KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

DOVILĖ KARALIENĖ

ELEKTROKARDIOGRAFINIŲ IR ULTRAGARSINIŲ SIGNALŲ ALGEBRINIŲ ĮVERČIŲ TYRIMAI

Daktaro disertacija
Technologiniai mokslai, Informatikos inžinerija (07T)

2017, Kaunas

Disertacija rengta 2009–2017 metais Kauno technologijos universiteto Matematikos ir gamtos mokslų fakultete, Taikomosios matematikos katedroje. Mokslinius tyrimus rėmė Lietuvos mokslo taryba.

Moksliniai konsultantai:

(nuo 2016 m.; 2009–2014 m. – mokslinis vadovas):
Prof. dr. Zenonas NAVICKAS (Kauno technologijos universitetas, technologiniai mokslai, informatikos inžinerija, 07T).

(2009–2014 m.):
Prof. dr. Stanislovas SAJAUSKAS (Kauno technologijos universitetas, technologiniai mokslai, elektros ir elektronikos inžinerija, 01T).

Interneto svetainės, kurioje skelbiama disertacija, adresas:
http://ktu.edu

Redagavo:

Rozita Znamenskaitė (leidykla „Technologija“)

ISBN 978-609-02-1334-6

Leidinio bibliografinė informacija pateikiama Lietuvos nacionalinės Martyno Mažvydo bibliotekos Nacionalinės bibliografijos duomenų banke (NBDB)

TURINYS

VARTOJAMOS SANTRUMPOS

AIC – Akaike informacijos kriterijus
AKS – adaptyvi kompleksinė sistema
APM – Prony aproksimacijos metodas
AR – autoregresijos metodas
ARMA – autoregresijos ir slenkamųjų vidurkių metodas
BLW – tūrinės išilginės bangos
BTW – tūrinės skersinės bangos
BT – bangelių transformacija
DFIM – fragmento identifikavimo panaudojant dalinio fragmento TRS metodas
DFT – diskrečioji Furjė transformacija
E – signalo energija
FFT – greitoji Furjė transformacija
FIM – algebrinis fragmento identifikavimo metodas
GA – genetinis algoritmas
IFFT – atvirkštinė greitoji Furjė transformacija
Y – algebrinė seka
MP – matricinio pieštuko (angl. *matching persuit*) metodas
MUSIC – sudėtingų signalų klasifikavimo metodas (angl. *multiple signal classification*)
N – signalo reikšmių (ataskaitų) skaičius
NMK – neardomoji medžiagų kontrolė
SNR – signalo ir triukšmo santykis (angl. *signal to noise ratio*)
SVD – matricos skaidymo singuliariosiomis reikšmėmis metodas (angl. *singular value decomposition*)
R – spindulys
RMSE –vidutinės kvadratinės paklaidos kvadratinė šaknis
PAB – paviršinės akustinės bangos
PIB – paviršinės išilginės bangos
PSB – paviršinės skersinės bangos (Reilėjaus bangos)
PSP – programos sistemos prototipas
PPI – praplėstas Prony interpoliacijos metodas
T – signalo periodas
TLS – visuminiai mažiausieji kvadratai (angl. *total least squares*)
TOA – signalo pradžios taškas (angl. *time of arrival*)
TOF – signalo trukmė (angl. *time of flight*)
TRS – tiesinė rekurentinė seka
TRF – tiesinė rekurentinė funkcija
2EM – dviejų gaubtinių maksimumų metodas

SUTARTINIAI SIMBOLIAI

$f(t)$ – determinuotasis signalas

$\tilde{f}(t)$ –„užtriukšmintas“ determinuotasis signalas

$y_j, j = \overline{0, N-1}$ –*j*-toji signalo (sekos) reikšmė

t – laiko momentas

Δt – diskretizacijos žingsnis

A_k – harmoninio signalo *k*-tosios komponentės amplitudė

ϕ_k – harmoninio signalo *k*-tosios komponentės fazė

ω_k – signalo *k*-tosios komponentės kampinis dažnis

υ_k – signalo *k*-tosios komponentės dažnis

$\xi(t)$ – baltasis triukšmas

$\lambda_k \in R$ – *k*-tosios komponentės slopinimo koeficientas

m – eksponentinio signalo modelio komponenčių skaičius (modelio eilė)

σ^2 – triukšmo dispersija

γ – Puasono koeficientas

ℓ – akustinės bangos ilgis

ℓ_{PIB} – PIB bangos ilgis

ℓ_{PIB}^{∞} –PIB bangos, sklindančios lygiame paviršiuje, ilgis

c_{PIB} – fazinis PIB bangos greitis

c_{PIB}^{+c} – PIB bangos fazinio greičio prieaugis

c_{PIB}^{∞} – PIB bangos fazinis greitis, išmatuotas lygiame paviršiuje

A_{PIB} – PIB amplitudė

ϑ – išilginių bangų kritimo kampas

ϑ_{kr}^{I} – pirmasis kritinis kampas

ϑ_{kr}^{II} – antrasis kritinis kampas

ĮVADAS

Temos aktualumas

Skaičiavimo technikos bei technologijų tobulėjimas suteikia galimybę kaupti vis didesnius informacijos kiekius ir atlikti sudėtingesnę bei informatyvesnę signalų analizę. Antra vertus, didėjant žinių bei informacijos kiekiui, įvairių diagnostikos aparatų pasiūlai, tobulėjant įvairiarūšių signalų bei duomenų kaupimo elektroninėms priemonėms, vis sudėtingiau atlikti informacijos apimčiai adekvačią sukauptų duomenų analizę ir apibendrinimus. Kyla naujos signalų ir juose slypinčios informacijos apdorojimo problemos, ypač opios tose srityse, kur signalų – pavyzdžiui, biomedicininių, seisminių, ultragarsinių ir kitų – šaltiniai yra labai sudėtingi.

Darbe analizuojami elektrokardiografiniai ir ultragarsiniai impulsiniai signalai. Elektrokardiografiniai signalai–tai fiziologinės sistemos (žmogaus širdies) generuojami signalai. Pagrindinis fiziologinių sistemų požymis–jų kompleksiškumas, „paslėptas" biomedicininiuose signaluose. Iš kompleksinių sistemų pozicijų apdorojant šiuos signalus, atsiveria galimybės suvokti juos generuojančios sistemos komponentus ir dinamines sąsajas. Šitas atradimas pastūmėjo kompleksinių sistemų teorijos taikymus nuo molekulinio iki organizmo lygio. Literatūroje tokie signalai vadinami kompleksiniais.

Širdies generuojamų netiesiškų ir nestacionarių signalų analizei nepakanka tradicinių metodų. Elektrokardiografinių signalų analizei taikomi netiesinės dinamikos metodai, pagrįsti deterministinio chaoso ir kompleksinių sistemų teorijomis. Šios teorijos leidžia iš esmės praplėsti ir pagilinti signalų analizės galimybes tiek kokybiškai, tiek kiekybiškai. Be to, kompleksinį signalą sąlygojančios dinamikos pažinimas turi lemiamą reikšmę atitinkamo proceso suvokimui ir kartu atitinkamo tyrimo metodo parinkimui. Ši tyrimų sritis pastaruoju metu plėtojama daugelyje mokslo krypčių.

Kiti darbe analizuojami–ultragarsiniai impulsiniai signalai. Šie signalai taikomi medicinoje tiriant žmogaus vidaus organus bei diagnozuojant ligas, taip pat neardomojoje medžiagų kontrolėje tiriant įvairių medžiagų savybes, šiurkščius (pavyzdžiui, vamzdžių, traukinių bėgių, branduolinių reaktorių bei kitų objektų) vidinius paviršius ir kitose srityse.

Ultragarsinių signalų analizei sukurta daug įvairių spektrinės ir laikinės srities analizės metodų. Metodai parenkami pagal analizės tikslus, juos generuojančių procesų charakteristikas ir signalo savybes. Disertacijoje tiriami ultragarsinio signalo identifikavimo, t.y. jo matematinio modelio sudarymo metodai. Signalo identifikavimas suteikia galimybę filtruoti signalus, nustatyti tokius parametrus, kaip signalo trukmė, galia, energija, ir kitas signalo savybes. Vieni populiariausių literatūroje sutinkami signalų identifikavimo metodai–Furjė ir Prony. Pagal Prony metodą signalai aprašomi fiksuoto skaičiaus eksponentinių funkcijų tiesiniais dariniais su pastoviaisiais koeficientais. Priešingai nei Furjė, Prony metodas suteikia galimybę neperiodinius gęstančius baigtinio ilgio signalus identifikuoti neprarandant informacijos apie fazę. Šita metodo savybė ypač svarbi, kai metodas taikomas signalo vėlinimo trukmei nustatyti. Tačiau bene pagrindinis Prony metodo trūkumas –nežinomas signalą identifikuojančio modelio komponenčių skaičius. Be to, jis yra apribotas dėl eksponentinių funkcijų koeficientų pastovumo, todėl tam tikrais atvejais padidėja signalų aproksimavimo paklaida. Nepaisant to, Prony metodas taikomas daugelyje sričių: biomedicinos, neardomosios medžiagų kontrolės, genetikos, finansų ir kt., todėl jų analizei kuriamos ir taikomos įvairios Prony metodo modifikacijos.

Tyrimų objektas–signalų, aproksimuojamų tiesinėmis rekurentinėmis sekomis, identifikavimo algoritmai.

Darbo tikslas–patobulinti Prony signalų identifikavimo metodą, kuriuo signalas būtų identifikuotas eksponentinių funkcijų su polinominiais koeficientais tiesiniu dariniu, siekant rasti optimalų komponenčių skaičių, įvertinti aproksimavimo paklaidas ir padidinti konvergavimo greitį.

Darbe sprendžiami uždaviniai

1. Atlikti signalų identifikavimo metodų lyginamąją analizę.
2. Modifikuoti Prony identifikavimo metodą signalams, kuriuos galima aproksimuoti eksponentinių funkcijų su polinominiais koeficientais tiesiniais dariniais.
3. Pritaikant modifikuotą Prony metodą, sukurti signalų algebrinį interpoliavimo algoritmą, kurį panaudojant signalas būtų optimaliai identifikuojamas eksponentinių funkcijų tiesiniu dariniu, kai koeficientai yra daugianariai.
4. Sukurti programų sistemų prototipus:
    - elektrokardiografinių signalų parametrų fragmentams identifikuoti bei kompleksinei analizei atlikti;
    - ultragarsiniam signalui identifikuoti, pradžios taškui bei sklidimo trukmei nustatyti ir signalo komponenčių analizei atlikti.

Tyrimo metodai, duomenys ir programinės priemonės

1. Tyrimuose naudota algebrinės analizės teorija ir jos pritaikymas signalų identifikavimo metodams sukurti.
2. Sukurto signalo identifikavimo algoritmo tyrimui ir palyginimui naudoti matematiniai modeliai ir taikyti identifikavimo metodai, pagal kuriuos signalai aprašomi tiesiniais eksponentinių funkcijų dariniais.
3. Kompiuteriniams skaičiavimams atlikti, algoritmams realizuoti, eksperimentiniams tyrimams vykdyti ir programos sistemos prototipui kurti panaudotas *Matlab v. R2009a* programos paketas.
4. Sukurtų programų sistemų prototipų praktiniam taikymui demonstruoti buvo naudojami osciliatoriumi gauti ultragarsinių impulsinių bei elektrokardiografinių signalų duomenys.

Mokslinis naujumas ir praktinė svarba

1. Pagal praplėstą (modifikuotą) Prony metodą signalai identifikuojami eksponentinių funkcijų su polinominiais koeficientais tiesiniais dariniais. Sukurtas metodas suteikia galimybę (atitinkamais atvejais) signalus tiksliau identifikuoti lyginant su kitais algoritmais, pagrįstais Prony metodu bei signalus aprašančiais eksponentinių funkcijų su pastoviaisiais koeficientais modeliais (t.y. apibendrintas Prony metodas, kai vietoj pastoviųjų koeficientų panaudojami algebriniai daugianariai). Tai leidžia atlikti dar tikslesnes analizes daugelyje Prony rūšies metodų taikymo sričių.
2. Sukurtas algebrinis signalo interpoliavimo algoritmas leidžia nustatyti optimalų signalą aprašančių eksponentinių funkcijų komponenčių skaičių; ši savybė Prony metodą daro patrauklesnį signalų apdorojimo taikymuose.
3. Sukurtas algebrinis interpoliavimo algoritmas taip pat gali būti taikomas signalo nežinomų reikšmių interpoliavimui bei ekstrapoliavimui. Šita savybė gali būti taikoma laiko eilučių prognozavimo uždaviniuose.
4. Sukurti nauji elektrokardiografinių bei ultragarsinių signalų identifikavimo ir analizės metodai.

Ginamieji teiginiai

1. Darbe pasiūlytas naujas Prony signalo (laiko eilutės) identifikavimo modelis užtikrina tiriamo signalo (laiko eilutės) aproksimaciją eksponentinių funkcijų su polinominiais koeficientais tiesiniu dariniu.
2. Darbe pasiūlytas praplėstas Prony interpoliacijos algoritmas užtikrina optimalų tiriamo signalo (kuris gali būti aprašytas tiesine rekurentine seka) matematinio modelio parametrų (algebrinių įverčių) identifikavimą.
3. Darbe pasiūlyti programų sistemų prototipai suteikia galimybę atlikti elektrokardiografinių ir ultragarsinių signalų algebrinių įverčių tyrimus.

Darbo rezultatų aprobavimas

Darbo tema paskelbtos 7 mokslinės publikacijos, iš jų 3–Mokslinės informacijos instituto (ISI) pagrindinio sąrašo leidinyje su citavimo indeksu, 1–Lietuvos pripažintame periodiniame leidinyje, 3–tarptautinių konferencijų pranešimų medžiagoje.

Darbo rezultatai buvo pateikti ir aptarti 4 mokslinėse konferencijose (1 respublikinėje, 3 tarptautinėse, iš kurių 1–užsienyje).

Darbo apimtis ir struktūra

Disertaciją sudaro įvadas, 5 pagrindiniai skyriai, išvados, literatūros bei publikacijų sąrašai ir priedai. Disertacijos apimtis–138 puslapiai, 66 paveikslai, 13 lentelių ir 117 šaltinių cituojamos literatūros sąrašas.

Įvadiniame skyriuje pateikiamas darbo temos aktualumas, nurodomas disertacijos tyrimo tikslas bei uždaviniai. Trumpai išdėstomi pagrindiniai darbo rezultatai, jų praktinė reikšmė ir mokslinis naujumas.

Pirmajame skyriuje trumpai aptariamos signalų savybės ir identifikavimo problemos. Pateikiama signalų identifikavimo metodų apžvalga bei disertacijoje signalų identifikavimui taikoma tiesinių rekurentinių sekų teorija. Skyriaus pabaigoje pristatomi elektrokardiografinių bei ultragarsinių signalų tyrimų tikslai, problemos ir jų sprendimui taikomi matematiniai metodai.

Antrajame skyriuje nagrinėjamos tiesinės rekurentinės sekos sąvokos ir jos koncepcijos taikymas sekų fragmentų identifikavimo algoritmams. Pristatomas sukurtų algoritmų taikymas sekos, sudarytos iš kelių tiesinių rekurentinių sekų, fragmentavimui.

Trečiajame skyriuje supažindinama su tiesinių rekurentinių funkcijų teorija bei jos taikymu. Pateikiamas naujas praplėstas Prony interpoliacijos metodas ir jo palyginimas su kitais interpoliacijos metodais.

Ketvirtajame skyriuje pristatomas programos sistemos prototipas, skirtas elektrokardiografinių signalų parametrų kompleksiškumui tirti. Prototipas parengtas naudojant praplėstą Prony interpoliacijos algoritmą. Skyriaus pabaigoje pateikiamas programos sistemos prototipo praktinis taikymas veloergometriniam tyrimui atlikti.

Penktajame skyriuje aptariamas praplėsto Prony modelio ir metodo taikymas ultragarsiniam signalui identifikuoti, pradžios bei pabaigos taškui nustatyti ir analizei atlikti. Pristatomas signalo identifikavimo programos sistemos prototipas ir jo praktinis taikymas eksperimentiniams ultragarsinių signalų duomenims.

1. TYRIMŲ APŽVALGA

Disertacijoje pateikiamas disertantės sukurto algebrinio interpoliacijos metodo taikymas elektrokardiografinių ir ultragarsinių signalų analizei. Analizė pagrįsta analizuojamo proceso (sistemos) išėjimo signalo identifikavimu, t.y. signalo matematinio modelio sudarymu.

Šiame skyriuje aptariamos disertacijoje analizuojamų signalų savybės, analizės problemos ir literatūros šaltiniuose sutinkami identifikavimo metodai bei jų taikymas.

1.1. Signalas ir jo identifikavimas

1.1.1. Signalas ir jo savybės

Signalas–tai fizikinis dydis, dažniausiai kintantis laike ir reprezentuojantis tam tikrą informaciją apie jį sugeneravusį procesą. Laikysime, kad tiriamo signalo argumentas yra laikas, kurį žymėsime t. Matematiškai vienmačius signalus galima susieti su nuo laiko kintamojo priklausančia funkcija $f(t),\ t \geq 0.$

Darbe tiriami skaitmeniniai signalai (apibrėžti savo reikšmių seka iš anksto pasirinktais vienodais laiko momentais). Skaitmeninis signalas gaunamas iš analoginio, nuskaitant reikšmes su pasirinktu laiko diskretizacijos žingsniu. Diskretizuodami signalą pasirinktu vienodu laiko intervalu (diskretizacijos žingsniu) $\Delta t,\ t_j = j\Delta t, j = 0,1,...,N-1$ gauname laiko eilutę:

$$y_0 = f(t_0), y_1 = f(t_1),..., y_j = f(t_j), j = 0,1,...,N-1. \tag{1.1}$$

Vieni pagrindinių diskretizuotų signalų analizės uždavinių, įvardytų literatūros šaltiniuose (Zavala ir Messina, 2014, James Hu, Yang ir Li, 2013): būsimų signalo reikšmių prognozavimas remiantis turimomis reikšmėmis; nežinomų signalo reikšmių panašių realizacijų modeliavimas; signalo identifikavimas atmetant reikšmes, atsiradusias dėl pašalinių poveikių; informacijos apie procesą, kuris generuoja signalus, atskleidimas (identifikavimas).

Signalai skirstomi į atsitiktinius ir determinuotuosius. Determinuotieji signalai – tai žinomos priklausomybės signalai, kurių parametrai yra iš anksto žinomi, t.y., kai žinoma matematinė šį signalą aprašanti funkcija ar kitimo dėsnis. Šitie signalai gali būti prognozuojami kaip norima ilgame laiko intervale (Lyons, 2011). Determinuotojo signalo modelis išreiškiamas kaip laiko t funkcija $f(t)$, pavyzdžiui:

$$f(t) = A\cos(2\pi\upsilon t + \varphi),\ t = 0,...,N-1; \tag{1.2}$$

čia $A \geq 0$ yra signalo dydį apibrėžiantis amplitudės koeficientas, o φ – pradinė fazė – santykinė signalo pozicija laiko intervale nuo $0 \leq t \leq 2\pi$, N – signalo reikšmių skaičius, υ – dažnis ($\upsilon = 1/T$), T – signalo periodas (mažiausias laiko tarpas, po kurio kartojasi momentinės signalo reikšmės). Kartais vietoj dažnio υ naudojamas kampinis dažnis $\omega = 2\pi\upsilon$.

Determinuotieji signalai, atkartojantys savo formą kas tam tikrą laiko tarpą *T*, vadinami periodiniais (1.1 pav.), t.y. pastūmę laike $-\infty < t < \infty$ periodinį signalą į kairę arba į dešinę per sveikąjį periodų ν skaičių gausime tą patį signalą:

$$f(t+\nu T) = f(t), \quad \nu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots . \tag{1.3}$$

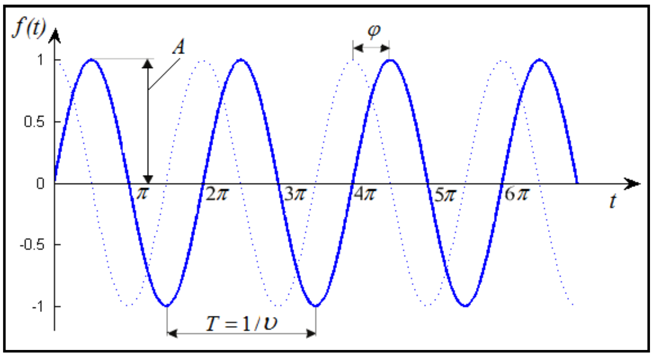
Pažymėtina, kad periodiniai signalai nėra gęstantys.

Periodiniai signalai skirstomi į harmoninius ir daugiaharmonius. Elementariausias periodinio harmoninio signalo pavyzdys – (1.2) funkcija.

Daugiaharmonio signalo pavyzdys:

$$f(t) = A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t + \dots, \quad t = 0, \dots, N-1. \tag{1.4}$$

Periodinį signalą galima atvaizduoti sinusinių ir kosinusinių dedamųjų visuma, ir toks jų atvaizdavimas dažnių ašyje vadinamas *signalo spektru*.



1.1 pav. Periodinio harmoninio signalo pavyzdys

Periodinio signalo modelio kompleksinė forma:

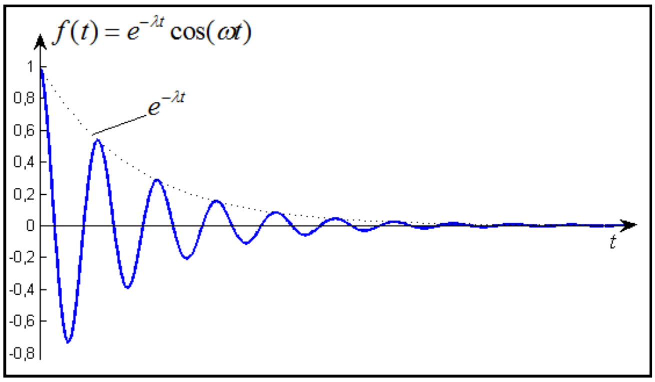
$$f(t) = Ae^{i(\omega t+\varphi)}, \quad -\infty < t < \infty; \tag{1.5}$$

čia taikoma Oilerio formulė:

$$e^{\pm ix} = \cos(x) + i\sin(x); \tag{1.6}$$

be to, $e^{i2\pi} = 1$. Tada galima teigti, kad dydis $f(t)$ išreiškiantis periodinį signalą, yra fazės vektorius, apsisukantis per periodą $T = 2\pi / \omega$. Kompleksinio dydžio (1.5) realioji dalis yra periodinis sinusinis signalas (1.2).

Neperiodinis determinuotasis signalas yra toks signalas, kuriame nėra tokio laiko *T*, kad galiotų (1.3) sąlyga. Šitoks signalas dažniausiai apribotas laiko atžvilgiu. Šiems signalams priskiriami įvairūs impulsai, nutrūkstantys harmoniniai virpesiai, pereinamieji procesai grandinėse ir pan. (1.2 pav.). Tokių signalų spektras, t.y. signalo dažnio dedamųjų pasiskirstymas dažnių ašyje, yra ištisinis ir vadinamas *spektro tankiu*.



1.2 pav. Eksponentiškai gęstančio neperiodinio signalo pavyzdys

Realių sistemų generuojami signalai nėra determinuotieji. Dėl techninės įrangos generuojamų triukšmų (įvairaus tipo trukdžių), matavimo paklaidų ir kitų veiksnių atsiranda nežinomo, nenumatyto trikdžio dedamoji (Zavala ir Messina, 2014):

$$\tilde{f}(t) = f(t) + \xi(t),\ t = 0,1,\ldots,N-1; \tag{1.7}$$

čia $\tilde{f}(t)$ – „užtriukšmintas“ signalas, $\xi(t)$ – triukšmas – nepriklausomas atsitiktinis dydis, pasiskirstęs pagal tam tikrą skirstinį, dažniausiai Gauso (baltasis triukšmas). Praktiškai tariant, determinuotieji signalai „paskęsta triukšmuose“.

„Užtriukšmintų“ signalų analizėje dažnai naudojamas signalo–triukšmo santykis (SNR), įvertinantis signalo galią (S) triukšmo atžvilgiu:

$$\mathrm{SNR} = 10\log_{10}\frac{S}{\sigma^2}; \tag{1.8}$$

čia σ^2 – triukšmo dispersija, $S = \frac{E}{N}$, E – signalo energija:

$$E = \sum_{t=1}^{N}\tilde{f}(t)^2. \tag{1.9}$$

Signalai, sąlygoti triukšmo, priskiriami atsitiktiniams signalams, kurių kitimo dėsningumai iš anksto nėra žinomi, ir jų vertės konkrečiu laiko momentu negalime tiksliai nustatyti. Atsitiktinių signalų savybės yra išreiškiamos tikimybių teorijos metodais.

Atsitiktiniai signalai klasifikuojami į stacionariuosius signalus, kurių tam tikros statistinės savybės (vidurkis, dispersija) nekinta bėgant laikui, ir nestacionariuosius signalus, kurių savybės bėgant laikui keičiasi.

Kalbant apskritai, gamtoje beveik nebūna signalų be „triukšmų“, todėl galima daryti prielaidą, kad visi signalai ir trukdžiai gali būti priskiriami atsitiktinių signalų grupei (Wang, He ir Chen, 2009, Chiron, van Agthoven, Kieffer, Rolando ir Delsuc, 2014). Vis dėlto tikslinga išskirti determinuotuosius signalus, kadangi signalo modelio parametrai suteikia naudingos informacijos apie stebimus procesus, pavyzdžiui, tiriant tam tikrą ryšio liniją: iš determinuotojo signalo parametrų pokyčių kitame linijos gale galima spręsti apie linijos parametrų stabilumą arba jos gedimą (Mitra ir Venayagamoothy, 2010).

Atsitiktinių signalų filtravimo metodai parenkami pagal analizės tikslus, juos generuojančių procesų charakteristikas bei savybes. Tradiciškai „triukšmo“ šalinimo ir signalo išvalymo problematiką nagrinėja skaitmeninių signalų apdorojimo mokslo sritis. Filtravimo metodai skirstomi į laikinės ir dažninės srities metodus (Oberlin, Meignen ir McLaughlin, 2013).

Seismologinių, ultragarsinių, biomedicininių ir kitų signalų filtravimui taikomi greitosios Furjė transformacijos (FFT) (Chiron ir kt., 2014), diskrečiosios bangelių transformacijos (Oberlin ir kt., 2013) bei įvairūs jos modifikacijos (Subramanian, Ramasamy ir Rangasamy, 2014) metodai, taip pat Kalman (Avendano, Castellanos ir Ferrero, 2006), Savicky-Golay (Azadbakht, Fraser, Zhang ir Leach, 2013), Vynerio (angl. *Wiener*)(Smital, Vitek, Kozumplik ir Provaznik, 2013) ir kiti filtrai. Statistiniai metodai, pavyzdžiui, slenkamojo vidurkio (MA) (Orfanidis, 2010, Upganlawar ir Chowhan, 2014), autoregresijos (AR), ARMA (Mahmoudi ir Karimi, 2010), empirinės modos dekompozicijos (Tsolis ir Xenos, 2011) ir kiti. Kai kuriais metodais, pavyzdžiui, MA ir FFT galima efektyviai pašalinti triukšmus, tačiau juos taikant atsiranda galimybė deformuoti ir suglodinti tiriamą signalą taip, kad atliekant tolimesnę signalo analizę bus pateikti netikslūs rezultatai (Azadbakht ir kt., 2013).

