



**Kauno technologijos universitetas**  
Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

# **Įrankio sukūrimas pieno sektoriaus produktų rinkos kainos dinamikai tirti taikant Lamberto funkcijų metodą**

Baigiamasis magistro studijų projektas

---

**Gustė Lakomkinaitė**

Projekto autorė

**Dr. Irma Jankauskienė**

Vadovė

**Prof. dr. Vytautas Snieška**

Vadovas

**Asist. dr. Aušra Žvironienė**

Darbo konsultantė

---

**Kaunas, 2025**



**Kauno technologijos universitetas**  
Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

# **Įrankio sukūrimas pieno sektoriaus produktų rinkos kainos dinamikai tirti taikant Lamberto funkcijų metodą**

Baigiamasis magistro studijų projektas  
Didžiųjų verslo duomenų analitika (6213AX001)

---

**Gustė Lakomkinitė**  
Projekto autorė

**Dr. Irma Jankauskienė**  
Vadovė

**Prof. dr. Vytautas Snieška**  
Vadovas

**Doc. dr. Stasė Petraitytė**  
Recenzentė

**Lekt. dr. Tomas Stravinskas**  
Recenzentas

**Kaunas, 2025**



**Kauno technologijos universitetas**  
Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas  
Gustė Lakomkinitė

## **Įrankio sukūrimas pieno sektoriaus produktų rinkos kainos dinamikai tirti taikant Lamberto funkcijų metodą**

Akademinio sąžiningumo deklaracija

Patvirtinu, kad:

1. baigiamąjį projektą parengiau savarankiškai ir sąžiningai, nepažeisdama(s) kitų asmenų autoriaus ar kitų teisių, laikydamasi(s) Lietuvos Respublikos autorių teisių ir gretutinių teisių įstatymo nuostatų, Kauno technologijos universiteto (toliau – Universitetas) intelektinės nuosavybės valdymo ir perdavimo nuostatų bei Universiteto akademinės etikos kodekse nustatytų etikos reikalavimų;
2. baigiamajame projekte visi pateikti duomenys ir tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti teisėtai, nei viena šio projekto dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar elektroninių šaltinių, visos baigiamojo projekto tekste pateiktos citatos ir nuorodos yra nurodytos literatūros sąrašė;
3. įstatymų nenumatytų piniginių sumų už baigiamąjį projektą ar jo dalis niekam nesu mokėjęs (-usi);
4. suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo ar kitų asmenų teisių pažeidimo faktui, man bus taikomos akademinės nuobaudos pagal Universitete galiojančią tvarką ir būsiu pašalinta(s) iš Universiteto, o baigiamasis projektas gali būti pateiktas Akademinės etikos ir procedūrų kontrolieriaus tarnybai nagrinėjant galimą akademinės etikos pažeidimą.

Gustė Lakomkinitė

*Patvirtinta elektroniniu būdu*

Lakomkinaitė Gustė. Įrankio sukūrimas pieno sektoriaus produktų rinkos kainos dinamikai tirti taikant Lamberto funkcijų metodą. Magistro studijų baigiamasis projektas / vadovė dr. Irma Jankauskienė, vadovas prof. dr. Vytautas Snieška; Kauno technologijos universitetas, Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas.

Studijų kryptis ir sritis (studijų krypčių grupė): Taikomoji matematika (Matematikos mokslai).

Reikšminiai žodžiai: pieno produktų kainų dinamika, Lambert W testas, ARIMA modelis, fuzzy logika, R shiny įrankis.

Kaunas, 2025. 59 p.

## Santrauka

Pristatomas sukurtas įrankis žemės ūkio produktų kainų prognozavimui, orientuotas į vienu populiariausių pieno produktų analizę Lietuvoje. Tiriamieji produktai – bazinis pienas, sviestas, tilsit ir gouda sūriai – pasirinkti atsižvelgiant į jų svarbą šalies pieno sektoriui ir prieinamumą rinkos duomenų bazėse. Tyrimo tikslas – sukurti įrankį, kuris leidžia tirti pieno sektoriaus produktų kainų dinamiką Lietuvos rinkoje, taikant Lamberto funkcijos testą, fuzzy logiką ir ARIMA modelius.

Atlikus duomenų koreliacinę analizę atrinkti statistiškai reikšmingi kintamieji. Tuomet taikyta vėlavimo analizė, nustatant vieno mėnesio vėlavimą kaip tinkamiausią prognozavimo tikslumui užtikrinti. Kiekvienam produktui sudaryti atskiri regresiniai modeliai su tinkamai parinktais veiksniais. Stabilumo užtikrinimui naudoti Augmented Dickey–Fuller (ADF), Shapiro - Wilk bei Lambert W testai, siekiant tinkamai pasiruošti prognozavimui. Prognozėms taikyti keli metodai - pagrindinis modelis AutoRegressive Integrated Moving Average (ARIMA), vėliau jis papildytas fuzzy logikos sistema. Fuzzy korekcijos skaičiuotos remiantis dviem, trimis ar keturiais įvestiniais veiksniais, aprašytais funkcijomis ir apjungtais į taisyklių rinkinį. Gautos prognozės buvo lyginamos su alternatyviu RNN modeliu, kuris gautas iš Žemės ūkio duomenų centro.

Vizualizacijai ir naudojimui sukurtas interaktyvus „R Shiny“ įrankis. Aplikacija leidžia pasirinkti norimą produktą, laikotarpį, duomenų tipą bei pateikia tiek grafikus, tiek vidutinių kainų stulpelines diagramas. Taip pat galima analizuoti visų keturių produktų bendras rinkos analizės tendencijas. Sukurtoje R Shiny aplikacijoje integruotos pažangios vizualizacijos galimybės, užtikrinančios patogų duomenų analizės procesą - vartotojui užvedus pelę virš bet kurios prognozės kreivės ar diagramos stulpelio, interaktyviai pateikiama išsami informacija – konkretus laikotarpis (metai ir mėnuo), kaina bei produkto pavadinimas. Papildomai grafikuose įdiegtas „plotly“ valdymo skydelis, leidžiantis atlikti priartinimo, nutolinimo, atstatymo, lentelės peržiūros bei paveikslėlio išsaugojimo veiksmus. Šių funkcijų visuma pagerina duomenų interpretaciją bei leidžia valdyti analizuojamą laikotarpį bei pasirinktų prognozės modelių kombinacijas.

Apibendrinant, sukurtas sprendimas yra lengvai valdomas ir tinkamas naudotojui įrankis, leidžiantis prognozuoti pieno produktų kainas. Jis apima kelis prognozavimo metodus ir gali būti lengvai pritaikytas tiek tolesniems tyrimams, tiek praktiniam kainų analizės taikymui.

Lakomkinaitė Gustė. Development of a Tool for Analysing Price Dynamics of the Dairy Market using the Lambert Function Method. Master's Final Degree Project / supervisor PhD Irma Jankauskienė, supervisor prof. PhD Vytautas Snieška; Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Kaunas University of Technology.

Study field and area (study field group): Applied Mathematics (Mathematical Sciences).

Keywords: dairy product price dynamics, Lambert W test, ARIMA model, fuzzy logic, R Shiny tool.

Kaunas, 2025. 59 p.

## Summary

A forecasting tool was developed to analyze the prices of agricultural products, focusing on key dairy products that are most relevant in Lithuania. The analyzed products – raw milk, butter, tilsit cheese, and gouda cheese – were selected due to their significance in the national dairy sector and the availability of market data. The aim is to create a tool capable of analyzing price dynamics in Lithuania's dairy market by applying the Lambert W function test, fuzzy logic, and ARIMA models.

The analysis began with identifying statistically significant variables through correlation analysis. Afterwards, a lag analysis was performed, revealing that applying a one month lag provides the most reliable results in terms of forecast precision. Based on these findings, individual regression models were created for each dairy product, using the most relevant influencing factors. To ensure data stability before forecasting, several tests were applied: Augmented Dickey–Fuller (ADF), Shapiro–Wilk, and the Lambert W function test. Once data stability was confirmed, forecasting was done using several methods. The main model used was ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average), which was later improved by adding a fuzzy logic-based correction. These corrections were made using between two and four input variables, which were transformed into fuzzy sets and combined into a rule-based system. The forecasting results were also compared with an alternative model – a recurrent neural network (RNN) – which was developed by the Agricultural Data Centre (ŽŪDC). This comparison helped to evaluate how well the proposed approach performs.

To support practical use, an interactive tool was created using the R Shiny framework. This application allows users to select a specific product, time period, and data type, and provides both line and bar charts of average prices. In addition, it makes it possible to explore and compare market trends across all four products in more detail. The Shiny interface was built to ensure user - friendliness and includes modern visualization tools. When users hover over a forecast line or bar chart, they can instantly see detailed information such as the month, year, price, and product name. The built-in “plotly” panel gives users extra options, like zooming in or out, resetting the view, checking data tables, or saving the charts as images. These features make it easier to explore the data and adjust the selected time period or forecasting method.

In summary, the tool that was developed is easy to use and flexible, making it suitable for forecasting the prices of dairy products. Since it combines different forecasting methods, it can be useful not only for practical price analysis but also as a basis for further research.

## Turinys

<b>Lentelių sąrašas .....</b>	<b>8</b>
<b>Paveikslų sąrašas .....</b>	<b>9</b>
<b>Santrumpų ir terminų sąrašas .....</b>	<b>10</b>
<b>Įvadas.....</b>	<b>11</b>
<b>1. Literatūros apžvalga .....</b>	<b>12</b>
1.1. Kainų prognozavimas .....	12
1.1.1. Rinkų kainų prognozavimas .....	12
1.1.2. Pieno produktų rinkos kainų prognozavimas .....	13
1.2. Lambert funkcijų testas .....	16
1.3. Fuzzy logika .....	17
1.4. R Shiny įrankis .....	20
<b>2. Duomenys ir tyrimo metodai.....</b>	<b>22</b>
2.1. Duomenys.....	22
2.1.1. Bazinis pienas.....	22
2.1.2. Sviestas.....	23
2.1.3. Tilsit sūris .....	24
2.1.4. Gouda sūris.....	24
2.2. Tyrimo metodai .....	25
2.2.1. Koreliacinė analizė, vėlavimo analizė bei regresinė analizė .....	26
2.2.2. Stabilumo testai ir Lambert funkcijų testas .....	27
2.2.3. ARIMA modelis .....	29
2.2.4. Fuzzy logika .....	29
<b>3. Darbo rezultatai ir jų aptarimas .....</b>	<b>33</b>
3.1. Bazinis pienas.....	33
3.1.1. Koreliacinė analizė, vėlavimo analizė bei regresinė analizė .....	33
3.1.2. Stabilumo testai .....	34
3.1.3. ARIMA ir fuzzy modelis.....	35
3.2. Sviestas.....	37
3.2.1. Koreliacinė analizė, vėlavimo analizė bei regresinė analizė .....	37
3.2.2. Stabilumo vertinimai .....	39
3.2.3. ARIMA ir fuzzy modelis.....	39
3.3. Tilsit sūris .....	42
3.3.1. Koreliacinė analizė, vėlavimo analizė bei regresinė analizė .....	42
3.3.2. Stabilumo testai .....	44
3.3.3. ARIMA ir fuzzy modeliai .....	44
3.4. Gouda sūris.....	46
3.4.1. Koreliacinė analizė, vėlavimo analizė bei regresinė analizė .....	46
3.4.2. Stabilumo testai .....	48
3.4.3. ARIMA ir fuzzy modeliai .....	48
3.4. Rezultatų palyginimas .....	51
3.4.1. Bazinio pieno kainų modelių palyginimas .....	51
3.4.2. Sviesto kainų modelių palyginimas.....	51
3.4.3. Tilsit sūrio kainų modelių palyginimas .....	52
3.4.4. Gouda sūrio kainų modelių palyginimas.....	52

3.5. R šinių įrankis .....	53
<b>Išvados .....</b>	<b>56</b>
<b>Literatūros sąrašas .....</b>	<b>57</b>
<b>Priedai.....</b>	<b>60</b>
1 priedas. Bazinio pieno bei nepriklausomų veiksnių koreliacijos matrica .....	60
2 priedas. Elektros energijos, gamtinių dujų kainų bei nuolatinių gyventojų skaičiaus ACF ir PACF grafikai.....	60
3 priedas. Gamybos vertės, VKI bei BVP ACF ir PACF grafikai .....	61
4 priedas. Gimusių kūdikių skaičiaus, karvių skaičiaus bei imigrantų skaičiaus ACF ir PACF grafikai.....	61
5 priedas. Emigrantų skaičiaus ACF ir PACF grafikai .....	62
6 priedas. Bazinio pieno regresinės analizės rezultatai prieš nereikšmingų veiksnių pašalinimą.....	62
7 priedas. Bazinio pieno kainų galutinės prognozės .....	62
8 priedas. Sviesto bei nepriklausomų veiksnių koreliacijos matrica.....	63
9 priedas. Bazinio pieno kainos, gamybos vertės ir sviesto importo ACF ir PACF grafikai.....	64
10 priedas. Sviesto importo vertės, sviesto eksporto bei VKI ACF ir PACF grafikai .....	64
11 priedas. BVP, elektros energijos bei gamtinių dujų ACF ir PACF grafikai.....	65
12 priedas. Gyventojų skaičiaus, gimusių ir mirusiųjų skaičiaus ACF ir PACF grafikai .....	65
13 priedas. Karvių skaičiaus, imigrantų skaičiaus ACF ir PACF grafikai.....	66
14 priedas. Sviesto regresinės analizės rezultatai prieš nereikšmingų veiksnių pašalinimą .....	66
15 priedas. Sviesto kainų prognozavimui skirtas taisyklių rinkinys .....	67
16 priedas. Sviesto kainų galutinės prognozės .....	67
17 priedas. Tilsit sūrio bei nepriklausomų veiksnių koreliacijos matrica .....	68
18 priedas. Bazinio pieno kainos, bazinio pieno supirkimo kiekio ir tilsit pardavimo kainos ACF ir PACF grafikai .....	69
19 priedas. Gamybos vertės, VKI ir BVP ACF ir PACF grafikai.....	69
20 priedas. Elektros energijos kainos, gamtinių dujų kainos bei nuolatinių gyventojų skaičiaus ACF ir PACF grafikai .....	70
21 priedas. Gimusiųjų, mirusiųjų skaičiai bei karvių skaičiaus ACF ir PACF grafikai.....	70
22 priedas. Imigrantų ir emigrantų skaičių ACF ir PACF grafikai .....	71
23 priedas. Tilsit sūrio regresinės analizės rezultatai prieš nereikšmingų veiksnių pašalinimą....	71
24 priedas. Tilsit sūrio kainų prognozavimui skirtas taisyklių rinkinys.....	71
25 priedas. Tilsit sūrio kainų galutinės prognozės .....	72
26 priedas. Gouda sūrio bei nepriklausomų veiksnių koreliacijos matrica .....	73
27 priedas. BVP, elektros energijos kainos ir gamtinių dujų kainos ACF ir PACF grafikai .....	73
28 priedas. Gyventojų skaičiaus, gimusių ir mirusiųjų skaičiaus ACF ir PACF grafikai .....	74
29 priedas. Karvių skaičiaus, imigrantų bei emigrantų skaičiaus ACF ir PACF grafikai.....	74
30 priedas. Gouda sūrio regresinės analizės rezultatai prieš nereikšmingų veiksnių pašalinimą..	75
31 priedas. Gouda sūrio kainų prognozavimui skirtas taisyklių rinkinys .....	75
32 priedas. Gouda sūrio kainų galutinės prognozės .....	75

## Lentelių sąrašas

<b>1 lentelė.</b> Sviesto kainų prognozei sukurtos veiksnių narystės funkcijos .....	29
<b>2 lentelė.</b> Išvesties reikšmės .....	30
<b>3 lentelė.</b> Bazinio pieno regresinės analizės galutiniai rezultatai.....	34
<b>4 lentelė.</b> Atrinktų veiksnių VIF reikšmės .....	34
<b>5 lentelė.</b> ARIMA modelio matavimų reikšmės .....	35
<b>6 lentelė.</b> Kintamųjų fuzzy narystės funkcijos .....	36
<b>7 lentelė.</b> Bazinio pieno kainų prognozavimui skirtas taisyklių rinkinys .....	36
<b>8 lentelė.</b> Sviesto regresinės analizės galutiniai rezultatai .....	38
<b>9 lentelė.</b> Atrinktų veiksnių VIF reikšmės .....	39
<b>10 lentelė.</b> ARIMA modelio matavimų reikšmės .....	39
<b>11 lentelė.</b> Kintamųjų fuzzy narystės funkcijos:.....	40
<b>12 lentelė.</b> Tilsit sūrio regresinės analizės galutiniai rezultatai.....	43
<b>13 lentelė.</b> Atrinktų veiksnių VIF reikšmės .....	44
<b>14 lentelė.</b> ARIMA modelio matavimų reikšmės .....	44
<b>15 lentelė.</b> Kintamųjų fuzzy narystės funkcijos:.....	45
<b>16 lentelė.</b> Gouda sūrio kainų galutinės prognozės.....	47
<b>17 lentelė.</b> Gouda sūrio kainų galutinės prognozės.....	48
<b>18 lentelė.</b> ARIMA modelio matavimų reikšmės .....	49
<b>19 lentelė.</b> Kintamųjų fuzzy narystės funkcijos .....	49
<b>20 lentelė.</b> Bazinio pieno ARIMA – fuzzy ir RNN modelio prognozių palyginimas.....	51
<b>21 lentelė.</b> Sviesto ARIMA – fuzzy ir RNN modelio prognozių palyginimas .....	51
<b>22 lentelė.</b> Tilsit sūrio ARIMA – fuzzy ir RNN modelio prognozių palyginimas.....	52
<b>23 lentelė.</b> Gouda sūrio ARIMA – fuzzy ir RNN modelio prognozių palyginimas .....	52

## Paveikslų sąrašas

<b>1 pav.</b> Bazinio pieno kainų istoriniai duomenys .....	22
<b>2 pav.</b> Sviesto kainų istoriniai duomenys.....	23
<b>3 pav.</b> Tilsit sūrio kainų istoriniai duomenys .....	24
<b>4 pav.</b> Gouda sūrio kainų istoriniai duomenys.....	25
<b>5 pav.</b> Bazinio pieno kainos prognozė, sudaryta ARIMA modeliu .....	35
<b>6 pav.</b> Fuzzy – ARIMA galutinė bazinio pieno kainos prognozė .....	37
<b>7 pav.</b> Sviesto kainos prognozė, sudaryta ARIMA modeliu.....	40
<b>8 pav.</b> Fuzzy – ARIMA galutinė sviesto kainų prognozė .....	41
<b>9 pav.</b> Tilsit sūrio kainų prognozės, sudarytos ARIMA modeliu .....	45
<b>10 pav.</b> Fuzzy – ARIMA galutinės tilsit sūrio kainų prognozės .....	46
<b>11 pav.</b> Gouda sūrio kainų prognozė, sudaryta ARIMA modeliu.....	49
<b>12 pav.</b> Fuzzy – ARIMA galutinė gouda sūrio kainų prognozė .....	50
<b>13 pav.</b> Sukurto įrankio vizualizacija.....	53
<b>14 pav.</b> Vizualizacijos filtravimo įrankiai .....	54
<b>15 pav.</b> Pieno produkto istorinių bei prognozuojamų kainų grafikas .....	54
<b>16 pav.</b> Pieno produkto kainų vidurkių stulpelinė diagrama .....	55
<b>17 pav.</b> Bendrų pieno produktų grafikų vizualizacija .....	55

## Santrumpų ir terminų sąrašas

### Santrumpos:

ACF – Autocorrelation Function;

ADF – Augmented Dickey – Fuller testas;

ARIMA – AutoRegressive Integrated Moving Average modelis;

BVP – Bendrasis vidaus produktas;

PAFC – Partial Autocorrelation Function;

VIF – Variance Inflation Factor matavimas;

VKI – Vartotojų kainų indeksas.

## Įvadas

Lietuvos pieno sektorius susiduria su reikšmingais kainų svyravimais, kuriuos lemia tiek vidaus, tiek išorės veiksniai – nuo žaliavų kainų iki ekonominių pokyčių. Esant tokiems rinkos svyravimams, ūkininkams, verslui ir institucijoms tampa itin svarbu remtis tiksliai apskaičiuotomis prognozėmis, kurios padeda planuoti veiklą, valdyti rizikas ir priimti pagrįstus ekonominius sprendimus. Vis dėlto, dauguma šiuo metu taikomų statistinių modelių neįvertina tokių aspektų kaip pasiūlos ir paklausos vėlavimas ar sisteminiai ekonominiai pokyčiai, dėl ko prognozės tampa nepakankamai tikslios. Šio darbo naujumas grindžiamas tuo, kad pasiūlomas metodas, apjungiantis regresinę analizę, Lamberto funkcijų testą, fuzzy logikos sistemą ir ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average) modelius. Taikant tokią integruotą analizę ne tik tikslinamos prognozės, bet ir įvertinamas jų stabilumas. Be to, taikomi stabilumo testai – Shapiro – Wilk, Augmented Dickey – Fuller (ADF) – suteikia galimybę patikimai įvertinti modelių tinkamumą. Sukurtas sprendimų priėmimo įrankis, realizuotas R Shiny platformoje, leidžia interaktyviai analizuoti kainų dinamiką ir priimti geriau pagrįstus sprendimus žemės ūkyje bei ekonomikoje.

**Darbo tikslas** – sukurti įrankį, kuris leistų tirti pieno produktų kainų dinamiką Lietuvos rinkoje, taikant Lamberto funkcijos testą, fuzzy logiką ir ARIMA modelius.

### Darbo uždaviniai:

- išanalizuoti situaciją, susijusią su pieno sektoriaus produktų kainų dinamika bei ją ištirti pritaikant matematinius modelius;
- surinkti, susisteminti ir paruošti analizei aktualius duomenis, susijusius su pieno produktų kainomis bei jas įtakojančiais veiksniais;
- sukurti regresinius modelius, apibrėžiančius pieno produktų kainų priklausomybę nuo ekonominių veiksnių;
- sudaryti prognozavimo modelius, taikant laiko eilučių analizės metodus bei įvertinti prognozių tikslumą;
- interpretuoti gautus rezultatus ir pateikti praktines rekomendacijas rinkos dalyviams;
- sukurti vizualų prognozavimo įrankį naudojant R Shiny.

## 1. Literatūros apžvalga

Šiame skyriuje apžvelgiami kainų prognozavimo metodai, kurie yra taikomi įvairiose rinkose, tačiau ypatingas dėmesys skiriamas pieno produktų kainų dinamikai Lietuvos rinkoje, analizuojama mokslinė literatūra, kurioje nagrinėjami tiek tradiciniai statistiniai metodai, tiek pažangios analizės priemonės, tokios kaip laiko eilučių modeliai (ARIMA), fuzzy logika bei Lamberto funkcijų taikymas diferencialinėms lygtims su vėlavimu. Apžvelgiami tiek Lietuvos, tiek užsienio autoriai, jų siūlomi sprendimai, metodų privalumai ir trūkumai, taip pat išskiriamos priežastys, kodėl būtent Lamberto funkcija, fuzzy logika bei ARIMA modelis gali būti efektyvi priemonė tiriant rinkos kainų stabilumą ir dinamiką pieno sektoriuje.

### 1.1. Kainų prognozavimas

Kainų prognozavimas yra svarbi ekonominės veiklos dalis, leidžianti tiek viešojo, tiek privataus sektoriaus atstovams priimti pagrįstus sprendimus. Šis procesas padeda įmonėms, ūkininkams, verslo subjektams ir institucijoms laiku reaguoti į rinkos pokyčius, tinkamai planuoti veiklą, valdyti rizikas ir optimizuoti išteklių paskirstymą. Kainų prognozė leidžia ne tik suprasti esamus pokyčius, bet ir įvertinti galimus ateities scenarijus. Taikant tinkamus matematinius modelius, prognozės tampa pagrindu tiksliems ekonominiams sprendimams [1,2]. Šiame darbe kainų prognozavimas papildomas integruojant fuzzy logiką bei Lamberto funkcijos metodą į rinkos kainų analizę.

#### 1.1.1. Rinkų kainų prognozavimas

Rinkų kainų prognozavimas yra sudėtingas procesas, kuris reikalauja gilios analizės ir daugybės įvairių veiksnių įvertinimo. Šio proceso tikslas yra nustatyti būsimas kainų tendencijas, remiantis dabartinėmis ir praeities rinkos sąlygomis, ekonominiais rodikliais, politiniais įvykiais ir kitais susijusiais faktoriais [2].

Kainoms įtaką darantys veiksniai yra įvairūs ir priklauso nuo konkrečios rinkos, tačiau dažniausiai išskiriami šie [2]:

- **pasiūla ir paklausa** - šie svyravimai lemia tiesioginius kainų pokyčius, o sezoniškumas, demografiniai pokyčiai ar vartojimo įpročiai gali iškreipti pusiausvyrą tarp pasiūlos bei paklausos.
- **makroekonominės sąlygos** - infliacija, palūkanų normos, valiutų kursai, BVP augimas ar nedarbo lygis veikia tiek gamintojų sąnaudas, tiek vartotojų perkamąją galią.
- **politiniai ir teisiniai veiksniai** - mokesčių politika, subsidijos, prekybos tarifai ar geopolitiniai konfliktai gali turėti tiesioginį ar netiesioginį poveikį kainoms.
- **gamybos sąnaudos** - žaliavų, energijos, darbo jėgos ar logistikos kainų pokyčiai atspindi gamintojų galimybes išlaikyti konkurencingą kainodarą.
- **technologiniai pokyčiai** - naujų technologijų diegimas gali sumažinti kaštus ir paveikti kainas, ypač ilgalaikėje perspektyvoje.
- **gamtinės sąlygos ir klimatas** - ypač reikšmingi žemės ūkio ar energetikos sektoriuose, kur gamtinės stichijos daro tiesioginę įtaką tiekimo kiekiui ir kainoms.

Rinkų kainų prognozavimas yra svarbu Lietuvoje, nes tai leidžia valdžios institucijoms, verslui ir vartotojams efektyviau planuoti savo veiklą, prisitaikyti prie globalių ekonominių pokyčių ir taip prisidėti prie šalies ekonomikos augimo ir stabilumo. Straipsnyje [3] pateikiami duomenys ir prognozės apie Lietuvos ekonomikos augimą, kainų lygį ir gyventojų perkamąją galią. Šie duomenys parodo, kaip Lietuvos bankas analizuoja ekonomines tendencijas ir teikia prognozes, kurios yra svarbios priimant sprendimus makroekonominės politikos srityje. Tokia analizė padeda vyriausybei ir centriniam bankui formuoti strategijas, kurios skatina ekonominį stabilumą ir sumažina neigiamų ekonominių pokyčių poveikį. Taip pat kainų prognozavimas svarbus žemės ūkio sektoriui, nes žemės ūkis yra viena iš svarbiausių ekonomikos šakų Lietuvoje, tad kainų prognozavimas yra gyvybiškai svarbus šiai sričiai. Tai leidžia ūkininkams ir žemės ūkio bendrovėms planuoti derliaus pardavimus, investuoti į naujas technologijas ir efektyviai valdyti išteklius. Straipsnyje [4] Lietuvos energetikos instituto pateikta informacija apie elektros kainų prognozavimo svarbą Lietuvos energetikos sektoriui. Straipsnis apibūdina, kaip natūralių dujų kainos prognozavimas naudojant regresinę analizę yra svarbus elektros kainų prognozavimui, o tai leidžia šalies energetikos įmonėms ir vyriausybei priimti sprendimus dėl energijos importo, atsargų kaupimo ir kainų reguliavimo. Remiantis „Finansinių investicijų ir investicinių projektų vertinimas“ knyga galima suprasti, jog kainų prognozavimas padeda efektyviai vertinti investicinius projektus, planuoti ir valdyti finansines investicijas bei mažinti su jomis susijusias rizikas [5]. Taip pat prognozavimas leidžia įvertinti investicijų grąžą ir poveikį, kartu įspėdamas apie galimas neigiamas investicijų pasekmes ir padedant vengti ekonomiškai nepagrįstų sprendimų. Be to, kainų prognozavimas prisideda prie racionalaus sprendimų priėmimo, remiantis informacija apie būsimus rinkos pokyčius [5].

Rinkų kainų prognozavimas yra svarbus ir pasaulyje. Pagal straipsnį [6] tikslūs žemės ūkio produktų kainų prognozavimai yra būtini tvariam žemės ūkio vystymuisi, nes jie padeda vyriausybėms, tarptautinėms organizacijoms ir verslui veiksmingai reaguoti į rinkos svyravimus, užtikrinant maisto saugą ir ekonominį stabilumą visame pasaulyje. Prognozavimo modeliai žemės ūkyje taip pat padeda geriau paskirstyti išteklius ir planuoti, įveikiant iššūkius, kuriuos sukelia dažni kainų svyravimai, įtakojami sudėtingų veiksnių, pavyzdžiui, klimato, darbo kaštų ir tarptautinės rinkos sąlygų [6]. Energetikos sektoriuose, ypač Europos elektros rinkose, kainų prognozavimas padeda valdyti riziką ir optimizuoti operacijas. Įmonės remiasi rinkos kainų prognozėmis, kad galėtų efektyviai planuoti ir pritaikyti savo veiklą skirtingose rinkose [7]. Pažangių mašininio mokymosi technikų naudojimas finansų rinkose pabrėžia kainų prognozavimo svarbą akcijų ir kitų finansinių operacijų atžvilgiu [8]. Šie modeliai leidžia investuotojams ir finansų institucijoms geriau suprasti rinkos tendencijas, optimizuoti portfelius ir parodyti investavimo galimybes [8].

Visgi, visose srityse, tiek Lietuvoje, tiek užsienyje, kainų prognozavimas reikalauja nuolatinio duomenų analizės ir modelių atnaujinimo, atsižvelgiant į naujausius rinkos pokyčius bei išorinius veiksnius.

### **1.1.2. Pieno produktų rinkos kainų prognozavimas**

Pieno produktų kainų prognozavimas yra svarbus tiek Lietuvoje, tiek visame pasaulyje, nes šie produktai yra būtini mitybos elementai, todėl jų paklausa yra nuolatinė. Pieno gamyba yra gyvybiškai svarbi daugelio šalių žemės ūkio sektoriui, nes sukuria darbo vietas ir užtikrina ūkininkų išgyvenimą. Be to, pieno produktai sudaro didelę eksporto dalį šalyse, kurios gamina daugiau nei suvartoja, skatindami ekonomikos augimą ir prisidedami prie pramonės šakų plėtros [9].

Pieno produktų rinkoje kainas veikia keletas svarbių veiksnių [9]:

- **pasiūla ir paklausa** - pieno gamybos sezoniskumas ir vartojimo tendencijos turi didelę įtaką kainų svyravimams. Pavyzdžiui, švenčių metu arba metų laikais, kai produktų paklausa didėja, kainos gali kilti.
- **gamybos sąnaudos** - pieno gamybos sąnaudos, įskaitant šėrimo, priežiūros ir pervežimo išlaidas, tiesiogiai veikia pieno produktų kainas.
- **politikos ir subsidijos** - vyriausybės politika, susijusi su žemės ūkio subsidijomis ir eksporto mokesčiais, taip pat gali turėti įtakos kainoms.
- **tarptautinė prekyba** - importo ir eksporto apimtys, taip pat tarptautiniai santykiai, gali daryti didelę įtaką pieno produktų kainų nustatymui.
- **kintančios rinkos sąlygos** - pieno produktų kainų prognozavimas yra sudėtingas dėl kintančių rinkos sąlygų, įskaitant gamtos reiškinius ir geopolitinius iššūkius, kurie gali turėti tiesioginį poveikį pieno produktų pasaulinei prekybai ir kainų formavimuisi [9].

Pieno produktų kainų dinamika pastaraisiais metais Lietuvoje ir užsienyje buvo įvairi, veikiama tiek vietinių, tiek globalių ekonominių veiksnių. 2024 m. Lietuvos pieno produktų ir jų alternatyvų rinka rodo stabilizaciją – tai siejama su vyriausybės pastangomis suvaldyti infliaciją bei laipsnišku disponuojamų pajamų atsigavimu po ekonominių iššūkių 2022 – 2023 m., kuriuos lėmė tiek COVID-19 pandemija, tiek geopolitiniai veiksniai. Vis dėlto pagrindiniai produktai, tokie kaip šviežias pilno riebumo karvės pienas, išlieka būtini vartotojų racione ir sudaro didžiąją rinkos dalį [10]. Užsienyje 2024 m. pieno produktų rinka pasižymėjo reikšmingais pokyčiais, atspindinčiais tiek pasiūlos, tiek paklausos dinamiką. Tarptautinės pieno kainos toliau kilo, ypač sviesto, kur kainų augimą lėmė ribota pieno pasiūla ir stipri paklausa [11]. Europos Sąjungoje pieno gamyba šiek tiek sumažėjo dėl mažėjančio karvių skaičiaus ir gamybos sąnaudų, ypač Vokietijoje, Prancūzijoje ir Lenkijoje. Nepaisant to, sūrio gamyba išliko stabili, nes gamintojai prioritetą teikė pelningesniems produktams [12]. Kinijoje pieno gamyba sumažėjo antrus metus iš eilės, o tai atspindi mažėjantį karvių skaičių ir ekonominius iššūkius, tačiau tikimasi, kad 2025 m. paklausa atsigaus, o importas padidės, nors ir lėtesniu tempu [13]. Australijoje pieno gamyba padidėjo 1 %, nes pagerėjo darbo jėgos prieinamumas ir sumažėjo galvijų kainos, sūrio gamyba išaugo 5 %, o eksportas atsigavo dėl didėjančios paklausos Azijos rinkose [14]. Jungtinėse Valstijose pieno kainos padidėjo, nes gamyba augo lėčiau nei tikėtasi, o paklausa išliko stipri tiek vidaus, tiek užsienio rinkose [14]. Lenkijoje sviesto kainos per 2024 m. padidėjo daugiau nei 40 %, o tai paskatino vyriausybę parduoti strategines atsargas siekiant stabilizuoti rinką [15].

