penktą vietą, o socialinės ir bendruomeninės rizikos, kaip socialinės naudos kriterijus, iš paskutinės vietos pakilo į antrąją.

2 lentelė. Pagrindinių žalios infrastruktūros finansavimo rizikų svoriai (2025 tyrimas) [6]

Rizikos grupė	Svoris	Rangas
Finansinės rizikos	0.211	1
Socialinės nauda	0.191	2
Ekonominės perspektyvos	0.184	3
Poveikis aplinkai	0.169	4
Politikos ir reguliacijos sistema	0.147	5
Technologinės inovacijos	0.098	6

Abiejuose straipsniuose, atlikus rizikos grupių rikiavimą, pagal svorius nustatoma pati svarbiausia grupė, o šios kategorijos pogrupiai, kuriuose užfiksuoti galimi sprendimo veiksmai, išrikiuojami naudojant Fuzzy VIKOR metodą. 2023 metais atliktame tyrimo rikiuojami politikos ir reguliacijos rizikų grupės pogrupiai, o 2025 metais – finansinių rizikų pogrupis.

Atliekant tyrimą pritaikomi pagrindiniai Fuzzy VIKOR metodo veiksmai:

1. Neraiškos logikos našumo matricos bei svorių vektoriaus apibrėžimas.
2. Teigiamą ar neigiamą įtaką darančių rodiklių įvertinimas.
3. Normalizuotos Fuzzy sprendimų matricos apskaičiavimas.
4. Apskaičiuojamos S (kiek kolektyviai alternatyvos yra arti idealiausio sprendimo) ir R reikšmės (kiek alternatyva yra toli idealiausio sprendimo).
5. Apskaičiuojamas parametras Q (svorinė S ir R kombinacija, apibrėžiama parametru v).

6. Atliekama S, R ir Q parametrų defuzifikacija (ang. *Defuzzify*) bei išrikiuojamos alternatyvos pagal mažiausią Q parametro reikšmę [7].

Pritaikius Fuzzy VIKOR neraiškios logikos modelį pogrupiams, gaunami rezultatai 2023 metų galimiams politinių veiksmų sprendimams, kurie išrikiuoti šia tvarka:

1. Finansavimo galimybių didinimas.
2. Standartizuotų techninių gairių ir procedūrų parengimas.
3. Teisinės ir reguliavimo sistemos kūrimas.
4. Stabilios ir nuoseklos politikos sistemos kūrimas.
5. Išsamus aplinkos vertinimas ir stebėjimas.
6. Įsteigti suinteresuotųjų šalių dalyvavimą [7].

2025 metų straipsnyje taip pat pristatomi galimi finansinių rizikų mažinimo įrankiai, kurie gauti pritaikius tą patį Fuzzy VIKOR modelį:

1. Subsidijos ir dotacijos.
2. Žaliojo finansavimo iniciatyvos.
3. Viešo ir privataus sektorių partnerystė.
4. Žaliųjų obligacijų apdraudimas (angl. Green Bonds Insurance).
5. Anglies dioksido emisijų apmokestinimas.
6. Skatinamieji tarifai, mokant didesnę nei rinkos kainą (angl. Feed-in Tariffs).

Per 2 metus pakitusios numatomos didžiausią įtaką turinčios pagrindinės rizikų grupės parodo kaip pasikeitė situacija, bet pasikeitimą taip pat detalizuoja ir svarbiausių pritaikytinų veiksmų nustatymas. Iš jų galima pastebėti, jog 2023 metais svarbiausi sprendimai buvo susiję su žaliojo finansavimo infrastruktūros kūrimu bei gerinimu, o 2025 šie prioritetai pasikeitė į žaliojo finansavimo palengvinimo uždavinius – subsidijas, dotacijas, iniciatyvas, partnerystę ir draudimą. Taip pat pastebima, jog 2025 metais kaip vienas iš svarbiausių numatomų sprendimų įtraukiamas ir anglies dioksido emisijų apmokestinimas. Šie rezultatai gali reikšti, jog nuo 2023 iki 2025 metų Kinijoje buvo priimta nemažai žaliojo finansavimo infrastruktūros ir sistemos sprendimų, kuriais buvo paruošti pagrindai, o šiuo metu svarbiausi veiksmai yra susiję su investuotojų pritraukimu bei žaliojo finansavimo skatinimu ir darnaus vystymosi tikslų siekimo bei šiltnamio efektą sukeliančių dujų emisijų mažinimo.

Atlikti tyrimai rodo, jog neraiškios logikos metodai yra aktyviai pritaikomi skirtingose sferose, o šių metodų pritaikymas – aktualus ir kartojamas, nes aktualių uždavinių sprendimui bei stebėjimui tyrimai yra nuolat pakartojami, pritaikant tuos pačius metodus. Tai taip pat parodo, kad neraiškios logikos pritaikymas skirtingų finansų rinkų sprendimų priėmimuose yra naudingas, o gaunami rezultatai – vertingi.

1.2. Kripto valiutų portfelių optimizavimo modeliai

Kripto valiutų portfelių optimizavimas – pagrindinis investuotojo, priimančio kripto valiutų investavimo strategijos sprendimo, užduotis, kuria siekiama optimaliai paskirstyti investuojamą kapitalą į skirtingas kripto valutas, siekiant minimizuoti riziką bei maksimizuoti investicijų grąžą [8]. Dėl nuolatinės pasaulio situacijos dinamikos, investuotojai visada stengiasi koreguoti ir optimizuoti savo investicinius portfelius. Profesionaliais portfelių valdymo ir optimizavimo

atvejais, portfelio valdymas dažniausiai yra atliekamas pasitelkiant robotus, o portfelio optimizavimas – panaudojant matematinius modelius [9]. Siekis išgauti kuo didesnę grąžą mažina tradicinių investavimo kryptų patrauklumą ir investuotojai vis daugiau renkasi investuoti į kriptovaliutas [1]. Tokiu būdu kriptovaliutos dažniausiai padidina investicinio portfelio efektyvumą bei pagerina rezultatus [2]. Dėl investicinių portfelių kūrimo svarbos investuotojams, dėl susidomėjimo investavimu į kriptovaliutas ir kriptovaliutų nepastovios bei nenuspėjamos dinamikos, metodų, skirtų sudaryti kuo geresnį portfelį, paklausa bei svarba vis didėja.

Kadangi tiriamajame darbe pagrindinis tikslas yra ištirti neraiškios logikos pritaikymą kriptovaliutų atrinkime, dėl finansinių portfelių optimizavimo modelių gausos, atrenkami, pritaikomi bei palyginami pagrindiniai ir dažniausiai naudojami modeliai.

1.2.1. Investicinių portfelių tipai

Prieš analizuojant optimizavimo modelius, pirmiausia svarbu apibrėžti kokie yra investicinių portfelių tipai. Akcijų biržos atveju, investiciniai portfeliai skirstomi į 5 pagrindinius tipus:

1. Agresyvūs (aukštos rizikos) portfeliai.
2. Mažos rizikos portfeliai.
3. Pajamų portfeliai.
4. Spekuliacinio portfeliai.
5. Hibridiniai portfeliai [8].

Šie portfeliai skirstomi pagal įmonių, į kurias investuojama, tipus, taip siekiant didesnės grąžos su didesne rizika (agresyvūs) arba mažesnės grąžos, bet su mažesne rizika (mažos rizikos), arba šias strategijas apjungiant į hibridinį portfelį, kuris balansuoja pelną ir riziką.

Kriptovaliutų investicinius portfelius galima skirstyti panašiai, kadangi kriptovaliutos taip pat turi savo tipus: agresyvūs ar saugesni investavimo metodai, bandymas „lošti“, investuojant į kriptovaliutas, kurios yra naujos, be informacijos ar nepatikimos (atitikmuo spekuliacinio portfeliams) bei hibridinės strategijos pritaikymas.

Investavimą taip pat galima skaidyti ir pagal investavimo strategiją: vykdomas aktyvus arba pasyvus investavimas. Aktyviojo investavimo atveju, portfelio valdymas, pirkimas ir pardavimas atliekami dažnai, o pasyvaus investavimo atveju – investicinio portfelio optimizavimas atliekamas su idėja, kad panašus portfelio paskirstymas išliks ilgesnį laiką, o portfelio perskirstymas atliekamas rečiau.

1.2.2. Markowitz modelis

Daugelis šių laikų investicinių portfelio optimizavimo modelių yra paremti vienu pirmųjų ir pagrindinių portfelio optimizavimo modelių – 1952 metais sukurtu Markowitz vidurkio-dispersijos (MV, angl. *Mean-Variance*) modeliu. Nors šis modelis turi skirtingų variacijų, dažniausiai pagrindinis Markowitz MV modelis naudojamas ir kaip etalonas palyginimui [10]. Šiuo modeliu sukuriama portfeliai yra optimalūs, jei jų grąžų pasiskirstymas yra suderinamas su normaliuoju skirstiniu arba jei riziką galima pilnai įvertinti per nepastovumą (angl. *volatility*). Netenkinant šių sąlygų, modelio rezultatas yra vertinamas kaip aproksimacija ir nėra labai tikslus, bet, dėl pripažinimo literatūroje ir didelio populiarumo, šis modelis vis tiek yra gan dažnai naudojamas, įvertinus jo apribojimus bei trūkumus [10].

Markowitz modelio pagrindinis tikslas – maksimizuoti portfelio grąžą, įvertinant patenkinamą rizikos lygį, tam panaudojant vidurkio-dispersijos optimizavimą. Apibrėžiamas sprendžiamas optimizavimo uždavinys:

$$\min \lambda \bar{\sigma} - (1 - \lambda)R, \quad (7)$$

kur $\bar{\sigma}$ – bendra portfelio rizika, R – portfelio grąža, o parametras λ apibrėžia investuotojo rizikos toleranciją. Parametro λ reikšmės priklauso intervalui $[0; 1]$. Kai parametras λ pasirenkamas lygus 0, investicinio portfelio grąža maksimizuojama, o kitu atveju, kai parametro reikšmė lygi 1, minimizuojama portfelio rizika. Uždavinį sprendžiant su skirtingomis parametro λ reikšmėmis, gaunami skirtingi portfeliai su skirtingomis rizikos ir investicijų grąžos charakteristikomis [11].

Pagrindiniai Markowitz modelio pranašumai:

1. Naudojamas, kai rizikos parametrai yra maži.
2. Naudojamas, kai investicijų grąžų pasiskirstymas yra kompaktiškas bei kai investicijos atliekamos dažnai [8].

Pagrindiniai Markowitz modelio apribojimai bei trūkumai:

1. Nenaudojamas didelių rizikos parametrų atvejais dėl aukštesnių polinomų lygio skaičiavimo problemų.
2. Pritaikomas kai portfelio grąžų skirstinys yra suderinamas su normaliuoju skirstiniu [8].
3. Realaus pasaulio apribojimų trūkumas [11].

Kad Markowitz modelis vis dar populiarus bei dažnai naudojamas, parodo ir moksliniai tyrimai, kuriuose šis modelis ar jo variacijos naudojamos palyginimams. 2021 metais „Quantitative Finance“ žurnale paskelbtas tyrimas, kurio metu buvo tiriama kokį efektą gali turėti kriptovaliutų įtraukimas į tradicinius investicinius portfelius [10]. Tyrime nustatyta, kad priklausomai nuo investavimo strategijos, kriptovaliutų įtraukimas į investicinį portfelį arba nežymiai padidina investicinio portfelio numanomą grąžą, arba pastebimas nemažas numatomos grąžos padidėjimas, priklausomai nuo pasirenkamos investavimo strategijos. Šiame tyrime portfelių optimizavimui panaudoti įvairūs metodai, tarp kurių ir nemažai etaloninių Markowitz metodo variacijų, kaip:

1. Rizikos minimizavimo Markowitz modelis (MinVar).
2. Grąžos maksimizavimo Markowitz modelis (RR-MaxRet).
3. Modifikuotas Markowitz modelis, kuriuo optimizuojama rizikos koreguota grąža (Sharpe rodiklis), atsižvelgiant ir į rizikos mažinimą, ir į grąžos didinimą (MV-S modelis) [10].

Šių modelių rezultatai, lyginant su kitais portfelių optimizavimo modeliais, atitiko modelių investavimo strategijas. Taip pat nustatyta, kad kriptovaliutų įtraukimas į tradicinius modelius didžiausią naudą suteikia tais atvejais, kai siekiama stiprios (ar maksimalios) portfelio diversifikacijos [10]. Šių tyrimų rezultatai parodo, kad Markowitz modelio (ir variacijos) yra aktualios naudojimui.

Literatūroje taip pat randama ir Markowitz modelio pritaikymų su baigiamuoju darbu artimai susijusiuose tyrimuose. Vienas iš jų – 2022 metais atliktas tyrimas, kuriame atliekamas 2012 metų pradžioje 50 geriausiai įvertintų Teherano įmonių akcijų optimizuoto portfelio modeliavimas, pritaikant daugelio kriterijų sprendimų priėmimo (MCDM) modelius AHP ir TOPSIS bei pritaikant Markowitz modelį portfelio optimizavimui [12]. Tyrime akcijos atrinktos pagal likvidumo, įmonės

poveikio rinkai bei įmonės finansinius rezultatus atspindinčius rodiklius. Autorių teigimu, šis duomenų rinkinys artimesnis didžiausių įmonių akcijų duomenų rinkiniui, o ne geriausių.

Be akcijų duomenų, tyrime taip pat panaudojami 190 profesionalių investuotojų (brokerių įmonių vadovai, investavimo įmonės, etc.) bei 96 atsitiktinių neprofesionalių investuotojų ekspertinio rodiklių svarbos vertinimo duomenys, pagal kuriuos kiekvienam rodikliui priskiriamas atitinkamas svoris. Tyrimo procesas apibrėžiamas 6 pagrindiniais žingsniais:

1. Akcijų atrinkimui skirtų efektyvių kriterijų nustatymas.
2. AHP modelio pritaikymas kriterijų svoriams apskaičiuoti.
3. 50 įmonių rikiavimas, pritaikant intervalinį TOPSIS modelį.
4. Reikalavimus atitinkančių akcijų parinkimas.
5. Investicinių portfelių sudarymas pagal galimą investuotojo strategiją [12].

Pirmame tyrimo žingsnyje buvo nustatytas 31 kriterijus, iš kurių, pagal ekspertų nuomonę, buvo atrinkti 16. Ekspertai kiekvieną iš rodiklių vertino pagal dešimties taškų Likerto skalę. Į tyrimą atrinkti tie rodikliai, kurių vidutinis įvertinimas buvo bent 7. Pagal šią ekspertinę nuomonę nustatyta, jog svarbiausi rodikliai galėtų būti valstybės politikos sprendimai, dividendų, skirtų akcijai, bei akcijos kainos svyravimų rodikliai [12]. Kiekvienam iš šių rodiklių, pritaikant AHP metodą, buvo nustatytas atitinkamas svoris, pagal kurį vertinamos akcijos.

Pagal nustatytus kriterijų svorius, akcijoms pritaikomas intervalinis TOPSIS metodas. Nuo tradicinio TOPSIS metodo šis skiriasi tuo, kad teigiama ir neigiama idealios alternatyvos nėra nustatomos apibrėžtomis reikšmėmis, bet yra apibrėžiami teigiamos ir neigiamos alternatyvų verčių intervalai, pagal kuriuos atliekamas rikiavimas. Kadangi tai nėra tradicinis TOPSIS metodas, vietoje 2 teigiamos ir neigiamos idealių alternatyvų apibrėžimo, abiem atvejams apibrėžiamos 4 reikšmės – aukštieji ir žemieji intervalų rėžiai. Dėl to, kad skaičiavimai toliau atliekami pagal šiuos intervalus, taip pat skaičiuojami 4 atstumo parametrai: atstumas iki abiejų idealių alternatyvų aukštesnio rėžio ir žemesnio rėžio, o alternatyvų vertinimui ir rikiavimui apskaičiuojamas intervalo efektyvumo rėžio vidurys, pagal kurį ir įvertinamos alternatyvos. Pritaikius TOPSIS metodą, visos akcijos buvo surikiuotos bei nustatytos 5 geriausios:

1. Irano nacionalinė vario pramonė.
2. Sina bankas.
3. Irano Transfo – elektros transformatorių gamybos įmonė.
4. Foolad Mobarake – plieno gaminių įmonė.
5. Qadir Investment (Holding).

Iš surikiuotų akcijų, pagal vidutinį TOPSIS metodo įvertinimą, atrinktos 24 įmonės, kurių akcijos traukiamos į galutinius investicinius portfelius. pritaikant Markowitz portfelio optimizavimo metodą, iš šių akcijų sudaryti 3 tipų investiciniai portfeliai pagal tyrime dalyvavusių respondentų pageidavimus: rizikos vengiantiems, neutraliems rizikos prasme, bei rizikuojantiems investuotojams. Sudaryti atitinkami portfeliai:

1. Rizikos vengiantiems investuotojams. Grąža: 23.42%, rizika: 7.08%.
2. Neutraliems rizikos prasme investuotojams. Grąža: 27.42%, rizika: 8.75%.
3. Rizikuojantiems investuotojams. Grąža: 29.32%, rizika: 10.8% [12].

Gauti portfeliai palyginti su bendra rinka, pritaikant Sharpe rodiklį. Didžiausia Sharpe rodiklio reikšmė pasiekta su rizikai neutraliu portfeliu. Taip pat nustatyta, jog visų sukurtų portfelių rezultatai stipriai lenkė rinkos rezultatus. Tyrimo rezultatai patvirtina, jog neraiškos logikos pritaikymas investicijų atrinkimui bei Markowitz modelio pritaikymas portfelių optimizavimui yra naudingas investicijų atrankos modelis, siekiant pelno.

1.2.3. Naivusis modelis

Vienas paprasčiausių portfelių optimizavimo modelių, kuris nereikalauja jokių papildomų rodiklių įvertinimo ar sudėtingų skaičiavimų – Naivusis modelis.

Šis modelis mokslinėje literatūroje taip pat vadinamas „1/N“ modeliu, o šis pavadinimas pilnai apibrėžia šiuo modeliu atliekamą skaičiavimą bei portfelio paskirstymą – kiekvienam portfelio investiciniam objektui priskiriamas vienodas svoris.

Kadangi portfelių optimizavimo sritis yra populiari ir joje nuolat vykdomi tyrimai bei bandoma rasti naujų ir geresnių modelių, o Naivaus modelio principas labai paprastas, dažnai manoma, jog šio modelio rezultatai nėra patikimi ar pritaikomi. Tačiau, 2009 metais publikuotame tyrime nustatyta, kad taikant vidurkio-dispersijos Markowitz modelį ir jo skirtingas variacijas, norint optimizuoti 25 turto vienetų investicinį portfelį, geresni rezultatai pasiekiami skaičiavimus atliekant su apie 3000 mėnesių duomenimis, o 50 investicinių turto vienetų portfelyje – 6000 mėnesių duomenimis [13]. Šią idėją toliau tyrinėja ir 2024 metais paskelbta publikacija, kurioje pateikiami ir teoriniai skaičiavimai, kurių rezultatas parodo, kad vieno faktoriaus modeliuose (daroma prielaida, kad visų investicinių turtų grąžos priklauso nuo vieno pagrindinio faktoriaus), šis metodas yra optimalus pagal Sharpe rodiklį [14].

Naiviojo modelio galimybės taip pat tiriamos ir kitoje 2024 metais paskelbtoje publikacijoje, kurioje tiriamos nuo 2018-01-01 iki 2021-01-31 didžiausią kapitalizaciją (daugiau nei puse milijardo) turinčios kriptovaliutos [15]. Šiame tyrime portfelio optimizavimas atliktas keliais modeliais:

1. Naivusis modelis (1/N modelis).
2. Mažiausios rizikos (MV) modelis.
3. Mažiausio CVaR modelis.
4. Rizikos išskaidymo (angl. Risk Parity) modelis, kuriame rizikos matas – standartinis nuokrypis (RP-std).
5. Rizikos išskaidymo (angl. Risk Parity) pagal sąlyginę rizikos vertę (CVaR) modelis (RP-CVaR).
6. Naivus rizikos skaidymo (angl. Risk Parity) pagal sąlyginę rizikos vertę (CVaR) modelis (RP-CVaR naive).

Pagal šiuos modelius apskaičiuotų kriptovaliutų svoriai pateikiami 3 lentelėje.

3 lentelė. Pirmos optimizacijos kriptovaliutų svoriai pagal skirtingus modelius, procentais [15]

	Portfelio optimizavimo modelis					
Kriptovaliuta	Naivus metodas	RP-std	RP-CVaR	RP-CvaR naive	Min-CVaR	MinVar (MV)
Cardano	10	2.97	4.38	2.07	0.00	0.07

Ethereum	10	2.76	4.07	1.98	0.00	0.03
Binance	10	3.48	4.94	2.70	0.00	0.06
Bitcoin	10	4.26	6.32	2.96	0.00	0.03
Dogecoin	10	3.62	4.96	2.78	0.00	0.07
Chainlink	10	2.99	3.96	2.13	0.00	0.01
Litecoin	10	3.28	5.13	2.47	0.00	0.05
Tether	10	70.3	57.1	78.5	100	99.64
Stellar	10	3.18	4.60	2.28	0.00	0.02
Monero	10	3.20	4.56	2.22	0.00	0.02

Pastebima, kad dauguma modelių, išskyrus Naivųjį, didžiąją dalį svorio skyrė „Tether“ kriptovaliutai, bet Min-CVaR ir MinVar (MV) modeliai šiai kriptovaliutai skyrė beveik 100% viso portfelio.

Atlikus tyrimą nustatyta, kad 2 metų intervale, portfelio svorius išlaikant 7 dienas (kas 7 dienas portfelis perskirstytas, bet Naiviajam modeliui tai įtakos nedaro), iš visų minėtų modelių, Naivusis modelis pademonstravo geriausius rezultatus, modelius lyginant pagal sudėtinės grąžos procentą [15].

1.2.4. Sąlyginės rizikos (CVaR) modelis

Tradicinio Markowitz vidurkio-dispersijos portfelių optimizacijos modelio pagrindinės grąžų pasiskirstymo suderinimo su normaliuoju skirstiniu ar kvadratinės naudingumo funkcijos prielaidos dažniausiu kriptovaliutų atveju nėra tenkinamos. Nors Markowitz modelį, kaip palyginamąjį, galima pritaikyti ir kriptovaliutų atveju, bet, atliekant portfelio optimizavimą, labiau verta pritaikyti modelius, kurie paremti alternatyviais rizikos vertinimo rodikliais, atsižvelgiančiais ne į pasiskirstymą, bet į pasiskirstymą apibūdinančias savybes [1]. Vienas dažniausiai literatūroje sutinkamų modelių, sprendžiantis Markowitz modelių problemas, yra sąlyginės rizikos vertės (CVaR, angl. *Conditional Value-At-Risk*) rodiklį pritaikantys modeliai. Šie modeliai portfelių optimizavimą atlieka atsižvelgiant į šio rodiklio vidurkį (balanso tarp rizikos ir grąžos modelis), minimumą (vengiant rizikos) ar maksimumą (siekiama kuo didesnio pelno, taikomas trumpojoje prekyboje). CVaR literatūroje taip pat vadinamas ir tikėtino nuostolio rodikliu (ES, angl. *Expected-Shortfall*).

