



Kauno technologijos universitetas

Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Lietuvos pensijų fondų portfelio optimizavimas investuojant į nekilnojamojo turto investicijas

Baigiamasis magistro projektas

Matas Guobužas

Projekto autorius

Prof. Dr. Tomas Ruzgas

Vadovas

Dr. Arvydas Jadevičius

Vadovas

Kaunas, 2025



Kauno technologijos universitetas

Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Lietuvos pensijų fondų portfelio optimizavimas investuojant į nekilnojamojo turto investicijas

Baigiamasis magistro projektas

Didžiųjų verslo duomenų analitika (6213AX001)

Matas Guobužas
Projekto autorius

Prof. Dr. Tomas Ruzgas
Vadovas

Dr. Arvydas Jadevičius
Vadovas

Doc. Dr. Mantas Landauskas
Recenzentas

Doc. Dr. Raminta Vaitiekūnienė
Recenzentas

Kaunas, 2025



Kauno technologijos universitetas

Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Matas Guobužas

Lietuvos pensijų fondų portfelio optimizavimas investuojant į nekilnojamojo turto investicijas

Akademinių sąžiningumo deklaracija

Patvirtinu, kad:

1. baigiamąjį projektą parengiau savarankiškai ir sąžiningai, nepažeisdama(s) kitų asmenų autoriaus ar kitų teisių, laikydamasi(s) Lietuvos Respublikos autorių teisių ir gretutinių teisių įstatymo nuostatų, Kauno technologijos universiteto (toliau – Universitetas) intelektinės nuosavybės valdymo ir perdavimo nuostatų bei Universiteto akademinės etikos kodekse nustatytų etikos reikalavimų;
2. baigiamajame projekte visi pateikti duomenys ir tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti teisėtai, nei viena šio projekto dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar elektroninių šaltinių, visos baigiamojo projekto tekste pateiktos citatos ir nuorodos yra nurodytos literatūros sąrašė;
3. įstatymų nenumatytų piniginių sumų už baigiamąjį projektą ar jo dalis niekam nesu mokėjęs (-usi);
4. suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo ar kitų asmenų teisių pažeidimo faktui, man bus taikomos akademinės nuobaudos pagal Universitete galiojančią tvarką ir būsiu pašalinta(s) iš Universiteto, o baigiamasis projektas gali būti pateiktas Akademinės etikos ir procedūrų kontrolieriaus tarnybai nagrinėjant galimą akademinės etikos pažeidimą.

Matas Guobužas

Patvirtinta elektroniniu būdu

Guobužas Matas. Lietuvos pensijų fondų portfelio optimizavimas investuojant į nekilnojamojo turto investicijas. Bakalauro baigiamasis projektas / vadovas doc. dr. Tomas Ruzgas, vadovas dr. Arvydas Jadevičius; Kauno technologijos universitetas, Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas.

Studijų kryptis ir sritis (studijų krypčių grupė): Taikomoji matematika, ekonomika, informatika

Reikšminiai žodžiai: pensijų fondai, investicinis portfelis, portfelio optimizavimas, nekilnojamasis turtas, alternatyvios investicijos, diversifikacija, investicijų grąža, portfelio rizika, ilgalaikės investicijos, instituciniai investuotojai.

Kaunas, 2025. 47 p.

Santrauka

Pasaulinė NT rinka, kurios dydis 2023 m. siekė 379 trilijonus JAV dolerių, lenkia tradicinių turto klasių rinkos apimtį, todėl jos nepakankamas įtraukimas į pensijų fondų strategijas gali būti laikytinas praleista galimybe. Šiame darbe analizuojamos pensijų fondų investicinių portfelių optimizavimo galimybės, įtraukiant biržoje prekiaujamus nekilnojamojo turto fondus kaip alternatyvią turto klasę. Atsižvelgiant į ilgalaikį pensijų fondų investavimo strategiją ir augantį poreikį diversifikuoti portfelius, darbe nagrinėjama, kaip NT integravimas gali paveikti Lietuvos pensijų fondo „GoIndex“ investicinio portfelio grąžą bei riziką. Remiantis literatūros apžvalga ir empirinių tyrimų duomenimis, aptariamos NT investicijų charakteristikos. Darbo tikslas yra nustatyti ar NT įtraukimas į investicinį portfelį pagerina jo pelno-rizikos santykį. Tikslui pasiekti atliekama portfelio aktyvų koreliacinė analizė, statistinių charakteristikų palyginimai. Portfeliams optimizuoti taikomi 3 skirtingi optimizavimo metodai siekiant įvertinti, kokį svorį kiekvienas iš jų priskirs pridėti nekilnojamojo turto klasei. Tyrimo pabaigoje atliekama portfelio jautrumo analizė bei padaromos Monte Carlo simuliacijos vieneriems metams į priekį, siekiant pamatyti portfelių elgesį esant įvairiais scenarijais. Išvadose pateikiama ar biržose prekiaujami NT fondai gali būti įtraukti į pensijų fondų investicinius portfelius kaip priemonė optimizuoti jų struktūrą, siekiant pagerinti pelno ir rizikos santykį.

Guobužas Matas. Optimizing the Portfolio of Lithuanian Pension Funds by Investing in Real Estate Investments. Bachelor's Final Degree Project / supervisor doc. dr. Tomas Ruzgas, supervisor dr. Arvydas Jadevičius; Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Kaunas University of Technology.

Study field and area (study field group): Applied Mathematics, Economics, Computer Science

Keywords: pension funds, investment portfolio, portfolio optimization, real estate, alternative investments, diversification, investment return, portfolio risk, long-term investments, institutional investors.

Kaunas, 2025. 47 p.

Summary

The global real estate market, estimated to be worth \$379 trillion in 2023, surpassed the market cap of traditional equity markets, and its under-inclusion in pension fund strategies may be a missed opportunity. This paper analyses the opportunity to optimize pension fund investment portfolio by including REIT funds as an alternative asset class. Given the long-term investment strategy of pension funds and the growing need to diversify portfolios, the paper examines how real estate integration can affect the return and risk of the investment portfolio of the Lithuanian pension fund GoIndex. Based on a literature review and empirical research, the characteristics of real estate investments are discussed. The aim of the work is to determine whether the inclusion of real estate in an investment portfolio improves its risk-return ratio. To achieve this goal, a correlation analysis of portfolio assets and comparisons of statistical characteristics are performed. 3 different optimization methods are used to optimize portfolios in order to assess the weight each of them will assign to the added real estate class. At the end of the study, a portfolio sensitivity analysis is performed and Monte Carlo simulations are performed for one year in advance in order to see the behavior of portfolios under various scenarios. The conclusions present whether exchange-traded real estate funds can be included in pension fund investment portfolios as a means of optimizing their structure in order to improve the risk-return ratio.

Turinys

Lentelių sąrašas	7
Paveikslų sąrašas	8
Santrumpų ir terminų sąrašas	9
Įvadas.....	10
1. Literatūros apžvalga	12
1.1. Pensijų fondai	12
1.2. Portfelio teorijos pagrindai	15
1.3. Alternatyvios investicijos	16
1.4. Portfelio optimizavimo metodai ir tendencijos	19
1.5. Nekilnojamojo turto integracija į pensijų fondų portfelius	19
2. Duomenys ir tyrimo metodai.....	24
2.1. Optimizavimo metodai	26
2.2. Kiti metodai	29
3. Tyrimų rezultatai ir jų aptarimas.....	30
3.1. Krizinis ir atsigavimo laikotarpis	31
3.2. Ekonominio stabilumo laikotarpis.....	34
3.3. COVID ir geopolitinių sukrėtimų laikotarpis.....	36
3.4. Viso laikotarpio analizė	38
4. Išvados	42
5. Rekomendacijos tolimesniems tyrimams	44
Literatūros sąrašas	45
Priedai.....	48

Lentelių sąrašas

1 lentelė.	Pensijų fondų privalumai ir trūkumai.....	12
2 lentelė.	1996-2002 amžiaus grupės strategija	13
3 lentelė.	Portfelio sudėtis.....	24
4 lentelė.	Portfelio svoriai	24
5 lentelė.	Aktyvų charakteristikos 2004-2012m.	32
6 lentelė.	Aktyvų optimalūs svoriai	33
7 lentelė.	Optimizuotų portfelių charakteristikos 2004-2012m.	33
8 lentelė.	Aktyvų charakteristikos 2013-2019m.	35
9 lentelė.	Aktyvų optimalūs svoriai	35
10 lentelė.	Optimizuotų portfelių charakteristikos 2013-2019m.	35
11 lentelė.	Aktyvų charakteristikos 2020-2025m.	37
12 lentelė.	Aktyvų optimalūs svoriai	37
13 lentelė.	Optimizuotų portfelių charakteristikos 2020-2025m.	37
14 lentelė.	Aktyvų charakteristikos 2004-2025m.	38
15 lentelė.	Aktyvų optimalūs svoriai	39
16 lentelė.	Optimizuotų portfelių charakteristikos 2004-2025m.	39
17 lentelė.	Portfelio A jautrumo analizė	41

Paveikslų sąrašas

1 pav. Efektyvumo kreivė, sudaryta autoriaus	15
2 pav. Optimizavimo metodo „Nelder-Mead“ operacijų vizualizacija	28
3 pav. Indeksų dienos kainos 2004-2025m.	30
4 pav. Indeksų logaritminių grąžų koreliacijos matrica 2004-2012m.	32
5 pav. Indeksų logaritminių grąžų koreliacijos matrica 2013-2019m.	34
6 pav. Indeksų logaritminių grąžų koreliacijos matrica 2020-2025m.	36
7 pav. Indeksų logaritminių grąžų koreliacijos matrica 2004-2025m.	38
8 pav. Monte Carlo simuliacija „GoIndex“ investiciniui portfeliui	40
9 pav. Monte Carlo simuliacija optimizuotui portfeliui (su NT)	40

Santrumpų ir terminų sąrašas

Santrumpos:

EBPO - ekonominio bendradarbiavimo ir plėtros organizacija

ETF – biržoje prekiaujami investiciniai fondai(*angl. equity trust funds*)

EM – besivystančios rinkos(*angl. emerging markets*)

MPT – modernioji portfelio teorija

NT – nekilnojamas turtas;

REIT – biržoje prekiaujami NT fondai(*angl. real estate investment trusts*)

Ivadas

Pensijų fondai yra svarbi finansų rinkų dalis – jų valdomas turtas pasauliniu mastu siekia dešimtis trilijonų dolerių [1]. Šie fondai kaupia lėšas ilgam laikotarpiui, siekdami užtikrinti stabilias pajamas gyventojams senatvėje. Dėl tokios ilgos investavimo perspektyvos pensijų fondai gali prisiimti įvairių rizikų ir investuoti į įvairias turto klases. Investicijų diversifikavimas yra vienas esminių sėkmingos ilgalaikės investavimo strategijos principų – derinant skirtingas turto klases galima sumažinti bendrą portfelio riziką išlaikant tikėtiną grąžą [2]. Ekonominio bendradarbiavimo ir plėtros organizacija prognozuoja, jog Lietuvoje darbingo amžiaus gyventojų skaičius iki 2050 m. sumažės apie 30 %, o pensijų sistamai tenkanti našta proporcingai augs [33]. Taip pat, Europos draudimo ir profesinių pensijų institucija pažymi, kad pastarieji metai suformavo struktūrinį spaudimą tradiciniams pensijų fondų investiciniams modeliams [34]. Šios sąlygos kelia būtinybę peržiūrėti fondų alokacijos struktūrą, ypač įvertinant mažėjančią obligacijų grąžą bei padidėjusią riziką akcijų rinkose. Reaguodamos į šiuos pokyčius, daugelio valstybių pensijų sistemos pradėjo ieškoti ilgalaikių sprendimų diversifikacijai. Vienas iš būdų sustiprinti ilgalaikę grąžą ir užtikrinti didesnę portfelio atsparumą iššūkiams yra investicijų diversifikavimas į alternatyvius turtus, įskaitant nekilnojamąjį turtą. Tradiciškai pensijų fondų portfeliai būna sudaryti iš akcijų ir obligacijų derinio, tačiau pastaraisiais dešimtmečiais daugėja diskusijų ir praktikos plečiant portfelius sudėtį alternatyviomis investicijomis (pvz., nekilnojamuoju turtu, infrastruktūra, privataus kapitalo fondais). Vertinant globalų investicijų kontekstą, verta pažymėti, kad 2023 m. pasaulinė nekilnojamojo turto rinka, kurios vertė siekė 379,7 trilijono JAV dolerių¹, buvo maždaug 1,6 karto didesnė nei bendra pasaulinė akcijų ir obligacijų rinkų kapitalizacija kartu sudėjus.

Nekilnojamojo turto (NT) įtraukimas į pensijų fondų investicinius portfelius gali suteikti reikšmingų privalumų. Pirma, NT laikomas atskira turto klase, kurios rizikos ir grąžos charakteristikos skiriasi nuo tradicinių finansinių aktyvų. Empiriniai tyrimai rodo, kad NT grąžos istoriškai menkai koreliuoja su akcijų rinkomis ir turi net neigiamą koreliaciją su obligacijų grąžomis [2]. Tai reiškia, jog NT pridėjimas gali pagerinti portfelio diversifikaciją – sumažinti svyravimus, nes NT rinkos ciklai nėra visiškai sinchroniški su akcijų ar obligacijų ciklais. Antra, NT investicijos dažnai generuoja stabilias pajamas (nuomos forma) ir gali veikti kaip apsidraudimas nuo infliacijos: ilgalaikėje perspektyvoje nekilnojamojo turto vertė ir nuomos pajamos linkusios augti kartu su infliacija. Trečia, investavimas į NT suteikia galimybę pensijų fondams dalyvauti realiosios ekonomikos augime, pavyzdžiui, prisidedant prie nekilnojamojo turto projektų finansavimo, kurie gali kurti darbo vietas ir infrastruktūrą.

Nepaisant šių privalumų, NT integravimas į pensijų fondų portfelius kelia ir papildomų klausimų. NT yra santykinai nelikvidus turtas – jį sudėtingiau greitai realizuoti už teisingą kainą, palyginti su biržoje prekiaujamomis akcijomis ar obligacijomis. Taip pat NT vertinimas nėra toks skaidrus: dažnai remiamasi ekspertiniais vertinimais, o ne nuolat kintančiomis rinkos kainomis, todėl gali būti „užmaskuojamas“ tikrasis volatilumas [2]. Dėl šių priežasčių reguliuotojai dažnai riboja, kokią dalį portfelio pensijų fondai gali skirti NT, siekdami apsaugoti dalyvių interesus. Pavyzdžiui, Lietuvoje iki 2020 m. pensijų fondams buvo apskritai draudžiama tiesiogiai investuoti į NT, nors daugelio Europos šalių praktika tokias investicijas leidžia su tam tikrais apribojimais (paprastai 5–30 % portfelio)².

¹ Yahoo finance straipsnis <https://finance.yahoo.com/news/global-real-estate-valued-379-180013773.html>

²https://www.15min.lt/verslas/naujiena/nt-ir-interjeras/nekilnojamasis-turtas/lietuvos-ekonomikai-gelbeti-siulo-leisti-pensiju-fondams-investuoti-i-akcijas-bei-nt-973-1316710?utm_medium=copied

Šio darbo tikslas – investuojant į nekilnojamojo turto sektorių, optimizuoti Lietuvos pensijų fondų investicinio portfelį, siekiant maksimalaus pelno ir rizikos santykio. Darbe bus atliekama literatūros apžvalga, nagrinėjanti investicijų diversifikavimo strategijas, NT kaip investicinės turto klasės ypatumus bei jos poveikį portfelio grąžai ir rizikai. Tyrimo metodologija remsis mokslinės literatūros analize, rinkos duomenų peržiūra bei praktinių investavimo strategijų vertinimu, siekiant įvertinti biržoje prekiaujamų NT fondų įtaką pasirinktam Lietuvos pensijų fondo investiciniui portfeliui.

Šiam tikslui pasiekti iškelti tokie uždaviniai:

1. Išanalizuoti mokslinę literatūrą su panašiais tyrimais, nurodyti juose taikytus metodus bei gautus rezultatus ir išvadas.
2. Išanalizuoti Lietuvos pensijų fondų investavimo strategijas – įvertinti, kaip skirtingos amžiaus grupės veikia turto paskirstymą portfelyje ir kokią vietą jame gali užimti nekilnojamas turtas.
3. Surinkti finansinių instrumentų duomenis.
4. Apibrėžti kokiais metodais tyrimas bus atliktas.
5. Atlikti portfelio sudarymo iteracijas, optimizavimą bei jautrumo analizę.
6. Įvertinti rezultatus - nustatyti, nekilnojamojo turto investicijų įtaką grąžos ir rizikos santykiui.
7. Suformuluoti išvadas Lietuvos pensijų fondų kontekste.

1. Literatūros apžvalga

1.1. Pensijų fondai

Pensijų fondai – tai investiciniai fondai, kurių pagrindinis tikslas – kaupti lėšas ateities pensijų išmokoms. Pensijų fondų įmonių atstovai investuoja dalyvių įmokas į įvairius finansinius aktyvus, siekdami užtikrinti ilgalaikį kapitalo augimą ir stabilias išmokas pensininkams. Pensijų fondai taiko įvairias portfelio sudarymo strategijas, priklausomai nuo investavimo tikslų, dalyvių amžiaus ir rizikos tolerancijos. Pensijų fondų valdytojai investuoja į keletą turto klasių:

- obligacijas
- vanko indėlius ir valiutas
- akcijas
- tarptautinius vertybinius popierius

Investavimas į pensijų fondus turi tiek privalumų, tiek trūkumų, kuriuos svarbu įvertinti prieš priimant sprendimą dėl dalyvavimo tokioje kaupimo sistemoje.

1 lentelė. Pensijų fondų privalumai ir trūkumai.

Privalumai		Trūkumai	
Papildomos pajamos senatvėje	Dalyvavimas pensijų fonduose suteikia galimybę gauti pensiją iš dviejų šaltinių – valstybinio socialinio draudimo fondo ir pasirinkto pensijų fondo. Tai padidina bendras pajamas sulaukus pensinio amžiaus.	Investicinė rizika	Pensijų fondų grąža nėra garantuota, o investicijų vertė gali svyruoti priklausomai nuo rinkos sąlygų. Tai reiškia, kad dalyvis prisiima riziką, jog sukaupta suma gali būti mažesnė nei tikėtasi arba net mažesnė už įmokėtą.
Mokesčių lengvatos	Įmokos į pensijų fondus dažnai yra skatinamos gyventojų pajamų mokesčio lengvatomis, leidžiančiomis sumažinti apmokestinamąsias pajamas.	Apribota kontrolė	Dalyviai neturi tiesioginės įtakos pensijų fondo valdytojų investiciniams sprendimams, todėl jie negali kontroliuoti, kaip tiksliai investuojamos jų lėšos.
Lankstumas ir paveldimumas	Trečios pakopos pensijų fonduose dalyvis gali pasirinkti įmokų dydį ir periodiškumą pagal savo galimybes. Be to, sukauptos lėšos yra paveldimos, užtikrinant, kad jos nebus prarastos netikėtos mirties atveju.	Mokesčiai ir papildomi kaštai	Pensijų fondai taiko administracinius mokesčius, kurie gali sumažinti bendrą investicijų grąžą. Be to, tam tikrais atvejais gali būti taikomi papildomi mokesčiai, pavyzdžiui, sustabdžius įmokų mokėjimą ar nutraukus dalyvavimą fonde.
Profesionalus lėšų valdymas	Pensijų fondų lėšas valdo profesionalūs investicijų valdytojai, siekiantys efektyviai paskirstyti investicijas ir užtikrinti optimalų grąžos bei rizikos santykį.	Ilgalaikis išsipareigojimas	Investavimas į pensijų fondus dažniausiai yra ilgalaikis procesas, o lėšų atsiėmimas iki pensinio amžiaus gali būti apribotas arba susijęs su papildomais mokesčiais.

Sudaryta autoriaus

Atsižvelgiant į lentelėje pateiktus argumentus, galima daryti prielaidą, kad investavimas į pensijų fondus, nepaisant tam tikrų rizikų ir ribojimų, gali būti vertinamas kaip efektyvus ilgalaikis lėšų kaupimo senatvei būdas.