Signalų filtravimui taip pat taikomi tiesinės algebros (Bourennane ir Fossati, 2009) metodai. Algebrinių algoritmų sudarymui dažnai naudojamos Hankelio matricos, taikomas matricos skaidymo singuliariomis reikšmėmis (SVD) metodas, pavyzdžiui, Azadbakht ir kt. (2013) sudarė algoritmą panaudodamas SVD ir Savicky-Goaly filtrą, o Mitrofanov ir Priimenko (2013) panaudodami SVD ir Prony matematinį modelį sukūrė seisminių signalų filtravimo algoritmą, signalus aprašydami eksponentinių funkcijų tiesiniais dariniais.

Tyrėjai, kurdami įvairius signalų analizės metodus (Boßmann, Plonka, Peter, Nemitz ir Schmitte, 2012, James Hu ir kt. 2013, Potts ir Tasche, 2011), determinuotųjų signalų atsitiktinę dalį laiko nykstamai maža, be to, iš eksperimentų rezultatų matome, kad tai netrukdo kurti programinės įrangos ir tyrinėti signalų savybių. Šiame darbe taip pat laikomasi tokios prielaidos.

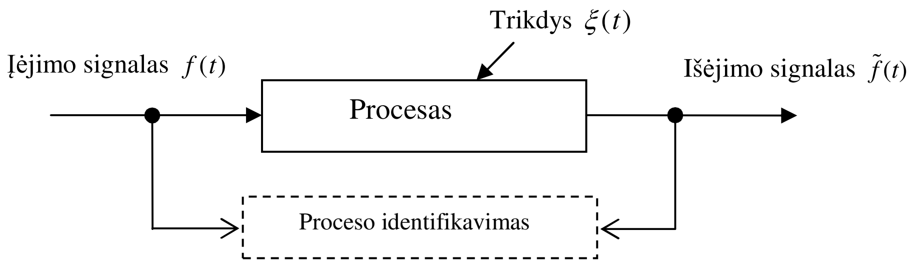
1.1.2. Signalo matematinis modeliavimas, identifikavimas ir tyrimas

Matematinis procesų modeliavimas pritaikomas daugelyje taikomųjų uždavinių. Proceso matematinis modelis yra matematinių ryšių tarp proceso būsenos, įėjimo ir išėjimo kintamųjų rinkinys. Įvairių technologinių ir fizikinių procesų būseną galima nustatyti atlikus įėjimo ir išėjimo kintamųjų analizę. Įėjimo kintamieji veikia nepriklausomai vienas nuo kito, sąlygodami proceso būsenos pasikeitimą, o išėjimo kintamieji suteikia dalinę arba visą informaciją apie proceso būseną.

Sudarytas tiriamo proceso modelis suteikia galimybę tirti procesų ir sistemų dinamiką bei atsaką į įvairius trukdžius. Matematiniai modeliai pagal tyrimo tikslus bei turimą informaciją apie stebimus procesus skirstomi į tris grupes: 1) teorinius, kurių matematiniai modeliai pagrįsti žinomais gamtos tvermės dėsniais, iš esmės veikiančius proceso dinamiką; 2) empirinius – pagrįstus tik eksperimentiniais duomenimis; 3) hibridinius – kai modeliai kuriami derinant žinomus teorinius dėsnius ir eksperimentų duomenis.

Praktikoje egzistuoja įvairių procesų, kuriems negalima sukurti teorinių matematinių modelių dėl pradinės informacijos ir fundamentaliųjų dėsnių apie stebimus dinaminius procesus stokos. Nežinomus funkcinius ryšius stengiamasi aproksimuoti aklai, naudojant sistemos eksperimentinius duomenis ir taikant įvairias matematines funkcijas. Tokie signalus aproksimuojantys matematiniai modeliai literatūroje dar vadinami empiriniais arba „juodosios dėžės“ modeliais (Papadopoulos ir kt., 2014).

Proceso identifikavimu vadinamas empirinio proceso modelio sudarymas, panaudojant tik eksperimentinius įėjimo–išėjimo signalo duomenis ir neturint jokios išankstinės informacijos apie stebimą procesą (1.3 pav.).



1.3 pav. Proceso identifikavimas „juodosios dėžės“ modeliu

Įvairius technologinius ir fizinius procesus (sistemas) galima tirti bei analizuoti identifikavus jų sugeneruotus išėjimo signalus (Papadopoulos ir kt., 2014, Giesbrecht, Labahn ir Lee, 2009).

Signalo modelio struktūra parenkama pagal signalų savybes ir analizės tikslus. Įėjimo–išėjimo signalų modeliai gali būti nagrinėjami Laplaso kintamojo, laiko ir dažnių srityse.

Identifikuojamas sudėtingas signalas gali būti išskaidytas į elementariąsias, tokias kaip Hevisaido žingsninė, vienetinė, Dirako impulsinė, ženklo kitimo ir kitas funkcijas. Be to, elementarios formos signalas gali būti aprašytas Teiloro, eksponentinėmis, logaritminėmis, trigonometrinėmis ir kitomis eilutėmis.

Daugelyje fizikos ir matematikos taikymų priimta laikyti, kad gautas išėjimo signalas yra jo individualių komponenčių superpozicija (James Hu ir kt., 2013). Kitaip tariant, kad tiriamo proceso (sistemos) reakcija į suminį poveikį yra lygi kiekvienos iš proceso sudedamųjų reakcijų sumai. Remiantis šia teorija, sudėtingos formos įėjimo signalą galima išskaidyti į elementarius signalus (signalo komponentes) ir rasti sistemos reakciją į kiekvieną elementarų signalą (komponentę) atskirai.

$$f(t)=\sum_{k=1}^{m} f_k(t),\ \ t=0,1,....,N-1; \tag{1.10}$$

čia $m\in N$ – komponenčių skaičius, f_k –k-toji signalo komponentė.

Literatūroje tokia signalo identifikavimo technika dar vadinama signalo dekompozicija (James Hu ir kt., 2013, Chacko ir Ari, 2012, Boßmann ir kt., 2012), o komponenčių skaičius *m*–modelio (1.10) eile (Yin, Zhu ir Ding, 2011).

Signalo dekompozicijai taikomi Prony (Ravanbod, Karimi ir Amindavar, 2013), Furjė (Shou-peng ir Pei-wen, 2006), dekonvuliacijos (angl. *deconvolution*) (Boßmann ir kt., 2012), bangelių (Boßmann ir kt., 2012), kosinusų transformacijos (Li, Wang, Huang ir Lu, 2010), empirinės modos dekompozicijos (Janušauskas, Jurkonis, Lukoševičius, Kurapkienė ir Paunksnis, 2005) ir kiti metodai.

Identifikuojamo išėjimo signalo bendroji modelio (1.7) išraiška (Potts ir Tasche, 2010):

$$\tilde{f}(t)=\sum_{k=1}^{m} f_k(t)+\xi(t),\ t=0,1,...,N-1. \tag{1.11}$$

Disertacijoje, kaip daro ir kiti tyrėjai (Boßmann ir kt., 2012, James Hu ir kt., 2013, Potts ir Tasche, 2011), kuriantys signalų identifikavimo algoritmus, laikomasi prielaidos, kad signalo modelyje (1.11) atsitiktinė trikdžio dedamoji $\xi(t)$ yra nykstamai mažas dydis (baltasis triukšmas).

Išėjimo signalą aprašančios funkcijos parinkimas yra vienas svarbiausių signalo identifikavimo uždavinių. Pavyzdžiui, Istratov ir Vyvenko (1999) signalo impulsą aprašė modeliu:

$$f(t)=A\exp(-\alpha t); \tag{1.12}$$

čia $\alpha>0,\alpha\in R$– gesimo koeficientas. (1.12) išraiška yra gerai fizikoje žinomos pirmosios eilės diferencialinės lygties (1.13) sprendinys (Istratov ir Vyvenko, 1999).

$$\frac{df(t)}{dt}=-\alpha f(t). \tag{1.13}$$

Remiantis (1.10) ir (1.12) išraiškomis, impulsinį išėjimo signalą galima aprašyti *m* skirtingų ir tarpusavyje nepriklausomų eksponentinių komponenčių suma:

$$f(t)=\sum_{k=1}^{m} A_k \exp\left(-\alpha_k t\right),\ \ t=0,1,2,...,N-1; \tag{1.14}$$

čia $\alpha_k>0,\ \alpha_k\in R$ – *k*-tosios komponentės gesimo koeficientas, dažniausiai reprezentuojantis signalo energijos pokytį procesui pereinant iš vienos būsenos į kitą.

Gauto išėjimo signalo modelio (1.14) reikšmės yra homogeninės tiesinės diferencialinės lygties (1.13) sprendiniai, kuriais aprašoma daugelis fizikinių procesų: tokių kaip radioaktyviųjų medžiagų skilimas, žemės virpesių, radiolokacinių, ultragarsinių, kalbos, elektros energijos perdavimo ir kitų sistemų signalų sklidimas (Pereyra ir Scherer, 2010).

Taigi eksponentiniai signalų modeliai gali suteikti reikšmingos informacijos apie tiriamo proceso (sistemos) prigimtį bei fizikines savybes. Vieni populiariausių eksponentinio dėsningumo signalus aprašantys modeliai–Prony ir Furjė (James Hu ir kt., 2013). Taikant šiuos modelius, signalai identifikuojami eksponentinių funkcijų su pastoviaisiais koeficientais tiesiniais dariniais (Pereyra ir Scherer, 2010).

1.2. Eksponentiniai su pastoviaisiais koeficientais signalo identifikavimo modeliai

Fizikinio proceso sugeneruoto išėjimo signalo reikšmės, identifikuotos Prony ir Furjė modeliais, yra homogeninės diferencialinės lygties sprendiniai su pastoviaisiais koeficientais. Todėl šie modeliai naudojami kuriant medicininės, biologinės, fizikinės, technologinės ir kitos kilmės signalų analizės metodus (Holmstrom ir Petersson, 2002, Pereyra ir Scherer, 2010). Sudarant identifikavimo algoritmus dažniausiai sprendžiami modelio eilės m (Kundu ir Mitra, 2001) ir parametrų (Pereyra ir Scherer, 2010) įvertinimo uždaviniai.

Eksponentinių modelių parametrų vertinimo metodus galima suskirstyti į laikinius ir spektrinius (dažninius). Laikiniais tiriamas sistemą praėjusio signalo formos pasikeitimas, spektriniais–signalo spektro pasikeitimas sistemos išėjime. Abiem metodais gaunami tie patys sistemos analizės rezultatai, todėl vieno ar kito metodo pasirinkimas priklauso nuo įėjimo signalo formos sudėtingumo. Sudėtingo įėjimo signalo spektras taip pat yra sudėtingas–tada patogiau ir paprasčiau naudotis laikiniu metodu.

1.2.1. Furjė modelis

Furjė analizės metodas–vienas populiariausių signalų spektrinės analizės įrankių. Taikant šį metodą, periodinis $f(t)$ signalas išskaidomas į elementarių virpesių sumą (James Hu ir kt., 2013):

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mu_k \exp(i\omega_k t); \tag{1.15}$$

čia $\mu_k \in C$ –pastovieji koeficientai, $\omega_k = k\Delta\omega,\ \Delta\omega = 2\pi / T$.

Taikant šį metodą, galima pereiti iš signalo aprašymo laiko erdvėje į dažnių erdvę, kurioje atsiskleidžia papildomos signalų analizės ir sintezės galimybės. Taigi signalo komponenčių išskyrimas Furjė skleidiniu reiškia to paties signalo aprašymą dažnio srityje.

Realaus pasaulio signalai dažniausiai būna baigtinio ilgio ir neperiodiniai, todėl praktiniuose Furjė modelio taikymuose apsiribojama signalo išskaidymu į baigtinį komponenčių (harmonikų) skaičių (James Hu ir kt., 2013). Baigtinio ilgio neperiodiniams signalams yra sukurta tiesioginė ir atvirkštinė diskrečioji Furjė transformacija. Tačiau transformuojant signalą į dažnių sritį prarandama laiko informacija ir negalima nustatyti, kada koks įvykis įvyksta. Be to, Furjė modeliu (1.15) nėra identifikuojami signalo gesimo koeficientai (1.14).

Taigi Furjė analizė negali aptikti signalo pokyčių ir netolydumų, o tai ypač svarbu, jeigu tiriamas signalo dėsningumas, pavyzdžiui, neardomojoje medžiagų kontrolėje analizuojant pro tiriamas medžiagas praėjusio ultragarsinio impulsinio signalo formos pokyčius (Ravanbo ir kt., 2013).

Neperiodinių, gęstančių baigtinio ilgio signalų analizei literatūroje taikomas Prony modelis (Lobos, Rezmer ir Schegner, 2003, Potts ir Tasche, 2011).

1.2.2. Prony modelis

Prancūzų matematikas Gaspard Riche de Prony 1795 m. pasiūlė signalo identifikavimo metodą, kuriuo baigtinio ilgio ir neperiodiniai signalai aproksimuojami realių, gęstančių eksponenčių modeliu:

$$f(t)=\sum_{k=1}^{m}A_k e^{-\alpha_k t}\cos(2\pi\upsilon_k t+\varphi_k),\ t=0,1,...,N-1; \tag{1.16}$$

čia $A_k \in R$, $m \geq 1$.

Klasikinis Prony aproksimavimo metodas buvo ir yra tobulinamas bei taikomas daugelyje mokslinių sričių (Pereyra ir Scherer, 2010), kur realūs signalai identifikuojami kompleksinėmis eksponentėmis (James Hu ir kt., 2013, Potts ir Tasche, 2010). Rodiklinė kompleksinių gęstančių eksponenčių sumos (1.16) išraiška $(\omega_k = 2\pi\upsilon_k)$:

$$f(t)=\sum_{k=1}^{m}A_k\exp(i\varphi_k)\exp((-\alpha_k+i\omega_k)t)=\sum_{k=1}^{m}\mu_k\exp(\lambda_k t); \tag{1.17}$$

čia $m \geq 1$, $\mu_k = A_k\exp(i\varphi_k)$, $\mu_k \in C\setminus\{0\}$, $\lambda_k=\alpha_k+i\omega_k$, $\lambda_k \in C$, $\alpha_k \in R$, $t=0,1,...,$ $N-1$. Realioji parametro λ_k dalis identifikuoja *k*-tosios komponentės gesimo koeficientą, t.y., jeigu $\mathrm{Re}(\lambda_k)<0$, tada eksponentė $\exp(\lambda_k t)$, $t \geq 0$ yra gęstanti, kai $\mathrm{Re}(\lambda_k)=0$ –negęstanti. Menamoji dalis $\mathrm{Im}(\lambda_k)\in[-\pi,\pi)$ – nusako *k*-tosios komponentės kampinį dažnį (Lobos ir kt., 2003, Potts ir Tasche, 2013(b)).

Kokybiškas modelio (1.16–1.17) parametrų $m, A_k, \varphi_k, \alpha_k, \omega_k$ įvertinimas gali suteikti vertingos informacijos apie fizikinės sistemos sugeneruoto signalo dėsningumo parametrus, pavyzdžiui, gesimo koeficientus ir kitus. Taigi parametrų įvertinimo metodų kūrimas yra svarbus daugelio tyrėjų uždavinys.

Eksponentinio dėsningumo signalams identifikuoti sukurta daug įvairių algoritmų. Metodo parinkimas priklauso nuo turimos pradinės informacijos apie modelio eilę *m* ir parametrus $A_k, \varphi_k, \alpha_k, \omega_k$. Kai *m* žinoma, parametrų ω_k, $k=\overline{1,m}$ vertinimui taikomi ESPRIT (angl. *Estimation Signal Parameter via a Rotational Invariant technique*), MUSIC (angl. *Multiple Signal Classifier*), matricinio „pieštuko“ (MP) (angl. *matrix pencil*) ir kiti spektriniai metodai (Badeau, Richard ir David, 2008, Potts ir Tasche, 2013(b)). Šių metodų palyginimui taikomas Kramero ir Rao rėžis (CRB) (angl. *Kramero-Rao bound*). ESPRIT –klasikinis spektrinės analizės metodas, pagal kurį identifikuojamos signalo kompleksinės eksponentės. Metodas pakankamai kokybiškai identifikuoja ir baltojo triukšmo sąlygotus signalus (Badeau ir kt., 2008), todėl jį dažnai taiko tyrėjai lygindami spektrinės analizės algoritmus. Pastebėta, kad „užtriukšmintų“ signalų identifikavimui taikant spektrinius algoritmus (kai $\mathrm{SNR} \to \infty$), Prony ir Pisarenko metodai yra neefektyvūs, kadangi jais identifikuotų parametrų apskaičiuotos dispersijos didesnės negu CRB. Priešingai, ESPRIT (Roy ir Kailath, 1989), MUSIC ir MP (Sakar ir Pereira, 1995) yra mažiau jautrūs triukšmo atžvilgiu. Taip pat buvo pastebėta, kad signalus identifikuojant eksponentiniu modeliu, ESPRIT ir MP metodai yra mažiau jautrūs signalo triukšmo atžvilgiu, negu MUSIC.

Modelio eilės nustatymui taikomi didžiausio tikėtinumo įvertinių asimptotine teorija paremtas Akaike (AIC), informacijos bei kodavimo teorija paremtas trumpiausio kodo ilgio (angl. *Minimum Description Length*) (MDL), efektyvaus aptikimo (angl. *efficient detection*) (EDC), Bajeso (BIC) ir kiti informacijos kriterijai. Kundu ir Mitra (2001) eksponentinio modelio eilei nustatyti modifikavo EDC kriterijų ir sukūrė naują informacijos kriterijų MEDC, kuris modelio eilę (atsižvelgiant į skirtingą SNR) įvertino tiksliau negu kiti AIC, MDL ir EDC kriterijai. Tačiau buvo pastebėta, kad šis kriterijus kaip ir kiti nestabiliai įvertina gęstančių eksponenčių modelio (1.16–1.17) eilę, kai $t \to \infty$ (t.y. kai signalo reikšmės artėja prie baltojo triukšmo reikšmių).

Informacijos kriterijų taikymas neparametriniuose signalo identifikavimo algoritmuose yra efektyvus dėl nedidelių skaičiavimo resursų, tačiau pastebėtas jautrumas signalo triukšmui. Parametriniuose–informacijos kriterijai efektyvūs triukšmų atžvilgiu, tačiau yra sąlygoti didelės skaičiavimų apimties. Kundu ir Mitra (2001), atlikę informacijos kriterijų analizę gęstančių ir negęstančių eksponenčių modeliams, pateikė išvadą, kad sudėtinga sukurti universalų informacijos kriterijų, kuris efektyviai įvertintų ir gęstančių, ir negęstančių signalų modelio (1.16–1.17) eilę m.

Modelio (1.16–1.17) eilės nustatymui gali būti taikomi metodai, pagal kuriuos naudojamos Hankelio matricos, sudarytos iš signalo duomenų. Yin ir kt. (2011), Potts ir Tasche (2010), Potts ir Tasche (2013(b)) modelio eilę nustatė Hankelio matricą išskaidę SVD metodu, t.y. kai m apskaičiuojama pagal dominuojančių singuliarių reikšmių kiekį. „Neužtriukšminto“ signalo atveju modelio eilė sutampa su nelygių nuliui singuliarių reikšmių kiekiu (Yin ir kt., 2011), o „užtriukšmintų“ – dominuojančių singuliarių reikšmių (didesnių už iš anksto nustatytą skaičiavimo tikslumą) kiekiu (Potts ir Tasche, 2013(b)). Yin ir kt. (2011), Ragulskis, Lukoševičiūtė, Navickas ir Palivonaitė (2011), Potts ir Tasche (2013(b)) modelio eilę nustatė apskaičiuodami sudarytos Hankelio matricos rangą. Šie algebriniai metodai yra tinkami (1.16–1.17) modelio eilės nustatymui nepriklausomai nuo gesimo parametrų. Be to, jie nesudėtingi skaičiavimo prasme, tačiau jautrūs signalo triukšmui (Potts ir Tasche, 2010, Potts ir Tasche, 2013(b)).

Kada yra žinoma modelio (1.16–1.17) eilė m ir eksponentės $\exp(\lambda_k),\ k=\overline{1,m},$ tada parametrų $\mu_k,\ k=\overline{1,m}$ įvertinimas yra tiesinio optimizavimo uždavinys, sprendžiamas, pavyzdžiui, mažiausiųjų kvadratų metodu, priešingu atveju–netiesinio optimizavimo uždavinys (Pereyra ir Scherer, 2010), kai $\mu_k, \lambda_k,\ k=\overline{1,m}$ koeficientai apskaičiuojami taikant, pavyzdžiui, Gauso-Niutono, kvazi-Niutono (angl. *quasi-Newton*), Levenbergo-Markarto (angl. *Levenberg-Marquardt*) ir kitus iteracinius metodus (Holmstrom ir Petersson, 2002). Tačiau šių metodų taikymas signalams identifikuoti yra apribotas, kadangi reikia turėti pakankamai žinių apie tiriamą sistemą ir parinkti geras pradines parametrų reikšmes. Priešingu atveju gali atsirasti sprendinio egzistavimo ir vienaties problemos. Pradinių sąlygų parinkimui gali būti taikomi kiti metodai, pavyzdžiui, Holmstrom ir Petersson (2002) pradinius parametrų įverčius apskaičiavo taikydami modifikuotą Prony metodą.

Gaspard Riche de Prony (1795 m.) modelio (1.16–1.17) parametrų $\exp(\lambda_k),\ k=\overline{1,m}$ įvertinimui pasiūlė klasikinį metodą, pagal kurį pritaikius algebrinius metodus (kvadratinės Hankelio matricos skaidymą singuliariosiomis reikšmėmis) sudaromas charakteristinis polinomas. Klasikinio Prony metodo tobulinimas tapo daugelio tyrėjų uždaviniu. Literatūroje šie metodai dar vadinami „Prony tipo“ arba polinominiais metodais (Pereyra ir Scherer, 2010, Potts ir Tache, 2011, James Hu ir kt., 2013). „Prony tipo“ algoritmus galima suskirstyti į du etapus: 1) modelio eilės m nustatymas; 2) charakteristinio polinomo sudarymas ir koeficientų $\exp(\lambda_k),\ \mu_k,\ k=\overline{1,m}$ apskaičiavimas.

Sukurta įvairių „Prony tipo“ metodo modifikacijų. Potts ir Tache (2011, 2013(a), 2013(b)) modifikuodami klasikinį Prony metodą (panaudodami Hankelio matricos savybes, QR, SVD ir kitas matricines dekompozicijas, taikydami ESPRIT, matricų „pieštuko“ (angl. *matrix pencil*), mažiausiųjų kvadratų ir kitus metodus) sudarė įvairius „Prony tipo“ algoritmus, vienas jų–Prony aproksimavimo metodas (APM). Sukurti algoritmai taikyti įvairių SNR lygio „užtriukšmintų“ duomenų aproksimacijai. Gautų rezultatų analizė parodė nedideles paklaidas tarp skirtingais metodais identifikuotų ir empirinių duomenų, be to, pastebėtas „Prony tipo“ metodų jautrumas signalo „triukšmui“.

1.3. Prony aproksimavimo metodai

Šiame skyriuje pateikiami klasikinis ir Prony aproksimavimo metodai, pagal kuriuos charakteristiniam polinomui sudaryti taikomas kvadratinės Hankelio matricos skaidymas.

1.3.1. Hankelio matrica ir jos taikymas

Hankelio matricų pavadinimas ir kilmė siejama su H. Hankelio disertacija (1861 m.) (Peller, 2003). Hankelio matricos taikomos aproksimavimo ir interpoliavimo teorijoje (Mahmoudvand, Zokaei ir Mohammad, 2012), spektrinėje analizėje (Mahmoudvand ir Zokaei, 2012), sistemų stabilumo teorijoje, skaitmeniniame vaizdų apdorojime ir kitose įvairiose matematikos taikymo srityse.

Hankelio matrica–įrankis matematinio modelio eilei nustatyti (Ragulskis ir Zenonas, 2011, Yin ir kt., 2011), todėl ji taikoma matematinių modelių sudarymui (Potts ir Tasche, 2011), sistemų ir jose vykstančių procesų identifikavimui (Fazel, Pong, Sun ir Tseng 2013). Pavyzdžiui, Hankelio matricos naudojamos žemės drebėjimų sukeltų virpesių (Cheng ir Zheng, 2014), užtvankų matematinių modelių koeficientų įverčiams skaičiuoti, kai identifikuojamo modelio eilė nustatoma skaičiuojant Hankelio matricos rangą. O, pavyzdžiui, taikant klasikinį ir Prony aproksimavimo metodus modelio eilės nustatymui ir charakteristinio polinomo sudarymui Hankelio matrica skaidoma singuliariosiomis reikšmėmis (Potts ir Tasche, 2011, 2013 (a),(b)).

Disertacijoje naudojama sekos $(y_j, j = 0,1,2,...)$ kvadratinė Hankelio matrica:

$$H_n := (y_{i+j-2})_{1\le i,j\le n} = \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_{n-1} \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_n \\ & & \cdots & \\ y_{n-1} & y_n & \cdots & y_{2n-2} \end{bmatrix}, \ n = 1,2,\dots . \tag{1.18}$$

Toliau pateikiamas kvadratinės matricos skaidymas singuliariosiomis reikšmėmis (SVD metodas). SVD–priemonė signalams identifikuoti ir tirti (Vandewalle ir Moor, 1988).

1.3.2. Kvadratinės matricos skaidymas singuliariosiomis reikšmėmis

Tai atskiras stačiakampių matricų skaidymo SVD metodu atvejis. Kiekviena kvadratinė matrica $P \in C^{n\times n}$ gali būti išreikšta matricų sandauga (Kalman, 1996, Xu ir Qiao, 2008):

$$P = UDV^T; \tag{1.19}$$

čia $U \in C^{n\times n}$, $V \in C^{n\times n}$ – unitariosios matricos. Matricos U stulpeliai $\{u_1, u_2, ..., u_n\} \in U$ vadinami *kairiaisiais singuliariaisiais* matricos P vektoriais, o matricos V^T eilutės $\{v_1, v_2, ..., v_n\} \in V$ – atitinkamai *dešiniaisiais singuliariaisiais* vektoriais. Matrica $D = diag(\iota_1, \iota_2, ..., \iota_n) \in R^{n\times n}$ – diagonalioji matrica, kurios diagonalėje išsidėsčiusios reikšmės vadinamos singuliariosiomis matricos P reikšmėmis, turinčiomis savybę: $\iota_1 \ge \iota_2 \ge ... \ge \iota_n > 0$.

Matricos P skaidymas susiveda į matricų $PP^T = (UV)D^2(UV)^T$ ir $P^TP = (VU)D^2(VU)^T$ tikrinių reikšmių bei tikrinių vektorių suradimą. Matricos P^TP tikriniai vektoriai yra matricos V stulpeliai, o matricos PP^T tikriniai vektoriai– matricos U stulpeliai.

Pateikiamas SVD metodo taikymo pavyzdys. Tegul determinuotas signalas yra aprašomas (1.16) modeliu, kurio eilė $m = 3$. Modelio parametrai nurodyti (1.1 lentelėje).