Verta įvertinti ir CVaR rodiklio pirmtaką – VaR (angl. *Value-At-Risk*). Nors šis rizikos matas nuo pat pradžios buvo kritikuojamas dėl paprastumo, pritaikomumo ir universalumo, jis taip pat tapo labai populiarus bei plačiai naudojamas [2, 16]. VaR rodiklio populiarumas tapo toks didelis, kad jį pradėjo taikyti ir kontroliuojančios institucijos, nustatydamos apribojimus finansinių įstaigų turto paskirstymui, grįstus VaR vertinimu [2, 17]. Šiuo rodikliu vertinama turto arba investicinio portfelio rizika, kuri išreiškiama vienu skaičiumi, parodančiu numatomą galimą didžiausią nuosmukį (kokios sumos didžiausias nuosmukis neviršys) tam tikram laiko horizontui bei su tam tikru pasikliautinumu lygiu. Tačiau, šiuo rodikliu nėra suteikiama jokios informacijos apie „uodegos“ reikšmes – tas reikšmes, kurios, kad ir su maža tikimybe, gali viršyti VaR reikšmę.

Kita vertus, šią informaciją galima apskaičiuoti pritaikant CVaR skaičiavimus. Kitaip nei VaR, šiuo rodikliu, tam tikram tiriamam laikotarpiui su pasirinktu pasikliautinumu lygmeniu α , įvertinamas

galimas nuostolių, didesnių už VaR įvertintą didžiausią galimą nuosmukį, dydis [1]. Kita problema, kurią turi VaR, bet neturi CVaR, tai koherentiškumas. VaR rodiklis netenkina adityvumo savybės, jog $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$, kas reiškia, kad bendro portfelio VaR rodiklio reikšmė yra didesnė už jo sudedamųjų dalių, investicinių turtų, VaR sumą. Dėl šios priežasties, dažnai portfelių optimizavimui VaR metodas yra nenaudojamas, nes šį rodiklį sudėtingiau įvertinti diversifikuotų investicinių portfelių atveju [1].

Investicinių portfelių optimizavimui, literatūroje šis modelis dažnai pritaikomas palyginimams bei dažnai pritaikomos jo alternatyvos. Vienas iš tokių atvejų, 2021 metais atliktas tyrimas, kurio metu bandyta sukurti optimalų portfelį su didele grąža bei maža rizika iš Ugandos akcijų biržoje skelbiamų akcijų [18]. Atliktam tyrimui naudoti mėnesiniai akcijų duomenys nuo 2010 vasario mėnesio iki 2021 sausio mėnesio dėl 2016 – 2019 metų tarpe pastebėto ekonomikos augimo. Iš viso atsitiktinai pasirinktos 9 akcijos, kurių portfelį bandoma optimizuoti [18]. Portfelių optimizavimo metodų palyginimui pritaikyti 5 modeliai:

1. Markowitz vidurkio – dispersijos MV modelis.
2. Vidutinio absoliutaus nuokrypio (MAD, angl. *Mean Absolute Deviation*) modelis.
3. Sutrauktas vidurkio – dispersijos (SMV, angl. *Shrunked Mean-Variance*) modelis.
4. Alternatyvaus kovariacijos įverčio (ACE, angl. *Alternative Covariance Estimator*) modelis.
5. Vidutinės grąžos ir sąlyginės rizikos CVaR (angl. *Mean-CVaR*) modelis [18].

SMV ir ACE modeliai priskiriami atspariems portfelių ir kovariacijos vertinimo modeliams. MAD modelis, kitaip nei MV modelis, vietoje dispersijos rizikos vertinimui pritaiko absoliutinį standartinį nuokrypį. SMV modelis papildomai atlieka sutraukimo procedūrą, kurios metu turimos imties duomenis bandoma sugretinti su rinkos duomenimis, tam pritaikant vidurkio (grąžos) gretinimo (sutrauktas vidurkis paskaičiuojamas ir pagal imtį, ir pagal rinką) procesą ar kitokius procesus. ACE metodu bandoma įvertinti ir numatyti investicinio turto grąžų kovariacijos matricą. Pastarieji 2 modeliai dažniausiai taikomi tada, kai portfelyje yra nemažas kiekis investicinių turtų, duomenys yra nedidelio laikotarpio ar pasižymi triukšmu.

Atlikus portfelio optimizavimą, atliktas modelių rezultatų palyginimas pagal 3 metrikas:

1. Numatomą portfelio grąžą.
2. Riziką, kuri skirtingiems portfeliams vertinta skirtingai – pagal dispersiją, kovariaciją ar VaR reikšmes.
3. Bendrą rezultatą (grąžos ir rizikos santykį).

Atlikus tyrimą nustatyta, kad vidutinės grąžos ir sąlyginės rizikos modeliu gauti rezultatai yra 2 vietoje pagal bendro rezultato vertinimą, pasiekiantys gana gerą balansą tarp numatomos portfelio grąžos bei rizikos [18].

Kitame, 2023 metais atliktame tyrime, buvo bandoma nustatyti ir įvertinti koreliaciją tarp „Bitcoin“ kriptovaliutos ir „S&P 500“ akcijų indekso [19]. Nors pirminiais tyrimais buvo nustatyta teigiama koreliacija, tolimesniais tyrimais patvirtinta, kad koreliacijos tarp „Bitcoin“ ir „S&P 500“ akcijų indekso nenustatoma. Kita vertus, tyrime nustatytas ryšys tarp „Bitcoin“ kriptovaliutos bei aukso vertės, kuri, nors pastebėta, yra dinamiška ir besikeičianti laike [19]. Šiame tyrime, portfelių sudarymui buvo naudoti VaR ir CVaR metodai. Rezultatai parodė, jog CVaR modelio sukurtas portfelis pasižymi mažesne rizika bei didesniu atsparumu rinkos kritimams ar ekstremaliems rinkos pokyčiams, kas labai patrauklu mažos rizikos siekiantiems investuotojams [19].

Iš atliktų tyrimų pastebima, kad vidutinės grąžos ir sąlyginės rizikos CVaR portfelių optimizavimo modelis dažnai naudojamas kartu su VaR modeliu ar kitais modeliais, siekiant palyginimo, kai skirtingai vertinama grąža ar pelno siekiamybė. Kadangi portfelių optimizavimo tema yra labai aktuali, pastebima ir nemažai tradicinių (tame tarpe ir CVaR) modelių variacijų, kai keli modeliai yra apjungiami į vieną arba modeliai yra modifikuojami ir pritaikomi pagal specifiskus investuotojo poreikius.

1.3. Tyrimo sprendžiamos mokslinės ir taikomosios problemos

Neraiškių aibių teorija (angl. Fuzzy Sets Theory) – tai metodas (logika), skirtas neraiškių ar netikslų atvejų sprendimui, tam pasitelkiant matematinius įrankius. Pirminis šios logikos tikslas buvo žmonių mąstymo neraiškumo bei netikslumo paaiškinimas [20]. Neraiškios logikos teorija remiasi tuo, kad žmonių mąstymas, kitaip nei kompiuteriai, neturi aprašytos aiškos logikos bei remiasi ne binarinių įvykių vertinimu, o įvertina ir kitų galimų įvykių galimybę. Neraiškioji logika labai plačiai naudojama daugelyje sričių, apimant nuo inžinierinių sistemų valdymo iki dirbtinio intelekto modelių kūrimo [21]. Dėl neraiškios logikos gebėjimo įvertinti netikslius bei neraiškius duomenis, su šia logika susiję metodai labai plačiai taikomi ir finansų srityje. Keletas iš tokių pavyzdžių: bankų krizių analizė, siekiant efektyviai įvertinti bei spręsti bankines krizes, skolos nemokumo nustatymas, banko bankroto numatymas, bankų prižiūrėjimo kriterijų nustatymas, finansinių užkratų nustatymas, investicijų ar turto valdymo sprendimų priėmimas ar žaliojo finansavimo skatinimo bei rizikų vertinimas [20].

1.3.1. Neraiškios logikos sprendžiamos problemos

Neraiškiosios logikos sprendžiamas problemas galima suskirstyti į 3 grupes:

1. Sprendimų priėmimo sudėtingumas kompleksinėse srityse.
2. Tradicinių sprendimų priėmimo metodų limitai.
3. Neapibrėžtumo valdymas.

Pirmoji problema, kurią padeda spręsti neraiškiosios logikos modeliai, tai sprendimų priėmimas kompleksinėse srityse. Kadangi šiuolaikinių sprendimų priėmimo problemos dažnai būna labai sudėtingos, kartais sunkiai apibrėžiamos bei reikalauja didelio kiekio kriterijų įvertinimo, neraiškioji logika šių sprendimų priėmimo pirmiausia gali padėti pačių kriterijų vertinime, nustatant kurie ir kiek tiriamai problemai daro daugiausiai įtakos bei taip pat prideda rasti geriausias alternatyvas sprendimų priėmimui.

Tradicioniai sprendimų priėmimo metodai, paremti binariniu deterministiniu vertinimu, ne visada veikia teisingai, kai sprendimus bandoma priimti pagal netikslią ar neapibrėžtą informaciją [22]. Šiuolaikiniuose sprendimų priėmimo uždaviniuose neraiškios logikos sprendimai padeda įvertinti neapibrėžtumą ar subjektyvų problemos bei alternatyvų vertinimą. Į neapibrėžtumą neraiškios logikos metoduose atsižvelgiama tiesos laipsniais, įvertinant, kad elementai, pagal kuriuos priimamas sprendimas, gali priklausyti aibe skirtingų laipsnių, dėl ko šie metodai yra populiarūs [22].

Tyrimo sprendimo režiuose, kadangi bandoma sudaryti optimalų kriptovaliutų investicinį portfelį, labai svarbu atrinkti geras ir vertingas kriptovaliutas, iš kurių bus sudaromas bei optimizuojamas investicinis portfelis, o jų vertinimai ar rodiklių vertinimai ne visada gali būti tiksliai apibrėžti. Verta įvertinti ir tai, kad skirtingų žmonių nuomonė, nors ir panaši, gali vis tiek skirtis.

1.3.2. Kriptovaliutų tyrimų bei atrinkimo ir optimizavimo modelius apjungiančių tyrimų stoka

Ieškant su baigiamojo projekto tema susijusių mokslinių straipsnių bei panašių uždavinių sprendimui naudojamų modelių, pastebėta, kad nemažai tyrimų, kurie panašūs atliekamo tyrimo temai, yra atlikta ne su kriptovaliutų portfelio sudarymu, bet su akcijų portfelių sudarymu. Dažniausiai tai susiję su investavimo sprendimo priėmimu, akcijas renkantis ne tarptautiniu mastu, o iš šalies rinkos. Literatūroje, sudarant investicinius portfelius, dažniausiai taikomi arba tiksliniai portfelių optimizavimo metodai, arba neraiškos logikos metodai. Kadangi investicinio portfelio sudarymui tikslinga naudoti tam skirtus metodus, tyrime pirmiausia atliekama kriptovaliutų atranka, siekiant sumažinti bendrą galimų kriptovaliutų kiekį iki stiprių ar vertingų kriptovaliutų, o tada atlikti portfelio optimizavimą, atrinktoms galimai vertingoms kriptovaliutoms priskiriant svorius. Viena iš šiame skyriuje analizuotų publikacijų atliekamas labai panašus tyrimas, bet vietoje kriptovaliutų tyrimas atliekamas su akcijomis. Šiame tyrime atrankai taikomi neraiškos logikos Fuzzy AHP bei Fuzzy TOPSIS metodai, kurie, atitinkamai, naudojami kriterijų svorių (pagal ekspertinę nuomonę) nustatymui bei akcijų rikiavimui. Portfelio optimizavimui pritaikomas tik vienas modelis – Markowitz vidurkio-dispersijos modelis. Kadangi šiame tyrime atlikta pagal riziką skirtingų portfelių rezultatų analizė, nerasta publikacijų, kuriose, atliekant panašius tyrimus, būtų pritaikomi bei palyginami keli portfelių optimizavimo metodai.

2. Metodologija

Šiame skyriuje aprašoma tyrime naudojama metodologija bei teorinis metodologijos pagrindas, kriterijų pasirinkimo pagrindimas bei naudojama programinė įranga. Pateikiamas tyrimo schematinis algoritmas, kuriame pavaizduotas visas procesas.

2.1. Duomenys

Kadangi literatūroje sutinkamuose tyrimuose dažniausiai naudojami didžiausių akcijų ar kriptovaliutų duomenys, šiame tyrime surenkami skirtingų kategorijų kriptovaliutų duomenys, kurios skirstomos pagal kapitalizaciją: aukštos kapitalizacijos, vidutinės kapitalizacijos bei žemos kapitalizacijos kriptovaliutos.

Naudojami kriptovaliutų duomenys surenkami iš plačiai naudojamos investicinių turtų informacijos sistemos „Yahoo Finance“. Tyrimui naudojami ne tik kriptovaliutų agreguoti duomenys, bet ir visi iš sistemos prieinami istoriniai duomenys.

2.1.1. Kriptovaliutų simbolių informacija

Pagrindinė kriptovaliutų informacija surenkama per „Yahoo Finance“ aplikacijų programavimo sąsają API. Kadangi paprastais API duomenų surinkimo metodais iš „Yahoo Finance“ duomenų surinkti nepavyksta, pritaikomas „Screener“ tipo API. Tai reiškia, kad pirmame žingsnyje duomenys iš „Yahoo Finance“ nuskaitomi po 250 kriptovaliutų simbolių (toks limitas nustatytas „Yahoo Finance“ sistemos) iki yra pasiekiamas limitas. Limito pasiekimas identifikuojamas nuskaitytų kriptovaliutų skaičiaus pokyčiu, kadangi nuskaitymas atliekamas po 250 simbolių per kartą, šiam skaičiui sumažėjus, priimama išvada, kad nuskaityti visų kriptovaliutų agreguoti duomenys. Pastebėta, jog kriptovaliutų simbolių kiekis, duomenis nuskaitant skirtingomis dienomis, keičiasi nežymiai ir dažniausiai yra apie 9900, todėl dėl apsaugos programoje pritaikomas 15000 simbolių nuskaitymo limitas.

Šioje tyrimo dalyje surenkama pagrindinė kriptovaliutų simbolių informacija, pagal kurią atliekamas pirminis filtravimas bei skirstymas į grupes. Iš sistemos surenkama ši informacija:

1. Kriptovaliutos simbolis.
2. Sutrumpintas simbolio pavadinimas.
3. Kriptovaliutos kapitalizacija.
4. „Volume24h“ rodiklis, kuris, pagal dokumentaciją, turėtų grąžinti paskutinių 24 valandų kriptovaliutos atliktų transakcijų suma.
5. Paskutinė simbolio atnaujinimo data.

Kadangi atliekant tyrimus buvo nustatyta, jog „Volume24“ rodiklis grąžina netikslią transakcijų informaciją, tolimesniuose tyrimo žingsniuose šio rodiklio duomenys apskaičiuojami iš istorinių kriptovaliutų duomenų. Taip pat pastebėta, kad nors kai kurių kriptovaliutų duomenys ir egzistuoja, jų duomenys yra nebeatnaujinami. Tokios kriptovaliutos laikomos uždarytomis ir jos nėra traukiamos į atranką investicinio portfelio kūrimui.

2.1.2. Kriptovaliutų kategorijos ir filtravimas

Nuskaičius kriptovaliutų simbolius, atliekamas filtravimas:

1. Kriptovaliutos kapitalizacija didesnė ar lygi 100 USD.
2. „Volume24“ daugiau ar lygu 100.
3. Atmetama „WBTC-USD“ kriptovaliuta.
4. Atmetama „OMNOM-USD“ kriptovaliuta dėl „Yahoo Finance“ sistemos API limitacijų – sistemai grąžinant 8 skaičius po kablelio, beveik visuose šios kriptovaliutos istoriniuose duomenyse gaunami 0, nes kainos yra mažesnės, nei 8 skaičių po kablelio tikslumo skaičiai.
5. Iš tyrimo pašalinama „HYPE32196-USD“ kriptovaliuta dėl labai didelės numatomos grąžos – ši kriptovaliuta pašalinama tam, kad portfelių optimizavimo metodai nesudarintų portfelių daugiausia tik iš šios kriptovaliutos, o būtų korektiškai ir tvarkingai įvertinama bei palyginama kriptovaliutų atranka.

Kadangi duomenyse egzistuoja tokių kriptovaliutų, kurios yra neaktyvios, pritaikomas kapitalizacijos filtras, kad būtų atrinktos tik aktyvios kriptovaliutos. Šį skaičių galima koreguoti pagal investuotojo poreikius (jei investuotojo kapitalas didelis ir poreikis investuoti į didesnes kriptovaliutas, galima didinti). Papildomai atmetama „WBTC-USD“ kriptovaliuta, nes tai „Bitcoin“ identiška kopija, vietoje „Bitcoin“ blokų grandinės, ši palaikoma „Ethereum“ blokų grandine. Kadangi jos identiškos, pasirenkama išmesti „WBTC-USD“, nes „BTC-USD“ turi ilgesnę istoriją.

Po pirminio filtravimo, kriptovaliutos pagal kapitalizaciją suskirstomos į 3 grupes:

1. „Aukščiausios“ – didžiausią kapitalizaciją turinčios kriptovaliutos.
2. „Vidutinės“ (angl. *Middle*) – išrikiavus pagal kapitalizaciją viduryje esančios kriptovaliutos.
3. „Žemiausios“ (angl. *Bottom*) – mažiausią kapitalizaciją turinčios kriptovaliutos.

Pasirenkama, kokį bendrą skaičių kriptovaliutų norima tirti, šis skaičius dalinamas į 3 dalis ir po tiek kriptovaliutų nuskaitoma iš kiekvienos kategorijos, kurios naudojamos tolesniuose tyrimuose.

2.1.3. Istoriniai duomenys

Kriptovaliutas suskirsčius į grupes, kiekvienai iš jų per „Yahoo Finance“ sistemą surenkami istoriniai kasdieniai duomenys. Gaunami istorinių duomenų stulpeliai:

1. Simbolis.
2. Pilnas pavadinimas.
3. Data.
4. Dienos pradžios kaina.
5. Dienos pabaigos kaina.
6. Didžiausia kaina per dieną.
7. Mažiausia kaina per dieną.
8. Per dieną įvykusių transakcijų suma.

Kadangi „Yahoo Finance“ sistemos „Volume24h“ rodiklio naudojimas nėra užtikrintai teisingas, surinkus istorinius duomenis, atliekamas papildomas kriptovaliutų filtravimas, kurio metu atfiltruojamos kriptovaliutos, kurių paskutinių 30 dienų vidutinė transakcijų suma buvo bent 100 USD (paskaičiuota pagal istorinius duomenis) bei dienų skaičius, kuriomis transakcijų suma buvo nenulinė, yra bent 10. Pastarasis filtravimas atliekamas dėl to, nes atliekant eksperimentus pastebėta, kad yra kriptovaliutų, kurios neturėjo transakcijų didžiąją mėnesio dalį (specifiškai – 29 dienas iš 30) ir per vieną ar kelias dienas turi transakcijų, kurių suma viršija 3000 USD, o padalinus

iš 30 dienų gaunamas vidurkis bent 100 USD. Šis filtras pritaikomas tam, kad būtų išvengta tokių atvejų, kai kriptovaliuta yra beveik neprekiuojama.

2.1.4. Europos Centrinio Banko duomenys

Kai kurių rodiklių skaičiavimams nepakanka tik kriptovaliutos istorinių duomenų – reikia ir palyginamųjų (angl. *Benchmark*) duomenų bei nerizikingos palūkanų normos (angl. Risk Free Rate). Palyginimams tyrime pritaikomi „Bitcoin“ kriptovaliutos duomenys, kadangi tai didžiausia, populiariausia ir visos rinkos judėjimą nusakanti kriptovaliuta, o nerizikingos palūkanų normos duomenims naudojami Europos Centrinio Banko dieniniai pagrindinių refinansavimo operacijų, minimalaus pasiūlymo tarifo ar fiksuoto tarifo dydis euro zonai. Duomenų serijos raktas (ECB tinklapiui): „FM.D.U2.EUR.4F.KR.MRR_RT.LEV“.

2.2. Kriptovaliutų vertinimo kriterijai

Atfiltruotam kritpvaliutų duomenų rinkiniui, su turimais pagrindiniais duomenimis, apskaičiuojami kriptovaliutų vertinimo rodikliai, pagal kuriuos bus sudaromi Fuzzy TOPSIS ir Fuzzy VIKOR modeliai bei bus atrenkamos geriausios ir vertingiausios kriptovaliutos, iš kurių bus sudaromas portfelis.

Rodiklių pasirinkimą lemia rodiklių tirama informacija, literatūroje nustatytos koreliacijos (nustatome, kurie rodikliai labiausiai koreliuoja ir iš jų atrenkamas mažesnis kiekis) bei rodiklių logika – panašios logikos rodikliai netraukiami kartu, o iš jų pasirenkamas vienas ar keli.

Analizei pasirinkti rodikliai:

1. Sharpe rodiklis – pakankamai stipriai su standartinėmis statistikomis (standartiniu nuokrypiu, maksimaliu nuosmukiu, kilimų dispersija, kritimų dispersija) bei stipriai koreliuoja su CVaR ir VaR metrikomis [23, 24]. Kadangi VaR ir CVaR į skaičiavimus netraukiami, pasirenkamas Sharpe rodiklis, kaip juos apibendrinantis.
2. Asimetrija (angl. *Skewness*) – vienas iš standartinių statistinių rodiklių. Į modelį traukiamas dėl nedidelės koreliacijos su kitais rodikliais [24].
3. Ekscesas (angl. *Kurtosis*) – vienas iš standartinių statistinių rodiklių. Į modelį traukiamas dėl nedidelės koreliacijos su kitais rodikliais [24].
4. Informacijos rodiklis (angl. *Information Ratio*) [25].
5. Laiko parinkimo rodiklis (supaprastintas; angl. *Timing ratio*) [25].
6. Teigiamo potencialo koeficientas (angl. *Upside Potential*) [25].
7. Vidutinis atsistatymo laikas (angl. *Average Recovery Time*) [24].
8. Calmar rodiklis (angl. *Calmar Ratio*) – rodiklių, grįstų didžiausiu nuosmukiu, grupės rodiklis. Kadangi stipriai koreliuoja su Burke ir Sterling rodikliais, bet tarp visų 3 mažiausiai koreliuoja su kitais rodikliais, įtraukiamas į analizę [23]. Alternatyva galėtų būti Martin rodiklis (angl. *Martin ratio*).
9. Sortino rodiklis (angl. *Sortino Ratio*) – dalinių momentų grupės rodiklis. Stipriai koreliuoja su Omega ir Kappa 3 rodikliais bei panašaus principo, lyginant su Kappa 3, kuris vertina 3 momentą, o Sortino – antrą [24].
10. Amihud likvidumo rodiklis (angl. *Amihud Liquidity*) – nustatyta, kad iš likvidumo rodiklių, vienas geriausių rezultatus gaunančių rodiklių [26].
11. Hurst eksponentė (angl. *Hurst Exponent*) – priklauso fraktalinių ir atminties rodiklių [27].