2019 metais, Lietuvoje įvyko viena didžiausių antrosios pakopos pensijų fondų kaupimo sistemos naujovių. Pagal Pasaulio banko rekomendacijas, sukurtuose fonduose kaups visi antros pakopos pensijų fondų dalyviai. Pagal šią reformą tikėtasi, jog, kaupdami savo amžiaus grupei tinkamiausiame fonde, gyventojai užsitikrins didesnes išmokas sulaukę pensinio amžiaus. Visos Lietuvoje veikiančios pensijų kaupimo bendrovės įsteigė po septynis gyvenimo ciklo fondus ir vieną turto išsaugojimo fondą, kuris skirtas pensinio amžiaus sulaukusiems antros pakopos dalyviams. Šiuo metu fondai suskirstyti į tokias amžiaus grupes: 1954–1960, 1961–1967, 1968–1974, 1975–1981, 1982–1988, 1989–1995, 1996–2002 ir 2003–2009. Kiekviena bendrovė turi tokių pačių amžiaus grupių fondus, kad klientai galėtų juos palyginti tarpusavyje. Šiame darbe dėmesį sutelksime į 1996–2002 amžiaus grupę. Šiai grupei Lietuvos Swedbank pensijų fondas taiko būtent tokią strategiją:

2 lentelė. 1996–2002 amžiaus grupės strategija

-	Mažiau rizikingi aktyvai		Rizikingi aktyvai
	Mažiau rizikingus aktyvus sudarančios klasės		Rizikingus aktyvus sudarančios klasės
Turto klasės pavadinimas	Eurais išleistos vyriausybės obligacijos	Eurais išleistos įmonių obligacijos	Pasaulio akcijos
Turto klasę parodantis lyginamasis indeksas	Bloomberg Euro Government Index	Bloomberg EuroAggregate corporates Index	Bloomberg World Large & Mid Cap Net Return Index EUR
Lyginamojo indekso santrumpa	LEEGTREU	LECPTREU	WRLDNE
Metai*	Strateginis pensijų turto paskirstymas nurodant pasirinktų turto klasių neutralią dalį, proc.		
2024-2046	2.10 %	0.90 %	97.00 %
2047	3.50 %	1.50 %	95.00 %
2048	7.00 %	3.00 %	90.00 %
2049	10.50 %	4.50 %	85.00 %
2050	14.00 %	6.00 %	80.00 %
2051	17.50 %	7.50 %	75.00 %
2052	21.00 %	9.00 %	70.00 %
2053	24.50 %	10.50 %	65.00 %
2054	28.00 %	12.00 %	60.00 %
2055	31.50 %	13.50 %	55.00 %
2056	35.00 %	15.00 %	50.00 %
2057	38.50 %	16.50 %	45.00 %
2058	42.00 %	18.00 %	40.00 %
2059	45.50 %	19.50 %	35.00 %
2060	49.00 %	21.00 %	30.00 %
2061	52.50 %	22.50 %	25.00 %

2062	56.00 %	24.00 %	20.00 %
2063 ir vėlesni	59.50 %	25.50 %	15.00 %

Lentelė sudaryta Swedbank atstovų³

2 lentelėje atvaizduotas finansinių aktyvų dalies pokytis senstant klientui. Kuo dalyvis yra jaunesnis, tuo fondas investuoja į rizikingesnius finansinius aktyvus. Dalyviui senstant investuojama vis konservatyviau – mažinama akcijų dalis, daugiau investuojama į saugesnius finansinius aktyvus - obligacijas. Pensinio amžiaus dalyviams rizika yra sumažinama maksimaliai ir didžioji dalis sukauptų lėšų perkeliama į konservatyviausius aktyvus. Šiame darbe nagrinėsime tik 2024-2046 metų strategiją (pačią rizikingiausią dalį), kadangi įtraukisime NT, kuris yra laikomas rizikingu finansiniu aktyvu.

Lietuvos banko duomenimis, prieš pensijų reformą apie 70 % dalyvių kaupė lėšas fonduose, kurie neatitiko jų rizikos grupės, pagal amžių. Beveik kas antras buvo pasirinkęs per daug konservatyvią investavimo strategiją. Kadangi mažesnio rizikingumo fondai generuoja mažesnę pelną, sukaupti pakankamą pensijai sumą tokiomis sąlygomis tampa sudėtingiau. Remiantis ekonominio bendradarbiavimo ir plėtros organizacijos ataskaita, 2023 metais pensijų fondai susidūrė su naujais iššūkiais, tokiais kaip padidėjusi infliacija ir aukštesnės palūkanų normos [21]. Šie veiksniai turėjo įtakos investicijų grąžai ir portfelio paskirstymui. Tyrime pabrėžiama, kad, nepaisant šių iššūkių, daugelis pensijų fondų sugebėjo išlaikyti teigiamą grąžą, pritaikydami lanksčias investavimo strategijas ir diversifikuodami savo portfelius [21]. Be to, ataskaitoje išskiriami demografiniai pokyčiai – ilgėjanti gyvenimo trukmė ir mažėjantis gimstamumas – kurie kelia papildomą spaudimą pensijų sistemų tvarumui ir reikalauja ilgalaikių, struktūrinių sprendimų.

Atsižvelgiant į šias aplinkybes, nekilnojamas turtas vis dažniau įvardijamas kaip alternatyvus turtas, galintis užtikrinti ne tik stabilias pajamas, bet ir infliacijos apsaugą bei rizikos mažinimą [35]. Šveicarijos verslo universiteto mokslininkų analizė pabrėžia, kad tradicinis akcijų-obligacijų portfelis praranda efektyvumą esant dabartinėms makroekonominėms sąlygoms, todėl ilgalaikė NT integracija tampa esminiu strateginiu sprendimu siekiant pensijų fondų pajamingumo ir tvarumo [36]. Pensijų fondų galimybės investuoti į NT skiriasi priklausomai nuo šalies reguliacinės aplinkos. Kai kuriose Europos šalyse pensijų fondams leidžiama tiesiogiai investuoti į NT, o kitose tokios investicijos yra ribojamos arba draudžiamos. Lietuvoje iki 2020 m. pensijų fondams buvo draudžiama tiesiogiai investuoti į NT. Tačiau atsižvelgiant į Ekonominio bendradarbiavimo ir plėtros organizacijos (EBPO) rekomendacijas, buvo siūloma leisti pensijų fondams tiesiogiai investuoti į NT, nustatant iki 10 % gryųjų aktyvų ribą, bet ne daugiau kaip 5 % į vieną objektą⁴.

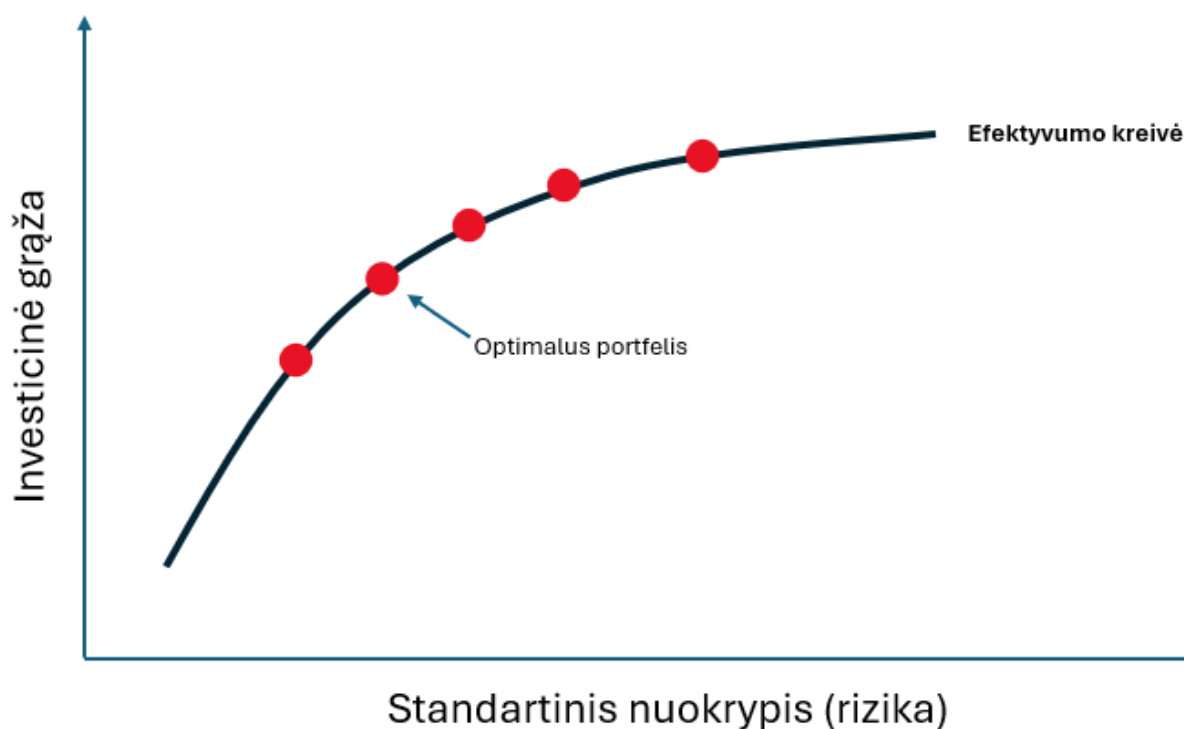
Nepaisant šių pokyčių, NT vis dar sudaro labai nedidelę pensijų fondų portfelių dalį Baltijos šalyse. Regioninė analizė rodo, kad Lietuvoje ir kaimyninėse valstybėse šios investavimo krypties potencialas nėra išnaudotas, o fondų valdytojai vis dar linkę laikytis konservatyvių strategijų [37]. Atsižvelgiant į augančius ilgalaikius iššūkius – tiek makroekonominius, tiek demografinius – būtina aktyviau ieškoti būdų, kaip integruoti alternatyvias turto klases, tokias kaip NT, į pensijų fondų struktūrą, siekiant užtikrinti didesnę jų atsparumą ir finansinį tvarumą.

³ Pasiekiama per privačių klientų internetinį banką www.swedbank.lt

⁴ 15min.lt žinių portalas: <https://www.15min.lt/verslas/naujiena/nt-ir-interjeras/nekilnojamas-turtas/lietuvos-ekonomikai-gelbeti-siulo-leisti-pensiju-fondams-investuoti-i-akcijas-bei-nt-973-1316710>

1.2. Portfelio teorijos pagrindai

Moderniosios portfelio teorija (MPT), sukurta Hario Markovico 1952 m., yra viena iš pagrindinių teorijų, formuojančių šiuolaikines investicijų valdymo praktikas. Markovico darbas „Portfolio Selection“ pasiūlė konceptą, kaip investuotojai gali optimizuoti savo portfelius, atsižvelgdami į rizikos ir grąžos kompromisą. Daugelis ekonomistų pažymi, kad iš pradžių ši teorija nesulaukė didelio dėmesio, tačiau laikui bėgant ji tapo kertiniu investicijų analizės metodu [21]. Markovico portfelio pasirinkimo teorija yra normatyvinė, t.y. ji pateikia standartą, kaip investuotojai turėtų elgtis formuojant portfelius. Ji teigia, kad investuotojai turėtų siekti maksimizuoti grąžą tam tikru rizikos lygiu arba minimizuoti riziką tam tikru grąžos lygiu. Esminis šios teorijos elementas – efektyvumo kreivė. Ji vaizduoja optimalias portfelio kombinacijas, kuriose pasiekiamas geriausias grąžos ir rizikos santykis. Portfelio rizika šioje teorijoje vertinama pagal kovariacijų matricą tarp turto klasių, o mažą koreliaciją tarpusavyje turintys aktyvai padeda sumažinti bendrą riziką bei padidina investicijų efektyvumą. Tai ypač aktualu pensijų fondų valdytojams, kurie siekia ilgalaikio tvarumo ir stabilios grąžos, derindami tradicinius aktyvus su alternatyviomis investavimo kryptimis.



1 pav. Efektyvumo kreivė, sudaryta autoriaus

Efektyvumo kreivės grafikas yra sudarytas iš Y(investicinės grąžos) ir X(standartinio nuokrypio) ašių. Investicinio portfelio standartinis nuokrypis parodo investicijų vertės svyravimus. Optimalaus portfelio teorija teigia, kad investicinis portfelis, esantis ant efektyvumo ribos už prisiimtą riziką gauna maksimalią investicinę portfelio grąžą. Portfelis su grąžos/rizikos santykiu virš efektyvumo kreivės yra neįmanomas. Tuo tarpu portfelis su grąžos/rizikos santykiu po efektyvumo kreivės yra neefektyvus, kadangi su prisiimta rizika, galima gauti didesnę grąžą.

Pagal Markovicą, investicinio portfelio sudarymas susideda iš dviejų etapų: pirmasis etapas prasideda ties stebėjimu bei patirtimi ir baigiasi įsitikinimais apie turimų vertybinių popierių ateitį; antrasis etapas prasideda nuo ateities įsitikinimų ir baigiasi portfelio pasirinkimu. H. Markovico darbe minima taisyklė, kuri teigia, jog investuotojas turėtų diversifikuoti portfelį ir maksimizuoti jo tikėtiną

grąžą Vis dėlto, mokslininkai pažymi, kad krizės ar rinkos nestabilumo laikotarpiais rizikos parametrai gali išsikraipyti, todėl vien klasikinės MPT metodikos gali nepakakti – būtina taikyti papildomus analizės metodus, identifikuojančius anomalijas ir koreguojančius optimizacijos modelius [16]. Vienas svarbiausių įrankių, padedančių vertinti portfelių efektyvumą, yra Vilijamo Šarpo 1994 m. pristatytas Šarpo rodiklis [13]. Šis rodiklis leidžia įvertinti, kiek grąžos investuotojas gauna už kiekvieną prisiimtą rizikos vienetą. Kuo Šarpo rodiklis didesnis, tuo efektyvesnis yra portfelis – tai reiškia, kad už vienetą rizikos investuotojas gauna daugiau grąžos. Šis rodiklis plačiai taikomas finansų praktikoje lyginant skirtingus investicinius sprendimus ar portfelius ir tapo vienu iš standartinių metrikų, padedančių priimti pagrįstus investavimo sprendimus tiek individualiems investuotojams, tiek instituciniams fondų valdytojams.

1.3. Alternatyvios investicijos

Alternatyvios investicijos apima turto klases, kurios skiriasi nuo tradicinių finansinių priemonių, tokių kaip akcijos ar obligacijos. Prie pagrindinių alternatyvių investicijų tipų priskiriami realūs turtai (*angl. real assets*), rizikos draudimo fondai (*angl. hedge funds*), privatus kapitalas (*angl. private equity*) bei struktūrizuoti produktai (*angl. structured products*) [20]. Šių aktyvų grąžos ir rizikos charakteristikos dažnai skiriasi nuo tradicinių finansinių priemonių. Šios investicijos dažniausiai pasižymi didesne rizika, mažesniu likvidumu ir sudėtingesniais vertinimo bei valdymo aspektais. Dėl šių savybių, alternatyvios investicijos tampa vis populiareesnės priemonės, galinčios padėti diversifikuoti investicinius portfelius. Tai yra ypač aktualu ekonominių krizių ar rinkų nestabilumo laikotarpiais, kai tradicinės investicijos gali patirti didelius nuostolius.

Alternatyvios investicijos dažnai turi mažą koreliaciją su tradiciniais aktyvais, o tai leidžia sumažinti bendrą portfelio riziką ir pagerinti jo efektyvumą. Spirmano koreliacijos koeficientas dažnai naudojamas siekiant nustatyti, kaip alternatyvūs aktyvai sąveikauja su tradiciniais aktyvais, tokiais kaip akcijos ar obligacijos, kadangi aktyvų grąžų pasiskirstymai dažniausiai nebūna suderinami su normaliuoju skirstiniu. Pavyzdžiui, nekilnojamojo turto fondai gali būti mažiau koreliuojantys su akcijų rinka, todėl jų įtraukimas į portfelį gali padėti sumažinti bendrą portfelio riziką. Diversifikacija yra itin svarbus dalykas sudarant investicinį portfelį. Investuotojų pasaulyje egzistuoja auksinė taisyklė: „Nesudėk visų kiaušinių į vieną krepšį“. Ši taisyklė pabrėžia, kad investavimas į aktyvus, kurie gali žlugti vienu metu, nėra geriausia strategija.

JAV profesorai tyrime siekė nustatyti, kokia turėtų būti investicinio NT dalis mišriame portfelyje, atsižvelgiant į skirtingus ekonomikos ciklus [17]. Autoriai, naudodami 45 metų JAV duomenis, analizavo šešis ekonominius ciklus ir keturis NT grąžos ciklus, siekdami nustatyti optimalias NT alokacijos proporcijas investiciniame portfelyje. Rezultatai parodė, kad ilgalaikėje perspektyvoje tiek tiesioginės NT investicijos, tiek biržoje prekiaujami REIT fondai reikšmingai pagerina portfelio rizikos ir grąžos santykį. Tačiau optimali NT dalis nėra stabili – ji turi būti koreguojama priklausomai nuo ekonominės aplinkos: augimo fazėje galima skirti daugiau NT, o nuosmukio laikotarpiu – mažiau. Be to, buvo pastebėta, kad viešasis ir privatus NT teikia skirtingą naudą priklausomai nuo investuotojo tikslų ir rinkos sąlygų – REIT dažniau suteikia likvidumą ir lankstumą, o privatus NT – stabilumą ir pajamų tvarumą. Tyrimas pabrėžia, kad NT integracija į portfelius neturėtų būti traktuojama kaip statiška strategija – priešingai, NT svoris portfelyje turi būti nuolat peržiūrimas ir derinamas prie ekonominio konteksto bei investuotojo rizikos profilio, siekiant maksimalios portfelio efektyvumo.

JAV tyrėjai empiriniu tyrimu, siekė įvertinti užsienio biržose prekiaujamo nekilnojamojo turto (NT) gebėjimą pagerinti JAV investuotojų portfelių diversifikaciją [3]. Autoriai analizavo

keturiasdešimties metų laikotarpio (1984–2023 m.) duomenis, įtraukdami JAV akcijų rinką, bei 13 užsienio šalių NT ir akcijų indeksus. Tyrimo rezultatai atskleidė, kad užsienio NT koreliacijos su JAV akcijomis yra statistiškai mažesnės nei užsienio akcijų koreliacijos, todėl NT pasižymi efektyvesnėmis diversifikacijos savybėmis. Be to, įtraukus užsienio NT į portfelius, žymiai sumažėjo portfelio rizika ir padidėjo galimos grąžos, ypač investavimo strategijose, kur yra vengiama rizikos. Jautrumo analizė parodė, kad NT įtraukimas mažina galimus nuostolius ekstremaliomis rinkos sąlygomis. Net ir subperiodų analizė (1984–2003 ir 2004–2023 m.) patvirtino, jog užsienio NT išlaikė diversifikacijos naudą, augant pasaulinėms rinkų koreliacijoms. Autoriai padarė išvadą, jog užsienio biržoje prekiaujamas NT gali būti laikomas tvaria strategine priemone ilgalaikiams investuotojams, siekiantiems sumažinti riziką ir padidinti portfelio efektyvumą. Ši analizė pabrėžia listinguojamo NT svarbą diversifikuojant portfelius makrolygiu.

Tuo tarpu Li Xu ir kt. bendraautorių tyrimas, papildė šią temą mikrolygmeniu – nagrinėdami, nekilnojamojo turto investicinių fondų (REIT) integravimo į mišrius investicinius portfelius naudą, pasitelkdami genetinio algoritmo (GA) optimizacijos metodą [32]. Tyrimas buvo grindžiamas 456 skirtingų portfelių simuliacija, apimančia akcijas, obligacijas ir REIT'us, bei vertinant jų efektyvumą pagal Šarpo rodiklį, standartinį nuokrypį ir maksimalų nuosmukį. Tyrime naudoti duomenys apėmė 2017–2024 m. laikotarpį, įtraukiant JAV, Jungtinės Karalystės ir Australijos REIT indeksus. Rezultatai patvirtino, kad REIT įtraukimas į portfelius padidino bendrą grąžą ir sumažino riziką. Genetinio algoritmo pagrindu optimizuoti portfelių deriniai pasižymėjo aukštesniu Šarpo rodikliu (iki 11,7 %), žemesniu standartiniu nuokrypiu bei geresniu grąžos pasiskirstymu. Pastebėta, kad, skirtingai nei tradiciniai portfelio modeliai (pvz., minimalaus dispersijos), genetinio algoritmo taikymas leido tiksliau identifikuoti efektyviausias portfelio struktūras, kuriose REIT sudarė reikšmingą svorį. Tyrėjai padarė išvadą, jog NT investiciniai fondai gali veiksmingai pagerinti portfelio struktūrą, o pažangūs optimizacijos metodai gali būti naudingi praktiniam jų integravimui institucinėse investavimo strategijose.