Visgi, šiame darbe tiriama Lietuvos pieno produktų kainų dinamika, todėl siekiant įvertinti šiuolaikinę situaciją, remiamasi naujausiais Žemės ūkio duomenų centro (ŽŪDC) duomenimis [16]. 2023 – 2024 m. laikotarpiu pieno produktų kainos Lietuvoje pasižymėjo svyravimais, kuriuos lėmė įvairūs ekonominiai ir globalūs veiksniai – nuo žaliavų ir gamybos kaštų iki paklausos pokyčių bei infliacijos poveikio. Bendra tendencija rodo, kad kainos 2023 m. pradžioje buvo aukštesnės, tačiau vėliau jos po truputį mažėjo, parodydamos tiek vidaus rinkos stabilizavimąsi, tiek tarptautinių kainų korekcijas. Ši dinamika išlieka aktuali analizuojant rinkos elgseną ir modeliuojant tolimesnes kainų prognozes [16].

Remiantis duomenimis, galima išanalizuoti konkretesnes pieno produktų kainų dinamikas Lietuvoje per 2023 – 2024 metus, atkreipiant dėmesį į kainų pokyčius ir galimas jų priežastis [16]:

- **bazinio pieno kaina.** 2023 m. pradžioje bazinio pieno supirkimo kaina siekė apie 0.45 EUR/kg (450 EUR/tona be PVM), tačiau metų pabaigoje sumažėjo iki maždaug 0.40 EUR/kg (400 EUR/tona). 2024 m. Pradžioje tendencija tęsėsi – kaina smuktelėjo iki 0.37 EUR/kg (370 EUR/tona), daugiausia dėl stabilizuotų gamybos sąnaudų ir šiek tiek sumažėjusios paklausos.
- **sviesto (82 % riebumo) kaina.** 2024 m. vidutinė sviesto pardavimo kaina be PVM gamintojams Lietuvoje siekė 7.48 EUR/kg (tai yra 7480 EUR/tona) ir buvo 15.08 % didesnė nei ankstesniais metais. Šiam augimui įtakos turėjo ne tik žaliavų brangimas, bet ir 6.6 % sumažėjusi sviesto gamyba (pirmąjį 2024 m. pusmetį). Mažesnė pasiūla ir nuosekli paklausa išlaikė sviesto kainą aukštesniame lygyje.
- **Tilsit sūris.** 2023 m. pradžioje tilsit sūrio kaina buvo apie 2.89 EUR/kg, metų pabaigoje ji sumažėjo iki 2.79 EUR/kg, o 2024 m. pradžioje – apie 2.69 EUR/kg. Kainų mažėjimą galėjo lemti tiek vietiniai gamybos kaštai, tiek sumažėjusios žaliavų kainos.
- **Gouda sūris.** Sūrio kaina 2023 m. pradžioje siekė 2.95 EUR/kg, metų pabaigoje – 2.85 EUR/kg, o 2024 m. pradžioje – apie 2.75 EUR/kg. Šis mažėjimas atspindi bendrą pieno produktų rinkos tendenciją ir korekciją po 2022 m. kainų šuolio.

Apibendrinant, šie rezultatai rodo, kad pagrindinių pieno produktų kainos Lietuvoje 2024 metais išliko gana aukštos, o tai dar kartą patvirtina rinkos jautrumą tiek vidaus veiksniams, tiek tarptautinėms ekonominėms tendencijoms.

Kuriant įrankį pieno sektoriaus produktų rinkos kainų dinamikai tirti, reikalingas modelis, kuris atsižvelgtų į išorinius faktorius, kad būtų gaunama tikslesnė kainų prognozė. Nagrinėjamoje literatūroje, kurioje tirtos kainų dinamikos, pastebėti dažniausiai naudojami modeliai. Straipsnyje [17] aprašoma ARIMA modelių taikymas prognozuojant pieno kainas Ukrainos rinkoje, kur šis modelis buvo naudojamas aprašant kainų pokyčius ir prognozuojant būsimas pieno bei pieno produktų kainas 2017 – 2019 m. laikotarpiu [17]. Taip pat tam pačiame tyrime išryškunami įvairių ekonometrinių modelių, įskaitant regresinę analizę, taikymą, pabrėžiant jų praktinę vertę suprantant kainų judėjimus ir tokius veiksnius kaip pasiūlos pokyčiai ar politikos kaita. Straipsnyje [17] minima, kad auga sudėtingesnių analizės metodų, kurie gali apimti mašininio mokymosi metodus prognozuojant ateities kainas žemės ūkio rinkose, svarba. Tyrime [18] naudojami ARMA modeliai pieno produktų kainų analizei, kurie leidžia prognozuoti kainų tendencijas remiantis ankstesnėmis vertėmis. Šie modeliai yra naudingi stacionarioms laiko eilutėms, kurios neparodo didelių svyravimų per trumpą laiką. Kitame darbe buvo naudojamas autoregresijos ARCH – GARCH modelis, siekiant analizuoti 2015 – 2018 m. šviežio pieno kainų dinamiką Indonezijos pieno gamintojų regionuose – Rytų Javoje, Vakarų Javoje ir Centrinėje Javoje [19]. Straipsnyje [20] naudojamas modifikuotas Reserve – Cobweb modelis nagrinėjant kiaulienos atsargų poveikį kiaulienos ir jos kainų svyravimams Kinijoje 2009 – 2015 m. laikotarpiu.

Be tradicinių statistinių modelių, pastaruoju metu vis dažniau pasitelkiami pažangūs metodai, tokie kaip fuzzy logika, kurie leidžia apdoroti neapibrėžtą informaciją prognozuojant kainų dinamiką. Pavyzdžiui, [21] tyrime fuzzy logika buvo taikoma kuriant hibridinį modelį su konvoliuciniais neuroniniais tinklais (CNN), siekiant tiksliai prognozuoti žaliavinio pieno kainas pagal vartotojų

elgseną. Kitame tyrime [22] buvo integruotas fuzzy informacijos granuliavimas su atraminių vektorių mašina (SVM) ir MEA, kad būtų galima efektyviai prognozuoti žemės ūkio produktų kainų svyravimus. Tokie metodai rodo didelį pritaikomumo potencialą ir yra tikslingi taikant kainų prognozes sektoriuose, jautriuose įvairiems vidiniams ir išoriniams pokyčiams.

Visgi, atliekant rinkos kainų analizę, svarbu atsižvelgti į tai, kad prekių pasiūla dažnai vėluoja reaguodama į paklausos pokyčius. Daugelis tyrėjų savo darbuose šio vėlavimo neanalizuoja ir remiasi matematiniais modeliais, kurie šio aspekto neapima.

## 1.2. Lambert funkcijų testas

Šiame darbe bus apžvelgtas įrankis, skirtas pieno produktų kainų dinamikos analizei. Pieno pramonė yra sudėtinga tiekimo grandinė, aprėpianti pieno gamintojus, vartotojus, įvairias įmones ir valstybės institucijas. Norint užtikrinti tvarų šios pramonės augimą, būtina stebėti vartotojų rinką ir prognozuoti kainų pokyčius, kad būtų galima tinkamai reaguoti į vartojimo tendencijas ir nepažeisti nusistovėjusių kainodaros principų. Lamberto funkcijos metodas gali būti ypač naudingas tokio įrankio kūrimo, nes jis padeda įvertinti svarbiausius veiksnius, lemiančius pieno produktų kainų dinamiką. Kelios priežastys, kurios pagrindžia Lamberto funkcijų metodo svarbumą [23]:

- **sprendžia transcendentalias lygtis** - analizuojant kainų dinamiką, ypač kai atsiranda vėlavimai tarp įvykių, Lamberto funkcija padeda rasti sprendimus diferencialinėms lygtims su vėlavimo argumentu, kurios būdingos pieno produktų rinkai.
- **neapibrėžtų funkcijų sprendimas** - ekonometrijos modeliavime dažnai pasitaiko, jog analizuojams kainos remiasi sudėtingomis eksponentinėmis ar logaritminėmis funkcijomis. Šios lygtys gali atrodyti neįveikiamos naudojant standartinius matematinius metodus, tačiau Lamberto  $W$  funkcija suteikia galimybę rasti tikslių sprendimą tokioms lygtims.
- **modelių sudėtingumas** - tyrimuose, kai dinamika gali būti itin sudėtinga ir sunkiai modeliuojama naudojant paprastus regresinius ar laiko eilučių modelius, Lamberto funkcija leidžia apimti sudėtingesnes matematinės struktūras.
- **tikslumas ir efektyvumas** - Lamberto  $W$  funkcija leidžia padidinti skaičiavimų tikslumą, ypač esant nepastovioms ar greitai kintančioms rinkos sąlygoms, kurios yra būdingos pieno produktų rinkai.

Lamberto funkcija padeda išsamiai analizuoti kainų elgseną, suteikiant galimybę suprasti, kai įvairūs veiksniai veikia kainų pokyčius, o tai ypač svarbu kuriant tikslius modelius, kurie leidžia numatyti būsimas kainų tendencijas ir rinkos svyravimus.

Lamberto funkcijos taikymas nėra ribojamas tik pieno produktų kainų analize, tai plačiai naudojama įvairiose srityse, kur reikalinga duomenų stabilizacija ar nestruktūrinių reiškinių analizė. Lambert  $W$  funkcijos transformacija gali būti naudojama pašalinti sunkiųjų „uodegų“ ir didelės asimetrijos efektą, pavyzdžiui, straipsnyje [24] siūlomas Lambert  $W \times F$  modelis leidžia taikant atvirkštinę Lambert  $W$  funkciją transformuoti atsitiktinį kintamąjį taip, kad būtų pašalintos sunkios „uodegos“ ir duomenų pasiskirstymas taptų arčiau normalaus [24]. Taip pat Lambert  $W$  transformacijos pritaikymas finansų laiko eilutėms (S&P 500 indekso logaritminėms gražoms) reikšmingai sumažina pasiskirstymo „uodegų“ masyvumą, padarydamas duomenis artimesnius normaliam skirstiniui [25].

Tai rodo, jog Lambert W funkcija gali pagerinti duomenų stabilumą, ypač finansų laiko eilutėse, kur dažnai pasitaiko dideli svyravimai.

Lambert W transformacija taip pat padeda koreguoti duomenų asimetriškumą. Mokslinėje literatūroje [26] pažymima, kad pritaikius Lambert W funkciją prie asimetriško pasiskirstymo galima gauti daug simetriškesnį atsitiktinį kintamąjį. Lambert W transformacijos pagrindu sukonstruotos Lambert W x F skirstinių šeimos suteikia lankstų būdą aprašyti ir transformuoti nuokrypių turinčius duomenis. Praktikoje tai reiškia, kad duomenys po tokios transformacijos geriau tenkina klasikinių statistinių modelių prielaidas, kaip normalumo ar homoskedastiškumo [27].

Lambert W funkcija randama ir rinkų dinamikos modeliuose, susijusiuose su maisto produktų kainomis bei jų stabilumo analize. Naujausiame tyrime [28] nagrinėja rinkos kainų stabilumą, ypač atsižvelgiant į maisto produktų kainų svyravimus, pasitelkdami diferencialinių lygčių sprendimą Lambert W funkcijos metodu. Darbo autoriai pažymi, kad maisto prekių kainos yra nepastovios, todėl staigūs kainų šuoliai gali turėti rimtų trumpalaikių ir ilgalaikių pasekmių. Siekiant analitiškai įvertinti tokios sistemos stabilumą, modelyje įdiegtas vėlavimas tarp pasiūlos ir paklausos, o tam lygčių sprendimui pritaikytas Lambert W funkcijos metodas. Šis Lambert W metodas leido gauti analitinius sprendinius, padedančius greitai įvertinti rinkos stabilumo sąlygas esant skirtingiems parametrams. Konkrečiai, minėtas tyrimas parodė, kad Lambert W metodo dėka galima efektyviai iširti, kaip įvairūs veiksniai įtakoja kainų dinamikos stabilumą maisto prekių rinkoje. Gautos išvalgos leidžia geriau suprasti, kokiomis sąlygomis rinka išlieka stabili ir kaip galima sušvelninti nestabilius kainų svyravimus [28].

### **1.3. Fuzzy logika**

Fuzzy logika yra metodas, skirtas sudėtingoms ir netiesinėms sistemoms valdyti. Ji remiasi neapibrėžtumu, todėl suteikia lankstesnį požiūrį į sprendimų priėmimą. Skirtingai nuo tradicinių metodų, fuzzy logika gali apdoroti neaiškią informaciją ir integruoti žmogaus patirtį į sprendimų priėmimo procesą [29].

Vienas iš pagrindinių fuzzy logikos privalumų yra gebėjimas apdoroti neapibrėžtus ir sudėtingus procesus, kurie negali būti tiksliai modeliuojami naudojant tradicinius matematikos metodus – tai ypač naudinga, kai yra netiesinių priklausomybių arba kai procesai apima daug neapibrėžtumų. Šis metodas ypač plačiai taikomas tokiose srityse kaip automatikos valdymas, sprendimų paramos sistemos ir procesų modeliavimas [30]. Straipsniuose „Skysčio lygio valdymas taikant fuzzy logiką“ ir „Decision Support Using Fuzzy Cognitive Maps“ nagrinėjami konkretūs fuzzy logikos taikymo pavyzdžiai, kurie atskleidžia šios metodikos privalumus. Pavyzdžiui, skysčio lygio valdymo sistemoje fuzzy logika leidžia ne tik tiksliai valdyti dinamiką, bet ir sumažinti sistemos reakcijos laiką bei pagerinti bendrą valdymo efektyvumą. Fuzzy logika taip pat naudojama kaip pagrindas kuriant sprendimų paramos sistemas, kurios gali priimti sprendimus net esant ribotai ar neaiškiai informacijai. Tokios sistemos yra itin svarbios sudėtingose situacijose, pavyzdžiui, modeliuojant klimato kaitos poveikį arba optimizuojant išteklių valdymą pramonės sektoriuje [29, 31]. Straipsnyje „A Fuzzy Logic based Trend Impact Analysis method“ nagrinėjamas fuzzy logikos taikymas prognozuojant netikėtus įvykius ir jų poveikį. Jame pateikiama metodika, kuri apjungia fuzzy logiką su Monte Carlo simuliacijomis, siekiant įvertinti scenarijų tikimybę ir jų galimą įtaką. Šis metodas leidžia ne tik analizuoti kompleksines situacijas, bet ir priimti strateginius sprendimus neapibrėžtumo

sąlygomis, o tai dar labiau išplečia fuzzy logikos pritaikymo galimybes sprendimų paramos sistemose ir strateginiame planavime [32].

Fuzzy logikos metodas buvo sukurtas spręsti problemas, susijusias su neapibrėžtumu sistemose, kuriose tradiciniai metodai, tokie kaip griežtai deterministiniai modeliai, yra neveiksmingi. Tradicinių metodų pagrindinė problema yra nesugebėjimas tiksliai aprašyti netiesinių ir kompleksinių procesų [30]. Tradiciniai metodai, tokie kaip tiesinės programavimo technikos ar deterministiniai modeliai, dažnai susiduria su šiais sunkumais [30]:

- negalėjimas apdoroti neaiškių duomenų,
- reikalavimas turėti išsamų ir tikslų problemos matematinį modelį,
- ribota galimybė parodyti žmogiškojo mąstymo ir sprendimų priėmimo procesus.

Fuzzy logika, kaip alternatyva, leidžia išspręsti šiuos trūkumus, nes ji remiasi ne griežtais skaičiavimais, o lingvistinėmis taisyklėmis ir fuzzy aibėmis, kurios apibūdina tikimybes intervale [0,1]. Pavyzdžiui, straipsnis „Decision Support Using Fuzzy Cognitive Maps“ parodo, kaip fuzzy logikos metodai gali būti naudojami sprendimų priėmimui neapibrėžtose situacijose. Čia fuzzy kognityviniai žemėlapiai leidžia analizuoti sudėtingas sistemas, modeliuojant jų tarpusavio priklausomybes. Šis metodas suteikia galimybę generuoti sprendimus situacijose, kuriose tradiciniai deterministiniai modeliai nepavyktų [31]. Straipsnyje „A Fuzzy Logic based Trend Impact Analysis method“ aptariama, kaip fuzzy logikos metodai, apjungti su Monte Carlo simuliacijomis, padeda spręsti problemas, susijusias su netikėtais įvykiais ir jų poveikiais. Šis požiūris leidžia ne tik analizuoti dinamiškai kintančias situacijas, bet ir geriau valdyti neapibrėžtumą, kuris dažnai būna neįveikiamas tradiciniams metodams [32]. Fuzzy logika taip pat pasitelkiama valdant sistemų parametrus, kai jų dinamika kinta laike. Pavyzdžiui, skysčio lygio valdymas parodė, kad fuzzy logikos reguliatoriai efektyviau nei PI reguliatoriai tvarkosi su pereinamuoju procesu ir dinaminiais nuokrypiais – tai pabrėžia fuzzy logikos gebėjimą užtikrinti sistemos stabilumą net sudėtingomis sąlygomis [29].

Fuzzy logikos metodų taikymas tampa vis aktualesnis, nes šiuolaikinės sistemos dažnai apima sudėtingus ir netiesinius procesus, kurių tradiciniai metodai negali tiksliai modeliuoti. Pavyzdžiui, tokie procesai būdingi šioms sritims:

- **pramoninių procesų kontrolė.** Fuzzy logika leidžia efektyviai reguliuoti pramonines sistemas, kai procesų dinamika yra sudėtinga arba kintanti, pvz., gamybos linijų optimizavime ar temperatūros ir slėgio valdyme chemijos pramonėje [29].
- **medicininiai sprendimų paramos įrankiai.** Medicinoje fuzzy logika naudojama sprendimų paramos sistemose, kurios gali padėti gydytojams priimti sprendimus esant ribotai informacijai arba kai simptomai yra neapibrėžti. Pavyzdžiui, diagnozės nustatymo ar gydymo plano sudarymo algoritmai remiasi fuzzy logika, siekiant įvertinti tikimybinius scenarijus [31,32].
- **klimato kaitos poveikio modeliavimas.** Fuzzy logika naudojama analizuoti sudėtingus ir netikėtus klimato kaitos scenarijus, leidžiant modeliuoti neapibrėžtumą ir dviprasmybes, būdingas šiai sričiai. Pavyzdžiui, straipsnyje „A Fuzzy Logic based Trend Impact analysis

method“ aprašoma, kaip fuzzy logika gali padėti numatyti netikėtų įvykių poveikį aplinkai ir žmonėms [32].

Šių sričių pavyzdžiai rodo, kad fuzzy logika yra itin svarbi sprendžiant sudėtingas problemas, kai neapibrėžtumas ar procesų kintamumas apsunkina tradicinių metodų taikymą. Šis metodas ne tik papildo tradicinius deterministinius modelius, bet ir leidžia juos peržengti, suteikdamas galimybę įtraukti žmogiškąją intuiciją ir patirtį į sprendimų priėmimo procesą. Poreikis geriau valdyti tokias sudėtingas situacijas ir spręsti problemas, susijusias su neapibrėžtumu, daro fuzzy logiką svarbia tiek akademinėse, tiek praktinėse srityse. Be to, integravus fuzzy logiką su Monte Carlo simuliacijomis ar kitais pažangiais modeliais, kaip aprašyta [32] straipsnyje, jos potencialas tik dar labiau išauga [32].

Fuzzy logikos taikymas yra platus ir įvairus, apimantis daugelį sričių, kuriose tradiciniai metodai pasirodo riboti dėl sudėtingumo ar neapibrėžtumo. Šiame skyriuje aptariami pagrindiniai fuzzy logikos taikymo aspektai ir realūs pavyzdžiai.

- **Valdymo sistemos.** Fuzzy logika plačiai naudojama įvairiose valdymo sistemose dėl savo gebėjimo adaptuotis prie kintančių sąlygų. Atliktame tyrime [29] buvo parodyta, kad skysčio lygio valdymo sistema, paremta fuzzy logika, pranoksta tradicinius proporcinus - integracinius (PI) reguliatorius. Šios sistemos užtikrina greitesnę reakcijos laiką, mažesnius dinamikos nuokrypius ir didesnę stabilumą net sudėtingomis sąlygomis [29].
- **Dirbtinis intelektas.** Fuzzy logikos integracija su dirbtinio intelekto (DI) metodais atveria naujas galimybes. Pavyzdžiui:
  - neuroniniai tinklai padeda optimizuoti fuzzy taisyklių bazę ir priklausomybės funkcijas [30];
  - genetiniai algoritmai leidžia tobulinti sistemų veikimą, efektyviai randant geriausius parametrus [30];
  - sprendimų paramos sistemos – fuzzy logika taikoma medicinoje, logistikos planavime ir kitose srityse, kur reikia priimti sprendimus esant neapibrėžtoms sąlygoms [31].
- **Klimato kaitos modeliavimas.** Straipsnyje „Decision Support Using Fuzzy Cognitive Maps“ nagrinėjama, kaip fuzzy logika naudojama klimato kaitos poveikio analizėje. Fuzzy kognityviniai žemėlapiai leidžia modeliuoti ir numatyti sudėtingų sistemų, tokių kaip klimato pokyčių ar jų poveikio ekosistemoms, sąveiką. Šis metodas padeda ne tik suprasti dabartinę situaciją, bet ir priimti efektyvesnius sprendimus dėl išteklių valdymo [31].
- **Automatikos procesai.** Pramonės sektoriuje fuzzy logika naudojama optimizuoti gamybos procesus, pavyzdžiui:
  - temperatūros ir slėgio kontrolė chemijos pramonėje [30];
  - roboto manipulatoriaus judesių valdymas gamyboje [30];
  - transporto priemonių stabdymo sistemos, kur fuzzy logika leidžia išlaikyti saugumą net esant dviprasmiškoms situacijoms, pavyzdžiui, slidžiam keliui [29].
- **Medicininės diagnostikos sistemos.** Medicinoje fuzzy logika naudojama sprendimų paramos sistemose, kurios padeda gydytojams nustatyti diagnozę ar pasiūlyti gydymo būdus remiantis

simptomų neapibrėžtumu. Pavyzdžiui, sistema gali įvertinti paciento simptomus ir pateikti tikimybinį diagnozės įvertinimą [32].

- **Transporto planavimas ir logistika.** Fuzzy logika naudojama sprendžiant logistikos optimizavimo problemas, tokias kaip maršrutų planavimas ar krovinių paskirstymas. Ji leidžia įvertinti daugybę faktorių, pavyzdžiui, transporto priemonių užimtumą, kelio sąlygas ir laiko apribojimus [30].
- **Finansų analizė.** Fuzzy logika taip pat taikoma finansų srityje, analizuojant rizikas ir optimizuojant investicijas. Ji padeda modeliuoti neapibrėžtumus, būdingus rinkos pokyčiams [32].
- **Poveikis pramonės ir mokslo sritims.** Fuzzy logikos taikymas leidžia:
  - pagerinti procesų efektyvumą ir stabilumą [29, 30];
  - priimti tikslesnius sprendimus esant netikrumui [31];
  - sukurti naujas technologijas ir sprendimus, kurie anksčiau buvo sunkiai įgyvendinami dėl duomenų ar sąlygų sudėtingumo [32].

#### 1.4. R Shiny įrankis

Kuriant duomenų prognozavimo modelius, ypač ekonominių ar kainų dinamikos, labai svarbu ne tik apskaičiuoti tikslias prognozes, bet ir jas tinkamai ir aiškiai pateikti. Interaktyvus duomenų atvaizdavimas leidžia vartotojui greitai suprasti pokyčių tendencijas, palyginti skirtingus laikotarpius, identifikuoti reikšmingus svyravimus ar sezoniškumą. Tokia vizualizacija tampa labai reikšminga, kai analizuojami keli scenarijai, modeliai ar sudėtingos laiko eilutės. Be to, sąsaja suteikia galimybę aktyviai įtraukti vartotoją – jis gali filtruoti duomenis, pasirinkti norimą laikotarpį ar modelį, taip padidindamas analizės efektyvumą ir interpretacijos tikslumą, todėl prognozavimo sistemoms būtina integruoti interaktyvias vartotojo sąsajas, leidžiančias lengvai suprasti prognozių rezultatus ir priimti duomenimis pagrįstus sprendimus [33].

Šiame darbe interaktyviam prognozių vizualizavimui pasirinkta naudoti R Shiny – jis pasirinktas dėl savo lankstumo, patogumo bei galimybės integruoti tiek skaičiavimų rezultatus, tiek grafikinius atvaizdavimus.

R Shiny yra interaktyvių žiniatinklio programų kūrimo sistema, leidžianti vartotojams dinamiškai analizuoti duomenis ir vizualizuoti rezultatus. Maisto kainų prognozavimo srityje R Shiny suteikia galimybę kurti intuityvias sąsajas, kuriose vartotojai gali pasirinkti produktų kategorijas, laikotarpius ir modelius, bei gauti prognozes realiu laiku [33].

Straipsnyje [34] autorius sukūrė R Shiny programą, skirtą analizuoti maisto kainų pokyčius nuo 1974 iki 2015 metų. Ši programa leidžia vartotojams pasirinkti konkrečias maisto kategorijas ir stebėti jų kainų pokyčius laikui bėgant, lyginant vartotojų ir gamintojų kainų indeksus – tokia interaktyvi vizualizacija padeda geriau suprasti kainų dinamiką ir priimti pagrįstus sprendimus [34]. Kitas pavyzdys – GitHub platformoje pateikta R Shiny programa, leidžianti vartotojams įkelti savo duomenis ir taikyti įvairius laiko eilučių prognozavimo modelius, tokius kaip ARIMA, Holt - Winters ar TBATS. Programa suteikia galimybę vizualizuoti prognozes ir palyginti skirtingų modelių rezultatus, kas ypač naudinga analizuojant maisto produktų paklausos tendencijas [35]. Dar vienas projektas „Forecast R - Shiny“ siūlo vartotojams prognozuoti mėnesinę paklausą taikant įvairius laiko

eilučių modelius ir lyginti jų našumą. Ši programa leidžia įkelti paklausos duomenis CSV formatu, filtruoti duomenis pagal regioną, šalį, produktą ir SKU (angl. Stock Keeping Unit) numerį, bei atlikti tiek vieno SKU, tiek kelių SKU prognozes vienu metu. Be to, vartotojai gali vizualizuoti duomenis, tokius kaip sezoniškumo grafikai, ACF grafikai, kas padeda geriau suprasti duomenų struktūrą ir tendencijas [36].

Šie pavyzdžiai rodo, kad R Shiny yra galingas įrankis, leidžiantis kurti interaktyvias programas, skirtas maisto kainų analizei ir prognozavimui. Jo lankstumas ir galimybė pridėti bei pasirinkti įvairius modelius daro jį ypač naudingą tiek akademinėje, tiek praktinėje veikloje.

Apibendrinant literatūros analizę, galima teigti, jog kainų prognozavimas yra svarbi ekonominės veiklos dalis, leidžianti įmonėms ir institucijoms priimti pagrįstus sprendimus bei planuoti veiklą atsižvelgiant į rinkos svyravimus. Rinkos kainų prognozavimas yra kompleksiškas procesas, reikalaujantis įvairių veiksnių analizės – nuo pasiūlos ir paklausos svyravimų iki makroekonominių bei politinių pokyčių. Analizuojant pieno produktų kainų prognozavimo metodus, pastebėta, kad daugiausia naudojami laiko eilučių modeliai, regresiniai metodai ir dirbtinio intelekto algoritmai, kurie leidžia vertinti rinkos svyravimus ir prognozuoti kainas. Be to, literatūroje nagrinėjami pažangesni metodai, tokie kaip Lamberto funkcijos, leidžiančios vertinti duomenų stabilumą ir gerinti prognozių kokybę. Taip pat vis dažniau taikoma fuzzy logika padeda įtraukti ekspertines taisykles ir ekonominius veiksnius į modeliavimą. Svarbu paminėti ir R Shiny aplikacijų pritaikymą praktiniams sprendimams, leidžiantį vizualizuoti ir analizuoti prognozių rezultatus interaktyvioje aplinkoje. Šie metodai kartu sudaro teorinį pagrindą, leidžiantį kurti pažangias kainų prognozavimo sistemas.

## 2. Duomenys ir tyrimo metodai

Šiame skyriuje aprašomi tyrime naudoti duomenys ir metodai, kurie buvo taikyti pieno produktų kainų prognozavimui. Pirmiausia nurodomi pasirinkti pagrindiniai pieno produktai – bazinis pienas, sviestas, tilsit ir gouda tipo sūriai bei aprašomi pasirinktų veiksnių ryšiai su tiriamais produktais. Vėliau aprašomi taikyti metodai, tokie kaip stabilumo testai, Lambert W testas, ARIMA modeliai prognozavimui bei fuzzy logika, leidžianti įtraukti papildomas taisykles ir ekspertines žinias į galutinį prognozavimo modelį.

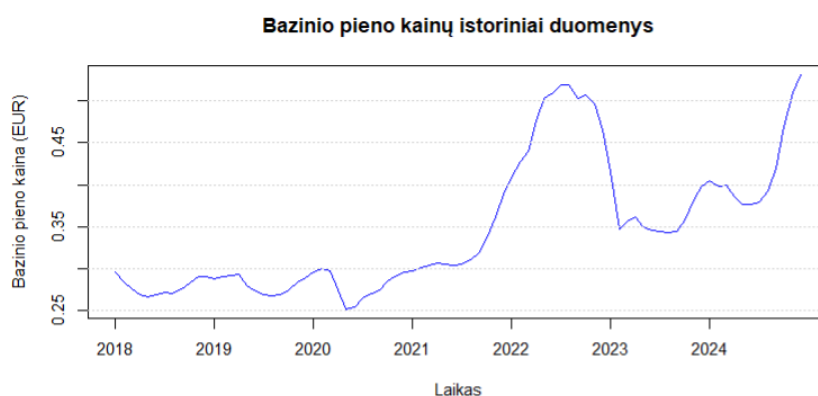
### 2.1. Duomenys

Tyrime naudoti pieno produktų kainų duomenys, kurie buvo surinkti iš Žemės ūkio duomenų centro (ŽŪDC), kuris pateikia detalią informaciją apie pieno produktų supirkimo kainas. Papildomi ekonominiai ir socialiniai veiksniai, galintys turėti įtakos kainų kitimui, buvo surinkti iš Eurostato ir Lietuvos statistikos departamento duomenų bazių. Duomenys apima laikotarpį nuo 2018 m. sausio mėn. iki 2024 m. guodžio mėnesio – šis laikotarpis pasirinktas dėl duomenų prieinamumo bei pakankamos trukmės, leidžiančios taikyti laiko eilučių analizės metodus ir įvertinti kainų kitimo pokyčius.

#### 2.1.1. Bazinis pienas

Pirmasis analizuojamas pieno produktas – bazinis pienas. Šis produktas pasirinktas dėl savo reikšmingumo Lietuvos žemės ūkio sektoriui – tai vienas pagrindinių žaliavinių produktų, kurio kaina daro įtaką visai pieno tiekimo grandinei, nuo gamintojų iki perdirbėjų ir vartotojų. Be to, šio produkto kainų kitimas dažnai parodo bendrąsias žemės ūkio ir maisto produktų rinkos pokyčius.

Bazinio pieno supirkimo kainų istoriniai duomenys analizuojami nuo 2018 metų iki 2024 metų pabaigos. Kaip matyti 1 paveiksle, nuo 2018 m. iki 2020 m. laikotarpiu kaina išliko gana stabili, svyravo apie 0.27 – 0.30 EUR. Nuo 2021 m. pastebimas kainų augimas, pasiekęs didžiausią reikšmę 2022 m. Viduryje, kai kaina pasiekė 0.52 EUR. Vėliau sekė kainų mažėjimas, tačiau nuo 2024 m. vidurio vėl kaina ženkliai išaugo, pasiekdama didžiausią reikšmę – 0.53 EUR/l.



**1 pav.** Bazinio pieno kainų istoriniai duomenys

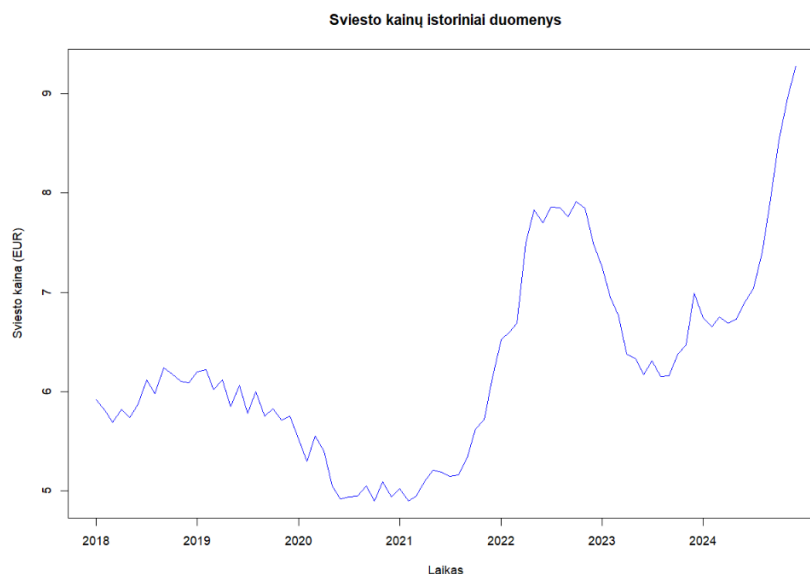
Bazinio pieno supirkimo kainos prognozavimo analizei buvo atrinkti 12 svarbiausių veiksnių, galinčių turėti įtakos pieno kainos pokyčiams. Tai yra bazinio pieno supirkimo kiekis, gamybos vertė, vartotojų kainų indeksas (VKI), bendrasis vidaus produktas (BVP), elektros energijos kaina, gamtinių dujų kaina, nuolatinių gyventojų skaičius, mėnesinis gimusių kūdikių skaičius, mėnesinis mirusiųjų

skaičius, karvių skaičius, imigrantų ir emigrantų skaičiai. Šie kintamieji pasirinkti remiantis ekonomine logika ir jų poveikiu žemės ūkio sektoriui bei pieno gamybai. Pavyzdžiui, gamybos vertė gali parodyti bendrą šalies žemės ūkio gamybos intensyvumą – augant gamybos vertei, gali didėti ir žaliavų poreikis bei kainos, elektros ir gamtinių dujų kainos yra svarbios, nes pieno supirkimas ir perdarbimas yra energetiškai imli veikla – augant energijos sąnaudoms, gali kilti ir žaliavos kainos. BVP bei VKI parodo bendrą šalies ekonominę būklę ir infliacinius dėsningumus, kurie gali daryti įtaką kainoms visoje tiekimo grandinėje, gyventojų skaičius, gimstamumas, mirtingumas, migracija – leidžia įvertinti vidaus rinkos paklausos kitimą, o karvių skaičius gali turėti tiesioginę įtaką pieno pasiūlai.