12. Rachev rodiklis (angl. *Rachev Ratio*) – ekstremalių uodegų įvykių įvertinimui [28].
13. Duomenų imties dydis dienomis – kiekvienos kriptovaliutos duomenų imties dienų skaičius. Šis rodiklis įtraukiamas, kad būtų atsižvelgta ir į tas kriptovaliutas, kurios yra senos bei patikimos.

Šie rodikliai įvertinami kiekvienai kriptovaliutai pagal isorinius, ECB bei palyginimo (BTC) duomenis ir taip pat yra skirstomi į 4 pagrindines grupes:

1. Efektyvumo (angl. *Performance*) rodikliai: Sharpe, Sortino, Calmar, informacijos, Rachev, laiko parinkimo ir teigiamo potencialo rodikliai.
2. Rizikos rodikliai: eksceso koeficientas, asimetrijos koeficientas, Hurst eksponentė bei vidutinis atsistatymo laikas.
3. Likvidumo rodiklis – Amihud likvidumo matas.
4. Duomenų imties rodiklis – duomenų imties dydis dienomis.

Patiekami pagrindinių rodiklių apibrėžimai bei formulės.

Sharpe rodiklis – nerizikinga palūkanų norma pakoreguotų grąžų ir grąžų standartinio nuokrypio santykis, apskaičiuojamas pagal formulę:

$$Sharpe = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}, \quad (8)$$

kur:

R_p – kriptovaliutos (ar portfelio, jei vertinamas portfelis) grąža.

R_f – nerizikingų palūkanų norma.

σ_p – kriptovaliutos (ar portfelio, jei vertinamas portfelis) grąžų standartinis nuokrypis.

Informacijos rodiklis (angl. *Information ratio*) – etalonu (šiam tyrimui – „Bitcoin“ kriptovaliuta) koreguotos grąžos ir jos standartinio nuokrypio santykis, apibrėžiamas formule:

$$Information\ Ratio = \frac{R_p - R_b}{\sigma(R_p - R_b)}, \quad (9)$$

kur:

R_p – kriptovaliutos (ar portfelio, jei vertinamas portfelis) grąža.

R_b – etalono grąža.

$\sigma(R_p - R_b)$ – kriptovaliutos ir etalono grąžų skirtumo standartinis nuokrypis.

Laiko parinkimo rodiklis (supaprastintas; angl. *Timing Ratio*) – šiuo rodikliu nustatoma ar sprendimų priėmėjas turi gerus laiko parinkimo įgūdžius. Supaprastintas laiko parinkimo rodiklis apskaičiuojamas kaip santykis tarp vidutinės grąžos, kai rinkos (palyginamosios kriptovaliutos) grąža yra didesnė už nerizikingų palūkanų normą, ir vidutinės grąžos, kai rinkos grąža yra nedidesnė už nerizikingų palūkanų normą:

Laiko parinkimas

$$= \frac{\text{Vidutinė grąža, kai rinkos grąža} > \text{nerizikingų palūkanų norma}}{\text{Vidutinė grąža, kai rinkos grąža} \leq \text{nerizikingų palūkanų norma}} \quad (10)$$

Teigiamo potencialo koeficientas (angl. *Upside Potential*) – šis koeficientas apibrėžiamas kaip nerizikinga palūkanų norma pakoreguotų teigiamų grąžų vidurkio grąžų standartinio nuokrypio santykis, išreiškiamas formule:

$$UP = \frac{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \max(R_t - T_t, 0)}{\sigma(R)}, \quad (11)$$

kur:

R_t – kriptovaliutos grąža t dieną.

T_t – nerizikingų palūkanų norma t dienai.

$\sigma(R)$ – kriptovaliutos grąžų standartinis nuokrypis.

Vidutinis atsistatymo laikas – vidutinis periodų skaičius, per kurį atsistatoma nuo pastebėto nuosmukio [25].

Calmar rodiklis – metinės grąžos ir absoliutaus didžiausio nuosmukio santykis:

$$Calmar = \frac{R_p}{|Didžiausias nuosmukis|}, \quad (12)$$

kur R_p šiuo atveju – metinė kriptovaliutos (ar portfelio, jei vertinamas portfelis) grąža.

Sortino rodiklis – nerizikinga palūkanų norma koreguotų grąžų ir nuosmukių standartinio nuokrypio santykis, apskaičiuojamas pagal formulę:

$$Sortino = \frac{R_p - R_f}{\sigma_d}, \quad (13)$$

kur:

R_p ir R_f taip pat, kaip ir Sharpe atveju, o σ_d – kriptovaliutos (ar portfelio, jei vertinamas portfelis) neigiamų grąžų standartinis nuokrypis.

Amihud likvidumo rodiklis – šis rodiklis apibrėžiamas kaip kiekvienos dienos absoliučios grąžos ir transakcijų piniginės sumos santykio vidurkis, išreiškiamas formule:

$$Amihud Liquidity = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|R_t|}{V_t}, \quad (14)$$

kur:

N – dienų skaičius.

R_t – dienos t kriptovaliutos grąža.

V_t – t dienos kriptovaliutos transakcijų piniginė suma.

Hurst eksponentė – šis rodiklis apskaičiuojamas, pritaikant specifinę tam skirtą biblioteką „hurst“. Šis rodiklis nustato ilgalaikę laiko eilutės priklausomybę bei svyravimų struktūrą. Kripto valiutų vertinimo atveju, skaičiavimai gali būti atliekami pagal pasirinktą rodiklį (arba kiekvienos dienos kainas, arba kiekvienos dienos grąžą). Šis rodiklis apibūdinamas pagrindiniais žingsniais:

1. Aritmetinio grąžų (ar kainų) vidurkio skaičiavimas.
2. Suminio grąžų (ar kainų) nuokrypio nuo vidurkio skaičiavimas.
3. Diapazono $R(n)$ skaičiavimas, kuris apskaičiuojamas kaip laiko t didžiausio ir mažiausio suminių grąžų nuokrypio nuo vidurkio skirtumas.
4. Standartinio nuokrypio $S(n)$ skaičiavimas.
5. Perskirstyto intervalo (angl. *Rescaled Range*) skaičiavimas, kuris įvertinamas kaip $R(n)$ ir $S(n)$ santykis.
6. Hurst eksponentės vertinimas, kurio išraiška:

$$E \left[\frac{R(n)}{S(n)} \right] = c \cdot n^H \quad (15)$$

7. Logaritminės 15 formulės išraiškos įvertinimas bei Hurst eksponentės H apskaičiavimas, pritaikius tiesinę regresiją pagal nustatytą skirtingų intervalų kiekį n . Logaritminė išraiška apibūdinama:

$$\log \left(\frac{R(n)}{S(n)} \right) = \log c + H \cdot \log n. \quad (16)$$

Gauta Hurst eksponentė interpretuojama pagal apskaičiuotą reikšmę:

1. $H < 0.5$ – išlaikoma trumpalaikė atmintis, laiko eilutės reikšmės vis grįžta prie vidurkio.
2. $H > 0.5$ – išlaikoma ilgalaikė atmintis, laiko eilutės tendencijos išlieka.
3. $H \approx 0.5$ – nustatoma, kad laiko eilutė pasižymi atsitiktiniu vaikščiojimu (angl. *Random Walk*) bei nepastebima jokios atminties.

Kripto valiutoms, kurių duomenys yra trumpesni nei 100 dienų, priskiriama 0.5, kadangi šios kripto valiutos dar neturi pakankamai duomenų, jog būtų galima bandyti nustatyti apie atminties išlaikymą.

Rachev rodiklis – numatomų grąžų (dešinė pusė) ir numatomų nuostolių (kairė pusė) „uodegų“ santykis, pagal pasirinktą pasikliautinumo lygmenį α . Apibūdinamas formule:

$$Rachev = \frac{CVaR_{\alpha}^{+}}{CVaR_{\alpha}^{-}}. \quad (17)$$

Portfelių vertinimui tyrime naudojamos 3 pagrindinės metrikos, pagal kurias atrenkamos ir kripto valiutos: Sharpe, Sortino ir Rachev rodikliai.

2.3. Kripto valiutų atrinkimas portfelio optimizavimui

Kadangi kripto valiutų grupių dydį ar tiriamų kripto valiutų kiekį galima laisvai rinktis pagal prieinamus „Yahoo Finance“ duomenis, norint formuoti tikslingą ir gerą portfelį, į jį reikia atrinkti geras kripto valiutas (ar bent atmesti blogas). Šio uždavinio sprendimui tyrime naudojami neraiškios logikos modeliai (Fuzzy TOPSIS ir Fuzzy VIKOR), kurie pritaikomi pagal atrinktus rodiklius.

2.3.1. Neraiškioji daugiakriterinė sprendimų priėmimo problema

Neraiškioji logika dažniausiai naudojama vieno pagrindinio uždavinio sprendimui – daugelio kriterijų sprendimo priėmimui (MCDM, angl. *Multicriteria Decision Making*). MCDM užduotis su m alternatyvų, iš kurių priimamas sprendimas $\{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ bei n rodiklių $\{C_1, C_2, \dots, C_n\}$, pagal kuriuos priimamas sprendimas, apibrėžiama sprendimų matrica:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

kur: x_{ij} yra skaitiniai duomenys (rodiklių įverčiai), i – ają alternatyvą apibūdinant j – uoju rodikliu. Kitaits žodžiais, tai kiekvienos alternatyvos ir jas apibūdinančių kriterijų (rodiklių) matrica [29].

Kiekvieno iš kriterijų C_j svoris žymimas w_j . Šių svorių vektorius:

$$w = [w_1, w_2, \dots, w_n]. \quad (19)$$

Tiriamų kriterijų svoriai nustatomi arba vieno sprendimų priėmėjo, arba pagal ekspertinę nuomonę, gautą iš srities ekspertų [29]. Šio tyrimo ribose naudojami 2 svorių paskirstymo tipai:

1. Skirstymas pagal rodiklių grupes – toms grupėms, kuriose yra po 1 rodiklį, skiriama 10% rodiklių svorio, kriptovaliutos prieinamų duomenų dienų kiekiui – 5% (vertinama, jei kriptovaliuta turi daug duomenų), o likusioms grupėms, kurios turi daugiau nei po vieną rodiklį, likęs procentas dalinamas vienodai, o grupės rodikliams priskiriamas vienodas svoris pagal bendrą grupės svorį.
2. Rekomendaciniai rodiklių svoriai – kadangi šiame tyrime nėra ekspertų ir ekspertinės nuomonės, kaip vieną iš variantų, tyrimo tikslais, svorių paskirstymą pritaikome pagal didelio kalbos modelio (ChatGPT) parekomenduotą modelį. Didžiojo kalbos modelio užklausa pateikta 1 priede.

Tam, kad būtų neprarasta neraiškos logikos esmė bei būtų įvertintas galimas rodiklių ir duomenų netikslumas ar skirtingų sprendimų priėmėjų nuomonė, pritaikomas trikampių neraiškių skaičių (TFN, angl. *Triangular Fuzzy Number*) apskaičiavimas, nes dažniausiu atveju sprendimų priėmėjui yra sudėtinga priskirti tikslią reikšmę ar svorį atitinkamam kriterijui.

Trikampiai neraiškieji skaičiai apibrėžiami kaip 3 skaičių intervalas, nurodantis nuo kokios iki kokios reikšmės svoris ar kriterijus yra pritaikomas. Šiame tyrime, kriterijams šie skaičiai sukuriama su 20% pridėjimu ir atėmimu. Pavyzdžiui, jei Amihud likvidumo rodiklio reikšmė lygi 0.1, tai šio rodiklio TFN yra lygus (0.08, 0.1, 0.12). Tokiais atvejais, kaip ir šiame tyrime, neraiškioji MCDM problema apibrėžiama neraiškiaja sprendimų matrica:

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11} & \tilde{x}_{12} & \dots & \tilde{x}_{1n} \\ \tilde{x}_{21} & \tilde{x}_{22} & \dots & \tilde{x}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{x}_{m1} & \tilde{x}_{m2} & \dots & \tilde{x}_{mn} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

kur $\tilde{x}_{ij}$ yra neraiškos reikšmės (angl. *fuzzy value*), apibrėžiamos trikampaiais neraiškiais skaičiais (TFN).

Taip pat apibrėžiami loginiai operatoriai, pagal kuriuos atliekami loginiai veiksmai tarp TFN. Šios operacijos naudojamos neraiškos logikos modeliuose.

$$A + B = (a, b, c) + (a_1, b_1, c_1) = (a + a_1, b + b_1, c + c_1), \text{ kai } A \text{ ir } B \text{ TFN.} \quad (21)$$

$$A - B = (a, b, c) - (a_1, b_1, c_1) = (a - a_1, b - b_1, c - c_1), \text{ kai } A \text{ ir } B \text{ TFN.} \quad (22)$$

$$A \cdot B \text{ arba } A \otimes B = (a, b, c) \cdot (a_1, b_1, c_1) = (a \cdot a_1, b \cdot b_1, c \cdot c_1), \text{ kai } A \text{ ir } B \text{ TFN.} \quad (23)$$

$$A / B = (a, b, c) / (a_1, b_1, c_1) = \left(\frac{a}{c_1}, \frac{b}{b_1}, \frac{c}{a_1} \right), \text{ kai } A \text{ ir } B \text{ TFN [30].} \quad (24)$$

Papildomai apibrėžiama ir atstumo skaičiavimo formulė, pritaikant Euklido atstumą:

$$d(A, B) = d((a, b, c), (a_1, b_1, c_1)) = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot (a - a_1)^2 + (b - b_1)^2 + (c - c_1)^2} \quad [29]. \quad (25)$$

2.3.2. Fuzzy TOPSIS

Pirmasis kriptovaliutų atrinkimui naudojamas neraiškos logikos modelis – Fuzzy TOPSIS. Šio modelio pirmtakas, tradicinis TOPSIS metodas, yra vienas daugiausiai žinomų bei dažniausiai pritaikomų neraiškos logikos modelių, sprendžiant MCDM uždavinius. Šio modelio konceptas pagrįstas alternatyvų rikiavimu, pagal jų atstumus iki teigiamo idealiausio sprendimo (PIS, angl. *Positive Ideal Solution*) ir neigiamo idealiausio sprendimo (NIS, angl. *Negative Ideal Solution*) [29]. Neraiškos logikos atveju, tradicinio TOPSIS metodo logika pritaikoma neraiškos logikos neraiškiems skaičiams, šio tyrimo atveju TFN, atstumus tarp PIS ir NIS skaičiuojant pagal 25 formulę. Fuzzy TOPSIS modelio struktūra apibrėžiama 8 pagrindiniais žingsniais.

1 ir 2 žingsniai. Alternatyvų bei kriterijų svorių apibrėžimas bei agreguotų neraiškių reitingų apskaičiavimas. Nors tradiciniu atveju šie žingsniai atliekami pagal turimas ekspertines nuomones, šiame tyrime, šie žingsniai įgyvendinami pagal 2.4.1 skyrelyje apibrėžtas taisykles ir formules, kriptovaliutų rodiklių skaičius paverčiant į neraiškius.

3 žingsnis. Normalizuotos neraiškos sprendimų matricos skaičiavimas (angl. *Normalized Fuzzy Decision Matrix*).

Normalizuota neraiški sprendimų apibrėžiama $\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]$ ir apskaičiuojama pagal formules:

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^*}, \frac{b_{ij}}{c_j^*}, \frac{c_{ij}}{c_j^*} \right) \text{ ir } c_j^* = \max_i \{c_{ij}\} \text{ (naudos kriterijams)} \quad (26)$$

arba

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^-}, \frac{b_{ij}}{c_j^-}, \frac{c_{ij}}{c_j^-} \right) \text{ ir } c_j^- = \min_i \{c_{ij}\} \text{ (kainos kriterijams).} \quad (27)$$

4 žingsnis. Svertinės normalizuotos neraiškos sprendimų matricos skaičiavimas (angl. *Weighted Normalized Fuzzy Decision Matrix*).

Apskaičiuojama normalizuota neraiški sprendimų matrica $\tilde{V} = (\tilde{v}_{ij})$, kur $\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \cdot w_j$. Atitinkamai, $\tilde{r}_{ij}$ – normalizuotos sprendimų matricos elementai, w_j – svoriai.

5 žingsnis. Neraiškių teigiamo idealiausio (PIS) ir neigiamo idealiausių (NIS) sprendimų apskaičiavimas.

PIS ir NIS apskaičiuojami pagal formules:

$$A^* = (\widetilde{v}_1^*, \widetilde{v}_2^*, \dots, \widetilde{v}_n^*), \text{ kur } \widetilde{v}_j = \max_i \{v_{ij}\}, \quad (28)$$

$$A^- = (\widetilde{v}_1^-, \widetilde{v}_2^-, \dots, \widetilde{v}_n^-), \text{ kur } \widetilde{v}_j = \min_i \{v_{ij}\} \text{ [29]}. \quad (29)$$

6 žingsnis. Alternatyvų atstumų iki neraiškių PIS ir NIS apskaičiavimas.

Atstumai iki neraiškių PIS ir NIS apskaičiuojami atitinkamomis formulėmis:

$$d_i^* = \sum_{j=1}^n d(\widetilde{v}_{ij}, \widetilde{v}_j^*), \quad (30)$$

$$d_i^- = \sum_{j=1}^n d(\widetilde{v}_{ij}, \widetilde{v}_j^-). \quad (31)$$

7 žingsnis. Alternatyvų artumo koeficiento apskaičiavimas.

Kiekvienai alternatyvai artumo koeficientas CC_i apskaičiuojamas pagal formulę:

$$CC_i = \frac{d_i^-}{d_i^* + d_i^-} \text{ [29]}. \quad (32)$$

8 žingsnis. Alternatyvų rikiavimas.

Igyvendinus visus 8 žingsnius, alternatyvos išrikiuojamos pagal apskaičiuotas artumo koeficiento CC_i reikšmes. Alternatyva su didžiausiu artumo koeficientu yra arčiausiai PIS ir nustatoma kaip geriausia alternatyva.

2.3.3. Fuzzy VIKOR

Alternatyva Fuzzy TOPSIS modeliui, kurio rezultatai bus palyginami su Fuzzy TOPSIS modelio rezultatais, Fuzzy VIKOR. Kaip ir Fuzzy TOPSIS, šis modelis panašiai vertina alternatyvas, bet pagrindinis šių dviejų modelių skirtumas – Fuzzy TOPSIS atveju visos alternatyvos vertinamos vienodai ir pagal atstumą iki idealiausios alternatyvos. Fuzzy VIKOR atveju, bandoma nustatyti alternatyvas, randant kompromisą tarp geriausio rezultato bei mažiausios kainos, o šį kompromisą galima valdyti papildomo parametro v pagalba [30].

Kadangi Fuzzy TOPSIS ir Fuzzy VIKOR pirmieji 5 žingsniai iki alternatyvų atstumų tarp PIS ir NIS sutampa, apibrėžiami sekantys Fuzzy VIKOR modelio žingsniai, kai jau turima pirmų 5 Fuzzy TOPSIS modelio žingsnių informacija.

6 žingsnis. Atskyrimo rodiklių $\widetilde{S}_j$ ir $\widetilde{R}_j$ apskaičiavimas.

Apskaičiuojamos atskyrimo metrikos, apibrėžiančios atstumus iki geriausios ir blogiausios idealiausių alternatyvų. Nors šis žingsnis gali atrodyti panašus į Fuzzy TOPSIS atvejį, TOPSIS atveju kiekviena alternatyvai apskaičiuojami atstumai, o VIKOR atveju – S atspindi visos grupės patenkinamas teigiamas savybes, o R – individualias alternatyvų neigiamas savybes. Šie rodikliai apskaičiuojami pagal formules:

$$\tilde{S}_j = \sum_{i=1}^n (\tilde{w}_j \otimes \tilde{d}_{ij}), \quad (33)$$

$$\tilde{R}_j = \max_i (\tilde{w}_j \otimes \tilde{d}_{ij}) \quad [30], \quad (34)$$

kur $\tilde{S}_j = (S_j^a, S_j^b, S_j^c)$ – svertinė A_j alternatyvos atskyrimo nuo geriausios reikšmės v_i^* rodiklio suma, o $\tilde{R}_j = (R_j^a, R_j^b, R_j^c)$ – neraiški maksimali alternatyvos A_j atskyrimo reikšmė nuo blogiausios reikšmės v_i^- , kur w_j – kriterijaus C_j svoris.

7 žingsnis. $\tilde{Q}_j$ apskaičiavimas.

Rodiklis $\tilde{Q}_j = (a_j, b_j, c_j)$ – trikampis neraiškus skaičius, kuris apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\tilde{Q}_j = v \cdot (\tilde{S}_j - \tilde{S}^*) / (S^{-c} - S^{*a}) + (1 - v) \cdot (\tilde{R}_j - \tilde{R}^*) / (R^{-c} - R^{*a}), \quad (35)$$

kur $\tilde{S}^* = \min_j \tilde{S}_j$, $S^{-c} = \max_j S_j^c$, $\tilde{R}^* = \min_j \tilde{R}_j$, $R^{-c} = \max_j R_j^c$, o parametras v nustatomas pagal sprendimų priėmėją, priklausomai nuo strategijos (bendru atveju galima apskaičiuoti pagal formulę $v = n + 1/2n$).

8 žingsnis. Parametrų $\tilde{S}_j, \tilde{R}_j, \tilde{Q}_j$ defuzifikavimas (angl. *Defuzzifying*).

Skirtinguose literatūros šaltiniuose, defuzifikavimo procedūrai taikomi skirtingi metodai. Šiame tyrime, defuzifikavimo procedūra apibrėžiama taip:

$$\text{def}(A) = \text{def}((a_1, a_2, a_3)) = \frac{1}{3} \cdot (a_1 + a_2 + a_3). \quad (36)$$

Defuzifikavimo procedūra neraiškus skaičius grąžina į „traškus“ (angl. *Crisp values*) skaičius – skaičiai iš vektoriaus konvertuojami į įprastus skaičius.

9 žingsnis. Alternatyvų rikiavimas.

Paskutiniame Fuzzy VIKOR modelio žingsnyje, alternatyvos išrikiuojamos pagal gautas Q parametro reikšmes. Kitaip nei Fuzzy TOPSIS atveju, geriausios alternatyvos Q reikšmė yra mažiausia.