1.1 lentelė. Eksperimentiniai signalo modelio (1.16) parametrai

k	υ_k	α_k	A_k	φ_k
1	0	–0,003	0,2	0
2	0,2	0,03	0,8	$\pi / 8$
3	0,3	0,04	1,2	$-\pi / 4$

Panaudojant 1.1 lentelėje pateiktas reikšmes ir diskretizacijos žingsnį $\Delta t = 0{,}1$ s apskaičiuojamos pirmos 9 signalo reikšmės: $\{$1,7876, 1,8814, 1,9286, 1,9267, 1,8748, 1,7738, 1,6260, 1,4351, 1,2065$\}$. Tada remiantis (1.18) išraiška sudaroma Hankelio matrica:

$$H_5 = \begin{bmatrix} 1{,}7876 & 1{,}8814 & 1{,}9286 & 1{,}9267 & 1{,}8748 \\ 1{,}8814 & 1{,}9286 & 1{,}9267 & 1{,}8748 & 1{,}7738 \\ 1{,}9286 & 1{,}9267 & 1{,}8748 & 1{,}7738 & 1{,}6260 \\ 1{,}9267 & 1{,}8748 & 1{,}7738 & 1{,}6260 & 1{,}4351 \\ 1{,}8748 & 1{,}7738 & 1{,}6260 & 1{,}4351 & 1{,}2065 \end{bmatrix}.$$

Pritaikius programos paketo *MatLab svd* funkciją, Hankelio matrica išskaidoma singuliariosiomis reikšmėmis:

$$U = \begin{bmatrix} -0{,}4698 & -0{,}6022 & 0{,}5528 & -0{,}3121 & -0{,}1169 \\ -0{,}4701 & -0{,}2959 & -0{,}2654 & 0{,}6320 & 0{,}4707 \\ -0{,}4583 & 0{,}0228 & -0{,}5264 & -0{,}0184 & -0{,}7156 \\ -0{,}4345 & 0{,}3437 & -0{,}2468 & -0{,}6286 & 0{,}4869 \\ -0{,}3994 & 0{,}6566 & 0{,}5348 & 0{,}3282 & -0{,}1252 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 8{,}9272 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}5047 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}0011 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}0000 \end{bmatrix},$$

$$V = \begin{bmatrix} -0{,}4698 & -0{,}6022 & 0{,}5528 & -0{,}3121 & -0{,}1169 \\ -0{,}4701 & -0{,}2959 & -0{,}2654 & 0{,}6320 & 0{,}4707 \\ -0{,}4583 & 0{,}0228 & -0{,}5264 & -0{,}0184 & -0{,}7156 \\ -0{,}4345 & 0{,}3437 & -0{,}2468 & -0{,}6286 & 0{,}4869 \\ -0{,}3994 & 0{,}6566 & 0{,}5348 & 0{,}3282 & -0{,}1252 \end{bmatrix}.$$

Įstačius gautas *U*, *D* ir *V* matricas į (1.19) išraišką, gaunama pateiktoji Hankelio matrica:

$$UDV^T = \begin{bmatrix} 1{,}7876 & 1{,}8814 & 1{,}9286 & 1{,}9267 & 1{,}8748 \\ 1{,}8814 & 1{,}9286 & 1{,}9267 & 1{,}8748 & 1{,}7738 \\ 1{,}9286 & 1{,}9267 & 1{,}8748 & 1{,}7738 & 1{,}6260 \\ 1{,}9267 & 1{,}8748 & 1{,}7738 & 1{,}6260 & 1{,}4351 \\ 1{,}8748 & 1{,}7738 & 1{,}6260 & 1{,}4351 & 1{,}2065 \end{bmatrix}.$$

Galima pastebėti, kad singuliariųjų reikšmių ι, nelygių nuliui, skaičius lygus 3. Taigi SVD metodu apskaičiuota modelio eilė $m = 3$ (Yin ir kt., 2011).

1.3.3. Klasikinis ir Prony aproksimacijos metodai

Tegul $\widehat{\rho}_k = \exp(\widehat{\lambda}_k)$, $\widehat{\rho}_k \in C$–skirtingos reikšmės, išsidėsčiusios vienetiniame apskritime: $D := \{\widehat{\rho} \in C : |\widehat{\rho}| \le 1\}$. Tada signalo modelio(1.17) išraiška:

$$f(t) = \sum_{k=1}^{\widehat{m}} \widehat{\mu}_k \exp\left(\widehat{\lambda}_k t\right) = \sum_{k=1}^{\widehat{m}} \widehat{\mu}_k \widehat{\rho}_k^t, \; t = 0,...,2N-1. \tag{1.20}$$

Modelio (1.20) koeficientų įverčius galima apskaičiuoti panaudojant Prony algoritmus (Potts ir Tache, 2010, Potts ir Tache, 2013(a)).

1.3.3.1. Klasikinis Prony metodas

Tarkime, kad turime seką $y_j, j = 0,1,...,2N$; čia $K, N \in \mathrm{N}$, $3 \le K \le N$, K– komponenčių skaičiaus viršutinė riba ir $0 < \varepsilon_0 \le 1$–iš anksto nustatytas skaičiavimo tikslumas (Potts ir Tache, 2010).

Pirmiausiai sudaroma Hankelio matrica: $H_K = \left(y_{o+g}\right)_{o,\, g=0}^{2N-K,K}$. Tada $H_{\breve{m}}$ SVD metodu išskaidoma singuliariosiomis reikšmėmis ir apskaičiuojamas dešinysis singuliarusis vektorius $\mathbf{u} = \left(u_l\right)_{l=0}^{K}$.

Toliau sudaromas polinomas $\sum_{l=0}^{K} u_l \widehat{\rho}^l$ ir apskaičiuojamos tikrinės reikšmės $\breve{\rho}_k, k = 1,...,K$. Atrenkamos tos tikrinės reikšmės $\widehat{\rho}_k, k = 1,...,\tilde{m}$, su kuriomis $\lambda_k \in [0,\pi)$ ir kurios išsidėsčiusios ant vienetinio apskritimo. Galima pastebėti, kad $K \ge \tilde{m}$.

Kitame metodo etape apskaičiuojami koeficientai $\widehat{\mu}_k \in C, k = 1,...,\tilde{m}$–tiesinės Vandermondo tipo lygčių sistemos (1.21) sprendiniai:

$$\sum_{k=1}^{\tilde{m}} \widehat{\mu}_k \widehat{\rho}_k^t = y_j, \; j = 0,...,2N. \tag{1.21}$$

Tada atrenkamos tos gautų įverčių poros $(\widehat{\rho}_k, \widehat{\mu}_k), k = 1,...,\widehat{m}$ su kuriomis $|\widehat{\mu}_k| > \varepsilon_0$. Taigi šitaip apskaičiuojami signalą identifikuojančio modelio (1.20) koeficientai $(\widehat{\rho}_k, \widehat{\mu}_k), k = 1,...,\widehat{m}$.

Klasikinio Prony metodo pagrindu kuriami nauji „Prony tipo“ signalų identifikavimo metodai (Potts ir Tache, 2011, 2013(a),(b)). Kitame skyrelyje pateikiamas vienas populiariausių–Prony aproksimacijos metodas (APM) (Potts ir Tache, 2010).

1.3.3.2. Prony aproksimacijos metodas

Tarkime, jog turime seką $y_j, j = 0,1,...,2N$; čia $K, N \in \mathrm{N}$, $3 \le K \le N$, K – komponenčių skaičiaus viršutinė riba ir $\varepsilon_0, \varepsilon_1 > 0$ –iš anksto nustatyti skaičiavimo tikslumai.

Prony aproksimacijos metodo (Potts ir Tache, 2013(a)) pradžioje panaudojant sekos $y_j, j = 0,1,...,2N$ reikšmes sudaroma Hankelio matrica $H_{\bar{m}} = \left(y_{o+g}\right)_{o,g=0}^{2N-K,K}$ ir išskaidoma singuliariosiomis reikšmėmis. Tada apskaičiuojamas dešinysis singuliarusis vektorius $\mathbf{u} = \left(u_l\right)_{l=0}^{K}$ ir panaudojant sudarytą polinomą $\sum_{l=0}^{K} u_l \widehat{\rho}^l$ apskaičiuojamos tikrinės reikšmės $\widehat{\rho}_k, k = 1,...,K.$ Atrenkamos tos, kurios yra išsidėsčiusios ant vienetinio apskritimo bei tenkina sąlygą: $\left\| \widehat{\rho}_k \right| - 1 \right| \le \varepsilon_0,\ k = 1,...,\bar{m}.$ Galima pastebėti, kad $K \ge \bar{m}.$

Toliau apskaičiuojamos $\bar{e}_k = \widehat{\rho}_k / \left|\widehat{\rho}\right|,\ k = 1,...,\bar{m}$ reikšmės ir koeficientai $\bar{\mu}_k \in C,\ k = 1,...,\bar{m}$, kurie yra tiesinės Vandermondo tipo lygčių sistemos (1.22) sprendiniai.

$$\sum_{k=1}^{\bar{m}} \bar{\mu}_k \bar{e}_k^j = y_j,\ j = 0,...,2N\ . \tag{1.22}$$

Tada pašalinamos tos $\bar{e}_l,\ l = 1,...,\bar{m}$ reikšmės, su kuriomis $\left|\bar{\mu}_k\right| \le \varepsilon_0.$ Tokiu būdu sudaroma nauja seka $\widehat{e}_k, k = 1,...,\widehat{m}$, kai $\widehat{m} \le \bar{m}$ ir apskaičiuojami tiesinės Vandermondo tipo lygčių sistemos (1.23) sprendiniai–koeficientai $\widehat{\mu}_k \in C, k = 1,...,\widehat{m}$.

$$\sum_{k=1}^{\widehat{m}} \widehat{\mu}_k \widehat{e}_k^j = y_j,\ j = 0,...,2N\ . \tag{1.23}$$

Kada apskaičiuotos tikrinės reikšmės ρ_k yra kartotinės, t.y. n_k kartotinumo, tada koeficientų $\mu_{k,r} \in C\ \left(k = 1,...,\dot{m}, r = 0,...,\widehat{n}_k\right)$ įvertinimui (vietoje (1.22) ir (1.23)) sudaroma tiesinė lygčių sistema:

$$\sum_{k=1}^{m} \left(\sum_{r=0}^{n_k} \mu_{k,r} j^r \right) e_k^j = y_j,\ j = 0,...,2N. \tag{1.24}$$

Potts ir Tache (2010) pritaikė APM metodą modelio (1.16–1.17) koeficientų identifikavimui. Eksperimentinių tyrimų metu buvo fiksuota modelio eilė m ir panaudoti nefiltruoti, periodiniai bei neperiodiniai skirtingo SNR (24–28) lygio „užtriukšminti“ duomenys. Gauti rezultatai parodė, kad APM metodas yra pakankamai stabilus sugeneruotų triukšmų atžvilgiu.

1.4. Tiesinė rekurentinė seka ir jos savybės

1995 m. Kurakin, Kuzmin, Mikhalev ir Nechavev įvedė tiesinės rekurentinės sekos (angl. *linear recurring sequence*) (toliau–TRS) sąvoką. TRS yra plačiai taikomos kodavimo, kriptografijos ir kitose srityse.

Skyriuje pateikiama TRS minimalios eilės sąvoka bei savybės (Navickas ir Bikulčienė, 2006) ir sąvokos apibendrinimas laiko eilutėms, kuriomis aprašomi realaus pasaulio determinuotieji signalai, pavyzdžiui, elektrokardiografiniai, seisminiai, ultragarso.

1.4.1. Operacijos su sekomis

Darbe naudojamos įprastos operacijos su sekomis (Kurakin ir kt., 1995).

Tegul žinoma seka $Y := (y_0, y_1, y_2, ...) = (y_j; j \in Z_0)$. Laikoma, kad sekos nariai yra realieji (kompleksiniai) skaičiai $y_j \in C, j \in Z_0$. Sekos Y pirmasis elementas žymimas y_0, antrasis– y_1 ir t.t., pavyzdžiui, sekos $Y = (-2, -1, 0, 1, 2, ...)$ elementai: $y_0 = -2,\ y_1 = -1, ...$.

Dvi sekos $Y_1 := (y_j; j \in Z_0)$ ir $Y_2 := (q_j; j \in Z_0)$ laikomos lygiomis tada ir tik tada, kai $y_j = q_j, j \in Z_0$.

Toliau pateikiamos galimos operacijos su sekomis:

$¢ \cdot Y := ¢ \cdot (y_j; j \in Z_0) := (¢ \cdot y_j; j \in Z_0) -$ daugybos iš skaliaro $(¢)$ operacija;

$Y_1 + Y_2 := (y_j; j \in Z_0) + (q_j; j \in Z_0) = (y_j + q_j; j \in Z_0) -$ dviejų sekų sudėties operacija;

$Y_1 \cdot Y_2 := (y_j; j \in Z_0) \cdot (q_j; j \in Z_0) = (y_j \cdot q_j; j \in Z_0) -$ dviejų sekų daugybos (panariui) operacija;

Tegul y_j priklauso nuo parametrų $\varpi_1, \varpi_2, ..., \varpi_u$, t.y. $y_j = y_j(\varpi_1, \varpi_2, ..., \varpi_u)$, tada $Y = Y(\varpi_1, \varpi_2, ..., \varpi_u)$ ir

$$\lim_{\varpi_1, \varpi_2, ..., \varpi_u \to \varpi_0} Y(\varpi_1, \varpi_2, ..., \varpi_u) := \left(\lim_{\varpi_1, \varpi_2, ..., \varpi_u \to \varpi_0} y_j(\varpi_1, \varpi_2, ..., \varpi_u);\ j \in Z_0 \right) = Y(\varpi_0),$$ jeigu nurodomieji ribiniai perėjimai yra galimi.

Toliau pateikiami operacijas su sekomis iliustruojantys pavyzdžiai. Tegul žinomos sekos Y_1 ir Y_2. Tada tiesinis darinys:

$$Y_1^2 - 3Y_2 := (y_j; j \in Z_0)^2 - 3(q_j; j \in Z_0) = (y_j^2 - 3q_j; j \in Z_0)$$

be to, $5Y_1 \cdot Y_2 := 5(y_j; j \in Z_0) \cdot (q_j; j \in Z_0) = (5y_j \cdot q_j; j \in Z_0)$.

Tegul $y_j(\varpi_1, \varpi_2) = \dfrac{\varpi_1^j}{\varpi_1 - \varpi_2} + \dfrac{\varpi_2^j}{\varpi_2 - \varpi_1}$, $j \in Z_0$, be to, $\varpi_1, \varpi_2 \neq 0$, $\varpi_1 \neq \varpi_2$. Tada yra galimas toks ribinis perėjimas:

$$\lim_{\varpi_1,\varpi_2\to\varpi_0}\left(\frac{\varpi_1^j}{\varpi_1-\varpi_2}+\frac{\varpi_2^j}{\varpi_2-\varpi_1};j\in Z_0\right)=$$
$$=\left(\lim_{\varpi_1,\varpi_2\to\varpi_0}\left(\frac{\varpi_1^j}{\varpi_1-\varpi_2}+\frac{\varpi_2^j}{\varpi_2-\varpi_1}\right);j\in Z_0\right)=\left(j\varpi_0^{j-1};j\in Z_0\right),\text{kai}\,\varpi_0\neq 0.$$

Tegul žinoma seka Y. Tada galima sudaryti naują seką G, priklausančią nuo fiksuoto pradinio taško $p\in Z_0$ ir žingsnio $h\in Z$:

$G(Y,p,h):=(y_p,y_{p+h},y_{p+2h},...)=(y_{p+jh};j\in Z_0)$.

Seka $g_j=y_{p+jh},j\in Z_0$ vadinama *daline seka.*

Pavyzdžiui, atliekant sekų susiaurinimo operacijas galima naudoti tokias dalines sekas:

$G(Y,p,1):=(y_p,y_{p+1},y_{p+2},...)=(y_{p+j};j\in Z_0)$,

$G(Y,0,h):=(y_0,y_h,y_{2h},...)=(y_{jh};j\in Z_0)$.

1.4.2. TRS minimalios eilės koncepcija

Šiame skyrelyje pateikiama TRS sąvoka (Kurakin ir kt., 1995) bei jos savybės (Navickas ir Bikulčienė, 2006).

Tegul žinoma seka $(y_j;j=0,1,2,...)$. Tada galima sudaryti Hankelio matricų (1.18) seką $(\mathbf{H}_v;\,v=1,2,...)$, kai

$$\mathbf{H}_v:=(y_{i+j-2})_{1\le i,j\le v}=\begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_{v-1}\\ y_1 & y_2 & \cdots & y_v\\ & & \cdots & \\ y_{v-1} & y_v & \cdots & y_{2v-2}\end{bmatrix};\ v=1,2,....$$

Tegul $d_0:=1$, o $d_v:=\det\mathbf{H}_v$, $v=1,2,...$. Tada galima apskaičiuoti determinantų seką:

$$(1,d_1,d_2,...).\tag{1.25}$$

1.1 apibrėžimas. Sekos $(y_j,j=0,1,2,...)$ minimali eilė (angl. *the minimal order of the recurrent sequence*) yra lygi $m=0,1,2,...,\ m<+\infty$ ir žymima:

$$rank(y_j;j=0,1,2,...)=m,\tag{1.26}$$

jeigu determinantų seka (1.25) turi tokį pavidalą:

$$\left(d_v;v\in Z_0\right)=\left(1,d_1,d_2,...,d_m,0,0,...\right),\tag{1.27}$$

t.y. $d_m\neq 0$, bet $d_{m+c}=d_{m+c}=...=0,\ m,c=1,2,...$.

Tuo atveju, kai $d_1=d_2=...=0$, laikoma, kad $rank(y_j;j=0,1,2,...)=0$.

1.1 pastaba. Seka $(y_j;j=0,1,2,...)$, turinti minimalią eilę, vadinama *tiesine rekurentine seka* (Kurakin ir kt., 1995). Kai kuriuose literatūros šaltiniuose TRS minimali eilė vadinama sekos rangu (angl. *the rank of a sequence*) (Navickas ir Bikulčienė, 2006).

1.2 pastaba. Tuo atveju, kai (1.27) sąryšis neegzistuoja, tai tiriama seka minimalios eilės neturi ir naudojamas toks žymėjimas:

$$rank(y_j; j = 0,1,2,...) = +\infty. \tag{1.28}$$

Toliau pateikiami TRS minimalios eilės sąvoką iliustruojantys pavyzdžiai.

1.1 pavyzdys. Sekos $Y := (y_0, y_1, ..., y_m, 0,0,0,...)$ minimali eilė $rankY = m+1$, kai $y_m \neq 0$, o $y_{m+1} = y_{m+2} = ... = 0$, $m = 1,2,3,...$ ir t.t.

1.2 pavyzdys. Sekos $(y_j; j = 0,1,2,...)$, kai $y_0 = 1$, $y_1 = 2$, $y_j = j^2$, $j = 2,3,...$ $rank(y_j; j \in Z_0) = 5$, kadangi jos Hankelio matricų determinantų seka turi tokį pavidalą: $\left(d_n, n \in Z_0\right) = \left(1,1,0,-1,\ 89,8,\ 0,0,0,...\right)$.

Toliau nagrinėjamos sekos, turinčios baigtinę minimalią eilę. Tokių sekų elementus galima išreikšti algebriniais sąryšiais (Kurakin ir kt., 1995, Navickas ir Bikulčienė, 2006).

1.1 teorema. Tegul seka $(y_j; j \in Z_0)$ yra TRS ir jos minimali eilė lygi *m*. Tada teisingas tiesinis rekurentinis sąryšis (Navickas ir Bikulčienė, 2006):

$$B_0 y_j + B_1 y_{j+1} + ... + B_{m-1} y_{j+m-1} = y_{j+m}, \ j \in Z_0;$$

čia $B_0, B_1, ..., B_{m-1} \in C$ –nepriklausomos nuo *j* konstantos.

1.3 pavyzdys. Tegul $y_j := j^2, j \in Z_0$. Tada $B_0 = 1$, $B_1 = -3$ ir $B_2 = 3$, kadangi

$$j^2 - 3(j+1)^2 + 3(j+2)^2 = (j+3)^2.$$

Tegul TRS $rank(y_j, j = 0,1,2,...) = m$, kai $m = 1,2,3,...$, t.y. jos $d_m \neq 0$, $d_{m+c} = 0$, $c = 1,2,...$. Tada galima sudaryti (Kurakin ir kt., 1995, Kurakin, 2001, Navickas, Bikulčienė, 2006) charakteringąjį Hankelio determinantą:

$$\hat{d}_m := \det \hat{\mathbf{H}}_m = \begin{vmatrix} y_0 & y_1 & ... & y_m \\ y_1 & y_2 & ... & y_{m+1} \\ & & ... & \\ y_{m-1} & y_m & ... & y_{2m-1} \\ 1 & \rho & ... & \rho^m \end{vmatrix} = 0, \tag{1.29}$$

t.y. charakteringąjį polinomą:

$$\Phi_m \rho^m + \Phi_{m-1} \rho^{m-1} + ... + \Phi_1 \rho + \Phi_0 = 0. \tag{1.30}$$

Galima pastebėti, kad $\Phi_m \neq 0$, kadangi $\Phi_m = d_m$.

1.3 pastaba. Nulinės eilės sekai (0,0,0,...) negalima sudaryti charakteringojo (1.30) polinomo.

1.2 apibrėžimas. Charakteringojo polinomo (1.30) šaknys $\rho_1, \rho_2, ..., \rho_m$ vadinamos TRS *tikrinėmis reikšmėmis*.

Toliau pateikiama pagrindinė Navicko ir Bikulčienės (2006) suformuluota teorema. Teoremoje naudojami Riordan (1964) įvesti apibrėžimai:

$$\binom{j}{r} = \begin{cases} \dfrac{j!}{r!(j-r)!}, & 0 \le r \le j, \\ 0, & j < r. \end{cases} \tag{1.31}$$

$$0^1 := 0^2 := ... := 0; \text{ ir, be to, } 0^0 := 1.$$

1.2 teorema. Tegul žinomos TRS $(y_j; j = 0,1,2,...)$ tikrinės reikšmės ρ_k yra n_k $(k = 1,2,...,s,\ n_k \in N)$ kartotinumo, be to, $\rho_k \neq 0,$ kai $k = 1,2,...,s,$ t.y. jos minimali eilė:

$$rank(y_j, j = 0,1,2,...) = n_1 + ... + n_s = m, \tag{1.32}$$

tada

$$y_j = \sum_{k=1}^{s} \sum_{r=0}^{n_k - 1} \mu_{kr} \binom{j}{r} \rho_k^{j-r},\ \ j = 0,1,2,... \ ; \tag{1.33}$$

čia $\mu_{kn_k-1} \neq 0,\ \ k = 1,2,...,s.$

Bendru atveju (1.33) sąryšyje viena iš TRS tikrinių reikšmių gali būti lygi 0, pavyzdžiui, $\rho_0 = 0$ yra n_0 kartotinumo. Toliau pateikiamas 1.2 teoremos praplėtimas.

1.3 teorema. Tegul žinomos TRS $(y_j; j = 0,1,2,...)$ tikrinės reikšmės $\rho_0 = 0$ yra n_0 kartotinumo, o ρ_k ($\rho_k \neq 0$) yra n_k kartotinumo, $k = 1,2,...,s,\ n_0, n_k \in N$, t.y. jos minimali eilė:

$$rank(y_j, j = 0,1,2,...) = n_0 + n_1 + ... + n_s = m.$$

Tada (1.33) gali būti užrašyta išraiška:

$$y_j = \sum_{r=0}^{n_0 - 1} \mu_{0r} \binom{j}{r} 0^{j-r} + \sum_{k=1}^{s} \sum_{r=0}^{n_k - 1} \mu_{kr} \binom{j}{r} \rho_k^{j-r}; \tag{1.34}$$

čia $\mu_{0n_0-1}, \mu_{kn_k-1} \neq 0,\ \ k = 1,2,...,s.$

Yra teisinga atvirkštinė teorema.

1.4 teorema. Jeigu sekos $(y_j, j = 0,1,2,...)$ elementas y_j gali būti užrašytas (1.33) išraiška, tai jos $rank(y_j, j = 0,1,2,...) = m.$

Kai tikrinės reikšmės ρ_k yra žinomos, koeficientai $\mu_{kr}(\mu_r)$ gali būti apskaičiuoti sprendžiant tiesinę lygčių sistemą:

$$\sum_{k=1}^{s} \sum_{r=0}^{n_k - 1} \binom{j}{r} \rho_k^{j-r} \mu_{kr} = y_j,\ j = 0,1,...,m-1, \tag{1.35}$$

arba

$$\sum_{r=0}^{n_0-1}\binom{j}{r}0^{j-r}\mu_{0r}+\sum_{k=1}^{s}\sum_{r=0}^{n_k-1}\binom{j}{r}\rho_k^{j-r}\mu_{kr}=y_j,\ \ j=0,1,...,m-1. \tag{1.36}$$

Lygčių sistemos (1.35–1.36) turi vienintelį sprendinį (Navickas ir Bikulčienė, 2006). Teoremų 1.1–1.3 įrodymai yra pateikti Kurakin ir kt. (1995), o teoremos 1.4– Navicko ir Bikulčienės (2006) straipsnyje.

Remiantis pateiktais 1.31–1.34 sąryšiais ir 1.1–1.4 teoremomis pateikiamos išvados ir pastabos.

1.1 išvada. Teisingos išraiškos:

$$rank\left(\sum_{r=0}^{n_0-1}\mu_{0r}\binom{j}{r}0^{j-r},\ j=0,1,2,...\right)=n_0,$$

$$rank\left(\sum_{k=1}^{s}\sum_{r=0}^{n_k-1}\mu_{kr}\binom{j}{r}\rho_k^{j-r},\ j=0,1,2,...\right)=n_k.$$

1.4 pastaba. Išraiška (1.33) gali būti perrašyta:

$$\begin{aligned}&\sum_{k=1}^{s}\sum_{r=0}^{n_k-1}\mu_{kr}\binom{j}{r}\rho_k^{j-r}=\sum_{k=1}^{s}\left(\sum_{r=0}^{n_k-1}\mu_{kr}\binom{j}{r}\right)\rho_k^{j-r}=\\&\sum_{k=1}^{s}\sum_{r=0}^{n_k-1}\frac{\mu_{kr}}{\rho_k^r}\frac{j!}{k!(j-k)!}\rho_k^j=\sum_{k=1}^{s}\left(\sum_{r=0}^{n_k-1}\widehat{\mu}_{kr}j^r\right)\rho_k^j,\ j=0,1,2,...\ ;\end{aligned} \tag{1.37}$$

čia $\rho_1,\rho_2,...,\rho_s\neq 0$; $\mu_{kn_k-1}\neq 0$, be to, $\widehat{\mu}_{kr}$ nepriklauso nuo *j*.

Pavyzdžiui,

$$\begin{aligned}&\sum_{r=0}^{2}\mu_{kr}\binom{j}{r}\rho_k^{j-r}=\mu_{k0}\binom{j}{0}\rho_k^j+\mu_{k1}\binom{j}{1}\rho_k^{j-1}+\mu_{k2}\binom{j}{2}\rho_k^{j-2}=\\&=\mu_{k0}\rho_k^j+\frac{\mu_{k1}}{\rho_k}j\rho_k^j+\left(\frac{\mu_{k2}}{2\rho_k^2}j^2-\frac{\mu_{k2}}{2\rho_k^2}j\right)\rho_k^{j-2}=\left(\sum_{r=0}^{2}\widehat{\mu}_{kr}j^r\right)\rho_k^j;\end{aligned}$$

čia $\widehat{\mu}_{k0}=\mu_{k0},\ \widehat{\mu}_{k1}=\frac{\mu_{k1}}{\rho_k}-\frac{\mu_{k2}}{2\rho_k^2},\ \widehat{\mu}_{k2}=\frac{\mu_{k2}}{2\rho_k^2}$.