### 2.1.2. Sviestas

Kitas šiame darbe nagrinėjamas pieno produktas – sviestas. Šis produktas pasirinktas dėl didelės jo ekonominės svarbos tiek vartotojams, tiek gamintojams – sviesto kaina dažnai pasižymi aiškiais sezoniško ir rinkos pokyčiais.

Sviesto kainų istoriniai duomenys parodo, kad nuo 2018 metų kaina svyravo apie 5.5 – 6.5 EUR/kg, tačiau 2021 metų pabaigoje pradėjo kilti sparčiau. Aukščiausia kaina buvo fiksuota 2022 m. spalio mėnesį, kai kaina siekė 7.91 EUR/kg. Vėliau sekė kainų mažėjimas, tačiau nuo 2024 metų pradžios kaina vėl pradėjo kilti ir 2024 m. gruodžio mėnesį siekė 9.27 EUR/kg.



2 pav. Sviesto kainų istoriniai duomenys

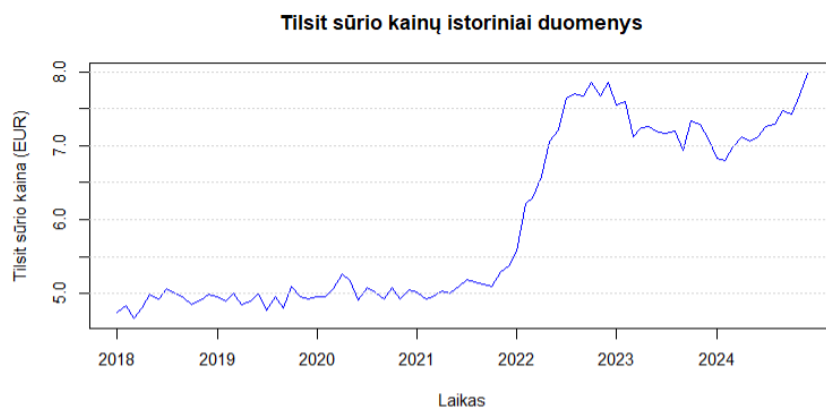
Sviesto kainos prognozavimui buvo atrinkti 18 reikšmingų veiksnių, galinčių turėti įtaką šio produkto kainos pokyčiams: bazinio pieno supirkimo kaina, bazinių rodiklių pieno supirkimo kiekis, sviesto pardavimo kiekis, gamybos vertė, sviesto importas ir eksportas, VKI, BVP, elektros energijos ir gamtinių dujų kainos, gyventojų skaičius, gimstamumas, mirtingumas, imigracija ir emigracija. Bazinio pieno supirkimo kaina ir pieno supirkimo kiekis parodo žaliavinio pieno kainą ir pasiūlą, o tai turi tiesioginę įtaką sviesto savikainai, sviesto pardavimo kiekis, importas ir eksportas leidžia suprasti, kokia yra paklausa Lietuvoje ir užsienyje, importo ir eksporto vertės padeda vertinti rinkos kainų lygį. Gamybos vertė parodo, kiek bendrai pagaminama žemės ūkyje – jei gamyba didėja, gali kilti ir žaliavų poreikis bei kainos. Elektros energijos ir gamtinių dujų kainos yra svarbios, nes sviesto gamyba naudoja daug energijos – brangstant energijai, brangsta ir gaminamas produktas, tuo tarpu

VKI ir BVP padeda įvertinti, kokia yra ekonominė situacija šalyje – ar auga kainos, ar gyventojai gali daugiau išleisti. Gyventojų skaičius, gimimų ir mirčių skaičius, imigrantų ir emigrantų skaičiai leidžia suprasti, kaip keičiasi vidaus paklausa. Šių skirtingų rodiklių įtraukimas į modelį leidžia visapusiškai įvertinti sviesto kainų svyravimus bei užtikrina didesnę prognozių patikimumą.

### 2.1.3. Tilsit sūris

Trečiasis tyrime analizuojamas produktas – tilsit tipo sūris, pasirinktas dėl reikšmingos rinkos dalies Lietuvos pieno produktų sektoriuje ir plačios vartotojų paklausos.

Tilsit sūrio kainų dinamika nuo 2018 metų pasižymėjo palyginti nedideliais svyravimais iki 2021 metų pabaigos, kai vidutinė kaina siekė apie 5 EUR/kg, tačiau nuo 2022 metų pradžios pastebimas staigus augimas, kainai pasiekiant net 7.86 EUR/kg. 2023 metais fiksuojamas kainų stabilizavimasis su trumpalaikiais kritimais, tačiau nuo 2024 metų pradžios kaina vėl kyla – 2024 m. gruodžio mėnesį kaina siekia net 7.98 EUR/kg.



3 pav. Tilsit sūrio kainų istoriniai duomenys

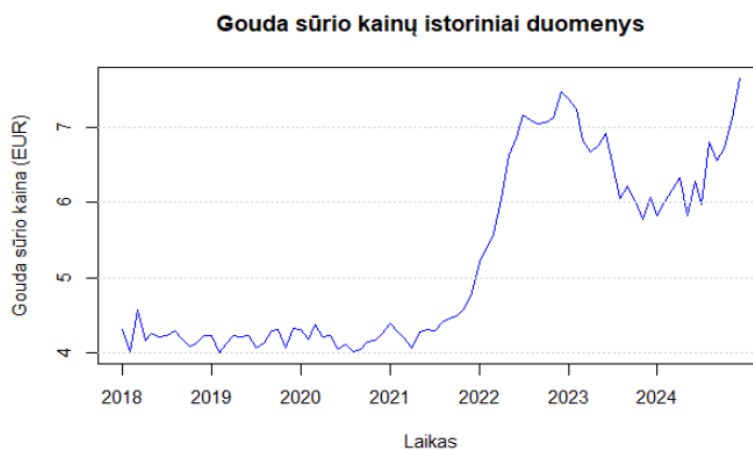
Tilsit sūrio kainų prognozei buvo pasirinkti įvairūs veiksniai, galintys turėti įtakos šio produkto kainų pokyčiams. Bazinio pieno supirkimo kaina ir pieno supirkimo kiekis yra tiesiogiai susiję su pagrindine sūrio žaliava – pienu, tad brangstant pienui ar mažėjant jo pasiūlai, gali augti ir sūrio savikaina. Tilsit sūrio pardavimo kiekis leidžia įvertinti, kokio masto yra šio produkto paklausa šalies rinkoje – didėjantis pardavimų skaičius gali parodyti apie didesnę vartojimą ir galimą kainų augimą. Gamybos vertė parodo bendrą žemės ūkio sektoriaus aktyvumą, kuris daro įtaką pieno ir sūrių gamybos apimtims, tuo tarpu elektros energijos ir gamtinių dujų kainos yra svarbios dėl to, kad sūrio gamyba, brandinimas ir laikymas reikalauja daug energijos – brangstant energijai, didėja ir gamybos sąnaudos. VKI ir BVP leidžia įvertinti bendrą šalies ekonominę situaciją bei infliacijos lygį. Gyventojų skaičius, gimstamumas, mirtingumas, imigracija ir emigracija, padeda suprasti, kaip kinta vidaus rinkos struktūra – augant gyventojų skaičiui ar didėjant šeimų skaičiui, dažnai didėja ir tokių kasdien vartojamų produktų, kaip tilsit sūris, paklausa. Šių skirtingų veiksnių įtraukimas į modelį leidžia tiksliau prognozuoti tilsit sūrio kainų pokyčius bei geriau suprasti jų priežastis.

### 2.1.4. Gouda sūris

Ketvirtasis šiame darbe nagrinėjamas produktas – gouda tipo sūris. Šis sūris pasirinktas dėl reikšmingos rinkos pozicijos ir plačios vartotojų paklausos. Šis sūris yra vienas populiariausių tiek

Lietuvoje, tiek tarptautinėje pieno produktų rinkoje, o jo kaina dažnai reaguoja į žaliavų kainų bei paklausos pokyčius.

Remiantis istoriniais duomenimis, nuo 2018 m. gouda sūrio kaina išliko gana stabili iki 2021 m. pabaigos, nuo 2022 m. pradžios pastebimas spartus kainos augimas, kuris 2022 m. gruodžio mėnesį pasiekė aukščiausią kainą – 7.46 EUR/kg. Vėliau sekė kainos mažėjimas, tačiau nuo 2024 m. kainos vėl ėmė augti ir 2024 m. gruodžio mėnesį kaina pasiekė net 7.64 EUR/kg.



**4 pav.** Gouda sūrio kainų istoriniai duomenys

Gouda sūrio kainų analizėje buvo pasirinkti labai panašūs veiksniai (iš viso 14 veiksnių) kaip ir tilsit atveju, kadangi abu produktai priklauso tai pačiai sūrių kategorijai ir jų gamybai naudojamos labai panašios žaliavos bei procesai. Bazinio pieno supirkimo kaina bei pieno supirkimo kiekis yra vieni svarbiausių veiksnių, kadangi tiek gouda, tiek tilsit yra pieno pagrindu gaminami produktai. Žaliavinio pieno kaina ir kiekis tiesiogiai lemia gamybos savikainą bei galutinės kainą rinkoje. Gouda sūrio pardavimo kiekis, kaip ir tilsit atveju, leidžia įvertinti vartotojų paklausą – padidėjęs pardavimas gali rodyti išaugusį vartojimą ir tuo pačiu turėti įtakos kainų dinamikai. Gamybos vertė, elektros energijos bei gamtinių dujų kainos yra svarbios dėl gamybos sąnaudų – tiek gouda, tiek kiti sūriai reikalauja ilgalaikio laikymo, šaldymo ir apdorojimo, todėl energetiniai veiksniai turi tiesioginį poveikį galutinei kainai. VKI ir BVP – taip pat yra aktualūs, nes parodo bendrą ekonominę situaciją, vartotojų perkamąją galią bei infliacijos lygį, nuolatinių gyventojų skaičius, gimusių kūdikių ir mirusiųjų skaičius, imigrantų ir emigrantų srautai, padeda suprasti, kaip kinta vidaus paklausa. Augant gyventojų skaičiui ar keičiantis migracijos srautams, gali kisti vartojimo įpročiai, o tai atsiliepia ir tokių produktų kaip gouda sūris paklausai. Įtraukus šiuos veiksniai į prognozavimo modelį, galima tiksliau numatyti gouda kainų kitimo tendencijas bei geriau suprasti, kas lemia jų svyravimus.

## 2.2. Tyrimo metodai

Šiame tyrime pieno produktų kainų prognozavimui taikyti matematiniai ir statistiniai metodai, leidžiantys įvertinti kainų dinamiką bei numatyti galimus pokyčius ateityje. Pradžioje atlikta koreliacinė analizė, padėjusi įvertinti ryšius tarp tiriamos pieno produktų kainos ir nepriklausomų veiksnių. Tai leido identifikuoti stipriausius statistinius ryšius bei preliminariai atrinkti reikšmingus kintamuosius. Tuomet taikyta vėlavimo analizė, siekiant nustatyti, koku laikotarpiu nepriklausomi veiksniai daro didžiausią poveikį kainų pokyčiams. Remiantis šia analize, kintamiesiems buvo pritaikytas 1 mėnesio vėlavimas, kuris vėliau panaudotas regresijos ir fuzzy logikos modeliuose.

Vėliau atlikta regresinė analizė, padėjusi statistiškai pagrįsti ryšius tarp kainos ir atrinktų veiksnių. Tai leido tiksliai nustatyti svarbiausius kintamuosius, turinčius įtaką kainų pokyčiams. Norint įvertinti modelio stabilumą, taikyta stabilumo analizė, grindžiama diferencialinėmis lygtimis su vėlavimu. Tokiuose modeliuose sprendimams taikyta Lamberto W testas, kuri padeda nustatyti, ar sistema yra stabili. Be to, taikyti stabilumo testai: Shapiro – Wilk ir ADF testas suteikia galimybę patikimai įvertinti modelių tinkamumą. Toliau kainų prognozavimui naudotas ARIMA modelis, leidžiantis analizuoti laiko eilučių struktūrą ir prognozuoti remiantis istorinėmis reikšmėmis. Galiausiai prognozės buvo koreguojamos naudojant fuzzy logiką, kuri leidžia įtraukti ekspertines žinias, loginę analizę ir taisykles, paremtas ekonomine logika. Šis metodas ypač naudingas, kai tiksli priklausomybė tarp veiksnių sunkiai apibrėžiama, bet tendencijos yra aiškios.

### 2.2.1. Koreliacinė analizė, vėlavimo analizė bei regresinė analizė

Koreliacinės analizės tikslas – įvertinti dviejų kiekybinių kintamųjų tarpusavio ryšio stiprumą ir kryptį. Dažniausiai naudojamas Pearson koreliacijos koeficientas, kuris matuoja tiesinį ryšį tarp kintamųjų. Šiame darbe taip pat buvo naudotas Pearson koreliacijos koeficientas [37, 39].

Pearson koreliacijos koeficiento formulė [38, 39]:

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2 \sum(y_i - \bar{y})^2}}, \quad (2.2.1.1)$$

čia  $x_i, y_i$  – atitinkamos kintamųjų reikšmės,  $\bar{x}, \bar{y}$  – kintamųjų vidurkiai,  $n$  – stebėjimų skaičius.

Koreliacijos koeficientas  $r$  parodo, kokio stiprumo ir krypties yra ryšys tarp dviejų kintamųjų. Šio koeficiento reikšmė visada yra intervale nuo -1 iki 1. Kai koeficientas  $r$  yra didesnis už 0 ( $r > 0$ ), tai reiškia teigiamą ryšį – didėjant vienam kintamajam, didėja ir kitas, tačiau kai koeficientas  $r$  yra mažesnis už 0 ( $r < 0$ ), tai reiškia neigiamą ryšį – didėjant vienam kintamajam, kitas mažėja. Kai  $r = 0$ , tai reiškia, kad tarp kintamųjų nėra jokio tiesinio ryšio [38, 39].

Atliekant kelių kintamųjų koreliacinę analizę, buvo sudaryta koreliacijos matrica. Tai yra lentelė, kurioje pateikiami poriniai koreliacijos koeficientai tarp visų analizuojamų kintamųjų. Koreliacijos matrica leidžia [40]:

- greitai pamatyti, kurie kintamieji turi stiprų tarpusavio ryšį,
- įvertinti galimas priklausomybes tarp daugelio kintamųjų vienu metu,
- lengviau atrinkti kintamuosius tolimesniam modeliavimui.

Šiame darbe, atsižvelgiant į koreliacijos rezultatus, tolimesnei modeliavimo analizei buvo atrinkti visi kintamieji, kurių koreliacijos koeficientas su priklausomu kintamuoju viršijo  $\pm 0.2$  ribą. Šis slenkstis pasirinktas siekiant išlaikyti modelio tikslumą bei išvengti atsitiktinių ar statistiškai nereikšmingų ryšių įtakos modeliavimo rezultatams.

Po koreliacijos analizės buvo atlikta vėlavimo analizė. Vėlavimo analizė atliekama siekiant įvertinti, kaip dabartinės reikšmės priklauso nuo ankstesnių reikšmių laiko eilutėje. Šiuo tikslu dažniausiai skaičiuojamos autokoreliacijos (ACF) ir dalinės autokoreliacijos (PACF) funkcijos. Autokoreliacijos

funkcija (ACF) matuoja koreliaciją tarp laiko eilutės reikšmių atskirtų tam tikru vėlavimu. Matematiškai autokoreliacija ties vėlavimu  $k$  apibrėžiama taip [41]:

$$\rho(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^n (x_t - \bar{x})(x_{t-k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2}, \quad (2.2.1.2)$$

čia  $\rho(k)$  – autokoreliacijos koeficientas ties vėlavimu  $k$ ,  $x_t$  – laiko eilutės reikšmė laiko momentu  $t$ ,  $\bar{x}$  – laiko eilutės vidurkis,  $n$  – stebėjimo skaičius.

Dalinis autokoreliacijos koeficientas (PACF) matuoja tiesioginę priklausomybę tarp reikšmių, pašalinant tarpinius ryšius su tarp esančiais vėlavimais. PACF reikšmė ties vėlavimu  $k$  rodo tiesioginę sąsają tarp  $x_t$  ir  $x_{t-k}$ , kontroliuojant tarpinius  $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-(k-1)}$ . PACF koeficientas gali būti apskaičiuojamas kaip [41]:

$$\phi_{kk} = \text{dalinis regresijos koeficientas gautas iš } x_t \sim x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-k}, \quad (2.2.1.3)$$

Šiame darbe ACF ir PACF grafikai buvo naudojami tam, kad būtų nustatyti tinkamiausi kintamųjų vėlavimai tolimesnei regresinei ir prognozavimo analizei.

Po koreliacinės bei vėlavimo analizių, buvo atlikta regresinė analizė. Regresinė analizė yra metodas, leidžiantis įvertinti ryšį tarp priklausomo ir nepriklausomų kintamųjų. Šiame darbe buvo taikyta regresinė analizė, papildomai naudojant vieno laikotarpio vėlavimą nepriklausomiems kintamiesiems. Vėlavimas įtrauktas dėl to, kad kai kurių veiksnių poveikis rinkos kainoms dažniausiai pasireiškia po tam tikro laiko intervalo [31]. Bendroji regresijos lygtis [42]:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1,t-l_1} + \beta_2 x_{2,t-l_2} + \dots + \beta_p x_{p,t-l_p} + \epsilon_t, \quad (2.2.1.4)$$

čia  $y_t$  – priklausomas kintamasis laikotarpiu  $t$ ,  $x_{i,t-l_i}$  –  $i$ -tasis nepriklausomas kintamasis su vėlavimu  $l_i$ ,  $\beta_0$  – konstanta,  $\beta_i$  – kiekvieno nepriklausomo kintamojo regresijos koeficientas,  $\epsilon_t$  – atsitiktinė paklaida.

## 2.2.2. Stabilumo testai ir Lambert funkcijų testas

Stabilumui įvertinti darbe buvo naudojamas ADF (Augmented Dickey - Fuller) testas, Shapiro – Wilk testas bei Lambert W funkcijų testas.

- 1) ADF testas naudojamas stacionarumo patikrai laiko eilutėse. Šio testo hipotezės yra užrašomos taip [43]:
  - $H_0$ : Laiko eilutė turi vienetinio šaknies savybę (nestacionari).
  - $H_1$ : Laiko eilutė yra stacionari.

ADF testo lygtis užrašoma tokia formule [43]:

$$\Delta Y_t = \alpha Y_{t-1} + \sum_{k=1}^K \theta_k \Delta Y_{t-k} + \mu_t, \quad (2.2.2.1)$$

čia  $\Delta Y_t$  – priklausomojo kintamojo pokytis tarp laikų  $t$  ir  $t-1$ ,  $Y_{t-1}$  – priklausomojo kintamojo reikšmė laiko momente  $t-1$ ,  $\alpha$  – koeficientas, kurio reikšmingumas tikrinamas siekiant nustatyti stacionarumą (hipotezių testavimas),  $\theta_k$  – papildomų autoregresinių komponentų koeficientai, kurie padeda

pašalinti autokoreliaciją,  $K$  - vėlavimo skaičius,  $\Delta Y_{t-k}$  – ankstesni pokyčiai tarp  $Y$  reikšmių,  $\mu_t$  – baltas triukšmas.

2) Shapiro–Wilk testas naudojamas likučio pasiskirstymo normalumo patikrai. Šio testo hipotezės yra užrašomos taip [44]:

- $H_0$ : Duomenys pasiskirstę normaliai.
- $H_1$ : Duomenys nėra normaliai pasiskirstę.

Shapiro–Wilk  $W$  statistika skaičiuojama tokia formule [44]:

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n \alpha_i x_{(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (2.2.2.2)$$

čia  $x_{(i)}$  -  $i$ -tasis mažiausias duomenų elementas,  $\alpha_i$  – specialūs svoriai, skaičiuojami pagal normalios distribucijos teoriją,  $\bar{x}$  - imties vidurkis.

3) Lambert  $W$  funkcija yra naudinga sprendžiant vėluojančias diferencialines lygtis, kai ieškoma sistemos stabilumo sąlygų. Ji leidžia aiškiai išreikšti sprendinius, susijusius su eksponentiniais vėlavimo nariais [45].

Pradinė diferencialinė lygtis su vėlavimu [45]:

$$x'(t) + a * x(t - \tau) + b * x(t) = 0, \quad (2.2.2.3)$$

čia  $a, b$  – konstantos,  $\tau$  – vėlavimo trukmė,  $x'(t)$  – sistemos būsena laike  $t$ .

Įvedamas sprendinys, kuris bus įstatomas į diferencialinę lygtį [45]:

$$x(t) = e^{st}, \quad (2.2.2.4)$$

čia  $s$  – kompleksinis skaičius, vadinamas charakteristine šaknimi.

Įstačius sprendinį į diferencialinę lygtį gaunama charakteristinė lygtis [45]:

$$s + b + a * e^{-s\tau} = 0. \quad (2.2.2.5)$$

Padauginus abi puses iš  $e^{s\tau}$  gauname [45]:

$$(s + b) * e^{(s+b)\tau} = -a * \tau * e^{b\tau}. \quad (2.2.2.6)$$

Taip gauta Lamberto funkcijos formulė [45]:

$$z = we^w. \quad (2.2.2.7)$$

Sprendinys su Lambert  $W$  funkcijos šaka  $W_k$  [45]:

$$s_k = \frac{1}{\tau} * W_k(-a * \tau * e^{b\tau}) - b. \quad (2.2.2.8)$$

Kiekviena realioji  $k$ -toji šaknis duoda galimą sprendinį. Sistema laikoma stabilia, jei visų šaknų realiosios dalys mažesnės už nulį [45]:

$$Re(s_k) < 0. \tag{2.2.2.9}$$

Jei bent viena šaknis turi  $Re(s_k) > 0$ , sistema yra nestabili [45].

### 2.2.3. ARIMA modelis

ARIMA (p, d, q) modelis gali būti aprašytas tokia bendra forma [46]:

$$\phi(B)(1 - B)^d y_t = \theta(B)\epsilon_t, \tag{2.2.3.1}$$

čia  $y_t$  – analizuojamas laiko eilutės duomenų taškas,  $B$  – uždelsimo operatorius,  $d$  – diferenciacijos laipsnis,  $\phi(B)$  – autoregresinių (AR) parametrų daugianaris,  $\theta(B)$  – slankiųjų vidurkių (MA) parametrų daugianaris,  $\epsilon_t$  – baltasis triukšmas.

ARIMA modelis jungia tris pagrindines komponentes - autoregresinę (AR), integruotą (I) ir slankiojo vidurkio (MA) dalis [46]:

- AR (autoregresinė) dalis nusako, kaip dabartinė laiko eilutės reikšmė priklauso nuo ankstesnių reikšmių (uždelsimų).
- I (integruota) dalis reiškia, kad duomenims taikoma diferenciacija, siekiant pašalinti netiesiškumą ar ilgalaikį trendą ir užtikrinti duomenų stacionarumą.
- MA (slankiojo vidurkio) dalis aprašo, kaip dabartinė reikšmė priklauso nuo ankstesnių modelio klaidų (likučių).

Šios trys sudedamosios dalys leidžia ARIMA modeliui efektyviai aprašyti ir prognozuoti laiko eilučių duomenų elgseną. Šiame darbe ARIMA modelio parametrai (p, d, q) buvo parinkti automatiškai, naudojant R kalbos funkciją `auto.arima()`, optimizuojant pagal AIC kriterijų.

### 2.2.4. Fuzzy logika

Fuzzy logika yra metodas, leidžiantis modeliuoti neapibrėžtumą ir negriežtas ribas tarp skirtingų būsenų. Skirtingai nei klasikinė logika, kuri naudoja dvejetainį principą (teisinga / klaidinga), fuzzy logikoje leidžiama, kad kintamasis būtų dalinai priklausantis kelioms skirtingoms būsenoms vienu metu. Šiame darbe fuzzy logikos sistema buvo taikyta siekiant pagerinti ARIMA modelio prognozes, įtraukiant papildomą ekonominių veiksnių korekcinį poveikį [30, 32].

Procesas apėmė 5 žingsnius:

- 1) fuzzy įvestys – buvo parinkti reikšmingi veiksniai (pvz., pieno supirkimo kaina, gamybos vertė, mirusių žmonių skaičius), kiekvienam jų priskirtos narystės funkcijos (low, medium, high). Pavyzdžiui, prognozuojant sviesto kainą, kaip reikšmingi veiksniai buvo pasirinkti bazinio pieno supirkimo kaina, sviesto importo vertė, bendrasis vidaus produktas (BVP) ir mėnesinis mirusiųjų skaičius. Kiekvienam iš šių veiksnių buvo sudarytos atitinkamos narystės funkcijos (žr. 1 lentelę):

**1 lentelė.** Sviesto kainų prognozei sukurtos veiksnių narystės funkcijos

Veiksnys	Low	Medium	High
----------	-----	--------	------

Bazinio pieno kaina	(0.20, 0.25, 0.35)	(0.30, 0.40, 0.50)	(0.45, 0.55, 0.65)
Sviesto importas	(100000, 500000, 1500000)	(1200000, 3000000, 4500000)	(4000000, 5000000, 6000000)
BVP	(10000, 13000, 16000)	(14000, 17000, 19000)	(18000, 20000, 21000)
Mėnesinis mirusiųjų skaičius	(1500, 2000, 2500)	(2500, 3000, 3500)	(3000, 3500, 4000)

Šiame darbe fuzzy logikos sistemai apibrėžti buvo pasirinktos trikampės (trimf) ir trapecinės (trapmf) narystės funkcijos.

- Trikampė narystės funkcija (trimf) buvo taikyta tais atvejais, kai duomenų pasiskirstymas buvo tolygesnis ir galėjo būti aiškiai apibrėžtos žemos, vidutinės ir aukštos reikšmės ribos. Šis pasirinkimas paaiškinamas funkcijos paprastumu, lengvu parametų interpretavimu bei efektyviu taikymu ekonominiams duomenims [47].

Trikampės narystės funkcijos (trimf) formulė [47]:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & x \geq c \end{cases} \quad (2.2.4.1)$$

čia  $a$  – apatinė ribinė reikšmė, žemiau kurios narystė yra lygi nuliui ( $\mu(x)=0$ ),  $b$  – funkcijos viršūnės taškas, kuriame narystės reikšmė pasiekia maksimalų lygį ( $\mu(x) = 1$ ),  $c$  – viršutinė ribinė reikšmė, aukščiau kurios narystė vėl tampa lygi nuliui ( $\mu(x) = 0$ ).

- Trapecinė narystės funkcija (trapmf) buvo taikyta specifiniais atvejais (pvz., gamybos vertės modeliavime), kai reikėjo platesnio stabilaus reikšmių intervalo, leidžiančio lanksčiau aprašyti reikšmes, kurios ilgesnį laiką išlieka pastovios [48]. Formulė [48]:

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ 1, & b < x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c < x \leq d \\ 0, & x > d \end{cases} \quad (2.2.4.2)$$

čia  $a$  – apatinė ribinė reikšmė, žemiau kurios narystė yra lygi nuliui ( $\mu(x)=0$ ),  $b$  – reikšmė, kur prasideda pilna narystė ( $\mu(x) = 1$ ),  $c$  – reikšmė, iki kurios išlieka pilna narystė ( $\mu(x) = 1$ ),  $d$  – viršutinė riba, po kurios narystė vėl tampa nuliui ( $\mu(x)=0$ ).

- 2) išvestis – prognozės korekcijos reikšmė (nuo -1 iki 1), nurodanti ar prognozė turėtų būti padidinta ar sumažinta [49]:

**2 lentelė.** Išvesties reikšmės

Išvesties kintamasis	Intervalai
Strong Negative	(-1.0, -0.8, -0.6)
Negative	(-0.6, -0.4, -0.2)
Neutral	(-0.2, 0.0, 0.2)
Positive	(0.2, 0.4, 0.6)
Strong Positive	(0.6, 0.8, 1.0)

Korekcijos intervalai buvo pasirinkti siekiant užtikrinti nuoseklų prognozės reguliavimą: neigiami intervalai (strong negative ir negative) mažina prognozuojamą reikšmę, o teigiami intervalai (positive ir strong positive) ją didina. Neutral reiškia, kad korekcija netaikoma ir prognozė išlieka pagal ARIMA modelį. Toks suskirstymas leidžia dinamiškai reaguoti į ekonominius veiksnius [32, 49].

- 3) taisyklės – sudarytas taisyklių rinkinys, aprašantis, kaip įvestinių narių kombinacijos lemia korekcijos lygį (pvz., jei visi veiksniai „low“ – taikoma stipri neigiama korekcija). Taisyklių priskyrimas vyko šiuo principu [32, 49]:

- suskaičiuojamas įvesties narių (low / medium / high) vidurkis:

(2.2.4.3)

$$\text{Vidurkis} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n},$$

čia  $x_i$  – įvesties narių reikšmė.

- pagal gautą vidurkį priskiriamas korekcijos lygis:

(2.2.4.4)

$$\text{Korekcija} = \begin{cases} \text{Strong Negative,} & \text{vidurkis} < 1.7 \\ \text{Negative,} & 1.7 \leq \text{vidurkis} < 2.0 \\ \text{Neutral,} & 2.0 \leq \text{vidurkis} < 2.3 \\ \text{Positive,} & 2.3 \leq \text{vidurkis} < 2.6 \\ \text{Strong Positive,} & \text{vidurkis} \geq 2.6 \end{cases}.$$

- 4) fuzzy išvados ir suglaudinimo metodai – fuzzy išvados metodui buvo taikytas Mamdani tipo išvados algoritmas, leidžiantis suformuoti fuzzy korekcijos reikšmę, remiantis sudarytu taisyklių rinkiniu. Kiekviena taisyklė buvo aktyvuojama pagal įvestinių narių narystės laipsnius, o rezultatas buvo sujungiamas naudojant minimalaus narystės principą [49].

Norint gauti galutinę aiškią korekcijos reikšmę, buvo taikytas suglaudinimo procesas. Tam pasirinktas centro metodas, kuris nustato išvesties funkcijos pusiausvyros tašką. Suglaudinta reikšmė apskaičiuojama pagal formulę [50]:

(2.2.4.5)

$$\text{Suglaudinta reikšmė} = \frac{\int x * \mu(x) dx}{\int \mu(x) dx},$$

čia  $\mu(x)$  – išvesties narystės funkcija.

Šis metodas užtikrina, kad būtų gauta išvesties reikšmė, tinkama tolimesniam naudojimui prognozių korekcijoje [50].

- 5) fuzzy ir ARIMOS sujungimas – galiausiai, fuzzy logikos sistemos apskaičiuota korekcijos reikšmė buvo taikoma ARIMA modelio prognozėms, siekiant jas koreguoti pagal reikšmingus veiksnius. Galutinė prognozės reikšmė buvo apskaičiuojama pagal formulę:

$$\begin{aligned} \text{Galutinė prognozės kaina} & & (2.2.4.6) \\ & = \text{ARIMA prognozės kaina} * (1 + \alpha * \text{fuzzy korekcija}), \end{aligned}$$

čia  $\alpha$  – korekcijos stiprumo koeficientas.

Tokiu būdu fuzzy – ARIMA modelio gautos galutinės kainų prognozės aprėpia ne tik istorinius pieno produktų duomenis, bet ir veiksnius, darančius tiesioginę įtaką produktų kainų dinamikai.

### 3. Darbo rezultatai ir jų aptarimas

Šiame skyriuje pateikiami ir aptariami atlikto tyrimo rezultatai, gauti modeliuojant pieno produktų kainų pokyčius naudojant laiko eilučių prognozavimo ir fuzzy logikos metodus. Rezultatai įvertinami tiek kiekybiškai (per prognozių reikšmes), tiek vizualiai – lyginant skirtingus prognozavimo metodus su istoriniais duomenimis.

Tyrimo metu kiekvienam pieno produktui buvo sukurti du pagrindiniai modeliai: tradicinis ARIMA modelis bei išplėstinis fuzzy – ARIMA modelis, kuris papildytas taisyklėmis pagrįsta fuzzy logikos korekcija. Šie metodai pasirinkti dėl jų galimybės tiksliai modeliuoti sudėtingus ekonominių veiksnių ir kainų tarpusavio ryšius.

#### 3.1. Bazinis pienas

Bazinio pieno supirkimo kainų prognozei buvo atrinkti 12 veiksnių, galinčių turėti įtakos kainos svyravimams. Remiantis šiais kintamaisiais, buvo taikomi prognozavimo modeliai – tiek klasikinis ARIMA, tiek išplėstinis fuzzy logikos modelis su korekcija.

##### 3.1.1. Koreliacinė analizė, vėlavimo analizė bei regresinė analizė

Atliekant koreliacinę analizę buvo įvertinti kiekvieno nepriklausomo kintamojo ryšiai su bazinio pieno supirkimo kaina. Atsižvelgiant į koreliacinius ryšius, tolesnėje analizėje ir modeliavimo etapuose buvo įtraukti visi veiksniai, kurių koreliacija su priklausomu kintamuoju viršijo  $\pm 0.2$ . Toks slenkstis pasirinktas siekiant išvengti nereikšmingų ar atsitiktinių sąsajų įtakos ir užtikrinti patikimesnę modeliavimo pagrindą. Atrinkti veiksniai: gamybos vertė, VKI, BVP, elektros energija, gamtinės dujos, nuolatinis gyventojų skaičius, mėnesinis gimusių kūdikių skaičius, karvių skaičius, imigrantų skaičius, emigrantų skaičius (žr. 1 priedas).