2.4. Kripto valiutų portfelių optimizavimo modeliai

Atlikus neraiškos logikos Fuzzy TOPSIS ir Fuzzy VIKOR pritaikymą, kiekvienai iš kripto valiutų alternatyvų gaunamas jos įvertis. Pagal šiuos įverčius atliekamas kripto valiutų atrinkimas. Priklausomai nuo sprendimų priėmėjo nuomonės, į portfelį galima rinktis skirtingą kiekį kripto valiutų. Atrinktoms kripto valiutoms pritaikomi bei palyginami 3 portfelių optimizavimo modeliai: Markowitz MV, Naivusis ir CVaR optimizavimo.

2.4.1. Markowitz MV modelis

Pirmasis iš taikomų portfelių optimizavimo modelių – Markowitz vidurkio-dispersijos modelis. Tai vienas pirmųjų ir dažniausiai literatūroje sutinkamų modelių portfelių optimizavimui, kuris

atsižvelgia į sprendimų priėmėjo rizikos toleranciją [31]. Pateikiama Markowitz modelio pritaikoma metodologija.

N dydžio rizikingo turto aibėje (dažniausiai akcijos ar akcijų indeksai) apibrėžiamos kiekvieno iš turtų grąžos $r_1, r_2, \dots, r_N$. Daroma prielaida, kad grąžų imtis turi apibrėžtus pirmąjį ir antrąjį momentus (vidurkį ir dispersiją), pagal kuriuos apibrėžiami grąžos vektoriai bei kovariacijos matrica [31]. Grąžos vektorius apibrėžiamas:

$$\mu^T = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N), \text{ kur } \mu_i = E[r_i], i = 1, \dots, N. \quad (37)$$

Grąžų vektoriaus apibrėžime operatorius $E[r_i]$ nurodo i turto apskaičiuotą grąžų vidurkį. Apibrėžiama kovariacijos matrica:

$$\Sigma = (\sigma_{ij})_{i,j=1,\dots,N}, \text{ kur } \sigma_{ij} = \text{Cov}(r_i, r_j), i, j = 1, \dots, N. \quad (38)$$

Apibrėžiamas alternatyvų (investicinių turtų) svorių vektorius $w^T = (w_1, w_2, \dots, w_N)$, kur w_i atitinka i – ojo investicinio turto svorį portfelyje, bei tenkinama sąlyga, kad $\sum_{i=1}^N w_i = 1$.

Pagal grąžų vektorius bei investicinio portfelio svorius, apibrėžiamas portfelio numatomos grąžos vektorius.

$$\mu_p = E[r_p] = \mu^T w, \quad (39)$$

o dispersijos lygtis:

$$\sigma_p^2 = \text{Var}(r_p) = w^T E w. \quad (40)$$

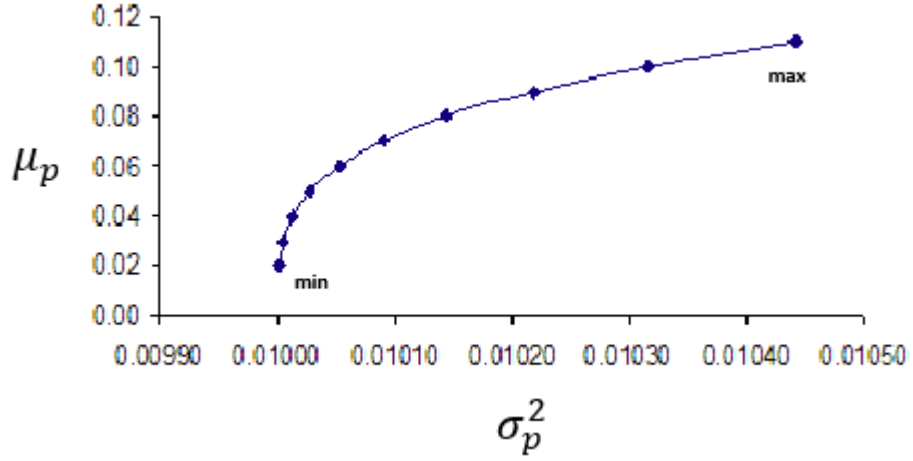
Apibrėžiamas efektyvus portfelis Markowitz MV modelio kontekste.

Portfelis p^* vadinamas efektyviu MV modelio atveju, jei nėra jokio kito portfelio p , kurio numatoma grąža būtų didesnė ($\mu_p > \mu_{p^*}$) ir dispersija mažesnė ($\sigma_p^2 < \sigma_{p^*}^2$), nei portfelio p^* . Optimizuoto ir efektyvaus portfelio sudarymui sprendžiamas optimizavimo uždavinys:

$$\max_{w \in \mathbb{R}^N} \{2\tau\mu_p - \sigma_p^2\}, \text{ su sąlyga } \sum_{i=1}^N w_i = 1, \quad (41)$$

kur τ – investuotojo rizikos toleranciją nurodantis parametras ($\tau \geq 0$).

Pagal formuluotę išspręstas optimizavimo uždavinys suformuluoja aibę efektyvių portfelių [31]. Šių portfelių grąžos ir rizikos rodiklių μ_p ir σ_p^2 aibės reikšmių diagrama vadinama efektyvia plokštuma. Šios plokštumos pavyzdys pateikiamas 1 paveiksle.



1 pav. Efektyvių portfelių (MV metodu) aibės pavyzdys [31]

Efektyvus portfelis, kurio parametro τ reikšmė lygi 0, vadinamas minimalios dispersijos portfeliu.

2.4.2. Naivusis metodas

Iš visų 3 tyrime naudojamų modelių, Naivusis metodas yra pats paprasčiausias. Šiuo modeliu apibrėžiama, kad N investicinių turtų aibėje $A_1, A_2, \dots, A_N$, kiekvienam iš turtų priskiriamas vienodas svoris portfelyje, apibrėžiamas:

$$w_N = \frac{1}{N}. \quad (42)$$

Nors šis portfelio kūrimo metodas iš pirmo žvilgsnio gali atrodyti kaip labai paprastas ir nežadantis gerų rezultatų, pagal atliktą literatūros analizę pastebima, kad šis modelis dažniausiai naudojamas kaip palyginamasis modelis, be to, priklausomai nuo skirtingų portfelių bei investicinių turtų, šiuo metodu gaunamų portfelių rezultatai kartais yra sunkiai pralenkiami sudėtingesnių modelių.

2.4.3. Vidutinės gražos ir sąlyginės rizikos CVaR modelis

Vidutinės gražos ir sąlyginės rizikos CVaR optimizavimo modelis – trečiasis tyrime pritaikomas portfelių optimizavimo modelis. CVaR rodiklis, praplečiantis VaR nustatomą ribą, su tam tikru reikšmingumo lygiu α , įvertina vidutinį nuostolį, viršijantį VaR. Šio modelio tikslas – sudaryti portfelį, kuriuo būtų minimizuojamas vidutinis blogiausių scenarijų nuostolis, tuo pat metu atsižvelgiant į nustatytus apribojimus. Pateikiami CVaR optimizavimo modelio įgyvendinimo žingsniai bei pagrindinės dalys. Kaip ir visuose portfelių optimizavimo metoduose, pirmiausia apibrėžiamas portfelio investicijų svorių vektorius: $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T \in \mathbb{R}^N$.

Portfelyje, kuriame turima N investicinių turtų, apibrėžiamas pozicijų vektorius $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T$ bei vektorius $m = (m_1, m_2, \dots, m_N)^T$, nurodantis pradinę kiekvieno investicinio turto kainą. Vektorius $y = (y_1, y_2, \dots, y_N)^T$ nežinomas sekančios dienos kainas kiekvienai investicijai. Apibrėžta nuostolių funkcija $f(x, y)$ įvertina skirtumą tarp esamo portfelio reikšmės bei nežinomos portfelio reikšmės kitą dieną [32]. Nuostolių funkcija apibrėžiama:

$$f(x, y) = x^T \cdot m - x^T \cdot y = x^T(m - y). \quad (43)$$

Investavimo atveju, kai nėra taikoma trumpųjų pozicijų strategija, portfelių aibė yra N dimensijų neneigiamų skaičių aibė, kurioje apibrėžiami apribojimai:

$$X = \{(x_1, x_2, \dots, x_n), x_i \geq 0, i = 1, \dots, N\} \quad (44)$$

Svarbu paminėti, kad portfelio svorių apribojimai (daugiau lygu 0 arba jų suma lygi 1) yra būtini ir jie gali būti skirtingi. Apibrėžiami scenarijai – istorinės J prekybos dienų duomenų imtys:

$$y^{(j)} = (y_1^{(j)}, y_2^{(j)}, \dots, y_n^{(j)})^T, j = 1, \dots, J. \quad (45)$$

Pagal visas formules formuluojamas CVaR optimizacijos (minimizavimo) uždavinys

$$\min_{\{x \in X\}} CVaR, \quad (46)$$

kuris redukuojamas į tiesinio programavimo (LP, angl. *Linear Programming*) uždavinį:

$$\min_{\{x \in X, \zeta \in \mathbb{R}, z \in \mathbb{R}^J\}} \zeta + v \cdot \sum_{j=1}^J z_j, \quad (47)$$

kas atitinka CVaR reikšmę, kai ζ yra VaR slenkstis, su sąlygomis:

$$z_j \geq f(x, y^{(j)}) - \zeta, z_j \geq 0, j = 1, \dots, J. \quad (48)$$

Papildomai apibrėžiamas ir v operatorius: $v = ((1 - \alpha)J)^{-1} = const$. Parametras α – reikšmingumo lygmuo.

Pritaikant šį optimizavimo modelį, pagal tiesinio programavimo uždavinį, apskaičiuojami 3 kriterijai:

1. Geriausi portfelio svoriai x .
2. VaR slenkstis ζ .
3. Nuosmukių „uodegos“ z_j – j scenarijaus nuosmukiai, tolimesni už VaR.

Išsprendus tiesinio programavimo uždavinį, surandamas optimalus portfelis X^* , atitinkantis VaR, kuris lygus mažiausiai optimaliai ζ^* reikšmei ir minimaliai CVaR reikšmei, kuri lygi optimaliai tiesinio programavimo užduoties funkcijai [32].

Apibrėžti apribojimai $x \in X$ gali atitikti skirtingus sprendimų priėmėjo apribojimus, kaip vidutinės grąžos ar kitų rodiklių.

2.5. Programinė įranga ir naudojamos bibliotekos

Tyrimas atliekamas naudojant „Python“ programavimo kalbą, programą kuriant virtualioje KTU sistemoje (nuoroda: ai.notebook.ktu.edu) bei naudojant „PyTorch“ aplinką.

Tyrimui naudojamos „Python“ programavimo kalbos bibliotekos:

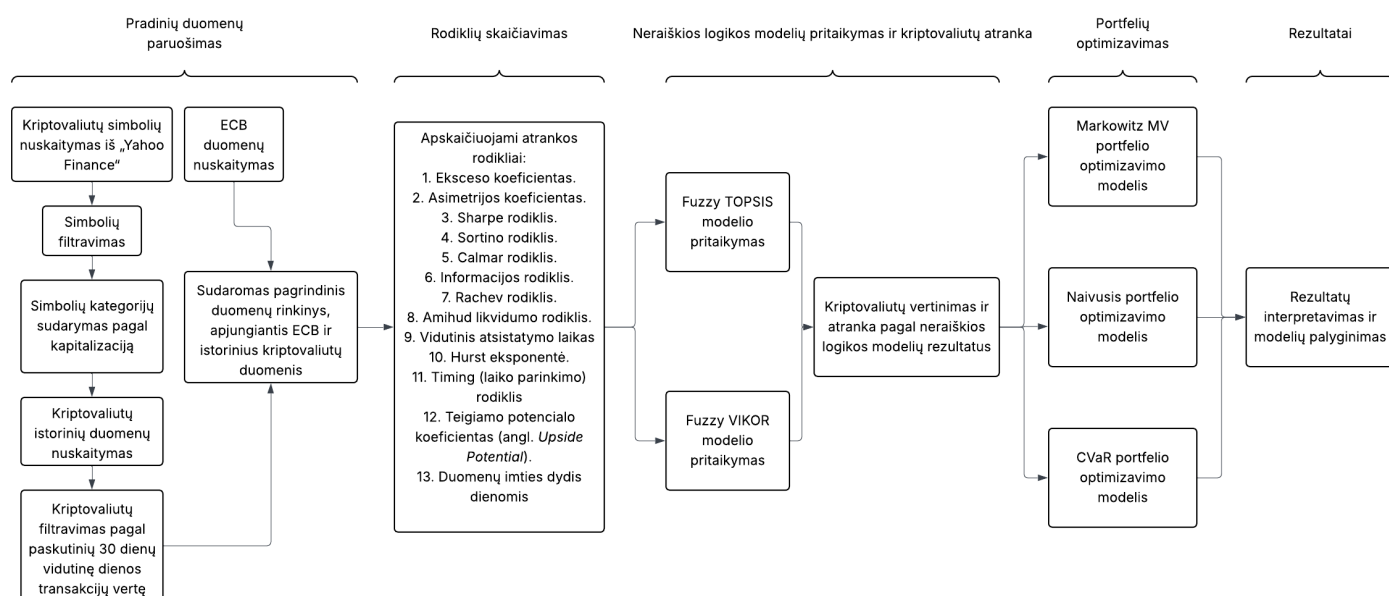
1. „Requests“ – API užklausų į „Yahoo Finance“ siuntimui bei duomenų nukrovimui.
2. „Pandas“ – viena pagrindinių duomenų struktūrų ir analitikos bibliotekų. Šios bibliotekos duomenų struktūros taikomos didžiojoje dalyje kitų bibliotekų. Projekte pritaikoma duomenų struktūrų kūrimui bei duomenų tipų tvarkymui.
3. „Numpy“ – viena pagrindinių „Python“ programavimo kalbos biblioteka, skirta moksliniams skaičiavimams. Projekte ši biblioteka pritaikoma duomenų transformacijoms ir skaičiavimams.

4. „Yfinance“ – „Yahoo Finance“ sistemos biblioteka kriptovaliutų istorinių duomenų nuskaitymui.
5. „Time“ – naudojama trumpų pertraukų tarp API užklausų bei sukurtos programos veikimo laikui ir laiko palyginimų matavimams.
6. „Ecbdata“ – specializuota Europos Centrinio Banko duomenų nuskaitymui skirta biblioteka.
7. „Scipy.Stats“ moduliai „Stats“, „Skew“ ir „Kurtosis“ – viena plačiausiai naudojamų statistikos skaičiavimų biblioteka, pritaikoma asimetrijos ir ekscesos rodikliams bei pagrindinėms statistikoms apskaičiuoti.
8. „Quantstats“ – viena pagrindinių investavimui skirtų rodiklių apskaičiavimo bibliotekų. Projekte pritaikoma Sharpe, Sortino, Calmar ir informacijos rodiklių skaičiavimams.
9. „Matplotlib.pyplot“ – viena pagrindinių programavimo kalbos bibliotekų, skirta grafikų braižymui. Galimas papildomas „Seaborn“ bibliotekos naudojimas, bet, siekiant naudoti mažesnę kiekį bibliotekų, apsiribojama šia.
10. „Matplotlib.patches“ – modulis pritaikomas vizualizacijų legendų koregavimui.
11. „Hurst“ bibliotekos „compute_Hc“ modulis – specializuotas Hurst eksponentės skaičiavimo modulis.
12. „Skfuzzy“ bibliotekos „trimf“ modulis – naudojamas neraiškos logikos trikampių neraiškių skaičių (TFN) skaičiavimui. „Skfuzzy“ biblioteka pritaikoma neraiškos logikos modelių skaičiavimams.
13. „Dataclasses“ bibliotekos „dataclass“ modulis – naudojamas neraiškos logikos trikampių skaičių duomenų klasės nustatymui ir operacijų apibrėžimui.
14. „Pypfopt“ bibliotekos „expected_returns“, „risk_models“, „EfficientFrontier“, „plotting“, „objective_functions“ ir „EfficientCVaR“ moduliai – skirti Markowitz MV, Naiviojo bei „CVaR“ portfelių optimizavimo metodų skaičiavimams, optimalių portfelių aibės įvertinimui bei atvaizdavimui ir apribojimų nustatymui.

3. Rezultatai

Šiame skyriuje pateikiama baigiamojo projekto tyrimo schema, gauti rezultatai bei modelių ir programos veikimas su skirtingo kiekio duomenimis. Pagrindiniame atliktame tyrime kriptovaliutų grupės formuojamos po 20 kriptovaliutų, tai bendras modelis sukuriamas su 60 kriptovaliutų, atrinktų pagal kapitalizaciją (iki transakcijų sumos filtravimo). Kaip ir paminėta 2.1.2 poskyryje, iš tyrimo pašalinama „HYPE32196-USD“ kriptovaliuta dėl didelio optimizavimo metodų šališkumo, kuris atsiranda dėl kriptovaliutos naujumo bei labai didelės numatomos metinės grąžos, kas apsunkina atrankos modelių palyginimą. Modelių, į kuriuos įtraukiama ši kriptovaliuta, rezultatai pateikiami atskirai.

3.1. Tyrimo schematinis algoritmas



2 pav. Tyrimo schematinis algoritmas

2 paveiksle pateikiama atlikto tyrimo schema, kuri susideda iš 5 pagrindinių blokų. Šių blokų detalesnis aprašymas pateikiamas 4 lentelėje.

4 lentelė. Tyrimo schematinio algoritmo detalizacija

Tyrimo blokas	Aprašymas
Pradinių duomenų paruošimas	Atliekami veiksmai, susiję su pradinių kriptovaliutų ir ECB duomenų nuskaitymu, pradinių kriptovaliutų simbolių filtravimu, kategorijų sudarymo, istorinių duomenų užkrovimu. Sudaromas pagrindinis duomenų rinkinys, apjungiantis kriptovaliutų ir ECB duomenis.
Rodiklių skaičiavimas	Atliekamas visų rodiklių apskaičiavimas. Iš metodologijos 2.2 poskyryje aprašytų rodiklių, Sharpe, Sortino, Calmar rodikliai, eksceso ir asimetrijos koeficientai bei informacijos rodiklis apskaičiuojami, pritaikant „QuantStats“ biblioteką, Hurst eksponentė apskaičiuojama, pritaikant „Hurst“ biblioteką, o likusieji rodikliai apskaičiuojami pagal aprašytą metodologiją
Neraiškos logikos modelių pritaikymas ir kriptovaliutų atranka	Pagal kiekvienai kriptovaliutai apskaičiuotus rodiklius, sudaromi Fuzzy TOPSIS ir Fuzzy VIKOR modeliai, kurių metu atliekamas kriptovaliutų rikiavimas bei 10 geriausių kriptovaliutų identifikavimas pagal abu metodus.

Portfelijų optimizavimas	Iš atrinktų kriptovaliutų sudaromi portfeliai. Abiems neraiškos logikos modeliams portfeliai sudaromi atskirai, kad būtų galima palyginti rezultatus.
Rezultatai	Atliekamas rezultatų interpretavimas ir palyginimas.

Papildomai, pagal tyrime apibrėžtus uždavinius, tyrimo pabaigoje atliekamas skirtingų duomenų imčių (kriptovaliutų skaičiumi) modelio rezultatų ir veikimo laiko palyginimas.

3.2. Kriptovaliutų duomenų paruošimas

Tyrimo pradžioje iš „Yahoo Finance“ sistemos surenkami kriptovaliutų simbolių (pvz.: „BTC-USD“) pagrindinę informaciją atspindintys duomenys pagal 2.1.1 poskyryje aprašytą metodologiją. Tyrimo atlikimo metu, iš „Yahoo Finance“ sistemos iš viso buvo nuskaityti 9846 kriptovaliutų simboliai. Dėl kriptovaliutų rinkos nepastovumo, šis skaičius nuolat kinta ir kai kuriomis dienomis gali būti didesnis, o kitomis – mažesnis. Gaunama pagrindinė kriptovaliutų simbolių informacija: simbolis, pavadinimas, kapitalizacija, „Volume24h“ bei paskutinis atnaujinimo laikas. Atliekant tyrimą pastebėta, kad „Volume24h“ stulpelis neatitinka logikos, pagal kurią šis rodiklis turėtų vaizduoti paskutinių 24 valandų kriptovaliutos transakcijų sumą. Tai pastebėta iš to, kad yra kriptovaliutų, kurių paskutinis atnaujinimo laikas yra senesnis, nei tyrimo diena ar ankstesnis laikotarpis, kas parodo, jog tokių kriptovaliutų veikla yra sustabdyta ar nebevykdoma ir jų faktinis transakcijų suma paskutinėmis dienomis, kai buvo fiksuoti duomenys, neatitinka „Volume24h“ stulpelio reikšmių. Lyginant su „Yahoo Finance“ sistemoje pateiktais duomenimis pastebėta, kad „Volume24h“ rodiklio reikšmės beveik visada yra identiškos bendro kriptovaliutos „Volume“ rodiklio reikšmėms, o tai parodo visą kriptovaliutos transakcijų sumą. Dėl šių priežasčių, filtravimas pagal transakcijų sumą, atliekamas jį apskaičiuojant iš duomenų.

3.2.1. Kriptovaliutų filtravimas ir kapitalizacijos kategorijų sudarymas

Nuskaičius kriptovaliutų simbolių duomenis, atliekama pirminė kriptovaliutų atranka – pirminis filtravimas. Šio filtravimo metu, iš visų 9846 simbolių, atfiltruojami tik tie, kurių kapitalizacija yra nemažesnė 100 USD ir bendra transakcijų suma („Volume24h“) – nemažesnė 100 USD. Taip pat šio filtravimo metu pašalinami 3 kriptovaliutų duomenys:

1. „WBTC-USD“ – ši kriptovaliuta pašalinama dėl jos identiškos struktūros bei 1:1 atitikimo su „Bitcoin“ kriptovaliuta. Taip yra dėl to, nes ši „Wrapped Bitcoin“ kriptovaliuta yra „Bitcoin“ kopija, tik palaikoma ne „Bitcoin“ blokų grandine, o „Ethereum“ blokų grandine. Šių simbolių kainų atitikmuo yra identiškas.
2. „OMNOM-USD“ – ši kriptovaliuta iš tolimesnio modeliavimo atmetama dėl „Yahoo Finance“ sistemos apribojimų. Nuskaitant istorinius duomenis iš „Yahoo Finance“ sistemos, visi grąžinami skaičiai yra pateikiami 8 ženklų po kablelio tikslumu. Dėl to, šios kriptovaliutos kainų duomenys beveik visu istorijos laikotarpiu yra lygūs 0 iki kol pasiekia skaičius, didesnius nei 0, 8 ženklų tikslumo atžvilgiu. Nors pastebėtas tik šis atvejis, tokių kriptovaliutų į modelį negalima traukti, nes dėl didžiosios dalies istorijos nulinių kainų pirmiausia negalima atlikti skaičiavimų, o taip pat nėra įvertinamos tikros kainos bei tikslingai apskaičiuojami rodikliai. Patikrinus kitose sistemose, matoma, jog šios kriptovaliutos istorinės kainos dažniausiai svyruoja 9 skaičių po kableliu tikslumu, pavyzdžiui, 2025-05-07, 19:30 kaina buvo lygi 0.000000009430.
3. „HYPE32196-USD“ – atliekant tyrimą pastebėta, kad kriptovaliutai numatomos labai didelės grąžos, dėl ko portfelijų optimizavimo metodai labai šališki ir portfelius linkę sudaryti beveik tik

iš šios kriptovaliutos. Kad nebūtų prarandamas kriptovaliutų atrankos tyrimo tikslas, ši kriptovaliuta pašalinama, bet tai nereiškia, jog ji negalėtų būti traukiama į modelius.