1.5 pastaba. Jeigu charakteringojo polinomo (1.30) tikrinės reikšmės yra skirtingos, tada (1.33) sąryšį galima parašyti paprastesne forma:

$$y_j=\sum_{k=1}^{m}\mu_k\rho_k^j\ . \tag{1.38}$$

1.6 pastaba. Tegul $rank(y_j, j\in Z_0)=m$ ir yra žinomi pirmieji sekos *2m* nariai. Tada panaudojus (1.30), (1.35–1.36) ir (1.33–1.34) išraiškas galima apskaičiuoti visus kitus sekos narius.

Toliau pateikiami teoremas iliustruojantys pavyzdžiai. Pradedama atveju, kai TRS tikrinės reikšmės yra skirtingos.

1.4 pavyzdys. Tegul žinoma Fibonačio seka $y_j = (1,3,4,7,11,18,29,...)$, apibrėžiama išraiška: $y_{j+1} = y_j + y_{j-1}, j = 1,2,...,$ kai $y_0 = 1, y_1 = 3.$ Tada Hankelio matricų determinantų seka:

$$d_1 = |1| = 1 \neq 0,\ d_2 = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -5 \neq 0,\ d_3 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 7 \\ 4 & 7 & 11 \end{vmatrix} = 0,$$

$$d_4 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 & 7 \\ 3 & 4 & 7 & 11 \\ 4 & 7 & 11 & 18 \\ 7 & 11 & 18 & 29 \end{vmatrix} = 0, ...$$

Pateiktos sekos $rank(y_j; j \in Z_0) = 2,$ kadangi determinantų seka $(1,1,-5,0$ $0,...).$ Tada sudaromas determinantas (1.29):

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 7 \\ 1 & \rho & \rho^2 \end{vmatrix} = 0$$

ir charakteringasis polinomas: $-5\rho^2 + 5\rho + 5 = 0.$ Apskaičiuotos polinomo šaknys: $\hat{\rho}_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2}.$ Kadangi gautos tikrinės reikšmės skirtingos ir nelygios nuliui, tai pritaikius (1.35) arba (1.38) sąryšį sudaroma tiesinė lygčių sistema:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

Apskaičiuoti sprendiniai: $\hat{\mu}_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$. Tada pateiktos sekos TRS išraiška:

$$\hat{y}_j = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^{j+1} + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^{j+1}, \quad j \in Z_0 .$$

Gautos TRS išraiškos patikrinimui apskaičiuojami keletas pirmųjų sekos elementų:

$$\hat{y}_0 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right) + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right) = 1,\ \hat{y}_1 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^2 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^2 = 3,$$

$$\hat{y}_2 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^3 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^3 = 4,\ \hat{y}_3 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^4 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^4 = 7,$$

$$\hat{y}_4 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^5 + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^5 = 11 \text{ ir t.t.}$$

Toliau pateikiamas sekos TRS išraiškos sudarymo atvejis, kai tikrinės reikšmės yra kartotinės.

1.5 pavyzdys. Tegul žinoma seka $y_j = (0,1,4,9,16,...)$, gauta iš išraiškos: $y_j = j^2,\ j \in Z_0$. Sekos $rank(y_j; j \in Z_0) = 3$, kadangi Hankelio determinantų seka: $(1,0,-1,-8,0,0,0,...)$. Tada charakteringojo polinomo $-\rho^3 + 3\rho^2 - 3\rho + 1 = 0$ šaknys: $\hat{\rho}_{1,2,3} = 1$. Kadangi gautos tikrinės reikšmės yra kartotinės ir nelygios nuliui, tai sudaroma tiesinė lygčių sistema panaudojant (1.35):

$$\mu_{10}\binom{j}{0}1^j + \mu_{11}\binom{j}{1}1^{j-1} + \mu_{12}\binom{j}{2}1^{j-2} = y_j,\ j = 0,1,2$$

arba (1.36) išraišką:

$$\left(\mu_{10} + \mu_{11}j + \mu_{12}j^2\right)\cdot 1^j = y_j,\ j = 0,1,2.$$

Apskaičiuoti sprendiniai: $\hat{\mu}_{10} = 0, \hat{\mu}_{11} = 0, \hat{\mu}_{12} = 1$. Gauta sekos y_j TRS išraiška:

$$\hat{y}_j = j^2,\ j \in Z_0.$$

Kitame pavyzdyje pateikiamas atvejis, kai TRS tikrinės reikšmės yra kartotinės ir keletas jų lygios nuliui.

1.6 pavyzdys. Tegul žinoma seka $(y_j, j = 0,1,2,...)$, kai $y_0 = 1,\ y_1 = 2,$ $y_j = j^2,\ j = 2,3,...$. Tada jos Hankelio matricų determinantų seka turi tokį pavidalą: $\left(d_v; v \in N\right) = \left(1,1,0,-1,\ 89,8,\ 0,0,0,...\right)$. Vadinasi, $rank(y_j; j \in Z_0) = 5$.

Sudaryto charakteringojo polinomo $8\rho^5 - 24\rho^4 + 24\rho^3 - 8\rho^2 = 0$ šaknys: $\hat{\rho}_1 = \hat{\rho}_2 = 0,\ \hat{\rho}_3 = \hat{\rho}_4 = \hat{\rho}_5 = 1$.

Tada panaudojus (1.36) išraišką sudaroma tiesinių lygčių sistema:

$$\mu_{00}\binom{j}{0}0^j + \mu_{01}\binom{j}{1}0^{j-1} + \mu_{10}\binom{j}{0}1^j + \mu_{11}\binom{j}{1}1^{j-1} + \mu_{12}\binom{j}{2}1^{j-2} = y_j;$$

čia $j = 0,1,2,3,4$. Gauti sprendiniai $\hat{\mu}_{00} = 1,\ \hat{\mu}_{01} = 1,\ \hat{\mu}_{10} = 0,\ \hat{\mu}_{11} = 1,\ \hat{\mu}_{12} = 2$ ir pateiktos sekos TRS išraiška:

$$\hat{y}_j = \binom{j}{0}0^j + \binom{j}{1}0^{j-1} + \binom{j}{1}1^{j-1} + 2\binom{j}{2}1^{j-2},\ j = 0,1,2,... .$$

1.5. Elektrokardiografiniai signalai ir jų analizės metodai

Darbe pateikiamas disertantės sukurtas naujas elektrokardiografinių (EKG) signalų kompleksiškumo analizės metodas ir programos sistemos prototipas analizei atlikti. Šiame skyriuje pateikiama EKG signalo bei jo kompleksiškumo sąvoka ir kitų autorių taikomų analizės metodų apžvalga.

1.5.1. Kompleksinės sistemos sąvoka

Kompleksinių sistemų teorija–tai naujas požiūris į mokslą, kuris nagrinėja, kaip sistemos atskirų dalių ryšiai veikia visos sistemos elgesį, t.y. kaip sistema sąveikauja su aplinka ir kaip ji ją veikia. Kompleksinė sistema susijusi su aplinka dinaminiais grįžtamaisiais ryšiais (Yam, 2002, Ladyman, Lambert ir Wiesner, 2013). Kompleksinių sistemų pavyzdžiai: techninės sistemos (elektros tiekimo tinklas, internetas, lėktuvas, lazeriai), ekosistemos (žemės sistema, atmosfera), biologinės (širdis, smegenys ir pan.).

Vieningo kompleksinės sistemos apibrėžimo šiuolaikiniame moksle vis dar nėra. Disertacijoje laikomasi prielaidos, kad kompleksinė sistema–tai sistema, susidedanti iš didelio skaičiaus sudedamųjų dalių, kurios sąveikauja tarpusavyje netiesiškai, o tarp atskirų dalių egzistuoja hierarchija (Erdi 2008, San Miguel, 2012). Šias sąveikas dažnai sudėtinga matematiškai aprašyti ar prognozuoti.

Kompleksinių sistemų teorijoje dažnai sprendžiamas rekonstravimo uždavinys, t.y. panaudojant realius sistemos duomenis–signalus rekonstruojamas sistemos modelis. Kompleksinių sistemų analizei dažniausiai taikomi signalų parametrų analizės, modelių konstravimo ir įvertinimo, signalų kompleksiškumo įverčių skaičiavimo bei signalų tarpusavio ryšių tyrimo metodai (San Miguel, 2012).

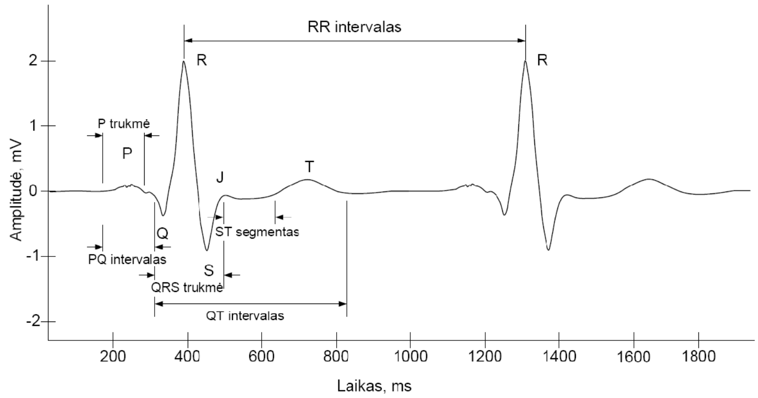
Skiriami du pagrindiniai kompleksinių sistemų tipai: chaotinės sistemos ir kompleksinės adaptyviosios sistemos (KAS). Chaotinės sistemos apibrėžiamos kaip topologiškai sujungtos ir jautrios pradinėms sąlygoms sistemos (Rickles, Hawe ir Shiell, 2007). Kompleksinės adaptyviosios sistemos (KAS) susideda iš daugelio tarpusavyje susijusių elementų (apimant ir chaotines sistemas kaip elementus), kurie sugeba keistis ir prisitaikyti, t.y. mokytis iš tam tikros patirties. Širdies ir kraujagyslių sistema–KAS analizės objektas (Vainoras ir Bikulčienė, 2013), o elektrokardiografija–būdas registruoti šios sistemos signalus, jų kilmę, susidarymą, registraciją, būdinguosius taškus, reikalingus signalų sisteminei analizei.

Disertacijoje nagrinėjami elektrokardiografiniai (EKG) signalai bei jų analizės metodai. Tolesniuose skyreliuose pateikiamos EKG signalo savybės bei kitų autorių taikomų matematinių analizės metodų apžvalga.

1.5.2. EKG parametrai ir jų kompleksinės analizės metodai

Elektrokardiografija–elektrofiziologijos metodas, kai specialiu prietaisu–elektrokardiografu užrašoma širdies ląstelių sukurto suminio elektros lauko potencialo kitimo kreivė, pagal kurios ypatumus sprendžiama apie širdies veiklą (Gacek ir Pedrycz, 2012). Elektrokardiograma (EKG) fiksuoja širdies bioelektrinius potencialus ir kartu su klinikiniais duomenimis leidžia diagnozuoti širdies veiklos pokyčius, stebėti patologinio proceso eigą, prognozuoti jo baigtis. Todėl ji yra vienas pagrindinių ir dažniausiai taikomų medicininių tyrimo metodų (Gacek ir Pedrycz, 2012). Elektrokardiograma–tai bioelektrinis signalas, gautas užregistravus širdyje vykstančius ir/arba tam tikro dirbtinio išorinio poveikio sukeltus elektrinius reiškinius.

Reikia pažymėti, kad EKG tiesiogiai neregistruoja širdies mechaninių reiškinių (susitraukimo ir atsipalaidavimo). Todėl širdis kaip KAS pasitelkus EKG signalus analizuojama netiesioginiu būdu, registruojant tik elektrinius signalus, kuriais pasireiškia sudėtinga adaptyvi širdies veikla. EKG danteliai ir segmentai yra elektrinio sužadinimo plitimo širdyje atspindys (1.4 pav.).



1.4 pav. EKG signalas ir jo segmentai

Klinikinėje elektrokardiografijoje dažniausiai registruojama klasikinių 12 derivacijų (Vainoras, 1996, Finlaya ir kt., 2007), kuriose atsispindi pagrindiniai EKG pokyčiai. EKG būdingųjų taškų (parametrų) analizei dažniausiai naudojami duomenys, gauti II derivacijoje, tačiau tikslingiausia naudoti tos derivacijos duomenis, kurioje nagrinėjami parametrai ryškiausi (Gacek ir Pedrycz, 2012).

Šiuolaikiniais elektrokardiografais ir prie jų prijungtomis ryšio priemonėmis EKG pacientui galima registruoti keliais būdais:

1) ramybės EKG, kai pacientas ramiai guli;

2) krūvio EKG – pacientas atlieka nustatytą fizinį krūvį;

3) 24 valandų EKG – visą parą pacientui užsiimant įprasta dienos veikla, registruojama daug širdies ciklų EKG.

Disertacijoje nagrinėjami trys pagrindiniai elektrokardiografiniai parametrai (matuojami ms), registruojami ramybės ir krūvio metu (1.4 pav.):

1) RR–intervalas tarp dviejų gretimų R dantelių. Tai yra laiko tarpas tarp dviejų širdies susitraukimų. RR intervalu gali būti apibūdinta viso organizmo būsena.

2) DJT intervalo trukmė –intervalas nuo elektrokardiogramos jungties taško J iki T bangos pabaigos. DJT intervalo pokyčiams įtakos turi reguliacinė nervų sistema.

3) QRS komplekso arba sužadinimo išplitimo širdyje trukmė apibūdina širdies vidinę reguliacinę sistemą.

1.5.3. Kompleksinės sistemos ir širdies sąryšis

XVI a. viduryje Vezalijus pastebėjo, jog žmogaus organizme egzistuoja kelios sistemos, pasižyminčios išskirtinėmis savybėmis. Tai sistemos, kurios savo struktūromis apima visą žmogaus organizmą: griaučių–raumenų sistema (V), širdies ir kraujagyslių sistema (aprūpinančioji sistema (A)) ir reguliacinė sistema (R). Šios trys sistemos vadinamos holistinėmis (Vainoras, 1996, Slapšinskaitė, Vainoras ir Bikulčienė, 2013). Ketvirtoji – kvėpavimo sistema (Kv), ji absorbuoja deguonį bei išskiria anglies dvideginį.

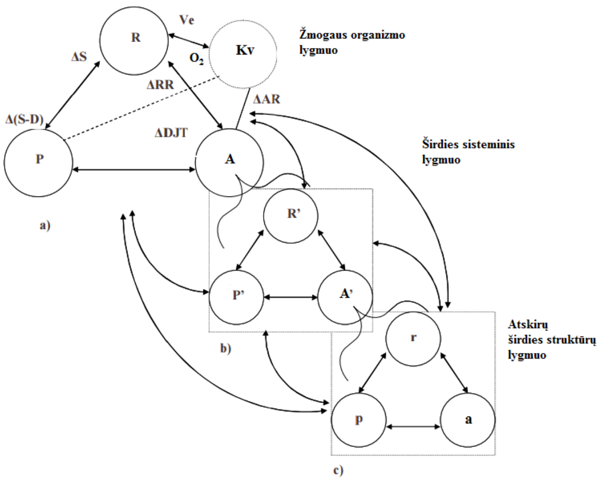
Darbe nagrinėjamas trijų holistinių sistemų modelis, nes kvėpavimo ir širdies bei kraujagyslių sistemas galima sujungti į vieną aprūpinančiąją (A) sistemą. Visi organizmo adaptaciniai pokyčiai vyksta šių sistemų dėka. Jų veikimą drauge, jų kompleksinę sandarą galime pavaizduoti jungdami minėtas holistines sistemas į trikampį – galime sudaryti vadinamąjį integralinį žmogaus sveikatos vertinimo modelį (1.5 pav., a) dalis) (Bikulčienė, Venskaitytė ir Jarusevičius, 2014). Santykius tarp šio modelio elementų, jų funkcijų galima nusakyti daugeliu parametrų. Modelyje nurodyti elementų funkciją atspindintys dydžiai: S – sistolinis arterinio kraujo spaudimas, D – diastolinis arterinio kraujo spaudimas, Ve – įkvėpto oro tūris per minutę, O_2 – suvartoto deguonies tūris per minutę, AR – elektrokardiogramos R dantelio amplitudė (1.5 pav. žymuo Δ reiškia tam tikro parametro pokytį).

Organizmas nuolat prisitaiko prie kintančios aplinkos ir jos poveikio – reaguoja visos trys sistemos drauge (skirtingu intensyvumu bei forma), ir organizmo bendroji reakcija visada yra visų šių trijų sistemų suminio atsako rezultatas. Taigi holistinių sistemų visuma apsprendžia sistemos kompleksiškumą tiek struktūriškai, tiek ir funkciškai (Bilotta ir Pantano, 2010, Bikulčienė ir kt., 2014).

Žmogaus organizmo sistemos gali būti nagrinėjamos skirtingais sudėtingumo lygiais (pavyzdžiui, molekulių, ląstelių, audinių, organų, sistemų) (Sharma, 2009), todėl būtina fiziologinius duomenis analizuoti keliais lygiais: vertinti jų kompleksiškumą, tarpusavio ryšius ir dinamines sąsajas.

Organizmo adaptacijos prie kintančios aplinkos ir jos poveikio procesų operatyvi kontrolė yra aktualus sporto medicinos, klinikinės medicinos ir fiziologijos uždavinys. Šio uždavinio sprendimas neatskiriamai susijęs su organizmo fiziologinės būsenos vertinimu (Bartkevičienė, Bakšienė, Vainoras, Šerpytis ir Žiliukas, 2013). Žmogaus organizmo reakcija į aplinkos poveikį sudėtinga, kompleksinė, daugelio sistemų funkcijas apimanti reakcija – tai ir raumenų veikla, būtina nustatytam pajėgumui pasiekti, reguliacinių sistemų pokytis priderinant širdies ir kraujagyslių sistemą prie raumenų vykdomos funkcijos bei pačios širdies ir kraujagyslių sistemos pokytis pakankamai raumenų ir kitų sistemų hemodinamikai palaikyti (Bikulčienė ir kt., 2014). Kalbant apie žmogaus kaip kompleksinės sistemos savybes, vis dėlto kaip esminę jo struktūros dedamąją, kuri sąlygoja visą organizmo funkcionalumą daugeliu lygių, galima įvardyti širdies ir kraujagyslių sistemą. Vertinant šią sistemą KAS požiūriu, tai „patogi“ sistema, sąveikaujanti su visomis organizmo sistemomis, visą savo funkcionalumą išreiškianti elektriniais procesais (elektrokardiograma), kurie nagrinėjami ir analizuojami beveik 100 metų.

Elektrokardiograma atspindi širdies funkciją visais fraktaliniais lygiais (apima nuo lėtų iki greitai vykstančių procesų), o ji registruojama paprastu neinvaziniu būdu.



1.5 pav. Žmogaus organizmo kaip kompleksinės adaptyviosios sistemos fenomenologinis modelis(Bikulčienė ir kt., 2014)

Siejant laiko skalę su žmogaus organizmo struktūra, funkcija ir registruojamais procesais galima teigti, jog kuo trumpesnėje laiko skalėje nagrinėjame atskirai paimtą parametrą, tuo žemesnėje fraktalinėje skalėje vykstančiu procesu yra nusakomi struktūriniai elementai bei jų funkcionalumas. Šis teiginys kardiologijoje gali būti pagrindžiamas EKG matuojamais parametrais, t.y. varijuodami skirtingais (kitaip tariant, skirtingos trukmės procesų) elektrokardiogramos parametrais, galime nagrinėti kompleksiškumą skirtingose fraktalinėse skalėse, kartu atspindėdami organizmo ir visos širdies kompleksiškumo profilį (1.5 pav., a), b), c) dalys) (Bikulčienė ir kt., 2014).

1.5.4. EKG signalo kompleksiškumo tyrimas

Kompleksiškumas yra sunkiai įvertinama objekto savybė, paprastai nustatoma pagal signalus, gaunamus iš sistemos (San Miguel, 2012). Tačiau daugeliu atvejų sistemos kompleksiškumas yra apibūdinamas ją atspindinčio matematinio modelio sudarymo sudėtingumu. Kompleksiškumo tyrimai remiasi prielaida, kad jei galima rasti parametrus, kurie aprašo ryšį tarp vienų kompleksiško objekto dalelių, tai panaudojus tuos pačius parametrus galima aprašyti ryšius tarp kitų komplekso dalelių, nors skirtingos komplekso dalys gali elgtis skirtingai (Erdi, 2008).

Kompleksiškumas–kompleksinės sistemos charakteristika (Erdi, 2008). Disertacijoje EKG signalo kompleksiškumas matuojamas pasitelkus kompleksiškumo įverčius. Pagal kompleksiškumo, kaip sistemos charakteristikos, pobūdį literatūros šaltiniuose išskiriamos kelios kompleksiškumo įverčių grupės:

informacinis, skaitinis, stochastinis, statistinis, struktūrinis bei funkcinis kompleksiškumas.

Literatūros šaltiniuose taikomus signalų kompleksiškumo įverčius galima suskirstyti taip: a) pagrįsti informacijos teorija: apytikslės, imties, Furjė, banginės entropijos ir kt. metodai (Talbi ir kt., 2012); b) pagrįsti chaoso teorija: Liapunovo eksponentės, derinių entropijos, fraktalinės dimensijos ir kt. metodai; c) algoritminiai kompleksiškumo įverčiai: Kolmogorovo, Lempel-Ziv ir kt. įverčiai (Costa, Peng ir Goldberger, 2008, Milanesi ir kt., 2009, Rickards, Ryan ir Convertino, 2010, Conte, 2014).

Kompleksiškumo įverčiai nėra universalūs–visi jie turi tam tikrų trūkumų ir privalumų. Pavyzdžiui, informacinės dimensijos įvertis tinkamas ilgo signalo kompleksiškumui vertinti. Buvo pastebėta, kad šis įvertis reikšmingai skiriasi vertinant skirtingos funkcinės būklės asmenis. Ilgo signalo kompleksiškumo vertinimui taip pat tinkamas alometrinis koeficientas (tendencijoms atskirais etapais stebėti), taip pat imties entropija, kurią taikant galima išskirti skirtingos funkcinės būklės asmenis. EKG pirminiams (neapdorotiems filtravimo metodais) signalams taikoma vidutinė Liapunovo eksponentė, tačiau rezultatas gaunamas su didelėmis skaičiavimų paklaidomis.

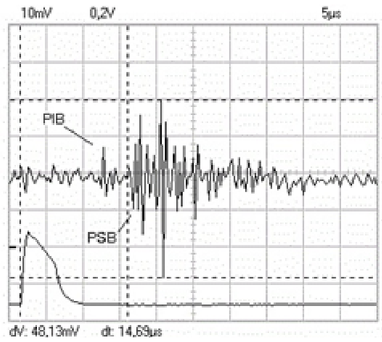
Vietiniams kompleksiškumo vertinimo tyrimams, kompleksiškumo dinamikos tiesioginei stebėsenai skaičiuojami ir analizuojami EKG signalo parametrų TRS minimalios eilės įverčiai (Rickards ir kt. 2010).

Kitame skyrelyje pateikiama kitų disertacijoje nagrinėjamų–ultragarsinių impulsinių signalų teorija.

1.6. Ultragarsiniai signalai, tyrimo sritys ir analizės metodai

Paviršinės akustinės bangos (PAB)–viena iš plačiai naudojamų akustinių bangų pasireiškimo gamtoje formų. PAB gali būti dviejų tipų: paviršinės išilginės bangos (PIB) ir paviršinės skersinės bangos (PSB) (1.6 pav.) (Sajauskas, 2004). Skersinės bangos, literatūroje dažniau vadinamos atradėjo lordo Dž. Reilėjaus vardu, yra gerai ištyrinėtos, kitaip nei 1972 m. prof. K. Baršausko įkurtoje Probleminėje ultragarso laboratorijoje, Kauno politechnikos institute, L. Sereikaitės-Juozaitienės atrastosios PIB (Sajauskas, 2002). PIB naudojamos kietųjų kūnų paviršių neardantiems bandymams, fizikinėms bei mechaninėms konstantoms matuoti. Pagal savo fizikinę prigimtį PIB yra PSB antipodas, todėl jų panašumai ir skirtumai gali būti atskleisti lyginamųjų tyrimų metu, įvertinant naudingiausias šių bangų taikymo sritis. Naudingos impulsinio signalo palyginamosios charakteristikos: fazinis greitis, slopinimas, signalo forma, spektras ir kt. (Sajauskas, 2004).

Daugelyje pasaulio mokslinių centrų intensyviai tiriamos galimybės pritaikyti PIB įvairiose srityse, pavyzdžiui, neardomojoje medžiagų kontrolėje (NMK), panaudojant jų savybes tirti šiurkštiems (sriegíniams) paviršiams, skysčių ir dujų rezervuarų, vamzdžių, traukinių bėgių, branduolinių reaktorių vidiniams paviršiams, todėl tai skatina sparčiai plėtoti šios srities mokslinius tyrimus.



1.6 pav. Lazerio impulsais duraliuminyje sužadinti PAB signalai: PSB ir PIB

PAB sąvoka apima ir gerai žinomas seismines bei ultragarso bangas. Seisminis signalas reprezentuoja neelastingą požeminių struktūrų atsaką. Tokius signalus sukelia palyginti neilgos trukmės žemės vibracija (Danisor, Izet-Unsalan ir Unsalan, 2007). Žemės drebėjimų metu seismogramose PIB registruojamos kaip pirminės seisminės bangos. Netoli epicentro PIB energija yra maksimali (Sajauskas, 2004). Seisminiai PIB signalai naudojami žemės drebėjimams prognozuoti (Mitrofanov ir Priimenko, 2011).

Seisminių bangų analizei ir epicentrų stebėjimui taikomi spektrinės analizės metodai, tarp kurių populiariausias–Furjė transformacijos (Danisor ir kt., 2007, Xiang-e, Hong, 2011). Taip pat naudojamas Wigner-Ville skirstinys (Shi-Wei, 2011), bangelių transformacijos (Xue ir kt. 2014), Hilbert-Huang transformacijos (Anxu, 2012, Xue ir kt. 2014), paslėptųjų Markovo grandinių (Gutierrez ir kt., 2009), neuroninių tinklų modeliai (Ibs-von Seht, 2008), matematiniais modeliais (parametriniais) paremti ARMA (Nassery ir Faez, 1997, Yongshou, Yuanyuan, Lei ir Zhiyong, 2006), Prony (Fomel, 2013, Mitrofanov ir Priimenko, 2013) bei kiti metodai.