Atlikus koreliacinę analizę ir atrinkus reikšmingus veiksnius, tolesniame etape buvo vykdoma vėlavimo analizė, siekiant nustatyti, ar nagrinėjami nepriklausomi kintamieji turi vėlavimą bazinio pieno supirkimo kainai. Šiuo tikslu buvo taikytos autokoreliacijos (ACF) ir dalinės autokoreliacijos (PACF) funkcijos. Vėlavimo analizės rezultatai parodė, kad kintamieji – elektros energijos kaina, gamtinių dujų kaina, nuolatinių gyventojų skaičius darė stipriausią įtaką kainai esant vieno mėnesio vėlavimui. Šis vieno laikotarpio poveikis buvo matomas iš reikšmingų PACF stulpelių ties pirmuoju vėlavimo tašku. Toks rezultatas atitinka ekonominę logiką, pavyzdžiui, energijos kainų ar gyventojų skaičiaus pokyčiai dažniausiai daro įtaką rinkos kainodarai ne iškart, bet per trumpą laiko tarpą (žr. 2 priedas). Toliau vėlavimo analizė buvo atlikta ir kitiems reikšmingiems veiksniams – gamybos vertei, vartotojų kainų indeksui (VKI) ir bendrojo vidaus produkto (BVP) reikšmėms. Šių kintamųjų ACF ir PACF grafikai taip pat rodė ryškia autokoreliaciją ties pirmu vėlavimo tašku, kas leidžia teigti, kad jų įtaka priklausomam kintamajam (bazinio pieno kainai) pasireiškia po vieno mėnesio. Ekonominiai rodikliai, tokie kaip BVP ir VKI, dažniausiai veikia kainodarą ne akimirksniu, o su tam tikru uždelsimu, taip pat ir gamybos vertė – auganti gamyba šalyje gali lemti didesnę žaliavų poreikį, tačiau šis poveikis realizuojasi tik per tam tikrą laikotarpį (žr. 3 priedas). Mėnesinis gimusių kūdikių skaičius, karvių skaičius bei imigrantų srautas pasižymėjo ryškia autokoreliacija ties pirmu vėlavimu (žr. 4 priedas). Galiausiai, vėlavimo analizė buvo atlikta emigrantų srautui. Rodiklis pasižymėjo stipria autokoreliacija taip pat ties pirmuoju vėlavimu (žr. 5 priedas).

Po koreliacinės ir vėlavimo analizės buvo atlikta regresinė analizė, siekiant įvertinti, kurie iš pasirinktų veiksnių statistiškai reikšmingai paaiškina bazinio pieno supirkimo kainos pokyčius. Nors modelis, prieš pašalinant nereikšmingus veiksnius, pasižymėjo aukštu paaiškinamumu ( $R^2 \approx 0.95$ ), dauguma įtrauktųjų kintamųjų buvo statistiškai nereikšmingi, nes jų p - reikšmės viršijo 0.05 ribą. Tai reiškia, kad šie veiksniai neparodė pakankamai stipraus ryšio su bazinio pieno kaina, todėl juos nuspręsta pašalinti (žr. 6 priedas).

- Pašalinti statistiškai nereikšmingi veiksniai : VKI, elektros energija, gamtinės dujos, nuolatinis gyventojų skaičius, karvių skaičius, imigrantai, emigrantai.
- Tolimesnei analizei naudoti tik statistiškai reikšmingi veiksniai : gamybos vertė, BVP, mėnesinis gimusių kūdikių skaičius.

Po pirminės regresinės analizės, iš modelio buvo pašalinti statistiškai nereikšmingi kintamieji. Likus tik trims reikšmingesniems veiksniams – gamybos vertei, BVP ir kūdikių gimstamumui, modelis buvo perskaičiuotas. Vis dėlto paaiškėjo, kad BVP rodiklis vis dar turėjo per aukštą p - reikšmę ( $p = 0.572$ ), todėl jis taip pat buvo pašalintas iš galutinio modelio. Galutinis gautas modelis:

**3 lentelė.** Bazinio pieno regresinės analizės galutiniai rezultatai

Veiksniai	Pr ( $> t $ )
Gamybos vertė	$< 2 \cdot 10^{-16}$
Mėnesinis gimusių kūdikių skaičius	$1.36 \cdot 10^{-6}$
<b>Modelio tikslumas</b>	
Multiple R – squared	0.9264
Adjusted R – squared	0.9236
P – value	$2.2 \cdot 10^{-16}$

Galutinė regresinė lygtis:

$$\text{Bazinio pieno kaina} = 1.9646 + 5.662 \cdot 10^{-9} \cdot \text{gamybos vertė}_{t-1} - 9.067 \cdot 10^{-5} \cdot \text{gimusių kūdikių skaičius}_{t-1}$$

Prieš taikant ARIMA modelį, atlikta papildoma regresinio modelio diagnostika. Pirmiausia buvo įvertinta daugiakolinearumo rizika pasitelkiant VIF (Variance Inflation Factor) rodiklius:

**4 lentelė.** Atrinktų veiksnių VIF reikšmės

Veiksniai	VIF reikšmė
Gamybos vertė	2.1464
Mėnesinis gimusių kūdikių skaičius	1.6621

Visi veiksniai turėjo VIF reikšmes mažesnes nei 5, todėl galima teigti, jog tarp nepriklausomų kintamųjų nėra stiprios koreliacijos, ir regresinis modelis yra tinkamas tolesnei analizei.

### 3.1.2. Stabilumo testai

Modelio likučių analizei buvo atlikti testai:

- ADF testas buvo atliktas siekiant įvertinti, ar bazinio pieno supirkimo kainos laiko eilutė yra stacionari. Gauta p - reikšmė ( $p$  - reikšmė =  $8.811 \cdot 10^{-9}$ ) leidžia daryti išvadą, kad laiko eilutė yra stacionari.
- Shapiro – Wilk testas likučiams patvirtino, kad jie pasiskirstę normaliai ( $p = 0.263$ ).
- siekiant įvertinti regresinio modelio stabilumą, buvo atliktas ir Lambert W funkcijos testas. Pasitelkus gautus regresijos koeficientus, apskaičiuotos Lambert W funkcijos šaknys bei gautos dvi sprendinių realiosios dalys: -5.2660674 ir -0.03819852. Kadangi abi šios reikšmės yra mažesnės už nulį, galima daryti išvadą, kad sistema yra stabili.

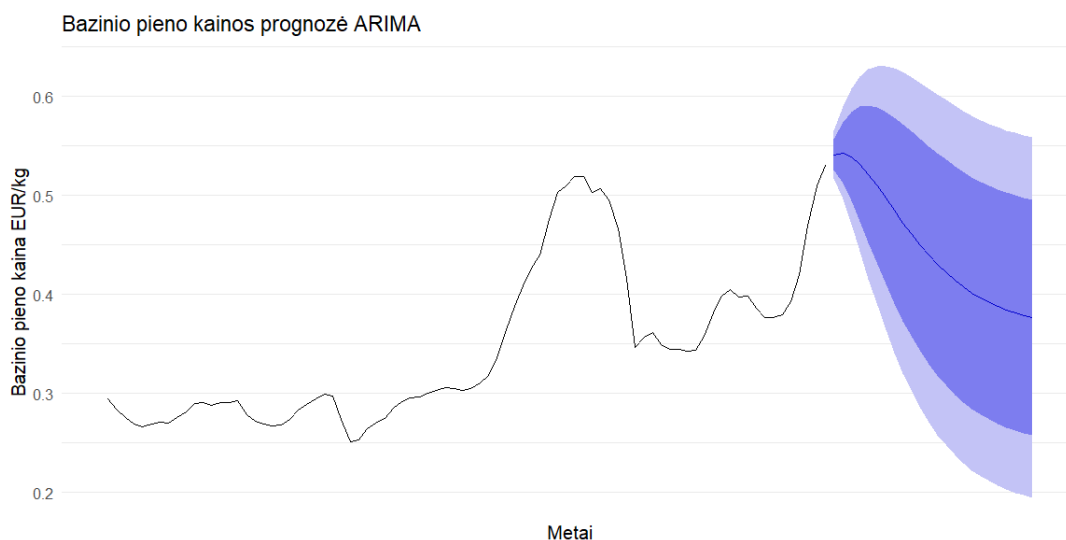
### 3.1.3. ARIMA ir fuzzy modelis

Atlikus koreliacinę, vėlavimo bei regresinę analizę ir įsitikinus modelio stabilumu buvo pereita prie pieno produktų kainų prognozavimo. Pirmiausia prognozės buvo atliekamos naudojant klasikinį ARIMA modelį. ARIMA(2,0,0) modelis pasižymėjo gana tiksliais prognozėmis – šakninis vidutinis kvadratinis paklaidos dydis (RMSE) siekė 0.01196, vidutinė absoliutinė procentinė paklaida (MAPE) – 2.13 %, o vidutinė skalėje suvienodinta paklaida (MASE) buvo 0.697. Šie rezultatai rodo, kad ARIMA modelis yra pakankamai tikslus trumpalaikiai prognozei.

5 lentelė. ARIMA modelio matavimų reikšmės

Matavimai	Reikšmė
RMSE	0.01195826
MAPE	2.127851
MASE	0.6967879

Remiantis ARIMA modeliu (žr. 6 pav.) atlikta bazinio pieno kainos prognozė rodo aiškiają mažėjimo tendenciją laikotarpiu nuo 2025 m. pradžios iki 2026 m. pabaigos. Modelis taip pat pateikia prognozės neapibrėžtumą – aplink pagrindinę prognozės liniją matomas tamsesnis (80%) ir šviesesnis (95%) pasikliautinių intervalų šešėlis. Tai reiškia, kad modelis numato ne tik labiausiai tikėtiną kainos trajektoriją, bet ir leidžia įvertinti galimų svyravimų amplitudę.



5 pav. Bazinio pieno kainos prognozė, sudaryta ARIMA modeliu

Po ARIMA modelio sudarymo buvo kuriama fuzzy logika, skirta papildyti prognozę remiantis reikšmingais regresijos analizės rezultatais. Buvo pasirinkti du reikšmingiausi kintamieji: gamybos vertė ir mėnesinis gimusių kūdikių skaičius. Šie kintamieji įtraukti kaip fuzzy įvestys, o išvestis – tai korekcijos reikšmė, kuria koreguojama ARIMA prognozė.

Įvesties kintamieji ir jų intervalai.

- Gamybos vertė: intervalas nuo 900 000 iki 3 900 000.
- Gimusių kūdikių skaičius: intervalas nuo 700 iki 1900.

Kiekvienam įvesties kintamajam buvo priskirtos trys fuzzy narystės funkcijos:

**6 lentelė.** Kintamųjų fuzzy narystės funkcijos

Veiksny	Low	Medium	High
Gamybos vertė	(900000, 900000, 1500000, 2000000)	(1700000, 2200000, 2800000, 3300000)	(3000000, 3400000, 3900000, 3900000)
Gimusių kūdikių skaičius	(700, 900, 1100)	(1000, 1250, 1500)	(1400, 1650, 1900)

Išvesties kintamasis – korekcija apibrėžta intervale nuo –1.0 iki 1.0, su penkiomis narystės funkcijomis (žr. 2 lentelę „Išvesties reikšmės“, 2.2.4 poskyrį).

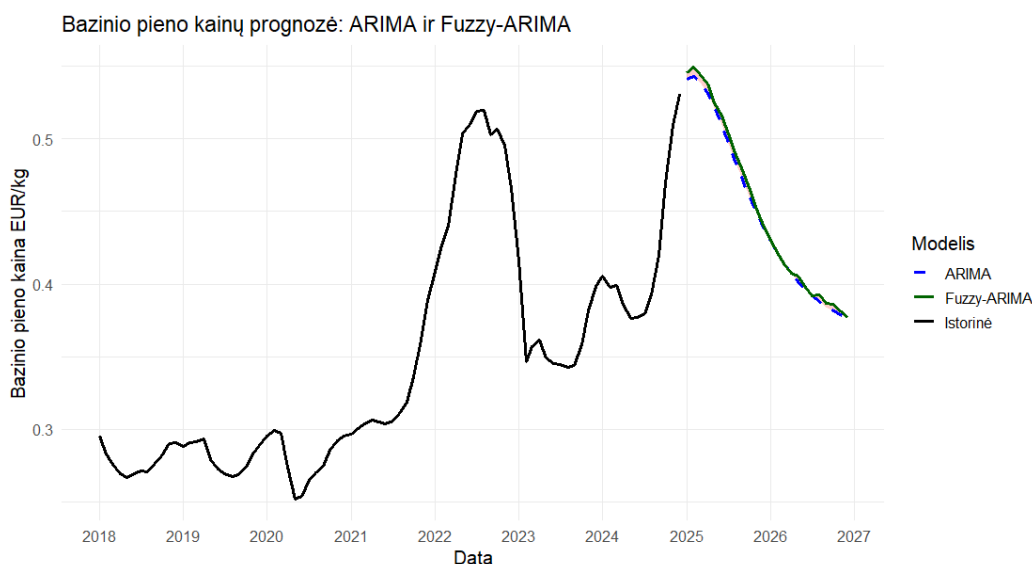
Fuzzy logikos sistemoje buvo sudarytas taisyklių rinkinys, apibrėžiantis ryšį tarp dviejų įvesties kintamųjų – gamybos vertės ir gimusių kūdikių skaičiaus – bei sistemos išvesties – korekcijos. Kiekvienas įvesties kintamasis buvo suskirstytas į tris narystės lygius: low, medium ir high. Taisyklių pavyzdys parodytas 7 lentelėje:

**7 lentelė.** Bazinio pieno kainų prognozavimui skirtas taisyklių rinkinys

Taisyklė	Gamybos vertė	Gimusių sk.	Vidurkis	Išvestis (korekcija)
1	1 (Low)	1 (Low)	1.0	Strong_Negative (1)
2	2 (Medium)	1 (Low)	1.5	Strong_Negative (1)
3	3 (High)	1 (Low)	2.0	Neutral (3)
4	1 (Low)	2 (Medium)	1.5	Strong_Negative (1)
5	2 (Medium)	2 (Medium)	2.0	Neutral (3)
6	3 (High)	2 (Medium)	2.5	Positive (4)
7	1 (Low)	3 (High)	2.0	Neutral (3)
8	2 (Medium)	3 (High)	2.5	Positive (4)
9	3 (High)	3 (High)	3.0	Strong_Positive (5)

Iš gautų galutinių ARIMA – fuzzy prognozių galima matyti, kad 2025 metų pradžioje bazinio pieno kaina bus apie 0.55 EUR, o laikui bėgant ji palaipsniui mažės – 2025 metų pabaigoje pasieks 0.44 EUR. Prognozuojama, kad 2026 metais kaina ir toliau mažės, stabilizuodamasi ties 0.38 EUR. Fuzzy korekcijos dažniausiai siekė 0.4, tai reiškia, kad tuo laikotarpiu buvo taikomos teigiamos korekcijos,

kurios šiek tiek padidino ARIMA prognozes (žr. 7 priedas). Pateiktame grafike (žr. 6 pav.) galima stebėti bazinio pieno kainos dinamiką nuo 2018 iki 2024 metų pabaigos (juoda kreivė) bei prognozes nuo 2025 metų pradžios iki 2026 metų pabaigos. ARIMA modelio prognozė (mėlyna punktyrinė linija) rodo gana nuoseklų, tolygų kainos mažėjimą, fuzzy – ARIMA prognozė (žalia linija) kai kuriais mėnesiais šiek tiek nukrypsta aukštyn nuo ARIMA, ypač 2025 m. pavasarį – vasarą, kai taikytos didesnės korekcijos. Abu modeliai ilgainiui artėja prie vienodų reikšmių, tačiau fuzzy – ARIMA metodas pasižymi didesniu lankstumu ir jautrumu ekonominiams pokyčiams.



11 pav.

6 pav. Fuzzy – ARIMA galutinė bazinio pieno kainos prognozė

Apibendrinant, prieš modeliavimą atlikta koreliacinė, vėlavimo bei regresinė analizė padėjo atrinkti reikšmingiausius veiksnius, iš kurių svarbiausi buvo gamybos vertė ir mėnesinis gimusių kūdikių skaičius. Šie veiksniai turėjo įtaką pieno kainų pokyčiams, o jų pagrindu sudarytas regresinis modelis buvo patikrintas Lambert W testu ir stabilumo testais, kurie patvirtino sistemos stabilumą. ARIMA modelis pasižymėjo gera prognozavimo kokybe, o jo prognozės atitiko bendrą kainų mažėjimo tendenciją 2025 – 2026 metais. Fuzzy – ARIMA modelis papildomai įtraukė taisykles, leidžiančius reaguoti į ekonominius pokyčius lankstesniu būdu. Fuzzy korekcijos dažniausiai buvo teigiamos, o tai parodė, kad esant tam tikroms įvesties sąlygoms, sistema linkusi švelninti prognozuojamus kritimus.

### 3.2. Sviestas

Sviesto kainų prognozei buvo atrinkti 18 veiksnių, galinčių turėti įtakos šio produkto kainos pokyčiams. Remiantis šiais veiksniais, buvo taikomi du prognozavimo modeliai – klasikinis ARIMA bei ARIMA ir išplėstinis fuzzy logikos modelis su korekcija.

#### 3.2.1. Koreliacinė analizė, vėlavimo analizė bei regresinė analizė

Atliekant koreliacinę analizę, buvo įvertinti sviesto kainos ir visų nepriklausomų kintamųjų tarpusavio ryšiai. Atsižvelgiant į koreliacinius ryšius, tolimesnei modeliavimo analizei buvo atrinkti visi kintamieji, kurių koreliacijos koeficientas su priklausomu kintamuoju viršijo  $\pm 0.2$  ribą. Šis slenkstis pasirinktas siekiant išlaikyti subalansuotą modelio tikslumą bei išvengti atsitiktinių ar statistiškai nereikšmingų ryšių įtakos modeliavimo rezultatams (žr. 8 priedas). Atrinkti veiksniai :

bazinio pieno supirkimo kaina, gamybos vertė, sviesto importas, sviesto importo vertė, sviesto eksportas, VKI, BVP, elektros energija, gamtinės dujos, nuolatinis gyventojų skaičius, mėnesinis gimusių kūdikių skaičius, mėnesinis mirusiųjų skaičius, karvių skaičius, imigrantai (žr. 8 priedas).

Atlikus koreliacinę analizę, tolesniame žingsnyje buvo atlikta vėlavimo analizė tarp priklausomo kintamojo – sviesto kainos – ir reikšmingiausių nepriklausomų veiksnių. Vėlavimo nustatymui buvo pasitelkta autokoreliacijos (ACF) ir dalinės autokoreliacijos (PACF) analizė. Grafikai parodė, kad kintamieji – bazinio pieno supirkimo kaina, gamybos vertė ir sviesto importas, turi stipresnius ryšius su sviesto kaina taikant 1 mėnesio vėlavimą (žr. 9 priedas). Toliau analizuoti veiksniai, tokie kaip sviesto importo vertė, sviesto eksportas ir vartotojų kainų indeksas (VKI). ACF ir PACF grafikai rodo, kad sviesto importo vertė, sviesto eksportas bei VKI turi išreikštą autokoreliaciją pirmame laikotarpyje, todėl šie rodikliai taip pat į analizę buvo įtraukti su 1 mėnesio vėlavimu (žr. 10 priedas). BVP, elektros energija ir gamtinės dujos ACF grafikai rodo aiškia šių kintamųjų autokoreliaciją, o PACF grafikuose galima pastebėti aukščiausią reikšmę ties pirmuoju vėlavimu. Tai rodo, kad šių kintamųjų įtaka sviesto kainai taip pat pasireiškia su 1 mėnesio vėlavimu (žr. 11 priedas). Nuolatinių gyventojų skaičius, mėnesinis gimusiųjų kūdikių skaičius bei mirusiųjų skaičius ACF ir PACF grafikai rodo, kad visų trijų kintamųjų autokoreliacija yra stipri pirmajame vėlavime (žr. 12 priedas). Karvių skaičius pasižymėjo itin stipria autokoreliacija – ACF reikšmės lėtai mažėja, o PACF aiškiai išryškina pirmojo mėnesio vėlavimą. Imigrantų srautas taip pat pasižymėjo ryškesniu signalu PACF grafike ties pirmu vėlavimu. Atsižvelgus į rezultatus, abu kintamieji buvo analizuojami su 1 mėnesio vėlavimu tolimesniame modeliavimo procese (žr. 13 priedas).

Po koreliacinės ir vėlavimo analizės buvo atlikta regresinė analizė, kurios tikslas – nustatyti, kurie veiksniai statistiškai reikšmingai paaiškina sviesto kainos pokyčius. Pradiniame modelyje buvo įtraukti visi veiksniai, turintys koreliacijos koeficientą didesnę nei  $\pm 0.2$ . Nors modelis, prieš pašalinant nereikšmingus veiksniai, pasižymėjo aukštu paaiškinamumu ( $R^2 \approx 0.941$ ), dauguma kintamųjų buvo statistiškai nereikšmingi, nes jų p reikšmės viršijo 0.05 ribą. Tai reiškia, kad šie veiksniai neparodė pakankamai stipraus ryšio su sviesto kaina, todėl juos nuspręsta pašalinti (žr. 14 priedas).

- Pašalinti statistiškai nereikšmingi veiksniai : gamybos vertė, sviesto eksportas, VKI, gamtinės dujos, nuolatinis gyventojų skaičius, mėnesinis gimusiųjų kūdikių skaičius, karvių skaičius, imigrantai.
- Tolimesnei analizei naudoti tik statistiškai reikšmingi veiksniai : bazinio pieno kaina, sviesto importas, sviesto importo vertė, BVP, elektros energija, mėnesinis mirusiųjų skaičius.

Po pirminės regresinės analizės, iš modelio buvo pašalinti statistiškai nereikšmingi kintamieji. Likus tik šešiams reikšmingesniems veiksniams – bazinio pieno kainai, sviesto importui, sviesto importo vertei, BVP, elektros energijai, mėnesinio mirusiųjų skaičiui, modelis buvo perskaičiuotas. Po to, kai buvo apskaičiuotas atnaujintas regresijos modelis su statistiškai reikšmingais veiksniais, buvo įvertinta daugiakolinarumo rizika naudojant VIF rodiklius. Pastebėta, kad elektros energijos kaina ( $VIF \approx 11.45$ ) ir sviesto importo vertė ( $VIF \approx 7.76$ ) viršijo rekomenduojamą ribą ( $VIF > 5$ ), todėl šie du kintamieji buvo pašalinti iš modelio. Galutinis gautas modelis:

**8 lentelė.** Sviesto regresinės analizės galutiniai rezultatai

Veiksniai	Pr (> t )
Bazinio pieno kaina	$5.91 \cdot 10^{-12}$

Sviesto importas	0.000883
BVP	$2.47 \cdot 10^{-8}$
Mėnesinis mirusiųjų skaičius	$9.70 \cdot 10^{-6}$
<b>Modelio tikslumas</b>	
Multiple R – squared	0.9313
Adjusted R – squared	0.9259
P – value	$2.2 \cdot 10^{-16}$

Galutinė regresinė lygtis:

*Sviesto kaina*

$$= 2.846 + 1.240 * \text{bazinio pieno kaina}_{t-1} - 1.749 * \text{sviesto importas}_{t-1} + 9.612 * 10^{-4} * \text{BVP}_{t-1} - 3.067 * 10^{-4} * \text{mėnesinis mirusiųjų skaičius}_{t-1}$$

Daugiakolinearumo rizika pasitelkiant VIF (Variance Inflation Factor) rodiklius:

**9 lentelė.** Atrinktų veiksnių VIF reikšmės

Veiksniai	VIF reikšmė
Bazinio pieno supirkimo kaina	2.481
Sviesto importas	1.190
BVP	2.262
Mėnesinis mirusiųjų skaičius	1.201

### 3.2.2. Stabilumo vertinimai

Modelio likučių analizei buvo atlikti testai:

- ADF (Augmented Dickey–Fuller) testas buvo taikytas siekiant įvertinti, ar sviesto kainos laiko eilutė yra stacionari. Gautas p reikšmės rezultatas ( $p = 0.00124$ ) yra mažesnis už 0.05, todėl galime daryti išvadą, kad sviesto kainos laiko eilutė yra stacionari.
- Shapiro–Wilk testas buvo panaudotas likučių normalumo patikrai. Rezultatas ( $p = 0.263$ ) viršija 0.05 ribą, todėl galime teigti, kad modelio likučiai pasiskirstę normaliai.
- Lambert W funkcijos testas atliktas modelio stabilumo vertinimui. Pasitelkus reikšmingų kintamųjų regresijos koeficientus ( $a = 2.092$ ,  $b = 0.02$ ,  $\tau = 1$ ), buvo apskaičiuotos Lambert W funkcijos šaknys. Iš visų galimų šaknų buvo gautos dvi realiosios dalys:  $-2.0267$  ir  $-0.5323$ . Kadangi abi yra mažesnės už nulį, galime teigti, kad modelis yra stabilus.

### 3.2.3. ARIMA ir fuzzy modelis

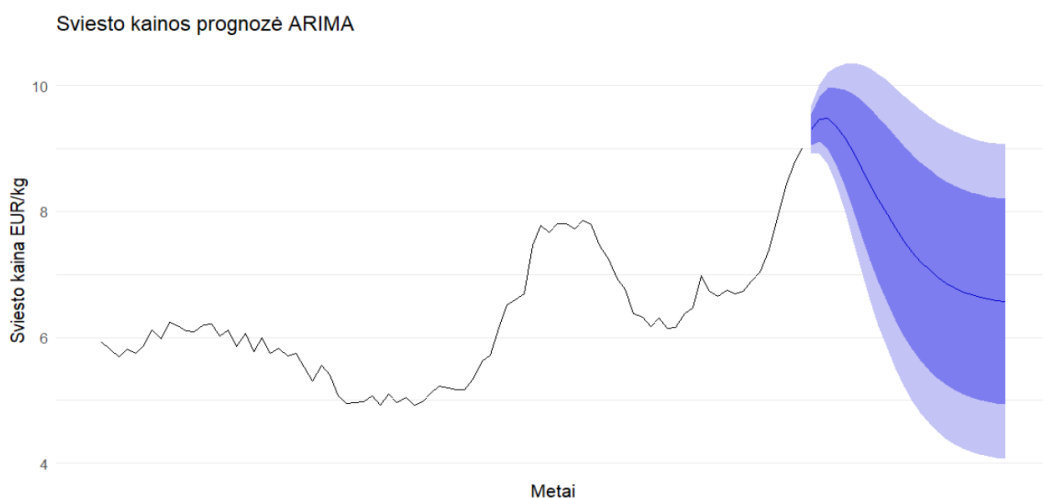
Remiantis pateiktais rezultatais, sviesto kainos prognozavimui buvo pasirinktas ARIMA(2,0,4) modelis. Modelio patikimumas buvo įvertintas remiantis pagrindiniais paklaidos matavimo kriterijais:

**10 lentelė.** ARIMA modelio matavimų reikšmės

Matavimai	Reikšmė
RMSE	0.1874112
MAPE	2.540017
MASE	0.9141524

Šie rodikliai rodo, kad modelis pateikia pakankamai tikslas prognozes, tinkamas trumpalaikiam laikotarpiui. RMSE ir MASE yra artimi nuliui, o MAPE neviršija 3%.

Remiantis ARIMA modeliu (žr. 7 pav.) atlikta sviesto kainos prognozė rodo stiprią mažėjimo tendenciją nuo 2025 m. pradžios iki 2026 m. pabaigos. Modelis taip pat pateikia prognozės neapibrėžtumą – aplink pagrindinę prognozės liniją matomas tamsesnis (80%) ir šviesesnis (95%) pasikliautinų intervalų šešėlis. Tai reiškia, kad modelis numato ne tik labiausiai tikėtiną kainos trajektoriją, bet ir leidžia įvertinti galimų svyravimų amplitudę.



7 pav. Sviesto kainos prognozė, sudaryta ARIMA modeliu

Po ARIMA modelio sudarymo buvo sukurta fuzzy logikos sistema. Pagal galutinę regresijos lygtį buvo atrinkti keturi reikšmingi veiksniai: pieno kaina, sviesto importas, bendrasis vidaus produktas (BVP) ir mėnesinis mirusiųjų skaičius. Šie veiksniai buvo įtraukti kaip fuzzy sistemos įvestys, o sistema generuoja korekcijos reikšmę, taikomą ARIMA prognozei.

Įvesties kintamieji ir jų intervalai:

- bazinio pieno kaina: intervalas nuo 0.2 iki 0.65,
- sviesto importas: intervalas nuo 100000 iki 6000000,
- BVP: intervalas nuo 10000 iki 21000,
- mėnesinis mirusiųjų skaičius: intervalas nuo 1500 iki 4000.

Kiekvienam įvesties kintamajam buvo priskirtos 3 fuzzy narystės funkcijos (žr. 11 lentelę):

11 lentelė. Kintamųjų fuzzy narystės funkcijos:

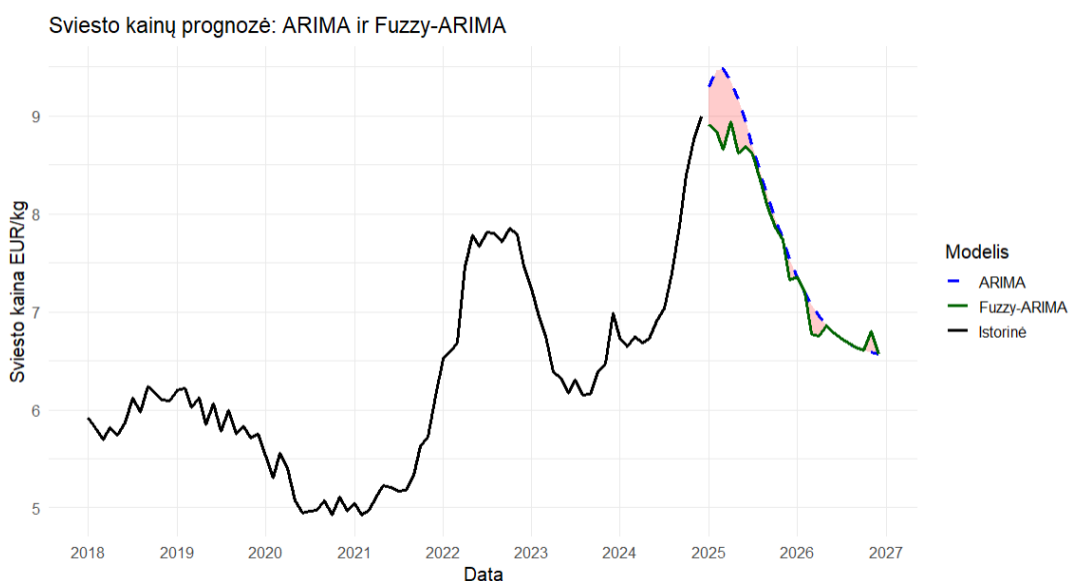
Veiksny	Low	Medium	High
Bazinio pieno kaina	(0.20, 0.25, 0.35)	(0.30, 0.40, 0.50)	(0.45, 0.55, 0.65)

Sviesto importas	(100000, 500000, 1500000)	(1200000, 3000000, 4500000)	(4000000, 5000000, 6000000)
BVP	(10000, 13000, 16000)	(14000, 17000, 19000)	(18000, 20000, 21000)
Mėnesinis mirusiųjų skaičius	(1500, 2000, 2500)	(2500, 3000, 3500)	(3000, 3500, 4000)

Išvesties kintamasis – korekcija apibrėžta intervale nuo  $-1.0$  iki  $1.0$ , su 5 narystės funkcijomis (žr. 2 lentelę „Išvesties reikšmės“, 2.2.4 poskyrį).

Fuzzy logikos sistemoje buvo sudarytas taisyklių rinkinys, apibrėžiantis ryšį tarp keturių įvesties kintamųjų – bazinio pieno, importo, BVP ir mirusiųjų skaičiaus – bei sistemos išvesties – korekcijos. Kiekvienas įvesties kintamasis buvo suskirstytas į tris narystės lygius: low, medium ir high. Išvestis kiekvienu atveju buvo nustatyta remiantis įvesties kintamųjų lygių vidurkiu. Pirmų devynių taisyklių pavyzdys pateiktas 15 priede (žr. 15 priedas).

Iš gautų galutinių ARIMA – fuzzy prognozių galima matyti, jog 2025 metų pradžioje prognozuojama 8.90 EUR kaina, kuri palaipsniui mažės ir 2025 metų pabaigoje sieks 7.33 EUR. 2026 metais taip pat prognozuojamas kainų kritimas ir 2026 metų pabaigoje ji sieks 6.57 EUR. Didžioji dalis fuzzy korekcijų buvo artimos nuliui, tačiau tam tikrais mėnesiais buvo užfiksuotos didesnės neigiamos korekcijos (pvz.,  $-0.435$ ), kurios sumažino prognozuojamas kainas. Teigiamos korekcijos pasirodė tik 2026 metų pabaigoje, šiek tiek pakeldamos galutines prognozės reikšmes (žr. 16 priedas). Grafike (žr. 8 pav.) pateikta sviesto kainų dinamika 2018 – 2026 metų laikotarpiu, apimanti istorines reikšmes, ARIMA modelio prognozę ir fuzzy – ARIMA koreguotą prognozę. Iki 2025 metų pavaizduota istoriniai sviesto duomenys, o nuo 2025 metų pradžios matomos kainų prognozės. Mėlyna punktyrinė linija žymi ARIMA prognozes, o žalia linija – koreguotas fuzzy – ARIMA prognozes. Matyti, kad abi prognozės iš esmės rodo tą pačią mažėjimo tendenciją, fuzzy korekcijos, priklausomai nuo situacijos, koreguoja ARIMA prognozę beveik visais atvejais į apačią, taip tiksliau atspindėdamos tikėtinus ekonominių pokyčių padarinius sviesto kainų dinamikai.



8 pav. Fuzzy – ARIMA galutinė sviesto kainų prognozė

Apibendrinant, prieš modeliavimą buvo atlikta koreliacinė, vėlavimo bei regresinė analizė, kuri padėjo atrinkti reikšmingiausius veiksnius, turinčius įtaką sviesto kainų pokyčiams – bazinio pieno supirkimo kainą, sviesto importo vertę, BVP ir mėnesinį mirusiųjų skaičių. Šie veiksniai turėjo įtaką kainų svyravimams, o jų pagrindu sudarytas regresinis modelis buvo patikrintas Lambert W testu ir stabilumo testais, kurie patvirtino sistemos stabilumą. ARIMA modelis pasižymėjo gera prognozavimo kokybe, o jo prognozės atitiko bendrą kainų mažėjimo tendenciją 2025 – 2026 metais. Fuzzy – ARIMA modelis papildomai įtraukė logines taisykles, leidžiančias lanksčiau reaguoti į ekonominius ir demografinius pokyčius. Fuzzy korekcijos dažniausiai buvo neigiamos, kas parodė, kad esant tam tikroms įvesties sąlygoms, sistema buvo linkusi švelninti ARIMA prognozuojamus kilimus ir užtikrinti realistiškesnę prognozių eigą.