Kitas alternatyvus požiūris į portfelio stabilumą grindžiamas ne NT, o infrastruktūros investicijomis. Darbe analizuojama įvairių infrastruktūros sektorių ir subsektorių (transporto, energetikos, telekomunikacijų ir kt.) investicinių charakteristikų skirtumai ir jų reikšmė portfeliui. Taip pat buvo siekiama nustatyti, ar investuotojui geriau specializuotis viename infrastruktūros sektoriuje, ar diversifikuoti per kelis sektorius [25]. Tyrimas parodė, kad investuojant į vieną konkretų infrastruktūros sektorių (pvz., tik transportą arba tik energetiką), galima gauti pakankamą diversifikaciją bendro portfelio atžvilgiu ir giliai išmanyti to sektoriaus riziką bei grąžą. Kitaip tariant, fokusavimasis į vieną infrastruktūros šaką leidžia valdytojams geriau suprasti investicijas ir vis tiek suteikia diversifikacijos naudą, nes skirtingų sektorių infrastruktūros turto grąžos nėra identiškos (pvz., transporto infrastruktūra turi kitokius cikliškumo ir rizikos veiksnius nei, tarkime, telekomunikacijų infrastruktūra) [25].

Nekilnojamojo turto (NT) įtraukimas į investicinius portfelius susilaukia nevienareikšmių vertinimų akademinėje literatūroje. Nors daugelis tyrimų pabrėžia NT naudą diversifikacijai, yra ir empirinių darbų, kurie kritikuoja šią prielaidą. Platanakis, Sakkas ir Sutcliffe atliko tyrimą, kuriame nustatė, jog alternatyvių aktyvų – įskaitant NT – įtraukimas į akcijų-obligacijų portfelius dažnai nepadidina, o sumažina portfelio efektyvumą [22]. Priešingai nei tikimasi iš diversifikacijos teorijos, nustatyta, kad pridėjus alternatyvius aktyvus prie akcijų ir obligacijų portfelio, bendras portfelio veiksmingumas suprastėjo. Autorių nustatyta pagrindinė to priežastis – prognozių įverčių paklaidos. Pasak jų, alternatyvių aktyvų grąžų parametrų (tikėtinų grąžų, kovariacijų) vertinimas pasižymi didesne paklaida, ypač finansų krizės laikotarpiais, todėl optimizuojant portfelį rezultatai iškreipiami

investuotojo nenaudai. Nekilnojamasis turtas, privatus kapitalas ir kylančios rinkos labiausiai pakenkė portfelio veiklai per 2008 m. krizę dėl staigių nuvertėjimų. Pasak tyrėjų, net ir panaikinus krizės laikotarpį, tradicinis akcijų-obligacijų portfelis pasirodė geriau, nei portfelis su įtrauktoms alternatyvioms investicijoms. Pagal tai autoriai rekomendavo portfelių optimizacijoje naudoti metodus, mažinančius įverčių paklaidų įtaką (robustinę optimizaciją, Bayes'o metodus), ypač įtraukiant alternatyvias investicijas. Tai parodo, jog reikia atidžiai ir tiksliai pasirinkti optimizavimo metodus, nes netikslingai įvertinta diversifikacija gali privesti prie blogų investavimo sprendimų.

Pagliario tyrimo tikslas buvo įvertinti nekilnojamojo turto vaidmenį mišriuose portfeliuose institucionalių investuotojų kontekste. Tyrime analizuojama tiek privataus NT investicijų, tiek viešojo NT integracija į portfelį. Darbe buvo atsižvelgta į investavimo laikotarpį, investuotojų rizikos siekiamybes (rizikingas ir konservatyvus) bei svorių apribojimus NT turto klasei. Taikydamas šiuos kriterijus, autorius tikino, jog NT integracija į portfelį yra naudinga diversifikacijai, bet riboto masto. Apytiksliai 10–15 % NT dalis portfelyje daugeliu atvejų užtikrina gerą rizikos ir grąžos kompromisą – didesnė dalis gali nebeduoti proporcingos naudos. Konservatyvus portfelis turėtų pirmenybę teikti tiesioginiam NT (dėl stabilumo), o agresyvesnis – viešajam NT (dėl didesnio pajamingumo). Autorius pažymi, kad ilgalaikiam investuotojui NT veiksmingai pakeičia dalį kitų rizikingų aktyvų, o privataus NT pozicija portfelyje elgiasi kaip obligacijų ir infliacijos apsaugos derinys [23].

Prancūzų tyrėjai siekė paaiškinti kodėl instituciniai investuotojai realybėje nekilnojamajam turtui skiria kur kas mažesnę portfelio dalį (7–9 %) nei klasikiniai modeliai (naudojant istorinį vidurkį) rekomenduotų (15–20 %) [24]. Darbe buvo naudotas dinaminis portfelio optimizavimo modelis, kuriame visų aktyvų (akcijų, obligacijų, grynųjų pinigų ir nekilnojamojo turto) tikėtinos grąžos, standartinis nuokrypis ir tarpusavio koreliacijos priklauso nuo laiko horizonto. Iš esmės tai yra grąžų normalizavimas, kadangi NT grąžos ilgainiui linkusios grįžti prie fundamentalių rodiklių, todėl trumpuoju laikotarpiu NT gali būti nepastovus, bet ilgainiui rizika mažėja. Naudodami tokią modelio struktūrą, tyrėjai teigė, jog optimali NT alokacija tampa mažesnė trumpiems horizontams ir labiau priklausoma nuo investuotojo rizikos profilio [24]. Modelio rezultatai parodė, kad optimalios portfelio sudėties pasirinkimas labai priklauso nuo investavimo trukmės: jei investavimo horizontas trumpas, NT dalis racionaliai turėtų būti mažesnė (taip paaiškinama, kodėl fondai, turintys likvidumo įsipareigojimų, laiko mažiau NT). Konservatyvus investuotojas, investuojamų lėšų NT skirs mažiau, nes NT grąžos, nors ir vidutiniškai aukštesnės už obligacijų, jos nepastovios trumpuoju laikotarpiu. Tuo tarpu ilgesniam horizontui arba riziką mėgstančiam investuotojui NT patrauklumas išauga, nes suveikia grąžų normalizacija – ilgainiui NT rizika „išsilygina“ ir duoda stabilų pajamų srautą (nuomos pajamos, vertės augimas) per ilgą periodą. Dinaminis modelis sugebėjo generuoti optimalius NT svorius 5–10 % lygio, priklausimai nuo sąlygų, tai atitinka realybę, tuo tarpu statinis modelis be grąžų normalizavimo būtų siūlęs 15–20 % [24]. Pagal šiuos tyrimus, galima spręsti, jog ilgalaikiai investuotojai (pvz., pensijų fondai) gali sau leisti didesnę NT dalį, nes jie „pergyvens“ trumpalaikius NT rinkos svyravimus, o trumpesnio horizonto investuotojams racionalu NT dalį riboti.

Manslėjus ir Wangas analizavo ilgalaikės nuomos NT fondų poveikį Jungtinės Karalystės pensijų fondų portfeliams [38]. Jų tikslas buvo įvertinti, ar tokie fondai gali užtikrinti mažesnę riziką ir geresnę grąžos stabilumą nei įprasti diversifikuoti NT fondai. Tyrimas parodė, kad ilgalaikės nuomos NT fondai generuoja stabilią rizikai pakoreguotą grąžą, mažiau reaguoja į rinkos svyravimus ir labiau dera su pensijų įsipareigojimų struktūra. Įvertinus šiuos tyrimus, galima teigti, kad nekilnojamasis turtas (NT) gali atlikti reikšmingą vaidmenį investicijų portfeliuose, ypač pensijų fondų kontekste.

1.4. Portfelio optimizavimo metodai ir tendencijos

Galima pastebėti, jog portfelio optimizavimas, įtraukiant alternatyvias investicijas, tampa vis aktualesnis dėl didėjančio susidomėjimo šiomis turto klasėmis. Tradicinė moderniojo portfelio teorija buvo pritaikyta optimizuoti portfelius, kuriuose dominuoja akcijos ir obligacijos, tačiau vis dažniau pastebima, kad šie tradiciniai metodai ne visada tinka alternatyviems turtams. Dėl to yra kuriami nauji modeliai ir metodai, leidžiantys tiksliau vertinti alternatyvių investicijų riziką ir grąžą. Nors Markovico modelis padėjo pagrindus, praktikoje jo taikymas susiduria su iššūkiais: reikia patikimai įvertinti tikėtinas grąžas, rizikas ir koreliacijas, be to, modelis jautrus įvesties duomenų paklaidoms. Todėl buvo kuriami patobulinti metodai. Vienas žinomiausių – Blacko–Littermano modelis, sukurtas 9-ajame dešimtmetyje. Šis modelis sujungia rinkos pusiausvyros informaciją su investuotojo subjektyviomis prognozėmis. Praktikoje tai leidžia pensijų fondų valdytojams „pakoreguoti“ statistiškai gaunamus optimalius portfelius pagal savo ekonomines išvagas. Pavyzdžiui, jei valdytojas tiki, kad tam tikras sektorius ateityje pranoks lūkesčius, Blacko–Littermano modelyje jis gali suteikti tam sektoriui didesnę svorį, nei rodytų istoriniai duomenys, derinant su rinkos duomenimis. Tokiu būdu gaunamas labiau subalansuotas portfelis, išvengiant ekstremalių svorių, kurie kartais atsiranda taikant tradicinį Markovico optimizavimą.

Be Blacko–Littermano modelio, plačiai taikomi ir kiti modernūs metodai: stochastinio programavimo modeliai, kurie optimizuoja portfelį ne vienam periodui, o ilgam investiciniam horizontui, atsižvelgiant į įvairius galimus scenarijus (ypač aktualu pensijų fonduose, kur investavimas tęsiasi dešimtmečius). Tokie modeliai generuoja daug galimų ateities ekonomikos scenarijų ir suranda turto paskirstymą, maksimaliai atsparų neapibrėžtumui arba optimalų pagal tikėtiną naudą. Dinaminiai optimizavimo modeliai leidžia atsižvelgti į tai, kad pensijų fondų strategija gali būti koreguojama bėgant laikui (pvz., keičiant alokaciją priklausomai nuo rinkos būklės ar dalyvių amžiaus struktūros).

Optimizuojant portfelį, pensijų fonduose svarbu tinkamai išmatuoti riziką ir suprasti grąžos šaltinius. Be standartinio nuokrypio, kaip rizikos mato, instituciniai investuotojai naudoja ir kitus rodiklius: neigiamo scenarijaus riziką (*angl. downside risk*), vertės riziką (VaR, *angl. Value at Risk*) ir sąlyginę vertės riziką (CVaR, *angl. Conditional Value at Risk*). Pensijų fonduose, ypač II pakopos, neretai taikomas rizikos kategorijų skirstymas (konservatyvus, vidutinio rizikingumo, rizikingas) – pagal tai formuojamos strategijos. Lietuvos kontekste tyrimai parodė, kad oficialiai priskirta rizikos kategorija ne visuomet atspindi faktinį fondų rizikingumą: kai kurios konservatyvios strategijos istoriškai pasižymėjo didesniais svyravimais, nei tikėtasi [9]. Tai skatina portfelio optimizavimo procese skirti dėmesio turto klasės vidinei sudėčiai (pvz., obligacijų portfelių kreditingumui, trukmei) ir diversifikacijai net ir vienos rūšies aktyvų viduje. Įtraukiant NT, rizikos analizė pasipildo specifiniais aspektais: likvidumo rizika (kaip greitai fondas prireikus galėtų parduoti NT turtą), vertės nustatymo rizika (NT vertės svyravimai gali būti užmaskuoti vertinimo metodu, tad rizika atrodo mažesnė nei yra realiai), operacinė rizika (NT priežiūros, nuomininkų nemokumo ir pan.). Portfelio optimizavimo modeliuose šiuos veiksnius sunkiau kiekybiškai įvertinti, todėl praktikoje dažnai remiamasi konservatyviais apribojimais. Šiuolaikinis pensijų fondo portfelio optimizavimas – tai daugiakriteris uždavinys: reikia suderinti teorinį modelį (Markovico, Blacko-Littermano ar kt.) su praktiniais apribojimais ir rizikos valdymo principais tam, kad būtų pasiektas lūkesčius tenkinantis ilgalaikis rezultatas.

Kinų mokslininkų tyrime nagrinėjama portfelio optimizacija, atsižvelgiant į ekonominių režimų kaitą ir asimetrinę aktyvų priklausomybę [16]. Autoriai savo darbe pristatė naują rizikos matą –

blogiausio atvejo sąlyginę vertę rizikai (WCVaR), skirtą įvertinti galimus nuostolius finansinių krizių metu. Empirinė analizė, atlikta su 13 pasaulinių akcijų indeksų, parodė, kad siūlomas modelis efektyviau sumažina ekstremaliuosius portfelio nuostolius, ypač krizės laikotarpiais, palyginti su tradiciniais modeliais, kurie neatsižvelgia į rinkų pokyčius. Pagal juos, šis metodas leidžia investuotojams pasirinkti aktyvus su mažesne koreliacija, taip pagerinant portfelio atsparumą rinkos svyravimams. Tyrimo rezultatai pabrėžia, kad dinamiškas požiūris į portfelio sudarymą, įtraukiant režimų kaitą ir asimetrinę priklausomybę, gali padėti rizikos vengiantiems investuotojams efektyviau valdyti savo investicijas nestabiliuose rinkos sąlygose [16].

Zangas pasiūlė sektorių diversifikaciją, taikomą NT portfeliams, naudodami RAL (*angl. Reciprocal of Aggregate Likelihood*) metodiką [15]. Jie parodė, kad portfeliai, diversifikuoti pagal sektorius su maža tarpusavio kointegracija, pasiekia aukštesnę efektyvumo lygį ir mažesnę rizikos lygį nei įprastiniai portfeliai. Šie rezultatai patvirtina, kad NT, kaip turto klasė, gali būti efektyviai integruota į mišriuosius portfelius naudojant šiuolaikinius modelius, leidžiančius atsižvelgti į skirtingas grąžų struktūras, priklausomybes ir makroekonominis svyravimus. Šiuolaikinis portfelio optimizavimas, ypač pensijų fonduose, nebegali apsiriboti klasikiniu Markovico modeliu. Jis turi būti grindžiamas pažangiomis matematinėmis priemonėmis, atsižvelgiančiomis į nenumatytus rinkos režimus, duomenų paklaidų jautrumą ir realaus pasaulio apribojimus. NT ir kitos alternatyvios investicijos tampa reikšmingu portfelio komponentu, jei jų rizika įvertinama tiksliai, o strategija pritaikoma prie ilgalaikių investuotojo tikslų.

1.5. Nekilnojamojo turto integracija į pensijų fondų portfelius

Nekilnojamasis turtas instituciniams investuotojams patrauklus dėl keleto unikalių savybių. NT pasižymi fizinio turto atributais – tai apčiuopiamas turtas, teikiantis infrastruktūrinę vertę (pastatai, žemė) ir dažnai pajamų srautą (nuomos forma). NT grąžos šaltiniai yra dvilypiai: kapitalo prieaugis (turto vertės kilimas) ir periodinės pajamos (nuoma). Ilgalaikiai duomenys rodo, kad bendros NT investicijų grąžos gali būti konkurencingos akcijų grąžoms, nors svyravimai mažesni – pavyzdžiui, pasaulinė pensijų fondų NT portfelio analizė parodė 7 % vidutinę metinę NT grąžą 1990–2009 m. laikotarpiu (apie 6,2 % atskaičius valdymo kaštus) [5]. Diversifikavimo požiūriu, NT itin vertinamas dėl žemos koreliacijos su kitais aktyvais. Tyrimai, taikantys NT indekso duomenų korekcijas, nustatė, kad NT grąžos koreliacija su akcijomis yra arti nulio, o su obligacijomis – net šiek tiek neigiama [2]. Tai reiškia, kad įtraukus NT, portfelio rizikos ir grąžos profilis gali pagerėti: NT veikia kaip riziką mažinantis inkaras, ypač kai akcijų rinkos patiria nuosmukį. Kitas privalumas – infliacijos rizikos mažinimas. Ilgame laikotarpyje NT istoriškai linkęs išlaikyti perkamąją galią: nuomos kainos paprastai indeksuojamos infliacija, o pats turtas brangsta didėjant statybų kaštams ir žemės vertei. Todėl NT portfelyje veikia kaip dalinis apsidraudimas nuo netikėtai kylančios infliacijos – skirtingai nei fiksuotų palūkanų obligacijos, kurių vertę infliacija tiesiogiai mažina. Galiausiai, investicijos į NT suteikia socialinę-ekonominę naudą: pensijų fondai, investuodami į NT (pvz., komercinius centrus, gyvenamųjų namų projektus), prisideda prie ekonominės veiklos, infrastruktūros gerinimo. Tai suderinama su ilgalaikiais dalyvių interesais – tvari ekonomika lemia didesnę bendrą gerovės lygį, tai netiesiogiai gali prisidėti ir prie fondų narių gerovės.

Kartu NT pasižymi ir specifinėmis rizikomis, kurios skiriasi nuo tradicinių finansinių instrumentų. Viena didžiausių – likvidumo rizika. NT objektai paprastai negali būti parduoti labai greitai nesumažinus kainos, ypač ekonominių krizių metu, kai pirkėjų ratas susitraukia. Pensijų fondui, valdančiam NT, tai reiškia, kad staiga prirėkus persikirstyti turtą (pvz., mokėti išmokas ar rebalansuoti portfelį), NT dalį realizuoti sudėtingiau. Kita rizika – kainodaros neapibrėžtumas.

Skirtingai nei akcijų kainos biržoje, NT vertės nustatomos vertintojų periodiškai, todėl jose yra subjektyvumo elementas. Dėl vadinamojo vertinimų glotninimo NT indeksai (pvz., NCREIF, IPD) linkę rodyti mažesnę volatilumą ir koreliacijas, nei yra iš tiesų [2]. Investuotojui tai gali sudaryti klaidingą stabilumo įspūdį. Be to, NT rinkos yra lokaliai – turto vertę lemia vietos ekonomikos sąlygos, reguliavimas (pvz., nuomos kontrolė), demografija. Pensijų fondai, norėdami plačiai diversifikuoti NT portfelį, turi investuoti į įvairius regionus ir sektorius, o tai sukelia valdymo kompleksiskumą (skirtingos jurisdikcijos, valiutų rizika investuojant į užsienio NT, skirtingi sektorių ciklai – pvz., biurų, prekybos centrų, gyvenamojo NT rinkos gali judėti skirtingai). Operacinė rizika NT investicijose taip pat didesnė nei pasyviai laikant finansinius instrumentus: reikia rūpintis turto priežiūra, užimtumu (nuomininkų paieška, jų mokumo rizika), remontais, draudimu ir pan. Galiausiai, NT yra kapitalo imlus – norint suformuoti diversifikuotą NT portfelį, reikia didelio kapitalo dėl vienetinių objektų brangumo. Mažesniems pensijų fondams tai gali būti iššūkis, todėl jie dažnai investuoja į NT netiesiogiai – per fondus, REIT (nekilnojamojo turto investicinius trestus) ar partnerystes su kitais investuotojais. Netiesioginės investicijos sumažina operacinę krūvį, tačiau prideda tarpininkavimo kaštų (fondų valdymo mokesčiai) ir potencialiai sumažina kontrolę. Tyrimai rodo, kad mažesni fondai, investuodami į NT per išorinius valdytojus ar fondų fondus, dažnai patiria didesnius kaštus ir prastesnius grynojo pelningumo rezultatus nei stambūs fondai, galintys investuoti tiesiogiai [5]. Tai svarbu įvertinti sprendžiant, koku būdu integruoti NT į portfelį.