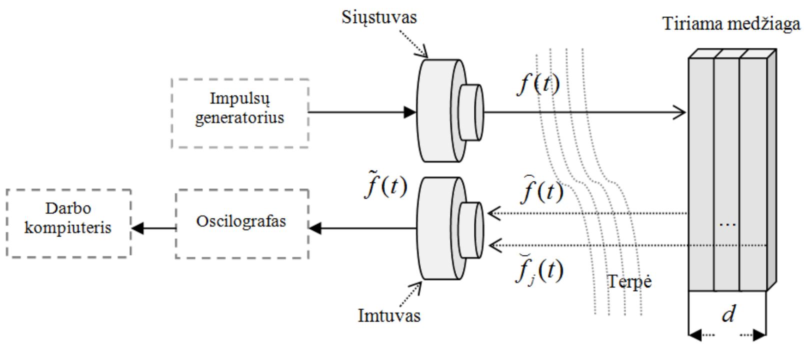
Pagrindinis seisminių signalų analizės uždavinys–signalų klasifikacija išskiriant signalo savybes, priklausančias nuo bangų sklidimo paviršiaus fizikinių savybių, sklidimo trukmės bei kitų veiksnių.

Kita paviršinių akustinių bangų taikymo sriti –ultragarsas. Ultragarso bangos–tai elastiniai-mechaniniai virpesiai, kurių dažnis $\upsilon > 20$ kHz. Šios bangos tapo svarbiu tyrimo objektu daugelyje sričių ir sąlygojo mokslo bei technikos atradimus.

Pastaruoju metu ultragarsinio tyrimo metodas yra viena plačiausiai taikomų technikų neardomojoje medžiagų kontrolėje (toliau–NMK), kur ultragarsas leidžia labai tiksliai įvertinti defektų vietą bei dydį (Bobmann ir kt., 2012). Taip pat šis metodas plačiai taikomas medicinoje. Ultragarso bangomis aido metodu skenuojamas žmogaus kūnas. Žmogaus kaulai, riebalai ir raumenys skirtingai atspindi ultragarso bangas. Atspindėti ultragarso impulsai (aidas) paverčiami elektros impulsais, kurie suformuoja vaizdą ekrane. Taip galima stebėti žmogaus vidaus organus nepažeidžiant kūno, diagnozuoti ligas (vėžį, akmenligę ir kt.).

1.6.1. Ultragarsinių signalų taikymas neardomojoje medžiagų kontrolėje

Metalurgijos, statybinių, konstrukcinių detalių gamybos technologijoje iškyla problemų, susijusių su reikalavimais išlaikyti aukštą gaminių kokybę, užtikrinti stabilius jų kokybinius parametrus, pavyzdžiui, grūdėtumą, korėtumą, tankį ir kitus. Išlaikyti reikiamą medžiagos struktūrą nėra paprasta, kadangi šiems gaminių savybių pakitimams turi įtakos daugelis gamybos sąlygų (žaliavos sudėtis, drėgmė, degimo temperatūra ir kt.). Todėl, norint kontroliuoti kiekvieną gamybos proceso etapą, pirmiausia reikia išmokti nustatyti gaminių struktūros pakitimus (Kouche ir Hassanein, 2013). Šiai problemai spręsti galima panaudoti ultragarsinius signalus, praleidžiamus pro gaminius ir atlikti įėjimo–išėjimo signalo analizę (Krautkramer, 1990, Guo ir Xin, 2012)(1.7 pav.).



1.7 pav. Principinė NMK aparatūrinė ir matavimo schema

Sužadintasis ultragarsinis signalas $f(t)$ siunčiamas terpe į tiriamąją medžiagą, kurioje dalis jo energijos pereina į tiriamą objektą, o kita dalis atsispindi signalo $\hat{f}(t)$ pavidalu ir praėjus $\hat{t}$ laikotarpiui pasiekia imtuvą. Kiti medžiagoje atsispindėję signalai $\breve{f}_j(t)$ imtuvą pasiekia po $\breve{t}_j$ laikotarpio. Tada imtuve priimtas signalas $\tilde{f}(t)$ išreiškiamas kaip visų atspindžių suma:

$$\tilde{f}(t) = \hat{f}(t) + \sum_j \breve{f}_j(t) + \xi(t); \tag{1.39}$$

čia $\xi(t)$ – dėl aparatūros ir matavimo netobulumo atsiradęs (baltasis) triukšmas.

Atsispindėjęs signalas $\tilde{f}(t)$ imtuvu perduodamas į skaitmeninį analizatorių–oscilografą, kuriame jis skaitmeninamas analogo–kodo keitikliu, ir signalo formos duomenys užregistruojami kompiuterio laikmenose (Sajauskas, 2004).

Tiriamos medžiagos storis d ir signalo sklidimo tiriamoje medžiagoje greitis c išreiškiamas sąryšiu:

$$c = \frac{d}{\tau}; \tag{1.40}$$

čia $\tau = \sum_j \breve{t}_j - \hat{t}$ –atsispindėjusio signalo pasislinkimo laiko skalėje (vėlinimo) trukmė.

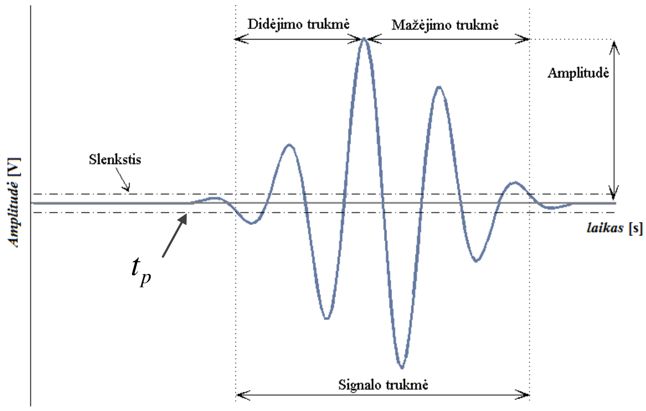
(1.40) išraiškoje galima pastebėti, kad žinant išsiųsto ultragarsinio signalo sklidimo greitį medžiagoje ir vėlinimo trukmę galima apskaičiuoti tiriamos medžiagos arba jos sluoksnio storį ir atvirkščiai–žinant vėlinimo trukmę ir objekto storį galima įvertinti signalo sklidimo greitį medžiagoje. Todėl atsispindėjusio signalo vėlinimo trukmei nustatyti yra kuriami įvairūs informaciniai algoritmai.

Signalo forma priklauso nuo siunčiamo ultragarsinio signalo dažnio, tiriamos medžiagos nevienalytiškumo (įtrūkimų, sluoksnių, kiaurymių, tuštumų bei kt.) ir netolygumo, medžiagos išsisklaidymo bei absorbavimo savybių, siunčiamo bei atsispindėjusio ultragarsinio signalo trukmės, defekto pozicijos bei dydžio medžiagoje (Pagodinas, 2002), dėl aparatūros bei matavimo netobulumo atsiradusio triukšmo ir kt. ypatybių.

Signalo amplitudė gali būti atvaizduota ir analizuojama keliais skirtingais būdais: 1) teigiamosiomis ir neigiamosiomis signalų reikšmėmis; 2) teigiamosiomis reikšmėmis; 3) neigiamosiomis reikšmėmis; 4) signalo gaubtine.

Pagrindiniai NMK uždaviniai tiriant medžiagų fizikines ir spektrines charakteristikas: atsispindėjusio informatyviojo signalo formos identifikavimas sudarant signalo matematinį modelį, sklidimo greitis medžiagoje, slopinimas, signalo energija, signalo pradžios taško t_p (angl. *time of arrival*) (TOF) ir sklidimo trukmės (angl. *time of flight*) (TOA) nustatymas (1.8 pav.) bei kitos charakteristikos, taikomos defektų pozicijai ir dydžiui įvertinti (Pagodinas, 2002, Kažys, Tumšys ir Pagodinas, 2008).

Ultragarsinių signalų taikymo NMK informatyvumas ir kokybė gali būti pagerinami tobulinant skaitmeninio signalo apdorojimo algoritmus.



1.8 pav. Impulsinio signalo charakteristikos

Kitame skyrelyje pateikiami literatūroje taikomi ultragarsinio signalo identifikavimo matematiniai modeliai ir pradžios taško nustatymo metodai.

1.6.2. Ultragarsinio signalo identifikavimo metodai

NMK uždavinių sprendimui yra sukurta ir taikoma įvairios paskirties skaitmeninių signalų apdorojimo ir analizės metodų, kuriais signalai analizuojami laikinėse ir dažninėse srityse.

Atsispindėjusio signalo harmonikų išskyrimui ir tyrimui dažnai taikoma spektrinė analizė. Įvertinus atsispindėjusio impulso dažnines charakteristikas, galima identifikuoti tiriamos medžiagos netolygumus ir homogeniškumą. Šiems signalams dažniausiai taikomi Furjė analizės–greitosios (FFT) ir diskrečiosios Furjė (DFT) transformacijos–metodai (Chang, Chen, Liu ir Wu, 2008). FFT ir DFT metodai efektyviai ir pakankamai tiksliai išskiria harmonines bei neharmonines „užtriukšmintų" signalų komponentes. Tačiau neišskiria komponenčių, esančių greta arba labai arti viena kitos spektrinės linijos atžvilgiu. Tokių komponenčių išskyrimui galima taikyti Prony metodą (Saniie ir Jin, 1996, Bracale, Proto ir Varilone, 2005,Feilat, 2006, Zhijian ir kt., 2006, Bracale, Caramia ir Carpinelli, 2007, Youbing ir kt., 2008, Chang ir kt., 2008). Prony metodas taikomas spektrinei signalo analizei atlikti, signalui identifikuoti (Lobos ir kt., 2003), siųstuvo savybėms nustatyti (Bracale ir kt., 2006), signalui filtruoti (Mitrofanov ir Priimenko, 2013), signalo sklidimo trukmei (TOF) nustatyti (Boßmann ir kt., 2012) ir kitose srityse. Pagrindinis Prony metodo trūkumas–jautrumas signalo triukšmui. Nepaisant to, šie metodai taikomi realaus laiko sistemose.

Signalų spektrinei analizei taip pat taikomi dirbtinių neuroninių tinklų modeliai (Lobos ir kt., 2003), statistiniai, pavyzdžiui, AR, ARMA (Saniie ir Jin, 1996, Lobos ir kt., 2003, Guo ir Xin, 2012), bangelių transformacijos (Shou-peng ir Pei-wen, 2006), matematiniais modeliais paremti MUSIC, ESPRIT (Saniie ir Jin, 1996, Bracale ir kt., 2006) ir kiti metodai. Pastebėta, kad neuroninių tinklų modeliai taip pat sunkiai išskiria neharmonines komponentes, o statistiniai metodai yra jautresni triukšmų atžvilgiu lyginant su matematiniais modeliais paremtais metodais.

Disertacijoje nagrinėjami signalo identifikavimo metodai. NMK atsispindėjusio ultragarsinio signalo formai identifikuoti taikomi Furjė transformacijos (Luo, Osypiw ir Irle, 2002, Zhijian ir kt., 2006, James Hu ir kt., 2013), Hilberto transformacijos (Anxu, 2012), 1-D diskrečiosios kosinusų transformacijos bei įvairios metodo modifikacijos (Li ir kt., 2010, Wang, Huang, Lu ir 2013),bangelių transformacijos (Qi, 2000, Luo, Osypiw ir Irle, 2002, Shou-peng ir Pei-wen, 2006) bei kiti metodai. Hilberto transformacijos metodo taikymui reikalingi dideli kompiuteriniai skaičiavimo resursai, o bangelių transformacijos– sudėtinga parinkti pradinius skaičiavimo parametrus. Todėl šie metodai dažnai netinka praktiniams taikymams.

Ultragarsinio signalo identifikavimui taikomas Gauso matematinis modelis (Prange ir Shenoy, 1996, Zhang, Yang ir Que, 2009, Schmerr, Lopez-Sanchez ir Sedov, 2010, Hoseini, Zuo, Wang ir 2013). Kiekvienas atsispindėjęs nuo medžiagos paviršiaus signalo impulsas modeliuojamas kaip netiesinė funkcija (Ruiz-Reyes ir kt., 2005, Zhang ir kt., 2009):

$$\breve{f}(t) = \beta e^{-\alpha(t-\breve{t})^2} \cos(2\pi \upsilon_c (t - \breve{t}) + \varphi); \qquad (1.41)$$

čia υ_c – centrinis dažnis, $\beta \in R$ –amplitudė.

Tada atspindžio signalas, susidedantis iš m atsispindėjusių impulsų, gali būti išreikštas modeliu (Hoseini ir kt., 2013):

$$\tilde{f}(t) = \sum_{k=1}^{m} \beta_k e^{-\alpha_k (t-\breve{t}_k)^2} \cos(2\pi \upsilon_{ck} (t - \breve{t}_k) + \varphi_k) + \xi(t); \qquad (1.42)$$

čia β_k –k-tojo atspindžio amplitudė, α_k –k-tojo atspindžio pralaidumo (dažnių juostos pločio) faktorius; $\breve{t}_n$ –k-tojo atspindžio pasirodymo laikas; υ_{ck} –k-tojo atspindžio centrinis dažnis, priklausantis nuo keitiklio dažnio ir aplinkos dažninių charakteristikų, φ_k –k-tojo atspindžio pradinė fazė. Ištirta, kad fazės ir amplitudės parametrais įvertinamas medžiagos akustinis impendansas ir dydis. Šis modelis vadinamas ultragarsiniu Gauso modeliu (Zhang ir kt., 2009).

Didžiausia modelio taikymo problema–nežinoma modelio eilė m, todėl jo (1.42) parametrų įvertinimui naudojami Monte–Carlo, didžiausio tikėtinumo, Levenbergo–Marquardto, autoregresijos (AR), genetiniai algoritmai (Zhang ir kt., 2009), AIC ir kiti informacijos kriterijai.

Gauso modelio (1.42) parametrai identifikuoja atsispindėjusio signalo formą ir padėtį, tačiau modelis neleidžia tiksliai įvertinti išėjimo signalo, sklidusio nehomogenine terpe (1.7 pav.), kadangi tada jis gali prarasti idealaus Gauso impulso formą (Schmerr ir kt., 2010).

Sklindančiam realia aplinka signalui identifikuoti taikoma atspindžio koeficientą įvertinanti K-Gauso bangelių (1.42) superpozicija:

$$f(t) = \sum_{k=1}^{m} T_k \sum_{r=1}^{K} \tilde{f}_r (t - \breve{t}_k); \qquad (1.43)$$

čia T_k –k-tojo atspindžio koeficientas. Šiuo modeliu galima išsamiai aprašyti pirmąjį impulsą, tačiau daroma prielaida, kad tolesni impulsai yra pirmojo kopijos. Taikant šį modelį galima įvertinti realios aplinkos signalus tiksliau negu Gauso (1.42), tačiau vis dėlto tiksliau įvertinamas tik pirmasis atspindys (Zhang ir kt., 2009).

Kitas, vienas populiaresnių signalą aprašančių matematinių modelių–Prony, pagal kurį signalas identifikuojamas eksponentinių sinusoidinių komponenčių suma (1.16) (Lobos ir kt., 2003, James Hu ir kt., 2013).

NMK sudarant signalų matematinius modelius iškyla ne tik modelio eilės nustatymo, bet ir signalo pradžios taško identifikavimo problema (Pagodinas, 2002). Kitame skyrelyje pateikiami literatūros šaltiniuose taikomi signalo pradžios taško nustatymo metodai.

1.6.3. Signalo pradžios taško nustatymo metodai

Daugelio ultragarsinių signalų analizėje taikomų matematinių metodų tikslumas priklauso nuo atsispindėjusio (išėjimo) signalo pradžios taško (TOA) nustatymo tikslumo (Raya ir kt., 2008). Šio uždavinio sprendimui yra sukurta įvairių metodų. Renkantis metodą, siūloma atsižvelgti į reikiamą skaičiavimo tikslumą bei kompiuterinę skaičiavimo trukmę, kurie yra vienas nuo kito priklausomi dydžiai, taip pat diskretizavimo dažnį ir kitus veiksnius.

Vieni iš nesudėtingesnių TOA nustatymo algoritmų yra paremti išankstine slenksčio lygio (1.8 pav.) parinkimo technologija, pavyzdžiui, slenksčio metodas (SLM). Metodo esmė–fiksuoti pirmąjį amplitudinį įvertį, viršijantį slenksčio lygiu *sl* nustatytą zoną. Dažnai signalo TOA taškas sutapatinamas su tašku, kuriame signalas viršija *sl* nustatytą zoną susikirsdamas su laikine abscisių ašimi. Tačiau šis metodas yra efektyvus signalui, turinčiam statų priekinį frontą, t.y. jis netikslus silpnam signalui, pavyzdžiui, praėjusiam pro tokias sudėtingos struktūros medžiagas kaip kompozitai. Signalo susilpnėjimo efekto sumažinimui slenksčio metodas buvo patobulintas įvedant dinaminį slenkstį, t.y. keičiant *sl* pagal matavimo atstumą. Kita pasiūlyta alternatyva–fiksuoti *sl* ir didinant atstumą naudoti signalo stiprintuvą. Taikant kitus metodus *sl* parenkamas pagal SNR lygį. Taigi taikant TOA nustatymo metodus, pagal kuriuos naudojamas slenksčio lygis, reikalinga pirminė informacija apie matavimo bei perdavimo įrangos ir signalo sklidimo terpės charakteristikas. Be to, SNR sąlygos gali kisti neprognozuojamai, atsižvelgiant į nekontroliuojamus kitus sistemos elementus, mažinančius sistemos patikimumą.

Dažnai signalo TOA nustatymo metodai paremti signalo ir jo gaubtinės matematinių modelių sudarymu. Gaubtinės skaičiavimui taikomas FFT, IFFT, Hilberto transformacijos ir kiti metodai, taip pat sudaromi gaubtinės matematiniai modeliai (Xu, Yu ir Giurgiutiu, 2009). TOA nustatymo algoritmuose taikomi kovariacijos modeliu paremti (Heijden, Tuquerres ir Regtien, 2003), kroskoreliacijos (Xu ir kt., 2009) ir kiti statistiniai metodai. Pagal šiuos metodus TOA apskaičiuojamas lyginant analizuojamą signalą su etaloniniu arba signalo „triukšmu“. Taikant šiuos metodus pasiekiamas pakankamai geras skaičiavimo tikslumas, todėl koreliacinė technika signalo TOA skaičiavimui yra labai plačiai taikoma. Šie metodai gali būti taikomi „užtriukšmintiems“ duomenims, kadangi baltojo triukšmo ir signalo koreliacija visada artima nuliui, tačiau praktiniam metodų taikymui reikia turėti etaloninį signalą (tiriant daugiasluoksnes medžiagas, dažniausiai kaip etaloninis signalas naudojamas pirmasis signalo atspindys). Vis dėlto šis metodas priklauso nuo daugelio kontrolės sistemos charakteristikų, tokių kaip aukšto dažnio, diskretizavimo, įrangos ir skaičiavimo pajėgumo, todėl šį metodą sudėtinga taikyti realaus laiko sistemose (Urena ir kt., 1999). Koreliacinės analizės metodai teoriškai yra optimalūs, tačiau yra ir kitų algoritmų, galinčių pasiūlyti neblogą skaičiavimo tikslumą bei mažesnes kompiuterinio skaičiavimo laiko sąnaudas.

TOF identifikuojamas sudarant signalų matematinius modelius. Sudarytų modelių parametrams vertinti taikomi mažiausiųjų kvadratų, Levenbergo–Markarto, Niutono, neuroninių tinklų, genetinių algoritmų ir kiti (Wang, Guo, Dong ir Feng, 2010) metodai. Tačiau šių metodų taikymui taip pat reikalingos didelės kompiuterinio skaičiavimo laiko sąnaudos. Be to, reikia žinoti pradines parametrų reikšmes, todėl jie retai taikomi realaus laiko sistemose.

Vengiant netiesinio optimizavimo uždavinio kuriami metodai, paremti signalo gaubtinės matematiniu modeliu, pavyzdžiui, dviejų slenksčių metodas (Raya ir kt., 2008), pagal kurį ultragarsinio impulso pradžia aproksimuojama paraboline kreive: $A = \alpha(t - t_p)^n$. Raya ir kt. (2008) šį modelį pritaikė dviem signalo slenksčiams modeliuoti:

$$u_1 = \alpha(t_1 - t_p)^n,\; u_2 = \alpha(t_2 - t_p)^n.$$

Tada signalo TOA nustatomas pagal formulę:

$$t_p = \frac{r^{1/2}t_1 - t_2}{r^{1/2} - 1}; \tag{1.44}$$

čia $r = u_2 / u_1$, $n = 2$.

Šiuo metodu apskaičiuotas signalo TOA nepriklauso nuo signalo amplitudės svyravimų. Skaičiavimo tikslumas priklauso nuo sistemos SNR, taip pat nuo slenksčių u_1 ir u_2 lygių parinkimo. Šis metodas pagerina TOA skaičiavimo tikslumą lyginant su kitais vieno lygio slenksčių metodais (Raya ir kt., 2008).

R. Raya ir kiti (2008) TOA skaičiavimui pasiūlė dviejų maksimumų (2MM) metodą, kuris yra paremtas ultragarsinio impulsinio signalo gaubtinės analitiniu modeliu, kai $n = 2$:

$$A = A_0(t - t_p)^n e^{-\alpha(t - t_p)}. \tag{1.45}$$

Pagal metodą iš pradžių apskaičiuojama didžiausia signalo gaubtinės reikšmė $A_{\max}$. Tada reikšmės $A^* = 0{,}35A_{\max}$ ir $A_{0,8} = 0{,}8A_{\max}$ su kuriomis $t^* = f(A^*)$ ir $t_{0,8} = f(A_{0,8})$, $t_{\max} = t_{0,8} + offset$. Tada nustatomas signalo pradžios taško įvertis: $t_p = \dfrac{t^* - ht_{\max}}{1 - h}$, $h = 0{,}2929$. R. Raya ir kt. (2008) palyginę metodą su kitais nustatė, kad šis metodas buvo tiksliausias, be to, greitas, patogus ir pakankamai tikslus.

Wang ir kt. (2010) TOA nustatymui pasiūlė metodą, pagal kurį ultragarsinio signalo gaubtinė aproksimuojama dviejų eksponentinių komponenčių suma (2EM) (Guo, Wang, Zhao ir Sun, 2008, Wang ir kt., 2010):

$$u(t) = A_\alpha e^{-\alpha t} - A_\beta e^{-\beta t} + \xi(t), t = 0,1,...,N-1; \tag{1.46}$$

čia $A_\alpha = A_0 e^{-\alpha t_p}$, $A_\beta = A_0 e^{-\beta t_p}$, A_0 –signalo amplitudės ir α, β –slopinimo parametrai, kurie gali būti įvertinti pritaikius Prony metodą (Guo ir kt., 2008, Wang ir kt., 2010). Matricinė (1.46) modelio išraiška:

$$u = BA + \xi;$$

čia $u = [u_0, u_1, ..., u_{N-1}]^T$ – gaubtinės duomenys, $\xi = [\xi_0, \xi_1, ..., \xi_{N-1}]^T$ – baltasis triukšmas, $B = \begin{bmatrix} 1 & e^{-\alpha t_1} & e^{-\alpha t_2} & \cdots & e^{-\alpha t_{N-1}} \\ 1 & e^{-\beta t_1} & e^{-\beta t_1} & & e^{-\beta t_1} \end{bmatrix}^T$, $V = [A_\alpha, A_\beta]^T$ –nežinomas parametrų vektorius, kuris yra tiesinių lygčių sistemos (1.47) sprendinys.

$$V = Du; \quad (1.47)$$

čia $D=[BB]^{-1}B$. Tada parametras t_p gali būti apskaičiuotas:

$$t_p = \frac{\ln(A_\alpha / A_\beta)}{(\beta - \alpha)}. \quad (1.48)$$

2010 m. Wang ir kt. signalo pradžios taškui nustatyti pasiūlė algoritmą, kurio pradžioje pritaikius Hilberto transformacijos metodą apskaičiuojama signalo gaubtinė. Tada atmetant 80% mažesnių už gaubtinės maksimumą $\left(A_{\max}\right)$ reikšmių sudaroma nauja gaubtinės reikšmių seka. Toliau panaudojant sudarytą gaubtinės reikšmių seką ir (1.46)–(1.47) išraiškas įvertinami A_α, A_β parametrų įverčiai ir remiantis (1.48) sąryšiu apskaičiuojamas signalo pradžios taškas t_p.

Kadangi taikant 2MM ir 2EM metodus reikalingi nedidelės apimties kompiuterinio skaičiavimo resursai, jie gali būti integruoti į realaus laiko sistemas, kai tuo tarpu koreliacinių ir matematiniais modeliais paremtų metodų beveik neįmanoma.

1.7. Skyriaus išvados

Matematinis procesų modeliavimas–įrankis nežinomai stebimų procesų dinamikai identifikuoti ir tirti. Neturint jokios pirminės informacijos apie procesą, tačiau turint išėjimo signalo eksperimentinius duomenis galima sudaryti stebimo proceso empirinį modelį ir atlikti gautų signalo komponenčių analizę.

Išėjimo signalo identifikavimui galima naudoti eksponentinių funkcijų su pastoviaisiais koeficientais matematinius modelius. Šių modelių identifikuotos signalo reikšmės yra tiesinės homogeninės lygties su pastoviaisiais koeficientais sprendiniai, aprašantys daugelį fizikinių procesų. Todėl šie modeliai naudojami įvairiuose praktiniuose taikymuose ir kuriami bei tobulinami jų parametrų nustatymo algoritmai.

Disertacijoje tiriami baigtinio ilgio tolygiai diskretizuoti elektrokardiografiniai ir ultragarsiniai signalai. Literatūros analizė parodė, kad tiriant elektrokardiografinių signalų kompleksiškumą ar ultragarsinius signalus (pavyzdžiui, gautus neardomosios medžiagų kontrolės metu) signalo formos identifikavimas yra aktualus uždavinys. Kitas svarbus ultragarsinių signalų tyrimuose sprendžiamas uždavinys–signalo pradžios taško ir sklidimo trukmės nustatymas.

Elektrokardiografinius ir ultragarsinius signalus galima aprašyti taikant eksponentinių funkcijų sumos modelį. Vieni populiariausių–Furjė ir Prony modeliai. Furjė metodu transformuojant signalą į dažnių sritį prarandama laiko informacija ir negalima nustatyti, kada koks įvykis įvyksta, be to, nėra identifikuojami signalo gesimo koeficientai. Todėl pagal Furjė analizę negalima aptikti signalo pokyčių ir netolydumų. Baigtinio ilgio, neperiodinių ir gęstančių signalų analizę galima atlikti taikant parametrinį Prony modelį. Modelio parametrų įvertinimui sukurta daug įvairių metodų ir algoritmų, dalis jų–klasikinio Prony metodo modifikacijos.

Skyriuje taip pat pateiktas Kurakin ir kt. (1995) įvestos tiesinės rekurentinės sekos sąvokos praplėtimas, kuris gali būti panaudotas praplečiant literatūros šaltiniuose laiko eilučių identifikavimui dažnai taikomą Prony modelį.

2. TRS MINIMALIOS EILĖS KONCEPCIJOS TAIKYMAS

Praktiniams TRS taikymams naudojamos baigtinio ilgio sekos. Skyriuje taikant praplėstą TRS minimalios eilės koncepciją pateikiami nauji TRS fragmento identifikavimo (FIM), TRS minimalios (modelio) eilės nustatymo bei sekos, sudarytos iš skirtingų TRS, fragmentavimo metodai.

2.1. Sekos fragmento sąvoka ir savybės

Tegul žinoma baigtinio ilgio seka $Y := (y_0, y_1, y_2, ..., y_{L-1}) = \left(y_j; j = \overline{0, L-1}\right)$, kurios nariai yra realieji (kompleksiniai) skaičiai, t.y. $y_j \in C,\ j \in \overline{0, L-1}$.