### **3.3. Tilsit sūris**

Tilsit sūrio kainų prognozei buvo atrinkti 14 veiksnių, galinčių turėti įtakos kainos svyravimams. Remiantis šiais veiksniais, buvo taikomi prognozavimo modeliai – tiek klasikinis ARIMA, tiek fuzzy logikos modelis su korekcija.

#### **3.3.1. Koreliacinė analizė, vėlavimo analizė bei regresinė analizė**

Atliekant koreliacinę analizę buvo įvertinti kiekvieno nepriklausomo kintamojo ryšiai su tilsit sūrio kaina. Atsižvelgiant į koreliacinius ryšius, tolimesnėje analizėje ir modeliavimo etapuose buvo įtraukti visi veiksniai, kurių koreliacija su priklausomu kintamuoju buvo didesnė nei  $\pm 0.2$  arba artima šiai ribai. Tai leido išlaikyti pakankamą duomenų informatyvumą bei užtikrinti patikimesnį modeliavimą (žr. 17 priedas). Atrinkti veiksniai: bazinio pieno supirkimo kaina, bazinių rodiklių pieno supirkimas, tilsit pardavimo kiekis, gamybos vertė, VKI, BVP, elektros energija, gamtinių dujų kaina, nuolatinių gyventojų skaičius, gimusių kūdikių skaičius, mirusiųjų skaičius, karvių skaičius, imigracijos skaičius, emigracijos skaičius (žr. 17 priedas).

Atlikus koreliacinę analizę ir atrinkus reikšmingus veiksnius, tolesniame etape buvo vykdoma vėlavimo analizė. Šiuo tikslu buvo taikytos autokoreliacijos (ACF) ir dalinės autokoreliacijos (PACF) funkcijos. Vėlavimo analizės rezultatai parodė, kad veiksniai – bazinio pieno kaina, bazinių rodiklių pieno supirkimas ir tilsit pardavimo kiekis – darė stipriausią įtaką sūrio kainai esant vieno mėnesio vėlavimui. Šis vieno laikotarpio poveikis buvo aiškiai matomas iš reikšmingų PACF stulpelių ties pirmuoju vėlavimo tašku. Tai reiškia, kad šių veiksnių pokyčiai labiausiai paveikia tilsit sūrio kainą ne iš karto, o su tam tikru uždelsimu, kas atitinka ekonominę logiką – žaliavų kainų, pasiūlos ar paklausos pokyčiai dažniausiai rinkoje atsispindi per trumpą laikotarpį (žr. 18 priedas). Tolesniame vėlavimo analizės etape buvo nagrinėjami gamybos vertė, VKI ir BVP. Rezultatai parodė, kad šie veiksniai taip pat darė reikšmingą poveikį su vieno mėnesio vėlavimu. Tai matyti iš PACF grafikų, kuriuose pastebimos reikšmingos reikšmės ties pirmuoju vėlavimo tašku. Visų trijų kintamųjų atveju pirmasis vėlavimas buvo statistiškai reikšmingas, kas patvirtino, kad ekonominiai rodikliai, tokie kaip gamybos mastas, vartotojų kainų pokyčiai ir bendras vidaus produktas, paveikia rinkos kainas per trumpą laikotarpį, bet ne iškart (žr. 19 priedas). Atliekant vėlavimo analizę, toliau buvo vertinami elektros energijos kaina, gamtinių dujų kaina bei nuolatinių gyventojų skaičius. Rezultatai parodė, kad šie veiksniai darė reikšmingą poveikį esant vieno mėnesio vėlavimui. Tai matyti iš PACF grafikų, kuriuose ties pirmuoju vėlavimo tašku reikšmės išsiskyrė už patikimumo ribų, nurodant statistinį reikšmingumą. 1 mėnesio vėlavimas yra pagrįstas ir ekonomine logika – pavyzdžiui, energijos kainų pokyčiai ar gyventojų skaičiaus kitimas į rinkos kainas persiduoda ne iškart, bet per trumpą laiką (žr.

20 priedas). Taip pat buvo vertinami mėnesinis gimusių kūdikių skaičius, mėnesinis mirusiųjų skaičius bei karvių skaičius. Analizės rezultatai parodė, kad mėnesinio gimusių kūdikių skaičiaus ir mėnesinio mirusiųjų skaičiaus kintamieji turi ryškesnę poveikį esant 1 mėnesio vėlavimui. Tai matyti iš reikšmingų PACF stulpelių ties pirmuoju vėlavimo tašku, kurie viršija patikimumo ribas. Šie rezultatai pagrindžia prielaidą, kad gimstamumo ar mirtingumo pokyčiai gali daryti įtaką rinkos dinamikoje ne iš karto, bet po tam tikro laiko tarpo. Karvių skaičius taip pat parodė tam tikrą autokoreliaciją, tad dėl ekonominio pagrįstumo ir ryšio stiprumo su kainų svyravimais, modeliavime taip pat buvo pasirinktas 1 mėnesio vėlavimas šiam veiksniai (žr. 21 priedas). Taip pat buvo nagrinėjami imigrantų ir emigrantų skaičiaus kintamieji. ACF ir PACF grafikai atskleidė, kad šių veiksmių autokoreliacija yra palyginti silpna, o tiesioginio ryškaus poveikio su vieno mėnesio vėlavimu nepastebėta. Nors imigrantų ir emigrantų kintamieji rodė tam tikrus autokoreliacijos požymius ties pirmuoju vėlavimu, tačiau reikšmės buvo artimos nuliui ir neviršijo statistinio reikšmingumo ribų. Tai leidžia teigti, kad migracijos pokyčiai neveikia tilsit sūrio rinką trumpalaikėje perspektyvoje, todėl atsižvelgiant į šiuos rezultatus, tolesniame modeliavime migracijos rodikliai buvo vertinami be papildomo uždelsimo (žr. 22 priedas).

Po koreliacinės ir vėlavimo analizės buvo atlikta regresinė analizė, siekiant įvertinti, kurie iš pasirinktų veiksmių statistiškai reikšmingai paaiškina bazinio pieno supirkimo kainos pokyčius. Nors modelis, prieš pašalinant nereikšmingus veiksmius, pasižymėjo aukštu paaiškinamumu ( $R^2 \approx 0.99$ ), dauguma įtrauktųjų kintamųjų buvo statistiškai nereikšmingi, nes jų p reikšmės viršijo 0.05 ribą. Tai reiškia, kad šie veiksniai neparodė pakankamai stipraus ryšio su bazinio pieno kaina, todėl juos nuspręsta pašalinti (žr. 23 priedas).

- Pašalinti statistiškai nereikšmingi veiksniai : bazinio pieno supirkimas, tilsit pardavimo kiekis, gamybos vertė, elektros energija, mėnesis gimusių kūdikių skaičius, mėnesinis mirusiųjų skaičius, karvių skaičius, imigrantai, emigrantai.
- Tolimesnei analizei naudoti tik statistiškai reikšmingi veiksniai : bazinio pieno supirkimo kaina, VKI, BVP, gamtinės dujos, nuolatinis gyventojų skaičius.

Po pirminės regresinės analizės, iš modelio buvo pašalinti statistiškai nereikšmingi kintamieji. Likus tik penkiems reikšmingesniems veiksmiams – bazinio pieno kainai, VKI, BVP, gamtinėms dujoms, nuolatiniam gyventojų skaičiui, modelis buvo perskaičiuotas. Po to, kai buvo apskaičiuotas atnaujintas regresijos modelis su statistiškai reikšmingais veiksmiais, buvo įvertinta daugiakolinearumo rizika naudojant VIF rodiklius. Pastebėta, kad gamtinės dujos ( $VIF \approx 5.148$ ), BVP ( $VIF \approx 9.872$ ) ir nuolatinis gyventojų skaičius ( $VIF \approx 15.162$ ) viršijo rekomenduojamą ribą ( $VIF > 5$ ), todėl šie trys kintamieji buvo pašalinti iš modelio. Galutinis gautas modelis:

**12 lentelė.** Tilsit sūrio regresinės analizės galutiniai rezultatai

Veiksniai	Pr (> t )
Bazinio pieno supirkimo kaina	$<2 \cdot 10^{-16}$
VKI	$<2 \cdot 10^{-16}$
<b>Modelio tikslumas</b>	
Multiple R – squared	0.984
Adjusted R – squared	0.9836
P – value	$2 \cdot 10^{-16}$

Galutinė regresinė lygtis:

$$\text{Tilsit sūrio kaina} = 1.9646 + 5.662 * 10^{-9} * \text{bazinio pieno}_{t-1} - 9.067 * 10^{-5} * \text{VKI}_{t-1}$$

Prieš taikant ARIMA modelį, atlikta papildoma regresinio modelio diagnostika. Pirmiausia buvo įvertinta daugiakolinearumo rizika pasitelkiant VIF (Variance Inflation Factor) rodiklius.

**13 lentelė.** Atrinktų veiksnių VIF reikšmės

Veiksniai	VIF reikšmė
Bazinio pieno kaina	2.372
VKI	2.372

Abu veiksniai turėjo VIF reikšmes mažesnes nei 5, todėl galima teigti, jog tarp nepriklausomų kintamųjų nėra stiprios koreliacijos, ir regresinis modelis yra tinkamas tolesnei analizei.

### 3.3.2. Stabilumo testai

Modelio likučių analizei buvo atlikti testai:

- ADF testas buvo atliktas siekiant įvertinti, ar tilsit sūrio kainos laiko eilutė yra stacionari. Gautas p-reikšmė (p-reikšmė = 0.0054) leidžia daryti išvadą, kad laiko eilutė yra stacionari.
- Shapiro–Wilk testas likučiams patvirtino, kad jie pasiskirsto normaliai (p = 0.263).
- Lambert W funkcijos testas buvo taikytas siekiant įvertinti regresinio modelio stabilumą. Pasitelkus regresijos koeficientus, apskaičiuotos Lambert W funkcijos šaknys. Gautos dvi sprendinių realiosios dalys: -5.2778 ir -0.0379. Kadangi abi šios reikšmės yra mažesnės už nulį, galima daryti išvadą, kad sistema yra stabili.

### 3.3.3. ARIMA ir fuzzy modeliai

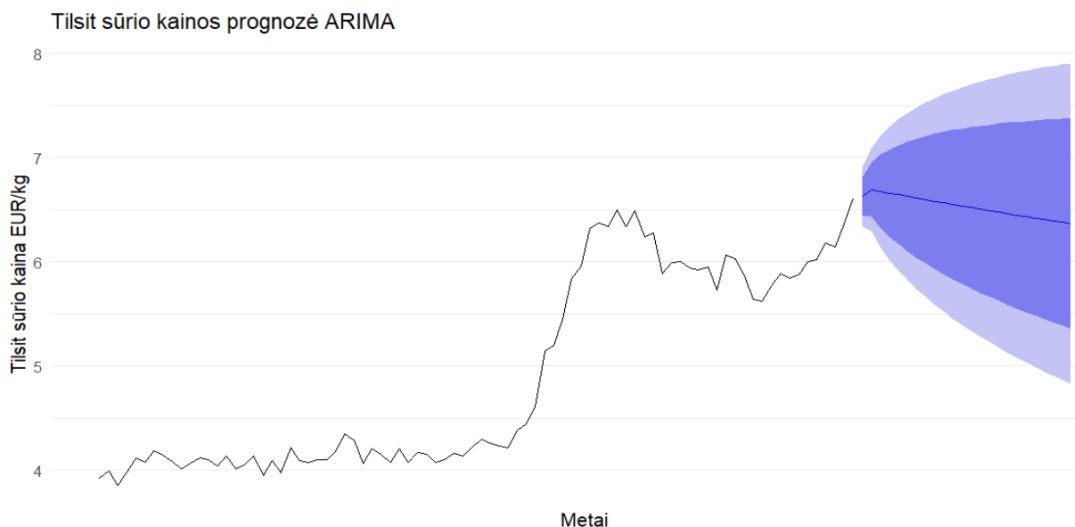
Atlikus koreliacinę, vėlavimo bei regresinę analizę ir įsitikinus modelio stabilumu buvo pereita prie pieno produktų kainų prognozavimo. Pirmiausia prognozės buvo atliekamos naudojant ARIMA modelį, kuris leidžia įvertinti laiko eilutės tendencijas remiantis ankstesnėmis reikšmėmis. ARIMA(1,0,2) modelis pasižymėjo gana tiksliais prognozės rezultatais – šakninis vidutinis kvadratinis paklaidos dydis (RMSE) siekė 0.1749, vidutinė absoliutinė procentinė paklaida (MAPE) – 2.29 %, o vidutinė skalėje suvienodinta paklaida (MASE) buvo 0.984. Šie rezultatai rodo, kad ARIMA modelis yra pakankamai tikslus prognozei.

**14 lentelė.** ARIMA modelio matavimų reikšmės

Matavimai	Reikšmė
RMSE	0.1748674
MAPE	2.285493
MASE	0.984055

Remiantis ARIMA modeliu (žr. 12 pav.) atlikta tilsit sūrio kainos prognozė rodo mažėjimo tendenciją laikotarpiu nuo 2025 m. Pradžios iki 2026 m. Pabaigos. Modelio prognozės rodo, kad didžiausia tikimybė kainai mažėti yra pirmoje prognozuojamo laikotarpio pusėje, o vėliau pokytis lėtėja, artėjant

prie stabilizacijos. Modelis pateikia ne tik pagrindinę prognozės kreivę, bet ir pasiklovimo intervalų juostas (80% ir 95%), kurios padeda įvertinti galimą neapibrėžtumą – tai reiškia, kad nors pagrindinė tendencija yra mažėjanti, galimi svyravimai aplink šią trajektoriją.



**9 pav.** Tilsit sūrio kainų prognozės, sudarytos ARIMA modeliu

Po ARIMA modelio sudarymo buvo kuriama fuzzy logika. Buvo pasirinkti du reikšmingiausi kintamieji: gamybos vertė ir mėnesinis gimusių kūdikių skaičius. Šie kintamieji įtraukti kaip fuzzy įvestys, o išvestis – tai korekcijos reikšmė, kuria koreguojama ARIMA prognozė.

Įvesties kintamieji ir jų intervalai.

- Bazinio pieno kaina: intervalas nuo 0.20 iki 0.65,
- VKI: intervalas nuo 90 iki 1900.

Kiekvienam įvesties kintamajam buvo priskirtos trys fuzzy narystės funkcijos:

**15 lentelė.** Kintamųjų fuzzy narystės funkcijos:

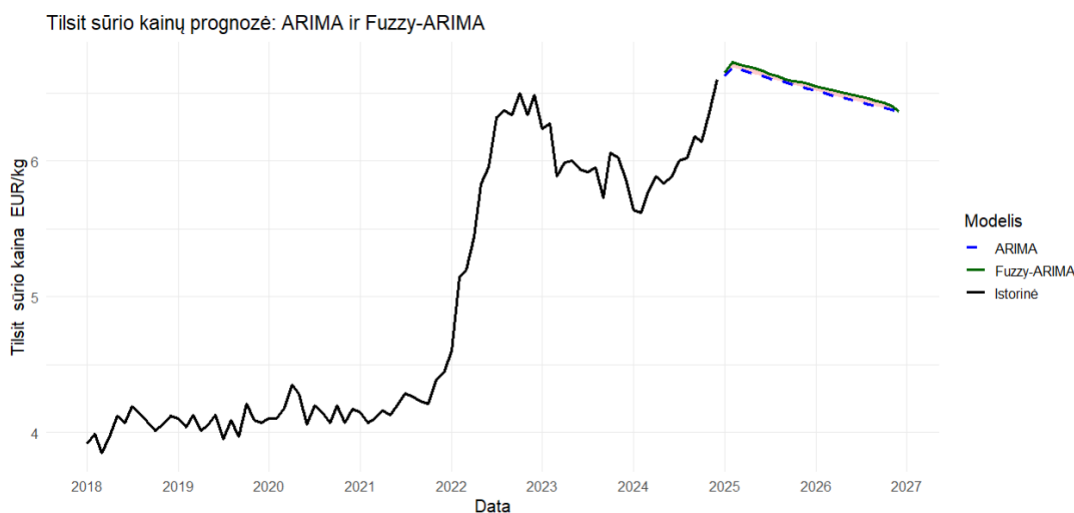
Veiksny	Low	Medium	High
Bazinio pieno kaina	(0.20, 0.25, 0.35)	(0.30, 0.40, 0.50)	(0.45, 0.55, 0.65)
VKI	(90, 115, 140)	(130, 155, 180)	(170, 185, 200)

Išvesties kintamasis – korekcija apibrėžta intervale nuo –1.0 iki 1.0, su 5 narystės funkcijomis (žr. 2 lentelę „Išvesties reikšmės“, 2.2.4 poskyrį).

Fuzzy logikos sistemoje buvo sudarytas taisyklių rinkinys, apibrėžiantis ryšį tarp dviejų įvesties kintamųjų – bazinio pieno kainos ir VKI – bei sistemos išvesties – korekcijos. Kiekvienas įvesties kintamasis buvo suskirstytas į tris narystės lygius: low, medium ir high. Išvestis kiekvienu atveju buvo nustatyta remiantis dviejų įvesties kintamųjų lygių vidurkiu. Visų taisyklių rinkinys pateiktas 24 priede (žr. 24 priedas).

Iš gautų galutinių ARIMA – fuzzy prognozių galima matyti, kad 2025 metų pradžioje tilsit sūrio kaina sieks apie 6.65 EUR/kg, tačiau laikui bėgant, kaina palaipsniui mažės, o metų pabaigoje pasieks apie 6.56 EUR/kg. Prognozuojama, kad ir 2026 metais kaina toliau šiek tiek mažės ir 2026 metų pabaigoje

sieks 6.36 EUR/kg. Fuzzy korekcijos vidutiniškai siekė apie 0.3 – 0.4, tai reiškia, kad šiuo laikotarpiu buvo taikomos teigiamos taisyklės, kurios šiek tiek padidino ARIMA prognozes. Bendra fuzzy – ARIMA prognozė beveik atvejais prognozavo didesnes kainas nei ARIMA modelis (žr. 25 priedas). Pateiktame grafike (žr. 10 pav.) galima stebėti tilsit sūrio kainos pokyčius nuo 2018 iki 2024 metų pabaigos (juoda kreivė) bei prognozes nuo 2025 metų pradžios iki 2026 metų pabaigos. ARIMA modelio prognozė (mėlyna punktyrinė linija) rodo gana tolygų, nuoseklų kainos mažėjimą, fuzzy - ARIMA prognozė (žalia linija) šiek tiek nukrypsta aukštyn nuo ARIMA prognozės, nes buvo taikytos didesnės teigiamos korekcijos. Bendrai, abu modeliai ilgainiui artėja prie vienodų reikšmių, tačiau fuzzy – ARIMA metodas pasižymi didesniu jautrumu ekonominiams pokyčiams.



**10 pav.** Fuzzy – ARIMA galutinės tilsit sūrio kainų prognozės

Apibendrinant, prieš modeliavimą atlikta koreliacinė, vėlavimo bei regresinė analizė padėjo atrinkti reikšmingiausius veiksniai, tarp jų – bazinio pieno supirkimo kainą ir vartotojų kainų indeksą (VKI). Šie veiksniai turėjo tiesioginę įtaką kainų pokyčiams, o jų pagrindu sudarytas regresinis modelis buvo patikrintas Lambert W testu bei stabilumo testais, kuris patvirtino sistemos stabilumą. ARIMA modelio prognozės parodė bendrą mažėjančios kainos tendenciją 2025 – 2026 metais. Fuzzy – ARIMA modelis papildomai įtraukė logines taisykles, leidžiančias reaguoti į ekonominius pokyčius. Fuzzy korekcijos visais mėnesiais buvo teigiamos, o tai parodė, kad esant tam tikroms įvesties sąlygoms, sistema linkusi švelninti prognozuojamus kainų kritimus.

### 3.4. Gouda sūris

Gouda sūrio kainų prognozei buvo atrinkti 14 veiksnių, galinčių turėti įtakos kainos svyravimams. Remiantis šiais veiksniais, toliau buvo atliekamos koreliacinė analizė, vėlavimo analizė ir regresinis modeliavimas.

#### 3.4.1. Koreliacinė analizė, vėlavimo analizė bei regresinė analizė

Atlikus koreliacinę analizę buvo įvertinti kiekvieno nepriklausomo kintamojo ryšiai su gouda sūrio kaina. Atsižvelgiant į koreliacinius ryšius, tolesniame analizės ir modelių kūrimo etape buvo įtraukti visi kintamieji, kurių koreliacija su priklausomu kintamuoju buvo didesnė nei  $\pm 0.2$ , siekiant išvengti nereikšmingų kintamųjų ir užtikrinti modelių patikimumą (žr. 26 priedas). Atrinkti veiksniai: bazinio pieno kaina, gamybos vertė, VKI, BVP, elektros energija, gamtinės dujos, nuolatinių gyventojų

skaičius, mėnesinis gimusių kūdikių skaičius, mėnesinis mirusiųjų skaičius, karvių skaičius, imigrantai, emigrantai (žr. 26 priedas).

Atlikus koreliacinę analizę ir atrinkus reikšmingus veiksnius, tolesniame etape buvo vykdoma vėlavimo analizė, siekiant nustatyti, ar nagrinėjami nepriklausomi kintamieji turi uždelstą poveikį bazinio pieno supirkimo kainai. Šiuo tikslu buvo taikytos autokoreliacijos (ACF) ir dalinės autokoreliacijos (PACF) funkcijos. Vėlavimo analizės rezultatai parodė, kad kintamieji – elektros energijos kaina, gamtinių dujų kaina bei BVP – darė stipriausią įtaką kainai esant vieno mėnesio vėlavimui. Šis vieno laikotarpio poveikis buvo aiškiai matomas iš reikšmingų PACF stulpelių ties pirmuoju vėlavimo tašku. Toks rezultatas atitinka ekonominę logiką – pavyzdžiui, energijos kainų ar bendrojo vidaus produkto (BVP) pokyčiai dažniausiai paveikia rinkos kainodarą ne iš karto, bet per trumpą laiko tarpą (žr. 27 priedas). Kiti kintamieji – nuolatinis gyventojų skaičius, mėnesinis gimusių kūdikių skaičius bei mėnesinis mirusiųjų skaičius – darė reikšmingą poveikį kainai esant vieno mėnesio vėlavimui. Šis poveikis buvo matomas iš reikšmingų PACF stulpelių ties pirmuoju vėlavimo tašku. Toks rezultatas atitinka ekonominę logiką – pavyzdžiui, demografiniai pokyčiai paprastai paveikia rinką po trumpo laiko tarpo, todėl jų įtaka kainų formavimuisi atsispindi su nedideliu vėlavimu (žr. 28 priedas). Vėlavimo analizės rezultatai parodė, kad kintamieji – karvių skaičius, imigrantų skaičius bei emigrantų skaičius – darė reikšmingą poveikį kainai esant vieno mėnesio vėlavimui. Šis poveikis buvo matomas iš reikšmingų PACF stulpelių ties pirmuoju vėlavimo tašku. Toks rezultatas taip pat atitinka ekonominę logiką – pavyzdžiui, gyvulininkystės pokyčiai ar migracijos srautai paprastai turi įtaką rinkos kainodarai ne iš karto, bet per trumpą laiko tarpą, todėl jų įtaka kainoms atsispindi su nedideliu, mūsų atveju 1 mėnesio vėlavimu (žr. 29 priedas).

Po koreliacinės ir vėlavimo analizės buvo atlikta regresinė analizė, siekiant įvertinti, kurie iš pasirinktų veiksnių statistiškai reikšmingai paaiškina bazinio pieno supirkimo kainos pokyčius. Nors modelis, prieš pašalinant nereikšmingus veiksnius, pasižymėjo aukštu paaiškinamumu ( $R^2 \approx 0.98$ ), dauguma veiksnių buvo statistiškai nereikšmingi ( $p > 0.05$ ). Tai reiškia, kad šie veiksniai neturėjo stipraus ryšio su bazinio pieno kaina, todėl juos nuspręsta pašalinti (žr. 30 priedas).

- Pašalinti statistiškai nereikšmingi veiksniai : gamybos vertė, BVP, gamtinės dujos, mėnesinis mirusiųjų skaičius, karvių skaičius, imigrantai, emigrantai.
- Tolimesnei analizei naudoti tik statistiškai reikšmingi veiksniai : bazinio pieno supirkimo kaina, VKI, elektros energija, nuolatinis gyventojų skaičius, mėnesinis gimusių kūdikių skaičius.

Po pirminės regresinės analizės, iš modelio buvo pašalinti statistiškai nereikšmingi kintamieji. Likus tik penkiems reikšmingesniems veiksniams – bazinio pieno kainai, VKI, elektros energijai, nuolatiniam gyventojų skaičiui, mėnesinio gimusių kūdikių skaičiui, modelis buvo perskaičiuotas. Po to, kai buvo apskaičiuotas atnaujintas regresijos modelis su statistiškai reikšmingais veiksniais, buvo įvertinta daugiakolinearumo rizika naudojant VIF rodiklius. Pastebėta, kad VKI ( $VIF \approx 26.496612$ ) ir elektros energija ( $VIF \approx 21.423508$ ) viršijo rekomenduojamą ribą ( $VIF > 5$ ), todėl šie trys kintamieji buvo pašalinti iš modelio. Galutinis gautas modelis:

**16 lentelė.** Gouda sūrio kainų galutinės prognozės

Veiksniai	Pr ( $> t $ )
Bazinio pieno supirkimo kaina	$4.93 \cdot 10^{-15}$

Nuolatinis gyventojų skaičius	$7.84 \cdot 10^{-7}$
Mėnesinis gimusių kūdikių skaičius	$8.95 \cdot 10^{-5}$
<b>Modelio tikslumas</b>	
Multiple R – squared	0.9773
Adjusted R – squared	0.9759
P – value	$2.2 \cdot 10^{-16}$

Galutinė regresinė lygtis:

$$\text{Gouda sūrio kaina} = 30.40 + 8.465 * \text{bazinio pieno kaina}_{t-1} - 0.00001199 * \text{nuolatinis gyventojų skaičius}_{t-1} + 0.0006833 * \text{mėnesinis gimstamų kūdikių skaičius}_{t-1}$$

Prieš taikant ARIMA modelį, atlikta papildoma regresinio modelio diagnostika. Pirmiausia buvo įvertinta daugiakolinearumo rizika pasitelkiant VIF (Variance Inflation Factor) rodiklius.

**17 lentelė.** Gouda sūrio kainų galutinės prognozės

Veiksniai	VIF reikšmė
Bazinio pieno kaina	1.601721
Nuolatinis gyventojų skaičius	1.640797
Mėnesinis gimusių kūdikių skaičius	1.950030

Visi veiksniai turėjo VIF reikšmes mažesnes nei 5, todėl galima teigti, jog tarp nepriklausomų kintamųjų nėra stiprios koreliacijos, ir regresinis modelis yra tinkamas tolesnei analizei.

### 3.4.2. Stabilumo testai

Modelio likučių analizei buvo atlikti šie testai:

- ADF testas buvo atliktas siekiant įvertinti, ar gouda sūrio kainos laiko eilutė yra stacionari. Gautas p-reikšmės rezultatas (p-reikšmė = 0.0021) leidžia daryti išvadą, kad laiko eilutė yra stacionari, nes p-reikšmė yra mažesnė už 0.05 reikšmingumo lygį.
- Shapiro–Wilk testas buvo taikytas modeliui likučių normalumui įvertinti. Testo rezultatai (p = 0.263) parodė, kad modelio likučiai yra normaliai pasiskirstę.
- Lambert W funkcijos testas buvo taikytas siekiant įvertinti regresinio modelio stabilumą. Apskaičiavus Lambert W funkcijos šaknis, buvo gautos dvi sprendinių realiosios dalys: -0.038 ir -5.277. Kadangi abi šios reikšmės yra mažesnės už nulį, galima daryti išvadą, kad sistema yra stabili.

### 3.4.3. ARIMA ir fuzzy modeliai

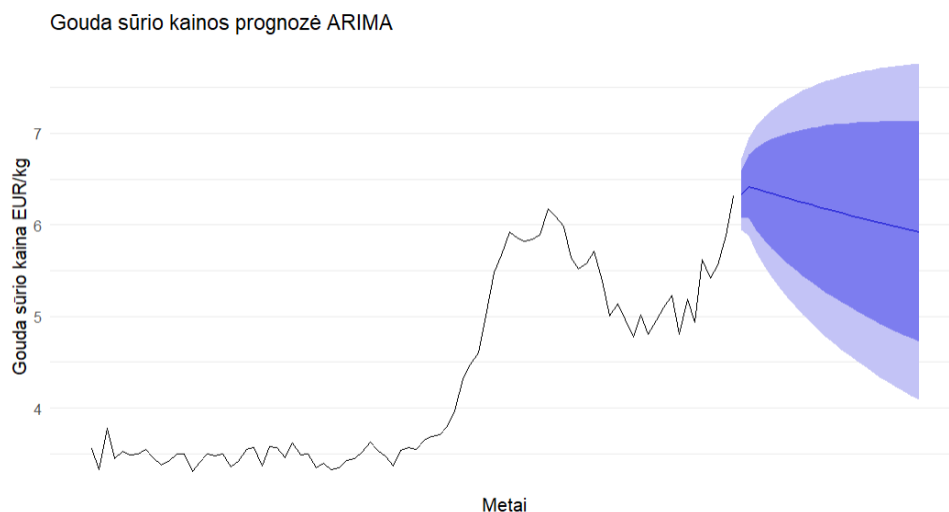
Atlikus koreliacinę, vėlavimo bei regresinę analizę ir įsitikinus modelio stabilumu buvo pereita prie pieno produktų kainų prognozavimo. Pirmiausia prognozės buvo atliekamos naudojant ARIMA modelį, kuris leidžia įvertinti laiko eilutės pokyčius remiantis ankstesnėmis reikšmėmis. ARIMA(1,0,2) modelis pasižymėjo gana tiksliais prognozės rezultatais – šakninis vidutinis kvadratinis paklaidos dydis (RMSE) siekė 0.2356, vidutinė absoliutinė procentinė paklaida (MAPE)

– 3.29 %, o vidutinė skalėje suvienodinta paklaida (MASE) buvo 0.959. Šie rezultatai rodo, kad ARIMA modelis yra pakankamai tikslus prognozei.

**18 lentelė.** ARIMA modelio matavimų reikšmės

Matavimai	Reikšmė
RMSE	0.2356445
MAPE	3.291368
MASE	0.9594559

Vizualizacijoje (žr. 11 pav.) pateikiama gouda sūrio kainų pokyčiai iki 2026 metų pabaigos. Nuo 2025 metų galima pastebėti kainų mažėjimą iki pat 2026 metų pabaigos. Modelis pateikia ne tik pagrindinę prognozės kreivę, bet ir pasiklovimo intervalų juostas (80% ir 95%), kurios padeda įvertinti galimą neapibrėžtumą – tai reiškia, kad nors pagrindinė tendencija yra mažėjanti, galimi svyravimai aplink šią trajektoriją.



**11 pav.** Gouda sūrio kainų prognozė, sudaryta ARIMA modeliu

Po ARIMA modelio sudarymo buvo sukurta fuzzy logikos sistema. Pagal galutinę regresijos lygtį buvo atrinkti trys reikšmingi veiksniai: bazinio pieno kaina, nuolatinis gyventojų skaičius, mėnesinis gimusių kūdikių skaičius – šie veiksniai buvo įtraukti kaip fuzzy sistemos įvestys.

Įvesties kintamieji ir jų intervalai:

- bazinio pieno kaina: intervalas nuo 0.2 iki 0.65,
- nuolatinis gyventojų skaičius: intervalas nuo 2000000 iki 2900000,
- mėnesinis gimusių kūdikių skaičius: intervalas nuo 750 iki 1900.

Kiekvienam įvesties kintamajam buvo priskirtos 3 fuzzy narystės funkcijos:

**19 lentelė.** Kintamųjų fuzzy narystės funkcijos

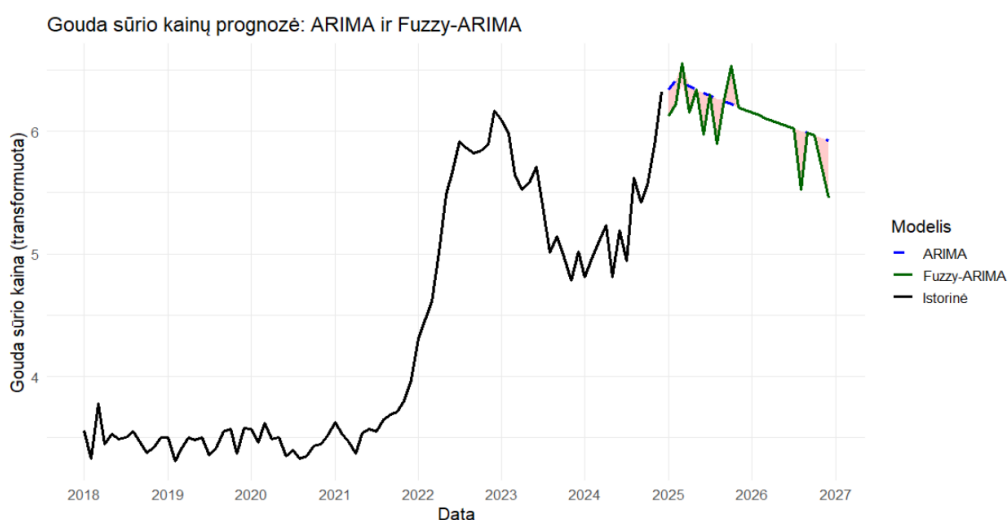
Veiksny	Low	Medium	High
Bazinio pieno kaina	(0.20, 0.25, 0.35)	(0.30, 0.40, 0.50)	(0.45, 0.55, 0.65)

Nuolatinis gyventojų skaičius	(2000000, 2150000, 2300000)	(2200000, 2400000, 2600000)	(2500000, 2700000, 2900000)
Mėnesinis gimusių kūdikių skaičius	(750, 1000, 1250)	(1150, 1400, 1650)	(1600, 1750, 1900)

Išvesties kintamasis – korekcija apibrėžta intervale nuo  $-1.0$  iki  $1.0$ , su 5 narystės funkcijomis (žr. 2 lentelę „Išvesties reikšmės“, 2.2.4 poskyrį).