NT rinkų istorinis elgesys rodo, ko gali tikėtis pensijų fondai. Paprastai komercinio NT (biurai, prekybos centrai, sandėliai) ilgalaikė nominali grąža įvairiose rinkose siekdavo 6–10 % per metus, iš kurių apie pusę sudarydavo grynosios nuomos pajamos, o likusią dalį – vertės pokytis. Gyvenamasis NT dažnai generuodavo kiek mažesnę nuomos grąžą (3–5 %), bet kartais sparčiau brangdavo. NT rizika pasireiškia ciklišku: NT rinkos seka ekonominius ciklus, nors su tam tikru atotrūkiu. Pavyzdžiui, 2008–2009 m. finansų krizė daugelyje šalių smarkiai sumažino NT vertes (kai kur 30–40 %), po to sekė ilgas atsigavimo periodas. Lietuvoje gyvenamojo NT kainos taip pat patyrė 30 % nuosmukį per 2009–2010 m., o vėliau atsitiesė ir pastaruoju metu viršijo ikikrizinį lygį. Tokie svyravimai rodo, kad investuodami į NT pensijų fondai turi būti pasirengę ilgalaikiam horizontui – laukti rinkos atsigavimo, jei patekta į ciklo piką prieš nuosmukį.

Kaip minėta, vienas kertinių NT integravimo argumentų – žema koreliacija. Išsamūs JAV tyrimai, palyginę ketvirtinių grąžų tarpusavio priklausomybę 1984–2018 m., nustatė, kad tiesioginio NT (privataus komercinio NT) koreliacija su akcijomis buvo 0,07, o su obligacijomis -0,15 [2]. Tai faktiškai reiškia, kad NT kainų pokyčiai yra nepriklausomi nuo tradicinių finansų rinkų tendencijų. Toks unikalus rizikos veiksnių profilis kyla iš to, kad NT vertę lemia labiau vietiniai ir realios ekonomikos veiksniai (pvz., nuomininkų mokumas, pasiūlos ir paklausos balansas nekilnojamojo turto rinkoje, palūkanų normos konkrečioje šalyje), tuo tarpu globalios akcijų rinkos labiau reaguoja į įmonių pelnus, investuotojų lūkesčius finansų rinkose. Įdomu, kad NT dažnai apibūdinamas kaip obligacijoms artimas turtas (dėl nuomos pajamų stabilumo), tačiau tyrimai rodo, jog koreliacijos požiūriu NT netgi geresnis obligacijų diversifikatorius nei akcijos [2]. Kita vertus, reikėtų atskirti privatų NT ir biržoje prekiaujamus NT indeksus. Pastarųjų koreliacija su plačiąja akcijų rinka paprastai didesnė (nes jie prekiaujami biržoje, juos veikia investuotojų nuotaikos, akcijų rinkos likvidumas). Pavyzdžiui, JAV banko TIAA duomenimis, REIT'ų koreliacija su akcijomis gali siekti 0,5–0,7 ilgalaikiu laikotarpiu. Todėl pensijų fondui renkantis kaip investuoti į NT – per tiesioginį NT ar per biržoje prekiaujamus instrumentus – diversifikacijos efektas bus skirtingas. Visumoje literatūra sutaria, kad bent dalį NT portfelio sudarant iš tiesioginio (privataus) NT galima gauti didesnę diversifikacinę naudą. Dėl šios priežasties daug stambių pensijų fondų tiesiogiai valdo nekilnojamojo

turto portfelius arba investuoja per specializuotas privačias NT valdymo įmones, o NT indeksus naudoja kaip likvidumo valdymo priemonę ar portfelio papildymą siekiant tam tikrų sektorių (pvz., viešbučių, duomenų centrų), prie kurių kitaip neprieitų.

Daugelyje empirinių tyrimų nagrinėta, kaip NT įtraukimas keičia portfelio rizikos-gražos profilį. Bendras rezultatas – saikingas NT pridėjimas (pvz., 5–15 % portfelio) paprastai pagerina diversifikaciją, padidindamas Šarpo rodiklį (pelno ir rizikos santykį). Pavyzdžiui, „Morningstar Associates“ atlikta analizė, taikant Blacko-Littermano optimizaciją, parodė, kad agresyviame pensijų portfelyje (su 14 % standartiniu nuokrypiu) optimalu būtų apie 13 % investavimo lėšų skirti NT (REIT indekso pavidalu), taip padidinant tikėtiną grąžą neperkeliant rizikos lygio [11]. Visgi realybėje pensijų fondai dažnai skiria mažiau NT nei siūlo modeliai. JAV ir Europos pensijų fondų vidutinė alokacija NT ilgą laiką buvo apie 5–10 %. Įmonės „Nareit“ analizėje pastebėta, kad nors pastaraisiais metais NT dalis išaugo (JAV viešo ir privataus NT rinkose pensijų fondų investicijos siekia apie 900 mlrd. dolerių, arba 7–8 % viso turto), dauguma fondų vis tiek nepasiekia NT rinkos svorio ar modeliuose optimalaus lygio [11]. Tai galėjo lemti ir konservatyvūs ribojimai, ir institucinis atsargumas.

Lietuvos II pakopos pensijų fondai istoriškai neturėjo tiesioginio NT investicijų dėl teisinio draudimo. Todėl ankstesnių laikotarpių grąžos ir rizikos profiliai atspindi tik tradicinių finansinių aktyvų rezultatus. Tyrimė apie Lietuvos pensijų fondų rizikos ir grąžos charakteristikas (2004–2015 m.) nustatyta, kad fondų grąžos buvo glaudžiai susijusios su akcijų rinkų dinamika, ypač didesnės rizikos kategorijos fonduose [9]. Tai rodo mažą alternatyvių investicijų diversifikacijos efektą. Vis dėlto, atsivėrus galimybei investuoti į NT, situacija pamažu keičiasi. Šiaulių banko duomenimis, Lietuvoje – „SB Asset Management“ (Šiaulių banko grupės) valdomi pensijų fondai 2022–2024 m. ėmė dalį lėšų nukreipti į nekilnojamojo turto projektus. 2022 m. jų fondai investavo 10,3 mln. EUR į specialų būsto renovacijos fondą, o 2024 m. pridėjo dar 7,5 mln. EUR. Šio fondo lėšos skiriamos modernizuoti apie 300 daugiabučių namų – tai unikalus atvejis, kai Lietuvos pensijų fondų pinigai panaudoti NT sektoriuje. Investicija įgyvendinta išperkant ilgo laikotarpio (2048 m.) konvertuojamąsias obligacijas, t. y. pensijų fondai finansuoja NT projektą per skolos instrumentą, kuris vėliau gali virsti nuosavybe. Šis atvejis rodo, kad Lietuvos fondai renkasi atsargų, struktūrizuotą būdą investuoti į NT – per fondus ar obligacijas, o ne tiesiogiai pirkdami pastatus. Toks metodas mažina likvidumo riziką (obligacijos gali būti perleidžiamos), tačiau vis tiek suteikia ekspoziciją NT rinkai. Ateityje, jei NT investicijų rezultatai bus sėkmingi, galima tikėtis didesnio Lietuvos pensijų fondų atvirumo šiai turto klasei.

Šveicarija dažnai minima kaip šalis, kur pensijų fondai daugiausiai investuoja į NT. Vidutiniškai Šveicarijos antrosios pakopos pensijų fondai nekilnojamojo turto klasei skiria apie 20–25 % portfelio – gerokai daugiau nei daugelis kitų šalių. 2023 m. duomenimis, vidutinė NT dalis sudarė 22,9 %, išaugusi nuo 17 % prieš dešimtmetį [10]. Toks augimas siejamas su aplinkybėmis, kai itin žemos palūkanų normos skatino ieškoti alternatyvų obligacijoms: pensijų fondai didino NT ir kitų aktyvų dalį siekdami uždirbti didesnę grąžą. Šveicarijos fondai ypač renkasi vietinį (Šveicarijos valstybės) NT – net apie 5/6 jų NT investicijų yra šalies viduje, daugiausia gyvenamajame sektoriuje [10]. Tokiu būdu jie sumažina valiutos riziką ir pasinaudoja pažįstama rinka. Empiriniai rezultatai rodo, kad toks portfelis buvo naudingas: NT generavo stabilias pajamas, o 2022 m. akcijų ir obligacijų smukimo metu NT vertės nukrito mažiau, todėl kai kurių fondų portfeliuose NT svoris net viršijo nustatytą 30 % ribą (dėl akcijų nuvertėjimo) [6]. Šis atvejis parodo, kad NT portfelio dalis gali augti rinkų krizės metu, atlikdama stabilizatoriaus vaidmenį. Šveicarijos pensijų fondų didelė NT ekspozicija taip pat siejama su jų pensijų sistema: dalis fondų yra nekonservatyvūs, siekiantys aukštesnės grąžos, be to,

Šveicarijos NT rinka istoriškai gana stabili (dėl griežtos vystymo kontrolės, nuosekliai augančio gyventojų skaičiaus ir kt.). Lietuvos ir Šveicarijos palyginimas atskleidžia kontrastą: Lietuvoje NT dalis dar tik pradeda augti nuo 0 % link kelių procentų, tuo tarpu Šveicarijoje tai sena praktika su penktadaliu portfelio. Ši patirtis gali būti naudinga Lietuvos politikos formuotojams ir fondų valdytojams, svarstant optimalias NT alokacijos ribas ir įgyvendinimo būdus.

Be Šveicarijos, verta paminėti ir kitų rinkų įžvalgas. JAV pensijų fondai ilgą laiką investuoja į NT (dažnai per privataus kapitalo NT fondus) – tipinė alokacija apie 10 %. Kanados didieji pensijų fondai (pvz., CPP Investments) tapo net globaliais NT investuotojais, turinčiais objektų įvairiose šalyse. Jų portfeliuose NT ir infrastruktūra sudaro reikšmingą dalį. Tyrimai Kanadoje rodo, kad dideli fondai su tiesioginiais NT portfeliais pasiekė geresnių rezultatų nei mažesni fondai, neturintys NT. Skandinavijos šalys taip pat didina NT (įskaitant ne tik komercinį NT, bet ir infrastruktūros projektus). Tuo tarpu kai kurios Rytų Europos šalys (Lenkija, Rumunija), kaip ir Lietuva, iki šiol buvo konservatyvios – NT dalis yra minimali arba visai nulinė, bet po EBPO rekomendacijų ir jos pamažu peržiūri strategijas. Apibendrinant šiuos tyrimus, galima teigti, kad NT įtraukimas paprastai pasiteisina kaip diversifikavimo priemonė, tačiau optimali dalis ir įgyvendinimo forma (tiesiogiai ar per fondus) priklauso nuo konkrečios šalies rinkos sąlygų, reguliavimo ir fondo dydžio.

Apžvelgus mokslinę literatūrą ir finansų sektoriaus duomenis, galima išskirti kelias esmines įžvalgas. Pirmiausia, nepaisant to, kad nekilnojamojo turto (NT) rinka pagal apimtį lenkia tradicines finansines rinkas, NT dalis pensijų fondų portfeliuose išlieka maža arba jos išvis nėra. Tai lemia tiek praktiniai apribojimai – likvidumo, vertinimo ir operacinė rizika, – tiek reguliaciniai ribojimai bei fondų atsargumas. Antra, nors NT investicijos turi potencialą pagerinti portfelio diversifikaciją ir sumažinti bendrą riziką dėl žemos koreliacijos su akcijomis ir obligacijomis, šis poveikis stipriausiai pasireiškia tik tiesioginių NT investicijų atveju. REIT fondai pasižymi didesniu ryšiu su akcijų rinka ir mažesniu stabilumu krizės sąlygomis. Trečia, empiriniai tyrimai rodo, kad saikinga NT alokacija (5–15 %) dažniausiai pagerina portfelio Šarpo rodiklį ir stabilumą. Vis dėlto reali NT dalis dažnai būna mažesnė dėl struktūrinių ribojimų, ypač mažesniuose ar konservatyvesniuose fonduose. Ketvirta, tarptautiniai JAV tyrimai parodė, kad NT integracija į pensijų fondų portfelius pasiteisina kaip stabilizuojantis komponentas, ypač ilgalaikiuose investavimo horizontuose. Tokios šalys kaip Šveicarija ar Kanada jau sėkmingai taiko didesnio masto NT strategijas, o mažesni pensijų fondai dažnai investuoja į NT per netiesiogines formas arba per tarpininkus.

Atsižvelgiant į šias išvadas, tolimesniuose darbo skyriuose bus analizuojama, ar REIT fondų įtraukimas į rizikingiausiems dalyviams (1996-2002m. gimimo) skirtą pensijų portfelį iš tiesų duoda praktinės naudos investicinio efektyvumo požiūriu.

2. Duomenys ir tyrimo metodai

Lietuvoje yra 6 pensijų fondų bendrovės, kuriose žmonės dalyvauja II arba III pakopos pensijų kaupimo programose. Penkios iš jų turi nedidelę NT alokaciją savo investiciniuose portfeliuose, tačiau viena, neseniai įsikūrusi, neturi. Būtent šios įmonės portfelio sudėtį naudosime šio darbo tyrimui. Jis apima įvairius biržoje prekiaujamus fondus, kurie įvertinami pagal palyginamuosius indeksus.

3 lentelė. Portfelio sudėtis⁵

Fondo pavadinimas	V.P. Identifikacinis kodas	Svoris	Palyginamasis indeksas
State Street SPDR MSCI World UCITS ETF	IE00BFY0GT14	19 %	NDDUWI
Xtrackers MSCI World UCITS ETF	IE00BK1PV551	19 %	NDDUWI
Amundi Prime Global UCITS ETF	IE0009DRDY20	10 %	FTAD01
State Street SPDR MSCI ACWI IMI UCITS ETF	IE00B3YLT666	18 %	MIMUAWON
iShares Core MSCI World UCITS ETF	IE00B4L5Y983	15 %	NDDUWI
iShares Core MSCI EM IMI UCITS ETF	IE00BKM4GZ66	9 %	MIMUEMRN
iShares Developed World Index Fund	IE00B62WCL09	10 %	MXWO

Į šį portfelį bus pridėdamas nekilnojamo turto indeksas - „S&P Global REIT Index“ (SREITGL). Jis dažnai naudojamas nekilnojamo turto ETF'ų vertei nustatyti (kaip palyginamasis indeksas).

4 lentelė. Portfelio svoriai

Indeksas	Svoris
NDDUWI	53 %
FTAD01	10 %
MIMUAWON	18 %
MIMUEMRN	9 %
MXWO	10 %
SREITGL*	X %*

Prieš nusprendžiant kokį svorį reikėtų suteikti NT indeksui, būtina įsivertinti kiekvieno indekso grąžas, standartinius nuokrypius ir kitas statistines charakteristikas. Jos apibūdinamos tokiomis formulėmis:

Dieninė logaritminė grąža:

$$r_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (1)$$

čia,

r_t – t dienos grąža,

P_t – t dienos kaina;

⁵ Portfelio sudėtis viešai prieinama „GoIndex“ puslapyje: <https://www.goindex.lt/2-pakopa/fondu-rezultatai-ir-dokumentai/goindex-1996-2002/pillar-documents/>

Dieninė portfelio grąža:

$$R_t^{(p)} = w^T r_t \quad (2)$$

čia,

$R_t^{(p)}$ – t dienos portfelio grąža,

w^T – svorių vektorius,

r_t – t dienos grąža.

Metinė portfelio grąža:

$$\mu_p = \left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t^{(p)} \right) \cdot D \quad (3)$$

čia,

$R_t^{(p)}$ – portfelio diennė grąža, $D = 252$ (metinis prekybos dienų skaičius).

Metinė rizika:

$$\sigma_p = Std \left(R_t^{(p)} \right) \cdot \sqrt{D} \quad (4)$$

čia,

$Std \left(R_t^{(p)} \right)$ – portfelio dieninių grąžų standartinis nuokrypis,

$D = 252$ (metinis prekybos dienų skaičius).

Šarpo rodiklis [13]:

$$Sharpe = \frac{\mu_p}{\sigma_p} \quad (5)$$

čia,

r_f – nerizikinga grąžos norma,

μ_p – metinė portfelio grąža,

σ_p – metinė portfelio rizika.

Sortino rodiklis [30]:

$$Sortino = \frac{\mu_p}{\sigma_d} \quad (6)$$

kur,

σ_d – blogiojo scenarijaus (*angl. downside*) standartinis nuokrypis:

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{n_d} \sum_{t: R_t^{(p)} < 0} \left(R_t^{(p)}\right)^2 \cdot \sqrt{D}} \quad (7)$$

čia,

n_d – neigiamų gražų skaičius,

$R_t^{(p)}$ – portfolio diennė grąža, $D = 252$;

Maksimalus nuosmukis(*angl. Maximum Drawdown*) [31]:

$$MaxDD = \min_t \left(\frac{C_t - \max_{s \leq t} C_s}{\max_{s \leq t} C_s} \right) \quad (8)$$

kur,

$$C_t = \prod_{i=1}^t (1 + R_i^{(p)}) \quad (9)$$

Vertinant ryšius tarp skirtingų finansinių indeksų, dažnai daroma prielaida, kad duomenys yra normaliai pasiskirstę ir tarpusavio sąryšiai yra tiesiniai. Vis dėlto, finansinių laiko eilučių atveju šios prielaidos dažnai yra pažeidžiamos – gražų pasiskirstymai gali būti asimetriški ar turėti stiprius uodegos efektus. Dėl šios priežasties šiame darbe pasirinkta naudoti Spirmano ranginę koreliaciją (*angl. Spearman's rank correlation*), kuri leidžia vertinti monotoninius, bet ne būtinai tiesinius ryšius tarp kintamųjų, nepriklausomai nuo jų pasiskirstymo. Spirmano koreliacijos koeficientas parodo, kaip stipriai vieno kintamojo reikšmės yra susijusios su kito kintamojo reikšmėmis. Kitaip tariant, kuo aukštesnis koreliacijos koeficientas, tuo didesnis sąryšis tarp reikšmių. Esant stipriam sąryšiui, labiau tikėtina, kad abu kintamieji elgsis taip pat reaguojant į aplinkos pokyčius. Matematiškai Spirmano koreliacijos koeficientas apibrėžtiamas taip [39]:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (10)$$

čia,

d_i – skirtumas tarp dviejų stebinių rangų,

n – stebinių skaičius.

Spirmano koreliacija šiame darbe naudojama tam, kad būtų įvertinti finansinių indeksų gražų tarpusavio ryšiai skirtingais laikotarpiais. Jos tikslas – nustatyti, koku stiprumu vieno indeksų pokyčiai yra susiję su kitų indeksų pokyčiais, nepriklausomai nuo konkrečios jų reikšmės ar tiesinės priklausomybės.

2.1. Optimizavimo metodai

Šarpo rodiklis šiame darbe naudojamas dvejopai: kaip portfolio efektyvumo matas (apskaičiuojant po optimizacijos), ir kaip optimizavimo tikslo funkcija. Šarpo rodiklis išreiškiamas per portfolio grąžos

vektorių ir kovariacijų matricą, kad būtų galima atlikti svorių optimizaciją taikant optimizavimo algoritmus. Portfelis optimizuojamas maksimizuojant pelno-rizikos santykį – Šarpo rodiklį:

$$\max_w \frac{w^T \mu}{\sqrt{w^T \Sigma w}} \quad (11)$$

su apribojimais:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1, 0 \leq w_i \leq 1$$

$$0,01 \leq w_{NT} \leq 0,25$$

čia,

w – svorių vektorius,

μ - aktyvų vidutinės gražos vektorius,

Σ – kovariacijų matrica,

w_i – i-tojo aktyvo svoris,

w_{NT} – NT svoris.

Optimizavimui pasirinkta keli metodai:

- COBYLA(angl. *Constrained Optimization BY Linear Approximations*),
- BOBYQA(angl. *Bound Optimization BY Quadratic Approximation*),
- Nelder-Mead

COBYLA yra begradientis deterministinis optimizavimo metodas, skirtas spręsti netiesinius optimizavimo uždavinius su nelyginiais apribojimais. Jo veikimo principas pagrįstas tikslo ir apribojimų funkcijų tiesine aproksimacija. Tikslo funkcija $f(x)$ ir apribojimai $c_i(x)$ aproksimuojami pirmos eilės (tiesinėmis) funkcijomis, kurios atnaujinamos kiekvienoje iteracijoje [26]:

$$f(x) \approx f(x_k) + \nabla f(x_k)^T (x - x_k)$$

$$c_i(x) \approx c_i(x_k) + \nabla c_i(x_k)^T (x - x_k)$$

čia,

x_k – esamas sprendinys,

$\nabla f(x_k), \nabla c_i(x_k)$ – gradientų aproksimacijos, sudarytos pagal lokalinius taškus.