Toliau pateikiama keletas naujų apibrėžimų.

2.1 apibrėžimas. Baigtinė aibė elementų, surašytų „eilės tvarka“ (2.1), vadinama sekos *Y fragmentu.*

$$S(Y, a, b) = \left(y_a, y_{a+1}, y_{a+2}, ..., y_{a+L-1}\right); \tag{2.1}$$

čia $L = b - a + 1,\ L \in N,\ a \le b,\ a,\ b \in Z_0,$ kai *a*–fragmento pradžios, *b*–pabaigos taškas, *L*–fragmento elementų skaičius (fragmento ilgis).

2.2 apibrėžimas. Fragmentas (2.2) vadinamas *daliniu fragmentu.*

$$G(S, p, h, L_d) = \left(y_p, y_{p+h}, y_{p+2h}, ..., y_{p+(L_d-1)h}\right); \tag{2.2}$$

čia $L_d,\ L_d \le L,\ L_d \in N$ – dalinio fragmento ilgis, $p \in Z_0$ –fiksuotas pradinis taškas, $h \in Z$ –žingsnis.

2.1 pastaba. Dalinis fragmentas $G(S, p, h, L_d)$ sutampa su sekos fragmentu $S(Y, a, b)$, jeigu $p = 0,\ h = 1,\ L_d = L.$

2.2 pastaba. Nesunku pamatyti, kad su fragmentais gali būti atliekamos analogiškos operacijos kaip ir su sekomis (žr. 1.4.1 skyrelį), be to, fragmentams tinka 1.4.2 skyrelyje pateiktos TRS savybės.

2.3 apibrėžimas. Sekos fragmento $S(Y, a, b)$ ar jo dalinio fragmento $G(S, p, h, L_d)$ identifikavimu vadinamas jo TRS išraiškos sudarymas.

2.2. Fragmento TRS minimalios eilės sąvoka

Tegul žinomas fragmentas: $S(Y, a, b) = y_{a+j},\ j = \overline{0, L-1},\ \ L = b - a + 1,\ L \in N,$ tada galima sudaryti baigtinio ilgio Hankelio matricų seką $H_1, H_2, ..., H_{\left[(L-1)/2\right]+1}$ ir determinantų seką: $\left(1, d_1, d_2, ..., d_{\left[(L-1)/2\right]+1}\right)$.

2.4 apibrėžimas. Sekos fragmento $rankS(Y,a,b)=m,$ jeigu $d_m \neq 0,$ bet $d_{m+1}=d_{m+2}=...=d_{\left[(L-1)/2\right]+1}=0,$ kai $1\leq m\leq\left[\left(L-1\right)/2\right]+1.$

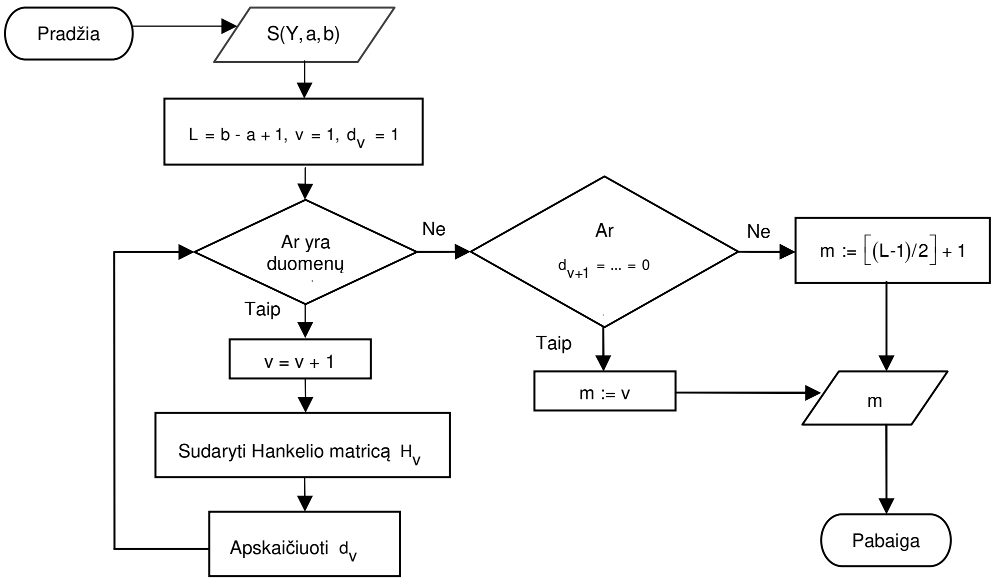
2.1 paveiksle pavaizduotas sekos fragmento $S(Y,a,b)$ minimalios eilės skaičiavimo algoritmas.

2.3 pastaba. Fragmento minimalios eilės skaičiavimo algoritme laikomasi nuostatų:

(i) $rank(0,0,...,0)=0$;

(ii) $rankS(Y,a,b)=\left[\left(L-1\right)/2\right]+1,$ jeigu $d_{\left[(L-1)/2\right]+1}\neq 0,$ t.y. laikoma, kad $d_{\left[(L-1)/2\right]+c+1}=0,...,\ c=1,2,3,...\ .$

Fragmento TRS minimalios eilės sąvoka ir savybės taikomos fragmento $S(Y,a,b)$ TRS identifikavimo metodui.



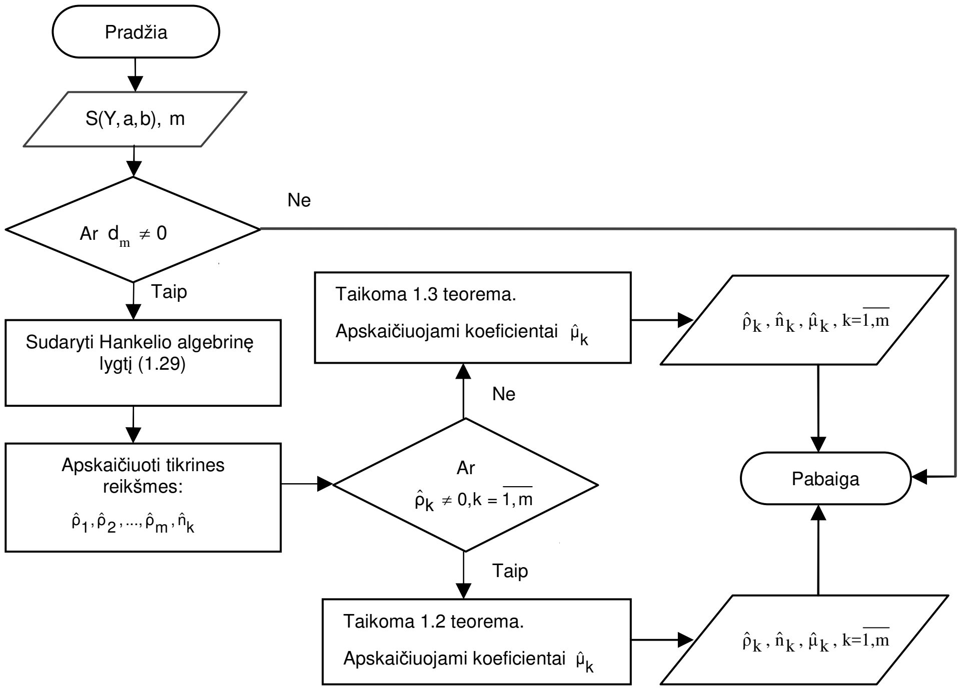
2.1 pav. Sekos fragmento minimalios eilės *m* skaičiavimo algoritmo schema

2.3. Fragmento identifikavimo metodas

Tegul žinomas (2.1) sekos fragmentas $S(Y,a,b)$, $a\leq b,\ a,\ b\in Z_0$. Pirmiausia, panaudojant minimalios eilės skaičiavimo algoritmą (2.1 pav.) apskaičiuojama žinomo fragmento minimali eilė: $rankS(Y,a,b)=m.$ Tada, kai m yra žinoma, apskaičiuojamos tikrinės reikšmės $\hat{\rho}_k$ bei jų kartotinumai $\hat{n}_k, k=\overline{1,s}.$ Taikant (1.2) arba (1.3) teoremą sudaroma tiesinių lygčių sistema ir apskaičiuojami koeficientai $\hat{\mu}_{kr},\ k=\overline{1,s},\ r=\overline{0,n_k-1}.$ Toliau panaudojant gautus koeficientų įverčius $\hat{\rho}_k$ ir $\hat{\mu}_{kr}$

sudaroma (remiantis 1.2 teorema) pradinio sekos fragmento $S(Y,a,b)$ TRS (1.33) išraiška.

Fragmento $S(Y,a,b)$ TRS identifikavimo algoritmo schema – 2.2 paveiksle.



2.2 pav. Fragmento $S(Y,a,b)$ identifikavimo FIM algoritmu schema

Toliau pateikiamas fragmento identifikavimo metodo taikymo pavyzdys.

2.1 pavyzdys. Tegul žinomas sekos $y_j = \sin(0{,}1j)$, $j \in Z_0$ fragmentas $S(Y,1,100) = (\sin(0), \sin(0{,}1), \sin(0{,}2), ..., \sin(9{,}9))$.

Gauta Hankelio matricų determinantų seka: $(1, 0, -0{,}01, 0, 0, ..., 0)$. Vadinasi, $rankS = 2$. Tada charakteringojo Hankelio determinanto ir polinomo išraiškos:

$$\begin{vmatrix} \sin(0) & \sin(0{,}1) & \sin(0{,}2) \\ \sin(0{,}1) & \sin(0{,}2) & \sin(0{,}3) \\ 1 & \rho & \rho^2 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow -0{,}01\rho^2 + 0{,}0198\rho - 0{,}01 = 0.$$

Apskaičiuotos skirtingos tikrinės reikšmės $\hat{\rho}_{1,2} = 0{,}9950 \pm 0{,}0998i$, t.y. $\hat{n}_{1,2} = 1$, todėl galima taikyti 2.2 teoremą ir remiantis (1.35) išraiška sudaryti tiesinių lygčių sistemą:

$$\mu_1 \cdot (0{,}9950 + 0{,}0998i)^j + \mu_2 \cdot (0{,}9950 - 0{,}0998i)^j = \hat{y}_j,\ j = 0,1,2,... .$$

Tada panaudojant gautus sprendinius $\hat{\mu}_{1,2} = \mp 0,5i$ ir tikrines reikšmes galima sudaryti $S(Y,1,100)$ TRS išraišką:

$$\hat{y}_j = -0.5i \cdot (0,9950 + 0,0998i)^j + 0,5i \cdot (0,9950 - 0,0998i)^j,\ j = \overline{0,99}. \qquad (2.3)$$

2.3.1. Fragmento identifikavimas taikant FIM ir APM metodus

Pateikiamas FIM metodo palyginimas su literatūroje gerai žinomu Prony aproksimacijos (Potts ir Tache, 2013(a)) (APM) metodu. Lyginamos charakteristikos: algoritmų greitaveika (skaičiavimo laikas) ir identifikavimo kokybė (tikslumas). Skaičiavimo laikui nustatyti naudojamas *MatLab* vidinis laikrodis. Kokybei vertinti naudojami šaknies iš vidutinės standartinės bei santykinės paklaidos matai.

Eksperimentiniai tyrimai buvo atlikti naudojant *MatLab* modeliavimo aplinką ir kompiuterį su pagrindinėmis charakteristikomis: operacinė sistema–*Windows 7*, operatyvioji atmintis (RAM)–4 GB, procesorius–*Intel(R)Core(TM) 2 Quad CPU* (2,66 GHz).

Pirmiausia pateikiamas pavyzdys, kuriame FIM ir APM metodais identifikuojamas žinomas sekos fragmentas. Kitame pavyzdyje analizuojama FIM ir APM algoritmų greitaveikos ir identifikavimo kokybės priklausomybė nuo fragmento ilgio.

2.2 pavyzdys. Tegul žinomas sekos fragmentas: $y_j := j, j = 0,...,2N,\ N = 10.$ Fragmento TRS išraiška identifikuojama: a) FIM metodu; b) APM metodu.

a) Žinomo fragmento TRS minimali eilė lygi 2, kadangi Hankelio determinantų seka: $(1,0,-1,0,0,...,0)$. Tada apskaičiuoto charakteristinio polinomo:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & \rho & \rho^2 \end{vmatrix} = -\rho^2 + 2\rho - 1 = 0$$

šaknys: $\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2 = 1$. Toliau galima sudaryti tiesinę lygčių sistemą:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ ... & ... \\ 1 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{10} \\ \mu_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ ... \\ 20 \end{bmatrix}.$$

Apskaičiuoti sprendiniai: $\hat{\mu}_{10} = \hat{\mu}_{11} = 1$. Tada pradinio fragmento TRS išraiška:

$$\hat{y}_j^{(H)} = \hat{\mu}_{10} \binom{j}{0} \hat{\rho}_1^j + \hat{\mu}_{11} \binom{j}{1} \hat{\rho}_1^j = \binom{j}{1} 1_1^j = j,\ j = 0,...,20.$$

b) Tegul žinoma $K = 9,\ \ \varepsilon_0, \varepsilon_1 = 1 \cdot 10^{-10}$. Tada galima sudaryti Hankelio matricą:

$$H_9 := (y_{o+g})_{o,\,g=0}^{11,9} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & ... & 9 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & ... & 10 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & ... & 11 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 11 & 12 & 13 & 14 & ... & 20 \end{bmatrix}.$$

Hankelio matrica H_9 išskaidoma SVD metodu ir apskaičiuojama singuliariųjų reikšmių seka: (119,67, 9,94, 0,0,0,0,0,0,0,0). Toliau sudaromas singuliarusis vektorius: $\mathbf{u} = (u_l)_{l=0}^{9} = (-0{,}2179\ \ -0{,}2889\ \ 0{,}4505\ \ 0{,}6683\ \ -0{,}3815\ \ -0{,}0538$ $-0{,}1445\ \ -0{,}1360\ \ -0{,}0629\ \ 0{,}1667)$ ir polinomas $\sum_{l=0}^{9} u_l \widehat{\rho}^{\,l}$. Apskaičiuotos (atsižvelgiant į sąlygą $\left\| \widehat{\rho}_k \right| - 1 \right| \le \varepsilon_0,\ k = 1,...,\breve{m}$) tikrinės reikšmės: $\widehat{\rho}_1 = \widehat{\rho}_2 = 1$. Galima pastebėti, kad gautos dvi kartotinės šaknys. Tada pasinaudojant (1.24) sąryšiu galima sudaryti Vandermondo tipo tiesinę lygčių sistemą:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 & 1 & 3 & 9 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 1 & 20 & 400 & 1 & 20 & 400 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widehat{\mu}_{10} \\ \widehat{\mu}_{11} \\ \widehat{\mu}_{12} \\ \widehat{\mu}_{20} \\ \widehat{\mu}_{21} \\ \widehat{\mu}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ ... \\ 20 \end{bmatrix}$$

Gauti lygčių sistemos sprendiniai: $\widehat{\mu}_{11} = \widehat{\mu}_{21} = 0{,}5,\ \widehat{\mu}_{10} = \widehat{\mu}_{12} = \widehat{\mu}_{20} = \widehat{\mu}_{22} = 0.$ Tada pradinio fragmento TRS išraiška:

$$\hat{y}_j^{(P)} = 0{,}5j + 0{,}5j = j,\ j = 0,...,20.$$

Galima pastebėti, kad pritaikius abu metodus gauta teisinga pradinio fragmento TRS išraiška.

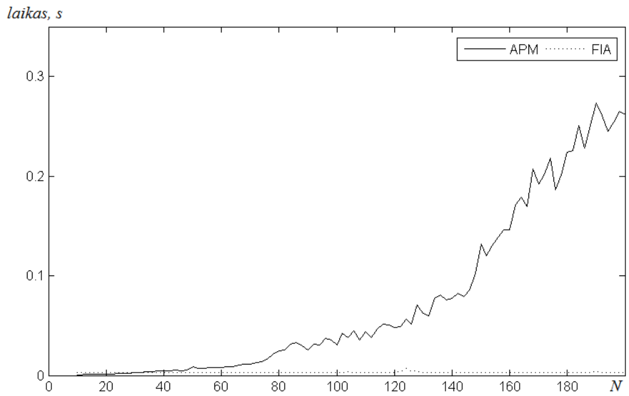
2.3 pavyzdys. Praktikoje dažnai tiriami ilgi duomenų fragmentai. Pavyzdyje pateikiami eksperimentiniai tyrimai, kurių metu siekiama ištirti FIM ir APM algoritmų skaičiavimo trukmės priklausomybę nuo identifikuojamo fragmento ilgio.

Tegul žinomas fragmentas, kurio reikšmės apskaičiuojamos panaudojant išraišką (Potts ir Tasche, 2009):

$$y_j = 2\cos\left(\frac{\pi j}{6}\right) + 200\cos\left(\frac{\pi j}{4}\right) + 2\cos\left(\frac{\pi j}{2}\right) + 2\cos\left(\frac{5\pi j}{6}\right),\ j = \overline{0, 2N}.$$

Pateikto fragmento minimali eilė lygi $rankS = 8$, kadangi determinantų seka: $(1{,}2 \cdot 10^4,\ 1{,}2 \cdot 10^5,\ 7{,}2 \cdot 10^5,\ 1{,}3 \cdot 10^7,\ 2{,}9 \cdot 10^8,\ 2{,}2 \cdot 10^9,\ 3{,}7 \cdot 10^9, 0, 0, ...)$. APM algoritmo taikymui naudoti dydžiai: $K = 8$ ir $\varepsilon_0, \varepsilon_1 = 1 \cdot 10^{-2}$.

Eksperimentas atliktas, kai $N = 8, 10, 12, ..., 250$. Gauta algoritmų skaičiavimo trukmės ir fragmento ilgio priklausomybė pavaizduota 2.3 paveiksle.



2.3 pav. FIM ir APM algoritmų skaičiavimo trukmės priklausomybė nuo fragmento ilgio

Galima pastebėti, kad APM algoritmo kompiuterinė skaičiavimo trukmė tiesiškai didėja didinant fragmento ilgį, o FIM algoritmo beveik nekinta ir yra trumpesnė. Kai $N = 50$, tai FIM algoritmas yra 3 kartus, kai $N = 200 - 85$ kartus, o kai $N = 500 - 2506$ kartus greitesnis už APM algoritmą (2.1 lentelė). Taip yra todėl, kad pagal APM algoritmą identifikuojant koeficientus sudaroma Hankelio matrica ir tiesinė lygčių sistema panaudojant visus analizuojamus duomenis, o FIM – tik $2m$ duomenų. Taip pat pastebima, kad didėjant *N*, FIM algoritmu gautos *RMSE* paklaidos didesnės negu APM algoritmu. Be to, FIM algoritmu gautos paklaidos didėja greičiau.

2.1 lentelė. FIM ir APM algoritmų *RMSE* paklaidos ir skaičiavimo trukmė

		FIM		APM	
K,L	*m*	*RMSE*$\times 10^{-9}$	*laikas, s*	*RMSE*$\times 10^{-9}$	*laikas, s*
10	8	0,0133	0,0029	0,0003	0,0008
14	8	0,0199	0,0029	0,0011	0,0010
20	8	0,0286	0,0029	0,0005	0,0015
50	8	0,0785	0,0030	0,0037	0,0091
100	8	0,1611	0,0030	0,0049	0,0309
200	8	0,3281	0,0031	0,0163	0,2621
300	8	0,4946	0,0032	0,0285	1,1619
500	8	0,8271	0,0041	0,1111	10,275

2.4. Fragmento identifikavimas panaudojant dalinio fragmento TRS

Laiko eilučių (sekų) analizėje, interpoliavimo ir ekstrapoliavimo (prognozavimo) uždaviniuose dažnai susiduriama su nežinomų duomenų (reikšmių) identifikavimo (atstatymo) problemomis. Skyrelyje pateikiamas algoritmas (toliau – DFIM), kurį pasitelkus galima identifikuoti laiko eilutės fragmento $S(Y, a, b)$ TRS, kai yra žinomas jo dalinis fragmentas $G(S, p, h, L_d)$ ir *p*, *h* parametrai.

Tegul žinomas sekos Y fragmento $S(Y,a,b) = y_{a+j},\ 0 \le j \le L-1$ dalinis fragmentas $G(S,p,h,L_d) := y_{p+jh},\ j = \overline{0, L_d - 1},\ \ L_d \le L,\ L_d \in N,\ p \in Z_0,\ h \in Z.$

Tarkime, kad (1.26) išraiška yra teisinga. Tada, atsižvelgiant į (1.37) sąryšį, dalinio fragmento TRS išraiška:

$$
\begin{aligned}
g_j &:= y_{p+jh} = \sum_{k=1}^{s}\sum_{r=0}^{n_k-1} \mu_{kr}(p+jh)^r \rho_k^{p+jh} = \sum_{k=1}^{s}\sum_{r=0}^{n_k-1} \tilde{\mu}_{kr}\rho_k^r \cdot j^r \cdot \left(\rho_k^h\right)^j = \\
&\sum_{k=1}^{s}\sum_{r=0}^{n_k-1} \tilde{\mu}_{kr}\rho_k^r \cdot j^r \cdot \tilde{\rho}_k^j, \quad p \in Z_0,\ h \in Z,\ j = \overline{0, L_d - 1};
\end{aligned} \tag{2.4}
$$

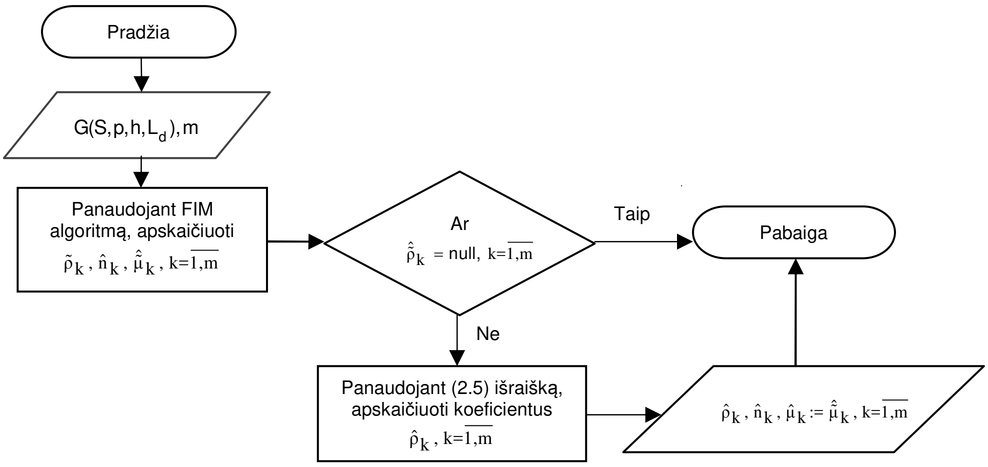
čia $\rho_1, \rho_2, ..., \rho_s \ne 0$; $\mu_{kn_k-1} \ne 0$; $\tilde{\mu}_{kr}\rho_k^r$ nepriklauso nuo j ir

$$\tilde{\rho}_k = \rho_k^h. \tag{2.5}$$

Tada dalinio fragmento $\left(g_j; j \in Z_0\right)$ TRS minimali eilė su visais $p \in Z_0,\ h \in Z:\ p \in Z_0, h \in Z$

$$rank(g_0, g_1, ..., g_{L_d-1}) \le m.$$

Dalinio fragmento eilė gali būti mažesnė už sekos fragmento minimalią eilę m (įrodymas pateiktas Navicko ir Bikulčienės (2006) straipsnyje).



2.4 pav. Fragmento $S(Y,a,b)$ identifikavimo DFIM algoritmu schema

2.4 pavyzdys. Tegul žinomas sekos $Y := (1,2,3,1,2,3,...)$ fragmentas: $S(Y,1,15) := (1,2,3,1,2,3,1,2,3,1,2,3,1,2,3)$. Tada apskaičiuota $rankS = 3$, tačiau dalinio fragmento $G(S,1,3,8) := (1,1,1,1,1,1,1,1)$ – minimali eilė $rankG = 1$.

Kada yra žinoma dalinio fragmento $G(S,p,h,L_d) := y_{p+jh}$ TRS išraiška (2.4) $\hat{g}_j,\ j = \overline{0, L_d - 1},\ L_d \le L,\ L_d \in N,\ p \in Z_0$, tada fragmento $S(Y,a,b)$ TRS išraiška $\hat{y}_j$ gali būti identifikuota panaudojant 2.4 pav. pateiktą algoritmą.

2.5 pavyzdys. Tegul žinomas 2.1 pavyzdyje pateiktos sekos fragmento $S(Y,1,100)$ dalinis fragmentas $G(S,3,2,20)$.

Dalinio fragmento TRS minimali eilė $rankG = 2$, kadangi Hankelio matricų determinantų seka: $(0{,}1987, -0{,}0395, 0, 0, ..., 0)$. Tada apskaičiuoto charakteristinio polinomo: $-0{,}0395\rho^2 + 0{,}0774\rho - 0{,}0395 = 0$ šaknys: $\tilde{\rho}_{1,2} = 0{,}9801 \pm 0{,}1987i$. Koeficientai $\tilde{\mu}_{1,2}$ apskaičiuojami sudarius ir išsprendus (1.35) tiesinę lygčių sistemą:

$$\hat{g}_j = \tilde{\mu}_1 \cdot (0{,}9801 + 0{,}1987i)^j + \tilde{\mu}_2 \cdot (0{,}9801 - 0{,}1987i)^j,\ j = 0,1.$$

Gauti lygčių sistemos sprendiniai: $\tilde{\mu}_{1,2} = \mp 0{,}5i$. Tada dalinio fragmento TRS išraiška:

$$\hat{g}_j = -0{,}5i \cdot (0{,}9801 + 0{,}1987i)^j + 0{,}5i \cdot (0{,}9801 - 0{,}1987i)^j,\ j = 0,1,2,...,19.$$

Toliau panaudojant gautą dalinio fragmento TRS išraišką identifikuojamas fragmentas $S(Y,1,100)$. Remiantis (2.4) išraiška apskaičiuojamos tikrinės reikšmės $\hat{\rho}_k$:

$$\hat{\rho}_1 = \sqrt{\tilde{\rho}_1} = \sqrt{0{,}9801 + 0{,}1987i} = 0{,}9950 + 0{,}0998i,$$

$$\hat{\rho}_2 = \sqrt{\tilde{\rho}_2} = \sqrt{0{,}9801 - 0{,}1987i} = 0{,}9950 - 0{,}0998i.$$

Tada panaudojant (1.33) sąryšį galima sudaryti fragmento $S(Y,1,100)$ TRS išraišką, kuri, kaip pastebėsime, yra analogiška (2.3) išraiškai.

2.4 pastaba. Identifikuojant ilgus realaus pasaulio eilučių fragmentus galima įvesti *identifikavimo kokybės kriterijų:*

$$\Gamma = \frac{2m}{L} \cdot 100\ \%. \tag{2.6}$$

Štai 2.5 pavyzdžio fragmento identifikavimo kokybės kriterijus: $\Gamma = (4/100) \cdot 100 = 4\ \%$, nusako, kad fragmento identifikavimui buvo panaudota 4% duomenų.