Fuzzy logikos sistemoje buvo sudarytas taisyklių rinkinys, apibrėžiantis ryšį tarp trijų reikšmingų įvesties kintamųjų – bazinio pieno kainos, nuolatinių gyventojų skaičiaus ir mėnesinio gimusių kūdikių skaičiaus – bei sistemos išvesties – korekcijos. Kiekvienas įvesties kintamasis buvo suskirstytas į tris narystės lygius: low, medium ir high. Pirmų dešimt taisyklių pavyzdys pateiktas 31 priede (žr. 31 priedas).

Iš gautų galutinių ARIMA – fuzzy prognozių galima matyti, kad 2025 metų pradžioje gouda sūrio kaina sieks apie 6.12 EUR/kg, laikui bėgant, kaina palaipsniui mažės ir 2025 metų pabaigoje pasieks apie 6.17 EUR/kg. Prognozuojama, kad ir 2026 metais kaina toliau šiek tiek mažės, o 2026 metų pabaigoje, remiantis fuzzy – ARIMA modeliu, sieks 5.45 EUR/kg. Fuzzy korekcijos buvo aktyviausios 2025 metais bei 2026 metų paskutiniais mėnesiais, kai rinkoje vyko tam tikri kainų svyravimai – fuzzy sistema koregavo prognozes, atsižvelgdama į ekonominius veiksnius (žr. 32 priedas). Pateiktame grafike (žr. 12 pav.) galima pamatyti gouda sūrio kainas 2018 m. – 2024 m. laikotarpiu (juoda kreivė) bei prognozes nuo 2025 metų pradžios iki 2026 metų pabaigos. ARIMA modelio prognozė (mėlyna punktyrinė linija) rodo gana tolygų, nuoseklų kainos mažėjimą, fuzzy – ARIMA prognozė (žalia linija) daugiausia taikė neigiama korekciją ARIMA prognozėms, todėl metodas pasižymi didesniu lankstumu ir jautrumu ekonominiams pokyčiams.



**12 pav.** Fuzzy – ARIMA galutinė gouda sūrio kainų prognozė

Apibendrinant, prieš modeliavimą atlikta koreliacinė, vėlavimo bei regresinė analizė padėjo atrinkti reikšmingiausius veiksnius, tokius kaip bazinio pieno supirkimo kaina, gyventojų skaičius ir kūdikių gimimų skaičius. Remiantis šiais veiksniais buvo sudarytas regresinis modelis, o jo stabilumą papildomai patvirtino atlikti Lambert W funkcijos ir stabilumo testai. ARIMA modelis pasižymėjo gera prognozavimo kokybe, jo prognozės atitiko bendrą mažėjimo tendenciją 2025 – 2026 metais. Fuzzy – ARIMA modelis papildomai įtraukė logines taisykles, leidžiančias lanksčiau reaguoti į

ekonominius pokyčius. Fuzzy korekcijos dažniausiai buvo neigiamos, o tai parodė, kad sistema tam tikromis sąlygomis sumažino prognozuojamus kainų kilimus.

### 3.4. Rezultatų palyginimas

Šiame skyriuje pateikiamas bazinio pieno kainų prognozių rezultatų palyginimas tarp dviejų skirtingų metodinių modelių: ARIMA – fuzzy modelio ir Žemės ūkio duomenų centro (ŽŪDC) sudarytų oficialių prognozių, kurios parengtos taikant rekurentinių neuroninių tinklų (RNN) principu pagrįstą prognozavimo modelį.

#### 3.4.1. Bazinio pieno kainų modelių palyginimas

Analizuojant abiejų modelių prognozes bazinio pieno kainoms 2025 m. sausio – kovo mėnesiais, galima pastebėti, kad tiek fuzzy – ARIMA, tiek RNN (ŽŪDC) modeliai pradeda nuo identiškos kainos reikšmės (0.55 EUR), tačiau vėliau jų kryptys šiek tiek išsiskiria. Fuzzy – ARIMA išlaiko stabilią kainų kitimą, su nedideliu sumažėjimu iki 0.54 EUR, o ŽŪDC modelis numato šiek tiek greitesnę kainos kritimą – nuo 0.55 EUR iki 0.53 EUR.

20 lentelė. Bazinio pieno ARIMA – fuzzy ir RNN modelio prognozių palyginimas

Data	ARIMA - fuzzy kainų prognozės, EUR	RNN modelio kainų prognozės, EUR	Realios kainos, EUR	Santykinė paklaida	
				ARIMA - fuzzy	RNN
2025-01	0.55	0.55	0.56	1.78%	1.78%
2025-02	0.55	0.55	0.57	3.50%	3.50%
2025-03	0.54	0.53	0.54	0 %	1.85%

#### 3.4.2. Sviesto kainų modelių palyginimas

Šioje dalyje pateikiamas sviesto kainų prognozių palyginimas tarp ARIMA – fuzzy modelio ir ŽŪDC RNN pagrindu sudarytų prognozių. Analizuojant prognozių rezultatus 2025 m. pirmiesiems trimis mėnesiams, galima pastebėti, jog fuzzy – ARIMA modelis sausio mėnesį prognozuoja tokias pačias sviesto kainas kaip RNN modelis – 8.90 EUR/kg. Skirtumas atsiranda vasarį bei kovą, kai vasario mėnesį fuzzy – ARIMA modelis prognozuoja 8.84 EUR, o RNN – 8.80 EUR, bei kovą fuzzy – ARIMA modelio prognozė yra 8.65 EUR, o RNN – 8.90 EUR. Sviesto kainų prognozės abiem modeliais gana tikslios, tačiau mūsų modelis fiksavo mažesnę svyravimą ir geriau prisitaikė prie realios rinkos – santykinė paklaida siekė iki 0.8 %, o RNN kartais viršijo -2 %.

21 lentelė. Sviesto ARIMA – fuzzy ir RNN modelio prognozių palyginimas

Data	ARIMA – fuzzy kainų prognozės, EUR	RNN modelio kainų prognozės, EUR	Realios kainos, EUR	Santykinė paklaida	
				ARIMA - fuzzy	RNN
2025-01	8.90	8.90	8.92	0.22%	0.22%
2025-02	8.84	8.80	8.77	-0.79%	-0.34%
2025-03	8.65	8.90	8.72	0.80%	-2.06%

### 3.4.3. Tilsit sūrio kainų modelių palyginimas

Pateikiamas tilsit sūrio kainų prognozių palyginimas tarp dviejų modelių – ARIMA ir fuzzy bei Žemės ūkio duomenų centro (ŽŪDC) sudarytų RNN modelio prognozių. Analizuojant rezultatus matyti, kad 2025 metų sausio mėnesį fuzzy – ARIMA prognozuoja šiek tiek žemesnę kainą (6.65 EUR/kg) nei RNN modelis (6.70 EUR/kg), tačiau vasario mėnesį situacija apsiverčia – fuzzy ir ARIMA prognozė (6.73 EUR/kg) yra didesnė nei ŽŪDC RNN modelio (6.60 EUR/kg). Tolesniais mėnesiais fuzzy – ARIMA pateikia nuosaikesnes prognozes: kovą jis prognozuoja 6.71 EUR/kg, kai tuo tarpu RNN modelis – net 7.00 EUR/kg. Tilsit sūrio atveju ARIMA - fuzzy modelis labiau tiksliai prognozavo kainas, tuo tarpu RNN labiau klydo – ypač kovą, kai paklaida siekė net -5.74 %.

22 lentelė. Tilsit sūrio ARIMA – fuzzy ir RNN modelio prognozių palyginimas

Data	ARIMA - fuzzy kainų prognozės, EUR	RNN modelio kainų prognozės, EUR	Realios kainos, EUR	Santykinė paklaida	
				ARIMA -fuzzy	RNN
2025-01	6.65	6.70	6.65	0%	-0.75%
2025-02	6.73	6.60	6.58	-2.27%	-0.30%
2025-03	6.71	7.00	6.62	-1.35%	-5.74%

### 3.4.4. Gouda sūrio kainų modelių palyginimas

Gouda sūrio kainų palyginimas tarp fuzzy – ARIMA ir ŽŪDC (RNN) modelių atskleidžia tendenciją, jog ARIMA – fuzzy modelis visais mėnesiais prognozuoja aukštesnes kainas nei RNN metodas. Sausio mėn. fuzzy – ARIMA prognozuoja 6.12 EUR/kg, o RNN – 5.90 EUR/kg. Tokie skirtumai išlieka ir kitais mėnesiais – vasario mėnesį ARIMA – fuzzy modelis prognozuoja 6.22 EUR, RNN – 6.20 EUR, kovą ARIMA – fuzzy modelis nurodo 6.55 EUR kainą, o RNN – 6.20 EUR. Gouda sūriui RNN modelis sausį ir vasarį geriau atitiko realias kainas, bet kovą ARIMA – fuzzy modelis pasižymėjo mažesne paklaida.

23 lentelė. Gouda sūrio ARIMA – fuzzy ir RNN modelio prognozių palyginimas

Data	ARIMA - fuzzy kainų prognozės, EUR	RNN modelio kainų prognozės, EUR	Realios kainos, EUR	Santykinė paklaida	
				ARIMA -fuzzy	RNN
2025-01	6.12	5.90	5.93	-3.20%	0.50%
2025-02	6.22	6.20	6.20	-0.32%	0%
2025-03	6.55	6.20	6.85	4.37%	9.48%

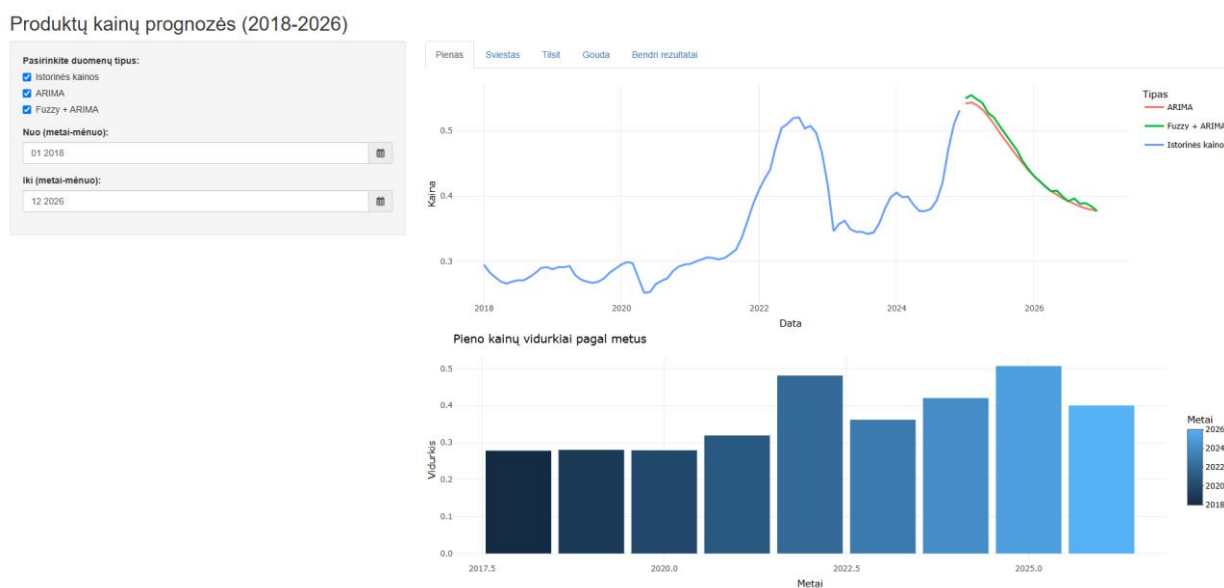
Apibendrinant, remiantis pateiktomis 35–38 lentelėmis, matyti, kad ARIMA – fuzzy modelis dažniausiai pasižymėjo mažesne santykinė paklaida ir tikslesnėmis kainų prognozėmis nei RNN modelis. Tai ypač ryšku prognozuojant bazinio pieno, sūrio, tilsit ir gouda sūrio kainas, kur RNN modeliai kai kuriais laikotarpiais pateikė reikšmingai didesnes prognozės paklaidas (pvz., gouda sūriui – net iki 9,48 %). Fuzzy - ARIMA prognozės buvo artimesnės faktinėms kainoms ir mažiau jautrios svyravimams. Tokie rezultatai rodo, kad fuzzy ARIMA modelis buvo efektyvesnis realių rinkos kainų prognozavime.

Didžiausias fuzzy - ARIMA modelio pranašumas – tai gebėjimas ne tik analizuoti laiko eilučių duomenis, bet ir įtraukti papildomus ekonominius veiksnius bei logines taisykles, kurios padeda tiksliau įvertinti kainų formavimosi procesus. Pavyzdžiui, bazinio pieno kainų prognozėse buvo atsižvelgiama į gamybos vertę bei gimusių kūdikių skaičių – tai leido vertinti tiek pasiūlos, tiek būsimą paklausą. Sviesto modeliui pridėtos tokios reikšmės kaip bazinio pieno kaina, importo vertė, BVP ir mirusiųjų skaičius – šie rodikliai atspindi tiek gamybos sąnaudas, tiek vartojimo struktūrą. Tilsit sūrio atveju naudoti bazinio pieno kaina ir vartotojų kainų indeksas (VKI), kurie padeda įvertinti tiek žaliavų kainų kilimą, tiek infliacijos poveikį. Gouda sūrio prognozėje papildomai buvo įtraukti nuolatinių gyventojų ir gimimų skaičiai – tai siejama su galimu ilgalaikiu vartojimo augimu. Šie veiksniai suteikė modeliui galimybę jautriau ir tiksliau reaguoti į realius ekonominius svyravimus, todėl fuzzy ARIMA prognozės dažnai buvo artimesnės tikrosioms kainoms nei tos, kurias pateikė RNN modelis. Tokie rezultatai pagrindžia, kad ekonominių veiksnių įtraukimas ir taisyklių logika leidžia ne tik suprasti kainų pokyčius, bet ir efektyviau juos prognozuoti.

### 3.5. R shiny įrankis

Šiam darbui buvo sukurtas interaktyvus R Shiny įrankis, skirtas vizualiai pavaizduoti pieno produktų istorines kainas 2018 m. – 2024 m. laikotarpiu bei prognozuojamas 2025 m. – 2026 m kainas. Šis įrankis leidžia vartotojui pasirinkti norimus produktus (pienas, sviestas, tilsit ir gouda), nurodyti konkretų datų intervalą bei pasirinkti, kokio tipo duomenis rodyti: istorines kainas, ARIMA prognozes ar fuzzy - ARIMA prognozes. Aplikacijoje pateikiami tiek laiko eilučių grafikai, leidžiantys analizuoti kainų pokyčius per laiką, tiek stulpeliniai grafikai su metiniais kainų vidurkiais. Taip pat pateikiamas bendras visų produktų prognozių palyginimas, kuris padeda išvelgti bendras produktų kainų tendencijas.

Žemiau pateiktame paveikslėlyje (žr. 13 pav.) matomas visas R Shiny aplikacijos langas, skirtas produktų kainų prognozavimui. Vartotojo sąsaja yra suskirstyta į du pagrindinius blokus: kairėje – duomenų filtravimo valdikliai, o dešinėje – dinaminiai grafikai. Viršuje pateikti skirtingi produktų skirtukai, kurie leidžia naudotojui pasirinkti konkretų produktą (pienas, sviestas, tilsit, gouda) bei bendrą visų rezultatų palyginimą.



13 pav. Sukurto įrankio vizualizacija

14 pav. pavaizduoti duomenų filtravimo įrankiai. Vartotojas gali pasirinkti, kokio tipo duomenis nori matyti – istorines kainas, ARIMA prognozes ar fuzzy – ARIMA prognozes. Be to, galima tiksliai nustatyti prognozės laikotarpį naudojant mėnesio ir metų tikslumo datų pasirinkimo laukus. Tai suteikia lankstumo analizuoti skirtingus laiko intervalus pagal individualius poreikius.

#### Produktų kainų prognozės (2018-2026)

**Pasirinkite duomenų tipus:**

Istorinės kainos

ARIMA

Fuzzy + ARIMA

**Nuo (metai-mėnuo):**

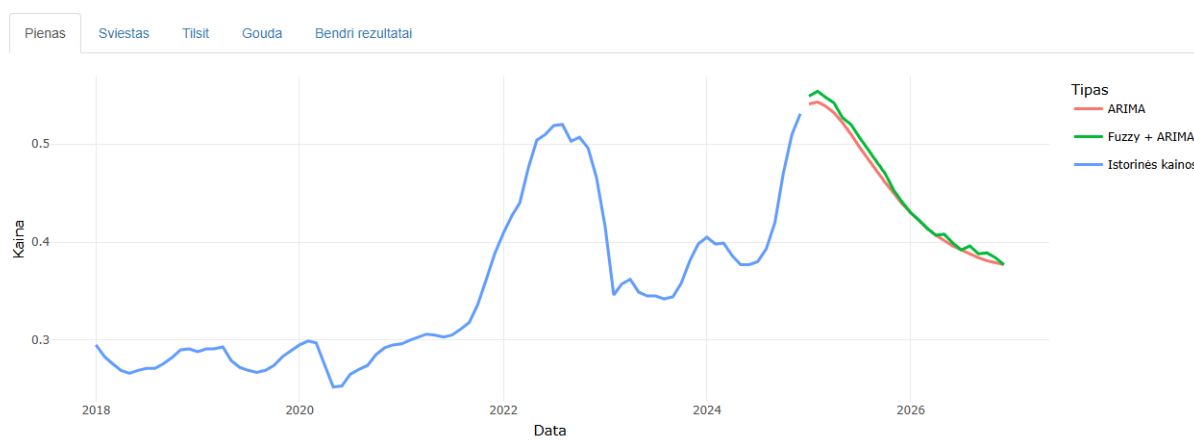
01 2018 📅

**Iki (metai-mėnuo):**

12 2026 📅

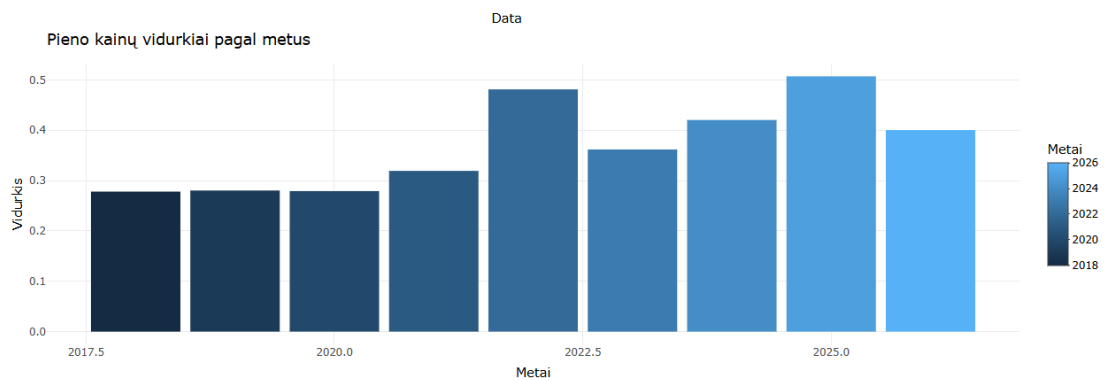
**14 pav.** Vizualizacijos filtravimo įrankiai

15 pav. atvaizduojamos visos pasirinkto produkto kainos per laiką – tiek istorinės, tiek prognozuotos. Naudojamas interaktyvus „plotly“ grafikas leidžia vartotojui užvedus pelės žymeklį ant bet kurio taško matyti tikslią kainą bei atitinkamą data. Tai leidžia tiksliai analizuoti, kaip kaina keitėsi ir kokios prognozės numatomos artimiausiais metais.



**15 pav.** Pieno produkto istorinių bei prognozuojamų kainų grafikas

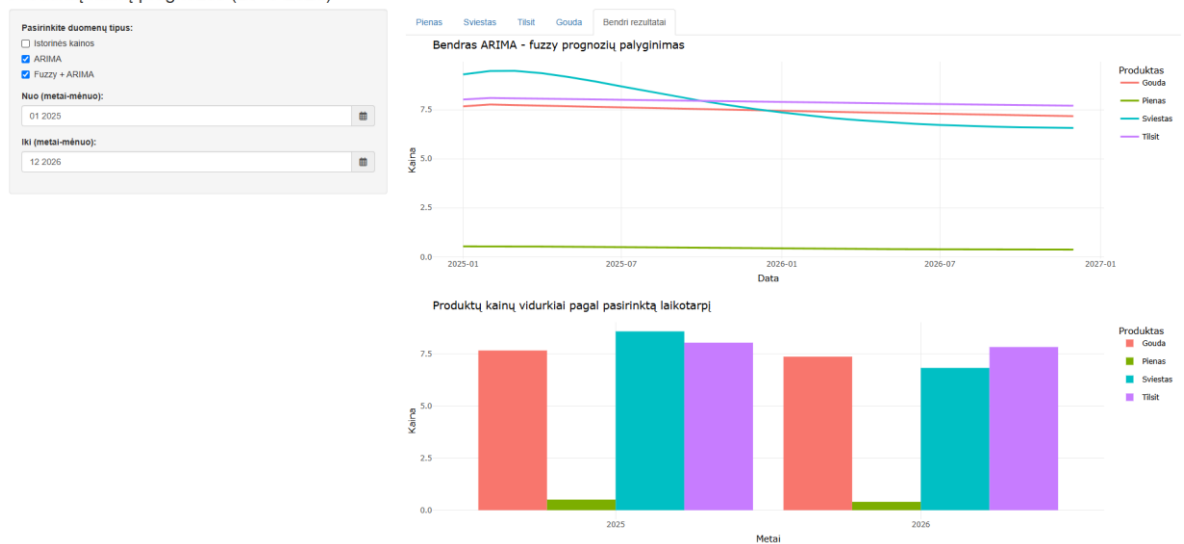
16 pav. pavaizduotas stulpelinis grafikas, kuriame pateikiami metiniai vidutiniai produktų kainų pokyčiai. Šis vizualizavimas padeda greitai įvertinti, kuriuose metuose kainos augo ar mažėjo, ir kaip skiriasi prognozės nuo istorinių duomenų. Kiekvienas produktas turi atskirą tokį grafiką, o stulpeliai yra spalviškai išskirti pagal metus.



16 pav. Pieno produkto kainų vidurkių stulpelinė diagrama

Paskutinis 17 paveikslėlis vaizduoja bendrą grafiką, kuriame pateiktos keturių produktų ARIMA – fuzzy prognozės vienoje vietoje bei stulpelinę diagramą, kuri pavaizduoja kiekvieno produkto metinius kainų vidurkius. Šis palyginimas leidžia matyti tarpusavio pokyčius ir skirtumus tarp pieno, sviesto, tilsit ir gouda produktų kainų prognozių bei vidurkių. Grafikai suteikia galimybę lengvai identifikuoti produktus su augančiomis ar mažėjančiomis kainų dinamikomis.

Produktų kainų prognozės (2018-2026)



17 pav. Bendrų pieno produktų grafikų vizualizacija

Apibendrinant, galima teigti, kad sukurtas prognozavimo įrankis pasižymi aiškia struktūra, patogiu valdymu ir pritaikomumu įvairioms analizės reikmėms. Jame sukurti keli skirtingi prognozavimo metodai – nuo klasikinių statistinių iki pažangesnių modelių, leidžiančių lankščiau vertinti pieno produktų kainų pokyčius. Šis įrankis tinka tiek tolesniems moksliniams tyrimams, tiek praktiniam duomenų vertinimui ir sprendimų priėmimui pieno sektoriuje.

## Išvados

1. Išanalizavus taikomus matematinius modelius pieno produktų kainų analizėje pastebėta, jog dominuoja laiko eilučių modeliai, regresiniai metodai ir dirbtinio intelekto algoritmai, kurie leidžia įvertinti rinkos svyravimus ir prognozuoti kainas.
2. Surinkti, susisteminti ir apdoroti duomenys iš skirtingų šaltinių (Žemės ūkio duomenų centro, Eurostato ir Lietuvos statistikos departamento duomenų bazių) sudarė išsamią duomenų visumą - pieno, sviesto, tilsit ir gouda sūrių kainų pokyčiai bei juos įtakojo veiksniai.
3. Sukurti regresiniai modeliai leido įvertinti pieno produktų kainų priklausomybę nuo ekonominių veiksnių. Bazinio pieno kainai reikšmingą įtaką darė gamybos vertė bei mėnesinis gimusių kūdikių skaičius, sviestui - bazinio pieno kaina, sviesto importas, bendrasis vidaus produktas, mėnesinis mirusiųjų skaičius, tilsit sūriui – bazinio pieno kaina ir vartotojų kainų indeksas, o gouda sūriui - bazinio pieno kaina, nuolatinis gyventojų skaičius bei mėnesinis gimusių kūdikių skaičius.
4. Laiko eilučių analizės pagrindu sudaryti ARIMA ir ARIMA – fuzzy modeliai pademonstravo gerą prognozių tikslumą. Fuzzy korekcija ypač padėjo sušvelninti per didelį ARIMA modelių optimizmą ir priartino rezultatus prie realių rinkos tendencijų.
5. Remiantis ARIMA – fuzzy ir neuroninių tinklų prognozių palyginimu su realiomis 2025 m. pirmųjų trijų mėnesių kainomis, galima teigti, kad ARIMA – fuzzy modelis 5 iš 12 atvejų pateikė tikslesnes prognozes nei neuroninių tinklų modelis, o dar 3 atvejais abu modeliai pasižymėjo vienoda santykinė paklaida. Nors 4 atvejais RNN prognozės buvo tikslesnės, tačiau ARIMA – fuzzy modelis pasižymėjo stabilesniais ir nuoseklesniais rezultatais.
6. Naudojant „R Shiny“ programą sukurtas interaktyvus įrankis, leidžiantis vartotojams stebėti istorines kainas, prognozes bei metinius vidurkius. Įrankis pritaikytas įvairių produktų vizualizacijai, o rezultatų filtravimas pagal laikotarpį ar modelį suteikia lankstumo analizėje.

## Literatūros sąrašas

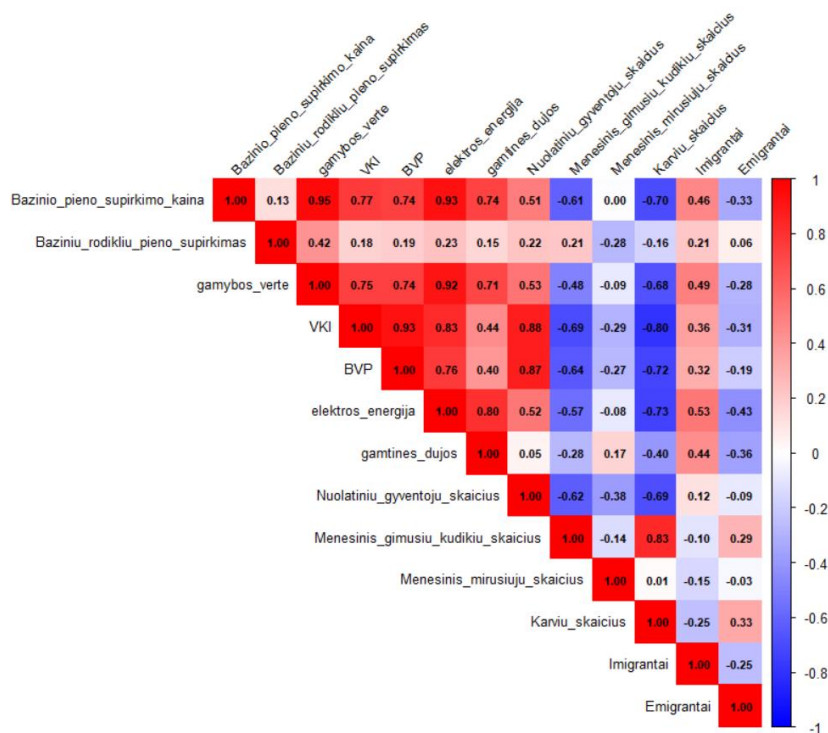
1. Ghodsi, M., & Daneshvar, S. (2021). Forecasting food prices using hybrid ARIMA–ANN models: Case of dairy products. *Journal of Cleaner Production*, 289, 125146.
2. Food and Agriculture Organization of the United Nations (FAO). (2020). *Food Outlook – Biannual Report on Global Food Markets*. Rome: FAO. Nuoroda: <https://openknowledge.fao.org/items/34a22a57-5f25-4562-b658-a3d2087ed2af>
3. LIETUVOS BANKAS. Forecast: Growth of the Lithuanian economy will be weaker, the price level will not rise and purchasing power will increase. 2020. Nuoroda: <https://www.lb.lt/en/news/forecast-growth-of-the-lithuanian-economy-will-be-weaker-the-pricelevel-will-not-rise-and-purchasing-power-will-increa>
4. CESNAVIČIUS, M. Lithuanian long-term electricity market price predictions based on regression analysis and natural gas futures. 2023.
5. GASPARĖNIENĖ, L. ir J. KARTAŠOVA. *Finansinių investicijų ir investicinių projektų vertinimas*. Vilnius: Vilniaus kolegija, 2016. ISBN 978-609-8134-17-9.
6. MALEKI, A., MORADI, H., JAVADI, A. et al. Forecasting Milk Production Using Hybrid Models Based on Artificial Intelligence and Time Series in Iran. *Agriculture*, 2023, vol. 13, no. 9, 1671. ISSN 2077-0472. Nuoroda: <https://www.mdpi.com/2077-0472/13/9/1671>
7. BOGDAN, A., MIREA, C., BARBU, C.-M. Energy Consumption Forecasting in the Dairy Industry Using Artificial Intelligence. *Energies*, 2020, vol. 13, no. 20, 5420. ISSN 1996-1073. Nuoroda: <https://www.mdpi.com/1996-1073/13/20/5420>
8. GARG, R., JAIN, V., GARG, M. Application of Time Series and Econometric Models in Forecasting Agricultural Commodity Prices: A Review *Journal of Risk and Financial Management*, 2023, vol. 11, no. 3, 94. ISSN 2227-7072. Nuoroda: <https://www.mdpi.com/2227-7072/11/3/94>
9. ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT (OECD). *OECD-FAO Agricultural Outlook 2023–2032*. Paris: OECD Publishing, 2023.
10. EUROMONITOR INTERNATIONAL. *Dairy Products and Alternatives in Lithuania*. 2023. Nuoroda: <https://www.euromonitor.com/dairy-products-and-alternatives-in-lithuania/report>
11. FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION OF THE UNITED NATIONS. *The future of food and agriculture – Drivers and triggers for transformation*. Rome: FAO, 2022. Nuoroda: <https://openknowledge.fao.org/items/3be6263e-6d0b-42ee-bce4-97663f2cd905>
12. DAIRY GLOBAL. *Global dairy forecast 2024: Milk production and trade*. 2023. Nuoroda: <https://www.dairyglobal.net/industry-and-markets/market-trends/global-dairy-forecast-2024-milk-production-and-trade/>
13. RABOBANK. *Global Dairy Quarterly Q1 2025: Modest growth amid trade shifts*. 2025. Nuoroda: <https://www.rabobank.com/knowledge/q011332988-global-dairy-quarterly-q1-2025-modest-growth-amid-trade-shifts>
14. UNITED STATES DEPARTMENT OF AGRICULTURE. *Dairy Outlook: 2024 Annual Outlook Report*. 2024.
15. FINANCIAL TIMES. *Global dairy supply faces disruption amid climate and trade tensions*. 2024. Nuoroda: <https://www.ft.com/content/d1c50820-0d9b-42f2-9b91-c7d28df3f4f2>
16. ŽEMĖS ŪKIO DUOMENŲ CENTRAS. *Pieno rinka Lietuvoje*. 2024. Nuoroda: <https://zudc.lt/pieno-rinka/>

17. SAHOO, R. N., TRIPATHY, S., MOHAPATRA, D. et al. Milk price modeling and forecasting. 2021. ResearchGate. Nuoroda: [https://www.researchgate.net/publication/350780637\\_Milk\\_price\\_modeling\\_and\\_forecasting](https://www.researchgate.net/publication/350780637_Milk_price_modeling_and_forecasting)
18. PARLIŃSKA, M., PARLIŃSKI, B. Price volatility of milk and dairy products in Poland after accession to the EU. 2021. ResearchGate. Nuoroda: [https://www.researchgate.net/publication/350188339\\_Price\\_volatility\\_of\\_milk\\_and\\_dairy\\_products\\_in\\_Poland\\_after\\_accession\\_to\\_the\\_EU](https://www.researchgate.net/publication/350188339_Price_volatility_of_milk_and_dairy_products_in_Poland_after_accession_to_the_EU)
19. JAHAN, N., RAHMAN, M. M., MIAH, M. S. Forecasting of agricultural commodity prices using time series and machine learning techniques: Evidence from Bangladesh. *International Journal of Economics and Financial Issues*, 2020, vol. 10, no. 6, p. 153–160. ISSN 2146-4138. Nuoroda: <https://www.econjournals.com/index.php/ijefi/article/view/9184>
20. CIEŚLAK, I. The economic effects of milk price volatility: Empirical evidence from Poland. *China Agricultural Economic Review*, 2019, vol. 11, no. 3, p. 519–535. ISSN 1756-137X. Nuoroda: <https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/CAER-04-2017-0062>
21. JIANG, H., LI, Y., ZHANG, X. Time Series Analysis of China's Dairy Products Market Based on ARIMA and Grey Model. *Sustainability*, 2023, vol. 15, no. 8, art. 6647. ISSN 2071-1050. Nuoroda: <https://www.mdpi.com/2071-1050/15/8/6647>
22. RAJENDRAN, S., RAVICHANDRAN, K. S. Prediction of milk yield using statistical and machine learning techniques. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018, art. ID 2540681. ISSN 1024-123X. Nuoroda: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1155/2018/2540681>
23. LI, Z., ZUO, A., LI, C. Predicting Raw Milk Price Based on Depth Time Series Features for Consumer Behavior Analysis [interaktyvus]. 2023. p. 1–2.
24. GOERG, G. M. The Lambert Way to Gaussianize Heavy-Tailed and Skewed Data. *The American Statistician*, 2015, vol. 69, no. 1, p. 72–82. ISSN 0003-1305. Nuoroda: <https://doi.org/10.1080/00031305.2014.896789>
25. JUSZCZYK, B., ADRYCH, M. ir ŻUREK, J. Pre-Processing of Heavy-Tailed Input Data Using the Lambert W Function for Accurate Modelling of Smart Sensor Outputs. *Electronics*, 2024, vol. 13, art. no. ISSN 2079-9292.
26. SUN, H., ZHANG, J. ir XUE, J. On the Generation of Symmetric Random Variables Using the Inverse Lambert W Function. *Symmetry*, 2023, vol. 15, no. 10, art. 1877. ISSN 2073-8994. Nuoroda: <https://www.mdpi.com/2073-8994/15/10/1877>
27. GOERG, G. M. LambertW: Tools for working with the Lambert W function and its distributional extensions. R package vignette, 2023. Nuoroda: <https://cran.r-project.org/web/packages/LambertW/vignettes/LambertW.pdf>
28. RUZGAS, T., JANKAUSKIENĖ, I., ZAJANČKAUSKAS, A., LUKAUSKAS, M., BAZILEVIČIUS, M., KALUŽEVIČIŪTĖ, R. ir ARNASTAUSKAITĖ, J. Solving linear and nonlinear delayed differential equations using the Lambert W function for economic and biological problems. 2024.
29. VALIULIS, G. Skysčio lygio valdymas taikant fuzzy logiką. *Elektronika ir elektrotechnika*, 2005, nr. 8(64), p. 65–68. ISSN 1392-1215.
30. ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and Control*, 1965, vol. 8, no. 3, p. 338–353. ISSN 0890-5401. Nuoroda: [https://doi.org/10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X)
31. KOULOURIOTIS, D. E., DIAKOULAKIS, I. E. ir EMIRIS, D. M. Decision Support Using Fuzzy Cognitive Maps. 2010.