Atlikus šiuos filtravimus, iš 9846 kriptovaliutų, duomenų rinkinyje lieka 2952.

Kadangi prarandama „OMNOM-USD“ kriptovaliuta, ateities tyrimuose rekomenduojama atsižvelgti į šį „Yahoo Finance“ sistemos apribojimą, nes gali būti prarandami svarbūs duomenys, ką parodo ir „OMNOM-USD“, nes šio simbolio prekyba yra labai aktyvi ir dienos transakcijų sumos siekia 50 tūkst.

Atlikus pirminį filtravimą, gautas kriptovaliutų simbolių duomenų rinkinys išrikiuojamas kapitalizacijos mažėjimo tvarka ir atrenkama 60 kriptovaliutų per 3 grupes: aukštos, vidutinės ar žemos kapitalizacijos. Aukštos kapitalizacijos ar žemos kapitalizacijos kriptovaliutos atitinkamai atrenkamos paimant po 20 nuo viršaus ar apačios, o vidutinės kapitalizacijos – apskaičiuojamas vidurio taškas, vertinant tik atfiltruotus duomenis, o simboliai atrenkami aplink vidurio tašką. Gautas duomenų rinkinio pavyzdys pateikiamas 5 lentelėje.

5 lentelė. Kriptovaliutų skirstymo į kategorijas pavyzdys.

Simolis	Sutrumpintas pavadinimas	Kapitalizacijos kategorija
BTC-USD	Bitcoin USD	Aukšta
ETH-USD	Ethereum USD	Aukšta
USDT-USD	Tether USDt USD	Aukšta
LIKE10891-USD	LIKE USD	Vidutinė
WKAVA-USD	Wrapped Kava USD	Vidutinė
STT26914-USD	Statter Network USD	Vidutinė
OBX-USD	OpenBlox USD	Žema
FANX-USD	FrontFanz USD	Žema
FNXC-USD	DinoX USD	Žema

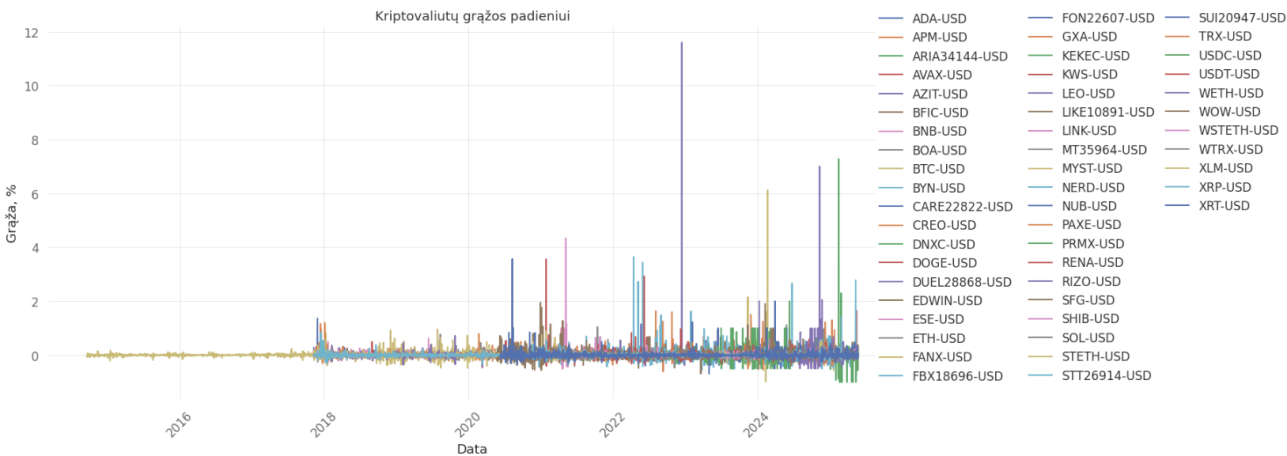
Kadangi pačios aukščiausios kapitalizacijų alternatyvos keičiasi ne tiek dažnai, o žemų bei vidutinių kapitalizacijos alternatyvų režiuose persirikiavimas dažnesnis, pastebima, jog vidutinės ir žemos kategorijos kriptovaliutos nuolat keičiasi ir skirtingu metu pritaikant modelį, rezultatai gali būti skirtingi.

3.2.2. Istorinių ir ECB duomenų nuskaitymas

Atlikus šį skirstymą, nuskaitomi visų 60 kriptovaliutų pilni „Yahoo Finance“ sistemoje prieinami visi istoriniai duomenys. Iš viso kuriamo modelio, šis žingsnis užtrunka ilgiausiai ir atitinkamai ilgėja, priklausomai nuo nuskaitomų kriptovaliutų kiekio. Nuskaityti duomenis taip pat pritaikomas 1 sekundės tarpas tarp kriptovaliutų dėl galimų API naudojimo apribojimų. Gautą duomenų rinkinį sudaro 8 stulpeliai ir 88313 eilutės.

Pagal nuskaitytus istorinius duomenis, kiekvienai iš kriptovaliutų paskaičiuojamas paskutinių 30 dienų atliktų transakcijų sumos vidurkis bei nenulinių transakcijų sumų dienų kiekis. Pritaikomas filtras, kuriuo atfiltruojamos kriptovaliutos, kurių transakcijų sumų vidurkis yra nemažesnis nei 100, o nenulinių transakcijų sumų dienų kiekis bent 10. Taip atmetamos alternatyvos, į kurias, nors ir jų prekyba vykdoma, yra beveik neinvestuojama. Atfiltravus šias alternatyvas, duomenų rinkinyje

lieka 51 kriptovaliuta, o duomenų imtis sumažėja iki 77874 eilučių. Šių kriptovaliutų grąžų pasiskirstymas padieniui pateikiamas 3 paveiksle.



3 pav. Filtrus tenkinančių alternatyvų grąžų pasiskirstymas.

Kai kurių rodiklių skaičiavimams nuskaitomi ir Europos Centrinio Banko (ECB) dieniniai pagrindinių refinansavimo operacijų – minimalaus pasiūlymo tarifo ar fiksuoto tarifo dydis euro zonai. Kadangi šie duomenys pateikiami kiekvienai dienai, nors pateikiamas procentas yra metinių tarifų, perskaičiavimai neatliekami, nes būtų gaunami labai mažai dieniniai procentai, lyginant su nerizikinga palūkanų norma. Taip pat, vietoje šių duomenų, teisingesnis pritaikymas būtų CRIX indekso pritaikymas, bet šie duomenys nebėra viešai prieinami.

ECB duomenys prie sudaryto kriptovaliutų duomenų rinkinio prijungiami pagal datą. Pastebimos ECB duomenų tendencijos:

1. Didžiausios reikšmės (4.7% ir 4.5%) pastebimos atitinkamai 2000 ir 2001 metais bei nuo 2023-09-20 iki 2024-06-11.
2. Mažiausios reikšmės (0%) pastebimos nuo pat 2016-03-16 iki 2022-07-26.

3.3. Atrankos rodiklių skaičiavimas

Suformavus duomenų rinkinį, apskaičiuojami 2.2 poskyryje aprašyti rodikliai, kuriems naudojami pagrindiniai kriptovaliutų kasdieniai duomenys:

1. Dienos pabaigos kaina.
2. Dienos grąža – apskaičiuojama, vertinant procentinę dienos pabaigos kainos pokytį, lyginant su praeita diena. Duomenų pradžios (pirmos dienos) atveju, apskaičiuojama tos dienos grąža, skaičiuojant procentinę pokytį tarp dienos pradžios ir dienos pabaigos kainos.

Pirmų 10 (abėcėlės tvarka) alternatyvų apskaičiuoti rodikliai pateikiami 6 lentelėje.

6 lentelė. Pirmų 10 (abėcėlės tvarka) alternatyvų rodiklių vertės

Simb.	Sharpe	Sortino	Calmar	Asimet.	Ekscesas	Inform.	Rachev	Dienos	Amihud	ART	Hurst	Laiko	UP
ADA	-2.163	-3.418	0.3709	5.2351	84.1996	0.0283	1.486	2756	6.2e-09	76.56	0.634	-2.25	0.7
APM	-2.433	-4.1783	-0.4407	5.0432	60.2724	0.0003	1.6997	1978	2.55e-05	89.91	0.541	-3.59	0.73
ARIA	-1.762	-2.367	-1	-0.3237	9.962157	0.02723	1.07461	115	9.73e-01	28.75	0.591	-2.11	1.03

AVAX	-4.157	-5.351	0.27071	1.41636	14.07289	0.01998	1.31669	1710	8.49e-10	57	0.634	-3.66	0.81
AZIT	-1.006	-5.1306	-0.5503	31.1509	1025.684	0.01932	2.35794	1163	5.29e-05	290.8	0.512	5.01	0.35
BFIC	-6.442	-7.463	-0.5779	1.37073	9.37735	-0.0258	1.32234	1170	2.68e-06	146.2	0.525	-1.22	0.86
BNB	-2.664	-3.7729	0.8717	2.08302	27.9914	0.04366	1.30755	2756	5.77e-10	43.06	0.601	-2.47	0.77
BOA	-2.623	-4.0516	0.0209	3.82944	42.95721	0.01633	1.55891	2122	5.16e-05	55.84	0.579	-4.19	0.74
BTC	-2.841	-3.5669	0.50504	-0.1077	7.580228	0	1.07162	3905	3.61e-13	28.3	0.601	-1.66	0.71
BYN	-2.523	-5.3586	-0.7924	13.7246	283.6828	-0.0061	1.72631	1504	6.14e-05	752	0.496	-3.31	0.62

7 lentelėje pateikiami visų apskaičiuotų rodiklių vidurkiai, standartiniai nuokrypiai, mažiausios ir didžiausios reikšmės.

7 lentelė. Apskaičiuotų rodiklių pagrindinės statistikos

Rodiklis	Vidurkis	Standartinis nuokrypis	Minimali reikšmė	Maksimali reikšmė
Sharpe	-4.3407	3.3531	-15.1833	0.4613
Sortino	-5.4443	2.6547	-11.5499	1.5524
Calmar	0.2556	2.9413	-1	20.3839
Asimetrija	5.548	6.83	-0.9008	31.1509
Ekscesas	122.1174	214.5036	-0.1155	1025.684
Informacijos rodiklis	0.0038	0.0396	-0.0959	0.0912
Rachev	1.5564	0.4456	1.0283	3.2009
Dienų skaičius	1526.9412	934.1062	56	3905
Amihud likvidumas	0.1306081	0.4016274	$1.502373 \cdot 10^{-14}$	2.394374
Vid. Atsistatymo laikas	145.1772	170.2715	3.5	852
Hurst eksponentė	0.5797	0.0607	0.424245	0.6984
Laiko parinkimo	-2.2314	10.0394	-19.3484	46.8487
Teigiamas potencialas	0.7905	0.2164	0.3504	1.6498

Atlikus rodiklių skaičiavimus, gauti rodikliai panaudojami neraiškos logikos Fuzzy TOPSIS ir Fuzzy VIKOR modelių pritaikymui kriptovaliutų atrinkimui.

3.4. Neraiškos logikos modelių pritaikymas

Prieš pradėdant neraiškos logikos modelių pritaikymą alternatyvų atrinkimui, pirmiausia nustatomi naudos ir kainų kriterijai. Naudos kriterijai (didesnė reikšmė reiškia teigiamą poveikį):

1. Sharpe rodiklis.
2. Sortino rodiklis.
3. Calmar rodiklis.
4. Asimetrijos koeficientas.
5. Informacijos rodiklis.
6. Rachev rodiklis.
7. Duomenų imties dienų skaičius.
8. Hurst eksponentė.
9. Laiko parinkimo rodiklis.
10. Teigiamo potencialo koeficientas.

Kainų kriterijai (žemesnė reikšmė reiškia teigiamą poveikį):

1. Eksceso koeficientas (artima 3).
2. Amihud likvidumo matas.
3. Vidutinis atsistatymo laikas.

3.4.1. Rodiklių svoriai

Tyrime tiriami 2 skirtingi rodiklių svorių variantai: lygiai išdalintas pagal rodiklių kategorijas ir kategorijose esančius rodiklius bei rekomenduotini didžiosios kalbos modelio gauti svoriai, paremti moksliniais šaltiniais. Kadangi pirmojo varianto svorių apskaičiavimo metodologija aprašyta 2.3.1 poskyryje, 8 lentelėje pateikiami rekomendaciniai svoriai pagal didįjį kalbos modelį.

8 lentelė. Didžiojo kalbos modelio rekomendaciniai rodiklių svoriai

Rodiklis	Rekomendacinis svoris
Sharpe	15%
Sortino	12%
Calmar	8%
Asimetrija	10%
Ekscesas	10%
Informacijos rodiklis	8%
Rachev	10%
Duomenų imties dydis	5%
Amihud likvidumo matas	5%
Vidutinis atsistatymo laikas	5%
Hurst eksponentė	5%
Laiko parinkimo rodiklis	4%
Teigiamas potencialas	3%

Abiejų neraiškos logikos modelių skaičiavimai bei jų portfelių optimizavimai atliekami su abiem rodiklių svorių rinkiniais.

3.4.2. TFN ir priklausomybės funkcijos

Kad būtų atsižvelgta į kriptovaliutų bei galimų sprendimų priėmėjų neapibrėžtumą ar subjektyvumą, kiekvieno rodiklio įverčiui pritaikomas reikšmių konvertavimas iš įprastų skaičių į trikampius neraiškus skaičius. Šis konvertavimas atliekamas prie visų reikšmių pridedant ir atimant po 20% – taip gaunami viršutinis ir apatinis kiekvieno iš įverčių trikampio neraiškaus skaičiaus rėžiai.

Pagal gautus trikampius neraiškiuosius skaičius sudaromos rodiklių priklausomybės funkcijos (angl. *Membership Function*), atspindinčios priklausomybės laipsnius (angl. *Membership Degree*). Šie rezultatai (nenormalizuotų trikampių skaičių) pavaizduoti 4 paveiksle.

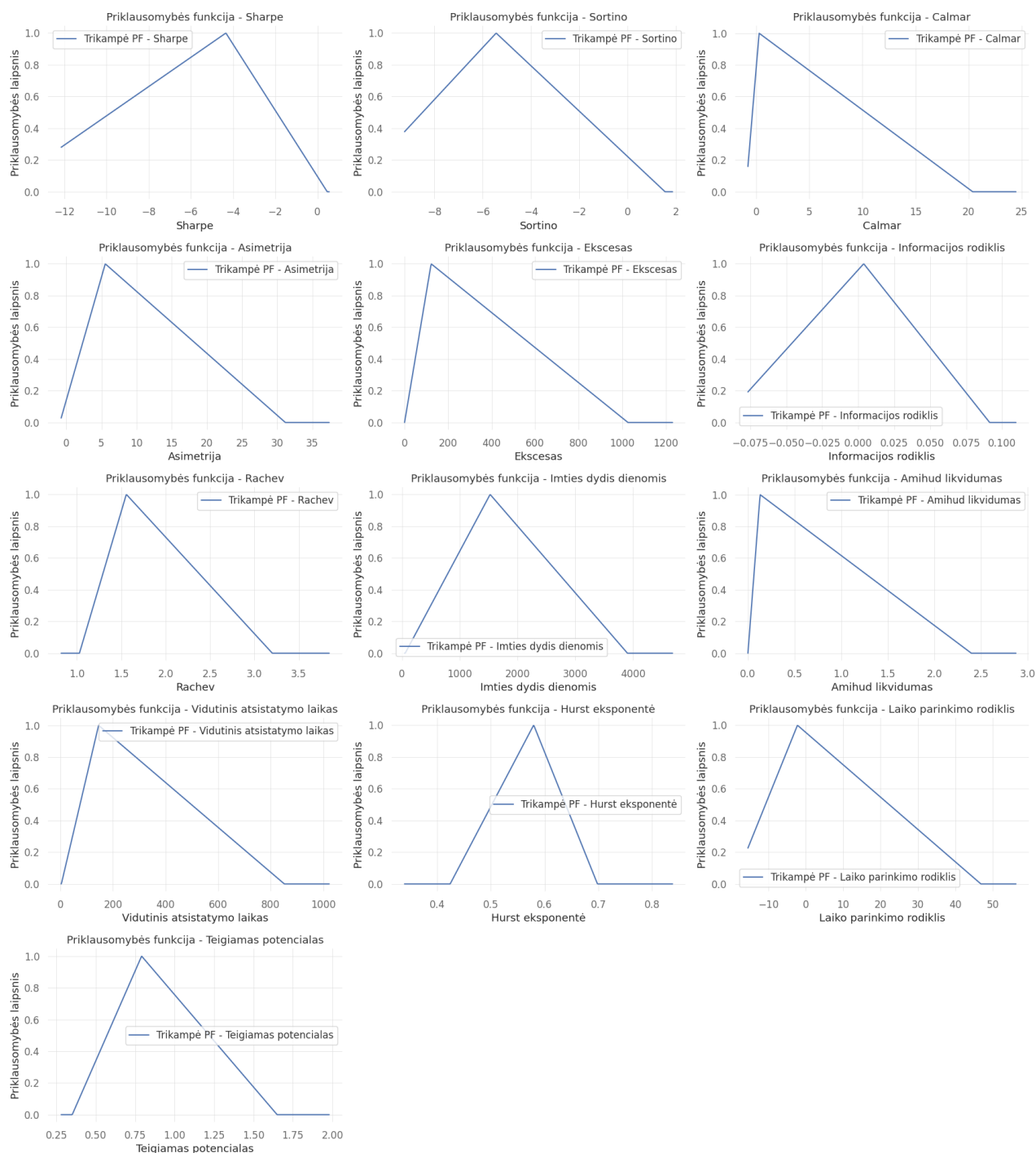
Dėl skirtingų kiekvieno rodiklio įverčių reikšmių dydžių, pritaikomas duomenų normalizavimas. Nenormalizavus duomenų rodikliai, kurių reikšmių diapazonas pakankamai mažas (pavyzdžiui Amihud likvidumo matas), turės labai mažai įtakos atrinkimo procesui.

„BTC“ kriptovaliutos rodiklių įverčių normalizuotų trikampių neraiškių skaičių pavyzdžiai:

Sharpe rodiklis: ($l = 0.6880 \dots, m = 0.7889 \dots, u = 0.85790 \dots$).

Sortino rodiklis: ($l = 0.44669 \dots, m = 0.6092785 \dots, u = 0.72880 \dots$).

Rachev rodiklis: ($l = 0.019958 \dots, m = 0.019958 \dots, u = 0.019958 \dots$).



4 pav. Rodiklių priklausomybės funkcijos (nenormalizuoti duomenys)

3.4.3. PIS ir NIS skaičiavimai

Apibrėžus visų svorių ir alternatyvų rodiklių reikšmių trikampius neraiškius skaičius, apskaičiuojamos teigiama ir neigiama idealiausios alternatyvos (Fuzzy TOPSIS atveju), kurios įvertinamos atrenkant geriausias ir blogiausias kiekvieno rodiklio reikšmes, atsižvelgiant į rodiklių tipus (naudos ar kainos) bei Ekscesui nustatoma, kad idealiausia reikšmė lygi 3. Kiekvieno rodiklio teigiamos ir neigiamos idealiausios alternatyvos rekomenduotinių svorių ir nenormalizuotų duomenų atveju, kad būtų galima vizualiai įvertinti rodiklių skirtumus tarp alternatyvų, pateikiamos 9 lentelėje.

9 lentelė. Teigiamos ir neigiamos idealios alternatyvos (nenormalizuoti duomenys; rekomenduojami svoriai)

Rodiklis	Teigiama idealiausia alternatyva	Neigiama idealiausia alternatyva
Sharpe	(0.369, 0.4613, 0.5535)	(-18.2199, -15.1833, -12.1466)
Sortino	(1.2419, 1.5524, 1.8629)	(-13.8598, -11.5499, -9.2399)
Calmar	(16.3071, 20.3839, 24.4607)	(-1.2, -1, -0.8)
Asimetrija	(24.9207, 31.1509, 37.3811)	(-1.081, -0.9008, -0.7207)
Ekscesas	(2.8, 3, 3.2)	(820.5472, 1025.684, 1230.8208)
Informacijos rodiklis	(0.073, 0.0912, 0.1095)	(-0.115, -0.0959, -0.0767)
Rachev	(2.5608, 3.2009, 3.8411)	(0.8226, 1.0283, 1.2339)
Duomenų imties dydis	(3124, 3905, 4686)	(44.8, 56, 67.2)
Amihud likvidumo matas	($1.2 \cdot 10^{-14}$, $1.5 \cdot 10^{-14}$, $1.8 \cdot 10^{-14}$)	(1.9155, 2.3944, 2.8732)
Vidutinis atsistatymo laikas	(2.8, 3.5, 4.2)	(681.6, 852, 1022.4)
Hurst eksponentė	(0.5587, 0.6984, 0.8381)	(0.3394, 0.4242, 0.5091)
Laiko parinkimo rodiklis	(37.4790, 46.8487, 56.2185)	(-23.2181, -19.3484, -15.4788)
Teigiamas potencialas	(1.3199, 1.6498, 1.9798)	(0.2803, 0.3504, 0.4204)

3.5.Fuzzy TOPSIS rezultatai

Kadangi pagrindiniai skirtumai tarp Fuzzy TOPSIS ir Fuzzy VIKOR metodų prasideda po TFN, priklausomybės funkcijų ir PIS bei NIS skaičiavimų, šiame poskyryje pateikiami Fuzzy TOPSIS likę skaičiavimai bei šio modelio atrankos rezultatai. Tolimesniems skaičiavimams ir atvaizdavimui naudojami normalizuoti duomenys.

Visoms kriptovaliutų alternatyvoms apskaičiuojami atstumai iki teigiamos ir neigiamos idealiausių alternatyvų D^+ ir D^- . Gautų rezultatų pavyzdys pateikiamas 10 lentelėje.