Optimizavimas vykdomas tik viduje:

$$\|x - x_k\| \leq \rho_k$$

kur ρ_k – pasitikėjimo srities spindulys.

BOBYQA – begradientis algoritmas, skirtas optimizavimo uždavinių su apribojimais sprendimui, kai funkcijos išvestinės nežinomos arba nepasiekiamos. Algoritmas pagrįstas kvadratinės funkcijos aproksimavimu remiantis funkcijos reikšmių įverčiais. Metodas kuria kvadratinę modelį $Q_k(x)$, kuris aproksimuoja objektyvinę funkciją aplink dabartinį tašką x_k [26]:

$$Q_k(x) = f(x_k) + g_k^T (x - x_k) + \frac{1}{2} (x - x_k)^T H_k (x - x_k)$$

čia,

g_k – apytikslis gradientas,
 H_k – aproksimuota Hesiano matrica,
 $f(x_k)$ – tikslo funkcijos reikšmė dabartiniame taške.

Optimizacija vykdoma srityje, kuri apibrėžta:

$$\|x - x_k\| \leq \Delta_k$$

čia,

Δ_k – lokalis paieškos spindulys.

Nelder–Mead yra begradientis heuristinis optimizavimo metodas. Jis veikia geometriškai, taikydamas taškų (simplekso) transformacijas n -dimensinėje erdvėje, ieškodamas funkcijos minimumo. Šis metodas naudoja simpleksą - $n + 1$ taškų rinkinį $\{x_1, x_2, \dots, x_{n+1}\}$, kuris iteratyviai transformuojamas pasitelkiant šias operacijas [27]:

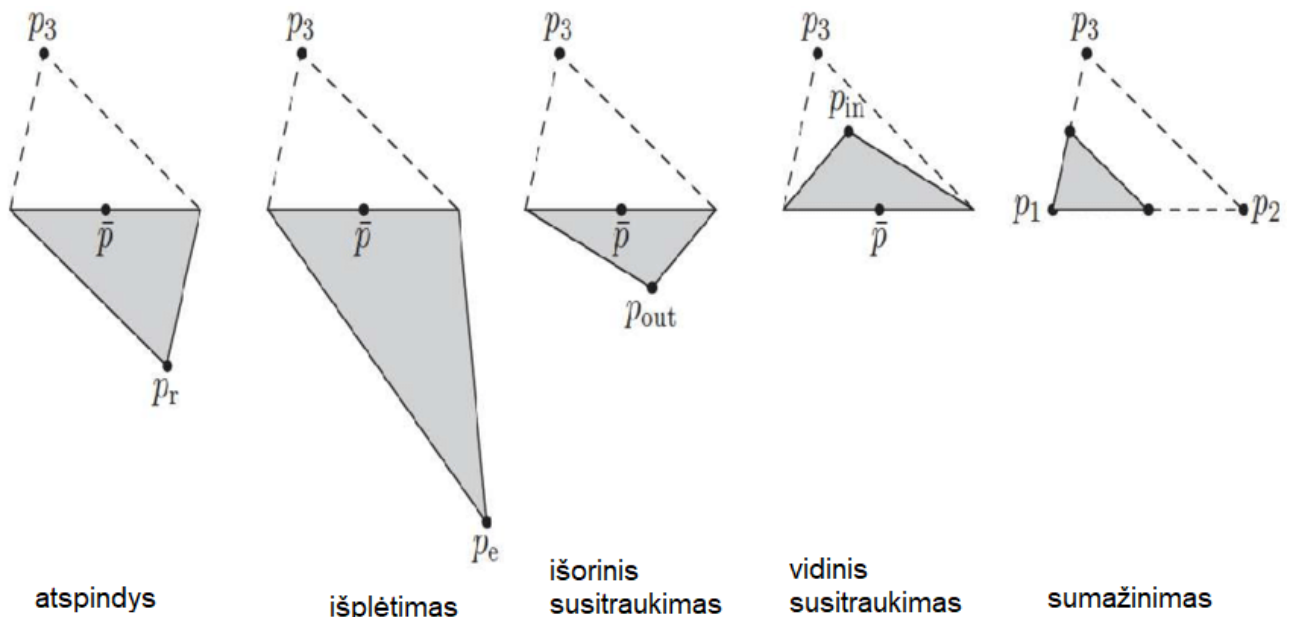
- atspindys : $x_r = x_c + \alpha(x_c - x_{n+1})$;
- išplėtimas: $x_e = x_c + \gamma(x_r - x_c)$;
- susitraukimas (išorinis/vidinis): $x_{oc} = x_c + \rho(x_r - x_c)$, $x_{ic} = x_c - \rho(x_c - x_{n+1})$;
- sumažinimas: $x_i = x_1 + \sigma(x_i - x_1)$, $i = 2, \dots, n + 1$.

čia,

x_c – centroidas be blogiausio taško x_{n+1} ;

x_1 – geriausias taškas;

$\alpha = 1, \gamma = 2, \rho = 0.5, \sigma = 0.5$.



2 pav. Optimizavimo metodo „Nelder-Mead“ operacijų vizualizacija

Operacijų veikimas [29]:

- Atspindys (*angl. reflection*): blogiausias taškas (su didžiausia funkcijos reikšme) atspindimas per centroidą (kitų taškų vidurkį), siekiant rasti geresnį tašką priešingoje pusėje.
- Išplėtimas (*angl. expansion*): jei atspindėtas taškas yra geresnis nei geriausias ankstesnis taškas, simpleksas išplečiamas ta pačia kryptimi, tikintis dar geresnio rezultato.

- Susitraukimas (*angl. Contraction*): jei atspindėtas taškas nėra geresnis, simpleksas susitraukia link geriausio taško, mažinant paieškos sritį.
- Sumažinimas (*angl. Shrinkage*): jei nėra viena iš aukščiau minėtų strategijų nepadeda, visi taškai priartinami prie geriausio taško, dar labiau sumažinant paieškos sritį.

2.2. Kiti metodai

Optimizuotam portfeliui taip pat buvo atlikta Monte Carlo simuliacija, tam kad įvertinti jo charakteristikas įvairiais scenarijais. Monte Carlo metodas yra pagrįstas atsitiktinių skaičių generavimu, siekiant imituoti įvairius scenarijus ir įvertinti tikėtinus rezultatus. Portfelio analizėje šis metodas taikomas siekiant įvertinti galimą portfelio grąžos ir rizikos pasiskirstymą, remiantis istoriniais duomenimis ar prielaidomis apie ateitį. Simuliacijos metu sugeneruojama tūkstančiai hipotetinių portfelio grąžos kelių, dažniausiai darant prielaidą, kad: grąžų pasiskirstymas yra normalus, laiko žingsniai (pvz., dienos, mėnesiai) yra nepriklausomi, naudojami istoriniai duomenys. Grąža kiekvienam laikotarpiui generuojama pagal stochastinę lygtį [28]:

$$R_t = \mu \Delta t + \sigma \epsilon_t \sqrt{\Delta t}$$

čia,

R_t – simuliuota grąža laiko momentu t ,

μ – tikėtinas portfelio vidutinis pelningumas(metinis)

σ – portfelio standartinis nuokrypis,

$\epsilon_t \mathcal{N}(0,1)$ – atsitiktinis kintamasis

Δt – laikotarpio ilgis.

Kartojant šį procesą tūkstančius kartų, gaunamas tikimybinis galimų rezultatų pasiskirstymas, kuris leidžia įvertinti portfelio vertės pasiskirstymą ateityje, potencialius pelnus arba nuostolius bei sėkmingų/nesėkmingų scenarijų dažnius.

3. Tyrimų rezultatai ir jų aptarimas

Visa analizė buvo atlikta R programavimo aplinkoje. Tyrimo duomenų masyvas sudarytas iš 21 metų, dieninių, istorinių duomenų (2004/01/01 – 2025/03/28). Dienų uždarytos kainos paimtos iš „Bloomberg“ terminalo. Kiekvienas subgrafikas rodo atskirą indeksą, suteikdamas galimybę įvertinti ilgalaikes tendencijas, kilimo ir kritimo fazes bei ciklišumą:



3 pav. Indeksų dienos kainos 2004-2025m.

Visi indeksai demonstruoja ilgalaikę augimo tendenciją, kuri buvo kelis kartus nutraukta reikšmingų pasaulinių ekonominių sukrėtimų. Tarp labiausiai išsiskiriančių nuosmukio laikotarpių būtina paminėti 2008 m. pasaulinę finansų krizę ir 2020 m. COVID-19 pandemiją. Abu šie įvykiai sukėlė staigų ir gilų indeksų vertės kritimą, tačiau vėliau dauguma indeksų greitai atsigavo, o kai kurie netgi viršijo prieškrizinius lygius. Akciniai indeksai pasižymi ypač nuoseklia augimo dinamika. Po 2008 m. krizės seka stabilus ilgalaikis kilimo periodas, kurį pertraukia trumpalaikis nuosmukis 2020 m., tačiau vėliau šie indeksai pasiekia naujas aukštumas. MIMUEMRN indeksas, atspindintis besivystančių rinkų akcijų kainas, pasižymi žymiai didesniu svyravimu. Po spartaus augimo iki 2007 m. seka ilgas stagnacijos periodas su pakartotinėmis korekcijomis (2011, 2015, 2022 m.), o vertė taip ir negrįžta į istoriškai aukščiausią lygį. SREITGL indeksas, atspindintis pasaulinių nekilnojamojo turto investicinių fondų dinamiką, pasižymi itin dideliu ciklišku. 2008 m. krizės metu jo vertė smuko daugiau nei perpus, o atsigavimas užtruko beveik dešimtmetį. 2020 m. pandemija taip pat stipriai paveikė šį sektorių, atspindėdama REIT'ų jautrumą palūkanų normoms, likvidumo sąlygoms ir bendram ekonominiam aktyvumui. Nors nuo 2021 m. stebimas stabilizavimasis, indeksas iki šiol išlieka nepastovus ir dar negrįžo į istorines aukštumas. Pateikta indeksų dinamika atskleidžia aiškią ilgalaikio augimo tendenciją, tačiau kartu parodo ir stiprų ciklišumą bei sektorių specifiškumą. Akciniai indeksai išlaiko didesnę stabilumą, tuo tarpu NT ir EM indeksai pasižymi didesne rizika ir jautrumu ekonominiams ciklams.

Dėl šios priežasties tyrimas buvo atliktas keliems laikotarpiams, kad būtų galima palyginti portfelių atsparumą skirtingose ekonominėse aplinkose. Jie išskirti trys:

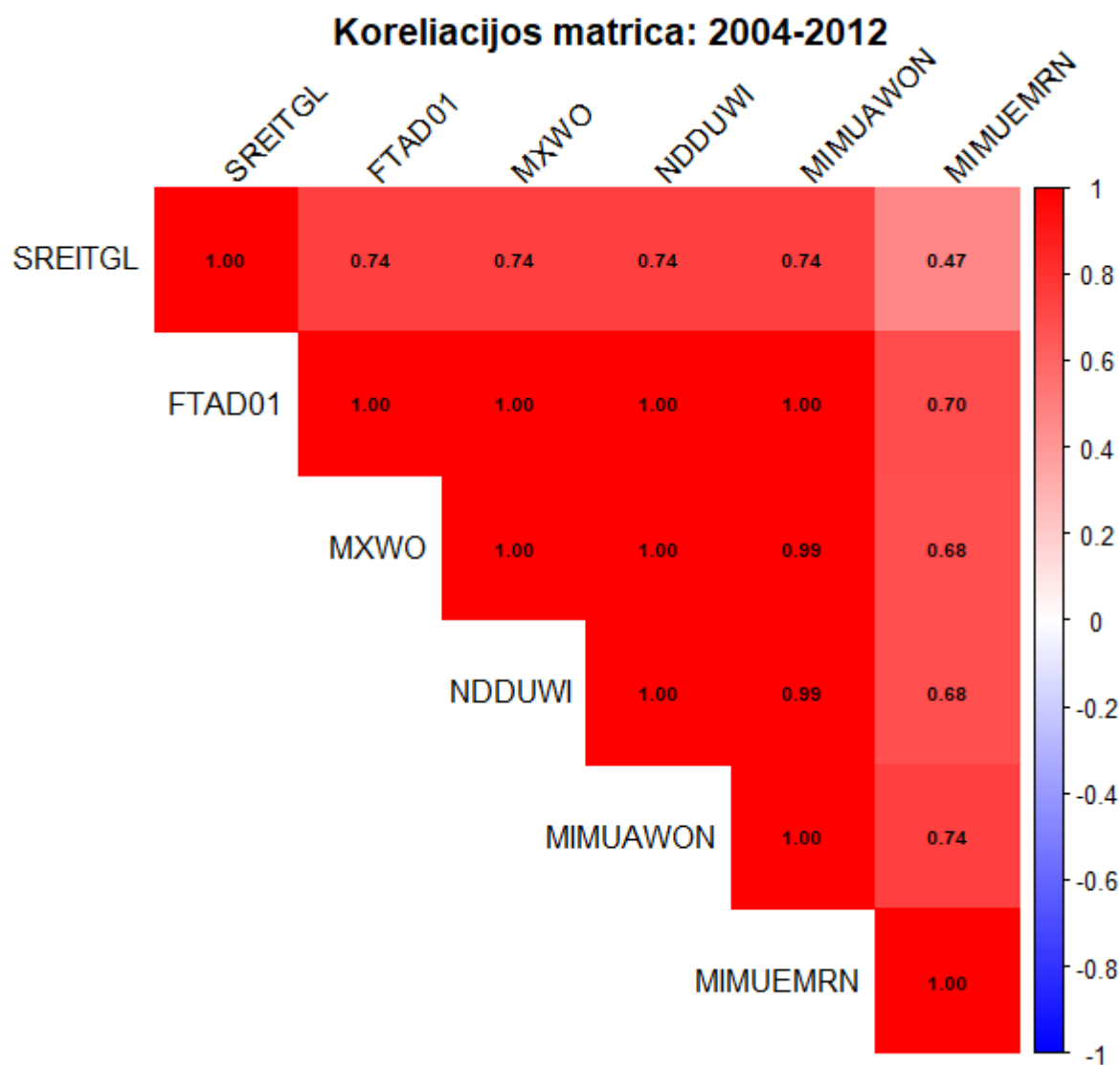
1. 2004-2012m. (krizinis ir atsigavimo laikotarpis)
2. 2013-2019m. (ekonominio stabilumo laikotarpis)
3. 2020-2025m. (COVID ir geopolitinių sukrėtimų laikotarpis)

Apibendrinimui, analizė taip pat bus pakartota visam tiriamam laikotarpiui 2004-2025m.

Visuose laikotarpių pjūviuose, kiekvienam indeksui buvo iškelta nulinė hipotezė H_0 , jog indekso dienosinės grąžos gali būti suderinamos su normaliuoju skirstiniu. Atlikus Šapiro testą kiekvienam grąžų duomenų rinkiniui, gautos p reikšmės buvo žemiau pasirinkto reikšmingumo lygmens $\alpha = 0,01$. Pagal tai daroma išvada, jog su 99% garantija visų indeksų grąžos negali būti suderintos su normaliuoju skirstiniu. Tai pagrindžia Spirmeno koreliacijos koeficientų naudojimą analizėje.

3.1. Krizinis ir atsigavimo laikotarpis

2004–2012 m. laikotarpis apima du svarbius ekonominius etapus: prieškrizinį pasaulio ekonomikos augimą (2004–2007) ir globalios finansų krizės laikotarpį bei jos padarinių šalinimą (2008–2012). Tuo metu investuotojams teko susidurti tiek su augimo, tiek su staigaus nuosmukio fazėmis. Portfelio analizė šiuo laikotarpiu atskleidžia, kaip aktyvai reagavo į tokias sąlygas ir kurie iš jų rodo geriausią pelno-rizikos santykį. Aktyvų grąžų ryšius nagrinėsime pagal koreliacijos matricą 2004-2012m. laikotarpiui:



4 pav. Indeksų logaritminių grąžų koreliacijos matrica 2004-2012m.

Ši koreliacijos matrica vaizduoja logaritminių grąžų tarpusavio ryšius tarp šešių indeksų: SREITGL, FTAD01, MXWO, NDDUWI, MIMUAWON ir MIMUEMRN. Remiantis Spirmano koreliacijos koeficientais, galima teigti, jog nekilnojamojo turto indeksas (SREITGL) turėjo vidutinę koreliaciją (0,74) su visais pagrindiniais akciniais indeksais. Tuo tarpu MIMUEMRN (besivystančių rinkų indeksas) pasižymėjo žemesne koreliacija su visais kitais – ypač su NT indeksu (0,47). Akciniai indeksai (FTAD01, MXWO, NDDUWI, MIMUAWON) tarpusavyje rodo itin aukštą koreliaciją, rodančią bendrą reakciją į finansų rinkos svyravimus.

5 lentelė. Aktyvų charakteristikos 2004-2012m.

Aktyvas	Metinė grąža	Rizika	Šarpo rodiklis
SREITGL	0,0308	0,245	0,126
FTAD01	0,0298	0,179	0,167
MXWO	0,0274	0,179	0,152
NDDUWI	0,0469	0,179	0,262
MIMUAWON	0,0557	0,178	0,313
MIMUEMRN	0,1160	0,217	0,537

Pagal 5 lentelę matoma, jog MIMUEMRN turėjo didžiausią 11,6 % grąžą, bet ir didžiausią riziką (21,7 %). MIMUAWON – antras pagal efektyvumą: 5,57 % grąžą, rizika mažiausia (17,8 %). NDDUWI pasižymėjo 4,69 % grąža ir tokia pačia rizika kaip kitų akcinių indeksų (17,9 %). SREITGL (NT indeksas) turėjo sąlyginai mažą 3,08 vidutinę metinę grąžą ir aukščiausią riziką (24,5 %), tai parodė blogiausią pelno-rizikos santykį (Šarpo rodiklis). FTAD01 ir MXWO buvo mažiau efektyvūs nei diversifikuotas akcijų indeksas MIMUAWON. Pagal šias metrikas galima teigti, jog tik keli aktyvai (MIMUEMRN ir MIMUAWON) buvo vertingi šiuo laikotarpiu. NT indeksas nepasižymėjo investicine verte.

Kitame etape sudaromas investicinis portfelis, sudarytas iš visų 6 indeksų, kuris buvo optimizuotas 3 skirtingais metodais su apribojimais:

$$\sum w_i = 1$$

$$0,01 < w_{NT} < 0,25$$

čia, w_i – aktyvo svoris, w_{NT} – NT indekso svoris

Gauti optimalūs svoriai skirtingais optimizavimo metodais:

6 lentelė. Aktyvų optimalūs svoriai

Aktyvas	COBYLA	BOBYQA	NELDERMEAD
SREITGL	0,0100	0,0100	0,0100
FTAD01	0	0	0,0107
MXWO	0,0003	0	0,0012
NDDUWI	0,0015	0	0,0040
MIMUAWON	0,0002	0	0,4975
MIMUEMRN	0,9880	0,9900	0,4766

COBYLA ir BOBYQA metodai beveik visą portfolio svorį priskyrė MIMUEMRN aktyvui (besivystančių rinkų akcinis indeksas) – apie 98,8–99 %. Tai galima pagrįsti tuom, jog šio indekso grąža buvo virš dviejų kartų našesnė už visų kitų 2004-2012m. laikotarpyje. NELDERMEAD metodas pateikė šiek tiek kitokius rezultatus ir didžiausią turto dalį skyrė dviem indeksams: MIMUEMRN (47,7 %) ir MIMUAWON (49,7 %).

7 lentelė. Optimizuotų portfelių charakteristikos 2004-2012m.