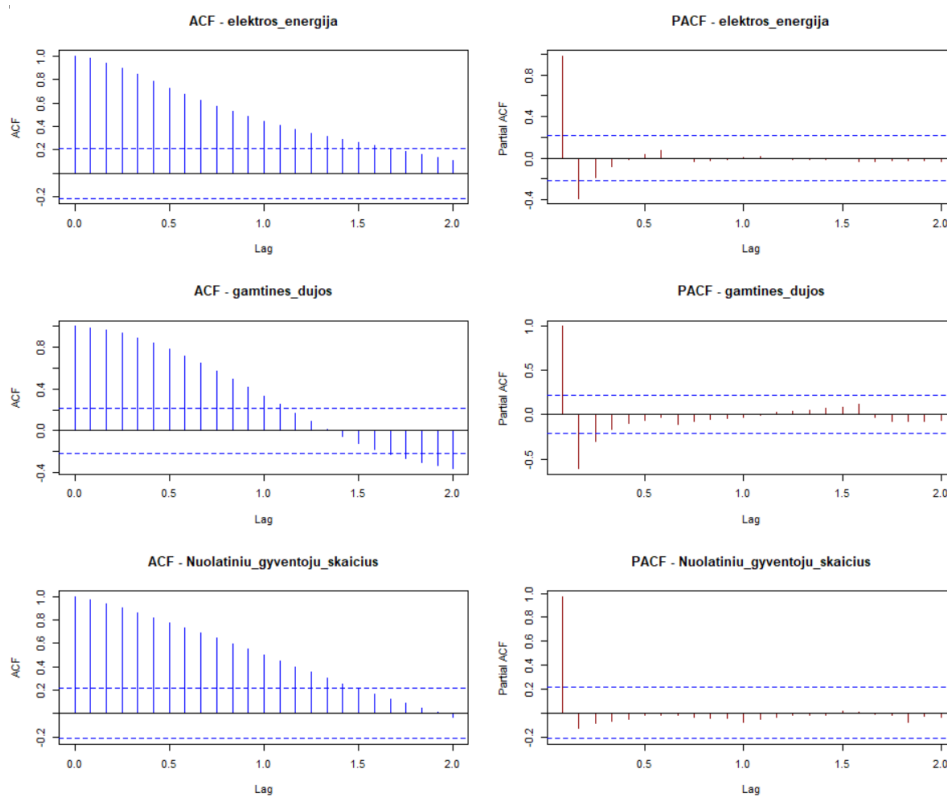
32. AGAMI, N., SALEH, M. ir EL-SHISHINY, H. A Fuzzy Logic Based Trend Impact Analysis Method. *Technological Forecasting and Social Change*, 2010, vol. 77, no. 7, p. 1051–1060. ISSN 0040-1625. Nuoroda: <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2010.03.009>.
33. CHANG, W., CHENG, J., ALLAIRE, J. J., XIE, Y. ir McPHERSON, J. Shiny: Web Application Framework for R (Version 1.7.1) [R package manual]. Posit Software, PBC, 2021. Nuoroda: <https://shiny.posit.co/>
34. LIN, B. Data Visualization on Food Price Changes with Shiny App [interaktyvus]. NYC Data Science Academy, 2016. Nuoroda: <https://blog.nycdatascience.com/shiny/data-visualization-on-food-price-changes-with-shiny-app/>
35. SHANAHAN, R. Time Series Forecasting with Shiny. GitHub. [n.d.]. Nuoroda: <https://github.com/rjshanahan/Time-Series-Forecasting-with-Shiny>
36. OMBERA, M. Forecast R-Shiny. GitHub. [n.d.]. Nuoroda: [https://github.com/mlombera94/forecast\\_R-shiny](https://github.com/mlombera94/forecast_R-shiny)
37. BENESTY, J., CHEN, J., HUANG, Y. ir COHEN, I. Pearson Correlation Coefficient. In: *Noise Reduction in Speech Processing*. Springer Topics in Signal Processing, vol. 2. Berlin, Heidelberg: Springer, 2009, p. 1–4. ISBN 978-3-642-00295-3.
38. MUKAKA, M. M. A guide to appropriate use of correlation coefficient in medical research. *Malawi Medical Journal*, 2012, vol. 24, no. 3, p. 69–71. ISSN 1995-7262. Nuoroda: <https://www.ajol.info/index.php/mmj/article/view/81578>
39. NEWCASTLE UNIVERSITY. Strength of Correlation. [n.d.]. Nuoroda: <https://www.ncl.ac.uk/webtemplate/ask-assets/external/maths-resources/statistics/regression-and-correlation/strength-of-correlation.html>
40. JAMES, G., WITTEN, D., HASTIE, T. ir TIBSHIRANI, R. *An Introduction to Statistical Learning: with Applications in R*. New York: Springer, 2013. ISBN 978-1-4614-7137-0.
41. BOX, G. E. P., JENKINS, G. M. ir REINSEL, G. C. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 5th ed. Hoboken: Wiley, 2015. ISBN 978-1-118-67120-6.
42. GUJARATI, D. N. ir PORTER, D. C. *Basic Econometrics*. 5th ed. New York: McGraw-Hill, 2009. ISBN 978-0-07-337577-9.
43. SPUR ECONOMICS. ADF Test – Augmented Dickey-Fuller Equation. [n.d.]. Nuoroda: <https://spureconomics.com/adf-test-augmented-dickey-fuller-equation/>
44. SHAPIRO, S. S. ir WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, 1965, vol. 52, no. 3/4, p. 591–611. ISSN 0006-3444. Nuoroda: <https://doi.org/10.2307/2333709>
45. YI, S., NELSON, P. W. ir ULSOY, A. G. Delay differential equations via the matrix Lambert W function and bifurcation analysis: application to machine tool chatter. *Mathematical Biosciences and Engineering*, 2007, vol. 4, no. 2, p. 355–368. ISSN 1547-1063.
46. BROCKWELL, P. J. ir DAVIS, R. A. *Introduction to Time Series and Forecasting*. 2nd ed. New York: Springer, 2002. ISBN 978-0-387-95351-9.
47. MATHWORKS. trimf. MATLAB Documentation. Nuoroda: <https://de.mathworks.com/help/fuzzy/trimf.html>
48. MATHWORKS. trapmf. MATLAB Documentation. Nuoroda: <https://de.mathworks.com/help/fuzzy/trapmf.html>
49. MATHWORKS. Fuzzy Inference System Modeling. MATLAB Documentation. Nuoroda: <https://www.mathworks.com/help/fuzzy/fuzzy-inference-system-modeling.html>
50. MATHWORKS. Defuzzification Methods. MATLAB Documentation. Nuoroda: <https://www.mathworks.com/help/fuzzy/defuzzification-methods.html>

## Priedai

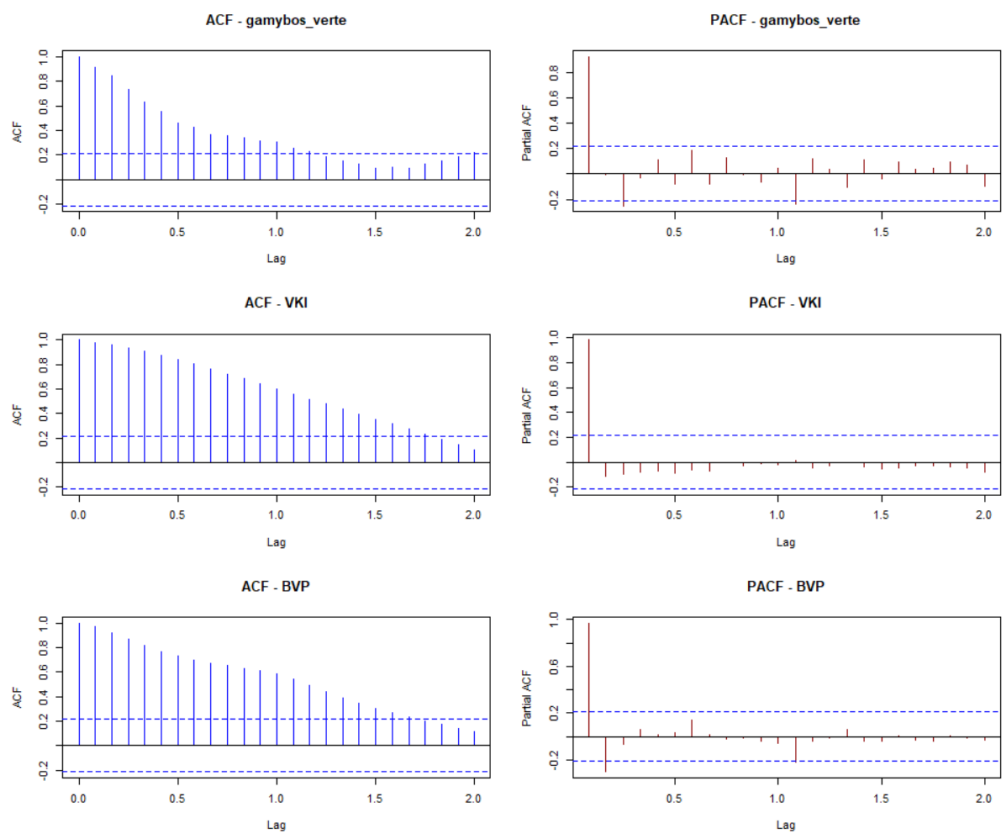
### 1 priedas. Bazinio pieno bei nepriklausomų veiksnių koreliacijos matrica



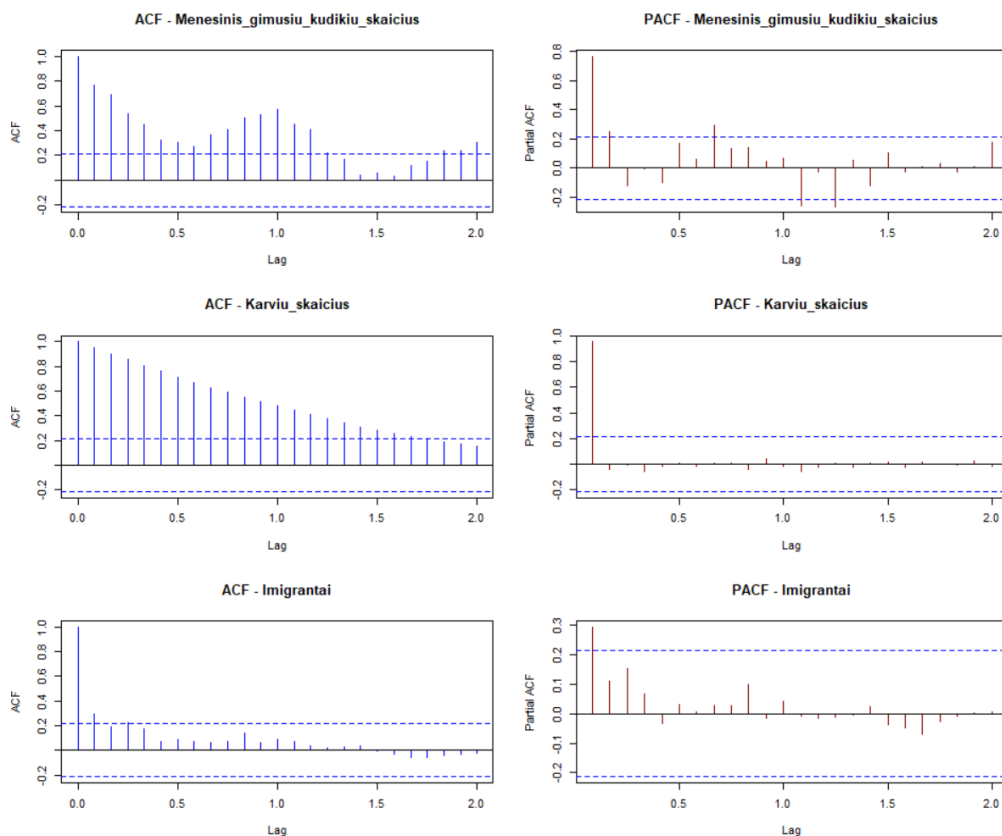
### 2 priedas. Elektros energijos, gamtinių dujų kainų bei nuolatinių gyventojų skaičiaus ACF ir PACF grafikai



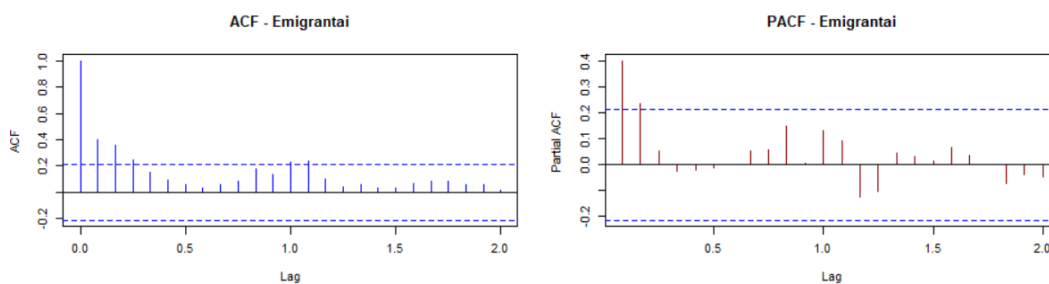
### 3 priedas. Gamybos vertės, VKI bei BVP ACF ir PACF grafikai



### 4 priedas. Gimusių kūdikių skaičiaus, karvių skaičiaus bei imigrantų skaičiaus ACF ir PACF grafikai



## 5 priedas. Emigrantų skaičiaus ACF ir PACF grafikai



## 6 priedas. Bazinio pieno regresinės analizės rezultatai prieš nereikšmingų veiksnių pašalinimą

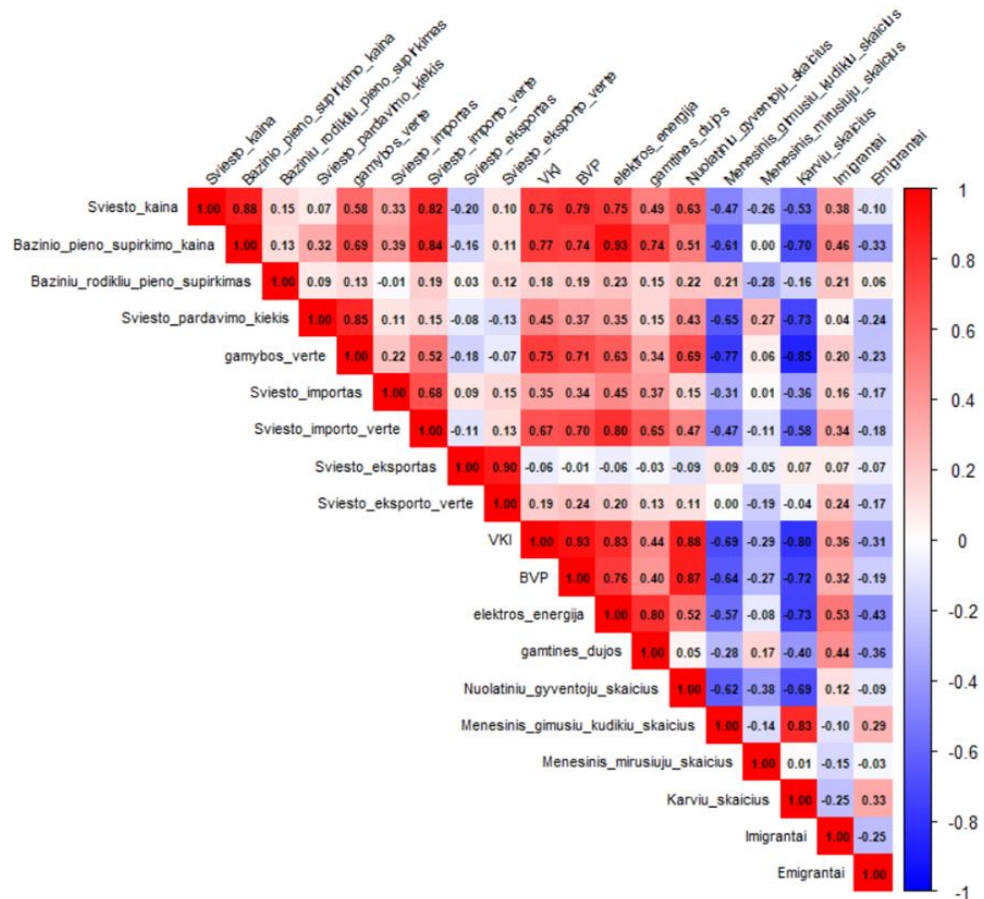
Veiksniai	Pr (> t )
Gamybos vertė	$6.78 \cdot 10^{-11}$
VKI	<b>0.115</b>
BVP	0.000214
Elektros energija	<b>0.133821</b>
Gamtinės dujos	<b>0.958482</b>
Nuolatinis gyventojų skaičius	<b>0.089931</b>
Mėnesinis gimusių kūdikių skaičius	$8.39 \cdot 10^{-7}$
Karvių skaičius	<b>0.654847</b>
Imigrantai	<b>0.528286</b>
Emigrantai	<b>0.147256</b>
<b>Modelio tikslumas</b>	
Multiple R – squared	0.955
Adjusted R – squared	0.9488
P – value	$2.2 \cdot 10^{-16}$

## 7 priedas. Bazinio pieno kainų galutinės prognozės

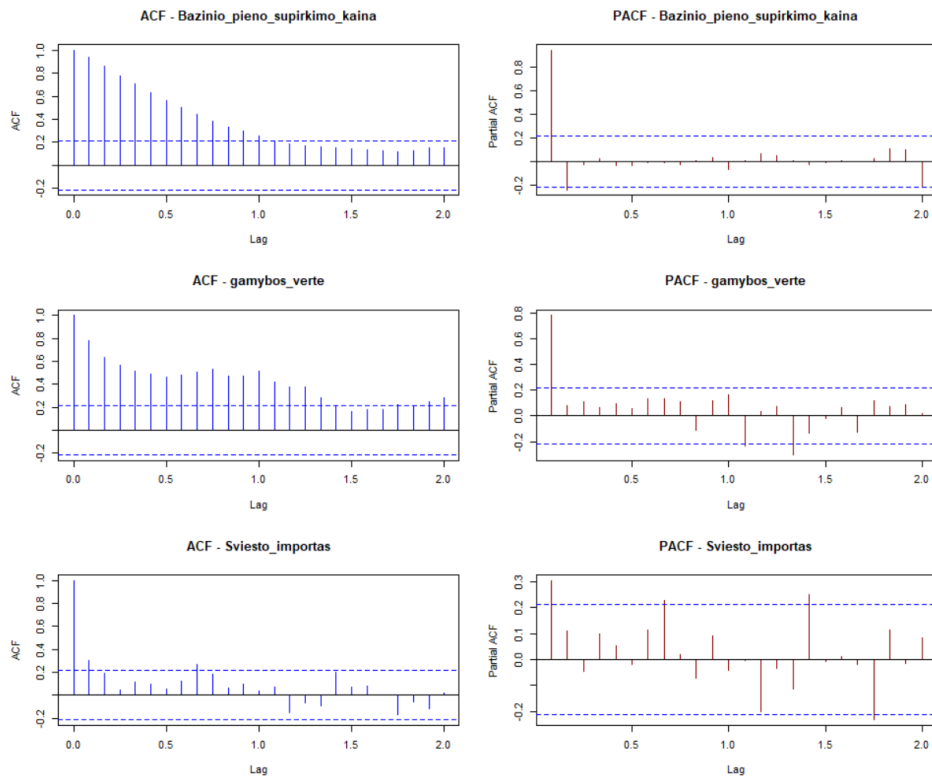
Data	ARIMA prognozė	Fuzzy korekcija	Fuzzy - ARIMA prognozė
1/1/2025	0.541	0.295	0.546
2/1/2025	0.543	0.4	0.55
3/1/2025	0.539	0.305	0.544
4/1/2025	0.532	0.4	0.538
5/1/2025	0.522	0.202	0.525
6/1/2025	0.51	0.4	0.516
7/1/2025	0.497	0.4	0.503
8/1/2025	0.485	0.4	0.491

9/1/2025	0.472	0.4	0.478
10/1/2025	0.461	0.4	0.466
11/1/2025	0.45	0.167	0.452
12/1/2025	0.439	0.092	0.441
1/1/2026	0.43	0	0.43
2/1/2026	0.422	0	0.422
3/1/2026	0.414	0	0.414
4/1/2026	0.407	0	0.407
5/1/2026	0.402	0.309	0.405
6/1/2026	0.396	0.136	0.398
7/1/2026	0.392	0	0.392
8/1/2026	0.388	0.4	0.392
9/1/2026	0.384	0.195	0.387
10/1/2026	0.381	0.4	0.386
11/1/2026	0.379	0.254	0.382
12/1/2026	0.377	0	0.377

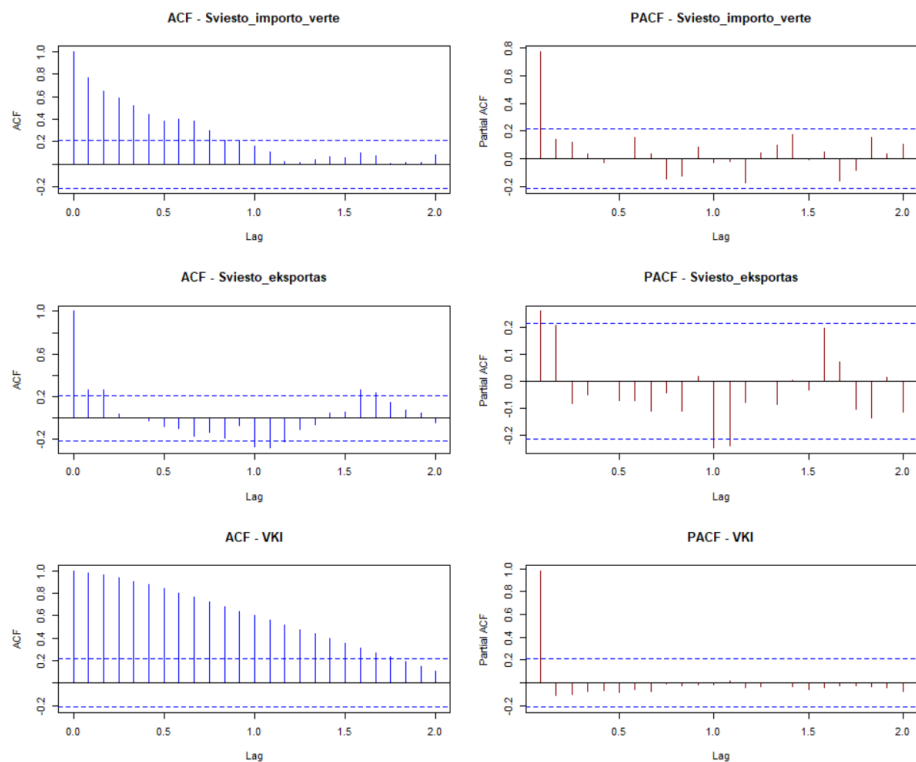
### 8 priedas. Sviesto bei nepriklausomų veiksnių koreliacijos matrica



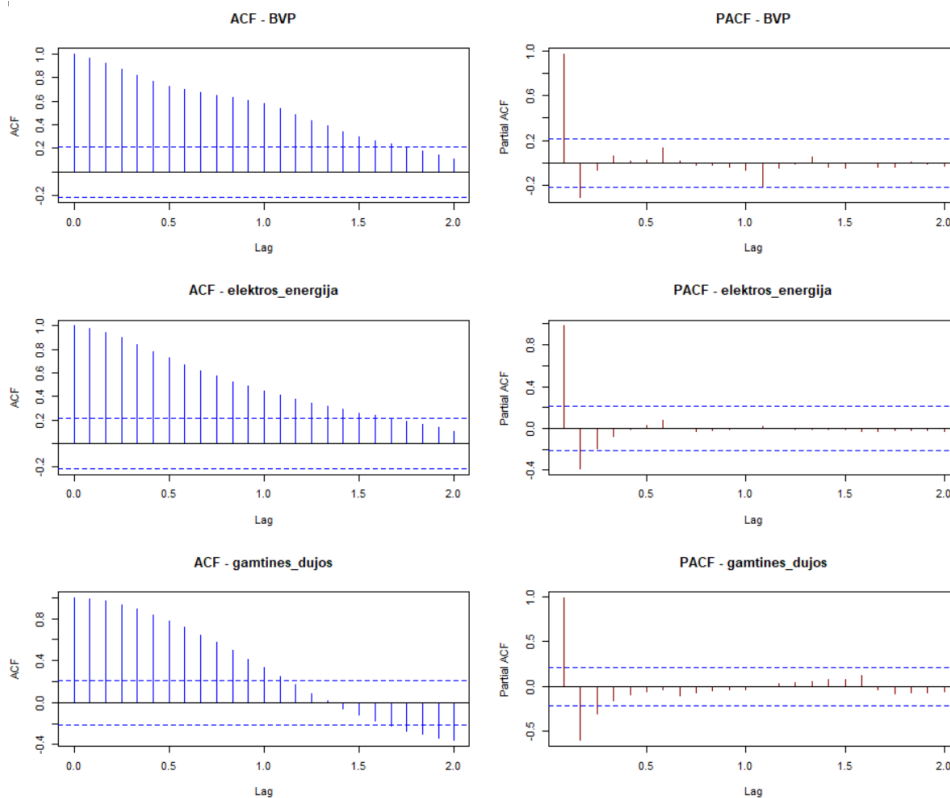
## 9 priedas. Bazinio pieno kainos, gamybos vertės ir sviesto importo ACF ir PACF grafikai



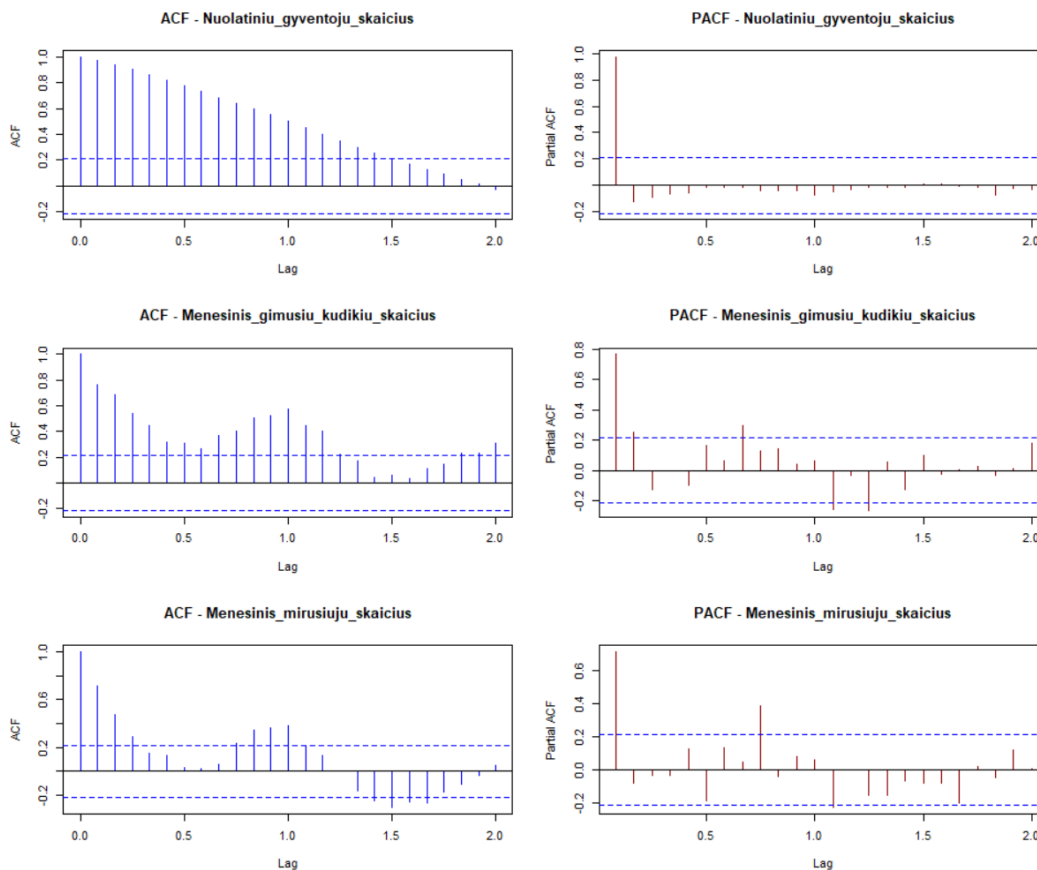
## 10 priedas. Sviesto importo vertės, sviesto eksporto bei VKI ACF ir PACF grafikai



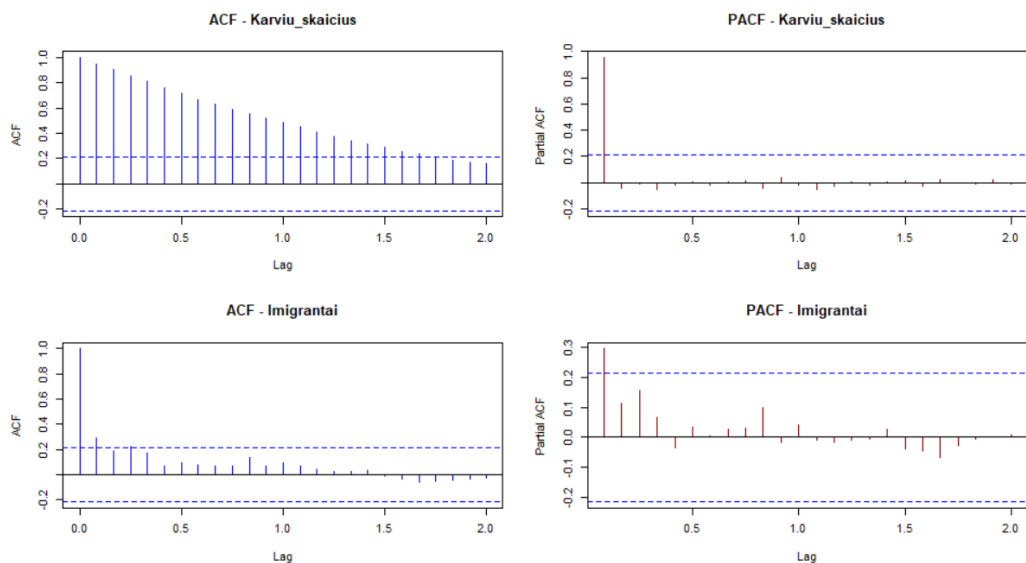
## 11 priedas. BVP, elektros energijos bei gamtinių dujų ACF ir PACF grafikai



## 12 priedas. Gyventojų skaičiaus, gimusių ir mirusiųjų skaičiaus ACF ir PACF grafikai



### 13 priedas. Karvių skaičiaus, imigrantų skaičiaus ACF ir PACF grafikai



### 14 priedas. Sviesto regresinės analizės rezultatai prieš nereikšmingų veiksnių pašalinimą

Veiksniai	Pr (> t )
Bazinio pieno kaina	$9.6 \cdot 10^{-10}$
Gamybos vertė	<b>0.769052</b>
Sviesto importas	0.054945
Sviesto importo vertė	0.000113
Sviesto eksportas	<b>0.215923</b>
VKI	<b>0.677147</b>
BVP	0.000421
Elektros energija	0.000181
Gamtinės dujos	<b>0.947089</b>
Nuolatinis gyventojų skaičius	<b>0.994545</b>
Mėnesinis gimusių kūdikių skaičius	<b>0.091554</b>
Mėnesinis mirusiųjų skaičius	0.003687
Karvių skaičius	<b>0.612044</b>
Imigrantai	<b>0.804268</b>
<b>Modelio tikslumas</b>	
Multiple R – squared	0.941
Adjusted R – squared	0.9289
P – value	$2.2 \cdot 10^{-16}$