10 lentelė. Fuzzy TOPSIS atstumai iki idealiausių alternatyvų– svoriai pagal grupes

Kriptovaliuta	D^+	D^-
ADA-USD	9.7043	3.2974
APM-USD	9.7605	3.242
ARIA34144-USD	9.7943	3.2079
AVAX-USD	9.7421	3.261
AZIT-USD	9.8059	3.1964
BFIC-USD	9.8344	3.1726

BNB-USD	9.7169	3.289
BOA-USD	9.7398	3.2624
BTC-USD	9.7288	3.2733
BYN-USD	9.8749	3.1285

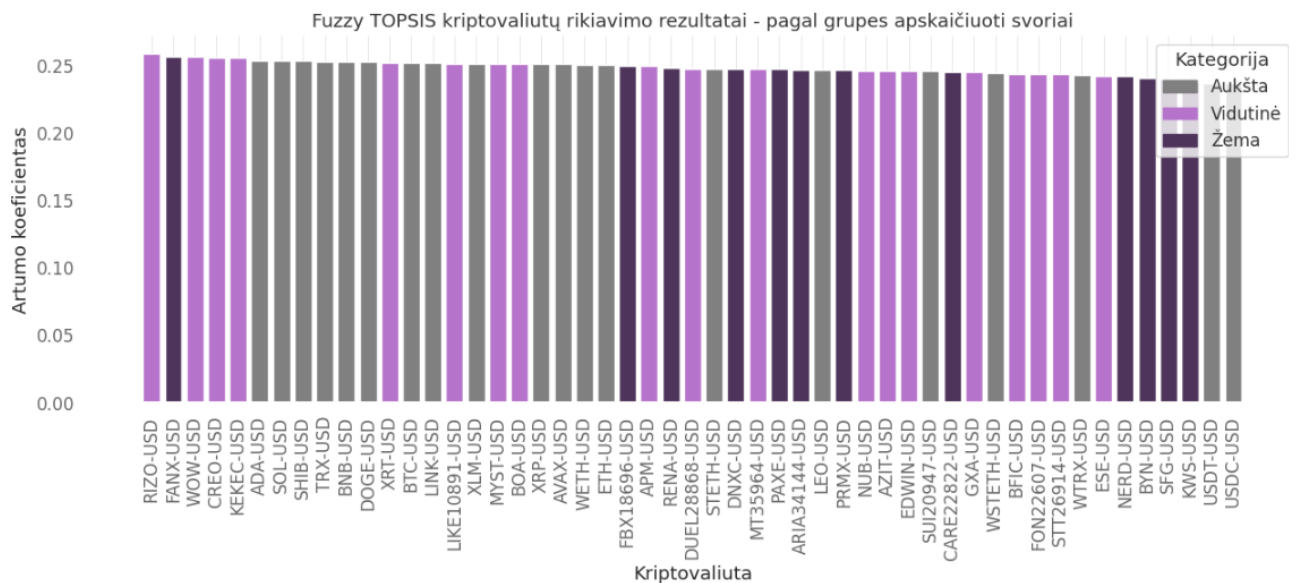
Taip pat atstumų skaičiavimas atliekamas ir rekomendacinių svorių atveju. Gauti rezultatai pateikiami 11 lentelėje.

11 lentelė. Fuzzy TOPSIS atstumai iki idealiausių alternatyvų – rekomenduojami svoriai

Kripto valiuta	D^+	D^-
ADA-USD	9.6253	3.3771
APM-USD	9.6668	3.3369
ARIA34144-USD	9.6978	3.305
AVAX-USD	9.6914	3.314
AZIT-USD	9.6679	3.3361
BFIC-USD	9.7865	3.2267
BNB-USD	9.6404	3.3623
BOA-USD	9.6569	3.3463
BTC-USD	9.6611	3.3421
BYN-USD	9.7324	3.2731

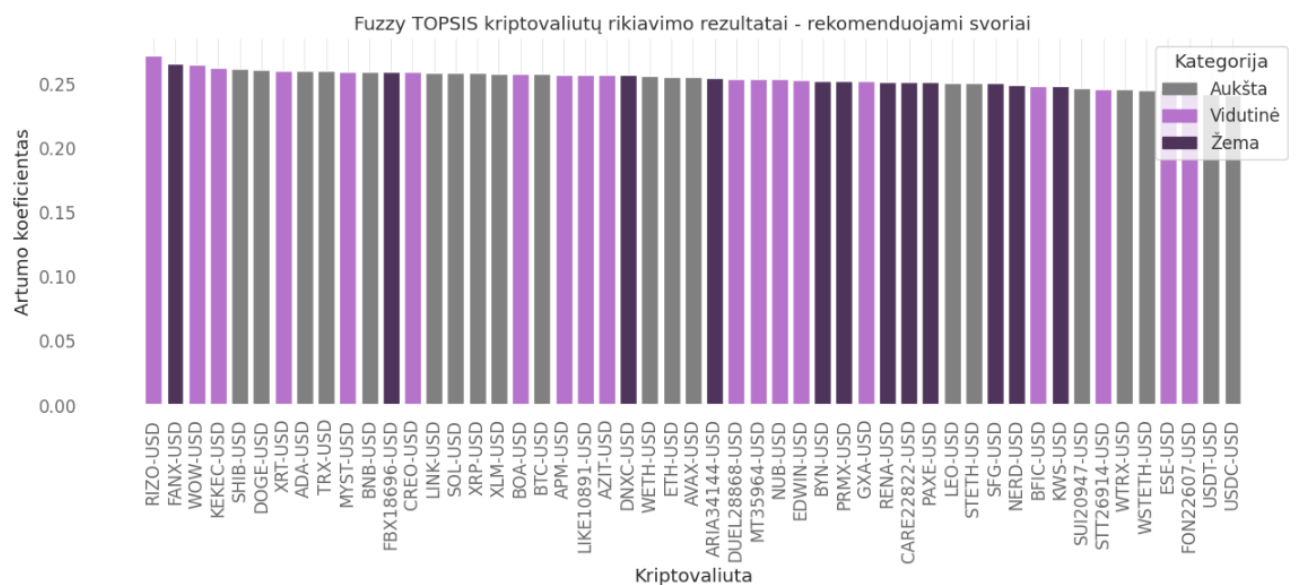
Lyginant su skirtingais rodiklių svoriais gautus rezultatus, galima pastebėti, jog tų pačių alternatyvų atstumai iki teigiamos ar neigiamos idealiausios alternatyvos dažniausiu atveju skiriasi labai nedaug, bet, kadangi duomenys normalizuoti ir iš 13 rodiklių atstumai susideda daugiausiai į skaičius iki 10, gali būti, jog šie skirtumai pakeis rikiavimo rezultatus.

Pritaikius gautus atstumų iki PIS ir NIS rezultatus, apskaičiuojamas artumo koeficientas. Alternatyvas išrikiavus pagal gautus artumo koeficiento rezultatus mažėjančia tvarka, gaunamas Fuzzy TOPSIS metodo alternatyvų rikiavimas. Rezultatai, pagal skirtingus rodiklių svorių priskyrimus, atitinkamai pavaizduoti 5 ir 6 paveiksluose.



5 pav. Kriptovaliutų rikiavimas Fuzzy TOPSIS metodu – svoriai pagal grupes

Alternatyvų rikiavimui pritaikius rodiklių svorių skirstymą pagal grupes, gauti rezultatai parodo, jog geriausiomis kriptovaliutomis nustatytos ne aukščiausios kapitalizacijos, o 4 vidutinės kapitalizacijos ir 1 žemos kapitalizacijos („FANX-USD“) kriptovaliutos. Šiuo atveju, aukštos kapitalizacijos kriptovaliutos yra išrikiuojamos po geriausių vidutinės ir žemos kapitalizacijos alternatyvų. Šiuo rezultatu gauname, kad į 10 geriausių Fuzzy TOPSIS modeliu nustatytų kriptovaliutų pakliūva visų kapitalizacijos grupių kriptovaliutų, bet mažiausiai įtraukiama žemos kapitalizacijos alternatyvų. Kadangi specifinių tendencijų, pagal kurias tam tikrų kapitalizacijos grupių kriptovaliutos būtų vertinamos vienodai, nepastebima, šie rezultatai parodo, kad alternatyvų vertinimas pagal sukurtą modelį atitinka tyrimo tikslą, o įvertinimas bus atliekamas sukūrus portfelį.



6 pav. Kriptovaliutų rikiavimas Fuzzy TOPSIS metodu – rekomenduojami svoriai

Nors pastebėta, kad skirtingų rodiklių svorių atvejais skirtumai iki idealiausių alternatyvų nėra labai žymūs, pastebima, jog alternatyvų rikiavimas skiriasi. Lyginant 10 geriausių alternatyvų,

rekomenduojamų rodiklių svorių atveju įtraukiama daugiau vidutinės kapitalizacijos alternatyvų ir sumažėja aukštos kapitalizacijos alternatyvų – pagal grupes apskaičiuotų svorių atveju šių alternatyvų skaičius tarp 10 geriausių yra 5, o rekomenduojamų svorių atveju lieka 4. Taip pat pastebima, kad kriptovaliutos bendrai šiek tiek persiskirsto, nes iš 10 geriausių tarp abiejų svorių atvejų sutampa 6 kriptovaliutos: „RIZO-USD“, „FANX-USD“, „WOW-USD“, „KEKEC-USD“, „ADA-USD“ ir „SHIB-USD“. Likusios kriptovaliutos yra skirtingos ir tai yra kriptovaliutos, kurios abiem atvejais yra šiek tiek žemiau 10 geriausių pagal įvertinimą.

3.6. Fuzzy VIKOR rezultatai

Kitam neraiškos logikos kriptovaliutų atrankos modeliui Fuzzy VIKOR pritaikomas toks pat rezultatų vertinimo procesas. Atliekami pagrindiniai skaičiavimai ir alternatyvų rikiavimas, o gauti rezultatai palyginami su abiem svorių priskyrimo variantais.

Kaip ir Fuzzy TOPSIS atveju, pradiniai šio modelio skaičiavimai atlikti iki 3.5 poskyrio. Šių modelių skaičiavimams išsiskiriant nuo atstumų punktų, pateikiami Fuzzy VIKOR atstumų R ir S ir Q indekso pavyzdžiai su skirtingais svorių priskyrimais. Rezultatų pavyzdžiai, svorius apskaičiavus pagal grupes, pateikiami 12 lentelėje.

12 lentelė. Fuzzy VIKOR atstumų bei Q indekso reikšmių pavyzdžiai – svoriai pagal grupes

Kriptovaliuta	S	R	Q
ADA-USD	9.7043	1	0.6053
APM-USD	9.7605	1	0.6969
ARIA34144-USD	9.7943	0.9993	0.7306
AVAX-USD	9.7421	1	0.667
AZIT-USD	9.8059	1	0.771
BFIC-USD	9.8344	1	0.8176
BNB-USD	9.7169	1	0.6259
BOA-USD	9.7398	1	0.6632
BTC-USD	9.7288	1	0.6453
BYN-USD	9.8749	1	0.8834

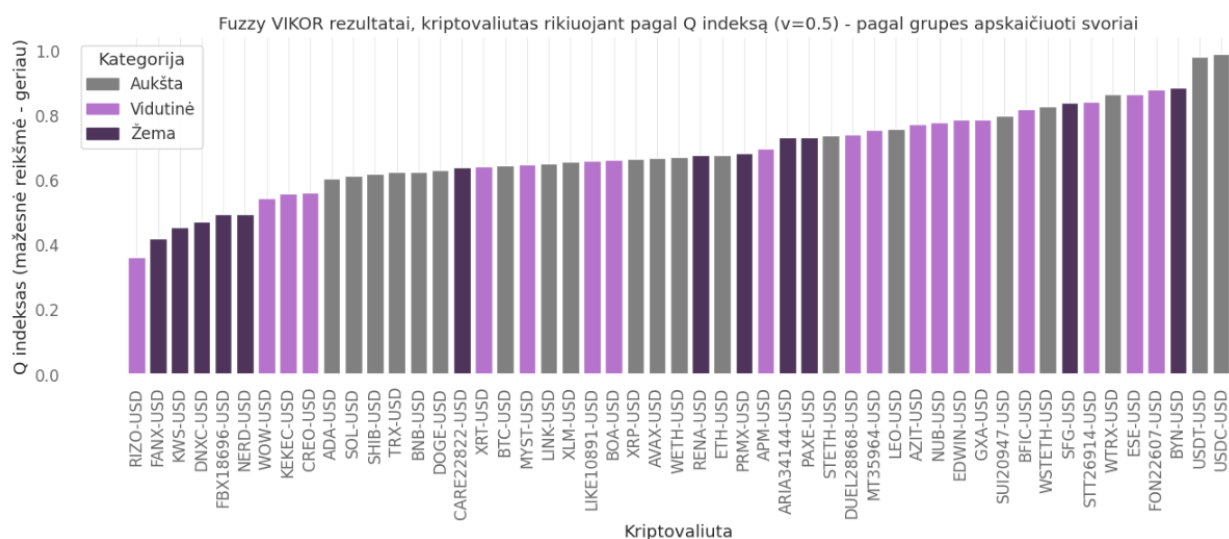
13 lentelėje pateikiami rezultatai pavyzdžiai, gauti pritaikant rekomenduojamus rodiklių svorius.

13 lentelė. Fuzzy VIKOR atstumų bei Q indekso reikšmių pavyzdžiai – rekomenduojami svoriai

Kriptovaliuta	S	R	Q
ADA-USD	9.6253	1	0.6472
APM-USD	9.6668	1	0.6925
ARIA34144-USD	9.6978	0.9993	0.6842
AVAX-USD	9.6914	1	0.7194
AZIT-USD	9.6679	1	0.6937
BFIC-USD	9.7865	1	0.8233
BNB-USD	9.6404	1	0.6638
BOA-USD	9.6569	1	0.6817

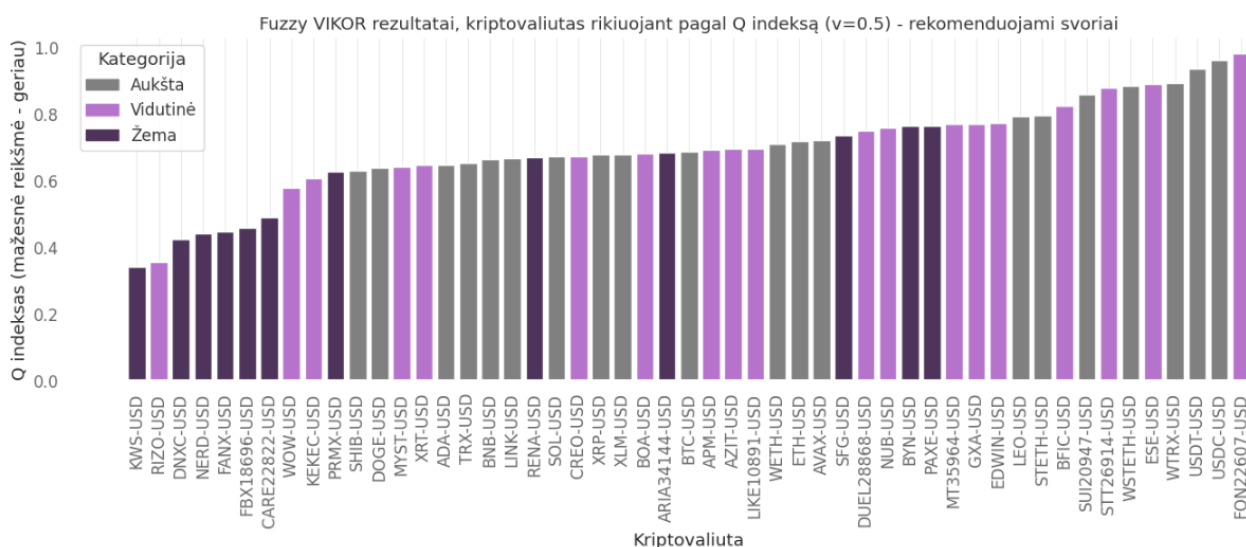
BTC-USD	9.6611	1	0.6864
BYN-USD	9.7924	1	0.7641

Kaip ir Fuzzy TOPSIS atveju, skirtingų svorių atvejais pastebimi nežymūs pokyčiai tarp atstumų S ir R bei Q indekso įverčių. Kadangi Fuzzy TOPSIS rezultatai rodo, jog ir tokie nedideli atstumų skirtumai gali turėti įtakos, šiuo modelio atveju taip pat pritaikomas alternatyvų rikiavimas abiem svorių atvejais. Tai, papildomai, parodo ir tai, jog 10 pirmų pagal abėcėlę išrikiuotų alternatyvų atveju, S reikšmės skiriasi nežymiai, bet, apskaičiavus Q indeksą, gaunami pakankamai skirtingi rezultatai, nes pirmuoju atveju blogiausia alternatyva įvertinama „BYN-USD“ kriptovaliuta, o antruoju atveju – „BFIC-USD“. Pagal grupės apskaičiuotų svorių rezultatas pateikiamas 7 paveiksle.



7 pav. Kriptovaliutų rikiavimas Fuzzy VIKOR metodu – svoriai pagal grupės

Rekomenduojamų svorių atveju gauti rezultatai pateikiami 8 paveiksle.



8 pav. Kriptovaliutų rikiavimas Fuzzy VIKOR metodu – rekomenduojami svoriai

Panašiai kaip ir Fuzzy TOPSIS atveju, rezultatų skirtumai tarp skirtingų modelyje taikomų svorių strategijų yra pastebimi ir nemaži – šiuo atveju, lyginant tarp pagal grupes apskaičiuotų ir rekomenduojamų svorių, pastebimas skirtingų kriptovaliutų įtraukimas, bet tuo pačiu ir sutampančių rikiavimas. Tarp abiejų variantų, iš 10 geriausiai įvertintų kriptovaliutų sutampa 8, kas, lyginant su Fuzzy TOPSIS atveju, yra didesnis skaičius, todėl būtų galima daryti išvadą, jog rezultatais su skirtingais svoriais yra labiau nuoseklūs. Tarp šių variantų, išsiskiria 4 kriptovaliutos: „CREO-USD“, „ADA-USD“ (pagal grupes apskaičiuotų svorių atveju) bei „CARE2822-USD“ ir „PRMX-USD“ (rekomenduojamų svorių atveju).

Kita vertus, nors savybėmis Fuzzy TOPSIS ir Fuzzy VIKOR rezultatai yra gana panašūs, įžvelgiamas pagrindinis skirtumas – Fuzzy VIKOR atveju per abu svorių apskaičiavimo metodus į 10 geriausių alternatyvų įtraukiama tik viena kriptovaliuta, kuri yra iš aukštos kapitalizacijos kategorijos. Nors šių rezultatų skirtumai toliau nagrinėjami formuojant ir optimizuojant investicinius portfelius, galima daryti prielaidą, kad Fuzzy VIKOR, kaip modelis, labiau atsižvelgiantis į bendrą alternatyvų kompromisą, įvertina bendrus vidutinės ir žemos kapitalizacijos kriptovaliutų privalumus, lyginant su Fuzzy TOPSIS individualesniu atveju.

Lyginant Fuzzy TOPSIS ir Fuzzy VIKOR rezultatus, taip pat verta atkreipti dėmesį ir į artumo koeficientą C Fuzzy TOPSIS atveju bei Q indeksą Fuzzy VIKOR atveju. Pirmuoju atveju pastebima, kad, nepriklausomai nuo naudojamos svorių strategijos, visų alternatyvų artumo koeficientai yra labai artimi ir tik rekomenduojamų svorių atveju pastebimas nežymiai didesnis geriausiai vertinamų kriptovaliutų pranašumas, lyginant su kitomis. Abiejų svorių strategijų atveju, blogiausiai ir geriausiai įvertintos alternatyvos skiriasi tik keliomis artumo koeficiento šimtosiomis. Papildomai nagrinėjant artumo koeficientus pastebima ir tai, jog visų kriptovaliutų artumo koeficientai yra pakankamai maži, todėl būtų galima daryti prielaidą, jog jos visos, bendrame vaizde, yra pakankamai negeros, bet reikėtų atsižvelgti ir į nestandartizuotų sprendimų matricos bei PIS ir NIS skaičiavimų rezultatus, kuriuose pastebimas labai didelis skirtingų alternatyvų vertinimas. Nors šiuo atveju modelyje vertinama 51 alternatyva, platesnių tyrimų atveju alternatyvų vertinimai galėtų būti ir mažesni.

Gauti kriptovaliutų atrankos rezultatai parodo, jog, Fuzzy TOPSIS metodas yra labiau jautrus minimaliems pokyčiams, nes artumo koeficiento reikšmės pasiskirsčiusios pakankamai siaurame intervale. Įvertinama ir tai, kad platesnių modelių atveju (rodiklių ar alternatyvų kiekiu) šie rezultatai gali keistis. Kitokie rezultatai pastebimi Fuzzy VIKOR modelio atveju – šiuo modeliu atrinktos kriptovaliutos turi ryškesnius skirtumus Q indekso prasme. Kita vertus, Fuzzy TOPSIS atveju pastebimas aukštos kapitalizacijos alternatyvų geresnis vertinimas, lyginant 10 geriausių alternatyvų sąrašus, o Fuzzy VIKOR atveju didesnis prioritetą pastebimas vidutinės ir žemos kapitalizacijos alternatyvoms. Pagal šiuos rezultatus formuojama išvada, kad Fuzzy TOPSIS pritaikymas kriptovaliutų atrinkimui galėtų būti vertingesnis, kai norima sukurti pilnai kapitalizacijos prasme diversifikuotą portfelį, o Fuzzy VIKOR – kai bandoma rasti labai gerų potencialių alternatyvų, kurios nebūtinai yra didžiausios kapitalizacijos. Šios galimos strategijos geriau įvertinamos investicinių portfelių optimizavimo pagalba.

3.7. Investicinių portfelių optimizavimas

Kriptovaliutų investicinių portfelių optimizavimui ir sudarymui naudojami 3 modeliai: Markowitz MV, Naivusis bei CVaR. Šių modelių kūrimui naudojami abiejų neraiškos logikos Fuzzy TOPSIS ir Fuzzy VIKOR modeliai, o šioms modeliams pritaikomos abi svorių vertinimo strategijos, kadangi

visais atvejais pastebimi rezultatų skirtumai. Iš kiekvieno neraiškos logikos modelio atrankos rezultatų paimama 10 geriausiai įvertintų kriptovaliutų.. Iš viso atliekami 4 kiekvieno modelio skaičiavimai ir rezultatų palyginimai. Modelių skaičiavimams naudojami paprastųjų kasdienų grąžų rezultatai.

3.7.1. Markowitz MV modelis

Markowitz MV modelio atveju, kiekvienos atrankos rezultatams atliekami vidutinių numatomų grąžų bei kovariacijos matricos skaičiavimai. Pagal šiuos rodiklius, suformuojama optimalių (efektyvių) portfelių aibė, kuri vizualizuojama grafiku, o iš šios aibės parenkamas portfelis, maksimizuojantis Sharpe rodiklį.

Atlikus skaičiavimus bei portfelių optimizavimo procesą, gaunami visų 4 atrankos modelių MV optimizavimo modelio paskirstyti investicinių alternatyvų svoriai. Šie rezultatai, atitinkamai pagal Fuzzy TOPSIS ir Fuzzy VIKOR modelius, pateikiami atitinkamai 14 ir 15 lentelėse.