Portfelis	Metodas	Metinė grąža	Rizika	Šarpo rodiklis	Sortino rodiklis	Maks. nuosmukis (%)
A	COBYLA	0,1155	0,2160	0,5345	0,4770	-67,40
B	BOBYQA	0,1156	0,2162	0,5348	0,4774	-67,43
C	NELDERMEAD	0,0841	0,1861	0,4519	0,4074	-63,54
X	GoIndex	0,0511	0,1780	0,2872	0,2650	-61,32

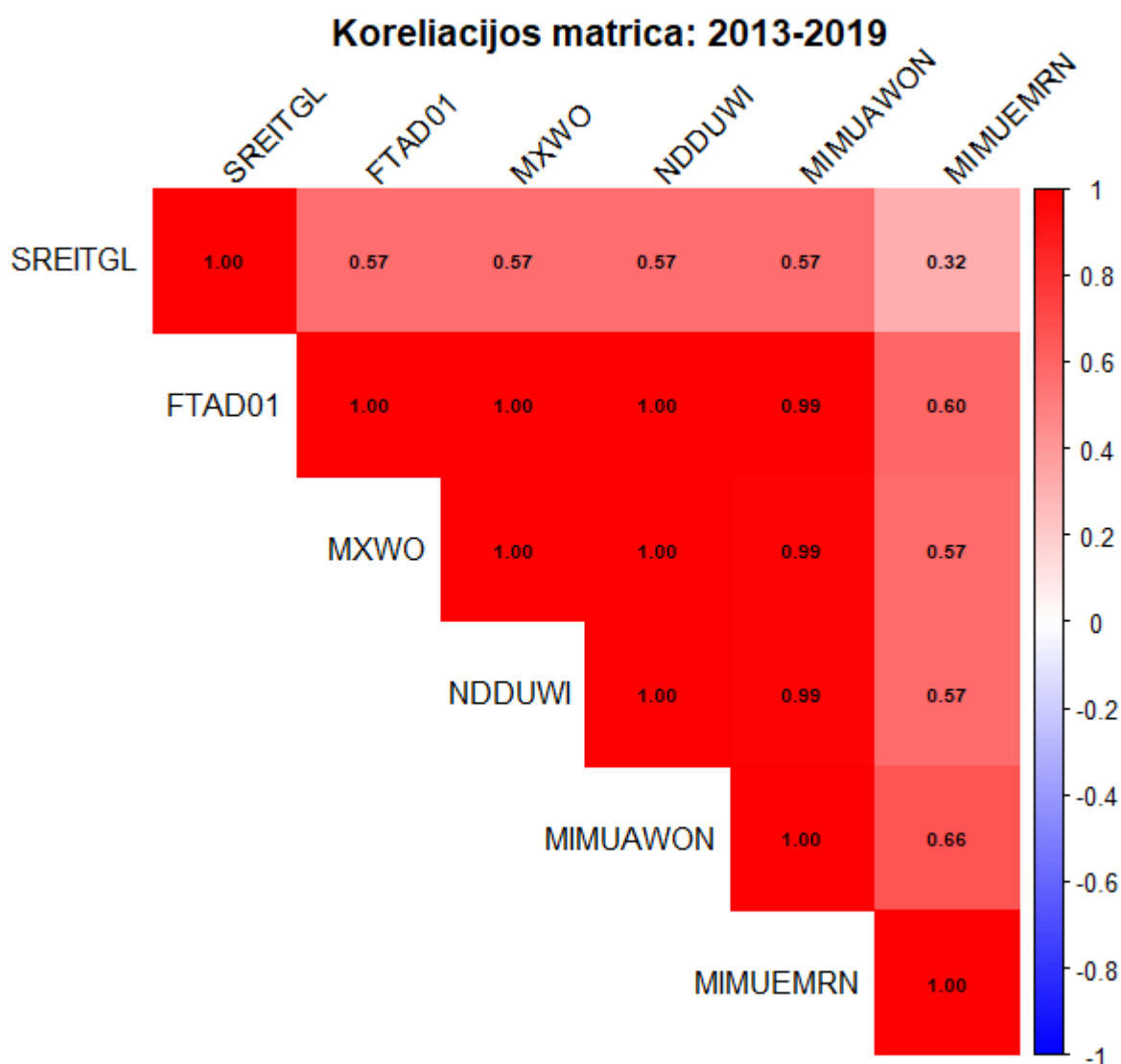
COBYLA ir BOBYQA metodų sudaryti portfeliai pasiekė didžiausią metinę grąžą (11,55 %) tarp visų laikotarpių, tačiau tai buvo pasiekta esant itin aukštai metinei rizikai (21,6 %) ir portfelio

nuosmukiui (-67,4 %). Sharpe rodikliai šių metodų atveju siekė apie 0,53, o tai reiškia, kad grąža buvo kompensuota dideliu svyravimu. NELDERMEAD metodo sudarytas portfelis generavo 8,41 % grąža, bet kartu turėjo mažesnę riziką (18,6 %), tačiau buvo mažesnis – 0,45.

Pagal šiuos rezultatus, galima teigti, jog optimizuotas portfelis stipriai pagerino šarpo rodiklį lyginant su pradiniu portfeliu X, tačiau šiame laikotarpyje iš visų šešių indeksų, savo įspūdinga grąža dominavo tik vienas – besivystančių rinkų akcinis indeksas (MIMUEMRN). A ir B portfeliai buvo sudaryti praktiškai vien iš šio indekso, o NT indeksas (SREITGL) buvo įtrauktas į juos vien dėl optimizavimo apribojimo sąlygos. Tad drąsiai galima teigti, jog biržoje prekiaujami NT indeksai nebuvo patrauklūs investiciniams sprendimams 2004-2012m. laikotarpyje.

3.2. Ekonominio stabilumo laikotarpis

2013–2019 m. laikotarpis pasižymėjo stabilizacija ir ekonomikos augimu po 2008 m. finansinės krizės bei euro zonos skolų krizės. Tai buvo žemų palūkanų normų ir centrinių bankų intervencijų metas, kai mažiems bei dideliems investuotojams buvo palankus metas pirkti įvairius finansinius instrumentus. Šis etapas atskleidžia, kaip aktyvai elgėsi ilgesnės trukmės augimo aplinkoje be staigių sisteminių sukrėtimų. Aktyvų grąžų ryšius nagrinėsime pagal Spirmano koreliacijos matricą 2013–2019 m. laikotarpiui:



5 pav. Indeksų logaritminių grąžų koreliacijos matrica 2013-2019m.

Ši koreliacijos matrica atspindi tarpusavio ryšius stabiliu augimo laikotarpiu. SREITGL koreliacija su akciniais indeksais šiuo laikotarpiu sumažėjo iki 0,57, o su MIMUEMRN krito iki 0,32. Taip pat pastebima, kad MIMUEMRN koreliacija su kitais indeksais išliko žema-vidutinė (0,57–0,66). Tuo tarpu pagrindiniai akciniai indeksai (FTAD01, MXWO, NDDUWI, MIMUAWON) tarpusavyje išlaikė labai aukštą koreliaciją (0,99–1), kas rodo, jog akciniai indeksai reaguos panašiomis tendencijomis į rinkos svyravimus. Šis laikotarpis pasižymėjo mažu rinkos nepastovumu ir bendra tendencija augti, todėl koreliacija tarp akcinių indeksų išliko itin stipri, o NT ir EM indeksai judėjo su mažesne priklausomybe nuo jų. Tą galima pastebėti aktyvų statistinėse metinėse metrikose:

8 lentelė. Aktyvų charakteristikos 2013-2019m.

Aktyvas	Metinė grąža	Rizika	Šarpo rodiklis
SREITGL	0,0347	0,110	0,314
FTAD01	0,0746	0,106	0,706
MXWO	0,0755	0,107	0,705
NDDUWI	0,0945	0,107	0,883
MIMUAWON	0,0870	0,105	0,831
MIMUEMRN	0,0273	0,132	0,207

Didžiausią grąžą šiame laikotarpyje demonstravo indeksas NDDUWI (9,45 %), o mažiausią – MIMUEMRN (2,73 %). Rizikingiausias aktyvas buvo MIMUEMRN (13,2 %), o mažiausią riziką turėjo MIMUAWON (10,5 %). Visi akciniai indeksai generavo ženkliai didesnę grąžą negu NT indeksas(SREITGL), bet jis šiame laikotarpyje pralenke besivystančių įmonių akcinį indeksą(MIMUEMRN).

9 lentelė. Aktyvų optimalūs svoriai

Aktyvas	COBYLA	BOBYQA	NELDERMEAD
SREITGL	0,01	0,01	0,01
FTAD01	0	0	0
MXWO	0	0	0
NDDUWI	0,99	0,99	0,99
MIMUAWON	0	0	0
MIMUEMRN	0	0	0

Visų metodų optimizuoti portfeliai buvo beveik visiškai investuoti į NDDUWI akcinį indeksą (99 %). Šis skaičius greičiausiai būtų 100 %, jeigu nebūtų NT indekso svorio apribojimo optimizavimo sąlygoje.

10 lentelė. Optimizuotų portfelių charakteristikos 2013-2019m.

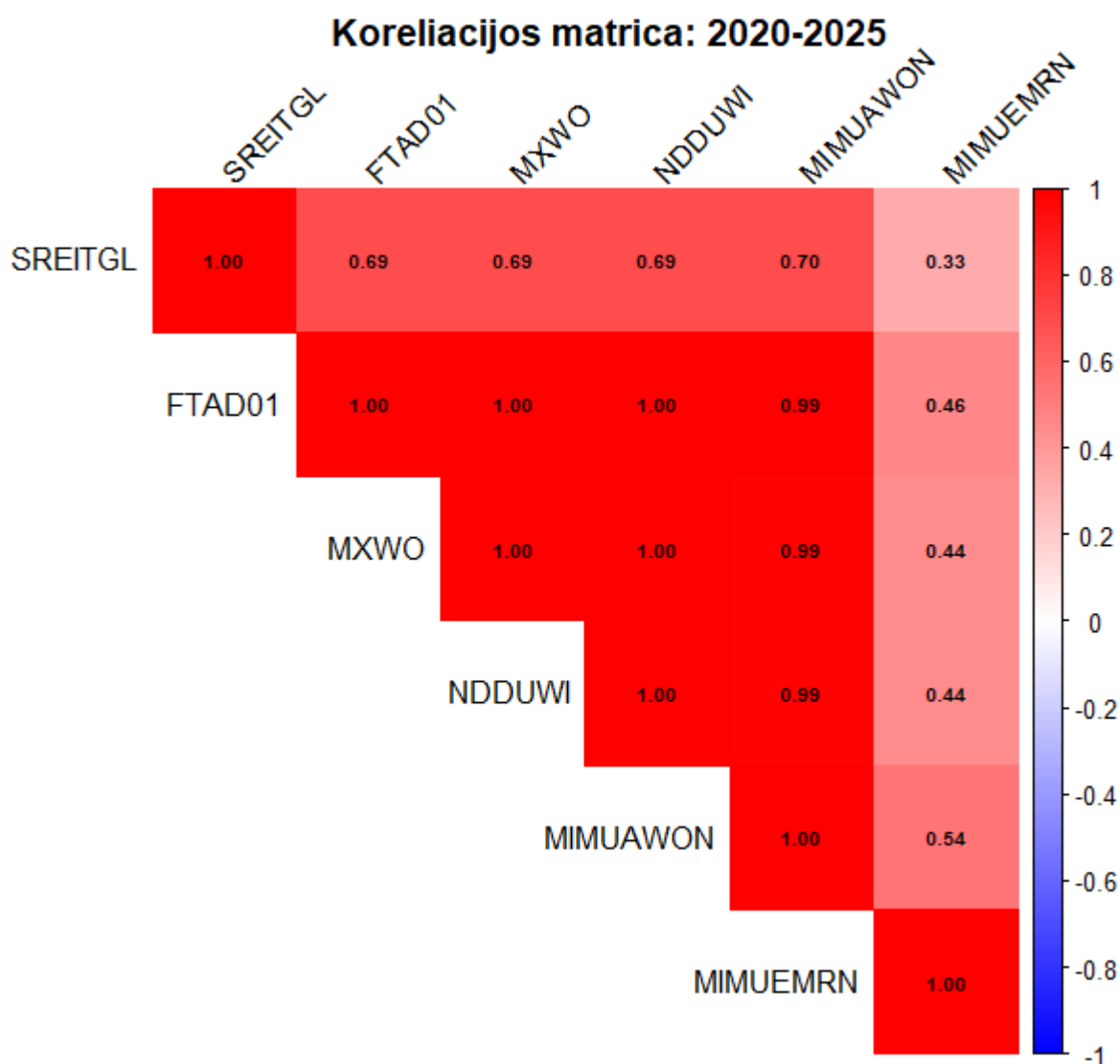
Portfelis	Metodas	Metinė grąža	Rizika	Šarpo rodiklis	Sortino rodiklis	Maks. nuosmukis (%)
A	COBYLA	0,0939	0,1067	0,8804	0,8048	-19,24
B	BOBYQA	0,0939	0,1067	0,8804	0,8048	-19,24

C	NELDERMEAD	0,0939	0,1067	0,8804	0,8048	-19,24
X	GoIndex	0,0832	0,1047	0,7946	0,7239	-20,26

Metodai pateikė identinius rezultatus – portfeliai pasižymėjo 9,39 % metine grąža ir 10,67 % rizika. Šarpo rodiklis siekė net 0,88, kas yra puikus rezultatas. Maksimalus tokio portfelio nuosmukis 19,24 %.

3.3. COVID ir geopolitinių sukrėtimų laikotarpis

2020–2025 m. laikotarpis žymi išskirtinį ekonominį išbandymą – COVID-19 pandemijos šokas, monetariniai pokyčiai, infliacija ir geopolitiniai konfliktai. Šiame kontekste investicinių aktyvų elgsena stipriai keitėsi, rinkos tapo itin nepastovios. Analizė šiam laikotarpiui leis įvertinti, kurie aktyvai padėjo stabilizuoti portfelio grąžą esant išskirtiniam ekonominiam neapibrėžtumui ir kintančioms makroekonominėms sąlygoms. Aktyvų grąžų ryšius nagrinėsime pagal koreliacijos matricą 2020–2025 m. laikotarpiui:



6 pav. Indeksų logaritminių grąžų koreliacijos matrica 2020-2025m.

Pagal Spirmano koreliacijos koeficientus matome, kad SREITGL indeksas koreliuoja su pagrindiniais akciniais indeksais 0,69–0,7, t. y. koreliacija vėl padidėjo, o tai rodo, kad NT rinka tapo labiau priklausoma nuo bendrų rinkos tendencijų. MIMUEMRN koreliacija su kitais išlieka žema. Akciniai indeksai (FTAD01, MXWO, NDDUWI, MIMUAWON) ir toliau rodo aukštą tarpusavio koreliaciją (0,99–1). Šis laikotarpis parodė, kad NT indeksas vėl tapo stipriau susijęs su kitais aktyvais, o EM indeksas vis dar išlieka atskiras, mažiau sinchronizuotas komponentas.

11 lentelė. Aktyvų charakteristikos 2020-2025m.

Aktyvas	Metinė grąža	Rizika	Šarpo rodiklis
SREITGL	-0,0204	0,211	-0,0969
FTAD01	0,0767	0,175	0,438
MXWO	0,0787	0,179	0,440
NDDUWI	0,0936	0,179	0,523
MIMUAWON	0,0819	0,171	0,480
MIMUEMRN	0,0272	0,170	0,160

Didžiausią grąžą 2020–2025 m. laikotarpyje demonstravo indeksas NDDUWI (9,36 %), o mažiausią – SREITGL, kuris patyrė net neigiamą grąžą (-2,04 %). Rizikingiausias indeksas buvo SREITGL, pasižymėjęs didžiausiu svyravimu (21,1 %), o saugiausias – MIMUEMRN (rizika tik 17 %). Geriausią Šarpo rodiklį turėjo NDDUWI (0,523) ir MIMUAWON (0,480), o prasčiausią – SREITGL (-0,097) ir MIMUEMRN (0,160). Šie rezultatai rodo, kad nekilnojamojo turto indeksas šiuo laikotarpiu buvo ne tik rizikingas, bet ir nuostolingas, o NDDUWI išliko vienu patraukliausių pasirinkimų optimizacijai.

12 lentelė. Aktyvų optimalūs svoriai

Aktyvas	COBYLA	BOBYQA	NELDERMEAD
SREITGL	0,0100	0,0100	0,0147
FTAD01	0	0	0
MXWO	0	0	0
NDDUWI	0,9900	0,9900	0,9399
MIMUAWON	0	0	0,0455
MIMUEMRN	0	0	0

Visi optimizavimo algoritmai skyrė didžiausią svorį tam pačiam aktyvui – NDDUWI.

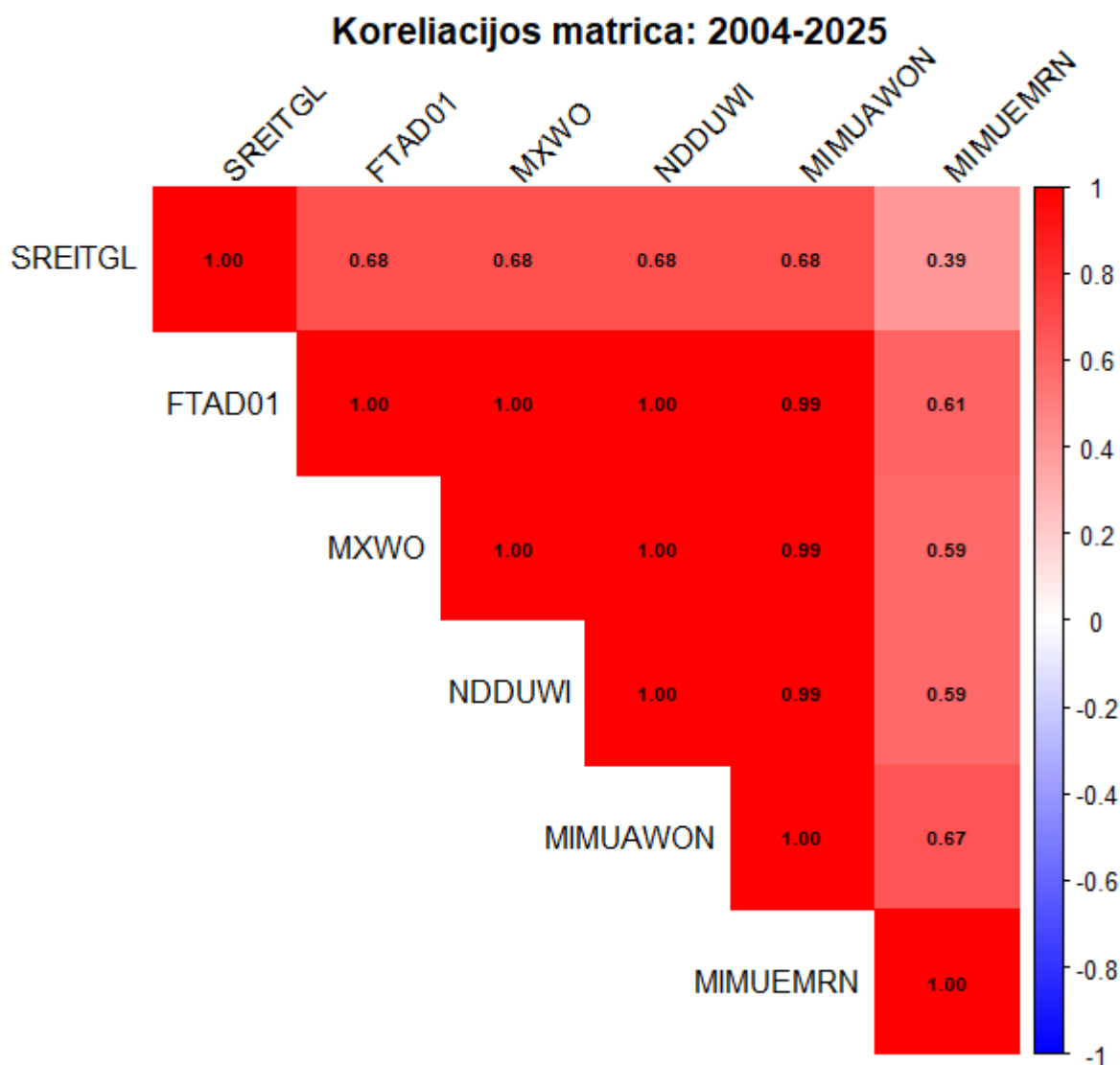
13 lentelė. Optimizuotų portfelių charakteristikos 2020-2025m.