Taigi panaudojus dalinio fragmento TRS galima identifikuoti visą fragmentą, kitais žodžiais tariant, iš dalies sekos elementų identifikuoti visą seką. Tačiau taikant DFIM metodą gali atsirasti minimalios eilės skaičiavimo problemų (2.3 pavyzdys).

Kitame skyrelyje pateikiamas fragmento minimalios eilės identifikavimo metodas.

2.5. Minimalios eilės nustatymo algoritmas

Tegul žinomas fragmentas $S(Y,a,b) = y_{j+a},\ j = \overline{0, L-1}$. Algoritmo pradžioje panaudojant skirtingus parametrus $m = \overline{1,2,...,m_{pb}}$ (čia m_{pb} –minimalios eilės viršutinė riba) sudaroma m skirtingų dalinių fragmentų $G^{(m)}(S,p,h,L_d)$ sekų:

$$g_j^{(m)} = y_{a+h^{(m)}j},\ j = \overline{0,\ L_d - 1}; \tag{2.7}$$

čia

$$h^{(m)} = \frac{L_d - 1}{2m - 1}. \tag{2.8}$$

Taikant DFIM algoritmą su kiekvienu $m = \overline{1, 2, ..., m_{pb}}$ identifikuojama fragmento $S(Y,a,b)$ TRS išraiška, pagal kurią apskaičiuojamos sekos $\hat{y}_j^{(m)}$ reikšmės. Tada panaudojant gautas reikšmes apskaičiuojamas šaknies iš vidutinės kvadratinės paklaidos įvertis:

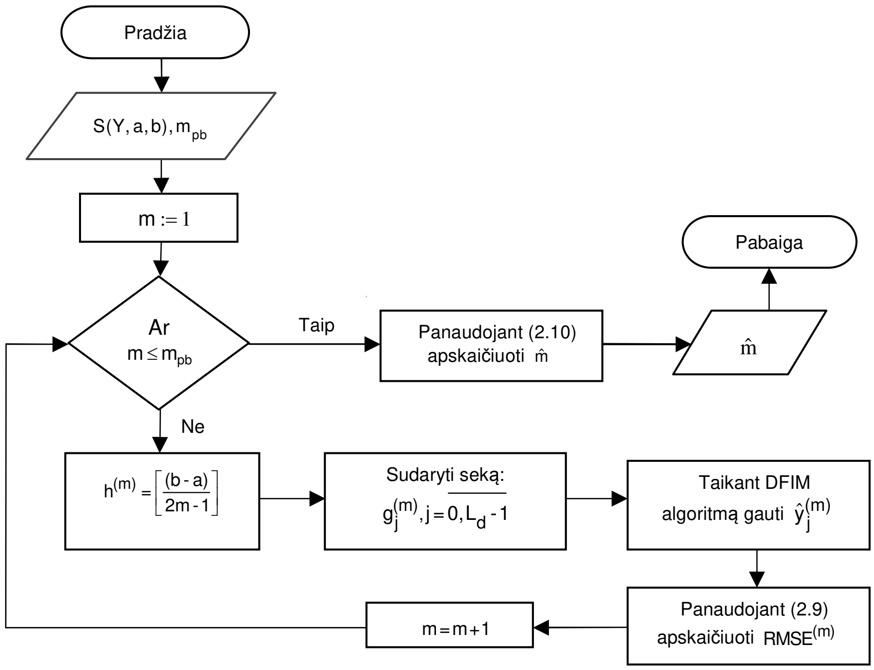
$$RMSE^{(m)} = \sqrt{\frac{1}{L-1}\sum_{j=0}^{L-1}\left(\hat{y}_j^{(m)} - y_j\right)^2}, \; j = \overline{0, L-1}. \tag{2.9}$$

Algoritmo pabaigoje nustatomas toks parametras $\hat{m}$, su kuriuo gauta mažiausia $RMSE^{(m)}$:

$$\left(RMSE^{(1)}, RMSE^{(2)}, ..., RMSE^{(m_{pb})}\right) \xrightarrow[\hat{m}]{} \min. \tag{2.10}$$

Tegul gauta, kad $rank(S(Y,a,b)) = \hat{m}$. Tada panaudojant (2.4) sąryšį sudaromas dalinis fragmentas $G^{(\hat{m})}(S, p, h, L_d)$ ir DFIM algoritmu identifikuojama TRS išraiška.

Minimalios eilės nustatymo algoritmas pavaizduotas 2.5 paveiksle.



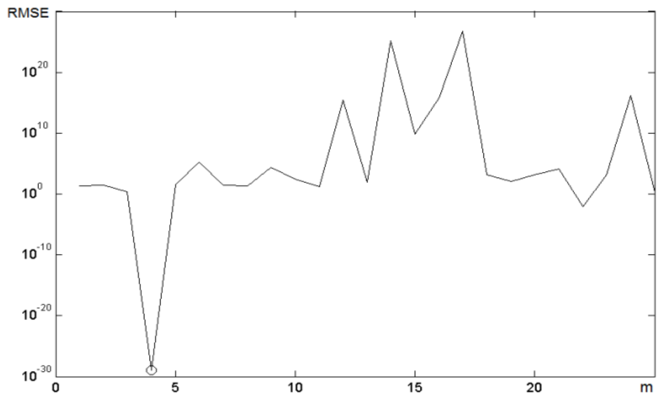
2.5 pav. Fragmento minimalios eilės nustatymo (MEN) algoritmo schema

2.6 pavyzdys. Tegul žinomas sekos fragmentas $S(Y,1,51)$, sudarytas panaudojant reikšmes: $y_j = \sin(0{,}1j) + 2\cos(0{,}3j),\ j = \overline{0{,}50}.$

Pateikiamas fragmento minimalios eilės skaičiavimas keliais būdais: a) tiesioginis, t.y. taikant 2.1 apibrėžimą; b) panaudojant minimalios eilės nustatymo algoritmą.

a) Apskaičiuota Hankelio matricų determinantų seka: $(1,\ 0{,}34,\ 5{,}4\cdot 10^{-4}$ $1{,}38\cdot 10^{-7}, 0{,}0{,}...{,}0).$ Taigi fragmento $rankS(Y,1,51) = 4$.

b) MEN algoritmu gauti rezultatai pavaizduoti 2.6 pav. Galima pastebėti, kad su mažiausia *RMSE* paklaida $\left(\text{kai } RMSE^{(4)} = 1{,}24\cdot 10^{-29}\right)$ identifikuota fragmento TRS minimali eilė $rankS(Y,1,51) = 4$.



2.6 pav. Fragmento minimalios eilės identifikavimas MEN algoritmu

Pateiktas fragmento TRS minimalios eilės nustatymo algoritmas gali būti panaudotas apskaičiuojant artimiausią pirminio fragmento TRS išraišką („skeletą“). Ši savybė ypač svarbi tiriant „užtriukšmintas“ realaus pasaulio laiko eilutes, kai TRS minimalios eilės negalima apskaičiuoti tiesiogiai, t.y. taikant 2.1 apibrėžimą.

2.6. Fragmento dėsningumų nustatymas

Skyrelyje pateikiamas fragmento $S(Y,a,b)$ dėsningumų (kompleksiškumo) nustatymo ir analizės metodas, kuriam taikoma TRS minimalios eilės koncepcija.

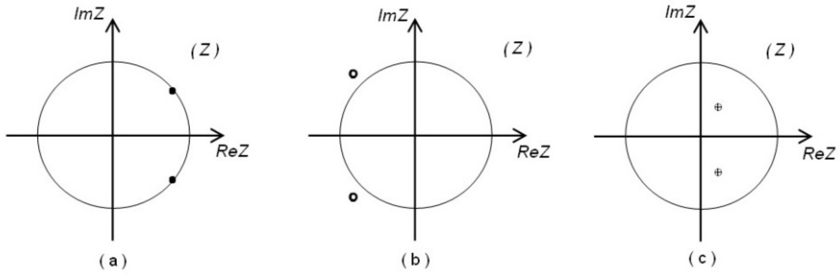
Tegul yra žinoma fragmento $S(Y,a,b)$ TRS išraiška. Tada remiantis 1.2–1.3 teoremomis bei (1.33)–(1.34) sąryšiais šią išraišką galima išskaidyti į atskiras, nusakančias skirtingus dėsningumus, komponentes:

$$y_j = \ddot{y}_j^{(-1)} + \ddot{y}_j^{(0)} + \ddot{y}_j^{(1)},\ \ j = \overline{0, L-1}; \tag{2.11}$$

čia $\ddot{y}_j^{(0)}$ – stacionarų, $\ddot{y}_j^{(1)}$ – susižadinimo ir $\ddot{y}_j^{(-1)}$ – gęstančius procesus nusakančios komponentės:

$$\dddot{y}_j^{(0)} = \sum_{k:\,|\rho_k|=1} \mu_k \rho_k^j,\ k = 1,2,...,s,\ j = \overline{0, L-1},$$
$$\dddot{y}_j^{(1)} = \sum_{k\,:\,|\rho_k|>1} \mu_k \rho_k^j,\ k = 1,2,...,s,\ j = \overline{0, L-1}, \tag{2.12}$$
$$\dddot{y}_j^{(-1)} = \sum_{k\,:|\rho_k|<1} \mu_k \rho_k^j,\ k = 1,2,...,s,\ j = \overline{0, L-1}.$$

2.5 pastaba. Identifikuoto fragmento TRS komponenčių analizė gali būti atlikta grafiniu būdu, t.y. tikrinių reikšmių $\rho_k,\ k = \overline{1,s}$ realiąsias ir menamąsias dalis atvaizduojant ant vienetinio apskritimo (2.7 pav.).



2.7 pav. (a) stacionarios komponentės ant vienetinio apskritimo $\left(|z| = 1\right)$;
(b) susižadinimo–apskritimo išorėje; (c) gęstančios–apskritimo viduje.

Toliau pateikiami skirtingų dėsningumų fragmentų pavyzdžiai.

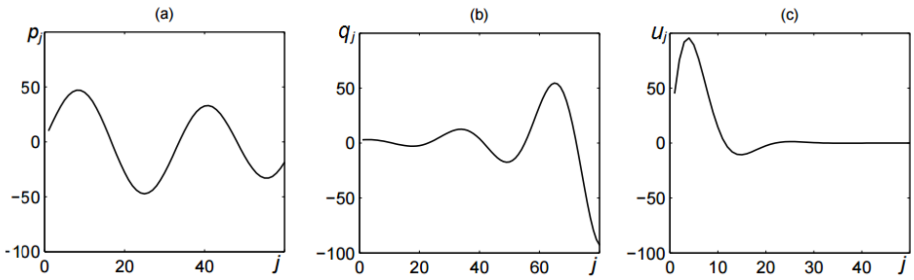
2.7 pavyzdys. Tegul žinomi fragmentai aprašomi išraiškomis:

a) $p_j = 10\cos(0{,}1j) + 40\sin(0{,}2j),\ j = 0,1,...,59;$

b) $q_j = 2\cos(0{,}2j)e^{0{,}05j} + e^{0{,}01j},\ j = 0,1,...,84;$ (2.13)

c) $u_j = 200\sin(0{,}3j)e^{-0{,}2j} + 45\cos(0{,}1j)e^{-0{,}5j},\ j = 0,1,...,49.$

Galima pastebėti (2.8 pav.), kad fragmentas (a) pasižymi periodinėmis, (b)–susižadinančiomis, fragmentas (c)–gęstančiomis savybėmis.



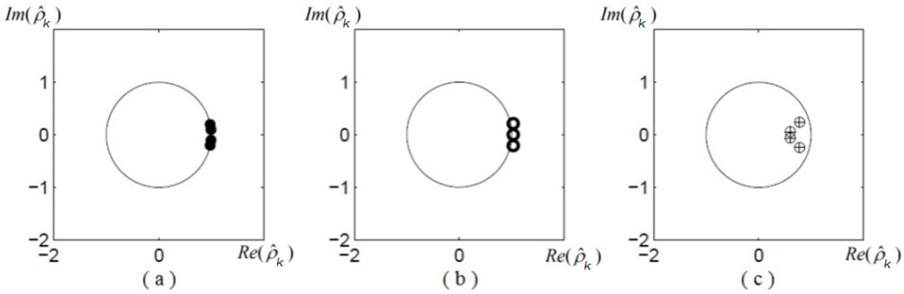
2.8 pav. Skirtingo dėsningumo signalo fragmentų pavyzdžiai

Panaudojant(2.13) išraiškas sudaryti sekų fragmentai identifikuojami FIM algoritmu. Gautų TRS išraiškų koeficientų įverčiai pateikti 2.2 lentelėje.

2.2 lentelė. Identifikuotų (2.13) fragmentų TRS įverčiai

Fragmentas	m	$\hat{\rho}_k, k=\overline{1,s}$	$\hat{\mu}_k, k=\overline{1,s}$
a)	4	$\hat{\rho}_{1,2}=0,9801\pm0,1980,$ $\hat{\rho}_{3,4}=0,9950\pm0,0998,$	$\hat{\mu}_{1,2}=5,$ $\hat{\mu}_{3,4}=\pm20i;$
b)	3	$\hat{\rho}_{1,2}=1,6159\pm0,3276i,$ $\hat{\rho}_3=1,3499;$	$\hat{\mu}_{1,2}=-1,$ $\hat{\mu}_3=1;$
c)	4	$\hat{\rho}_{1,2}=0,7822\pm0,2420i,$ $\hat{\rho}_{3,4}=0,6035\pm0,0606i.$	$\hat{\mu}_{1,2}=\mp100i,$ $\hat{\mu}_{3,4}=22,5.$

Identifikuotos fragmentų tikrinės reikšmės atvaizduotos ant vienetinių apskritimų (2.9 pav.). Galima pastebėti, kad turinčios periodiškumo savybes tikrinės reikšmės išsidėsto ant vienetinio apskritimo, susižadinimo–vienetinio apskritimo išorėje, o gesimo–vienetinio apskritimo viduje.



2.9 pav. Identifikuotų (2.13) fragmentų tikrinių reikšmių atvaizdavimas ant vienetinio apskritimo

2.7. Sekos fragmentavimo algoritmas

Pateikiamas fragmento, sudaryto iš skirtingų TRS, fragmentavimo algoritmas. Algoritmui taikomi fragmento minimalios eilės nustatymo ir FIM metodai.

Sakykim, kad turime sekos Y fragmentą $S(Y,a,b)=(y_a, y_{a+1},..., y_{a+L-1})$, sudarytą iš M skirtingų TRS (1.33–1.34). Algoritmo tikslas–fragmentą S suskaidyti į M nepersidengiančių baigtinių fragmentų:

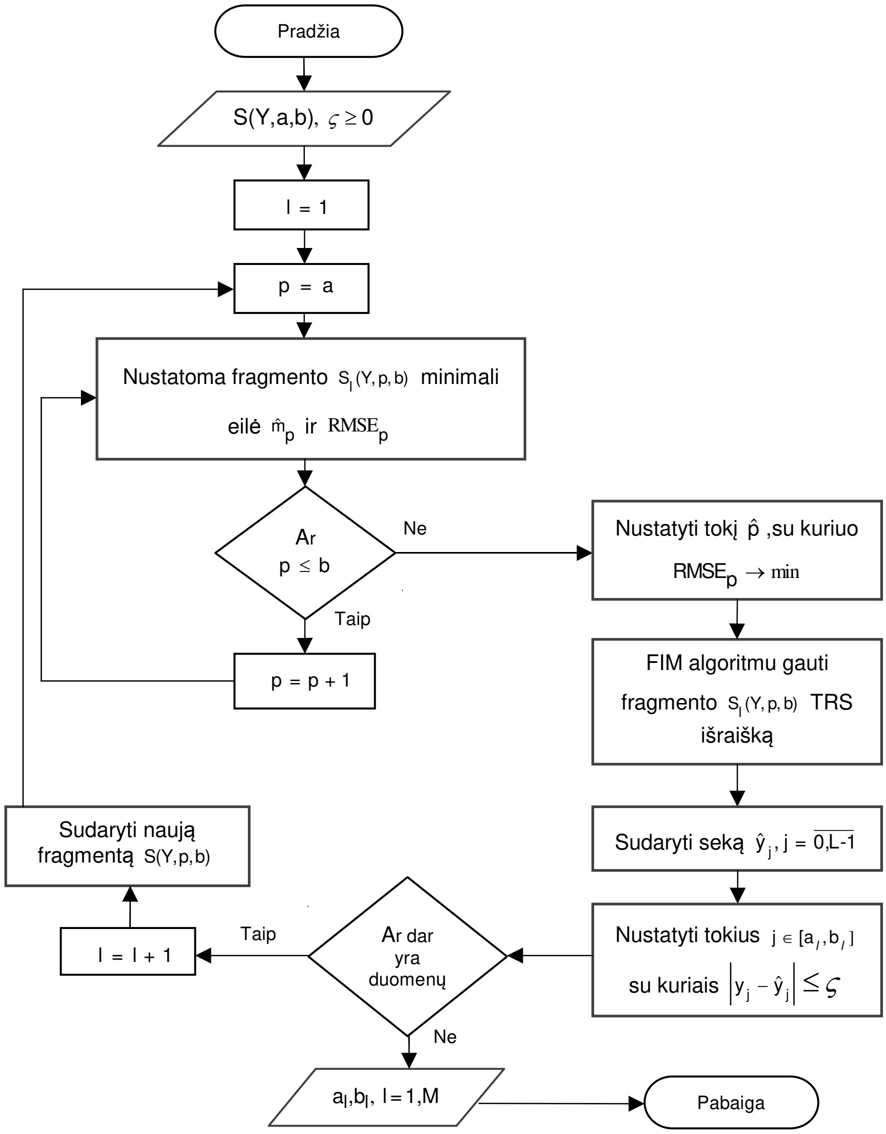
$$S=S_l\left(Y,a_l,b_l\right)=\left(y_{a_l}, y_{a_l+1},...., y_{a_l+L_l-1}\right); \tag{2.14}$$

čia $L_l=b_l-a_l+1,\ a_l\le b_l\ \left(S:=\bigcup_l S_l,\ l=\overline{1,M}\right)$, a_l –l-tojo fragmento (S_l) pradžios, b_l –pabaigos taškas, o L_l –l-tojo fragmento ilgis.

Fragmentavimo algoritmo schema pateikta 2.10 paveiksle. Tegul žinomas sekos Y fragmentas $S(Y,a,b),\ a\le b,\ a,b\in Z_0,\ L=b-a+1,$ sudarytas iš M skirtingų

TRS bei ς –aproksimavimo paklaida. Algoritmo tikslas–apskaičiuoti fragmentų S_l pradžios ir pabaigos taškus: $a_l, b_l \in Z_0$, $a_l \leq b_l, l = \overline{1, M}$.

Toliau pateikiami keli fragmentavimo pavyzdžiai. Pradedama atveju, kai sekos fragmentas yra sudarytas iš panašių TRS.

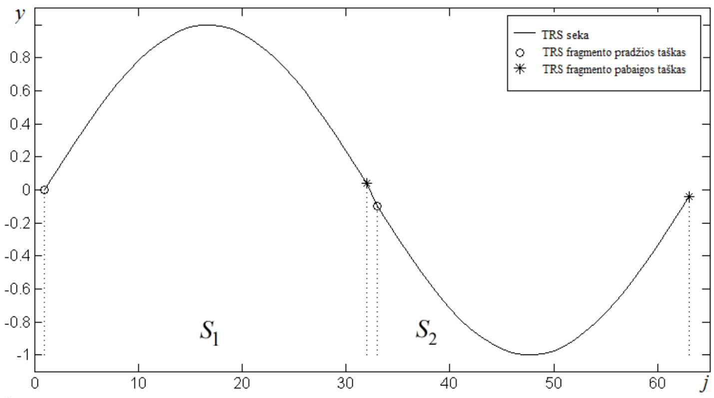


2.10 pav. Fragmento, sudaryto iš kelių TRS, fragmentavimo algoritmo schema

2.8 pavyzdys. a) Tegul žinoma fragmento seka y_j, gauta panaudojus išraiškas:

$$y_j = \begin{cases} \sin(0{,}1k),\ k = \overline{0{,}31},\ j = k, \\ \sin(3{,}2 + 0{,}0999999999d),\ d = \overline{0{,}30},\ j = 32 + d. \end{cases}$$

Pritaikius fragmentavimo algoritmą (kai $\varsigma = 1 \cdot 10^{-12}$), žinoma seka suskaidoma į du atskirus fragmentus (2.11 pav.).



2.11 pav. Sekos, sudarytos iš panašių TRS, fragmentavimas

b) Tegul žinoma fragmento seka:

$$y_j = (y_1, y_2, ..., y_{93}) = (-0{,}279, -1{,}014, ..., 0{,}9347),\ j = \overline{1{,}93}. \tag{2.15}$$

Panaudojus fragmentavimo algoritmą, pirmiausiai buvo identifikuota minimali eilė $m_{35} = 2$ ir fragmento TRS išraiška, kai $\hat{p} = 35$:

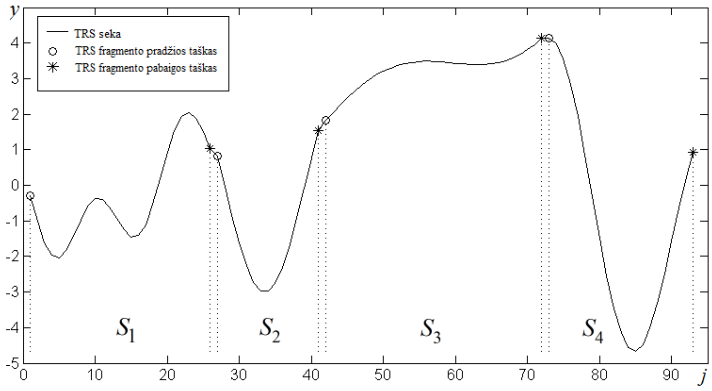
$$\hat{y}_j = (-1{,}37 - 0{,}60i)(0{,}96 + 0{,}28i)^j + (-1{,}37 + 0{,}60i)(0{,}96 - 0{,}28i)^j,\ j = \overline{0{,}7}.$$

Panaudojus $\delta = 1 \cdot 10^{-6}$ išskirtas pirmasis sekos fragmentas: $S_1(a_1, b_1) = S_1(27, 41)$. Toliau atmetus išskirto fragmento duomenis bei panaudojant likusius (2.15) fragmento duomenis sudaromi nauji fragmentai ir kiekvienam jų pakartojama minimalios eilės bei TRS identifikavimo procedūra. Šitaip algoritmo pabaigoje pradinis žinomas sekos fragmentas suskaidomas į 4 nepersidengiančius fragmentus (2.12 pav.). Identifikuotų fragmentų TRS koeficientai pateikti 2.3 lentelėje.

2.3 lentelė. Žinomos sekos fragmentų S_l identifikuotų TRS koeficientų įverčiai

l	$RMSE_l$	$\hat{m}_l, \hat{p}_l$	$\hat{\rho}_r, \hat{\mu}_r,\ r = \overline{1, \hat{m}_l}$	(a_l, b_l)
1	$4{,}70 \cdot 10^{-16}$	2,35	$\hat{\rho}_{1,2} = 0{,}96 \pm 0{,}28i,\ \hat{\mu}_{1,2} = -1{,}37 \mp 0{,}60i.$	(27,41)
2	$2{,}92 \cdot 10^{-15}$	4,2	$\hat{\rho}_{1,2} = 0{,}87 \pm 0{,}49i,\ \hat{\rho}_{3,4} = 0{,}98 \pm 0{,}17i,$ $\hat{\mu}_{1,2} = -0{,}42 \pm 0{,}28i,\ \hat{\mu}_{3,4} = -0{,}39 \pm 0{,}59i.$	(1,26)
3	$1{,}50 \cdot 10^{-12}$	4,59	$\hat{\rho}_{1,2} = 0{,}96 \pm 0{,}29i,\ \hat{\rho}_{3,4} = 0{,}99 \pm 0{,}14i,$ $\hat{\mu}_{1,2} = 1{,}50 \pm 0{,}08i,\ \hat{\mu}_{3,4} = 0{,}49 \pm 0{,}87i.$	(73,93)

4	$3,68\cdot 10^{-12}$	5,42	$\hat{\rho}_{1,2,3}=1,\ \hat{\rho}_{4,5}=0,99\pm 0,15i,$ $\hat{\mu}_1=1,38,\ \hat{\mu}_2=0,003,\ \hat{\mu}_3=0,087,$ $\hat{\mu}_{4,5}=0,22\pm 0,46i.$	(42,72)



2.12 pav. Sekos, sudarytos iš skirtingų TRS, fragmentavimas

Seka y_j (2.15) buvo sudaryta panaudojus išraiškas:

$$y_j=\begin{cases}\sin\left(\sqrt{3}(1,5+0,1k)\right)+\cos\left(\sqrt{3}(1,5+0,1k)\right)+\cos\left(\sqrt{3}(4,5+0,3k)\right),\ k=0,1,...,25,\ j=1+k;\\ 3\cos\left(\sqrt{2}(9,8+0,2d)\right),\ d=0,1,...,14,\ j=27+d;\\ 0,5(1,7+0,05l)^2+\cos(5,1+0,15l),\ l=0,1,...,30,\ j=42+l;\\ 2\sin\left(\sqrt{2}(12,4+0,2g)\right)+3\cos(18,6+0,3g),\ g=0,1,...,20,\ j=73+g.\end{cases}$$

Taigi galima pastebėti, kad pradinis fragmentas buvo suskaidytas teisingai.

2.8. Skyriaus išvados

Taikant TRS minimalios eilės koncepciją skyriuje pateikti nauji laiko eilučių fragmentų analizės metodai ir algoritmai.

- Algebrinis fragmento identifikavimo metodas, kuris taikomas sudarant laiko eilutės fragmento TRS išraišką.
- Fragmento identifikavimo panaudojant dalinį fragmentą metodas. Šiuo metodu identifikuojamas laiko eilutės fragmentas, kai yra žinoma tik tam tikra laiko eilutės fragmento dalis. Ši savybė gali būti pritaikyta sprendžiant interpoliavimo ir ekstrapoliavimo (prognozavimo) uždavinius.
- TRS minimalios eilės nustatymo metodas, kuriuo identifikuojama laiko eilutę aprašančio TRS modelio eilė *m*.
- Laiko eilutės dėsningumų nustatymo metodas, skirtas identifikuoto fragmento TRS išraiškos skirtingus dėsningumus aprašančių komponenčių išskyrimui ir analizei atlikti.
- TRS fragmentavimo algoritmas, kuriuo laiko eilutė, sudaryta iš kelių skirtingų TRS, išskaidoma į nepersidengiančius fragmentus.

Sukurtas fragmento identifikavimo (FIM) algoritmas palygintas su literatūroje gerai žinomu Prony aproksimacijos algoritmu (APM). Algoritmų analizė parodė, kad FIM algoritmas palyginus su APM fragmentus identifikuoja greičiau, be to, skaičiavimo trukmė nepriklauso nuo fragmento ilgio. O APM skaičiavimo trukmė priklauso nuo identifikuojamo fragmento ilgio, t.y. atitinkamai didėja, didėjant fragmento ilgiui.

Kituose skyriuose pateikiamos praplėstos TRS teorijos ir sudarytų algoritmų taikymas signalams identifikuoti ir tirti.

3. PRAPLĖSTAS PRONY INTERPOLIACIJOS METODAS IR JO TAIKYMAS

Skyriuje pateikiamas naujas signalą aprašantis matematinis modelis ir jo parametrų vertinimo (identifikavimo) metodas. Metodas paremtas praplėstos TRS ir tiesinės rekurentinės funkcijos (TRF) savybėmis.