14 lentelė. Markowitz modelio investicinių portfelių alternatyvų svoriai – Fuzzy TOPSIS

Fyzz TOPSIS – svoriai pagal grupes		Fuzzy TOPSIS – rekomenduojami svoriai	
Kripto valiuta	Svoris	Kripto valiuta	Svoris
ADA-USD	0.40672	ADA-USD	0.11488
BNB-USD	0	DOGE-USD	0.40221
CREO-USD	0	FANX-USD	0
FANX-USD	0	KEKEC-USD	0
KEKEC-USD	0	MYST-USD	0
RIZO-USD	0	RIZO-USD	0
SHIB-USD	0	SHIB-USD	0
SOL-USD	0	TRX-USD	0.48291
TRX-USD	0.59328	WOW-USD	0
WOW-USD	0	XRT-USD	0

15 lentelė. Markowitz modelio investicinių portfelių alternatyvų svoriai – Fuzzy VIKOR

Fuzzy VIKOR – svoriai pagal grupes		Fuzzy VIKOR – rekomenduojami svoriai	
Kripto valiuta	Svoris	Kripto valiuta	Svoris
ADA-USD	0.99783	CARE22822-USD	0.90802
CREO-USD	0	DNXC-USD	0
DNXC-USD	0	FANX-USD	0
FANX-USD	0	FBX18696-USD	0
FBX18696-USD	0	KEKEC-USD	0
KEKEC-USD	0	KWS-USD	0
KWS-USD	0	NERD-USD	0
NERD-USD	0	PRMX-USD	0
RIZO-USD	0.00217	RIZO-USD	0.01695
WOW-USD	0	WOW-USD	0.07504

Iš gautų portfelių alternatyvų svorių paskirstymų pastebima, kad svorių, apskaičiuotų pagal grupes atveju, Markowitz MV modelis yra linkęs portfelį suformuoti iš 2 pagrindinių kriptovaliutų, o rekomenduojamų svorių strategijos atveju – iš 3. Taip pat galima pastebėti, kad šiuo modeliu Fuzzy TOPSIS atrankos metodu sudarytuose portfeliuose įtraukiamos tik aukštos kapitalizacijos kategorijos kriptovaliutos, o Fuzzy VIKOR atveju – sudaromi 2 išsiskiriantys portfeliai. Svių apskaičiavimo pagal grupes strategijos atveju portfelis sudaromas iš 1 aukštos ir 1 vidutinės kapitalizacijos kriptovaliutų, o rekomenduojamų svorių strategijos atveju suformuojamas portfelis iš visų 3 kapitalizacijos kategorijų alternatyvų.

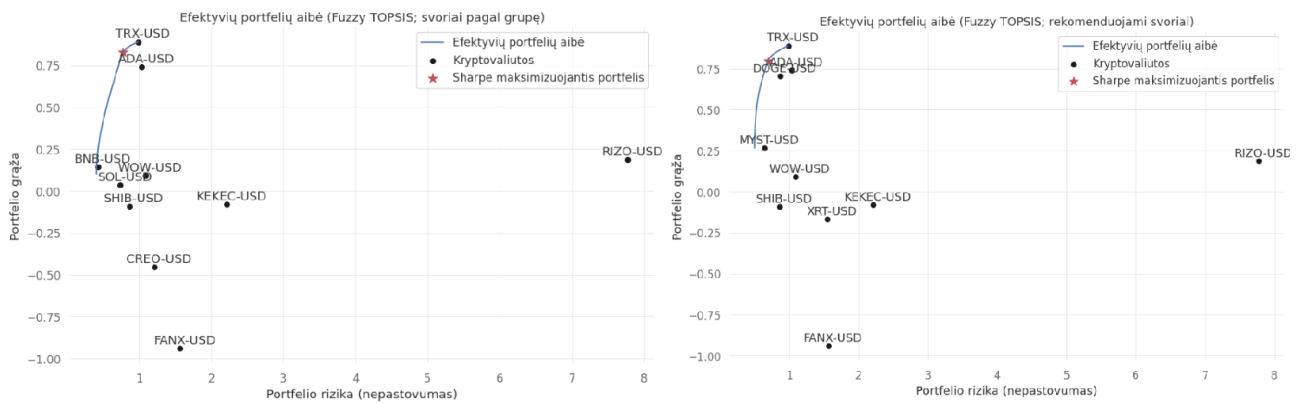
Gautiems portfeliams atliekami numatomos metinės grąžos bei rizikos, Sharpe, Sortino ir Rachev rodiklių skaičiavimai. Šie rezultatai pateikiami 15 lentelėje.

16 lentelė. Markowitz modelio portfelių rezultatai

Atrankos modelis	Numatoma metinė grąža	Metinė rizika	Sharpe rodiklis	Sortino rodiklis	Rachev rodiklis
Fuzzy TOPSIS – svoriai pagal grupes	82.8%	77.7%	1.07	-1.0585	1.52
Fuzzy TOPSIS – rekomenduojami svoriai	79.7%	69.2%	1.15	-1.036	1.39
Fuzzy VIKOR – svoriai pagal grupes	73.8%	103.2%	0.72	-0.7863	1.54
Fuzzy VIKOR – rekomenduojami svoriai	21.4%	99.6%	0.21	-1.0239	2.46

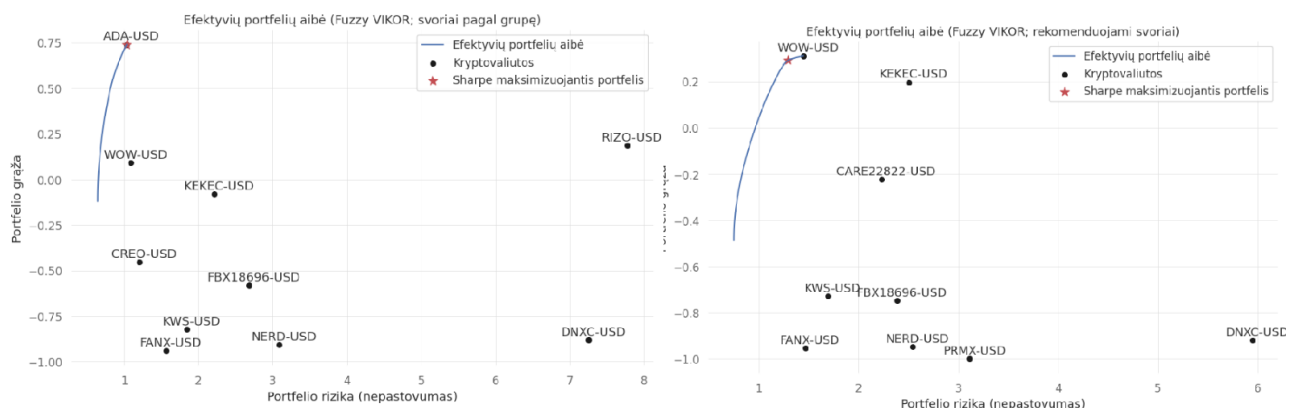
Gauti rezultatai rodo, jog tarp visų atrankos strategijų, geriausi rezultatai, vertinant numatomą metinę grąžą bei riziką, pasiekiami Fuzzy TOPSIS metodais. Šiais metodais gauti rezultatai pasiekia didžiausią 82.8% numatomą metinę grąžą, taikant svorių apskaičiavimo pagal kategorijas strategiją, bei mažiausią riziką, kuri 8.5% mažesnė už pirmąjį variantą su 3.1% mažesne metine grąža – rekomenduojamų svorių atveju. Fuzzy VIKOR atrankos rezultatų atveju stebimi visiškai kitokie rezultatai – geriausiai pasirodęs svorių atrinkimo pagal grupes strategiją pritaikantis modelis pasiekė 73.8% numatomą metinę grąžą, kuri mažesnė už abiejų Fuzzy TOPSIS modelių grąžas, bet numatoma ir didžiausia visų modelių rizika, o Fuzzy VIKOR metodui taikant rekomenduojamų svorių strategiją, gaunama mažiausia 21.4% numatoma metinė grąža, kuri nuo sekančios mažiausios skiriasi per 52.4%. Tai paaiškina ir anksčiau aptartus galimus šių modelių pritaikymo variantus – Fuzzy TOPSIS atveju į atranką yra įtraukiama alternatyvų, kurios turi potencialo, bet įtraukiamos ir tos kriptovaliutos, kurios yra didžiausios bei saugiausios. Tokiu atveju, potencialo turinčios alternatyvos turėtų pademonstruoti konkurencingai gerus rezultatus, jog būtų įtraukiamos į portfelį. Fuzzy VIKOR atveju, suformuojamas portfelis, kuriuos labiau eksperimentuojama, o tai parodo didžiausios numatomos rizikos bei nepastovios ir mažos grąžos. Šį atrankos metodą būtų galima rekomenduoti labai rizikuojantiems investuotojams. Kita vertus, Fuzzy VIKOR atrankos modeliai pademonstruoja geriausias Sortino ir Rachev rodiklių reikšmes, kurios galėtų indikuoti, kad, galbūt, sudaryti portfeliai turi gilesnio potencialo, kurį būtų verta analizuoti.

Šie rezultatai papildomai analizuojami ir efektyvių portfelių aibių pagalba, kuriose pavaizduotos kriptovaliutos, Markowitz modeliu gauta efektyvių portfelių aibė (visų optimaliausių portfelių galimi variantai) bei Sharpe rodiklį maksimizuojantis portfelis. Fuzzy TOPSIS atrankos efektyvių portfelių aibės pavaizduotos 9 paveiksle.



9 pav. Fuzzy TOPSIS atrankų modelių efektyvių portfelių aibės

Pagal 9 paveikslą gautus rezultatus matoma, jog portfelio paskirstymas atitinkamoms kriptovaliutoms atitinka gautus įverčių rezultatus – antruoju atveju įtraukiant „DOGE-USD“ kriptovaliutą šiek tiek sumažinama rizika, bet, tuo pačiu, sumažėja ir numatoma grąža. Taip pat pastebima, kad svorių pagal grupę strategijos atveju dar vienas gan optimalus portfelis galėtų būti pasirinkus žemiausią efektyvių portfelių aibės tašką – mažiausios rizikos, bet ir mažiausios numatomos grąžos variantą, tačiau šiuo atveju būtų prognozuojamos labai mažos metinės grąžos, o rizikos sumažėjimas nebūtų toks didelis. Fuzzy VIKOR efektyvių portfelių aibės pateikiamos 10 paveiksle.



10 pav. Fuzzy VIKOR atrankų modelių efektyvių portfelių aibės

Pagal 10 paveikslą pateiktus Fuzzy VIKOR atrankos rezultatus pastebima, kad pirmuoju atveju „RIZO-USD“, kad ir su labai mažu svoriu, įtraukimas į portfelį yra kvestionuojamas dėl to, kad „ADA-USD“ kriptovaliuta beveik idealiai maksimizuoja Sharpe ir tai, turbūt, galėtų būti vienos kriptovaliutos portfelis. Kitu atveju, pritaikant rekomenduojamų svorių strategiją, pastebima, kad įtrauktos tokios alternatyvos, kurios prideda labai daug rizikos („DNXC-USD“ bei „RIZO-USD“) ir, tuo pačiu, šios alternatyvos nesuteikė didelės grąžos. Nors šios 2 alternatyvos į portfelį įtraukiamos su pakankamai mažu svoriu ir su didžiausiu svoriu įtraukiama „WOW-USD“ alternatyva, taip pat pastebima ir šio grafiko numatomos grąžos skalė – skalės maksimumas siekia šiek tiek daugiau nei 0.2, kai kitų atrankos modelių atveju ji pasiekia daugiau nei 0.75.

Taigi, gauti rezultatai parodo, jog rizikuojantiems investuotojams galbūt būtų tinkamesnė Fuzzy VIKOR atranka, bet mažesnės rizikos ir labiau užtikrintos grąžos siekiantiems investuotojams – Fuzzy TOPSIS atrankos modelis.

3.7.2. Naivusis modelis

Naiviojo portfelių optimizavimo modelio skaičiavimai paprastesni – šiuo modeliu nėra atliekamas efektyvių portfelių aibės vertinimas bei svoriai nėra optimizuojami sudėtingais skaičiavimais. Kiekvienai iš alternatyvų priskiriamas vienodas svoris, pagal kurias sudaromas portfelis ir įvertinamas gauto portfelio rezultatas. Kadangi šiame modelyje naudojamos tos pačios kriptovaliutų alternatyvos, kurios buvo naudojamos ir Markowitz modelio atveju, jų svoriai nėra kartojami, bet, kadangi pasirinkta imti 10 geriausiai įvertintų alternatyvų, kiekvienai iš jų priskiriama 10% portfelio svorio. Šiuo modeliu gauti portfelių rezultatai pateikiami 17 lentelėje.

17 lentelė. Naiviojo modelio portfelių rezultatai

Atrankos modelis	Numatoma metinė grąža	Metinė rizika	Sharpe rodiklis	Sortino rodiklis	Rachev rodiklis
Fuzzy TOPSIS – svoriai pagal grupes	5.51%	99.7%	0.05	-0.7835	1.82
Fuzzy TOPSIS – rekomenduojami svoriai	15.9%	101.4%	0.16	-0.767	1.8
Fuzzy VIKOR – svoriai pagal grupes	-36.6%	128.7%	-0.28	-0.7084	2.76
Fuzzy VIKOR – rekomenduojami svoriai	-47.2%	126.7%	-0.37	-0.804	2.54

Naiviuoju portfelių optimizavimo metodu gauti rezultatai patvirtina Markowitz MV modeliu gautus rezultatus. Matoma labai didelė atskirtis tarp Fuzzy TOPSIS ir Fuzzy VIKOR modelių, iš kurių Fuzzy TOPSIS modelio atveju atrinkta daugiau didesnės kapitalizacijos ir galimai saugesnių kriptovaliutų, o Fuzzy VIKOR atveju gaunamas labai rizikingas modelis, kurio rezultatai, neskiriant papildomų optimizacijos kaštų ir portfelį paskirstant vienodai, gaunami labai dideli nuostoliai.

Įdomu pastebėti ir tai, jog Fuzzy TOPSIS atveju, svorių parinkimo strategijų numatomos metinės rizikos bei numatomos metinės grąžos apsikeitė vietomis. Taip pat Naiviuoju modeliu gauti rezultatai labai akivaizdžiai parodo kriptovaliutų pritaikymo galimybes – atlikus alternatyvų atranką, prieš investuojant į sudėtingesnius portfelių optimizavimo metodus, pirmiausia galima išbandyti šį metodą, kurio rezultatai sprendimų priėmėjui gali padėti suprasti bendrą padėtį: ar gautas portfelis skirtas labiau ar mažiau rizikuojantiems asmenims ir pagal tai spręsti tolimesnius veiksmus. Šiuo modeliu taip pat iškeliamas ir alternatyvų atrankos svarba – priklausomai nuo investuotojo planuojamos strategijos, pagal sukurto atrankos modelį galima suformuoti poreikius atitinkantį pradinį portfelį.

3.7.3. CVaR modelis

Paskutinis iš pritaikomų investicinių portfelių optimizavimo modelių – CVaR modelis. Šiam modeliui, identiška kaip ir kitiems, iš kiekvieno atrankos modelio atrinkamos 10 geriausiai įvertintos kriptovaliutos, iš kurių sudaromas portfelis. Atliekant portfelių optimizavimą CVaR metodu, nustatomas 95% reikšmingumo lygmuo, kuriuo įvertinami vidutiniai nuostoliai, kurie viršytų 95% numatomų nuostolių ribą. Tai reiškia, kad jei bus pasiekiami didesni nuostoliai, nei su galimi su 95% tikimybe (VaR rodiklio skaičiavimas), vidutiniškai bus pasiekiami CVaR nuostoliai. Dėl šios priežasties, CVaR optimizavimas (minimizavimas) yra labai aktualus procesas, kurio metu siekiama sumažinti investicinio portfelio didžiausius galimus vidutinius nuostolius. Markowitz MV modelio atveju pastebėta, jog yra atvejų, kai optimizavimo modelis apskaičiuoja, jog portfelį labiausiai apsimoka sudaryti iš 1 pagrindinės kriptovaliutos, todėl kuriant CVaR modelį portfelio alternatyvoms nėra taikomi svorių apribojimai.

Pritaikius CVaR optimizavimo modelį Fuzzy TOPSIS atrankos rezultatams, gauti rezultatai atvaizduojami 18 lentelėje.

18 lentelė. CVaR modelio investicinių portfelių alternatyvų svoriai – Fuzzy TOPSIS

Fyzz TOPSIS – svoriai pagal grupes		Fuzzy TOPSIS – rekomenduojami svoriai	
Kripto valiuta	Svoris	Kripto valiuta	Svoris
ADA-USD	0	ADA-USD	0
BNB-USD	0.54367	DOGE-USD	0
CREO-USD	0	FANX-USD	0.0664
FANX-USD	0	KEKEC-USD	0
KEKEC-USD	0	MYST-USD	0.2435
RIZO-USD	0.01058	RIZO-USD	0.00184
SHIB-USD	0	SHIB-USD	0.02648
SOL-USD	0	TRX-USD	0.42125
TRX-USD	0.2615	WOW-USD	0.15307
WOW-USD	0.18425	XRT-USD	0.08747

Šiais rezultatais pastebima, kad nors ir alternatyvų svoriai nėra ribojami, abiejų svorių strategijų atvejais portfeliai yra diversifikuojami, tačiau rekomenduojamų svorių strategijos atveju portfelis yra labiau diversifikuotas, nei pagal grupes apskaičiuotų svorių atveju. Atitinkamai apskaičiuojami ir Fuzzy VIKOR atrankos modelių svoriai, kurių rezultatai pateikiami 19 lentelėje.

19 lentelė. CVaR modelio investicinių portfelių alternatyvų svoriai – Fuzzy VIKOR

Fuzzy VIKOR – svoriai pagal grupes		Fuzzy VIKOR – rekomenduojami svoriai	
Kripto valiuta	Svoris	Kripto valiuta	Svoris
ADA-USD	0.24676	CARE22822-USD	1
CREO-USD	0.07527	DNXC-USD	0
DNXC-USD	0.03073	FANX-USD	0
FANX-USD	0.08258	FBX18696-USD	0
FBX18696-USD	0.10081	KEKEC-USD	0
KEKEC-USD	0	KWS-USD	0
KWS-USD	0.09416	NERD-USD	0
NERD-USD	0.02624	PRMX-USD	0
RIZO-USD	0.02594	RIZO-USD	
WOW-USD	0.31752	WOW-USD	0

Fuzzy VIKOR atrankos modelių rezultatai pakankamai stipriai skiriasi nuo Fuzzy TOPSIS atrankos modelių. Pagal grupes apskaičiuotų svorių strategijos atveju pastebimas labai didelis portfelio diversifikavimas ir tik viena alternatyva („KEKEC-USD“) nėra įtraukiama į portfelį. Kita vertus, rekomenduojamų svorių strategijos atveju, į portfelį yra parenkama tik viena kripto valiuta „CARE22822-USD“. Šių portfelių įvertinimui bei palyginimui su kitais optimizavimo metodais, 20 lentelėje pateikiami suformuotų portfelių rezultatai ir vertinimo rodiklių įverčiai.

20 lentelė. CVaR optimizavimo modelio rezultatai

Atrankos modelis	Numatoma metinė grąža	Metinė rizika	Sharpe rodiklis	Sortino rodiklis	Rachev rodiklis
Fuzzy TOPSIS – svoriai pagal grupes	32.82%	48.88%	-0.96	-1.42	1.42
Fuzzy TOPSIS – rekomenduojami svoriai	37.41%	56.61%	-0.83	-1.35	1.55
Fuzzy VIKOR – svoriai pagal grupes	-8.31%	73.42%	-0.61	-1.06	2.09
Fuzzy VIKOR – rekomenduojami svoriai	22.46%	105.88%	-0.44	-1	2.53

Lyginant su MV ir Naiviuoju modeliu, CVaR modeliu sukurtų portfelių rezultatai numatomų metinių grąžų prasme yra mažesni už MV modelį, bet didesni už Naivųjį, bet, kita vertus, geriausių portfelių rezultatuose pastebimos mažiausios metinės rizikos, kas atitinka ir CVaR minimizavimo tikslą – mažinti didžiausius galimus nuostolius. CVaR modelio rezultatus interpretuojant pagal sudarytus portfelius, galima pastebėti, jog iš Fuzzy VIKOR, kai naudojama rekomenduojamų svorių strategija, atrankos alternatyvų atrinkta tik 1 kriptovaliuta, kuri įtraukiama į portfelį. Nors šios kriptovaliutos numatoma metinė grąža nėra bloga, lyginant su kitais portfeliais, bet portfelio diversifikavimo stoka labai akivaizdžiai atsispindi metinės rizikos įvertinime, nes šiuo atveju iš visų 4 modelių ji gaunama didžiausia. Taip pat pastebima ir rezultatų koreliacija su kitais portfelių optimizavimo modeliais – metinės grąžos ir rizikos prasme geriausi rezultatai gaunami pritaikant Fuzzy TOPSIS atranką dėl šios atrankos metu įtrauktų aukštos kapitalizacijos alternatyvų, kurios yra saugesnės, bet vertinimo rodiklių prasme geriausi vertinimai pastebimi Fuzzy VIKOR atrankos modelių atveju, nors šie skirtumai nėra labai dideli. Dėl CVaR rodiklio skaičiavimų panaudojimo Rachev rodiklio įvertinimui, pastebima, jog šio modelio optimizavimo rezultatai atsispindi Rachev rodiklio rezultatuose. Didžiausios rizikos portfelio atveju rizikos ir Rachev rodiklių reikšmės gali reikšti, kad didžiausi nuostoliai nėra labai dideli, bet „CARE22822-USD“ kriptovaliuta yra labai nepastovi, dėl ko nustatoma didelė rizika.

3.7.4. Efektyvumas skirtingo masto kriptovaliutų duomenų rinkiniuose

Visų „Yahoo Finance“ sistemos kriptovaliutų simbolių nuskaitymas yra neišvengiama atrankos proceso dalis, todėl sukurtos programos efektyvumas skirtingo masto kriptovaliutų duomenų rinkiniuose šiam žingsniui matuojamas, bet pagal šį žingsnį neformuojamos išvados. Pagrindinė dalis, kuri, atliekant tyrimus, užima daugiausiai laiko – kiekvienos kriptovaliutos visų istorinių duomenų nuskaitymas, kuris atliekamas su 1 sekundės tarpu tarp kriptovaliutų, kad būtų išvengiami API limitai. Kadangi atrankai formuojamos 3 kriptovaliutų grupės pagal kapitalizaciją, efektyvumo tyrimai atliekami 5 kartus, į atranką pasirenkant 30, 60, 120, 150 ar 300 kriptovaliutų, o efektyvumo matavimo procesas sudaromas iš 10 pagrindinių etapų, kuriems matuojamas laikas. Laikas matuojamas sekundėmis.