Portfelis	Metodas	Metinė grąža	Rizika	Šarpo rodiklis	Sortino rodiklis	Maks. nuosmukis (%)
A	COBYLA	0,0924	0,1788	0,5170	0,4730	-35,65
B	BOBYQA	0,0924	0,1788	0,5170	0,4730	-35,65
C	NELDERMEAD	0,0914	0,1783	0,5124	0,4684	-35,71
X	GoIndex	0,0823	0,1697	0,4850	0,4398	-35,37

Visų metodų rezultatai yra panašūs, jie pasirinko investuoti į vieną vienintelį akcinį indeksą – NDDUWI, nes pelno-rizikos santykis buvo geriausias. Lyginant su portfeliu X, galima pastebėti, jog Šarpo rodiklis portfeliuose A,B ir C buvo tik šiek tiek didesnis. Pagal tai galima spręsti, „GoIndex“ portfelis yra puikiai sukonstruotas ir diversifikuotas.

3.4. Viso laikotarpio analizė

Ši koreliacijos matrica atspindi aktyvų tarpusavio ryšius viso tyrimo laikotarpiu:



7 pav. Indeksų logaritminių grąžų koreliacijos matrica 2004-2025m.

Pagal Spirmano koreliacijos koeficientus galima matyti, kad SREITGL (biržoje prekiaujami NT fondai) pasižymi žemesne koreliacija su pasauliniais akciniais indeksais (0,68) ir silpnu ryšiu su besivystančių rinkų indeksu MIMUEMRN (0,39). Tai rodo, kad NT klasė per visą laikotarpį judėjo santykinai nepriklausomai nuo akcijų rinkų, teoriškai galėdama veikti kaip diversifikacijos priemonė.

14 lentelė. Aktyvų charakteristikos 2004-2025m.

Aktyvas	Grąža	Rizika	Šarpo rodiklis
---------	-------	--------	----------------

SREITGL	0,0196	0,201	0,097
FTAD01	0,0574	0,157	0,365
MXWO	0,0572	0,159	0,359
NDDUWI	0,0754	0,159	0,474
MIMUAWON	0,0738	0,156	0,473
MIMUEMRN	0,0665	0,181	0,367

NDDUWI ir MIMUAWON indeksai nuo 2004m. iki 2025m. generavo didžiausią metinę grąžą iš visų aktyvų: 7,54 % ir 7,38 %. To pasekoje šių aktyvų pelno-rizikos santykis (Šarpo rodiklis) buvo didžiausi. FTAD01, MXWO ir MIMUEMRN taip pat pasižymi padoriu Šarpo rodikliu (0,36), tačiau jų grąžos – šiek tiek mažesnės. SREITGL (NT indeksas) turi prasčiausius rodiklius: mažiausia metinė grąža (1,96 %) ir aukščiausia rizika (20,1 %). Dėl to, optimizavimo algoritmai NT indeksui skyrė mažiausią galimą svorį (0,01):

15 lentelė. Aktyvų optimalūs svoriai

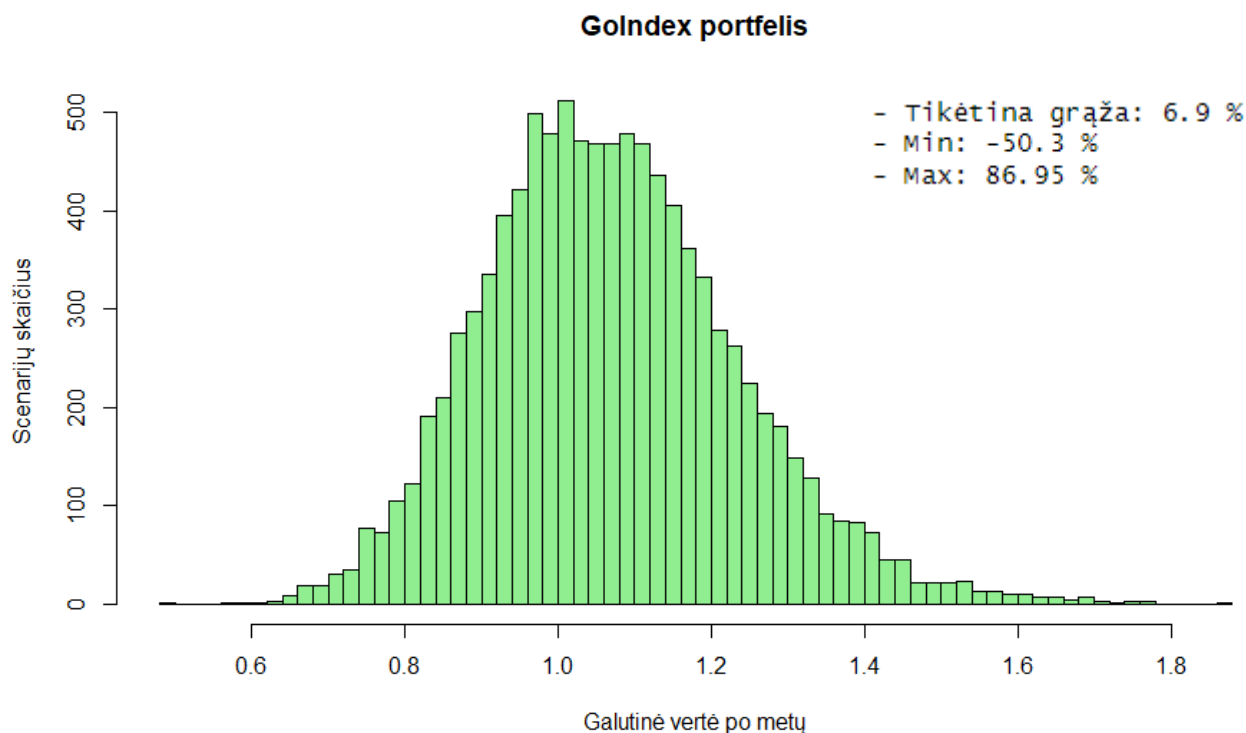
Aktyvas	COBYLA	BOBYQA	NELDERMEAD
SREITGL	0,0100	0,0100	0,0100
FTAD01	0	0	0
MXWO	0	0	0,0002
NDDUWI	0,8190	0,8117	0,5910
MIMUAWON	0	0	0,2523
MIMUEMRN	0,1710	0,1783	0,1466

COBYLA ir BOBYQA metodais daugiau kaip 80 % portfelio skirta aktyvui NDDUWI, o apie 17–18 % – MIMUEMRN. NELDERMEAD svorius labiau diferencijavo: 59 % skirta NDDUWI, likusi dalis paskirstyta MIMUAWON (25 %) ir MIMUEMRN (14 %).

16 lentelė. Optimizuotų portfelių charakteristikos 2004-2025m.

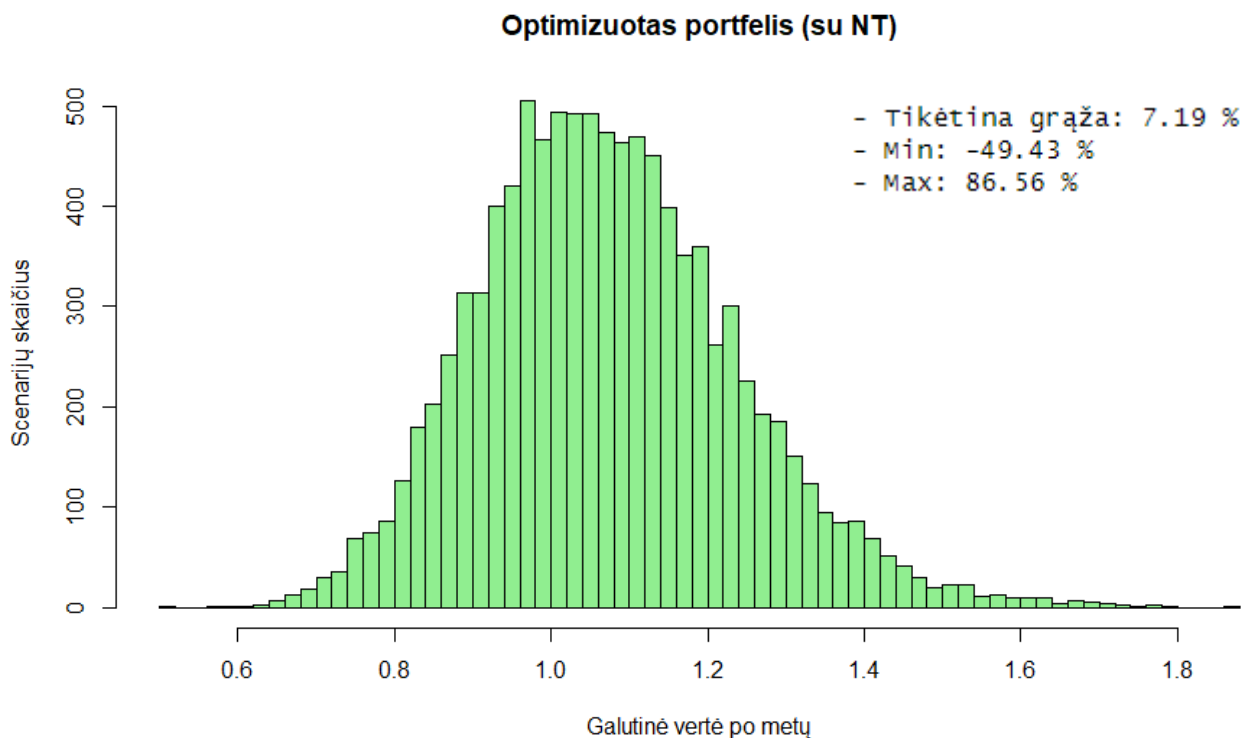
Portfelis	Metodas	Gražą	Rizika	Šarpo rodiklis	Sortino rodiklis	Maks. nuosmukis (%)
A	COBYLA	0,0733	0,1541	0,4757	0,4339	-61,54
B	BOBYQA	0,0733	0,1540	0,4757	0,4344	-61,57
C	NELDERMEAD	0,0731	0,1541	0,4745	0,4326	-61,59
X	GoIndex	0,0707	0,1554	0,4548	0,4158	-61,32

COBYLA, BOBYQA ir NELDERMEAD metodai pateikė labai panašius rezultatus: metinė grąža apie 7,3 %, rizika apie 15,4 %, o Šarpo rodiklis siekė 0,475. Lyginant su portfeliu X, optimizuotų portfelių charakteristikos buvo geresnės. Atliksime Monte Carlo simuliacijas vieneriems metams X ir A portfeliui, kurios prognozuos portfolio elgseną su atsitiktinėmis grąžomis (10 000 atsitiktinių scenarijų):



8 pav. Monte Carlo simuliacija „GoIndex“ investiciniui portfeliui

Pagal 8 pav. galima matyti, jog diagrama yra šiek tiek pasislinkusi į dešinę pusę, kas reikštų, jog teigiama portfelio grąža yra labiau tikėtina nei neigiama. Vidutinė prognozuojama X portfelio metinė grąža 6,9 %, blogiausias scenarijus turėtų 50,3 % nuostolį, o geriausias scenarijus sugeneruotų 86,95 % metinę grąžą.



9 pav. Monte Carlo simuliacija optimizuotui portfeliui (su NT)

Optimizuoto portfelio diagramos forma yra panaši (pasislinkus į dešinę pusę), kas rodo labiau tikėtiną teigiamą metinę grąžą. Vidutinė prognozuojama A portfelio metinė grąža 7,19 %, blogiausias scenarijus turetų 49,43 % nuostolį, o geriausias scenarijus sugeneruotų 86,56 % metinę grąžą. Optimizuotas portfelis (su 1 % NT) pasižymi šiek tiek geresne tikėtina grąža, bet ir panašia rizika. Tai rodo, kad portfelio optimizacija padidino efektyvumą nepridedant papildomos rizikos.

Toliau atliksime portfelio jautrumo analizę, nes tai leis įvertinti, kaip kinta pagrindiniai portfelio rodikliai, keičiantis nekilnojamojo turto indekso (SREITGL) kiekiui portfelyje:

17 lentelė. Portfelio A jautrumo analizė

NT kiekis	Grąža	Rizika	Šarpo koef.
1 %	0,0733	0,1542	0,4757
5 %	0,0712	0,1542	0,4613
9 %	0,0689	0,1544	0,4464
13 %	0,0667	0,1549	0,4306
17 %	0,0646	0,1554	0,4155
21 %	0,0624	0,1562	0,3995
25 %	0,0602	0,1571	0,3832

17 lentelė rodo, kad didėjant NT kiekiui, portfelis tampa mažiau efektyvus, nes grąža krenta, o rizika nežymiai didėja. Didžiausias Šarpo koeficientas pasiektas esant minimaliai NT daliai (1 %) – 0,4757, o mažiausias – prie 25 % NT, kur jis nukrenta iki 0,3832. Šie rezultatai leidžia daryti išvadą, kad NT turėtų užimti ribotą dalį portfelyje, kai yra maksimizuojamas pelno-rizikos santykis. Optimalus kiekis būtų artimas 1–5 % ribai.

4. Išvados

Tyrimė nagrinėta portfelio sudarymo problema buvo traktuojama kaip netiesinė optimizavimo užduotis, kurios tikslas – maksimizuoti portfelio grąžos-rizikos santykį (Šarpo rodiklį), atsižvelgiant į aktyvų istorinę grąžą, riziką ir tarpusavio koreliacijas. Optimizacija buvo vykdoma taikant tris skirtingus gradientų nereikalaujančius algoritmus: COBYLA, BOBYQA, Nelder-Mead. Jie buvo pasirinkti dėl nediferencijuojamos tikslo funkcijos (11). Tyrimo metu, skirtinguose ekonominiuose pjūviuose (2004–2012 m., 2013–2019 m. ir 2020–2025 m.), buvo lyginami trys optimizuoti portfeliai (su NT) su baziniu GoIndex portfelio (be NT). Sudaryti portfeliai buvo vertinami pagal metinę grąžą, riziką, Šarpo rodiklį ir maksimalų nuosmukį. Šio tyrimo rėmuose buvo analizuojama rizikingiausia pensijų fondų investavimo strategija, taikoma 1996–2002 m. gimimo dalyvių grupei, kuriai pirmus 20 metų skiriama 97–98 % lėšų į rizikingus aktyvus.

2004–2012 m. laikotarpiu, apimančiu pasaulinės finansų krizės laikmetį, optimizuoti portfeliai stipriai pranoko GoIndex pagal pelno-rizikos santykį. Efektyviausias optimizuotas portfelis pasiekė 11,56 % vidutinę metinę grąžą su 0,5348 Šarpo rodikliu, kai tuo tarpu GoIndex fiksavo tik 5,11 % vidutinę metinę grąžą ir 0,2872 Šarpo rodiklį.

2013–2019 m., esant nuosaikiai bulių rinkai, rezultatai tarp portfelių kiek suartėjo. Visi trys optimizuoti portfeliai pasiekė identiškus rezultatus (9,39 % vidutinę metinę grąžą, 0,8804 Šarpo rodiklis), tuo tarpu GoIndex atsiliko nežymiai – 8,32 % vidutinę metinę grąžą ir 0,7946 Šarpo rodiklis.

2020–2025 m., susidūrus su pandemijos ir infliacijos šoku, optimizavimo metodais suformuoti portfeliai pasiekė 9,24 % vidutinę metinę grąžą ir 0,5170 Šarpo rodiklį, kai GoIndex fiksavo 8,23 % vidutinę metinę grąžą ir 0,4850 Šarpo rodiklį.

Apibendrinant visą laikotarpį (2004–2025m.), optimizuoti portfeliai viršijo GoIndex rezultatus visais esminiais rodikliais. Efektyviausias portfelis pasiekė 7,33 % vidutinę metinę grąžą ir 0,4757 Šarpo rodiklį, kai „GoIndex“ fiksavo 7,07 % vidutinę metinę grąžą ir 0,4548 Šarpo rodiklį. Rizikos lygis tarp portfelių buvo labai panašus, o maksimalūs nuosmukiai beveik identiški (–61 %).

Visuose laikotarpiuose nekilnojamo turto (REIT) fondai rodė mažesnę koreliaciją su pasauliniais akcijų indeksais, tačiau tai nesuteikė realios naudos portfelio optimizavimui. Silpnesnė koreliacija tarp aktyvų teoriškai galėtų prisidėti prie diversifikacijos, tačiau praktikoje to nepakako, kad NT klasė pasižymėtų efektyviu pelno-rizikos santykio gerinimu.

Svarbu pažymėti, kad visuose optimizuotuose portfeluose NT klasei buvo priskirta mažiausias svoris – vos 1 %, o NT pagal savo metinės grąžos ir rizikos santykį buvo silpniausia turto klasė visuose nagrinėtuose laikotarpiuose. Tai rodo, kad nekilnojamas turtas, šiame kontekste, nėra efektyvi turto klasė siekiant didinti portfelio pelno-rizikos santykį.

Monte Carlo simuliacijos parodė, kad optimizuotas portfelis pasižymi aukštesne tikėtina grąža esant panašiai rizikai, todėl gali būti laikomas efektyvesniu pasirinkimu, ypač investuotojui, siekiančiam maksimizuoti pelno-rizikos santykį. Tačiau šis rezultatas pernoko „GoIndex“ pensijų fondo portfelį tik dėlto, jog didesnė svorio dalis buvo perkelta į didžiausią grąžą turinčius acinius indeksus.

Žvelgiant į jautrumo analizės rezultatus, kuriame buvo didinamas NT svoris portfelyje nuo 1 % iki 25 %, parodė aiškią tendenciją: NT klasės įtraukimas sistemingai mažino portfelio efektyvumą. Kiekvienas papildomas procentas, skiriamas NT, mažino metinę grąžą ir Šarpo rodiklį, o portfelio rizika išliko panaši arba net didėjo.

Atsižvelgiant į tai, kad optimizuoti portfeliai NT įtraukimą praktiškai ignoravo, galima teigti, jog „GoIndex” atstovams būtų nenaudinga įtraukti biržose prekiaujamų NT fondų į valdomą investicinį portfelį.

5. Rekomendacijos tolimesniems tyrimams

1. Vertinti NT klasę platesniame kontekste:

Tyrimas analizavo SREITGL – globalų biržose prekiaujamą NT indeksą kuris dažnai naudojamas kaip globalių nekilnojamo turto ETF'ų palyginimasis indeksas. Galima pabandyti patyrinėti kitokio tipo NT segmentus (pvz., tiesiogines NT investicijas ar privataus kapitalo fondus), kurios gali turėti kitokį rizikos profilį ir kitokį koreliacinį elgesį.

2. Išskaidyti NT klasės analizę pagal regionus:

Globalus NT indeksas gali užgožti regioninius skirtumus. Portfelio efektyvumo analizė tarp JAV, Europos, Azijos REIT fondų atskirai galėtų padėti identifikuoti specifines diversifikacijos galimybes.

3. Tyrinėti dinaminį NT svorio optimizavimą laike:

Tyrimas naudotas statinis NT svoris kiekviename apibrėžtame laikotarpyje. Realiojoje institucinių investuotojų strategijos keičiasi pakankamai dažnai, todėl būtų įdomu modeliuoti adaptacinius, laike kintančius portfelius, kuriuose NT klasė gali būti įtraukiama tik tam tikromis makro sąlygomis.

4. Naudoti alternatyvius optimizacijos kriterijus:

Kadangi tyrime buvo atsižvelgta tik į Šarpo rodiklio maksimizavimą, tolimesniuose tyrimuose būtų siūloma išbandyti kitokių rodiklių, jų kombinacijų maksimizavimo. Galbūt NT klasė pasirodytų kitaip.