### 15 priedas. Sviesto kainų prognozavimui skirtas taisyklių rinkinys

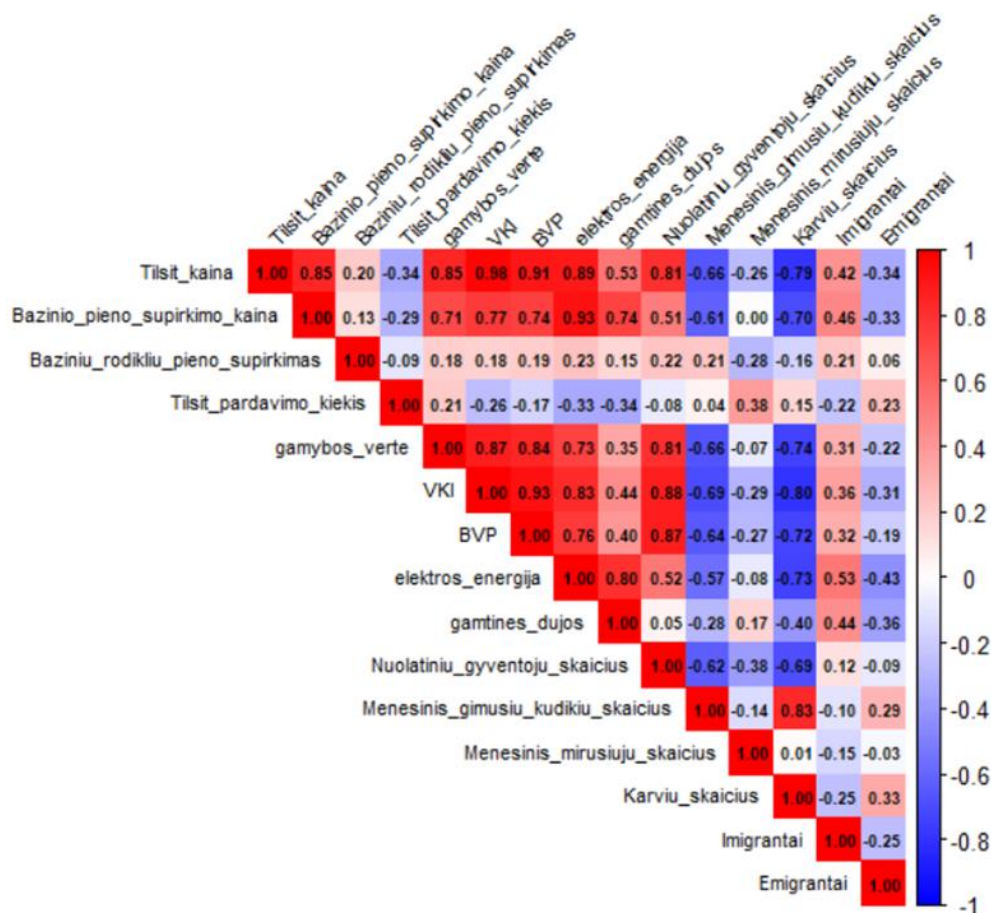
Taisyklė	Pieno kaina	Importas	BVP	Mirusiųjų sk.	Vidurkis	Išvestis (korekcija)
1	1 (Low)	1 (Low)	1 (Low)	1 (Low)	1.0	Strong_Negative (1)
2	2 (Medium)	1 (Low)	1 (Low)	1 (Low)	1.25	Strong_Negative (1)
3	3 (High)	1 (Low)	1 (Low)	1 (Low)	1.5	Strong_Negative (1)
4	1 (Low)	2 (Medium)	1 (Low)	1 (Low)	1.25	Strong_Negative (1)
5	2 (Medium)	2 (Medium)	1 (Low)	1 (Low)	1.5	Strong_Negative (1)
6	3 (High)	2 (Medium)	1 (Low)	1 (Low)	1.75	Negative (2)
7	1 (Low)	3 (High)	1 (Low)	1 (Low)	1.5	Strong_Negative (1)
8	2 (Medium)	3 (High)	1 (Low)	1 (Low)	1.75	Negative (2)
9	3 (High)	3 (High)	1 (Low)	1 (Low)	2.0	Neutral (3)

### 16 priedas. Sviesto kainų galutinės prognozės

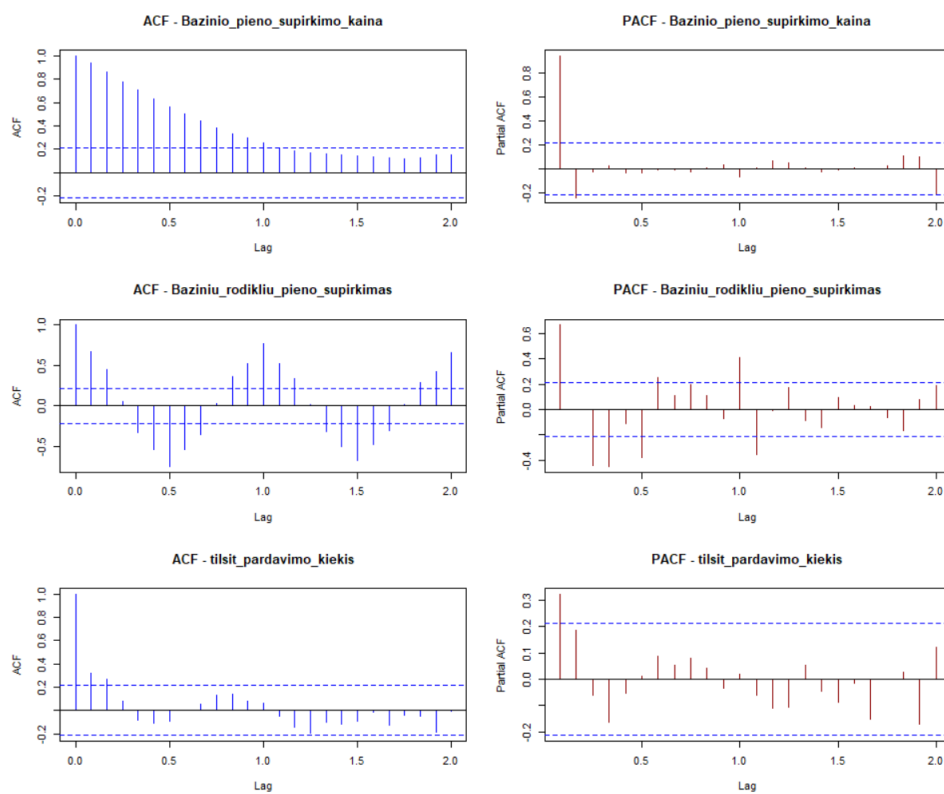
Data	ARIMA prognozė	Fuzzy korekcija	Fuzzy - ARIMA prognozė
1/1/2025	9.299	-0.21	8.908
2/1/2025	9.468	-0.33	8.843
3/1/2025	9.481	-0.435	8.656
4/1/2025	9.357	-0.224	8.937
5/1/2025	9.168	-0.299	8.62
6/1/2025	8.939	-0.14	8.689
7/1/2025	8.69	-0.048	8.607
8/1/2025	8.435	-0.052	8.347
9/1/2025	8.186	-0.072	8.068
10/1/2025	7.95	-0.057	7.859
11/1/2025	7.732	0	7.732
12/1/2025	7.534	-0.135	7.331
1/1/2026	7.358	0	7.358
2/1/2026	7.204	0	7.204
3/1/2026	7.072	-0.212	6.772
4/1/2026	6.959	-0.151	6.749
5/1/2026	6.865	0	6.865
6/1/2026	6.788	0	6.788
7/1/2026	6.725	0	6.725
8/1/2026	6.675	0	6.675

9/1/2026	6.636	0	6.636
10/1/2026	6.606	0	6.606
11/1/2026	6.584	0.163	6.799
12/1/2026	6.569	0	6.569

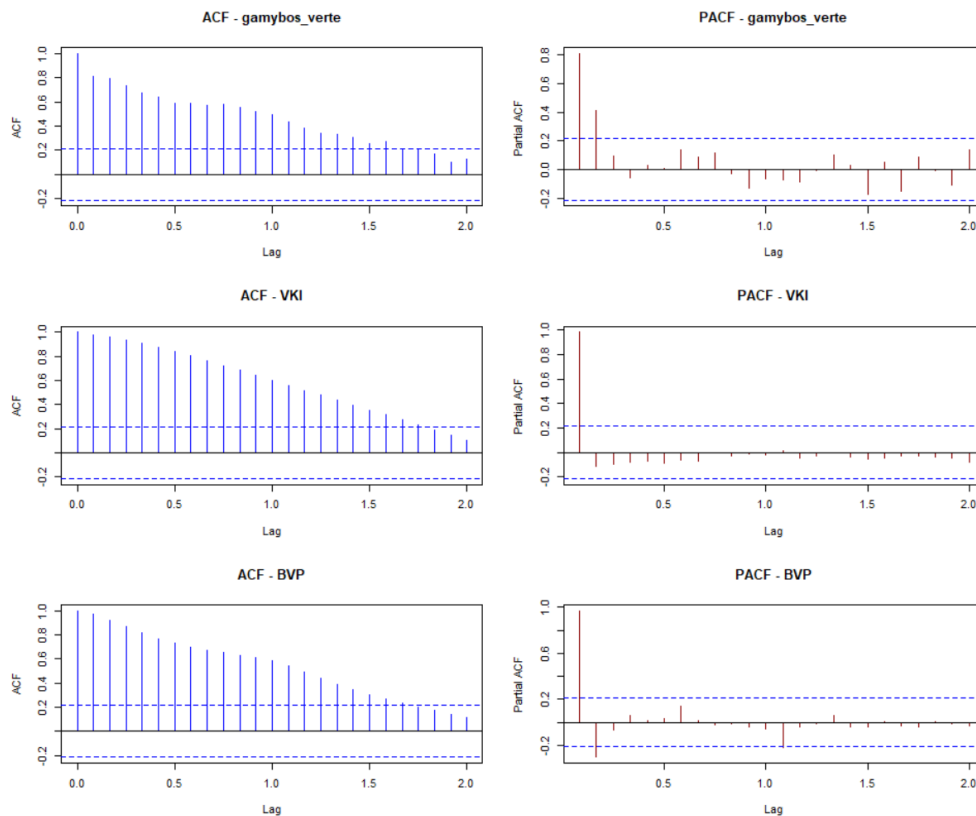
17 priedas. Tilsit sūrio bei nepriklausomų veiksnių koreliacijos matrica



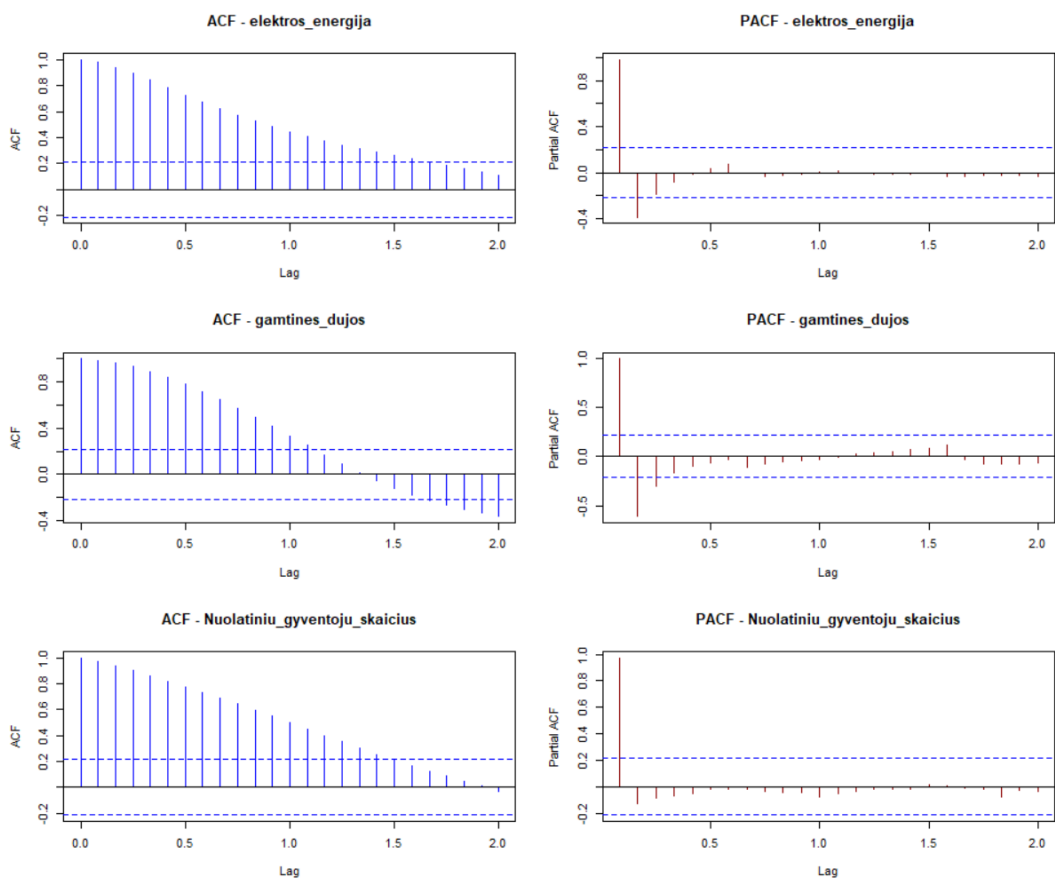
## 18 priedas. Bazinio pieno kainos, bazinio pieno supirkimo kiekio ir tilsit pardavimo kainos ACF ir PACF grafikai



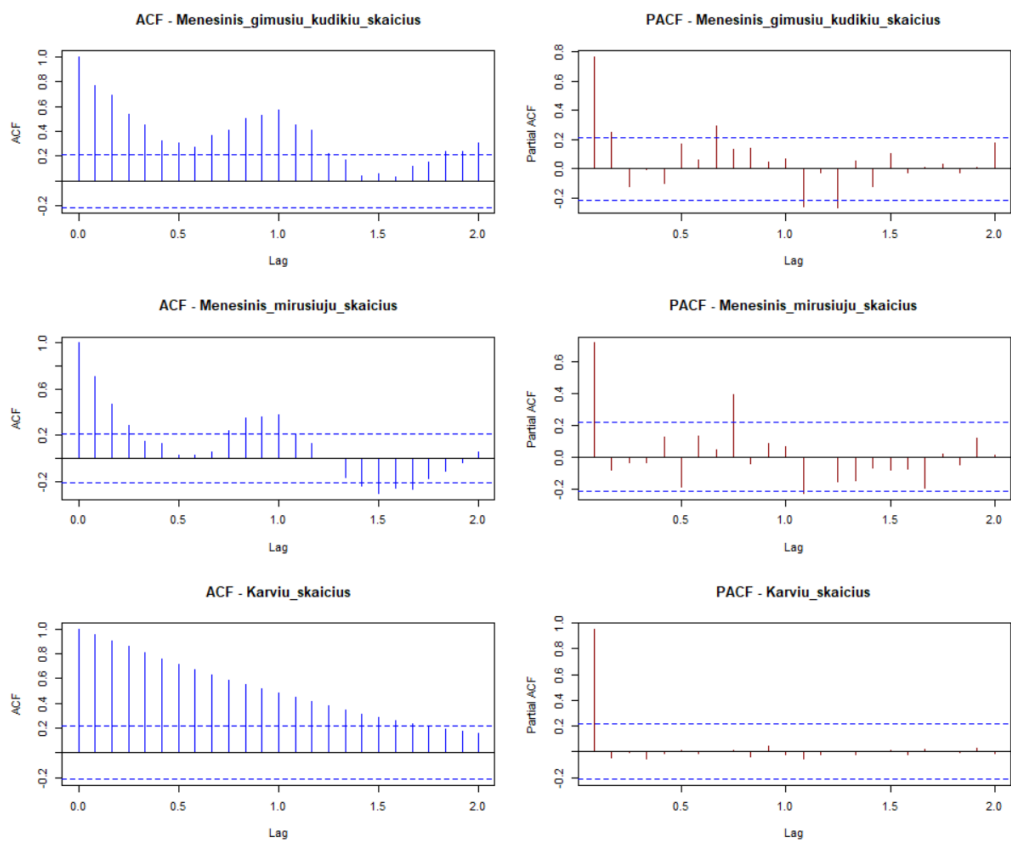
## 19 priedas. Gamybos vertės, VKI ir BVP ACF ir PACF grafikai



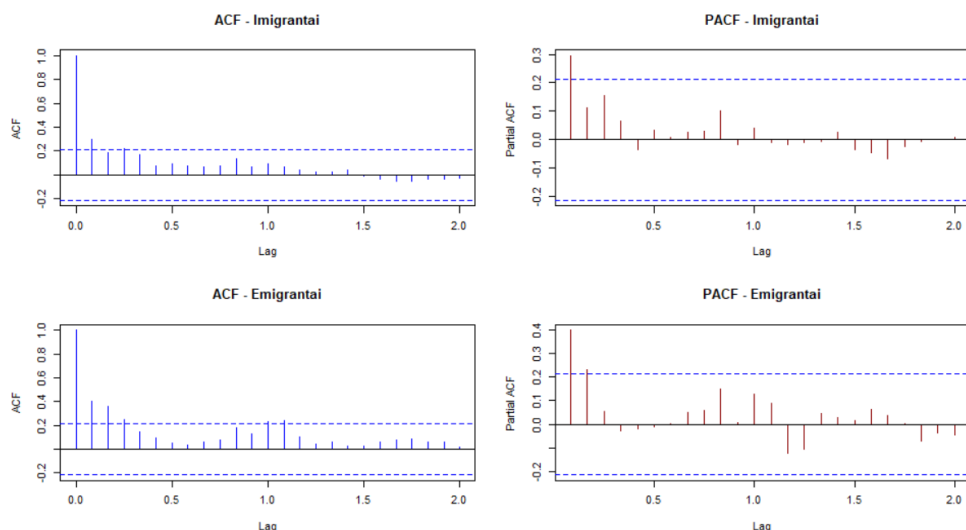
## 20 priedas. Elektros energijos kainos, gamtinių dujų kainos bei nuolatinių gyventojų skaičiaus ACF ir PACF grafikai



## 21 priedas. Gimusiųjų, mirusiųjų skaičiai bei karvių skaičiaus ACF ir PACF grafikai



## 22 priedas. Imigrantų ir emigrantų skaičių ACF ir PACF grafikai



## 23 priedas. Tilsit sūrio regresinės analizės rezultatai prieš nereikšmingų veiksnių pašalinimą

Veiksniai	Pr (> t )
Bazinio pieno supirkimo kaina	0.00266
Bazinio pieno supirkimas	$5.66 \cdot 10^{-9}$
Tilsit pardavimo kiekis	<b>0.14067</b>
Gamybos vertė	<b>0.77697</b>
VKI	$2.88 \cdot 10^{-9}$
BVP	0.05040
Elektros energija	<b>0.81925</b>
Gamtinės dujos	0.05595
Nuolatinis gyventojų skaičius	0.00441
Mėnesinis gimusių kūdikių skaičius	<b>0.16194</b>
Mėnesinis mirusiųjų skaičius	<b>0.21943</b>
Karvių skaičius	<b>0.34727</b>
Imigrantai	<b>0.11715</b>
Emigrantai	<b>0.66038</b>
<b>Modelio tikslumas</b>	
Multiple R – squared	0.9901
Adjusted R – squared	0.9881
P – value	$2.2 \cdot 10^{-16}$

## 24 priedas. Tilsit sūrio kainų prognozavimui skirtas taisyklių rinkinys

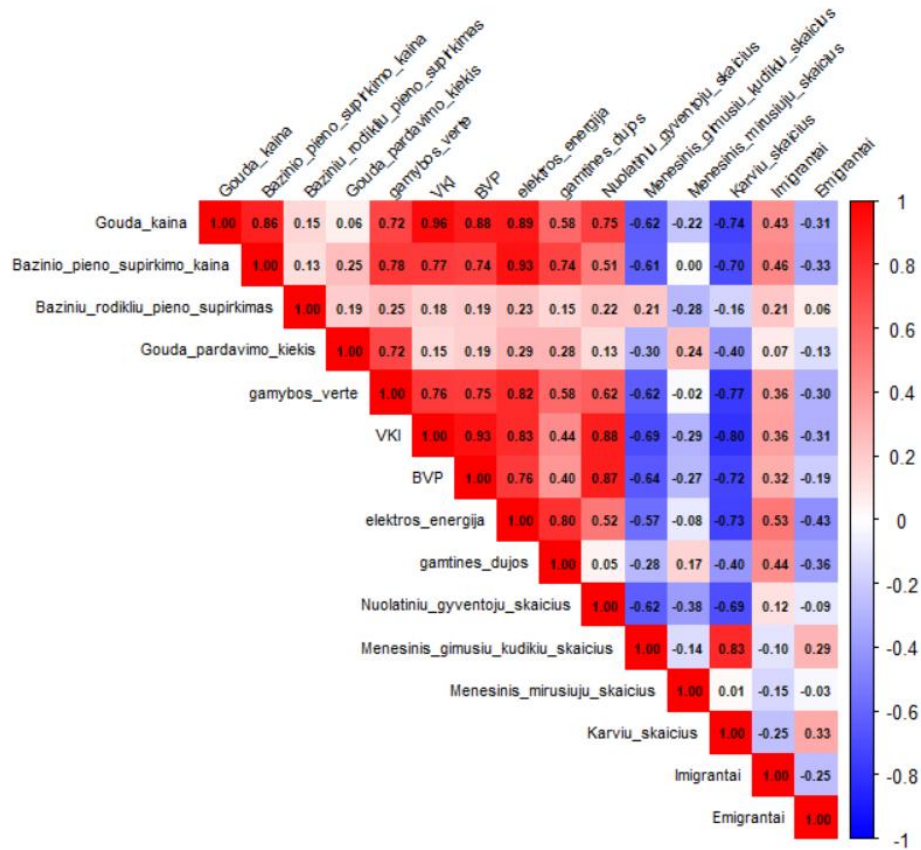
Taisyklė	Bazinio pieno kaina	VKI	Vidurkis	Išvestis (korekcija)

1	1 (Low)	1 (Low)	1.0	Strong_Negative (1)
2	2 (Medium)	1 (Low)	1.5	Strong_Negative (1)
3	3 (High)	1 (Low)	2.0	Neutral (3)
4	1 (Low)	2 (Medium)	1.5	Strong_Negative (1)
5	2 (Medium)	2 (Medium)	2.0	Neutral (3)
6	3 (High)	2 (Medium)	2.5	Positive (4)
7	1 (Low)	3 (High)	2.0	Neutral (3)
8	2 (Medium)	3 (High)	2.5	Positive (4)
9	3 (High)	3 (High)	3.0	Strong_Positive (5)

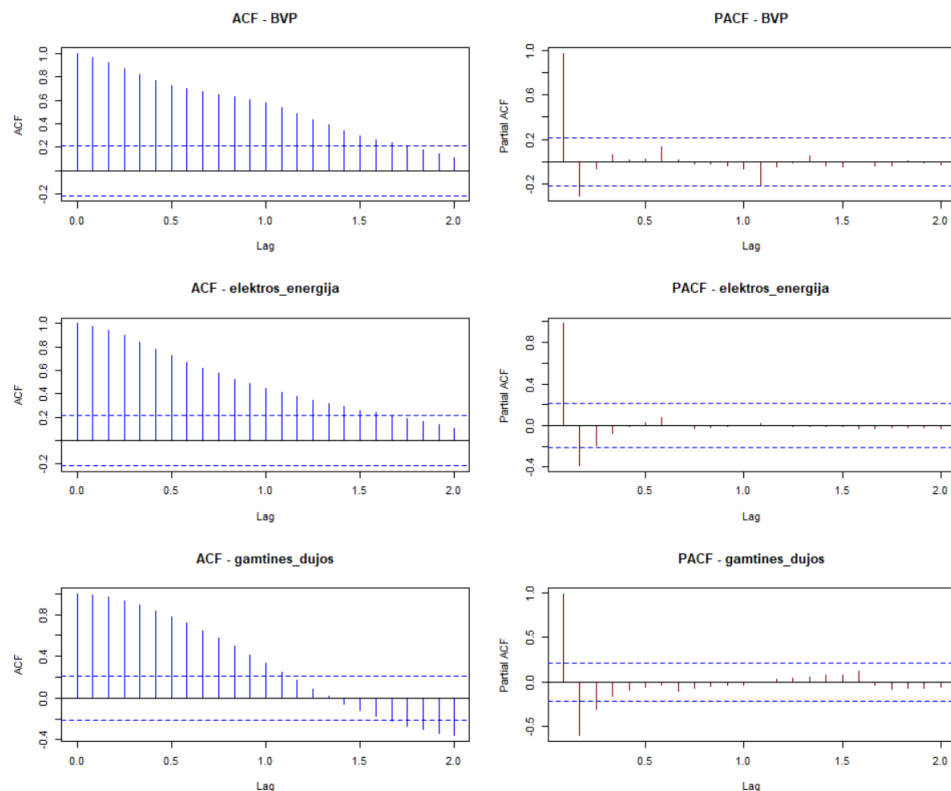
## 25 priedas. Tilsit sūrio kainų galutinės prognozės

Data	ARIMA prognozė	Fuzzy korekcija	Fuzzy - ARIMA prognozė
1/1/2025	6.627	0.264	6.653
2/1/2025	6.693	0.4	6.733
3/1/2025	6.676	0.329	6.709
4/1/2025	6.659	0.4	6.699
5/1/2025	6.643	0.4	6.683
6/1/2025	6.627	0.384	6.666
7/1/2025	6.611	0.305	6.642
8/1/2025	6.595	0.295	6.625
9/1/2025	6.58	0.229	6.603
10/1/2025	6.564	0.249	6.589
11/1/2025	6.549	0.365	6.586
12/1/2025	6.534	0.335	6.568
1/1/2026	6.519	0.291	6.548
2/1/2026	6.505	0.34	6.539
3/1/2026	6.49	0.359	6.526
4/1/2026	6.476	0.367	6.512
5/1/2026	6.461	0.38	6.499
6/1/2026	6.447	0.4	6.487
7/1/2026	6.433	0.39	6.472
8/1/2026	6.42	0.393	6.459
9/1/2026	6.406	0.381	6.444
10/1/2026	6.393	0.4	6.433
11/1/2026	6.379	0.237	6.403
12/1/2026	6.366	0	6.366

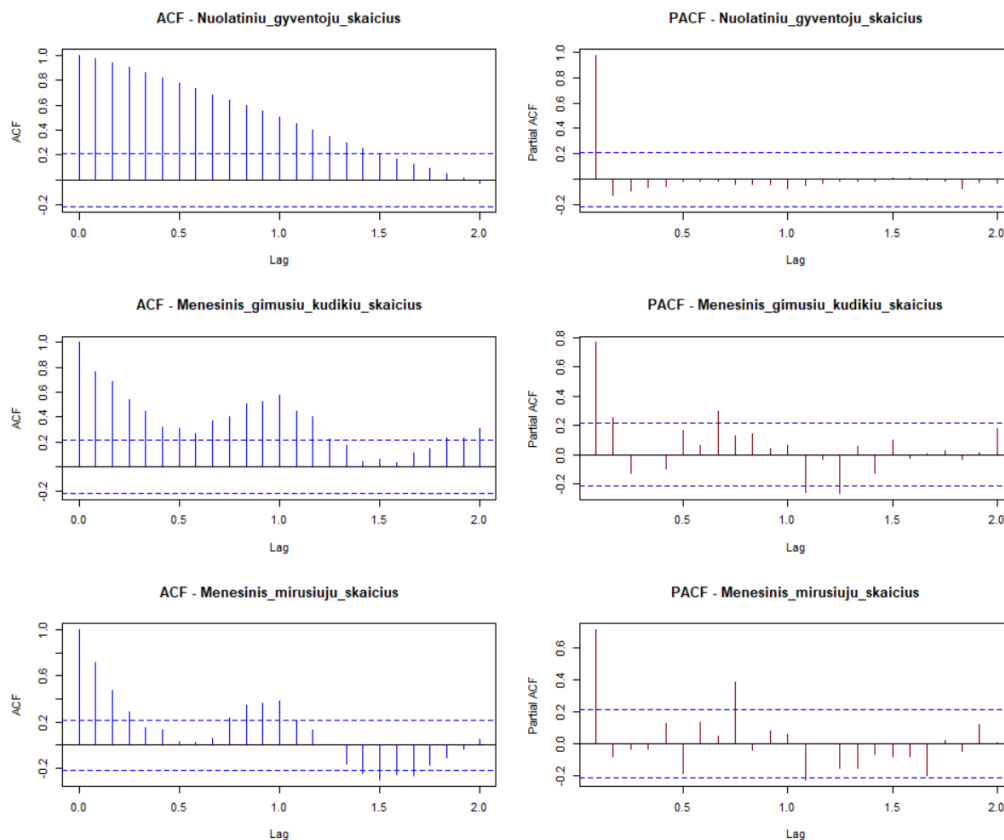
## 26 priedas. Gouda sūrio bei nepriklausomų veiksnių koreliacijos matrica



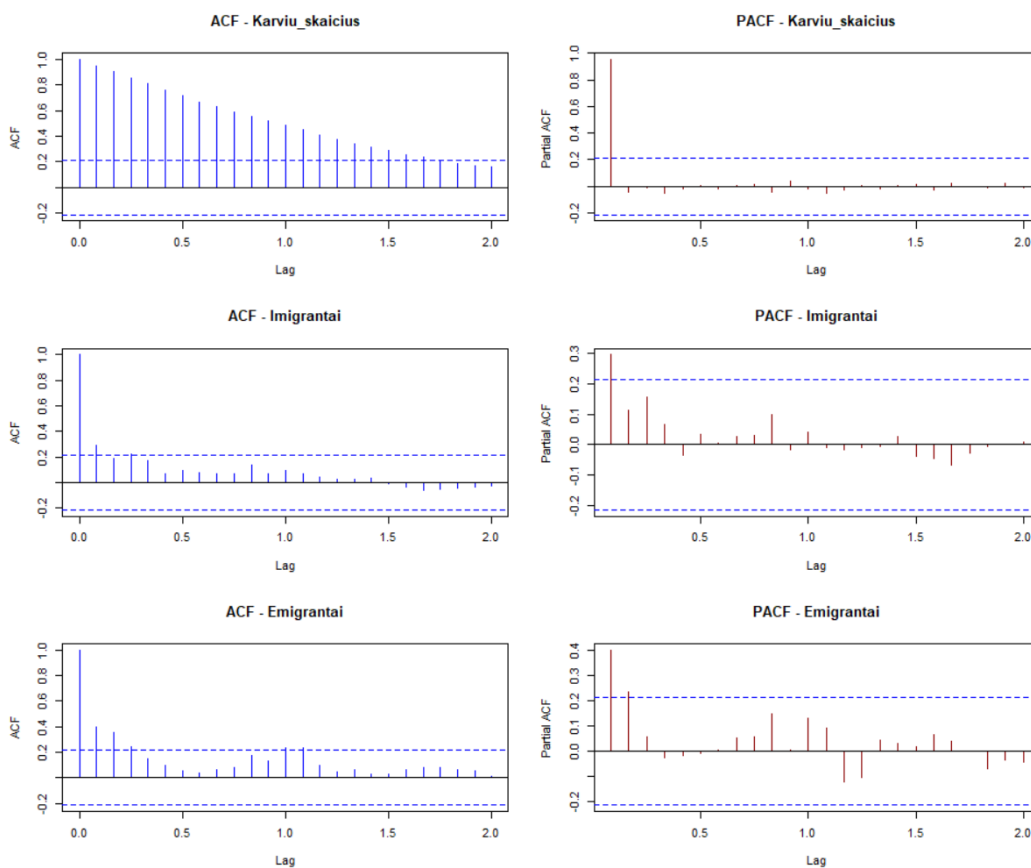
## 27 priedas. BVP, elektros energijos kainos ir gamtinių dujų kainos ACF ir PACF grafikai



## 28 priedas. Gyventojų skaičiaus, gimusių ir mirusių skaičiaus ACF ir PACF grafikai



## 29 priedas. Karvių skaičiaus, imigrantų bei emigrantų skaičiaus ACF ir PACF grafikai



### 30 priedas. Gouda sūrio regresinės analizės rezultatai prieš nereikšmingų veiksnių pašalinimą

Veiksniai	Pr (> t )
Bazinio pieno supirkimo kaina	$1.73 \cdot 10^{-12}$
Gamybos vertė	<b>0.85735</b>
VKI	$< 2 \cdot 10^{-16}$
BVP	<b>0.58778</b>
Elektros energija	0.00892
Gamtinės dujos	<b>0.86778</b>
Nuolatinis gyventojų skaičius	$5.76 \cdot 10^{-5}$
Mėnesinis gimusių kūdikių skaičius	0.00707
Mėnesinis mirusiųjų skaičius	<b>0.90891</b>
Karvių skaičius	<b>0.73717</b>
Imigrantai	<b>0.14692</b>
Emigrantai	<b>0.06321</b>
<b>Modelio tikslumas</b>	
Multiple R – squared	0.9794
Adjusted R – squared	0.9758
P – value	$2 \cdot 10^{-16}$

### 31 priedas. Gouda sūrio kainų prognozavimui skirtas taisyklių rinkinys

Taisyklė	Bazinio pieno kaina	Nuolatinis gyventojų skaičius	Mėnesinis gimusių kūdikių skaičius	Vidurkis	Išvestis (Korekcija)
1	1 (Low)	1 (Low)	1 (Low)	1.0	Strong_Negative (1)
2	2 (Medium)	1 (Low)	1 (Low)	1.33	Strong_Negative (1)
3	3 (High)	1 (Low)	1 (Low)	1.67	Strong_Negative (1)
4	1 (Low)	2 (Medium)	1 (Low)	1.33	Strong_Negative (1)
5	2 (Medium)	2 (Medium)	1 (Low)	1.67	Strong_Negative (1)
6	3 (High)	2 (Medium)	1 (Low)	2.0	Negative (2)
7	1 (Low)	3 (High)	1 (Low)	1.67	Strong_Negative (1)
8	2 (Medium)	3 (High)	1 (Low)	2.0	Negative (2)
9	3 (High)	3 (High)	1 (Low)	2.33	Neutral (3)
10	1 (Low)	1 (Low)	2 (Medium)	1.33	Strong_Negative (1)

### 32 priedas. Gouda sūrio kainų galutinės prognozės

Data	ARIMA prognozė	Fuzzy korekcija	Fuzzy - ARIMA prognozė
------	----------------	-----------------	------------------------

1/1/2025	6.339	0.17	6.123
2/1/2025	6.418	0.154	6.22
3/1/2025	6.392	-0.126	6.552
4/1/2025	6.366	0.166	6.155
5/1/2025	6.341	0	6.341
6/1/2025	6.316	0.269	5.976
7/1/2025	6.291	-0.004	6.296
8/1/2025	6.267	0.297	5.895
9/1/2025	6.243	-0.013	6.26
10/1/2025	6.22	-0.254	6.536
11/1/2025	6.197	0	6.197
12/1/2025	6.174	0	6.174
1/1/2026	6.152	0	6.152
2/1/2026	6.13	0	6.13
3/1/2026	6.108	0	6.108
4/1/2026	6.086	0	6.086
5/1/2026	6.065	0	6.065
6/1/2026	6.045	0	6.045
7/1/2026	6.024	0	6.024
8/1/2026	6.004	0.4	5.524
9/1/2026	5.984	0	5.984
10/1/2026	5.965	0	5.965
11/1/2026	5.946	0.2	5.708
12/1/2026	5.927	0.4	5.453