1. Simbolių nuskaitymas.
2. Duomenų paruošimas – filtravimas ir skirstymas į kapitalizacijos kategorijas.
3. Istorinių duomenų nukrovimas.
4. Papildomas filtravimas, grąžų grafikas ir ECB duomenų prijungimas.
5. Rodiklių skaičiavimas.
6. Fuzzy TOPSIS atrankos modelio pritaikymas.
7. Fuzzy VIKOR atrankos modelio pritaikymas.
8. Markowitz MV optimizavimo modelio pritaikymas.

9. Naivaus optimizavimo modelio pritaikymas
10. CVaR optimizavimo modelio pritaikymas.
11. Bendras praleistas laikas.
12. Nuskaitytų ir apdorojamų istorinių duomenų eilučių kiekis – po pirminio filtravimo ir į kategorijas atrinktų kriptovaliutų istorinių duomenų kiekis duomenų eilutėmis (prieš atliekant transakcijų sumos filtravimą).

Gauti rezultatai pateikiami 21 lentelėje.

21 lentelė. Efektyvumo tyrimo rezultatai

	30	60	120	150	300
Simbolių nuskaitymas	62.03s	63.17ss	61.51s	61.32s	60.43s
Duomenų paruošimas	0.13s	0.14s	0.14s	0.14s	0.13s
Istorijos nukrovimas	35.86s	72.12s	145.59s	178s	356.51s
Papildomas filtravimas	1.28s	2.13s	4.25s	5.72s	14.23s
Rodikliai	2.62s	4.46s	9s	11.43s	30.54s
Fuzzy TOPSIS	2.24s	2.37s	2.52s	2.85s	3.22s
Fuzzy VIKOR	0.28s	0.34s	0.51s	0.64s	0.79s
Markowitz MV	0.53s	0.44s	0.43s	0.45s	0.47s
Naivusis	0.09s	0.05s	0.05s	0.05s	0.08s
CVaR	0.09s	0.06s	0.04s	0.06s	0.11s
Bendras praleistas laikas	105.15	145.27s	224.04s	260.66s	467.35s
Nuskaitytų ir apdorojamų istorinių duomenų eilučių kiekis	49751	88313	161199	191208	348549

Pagal gautus rezultatus matoma, jog laiko skirtumai pastebimi tik visų kriptovaliutų alternatyvų pilnų istorinių duomenų nuskaitymo žingsnyje. Nors nuskaitymų istorinių duomenų eilučių kiekis pakankamai stipriai didėja, pagrindinė priežastis, kodėl visų kitų žingsnių laikas beveik nesikeičia, yra tai, jog alternatyvų vertinimas atliekamas pagal kiekvienai kriptovaliutai apskaičiuotus rodiklius, todėl galutinis duomenų rinkinys turi tik tiek eilučių, kiek į atranką traukiama kriptovaliutų. Dar viena vieta, kurioje efektyvumas laiko prasme galėtų keistis, yra rodiklių skaičiavimo etapas, kadangi šiame etape rodikliai skaičiuojami pagal kiekvienos kriptovaliutos visą istoriją, bet labai didelio laiko augimo, didėjant į atranką traukiamų kriptovaliutų kiekiui, nepastebima. Verta atkreipti dėmesį ir į tai, jog į atranką parenkant labai didelį kiekį kriptovaliutų, atsiranda tokių atvejų, kai dėl specifinių kriptovaliutų duomenų, kai kurie skaičiavimai gali užtrukti ilgiau arba nepavykti. Šiais rezultatais pabrėžiama ir alternatyvų atrankos dalies svarba, kadangi svarbu atrinkti tas alternatyvas, kurių duomenys būtų kokybiški bei pritaikomi.

Išvados

1. Atlikus literatūros analizę pastebėta, kad egzistuoja nemaža investicinių turtų atrankos ir kriptovaliutų rinkos tyrimų stoka. Tai parodo atliekamo baigiamojo projekto aktualumą bei galimas ateities tyrimų galimybes. Nors tyrimų investicinio portfelio formavimo tema yra nemažai tiriamė, šie tyrimai dažniausiai realizuoja tik vieną iš šiame tyrime pritaikomų modelių – investiciniai portfeliai formuojami arba neraiškos logikos modeliais, arba portfelių optimizavimo metodais, atskirai atrinkus tam tikras investicijų alternatyvas. Atlikus literatūros analizę buvo rastas tik 1 panašaus tipo tyrimas, taikantis investicinių alternatyvų atranką bei atrinktų alternatyvų portfelių optimizavimą, kuris, kaip ir dauguma panašių tyrimų, buvo atliktas ne su kriptovaliutų, bet su akcijų rinkos duomenimis.
2. Darbe buvo įvertintas skirtingų rodiklių tinkamumas bei panaudojamumas kriptovaliutų atrinkimui į investicinį portfelį. Atlikus rodiklių analizę nustatyta, kad nors rodiklių atranka ir įvertinimas buvo atliktas pagal literatūroje sutinkamus tyrimus bei rodiklių palyginimus, papildomų tyrimų, skirtų tinkamiausių ir geriausių kriptovaliutų vertinimo rodiklių nustatymui, svarba yra labai didelė, nes, patobulinus alternatyvų atrankos procesą bei užtikrinant gerą alternatyvų atrankimą, sukurti ir optimizuoti portfeliai galėtų turėti didelę numatomą investicijų grąžą bei mažą riziką. Tai parodo Fuzzy TOPSIS atrankos modelių pritaikymas Naiviajam optimizavimo metodui, kuriuo gauti portfeliai tinkamiausi rizikuojantiems ir skaičiavimų bei laiko resursų nenorintiems naudoti investuotojams. Tikslinant į atranką įtraukiamų rodiklių sąrašą būtų galima sukurti naujų modelių, kurie galėtų tiksliau atitikti skirtingų investuotojų strategijas.
3. Darbe buvo atliktas kriptovaliutų atrankos schematinio algoritmo sudarymas, kurio metu sudarytas modelis, susidedantis iš 5 pagrindinių žingsnių: pradinio duomenų paruošimo, rodiklių skaičiavimo, neraiškos logikos modelių pritaikymo bei kriptovaliutų atrankos, portfelių optimizavimo bei rezultatų interpretavimo ir palyginimo. Sudarytas modelis parodo, jog atliekant tyrimus kriptovaliutų rinkoje, labai svarbu susipažinti ir analizuoti į modelius traukiamų alternatyvų duomenis, kadangi dėl skirtingų sistemų ar pačių kriptovaliutų bruožų gali būti neatsižvelgiama į svarbius požymius. Šio algoritmo gauti rezultatai taip pat parodo skirtingų atrankos bei optimizavimo modelių pritaikymo bei palyginimo svarbą. Sukurtas kriptovaliutų atrankos algoritmas užtikrina, kad būtų atsižvelgiama į kuo tikslesnius alternatyvų vertinimo kriterijus, įtraukiant efektyvumo, rizikos, likvidumo ar palyginimo su rinka bei ECB duomenimis, rodiklius.
4. Darbe atliktas kriptovaliutų atrankimo bei optimizavimo modelių pritaikymas ir išbandymas. Atlikus rezultatų analizę nustatyta, kad pritaikytos struktūros modeliai atrankoje pagreitina ir palengvina sprendimų priėmimo procesą, stipriai sumažindami duomenų apimtį. Dėl neapibrėžtumo vertinimo, neraiškos logikos pritaikymas suteikia daugiau galimybių investicinio portfelio sudarymui sprendimų priėmimo procese. Vertinant atrankos modelių rezultatus, nustatyta, jog Fuzzy VIKOR modelis labiau tinkamas, kai bandoma rasti labai gerų potencialių alternatyvų, kurios nebūtinai yra populiarios ar didžiausios kapitalizacijos, taip siekiant pastebėti rinkoje dar neatrastų ir investavimui reikšmingų kriptovaliutų – šiuo modeliu gautuose rezultatuose, tarp skirtingų svorių strategijų, į modelį įtraukiama tik 1 aukštos kapitalizacijos kriptovaliuta. Kita vertus, Fuzzy TOPSIS atrankos metodas tinkamesnis plačiai (kapitalizacijos prasme) diversifikuoto portfelio kūrimui, didesnę prioritetą teikiant aukštesnės kapitalizacijos kriptovaliutoms, nes tarp 10 geriausiai įvertintų alternatyvų, yra įtraukiama bent 40% aukščiausios kapitalizacijos kriptovaliutų. Šis atrankos metodas galėtų būti vertingesnis

investuotojams, kurie linkę ieškoti naujų vertingų alternatyvų, bet tuo pačiu apsitraudžiant labiau užtikrintomis kriptovaliutos, kurios sugebės palaikyti (nors ir mažesnę) grąžą. Tai parodo ir CVaR optimizavimo modeliu gaunami rezultatai, kurie, praplėsdami MV ir Naivųjį modelius, pateikia optimalius, vertinant grąžą ir riziką, modelius. Lyginant su didžiausią grąžą turinčiu MV modeliu, kurio numatoma grąža 82.8%, CVaR aukščiausios grąžos modelio grąža siekia tik 37.41%, bet, vietoje 77.7% numatomos metinės rizikos, šiuo modeliu pasiekama 56.61% rizika arba, dar su 5% mažesne grąža, rizika sumažinama iki 48.88%. CVaR modelis, lyginant su kitais, yra naudingas portfelio rizikos mažinimui, kadangi juo siekiama sumažinti ekstremaliuosius nuostolius, viršijančius tradicinio VaR rodiklio ribą. Nors CVaR modeliu gautos grąžos gan mažesnės, lyginant su MV modeliu, šiuo modeliu gauti portfeliai pasižymi mažiausia rizika, išlaikydami ir pakankamai neblogą numatomą metinę grąžą. Be to pastebima, jog pritaikant Fuzzy TOPSIS atrankos modelį su CVaR optimizavimo modeliu gaunami riziką mažinantys ir grąžą balansuojantys bei pakankamai diversifikuoti portfeliai (ypač taikant rekomenduojamų svorių strategiją). Fuzzy VIKOR atveju, CVaR portfeliai pasižymi nesubalansuotumu bei numatomais nuostoliais. Šie rezultatai rodo, jog Fuzzy TOPSIS pritaikyta alternatyvų atranka, kartu su riziką mažinančiais portfelių optimizavimo metodais, gali pasiekti pakankamai gerų rezultatų, siekiant sukurti saugesnius ir stabilesnius portfelius. Kita vertus, pasirenkant riziką ir grąžą balansuojančius modelius (šiuo atveju – MV), galima gauti portfelius, kurie turės didesnę grąžą, bet ir šiek tiek didesnę riziką, nei CVaR optimizavimo atveju.

5. Darbe atliktas sukurtos programos modelių efektyvumo skirtingo masto kriptovaliutų duomenų rinkiniuose tyrimas. Atlikus analizę nustatyta, jog didėjant į atranką įtraukiamų kriptovaliutų kieki, vienintelis pastebimas programos efektyvumo pokytis, vertinant per visus gautus rezultatus – kriptovaliutų alternatyvų istorinių duomenų nuskaitymas, kuris tiesiogiai proporcingas į minėtam kiekiui. 300 alternatyvų atveju, šis procesas užtruko 356.51s. Po šio etapo, kuris sudaro didžiąją dalį laiko, seka papildomo filtravimo ir rodiklių apskaičiavimo etapai, kurių užimtas laikas (300 alternatyvų atveju) yra atitinkamai 14.23s ir 30.54s. Pradinių kriptovaliutų simbolių duomenų nuskaitymas nevertinamas, kadangi tai patys pagrindiniai duomenys, be kurių nebūtų galima atlikti tolimesnės atrankos ir šis etapas dažniausiai užtrunka apie 60 sekundžių. Ateities tyrimuose būtų galima analizuoti alternatyvas istorinių duomenų nuskaitymui.
6. Pagal atlikto tyrimo rezultatus formuluojamos rekomendacijos. Atliekant tyrimą nustatyta, kad „Yahoo Finance“ sistema finansinių duomenų surinkimui turi ribojimų, nes duomenys pateikiami tam tikru tikslumu, dėl ko gali būti neužfiksuojamos labai mažų kainų, bet vertingos kriptovaliutos. Rekomenduojama ateities tyrimuose išbandyti alternatyvas „Yahoo Finance“ sistamai, nors daugumos kitų sistemų ir jų duomenų prieiga per API yra apmokestinama. Duomenų surinkimui vertėtų naudoti tik vieną sistemą, nes atliktame tyrime pirmiausia buvo bandoma apjungti keletą sistemų, bet skirtingi kriptovaliutų žymėjimai sukelia problemų, kurioms dažnai reikia alternatyvių sprendimų. Kadangi tyrime rinkos palyginimui naudojama „Bitcoin“ kriptovaliuta, rekomenduojama išbandyti kitus palyginimo su rinka metodus. Vienas iš galimų variantų – palyginimas su CRIX indeksu, tačiau tyrimo metu gauta informacija, kad CRIX indekso duomenys yra privati ir nebėra viešai prieinami. Portfelių formavimo ir optimizavimo atveju, formuojama rekomendacija, kad jei sprendimus priimančias investuotojas nenori investuoti laiko bei piniginių kaštų į portfelio optimizavimą, labai stipriai rizikuojantiems investuotojams būtų galima taikyti Naivųjį metodą su Fuzzy VIKOR atrankos modeliu (numatomas didelis nuostolis), o mažiau rizikuojantiems ir saugesniems investuotojams – Naivųjį metodą su Fuzzy TOPSIS atrankos modeliu. Nors Naiviuoju metodu su Fuzzy VIKOR

atrankos modeliu pastebimi gana stiprūs nuostoliai, galbūt tai galėtų būti aktyvios prekybos sprendimas, o Fuzzy TOPSIS atrankos atveju – pasyvios prekybos sprendimas, tik svarbu įvertinti, kad pritaikius vieną paprasčiausių Markowitz modelių, 15.9% numatomą metinę grąžą galima padidinti iki 79.7%. Kadangi skirtingais atrankos bei portfelių optimizavimo metodais gaunami labai skirtingi rezultatai, verta atlikti gilesnius rodiklių, atrankos bei kriptovaliutų portfelių optimizavimo metodų tyrimus.

Literatūros sąrašas

1. ALJINOVIC, Z.; MARASOVIC, B. ir ŠESTANOVIC, T. Cryptocurrency Portfolio Selection—A Multicriteria Approach. *Mathematics* 2021, 9, 1677. *Mathematical Methods for Operations Research Problems* (2021), pp. 115.
2. ANDRIANTO, Yanuar ir DIPUTRA, Yoda. The effect of cryptocurrency on investment portfolio effectiveness. *Journal of finance and accounting*, vol. 5 (2017), nr. 6, pp. 229–238.
3. ALSANOUSI, Abdulrahman T.; ALQAHTANI, Ammar Y.; MAKKI, Anas A. ir BAGHDADI, Majed A. A hybrid MCDM Approach using the BWM and the TOPSIS for a financial performance-based evaluation of Saudi stocks. *Information*, vol. 15 (2024), nr. 5, pp. 258.
4. JAIN, Jinesh; WALIA, Nidhi; GUPTA, Sanjay; AGGARWAL, Kriti ir SINGH, Simarjeet. A fuzzy analytical hierarchy process framework for stock selection in the Indian stock market. *Journal of Public Affairs*, vol. 22 (2022), nr. 4, pp. e2710.
5. RAHADIAN, Dadan; FIRLI, Anisah; DINÇER, Hasan; YÜKSEL, Serhat ir MIKHAYLOV, Alexey. Analysing the financial innovation-based characteristics of stock market efficiency using fuzzy decision-making technique. *Financial Innovation*, vol. 11 (2025), nr. 1, pp. 43.
6. SOLANGI, Yasir Ahmed ir MAGAZZINO, Cosimo. Evaluating financial implications of renewable energy for climate action and sustainable development goals. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 212 (2025), pp. 115390.
7. DAI, Yan ir SOLANGI, Yasir Ahmed. Evaluating and prioritizing the green infrastructure finance risks for sustainable development in China. *Sustainability*, vol. 15 (2023), nr. 9, pp. 7068.
8. GUNJAN, Abhishek ir BHATTACHARYYA, Siddhartha. A brief review of portfolio optimization techniques. *Artificial Intelligence Review*, vol. 56 (2023), nr. 5, pp. 3847–3886.
9. JIANG, Zhengyao; XU, Dixing ir LIANG, Jinjun. Deep Portfolio Management A Deep Reinforcement Learning Framework for the Financial Portfolio Management Problem (2017).
10. PETUKHINA, Alla; TRIMBORN, Simon; HÄRDLE, Wolfgang Karl ir ELENDNER, Hermann. Investing with cryptocurrencies—evaluating their potential for portfolio allocation strategies. *Quantitative Finance*, vol. 21 (2021), nr. 11, pp. 1825–1853.
11. ERWIN, Kyle ir ENGELBRECHT, Andries. Meta-heuristics for portfolio optimization. *Soft Computing*, vol. 27 (2023), nr. 24, pp. 19045–19073.
12. SADEGHI, Soheila; MARJANI, Taimoor; HASSANI, Ali ir MORENO, Jose. Development of optimal stock portfolio selection model in the Tehran Stock Exchange by employing Markowitz mean-semivariance model. *Journal of Finance Issues*, vol. 20 (2022), nr. 1, pp. 47–71.
13. DEMIGUEL, Victor; GARLAPPI, Lorenzo ir UPPAL, Raman. Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy?. *The review of Financial studies*, vol. 22 (2009), nr. 5, pp. 1915–1953.
14. YUAN, Ming ir ZHOU, Guofu. Why Naive Diversification Is Not So Naive, and How to Beat It?. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 59 (2024), nr. 8, pp. 3601–3632.

15. VELIU, Denis ir ARANITASI, Marin. Small portfolio construction with cryptocurrencies. *WSEAS Transactions on Business and Economics*, vol. 21 (2024), pp. 686–693.
16. ALJINOVIC, Zdravka ir TRGO, Andrea. CVaR in Measuring Sector's Risk on the Croatian Stock Exchange. *Business Systems Research: International journal of the Society for Advancing Innovation and Research in Economy*, vol. 9 (2018), nr. 2, pp. 8–17.
17. HAFSA, Houda. CVaR in portfolio optimization: An essay on the French market. *International Journal of Financial Research*, vol. 6 (2015), nr. 2, pp. 101–111.
18. BIRUNGI, Criscent ir MUTHONI, Lucy. Analysis of risk measures in portfolio optimization for the Uganda Securities Exchange. *Journal of Financial Risk Management*, vol. 10 (2021), nr. 2, pp. 135–152.
19. YAN, Dinggui. Risk-Return Optimization of a Portfolio Containing Crypto Assets: A Return Analysis of Bitcoin in Multi-Asset Portfolios (2023).
20. SANCHEZ-ROGER, Marc; OLIVER-ALFONSO, María Dolores ir SANCHÍS-PEDREGOSA, Carlos. Fuzzy logic and its uses in finance: A systematic review exploring its potential to deal with banking crises. *Mathematics*, vol. 7 (2019), nr. 11, pp. 1091.
21. SHAREE, M. Shareef M.; AMEEN, D. M. ir AMINIFAR, S. A. Uncertainty handling in Big Data using Fuzzy logic-Literature Review. *EasyChair Preprint*, vol. 4948 (2021), pp. 1–13.
22. SAHOO, Diptirekha; PARIDA, Prashanta Kumar ir PATI, Bibudhendu. Efficient fuzzy multi-criteria decision-making for optimal college location selection: A comparative study of min–max fuzzy TOPSIS approach. *Results in Control and Optimization*, vol. 15 (2024), pp. 100422.
23. DOMBROWSKI, Niclas; DROBETZ, Wolfgang ir MOMTAZ, Paul P. Performance measurement of crypto funds. *Economics Letters*, vol. 228 (2023), pp. 111118.
24. KABAŠINSKAS, Audrius; KOPA, Miloš; ŠUTIENĖ, Kristina; LAKŠTUTIENĖ, Aušrinė ir MALAKAUSKAS, Aidas. Stress testing for iind pillar life-cycle pension funds using hidden markov model. *Annals of Operations Research* (2024), pp. 1–53.
25. LAKŠTUTIENĖ, Aušrinė; SUTIENE, Kristina; KABASINSKAS, Audrius; MALAKAUSKAS, Aidas ir KOPA, Milos. Sustaining in Uncertain Time: Investigating Pension Fund Performance during Market Stress. *Engineering Economics*, vol. 36 (2025), nr. 1, pp. 96–112.
26. BRAUNEIS, Alexander; MESTEL, Roland; RIORDAN, Ryan ir THEISSEN, Erik. How to measure the liquidity of cryptocurrency markets?. *Journal of Banking & Finance*, vol. 124 (2021), pp. 106041.
27. BARIVIERA, Aurelio F.; BASGALL, María José; HASPERUÉ, Waldo ir NAIOUF, Marcelo. Some stylized facts of the Bitcoin market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 484 (2017), pp. 82–90.
28. ELING, Martin; FARINELLI, Simone; ROSSELLO, Damiano ir TIBILETTI, Luisa. One-size or tailor-made performance ratios for ranking hedge funds?. *Journal of Derivatives & Hedge Funds*, vol. 16 (2011), pp. 267–277.

29. NĂDĂBAN, Sorin; DZITAC, Simona ir DZITAC, Ioan. Fuzzy TOPSIS: a general view. *Procedia computer science*, vol. 91 (2016), pp. 823–831.
30. AFFUL-DADZIE, Eric; NABARESEH, Stephen ir OPLATKOVÁ, Zuzana K. Fuzzy VIKOR Approach: Evaluating Quality of Internet Health Information. *In: 2014 Federated Conference on Computer Science and Information Systems*, pp. 183–190.IEEE, 2014..
31. HALI, Nurfadhlin Abdul ir YULIATI, Ari. Markowitz model investment portfolio optimization: a review theory. *International journal of research in community services*, vol. 1 (2020), nr. 3, pp. 14–18.
32. URYASEV, Stanislav. Conditional Value-at-Risk: Optimization Algorithms and Applications. *In: proceedings of the IEEE/IAFE/INFORMS 2000 conference on computational intelligence for financial engineering (CIFEr)(Cat. No. 00TH8520)*, pp. 49–57.IEEE, 2000..

Priedai

1 priedas. Didelės kalbos modelio (ChatGPT) užklausa rekomenduojamiems kriterijų rodiklių svoriams

Užklausei naudota „GPT-4.5“ didelės kalbos modelio versija. Šiam modeliui pateikta užklausa anglų kalba:

„Given the list of different measures which are dedicated to perform cryptocurrency selection for the creation of optimized portfolio, what could be the weights of each of these measures in a model which evaluates the cryptocurrency based on these measures? The answer has to be prepared based on scientific research. The list of measures: Sharpe Ratio, Sortino Ratio, Calmar Ratio, Skewness, Kurtosis, Information ratio, Rachev Ratio, Available days (number of available data days for the cryptocurrency), Amihud liquidity, Average recovery time, Hurst exponent, Timing ratio, Upside potential.“