Literatūros sąrašas

1. Marisa Hall, Tim Hodgson, Roger Urwin, Jessica Gao, Andrea Caloisi, Anastassia Johnson (2025). Global Pension Assets Study. Thinking Ahead Institute. Prieiga: <https://www.thinkingaheadinstitute.org/content/uploads/2025/02/GPAS-2025.pdf>
2. Greg MacKinnon (2018). PREA Research, p. 20-24. Prieiga: <https://docs.prea.org/pub/45CA1E42-A07F-E5EA-C448-19C346183AAF#:text=The%20diversification%20benefits%20of%20real,than%20is%20an%20equity%20allocation>
3. Conover C. M., Farizo, J. D., Friday, H. S., & North, D. S. (2024). The diversification benefits of foreign real estate: Evidence from 40 years of data. Journal of Risk and Financial Management, 17(4), 160. <https://doi.org/10.3390/jrfm17040160>
4. Better Finance (2023). Will you afford to retire? The Real Return of Long-term and Pension Savings p. 265-289 Prieiga: <https://betterfinance.eu/publication/willyouaffordtoretire2023>
5. Aleksandar Andonov, Nils Kok, Piet Eichholtz (2013). A Global Perspective on Pension Fund Investments in Real Estate. Prieiga: https://sustainable-finance.nl/upload/researches/Andonov-et-al_A-Global-Perspective-on-Pension-Investments-in-Real-Estate.pdf#:text=The%20asset%20allocation%20of%20the,2009%2C%20stocks%2C%20bonds%2C%20and%20cash
6. Samuel Gerber (2023). Swiss Pension Funds Cross Real Estate Boundaries. Finews.com portalas, prieiga: <https://www.finews.com/news/english-news/58294-pension-funds-real-estate-quota-overstep-boundaries#:text=%28BVV2%29%20thresholds,investments%20not%20exceeding%2030%20percent>
7. Ann C. Logue (2023). Harry Markowitz and modern portfolio theory. Encyclopedia Britannica. Prieiga: <https://www.britannica.com/money/modern-portfolio-theory-explained>
8. Amundi Investment Solutions (2024). Risk Factor, Risk Premium and Black-Litterman model. Prieiga: <https://www.amundi.lu/professional/article/risk-factor-risk-premium-and-black-litterman-model#:text=Risk%20factor%20models%20are%20now,into%20their%20asset%20allocation%20strategies>
9. Audrius Kabašinskas, Kristina Šutienė, Miloš Kopa & Eimutis Valakevičius (2017) The risk–return profile of Lithuanian private pension funds, Economic Research-Ekonomiska Istraživanja, 30:1, p. 1611-1630, DOI: <https://doi.org/10.1080/1331677X.2017.1383169>
10. Andreas Rothacher (2024). Alternative Assets for Swiss Pension Funds. CAIA Association. Prieiga: <https://caia.org/blog/2024/11/07/alternative-assets-swiss-pension-funds#:text=Low%20interest%20rates%20have%20led,the%20equity%20allocation%20over%20time>
11. Meredith Despins (2019). The Role of Real Estate in Pension Funds. National Association of Real Estate Investment Trusts. Prieiga: <https://www.reit.com/news/blog/nareit-developments/role-real-estate-pension-funds#:text=See%20footnote%201>
12. Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. The Journal of Finance, 7(1), p. 77-91. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>

13. Sharpe, W. F. (1994). The Sharpe Ratio. *The Journal of Portfolio Management*, 21(1), p. 49-58. DOI: <https://doi.org/10.3905/jpm.1994.409501>
14. Black, F., & Litterman, R. (1992). Global Portfolio Optimization. *Financial Analysts Journal*. DOI: <https://doi.org/10.2469/faj.v48.n5.28>
15. Zhang, Y., Prombutr, W., & Hansz, J. A. (2024). Real estate portfolio diversification by sectors using a RAL approach. *Journal of Real Estate Portfolio Management*. <https://doi.org/10.1080/10835547.2024.2313401>
16. Su, X., Bai, M., & Han, Y. (2021). Robust portfolio selection with regime switching and asymmetric dependence. *Economic Modelling*, 97, 439–451. <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2021.03.011>
17. Mueller, G. R., & Mueller, A. G. (2023). Investable real estate allocations in a mixed asset portfolio; both long term and during different cycles. *Journal of Real Estate Portfolio Management*. <https://doi.org/10.1080/10835547.2023.2247172>
18. Cochrane, J. H. (2021). Portfolios for Long-Term Investors. *The Review of Financial Studies*, 34(5), 2274-2321. DOI: <https://doi.org/10.1093/rfs/hhaa089>
19. OECD (2023). Pension Markets in Focus 2023. Prieiga: <https://www.oecd.org/finance/pensionmarketsinfocus.htm>
20. Chambers, D. R., Anson, M. J. P., Black, K. H., & Kazemi, H. (2020). *Alternative investments: CAIA Level I* (4th ed.). Wiley.
21. Liu, J. (2024). Modern portfolio theory and its applications. *Finance & Economics*, 5(1), 1–15. DOI: <https://doi.org/10.61173/jcmw2r53>
22. Platanakis, E., Sakkas, A., & Sutcliffe, C. (2019). Harmful Diversification: Evidence from Alternative Investments. *The British Accounting Review*, 51(1), p. 1–23. DOI: <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2911212>
23. Pagliari, J. L. (2017). Another Take on Real Estate's Role in Mixed-Asset Portfolio Allocations. *Real Estate Economics*, 45(1), p. 75–132. DOI: <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.4360777>
24. Amédée-Manesme, C.-O., Barthélemy, F., Bertrand, P., & Prigent, J.-L. (2019). Mixed-Asset Portfolio Allocation under Mean-Reverting Asset Returns. *Annals of Operations Research*, 281(1), p. 65–98. DOI: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10479-018-2761-y>
25. Cambridge Associates. (2024). Private infrastructure: Secular themes offer compelling opportunities. <https://www.cambridgeassociates.com/wp-content/uploads/2024/11/2024-11-Private-Infrastructure-Secular-Themes-Offer-Compelling-Opportunities.pdf>
26. Rios, L. M., & Sahinidis, N. V. (2013). Derivative-free optimization: A review of algorithms and comparison of software implementations. *Journal of Global Optimization*, 56(3), 1247–1293. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10898-012-9951-y>
27. Gao, F., & Han, L. (2012). Implementing the Nelder-Mead simplex algorithm with adaptive parameters. *Computational Optimization and Applications*, 51(1), 259–277. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10589-010-9329-3>
28. Johannes, M., & Polson, N. (2022). Bayesian and Monte Carlo methods in finance. *Annual Review of Financial Economics*, 14, 1–25. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev-financial-111721-120814>

29. Meemonpan, T., & Tantaratana, S. (2023). A hybrid Nelder-Mead method with gradient estimation for large-scale unconstrained optimization. *Applied Mathematical Modelling*, 121, 272–288. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2023.01.005>
30. Marra, G., & Renò, R. (2022). Downside risk measures and portfolio performance evaluation. *Journal of Risk and Financial Management*, 15(3), 132. DOI: <https://doi.org/10.3390/jrfm15030132>
31. Maggiar, P., & Roncalli, T. (2020). Portfolio drawdown: Definition, historical analysis and portfolio insurance. *The Journal of Portfolio Management*, 46(8), 113–128. DOI: <https://doi.org/10.3905/jpm.2020.1.174>
32. Xu L., Matic L. M., Cristia J. F. E., Dias R., & Pavel C.-D. (2025). Utilizing the real estate investment trusts for portfolio optimisation by application of genetic algorithm. *Humanities and Social Sciences Communications*, 12, 161. DOI: <https://doi.org/10.1057/s41599-025-04715-0>
33. OECD. (2025). Lithuania: Addressing demographic challenges. Organisation for Economic Co-operation and Development. Priega: <https://oecdoscope.blog/category/ageing/?print=print-search#:text=Ageing,related%20costs>
34. EIOPA OPSG. (2024). Advice to EIOPA on pensions sustainability under inflation and interest rate shocks. European Insurance and Occupational Pensions Authority. Priega: https://www.eiopa.europa.eu/document/download/3445958c-8824-4970-8f29-82a10ddbe773_en?filename=OPSG-24-06_Own%20initiative%20Low%20Interest%20rates%20%26%20low%20expected%20returns.pdf&prefLang=el#:text=stability%20of%20retirement%20income,and%20income%20from%20work%2C%20personal
35. Anca Mataoanu. (2024). The Great Diversification: Why Pension Funds Are Moving Beyond Stocks and Bonds. International Institute for Management Development. Priega: <https://www.imd.org/ibyimd/finance/the-great-diversification-why-pension-funds-are-moving-beyond-stocks-and-bonds/#:text=To%20consistently%20generate%20enough%20wealth,a%20lesser%20extent%2C%20venture%20capital>
36. European Pensions. (2025). Building wealth in property. Priega: https://www.europeanpensions.net/ep/images/EP_Spring2025-digital-edition_property..pdf#:text=Indeed%2C%20SKAGEN%20M2%20portfolio%20manager%2C,protection%20with%20a%20risk%2Freturn%20profile
37. Amber Infrastructure. (2023). Central and Eastern European Pension Fund Allocations. Amber Infrastructure Group. Priega: https://www.amberinfrastructure.com/media/isuacc3d/cee-white-paper_-_pensionseurope.pdf#:text=Infrastructure%20www,real%20estate%2C%20venture%20capital
38. Mansley, N., & Wang, Z. (2022). Long lease real estate – a revised role for real estate in pension fund portfolios. *Journal of Property Investment & Finance*, 40(2), 109–125. <https://doi.org/10.1108/JPIF-05-2021-0050>
39. Spearman, C. (1904). The proof and measurement of association between two things. *The American Journal of Psychology*, 15(1), 72–101. <https://doi.org/10.2307/1412159>

Priedai

1 priedas. 1996-2002m. amžiaus grupės strategija

-	Mažiau rizikingi aktyvai		Rizikingi aktyvai
	Mažiau rizikingus aktyvus sudarančios klasės		Rizikingus aktyvus sudarančios klasės
Turto klasės pavadinimas	Eurais išleistos vyriausybės obligacijos	Eurais išleistos įmonių obligacijos	Pasaulio akcijos
Turto klasę parodantis lyginamasis indeksas	Bloomberg Euro Government Index	Bloomberg EuroAggregate corporates Index	Bloomberg World Large & Mid Cap Net Return Index EUR
Lyginamojo indekso santrumpa	LEEGTREU	LECP TREU	WRLDNE
Metai*	Strateginis pensijų turto paskirstymas nurodant pasirinktų turto klasių neutralią dalį, proc.		
2024-2046	2.10 %	0.90 %	97.00 %
2047	3.50 %	1.50 %	95.00 %
2048	7.00 %	3.00 %	90.00 %
2049	10.50 %	4.50 %	85.00 %
2050	14.00 %	6.00 %	80.00 %
2051	17.50 %	7.50 %	75.00 %
2052	21.00 %	9.00 %	70.00 %
2053	24.50 %	10.50 %	65.00 %
2054	28.00 %	12.00 %	60.00 %
2055	31.50 %	13.50 %	55.00 %
2056	35.00 %	15.00 %	50.00 %
2057	38.50 %	16.50 %	45.00 %
2058	42.00 %	18.00 %	40.00 %
2059	45.50 %	19.50 %	35.00 %
2060	49.00 %	21.00 %	30.00 %
2061	52.50 %	22.50 %	25.00 %
2062	56.00 %	24.00 %	20.00 %
2063 ir vėlesni	59.50 %	25.50 %	15.00 %

2 priedas. R aplinkos programinis kodas visai analizei

```
library(readxl)
library(dplyr)
library(nloptr)
library(quadprog)
library(MASS)
library(tidyverse)
library(ggplot2)

# Įkeliami duomenis
```

```

data <- read_excel("data.xlsx", sheet = "Sheet1")
data$Date <- as.Date(as.character(data$Date), format = "%m/%d/%Y")
data <- data %>% arrange(Date)

# Laikotarpiai
periods <- list(
  "2004-2012" = c("2004-01-01", "2012-12-31"),
  "2013-2019" = c("2013-01-01", "2019-12-31"),
  "2020-2025" = c("2020-01-01", "2025-12-31"),
  "2004-2025" = c("2004-01-01", "2025-12-31")
)

# GoIndex svoriai (fiksuoti)
goindex_weights <- c(
  NDDUWI = 0.53,
  FTAD01 = 0.1,
  MIMUAWON = 0.18,
  MIMUEMRN = 0.09,
  MXWO = 0.1
)

# Metrikų funkcija
calculate_metrics <- function(weights, returns_matrix) {
  port_returns <- as.matrix(returns_matrix) %*% weights
  ann_return <- mean(port_returns) * 252
  ann_vol <- sd(port_returns) * sqrt(252)
  sharpe <- ann_return / ann_vol
  downside <- port_returns[port_returns < 0]
  sortino <- if(length(downside) > 0) ann_return / (sqrt(mean(downside^2)) * sqrt(252))
  else NA
  cum_ret <- cumprod(1 + port_returns)
  max_dd <- min((cum_ret - cummax(cum_ret)) / cummax(cum_ret))
  return(c(Return = round(ann_return, 4),
           Risk = round(ann_vol, 4),
           Sharpe = round(sharpe, 4),
           Sortino = round(sortino, 4),
           MaxDD = round(max_dd * 100, 2)))
}

# Optimizavimo funkcija
optimize_portfolio <- function(mu, covmat, lower, upper, method = "COBYLA") {
  n <- length(mu)
  w0 <- rep(1/n, n)
  sharpe_neg <- function(w) -sum(w * mu) / sqrt(t(w) %*% covmat %*% w)

  if (method %in% c("COBYLA", "BOBYQA", "NELDERMEAD")) {
    algo_map <- list(
      COBYLA = "NLOPT_LN_COBYLA",
      BOBYQA = "NLOPT_LN_BOBYQA",
      NELDERMEAD = "NLOPT_LN_NELDERMEAD"
    )

    if (method == "COBYLA") {
      result <- nloptr(
        x0 = w0,
        eval_f = sharpe_neg,
        eval_g_eq = function(w) sum(w) - 1,
        lb = lower,
        ub = upper,
        opts = list("algorithm" = algo_map[[method]], "xtol_rel" = 1e-8)
      )
    }
  }
}

```

```

    } else {
      result <- nloptr(
        x0 = w0,
        eval_f = sharpe_neg,
        lb = lower,
        ub = upper,
        opts = list("algorithm" = algo_map[[method]], "xtol_rel" = 1e-8)
      )
      w <- result$solution
      w <- pmax(lower, pmin(w, upper))
      result$solution <- w / sum(w)
    }

    return(result$solution)
  }
}

methods <- c("COBYLA", "BOBYQA", "NELDERMEAD")

# Laikotarpiui
for (period_name in names( periods )) {
  cat("\n==== Periodas:", period_name, "====\n")
  dates <- periods[[period_name]]
  data_period <- data %>% filter(Date >= as.Date(dates[1]) & Date <= as.Date(dates[2]))
  if (nrow(data_period) < 2) next

  log_returns <- data_period %>%
    mutate(across(-Date, ~ log(. / lag(.)))) %>%
    na.omit()

  returns_with_nt <- log_returns[, !(names(log_returns) %in% "Date")]

  mu <- colMeans(returns_with_nt)
  covmat <- cov(returns_with_nt)
  n <- length(mu)
  lower <- rep(0, n)
  upper <- rep(1, n)
  if ("SREITGL" %in% names(mu)) {
    sreitgl_index <- which(names(mu) == "SREITGL")
    lower[sreitgl_index] <- 0.01
    upper[sreitgl_index] <- 0.25
  }

  for (method in methods) {
    w_opt <- tryCatch(
      optimize_portfolio(mu, covmat, lower, upper, method = method),
      error = function(e) rep(NA, n)
    )

    if (all(!is.na(w_opt))) {
      w_opt <- pmax(lower, pmin(w_opt, upper))
      w_opt <- w_opt / sum(w_opt)

      metrics <- calculate_metrics(w_opt, returns_with_nt)
      cat(paste(method, "METRIKOS:\n"))
      print(metrics)

      cat(paste(method, "SVORIAI:\n"))
      weights_df <- data.frame(Asset = names(mu), Weight = round(w_opt, 4))
      print(weights_df)
    }
  }
}

```

```

    } else {
      cat(paste(method, ": OPTIMIZATION FAILED\n"))
    }
  }

  # Kiekvieno aktyvo metinės charakteristikos
  asset_metrics <- returns_with_nt %>%
    summarise(across(everything(), list(
      Return = ~ mean(.) * 252,
      Risk = ~ sd(.) * sqrt(252),
      Sharpe = ~ mean(.) * 252 / (sd(.) * sqrt(252))
    ), .names = "{.col}_{.fn}")) %>%
    pivot_longer(cols = everything(), names_to = c("Asset", "Metric"), names_sep = "_")
  %>%
    pivot_wider(names_from = Metric, values_from = value)

  cat("\nKiekvieno aktyvo metinės charakteristikos:\n")
  print(asset_metrics)
}

# Braižome grafikus kiekvienam laikotarpiui
for (period_name in names( periods )) {

  dates <- periods[[period_name]]
  data_period <- data %>% filter(Date >= as.Date(dates[1]) & Date <= as.Date(dates[2]))

  if (nrow(data_period) < 2) next

  data_long <- data_period %>%
    pivot_longer(-Date, names_to = "Asset", values_to = "Price")

  p <- ggplot(data_long, aes(x = Date, y = Price)) +
    geom_line(color = "steelblue", size = 0.8) +
    facet_wrap(~ Asset, scales = "free_y") +
    labs(title = paste0("Indeksų kainos: ", period_name),
         x = "Data", y = "Kaina") +
    theme_minimal()

  print(p)
}

cat("\n==== Koreliacijos matrica kiekvienam laikotarpiui =====\n")
for (period_name in names( periods )) {
  dates <- periods[[period_name]]
  data_period <- data %>% filter(Date >= as.Date(dates[1]) & Date <= as.Date(dates[2]))

  log_returns <- data_period %>%
    mutate(across(-Date, ~ log(. / lag(.)))) %>%
    na.omit()

  returns_only <- log_returns[, !(names(log_returns) %in% "Date")]

  cat(paste0("\nNormalumo testas - ", period_name, ":\n"))
  for (col in colnames(returns_only)) {
    test_result <- tryCatch({
      shapiro.test(returns_only[[col]])
    }, error = function(e) NULL)

    if (!is.null(test_result)) {

```

```

        pval <- round(test_result$p.value, 4)
        cat(sprintf("%-10s: p = %.4f\n", col, pval))
    }
}

cor_matrix <- cor(returns_only, method = "spearman")

cat(paste0("\nKoreliacijos matrica - ", period_name, ":\n"))
print(round(cor_matrix, 2))

corrplot::corrplot(cor_matrix, method = "color", type = "upper",
                    tl.col = "black", tl.srt = 45,
                    addCoef.col = "black", number.cex = 0.6,
                    col = colorRampPalette(c("blue", "white", "red"))(200),
                    title = paste("Koreliacijos matrica:", period_name),
                    mar = c(0, 0, 1, 0))
}

# -----
# Monte Carlo Simuliacijos
# -----

# Parametrai
goindex_data <- log_returns[, names(goindex_weights)]
n_scenarios <- 10000
n_days <- 252 # 1 metai

# Simuliacijos funkcija (bootstrap)
simulate_portfolio <- function(weights, returns_matrix, title) {
    port_returns_all <- as.matrix(returns_matrix) %*% weights

    set.seed(123)
    sim_matrix <- replicate(n_scenarios, {
        sampled <- sample(port_returns_all, size = n_days, replace = TRUE)
        cumprod(1 + sampled)
    })

    final_values <- sim_matrix[n_days, ]

    hist(final_values, breaks = 50, col = "lightgreen", main = paste(title),
         xlab = "Galutinė vertė po metų", ylab = "Scenarijų skaičius")

    cat(title, "\n")
    cat(" - Tikėtina graža:", round(mean(final_values - 1) * 100, 2), "%\n")
    cat(" - Min:", round(min(final_values - 1) * 100, 2), "%\n")
    cat(" - Max:", round(max(final_values - 1) * 100, 2), "%\n\n")
}

# GoIndex
simulate_portfolio(goindex_weights, goindex_data, "GoIndex portfelis")

# Optimizuotas (su NT)
mu_nt <- colMeans(returns_with_nt)
cov_nt <- cov(returns_with_nt)
n_assets_nt <- ncol(returns_with_nt)

lb_nt <- ifelse(colnames(returns_with_nt) == "SREITGL", 0.01, 0)
ub_nt <- ifelse(colnames(returns_with_nt) == "SREITGL", 0.25, 1)

```

```

res_nt <- nloptr(
  x0 = rep(1 / n_assets_nt, n_assets_nt),
  eval_f = function(w) -sum(w * mu_nt) / sqrt(t(w) %*% cov_nt %*% w),
  eval_g_eq = function(w) sum(w) - 1,
  lb = lb_nt,
  ub = ub_nt,
  opts = list("algorithm" = "NLOPT_LN_COBYLA", "xtol_rel" = 1e-8)
)
weights_nt <- res_nt$solution
simulate_portfolio(weights_nt, returns_with_nt, "Optimizuotas portfelis (su NT)")

```