3.1. Tiesinė rekurentinė funkcija ir jos savybės

3.1 apibrėžimas. Funkcija $f(t)$ vadinama tiesine rekurentine funkcija (TRF):

$$f(t) = \sum_{k=0}^{n} Q_k(t)\exp(\lambda_k t); \tag{3.1}$$

čia $Q_k(t) = \sum_{l_r=0}^{n_k-1} \alpha_{kl_r} t^{l_r}$, $n_k \geq 1$, $\alpha_{kl_r} \in C$, $\alpha_{k(n_k-1)} \neq 0$, $k = 0,1,...,n$ ir $t, f(t) \in R$.

3.1 pastaba. TRF galima pavadinti praplėsta Prony (1.17) funkcija.

3.1 teorema. Tegul žinoma TRF $f(t)$. Tada su visais fiksuotais $p, h \in R$ seka $(y_j, j \in Z_0)$:

$$y_j := f(p + jh),\ j = 0,1,2,... \tag{3.2}$$

yra TRS.

Įrodymas

Tegul funkcija $y = f(t)$ yra TRF, t.y. nusakoma (3.1) išraiška. Tada su visais $p, h \in R$ gaunama:

$$\begin{aligned} y_j &:= f(p + jh) = \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{r=0}^{n_k-1} \alpha_{kr} (p + jh)^r \exp(\lambda_k (p + jh)) \right) = \\ &\sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{r=0}^{n_k-1} \beta_{kr} \cdot j^r \right) \left(\exp(\lambda_k h) \right)^j ; \end{aligned} \tag{3.3}$$

čia koeficientai β_{kr} gali būti išreikšti r-tojo laipsnio polinomo koeficientais $\alpha_{k0}, \alpha_{k1}, ..., \alpha_{k(n_k-1)}$. Be to, galima pastebėti, kad r bei parametrai p ir h nepriklauso nuo j.

Taigi įvedus išraišką:

$$\rho_k = \exp(\lambda_k h) \tag{3.4}$$

iš (3.4) ir (3.3) išraiškų galima gauti, kad seka $(y_j, j \in Z_0)$ yra TRF:

$$y_j = \sum_{k=1}^{s} \left(\sum_{r=0}^{n_k - 1} \beta_{kr} \cdot j^r \right) \rho_k^j; \; j \in Z_0. \tag{3.5}$$

Įrodymo pabaiga.

3.2 teorema. Tegul $(y_j, j \in Z_0)$ yra TRF, tada teisingas sąryšis:

$$0 \le rank(y_j; j \in Z_0) \le m_1 + m_2 + ... + m_r. \tag{3.6}$$

Įrodymas. Išraiška (1.37) gali būti panaudota išreikšti (3.5) narius, kai koeficientai $\beta_{kr} \neq 0.$ Sutraukus panašius narius (nes kai kurios (3.5) išraiškos tikrinės reikšmės ρ_k gali sutapti), gaunama (3.5) išraiška.

Įrodymo pabaiga.

3.1 pavyzdys. Tegul žinoma funkcija $f(t) = \cos(t) = \frac{1}{2}\left(e^{it} + e^{-it}\right), \; t \in [0; 30\pi]$ ir $h_1 = \pi / 2, \; h_2 = 2\pi, \; h_3 = \pi.$

Tada galima sudaryti TRS $y_{v,j} = f(p + jh_v), j \in Z_0$ ir apskaičiuoti jų minimalias eiles, panaudojant skirtingus parametrus *p*.

Kai $p = 0,$ tai $y_{1,j} = f\left(j \cdot \frac{\pi}{2}\right) = (1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 1, ...),$ $y_{2,j} = f(j \cdot 2\pi) =$ $= (1, 1, 1, 1, 1, ...).$

Kai $p = \frac{\pi}{2},$ tai $y_{3,j} = f\left(\frac{\pi}{2} + j \cdot \pi\right) = (0, 0, 0, 0, 0, ...).$

Apskaičiuotos TRF minimalios eilės: $rank(y_{1,j}) = 2,$ $rank(y_{2,j}) = 1,$ $rank(y_{3,j}) = 0.$ Akivaizdu, kad TRF minimali eilė priklauso nuo žingsnio *h*.

3.2 apibrėžimas. Tegul žinoma $f(t)$ yra TRF. Tada funkcijos $f(t)$ minimali eilė žymima:

$$rank\left(f(t)\right) := \max_{p,h} rank\left(f(p + jh; j \in Z_0)\right); \tag{3.7}$$

čia $p \in R; \; h > 0.$

3.2 pavyzdys. Funkcijos $rank(\cos t) = 2,$ kadangi $rank(y_{1,j}, j \in Z_0) = 2,$ $rank(y_{2,j}, j \in Z_0) = 1,$ o $rank(y_{3,j}, j \in Z_0) = 0.$

3.3 apibrėžimas. Seka $f(p + jh; j \in Z_0)$ vadinama reprezentatyviąja seka, jeigu reikšmės esant atitinkamoms p, h fiksuotoms reikšmėms:

$$hr(f(t)) = rank(f(p + jh; j \in Z_0)).$$

3.3 teorema. Tegul žinoma $(y_j; j \in Z_0)$ – reprezentatyvioji TRS. Tada jos parametrai $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_s$ turi tokias išraiškas:

$$\lambda_k = \frac{1}{h}\left(\ln|\rho_k| + i(\arg\rho_k + 2\pi\eta_k)\right), \quad \eta_k = 0, \pm1, \pm2, ..., \ k = \overline{1,s}. \tag{3.8}$$

Įrodymas. Pasinaudojus kompleksinio logaritmo sąvoka:

$$Lnz = \ln|z| + i(\arg z + 2\pi\eta), \ \eta = 0, \pm1, \pm2, ...$$

ir (3.4) sąryšiu gaunama, kad:

$$\lambda_k h := Ln\rho_k = \ln|\rho_k| + i(\arg\rho_k + 2\pi\eta_k), \quad \eta_k = 0, \pm1, \pm2, ..., \ k = \overline{1,s}.$$

Įrodymo pabaiga.

3.3 pavyzdys. Tegul žinoma $y_j := \frac{1}{2}(i^j + (-i)^j) = \cos\frac{\pi j}{2}$. Reikia apskaičiuoti TRF $y = f(t); \ t, f(t) \in R,$ kai $f\left(\frac{\pi j}{2}\right) = y_j; \ j \in Z_0 \ \left(\text{t.y.}, p = 0, \ h = \pi/2\right).$

Pateiktoji seka yra TRS seka, kadangi apskaičiuota minimali eilė $rank(y_j; j \in Z_0) = 2.$ Be to, tikrinės reikšmės $\rho_1 = i$ ir $\rho_2 = -i.$ Tada galima apskaičiuoti: $\frac{\pi}{2}\lambda_1 = Lni = i\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi\eta_1\right); \quad \lambda_1 = i\left(1 + 4\eta_1\right)$ ir analogiškai $\lambda_2 =$ $= i(-1 + 4\eta_2).$ Gauta, kad $\lambda_1 \neq \lambda_2; \ \eta_1, \eta_2 = 0, \pm1, \pm2, ...$

Tada apskaičiuota TRF išraiška:

$$y = f(t) = \frac{1}{2}\exp(i(1 + 4\eta_1)t) + \exp(-i(-1 + 4\eta_2)t)); \ \eta_1, \eta_2 = 0, \pm1, \pm2, ... \ .$$

Galima pastebėti, kad $rankf(t) = 2,$ be to, $f\left(\frac{\pi j}{2}\right) = \cos\frac{\pi j}{2}.$ Tačiau $f(t)$ yra TRF tik tada, kai $\eta_1 = \eta_2 = \eta.$

Taigi $f(t; \eta; -\eta) = \frac{1}{2}(\exp(i(1 + 4\eta)t) + \exp(-i(-1 + 4\eta)t)) = \cos((4\eta + 1)t); \ \eta =$ $0, 1, 2, ... \ .$

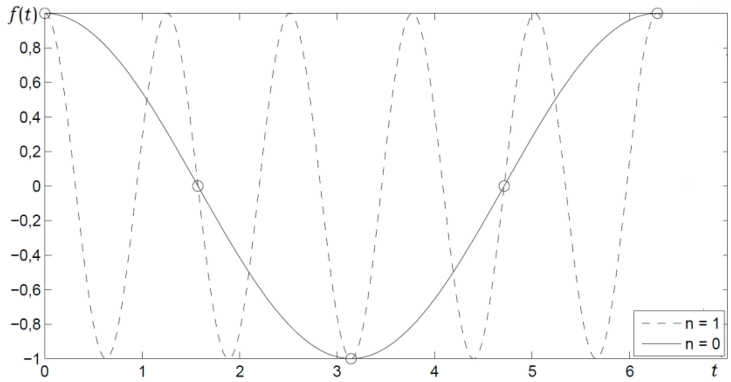
Tiesinės rekurentinės funkcijos $f(t; \eta; -\eta),$ kai $\eta = 0, 1,$ pavaizduotos 3.1 paveiksle.

Taigi parametro h parinkimas yra netrivialus uždavinys. Todėl toliau įvedama pakankamai mažo žingsnio h sąvoka.

3.4 apibrėžimas. Sakoma, kad h yra pakankamai mažas, jeigu egzistuoja toks $h_0 > 0,$ kad su visais $0 < h < h_0$ yra teisingas sąryšis:

$$\lambda_k = \frac{1}{h}\left(\ln|\rho_k| + i\arg\rho_k\right); \tag{3.9}$$

čia $0 \le \arg\rho_k < \pi$ ir $k = \overline{1,s}.$



3.1 pav. Tiesinės rekurentinės funkcijos $f(t;\eta;-\eta)$, kai $\eta = 0{,}1$

3.1 lema. Jeigu $f(t)$ yra TRF, tai egzistuoja toks $h_0 > 0$, su kuriuo yra teisingas (3.9) sąryšis.

Įrodymas. Pasinaudojant (3.8) išraiška gaunama, kad $\delta_k h = |\ln \rho_k|$, $\psi_k h = \arg \rho_k + 2\pi\eta_k(h)$, kai $\lambda_k = \delta_k + i\psi_k$ ir $0 < |\psi_k| < +\infty$, $\delta_k \in R$. Todėl $\psi_k h = \arg \rho_k$, kai $0 < |\psi_k| h < \pi$, t.y. $\eta_k(h) = 0$ ir $0 < h < \pi / |\psi_k|$.

Kai $h_0 := \min\limits_k \dfrac{\pi}{|\psi_k|}$, gaunamas 3.1 lemos įrodymas.

Įrodymo pabaiga.

3.2 pastaba. h_0 yra neaprėžtas, kai $\max\limits_k \psi_k = 0$.

3.2 lema. Tegul $h_0 > 0$ yra toks, kad būtų tenkinamas (3.9) sąryšis, tada

$$\eta_k = \frac{1}{2\pi h_0}(h \arg \rho_k(h_0) - h_0 \arg \rho_k(h)), \quad k = \overline{1,s}. \tag{3.10}$$

Įrodymas. Tegul

$$\rho_k := \rho_k(h) = \exp((\delta_k + i\psi_k)h), \tag{3.11}$$

t.y. $\rho_k := \rho_k(h)$ yra funkcija nuo h, $0 < h < +\infty$. Tada

$$\psi_k h = \arg \rho_k(h) + 2\pi\eta_k(h). \tag{3.12}$$

Remiantis h_0 apibrėžimu gaunama, kad $\psi_k = \dfrac{\arg \rho_k(h_0)}{h}$ arba $\psi_k h = \arg \rho_k(h_0) \cdot \dfrac{h}{h_0}$. Tada iš (3.12) gaunama, kad $\dfrac{h}{h_0} \cdot \arg \rho_k(h_0) = \arg \rho_k(h_0) + 2\pi\eta_k(h)$.

Įrodymo pabaiga.

3.3 lema. Su visomis $0 < h < +\infty$ gaunama, kad

$$h|\ln \rho_k(h_0)| = h_0 \ln|\rho_k(h)|.$$

Įrodymas. Pasinaudojus (3.11) išraiška galima gauti, kad $\delta_k = \dfrac{\ln|\rho_k(h)|}{h}$ ir kartu $\delta_k = \dfrac{\ln|\rho_k(h_0)|}{h_0}$. *Įrodymo pabaiga.*

3.4 pavyzdys. Galima pastebėti, kad žingsnis $h_0 = \pi$ funkcijai $f(t) = \cos(t)$ yra pakankamai mažas. Tada parametrai η_1, η_2 turi būti lygūs 0.

3.2. Interpoliavimo algoritmas panaudojant praplėstą Prony TRF

Disertacijoje nagrinėjami tolygiai diskretizuoti signalai. Šiame skyrelyje pateikiamas disertantės pasiūlytas praplėstas Prony modelis ir jo identifikavimo algoritmas.

3.2.1. Praplėstas Prony modelis

Pirmajame skyriuje buvo pateikti praktiniuose taikymuose sutinkami populiarūs eksponentinių funkcijų su pastoviaisiais koeficientais modeliai:

Furjė

$$F_F(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mu_k \exp\left(i\frac{2\pi k}{T} t \right); \tag{3.13}$$

Prony

$$F_P(t) = \sum_{k=1}^{m} \mu_k \exp(\lambda_k t); \tag{3.14}$$

čia $m \in N$ ir $\mu_k, \lambda_k \in C$. Panaudojant praplėstą Prony TRF (3.1), signalo identifikavimui darbe siūlomas naujas praplėstas Prony modelis:

$$F_{PP}(t) = \sum_{k=1}^{m} Q_k(t) \exp(\lambda_k t). \tag{3.15}$$

Furjė modeliu signalas skaidomas į begalinį kiekį komponenčių, be to, jis yra neparametrinis modelis ir neturi galimybės įvertinti gęstančių komponenčių, todėl taikant šį modelį negalima analizuoti signalo dėsningumų kitimo laike. O Prony modeliu (3.14) periodiniai ir neperiodiniai signalai identifikuojami baigtiniu kiekiu komponenčių, be to, juo galima aproksimuoti gęstančius signalus. Darbe siūlomas praplėstas Prony modelis (3.15), kurio polinominiai koeficientai gali suteikti papildomos informacijos apie signalo amplitudės kitimo ypatumus. Taigi jo taikymas išėjimo signalo identifikavimui gali suteikti papildomos informacijos apie analizuojamus procesus ir jų dinamiką.

Toliau pateikiamas naujas modelio (3.15) parametrus identifikuojantis „Prony tipo“ metodas. Kadangi signalo identifikavimui naudojamas praplėstas Prony modelis (3.15), todėl algoritmas vadinamas *praplėstu Prony interpoliacijos algoritmu* (toliau–PPI).

3.2.2. Praplėstas Prony interpoliacijos algoritmas

Tarkim, jog žinoma funkcija $f(t),\ a \le t \le b$ nebūtinai yra TRF. Pateikiamas algoritmas, kuriuo intervale $a \le t \le b$ sudaroma žinomos funkcijos $f(t)$ artimiausia TRF $F(t)$, kitais žodžiais tariant, surandamas pradinės funkcijos „skeletas“ (Ragulskis ir kt., 2011). Taigi metodo tikslas–identifikuoti TRF $F(t)$ minimalią eilę *m*, su kuria intervale $a \le t \le b$ būtų gauta artimiausia $F(t)$ pradinei funkcijai $f(t)$,

Pirmiausia nustatomas reguliariosios gardelės intervale $[a;b]$ žingsnis *h*. Žingsnio *h* dydis (gardelės plotis) tiesiogiai priklauso nuo TRF minimalios eilės *m*.

Tegul TRF $F(t)$ minimali eilė lygi *m*, tada parametras *h* nustatomas:

$$h = \frac{a-b}{2m-1}. \tag{3.16}$$

Taigi panaudojant funkcijos $f(t)$ reikšmes esant atitinkamoms kintamojo *t* fiksuotoms reikšmėms sudaroma seka $(y_j, j \in Z_0)$:

$$y_0 = f(a), y_1 = f(a+h), y_2 = f(a+2h), ..., y_{2m-1} = f(b). \tag{3.17}$$

3.3 pastaba. Jeigu priimta prielaida, kad TRF $F(t)$ minimali eilė lygi m, tada panaudojant (1.27) sąryšį galima sudaryti determinantą:

$$d_{m+1} = \det\begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_{m-1} & y_m \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_m & y_{m+1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_m & y_{m+1} & \cdots & y_{2m-1} & F(b+h) \end{bmatrix} = 0. \tag{3.18}$$

Matome, kad naudojantis (3.18) išraiška galima apskaičiuoti funkcijos $F(b+h)$ (ar $f(b+h)$) reikšmę, tačiau tolimesniuose skaičiavimuose ji nenaudojama. Be to, priimta prielaida suteikia galimybę metodui taikyti TRS ir TRF teoriją.

Atsižvelgiant į 3.3 pastabą, toliau sudaromas charakteringasis Hankelio determinantas (1.29):

$$\det\begin{vmatrix} f(a) & f(a+h) & \cdots & f(a+mh) \\ f(a+h) & f(a+2h) & \cdots & f(a+(m+1)h) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ f(a+(m-1)h) & f(a+mh) & \cdots & f(b) \\ 1 & \rho & \cdots & \rho^m \end{vmatrix} = 0 \tag{3.19}$$

ir charakteringasis polinomas (1.30). Apskaičiuojamos tikrinės reikšmės ir jų kartotinumai $\hat{\rho}_k, \hat{n}_k = 1,...,s.$ Tada panaudojant (3.9) išraišką apskaičiuojami koeficientai $\hat{\lambda}_k,\ k = 1,2,...,s.$

Toliau remiantis (3.2) ir (1.35) sąryšiais sudaroma ir išsprendžiama tiesinių lygčių sistema bei gaunami sprendiniai $\hat{\mu}_{kr},\ k = \overline{1,s},\ r = \overline{0,\hat{n}_k - 1}.$

Tada identifikuota pradinės funkcijos $f(t)$ intervale $[a;b]$ TRF išraiška:

$$F_{PP}(t) = \sum_{k=1}^{m} Q_k(t)\exp(\lambda_k t),\ t \in [a,b]. \quad (3.20)$$

Tuo pačiu principu, kai $m = 1,2,3,...,$ galima sudaryti kelias TRF (3.20). Metodo uždavinys–identifikuoti fragmentui artimiausią TRF ir jos eilę m, , t.y. tokią, su kuria būtų gautas mažiausias RMSE įvertis.

Remiantis PPI metodu galima sudaryti algoritmą, kuriuo panaudojant žinomas funkcijos reikšmes $y_j := f(t),\ j = 0,1,2,...N-1,\ a \le t \le b$ ir parametro $m \in [m_{pr}, m_{pb}]$ galimų reikšmių masyvą (m_{pr}, m_{pb} –atitinkamai masyvo pradžia ir pabaiga) galima identifikuoti TRF $F_{PP}(t)$. Algoritmas pateiktas 3.2 paveiksle.

3.4 pastaba. PPI algoritmas vadinamas *algebriniu interpoliacijos* (AI) algoritmu, kai fragmentas identifikuojamas panaudojant (1.34) ir (1.35) išraiškas. Tada apskaičiuojami parametrai: $\hat{\rho}_k, \hat{n}_k, \hat{\mu}_{kr},\ k = \overline{1,s},\ r = \overline{0, \hat{n}_k - 1}$ ir m.

3.5 pastaba. Praplėstą Prony interpoliavimo metodą galima naudoti laiko eilučių aproksimacijai, t.y. atlikti ne tik interpoliaciją, bet ir ekstrapoliaciją (prognozavimą).

Toliau pateikiamas PPI algoritmo panaudojimo pavyzdys.

3.5 pavyzdys. Tegul žinoma funkcija:

$f_a(t) = 0,3t^2 \sin(2,14t)e^{-0,13t} + \cos(0,18t)e^{-0,31t}$.

Panaudojant PPI metodą pavyzdyje sudaroma pradinės funkcijos TRF $F_m(t)$ intervale $0 \le t \le 10$.

Tarkim, kad turime TRS seką, gautą panaudojus $f_a(t)$ reikšmes, ir tegul TRS minimali eilė lygi m. Tada $h = \dfrac{10}{2m-1}$ ir galima sudaryti seką: $y_j = f_a(jh)$; $j = 0,1,...,(2m-1)$.

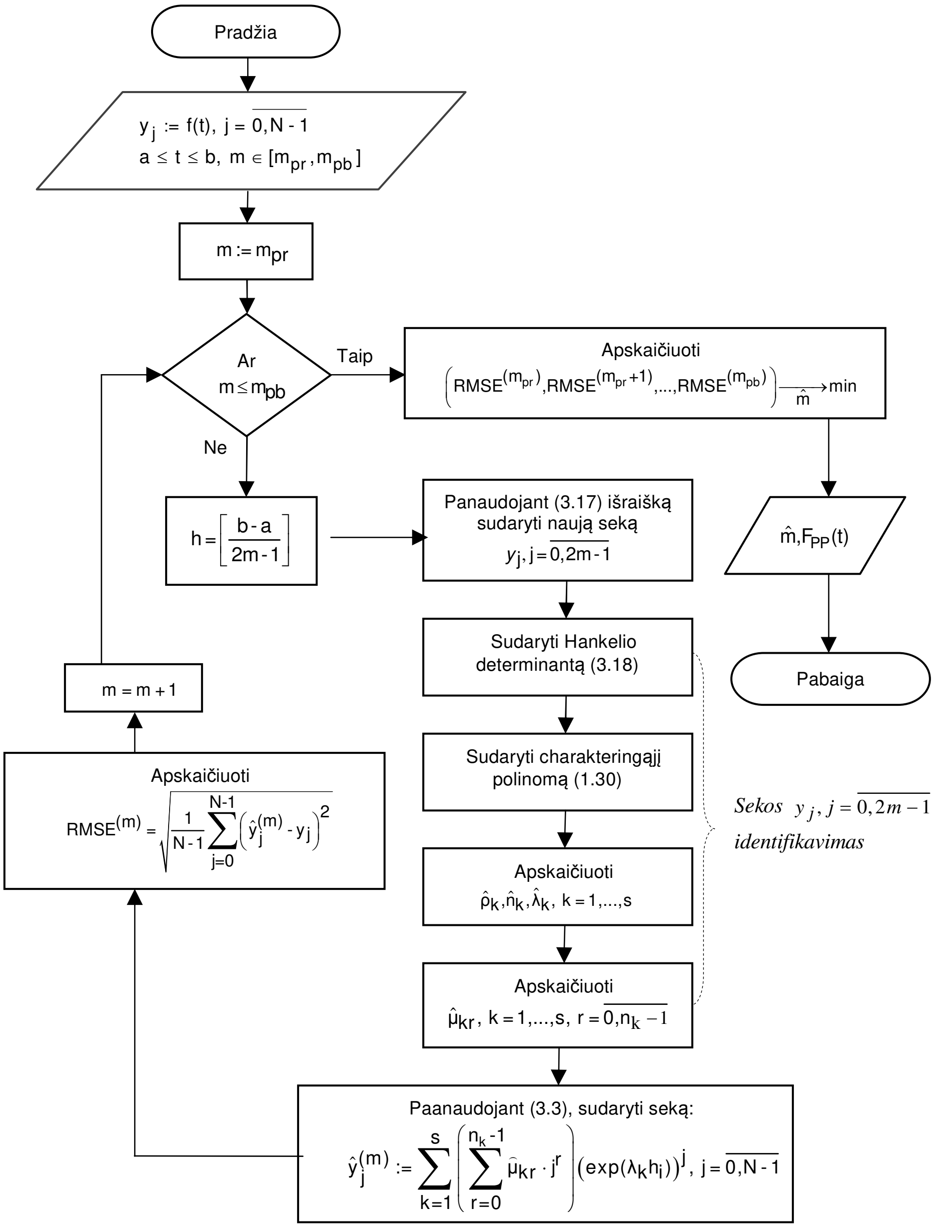
Kai $m = 1,2,...,35$ galima apskaičiuoti 35 skirtingas tiesines rekurentines funkcijas $F_m(t)$ bei atitinkamai gauti 35 skirtingus įverčius:

$$RMSE^{(m)} = \sqrt{\frac{1}{10}\int_0^{10} \left(f_a(t) - F_m(t)\right)^2 dt}.$$

Gautų $RMSE^{(m)}$ įverčių priklausomybė nuo parametro m reikšmių pateikta 3.3 paveiksle.

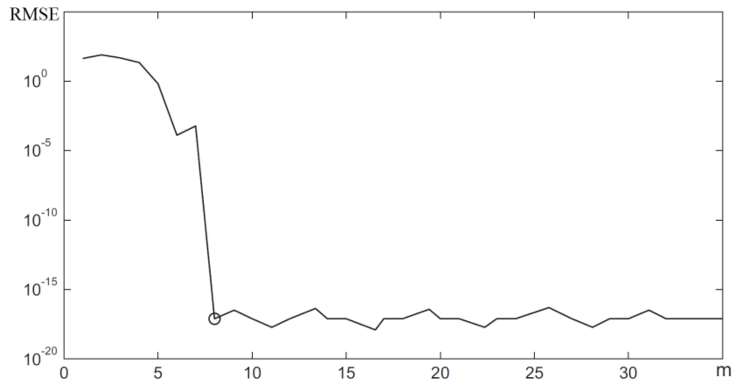
Galima pastebėti, kad $RMSE$ = 0, kai m = 8, taigi $f_a(t)$ minimali eilė yra lygi 8. Tada galima sudaryti $TRF\ F_8(t)$ išraišką.

Kadangi $rankf_a(t) = 8$, tai žingsnis $h = 2/3$. Tada charakteristinio polinomo šaknys: $\hat{\rho}_{1,2,3} = 0,1317 + 0,9075i,\ \hat{\rho}_{4,5,6} = 0,1317 - 0,9075i,\ \hat{\rho}_{7,8} = 0,8074 \mp 0,0974i.$



3.2 pav. Praplėstas Prony interpoliacijos (PPI) algoritmas

Tada panaudojant (3.9), kai $k_r = 0$, $r = \overline{1,8}$, galima apskaičiuoti koeficientus $\hat{\lambda}_1^* = \hat{\lambda}_{1,2,3} = -0,0867 + 1,4267i$; $\hat{\lambda}_2^* = \hat{\lambda}_{4,5,6} = -0,0867 - 1,4267i$; $\hat{\lambda}_{3,4}^* = \hat{\lambda}_{7,8} =$ $= -0,2067 \mp 0,1200i$.



3.3 pav. RMSE ir TRF parametro *m* priklausomybė

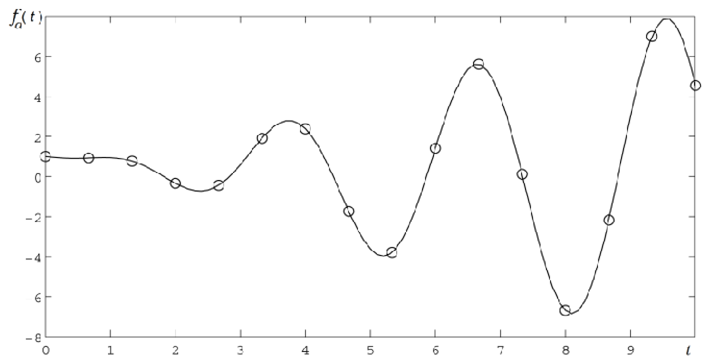
Tada panaudojant (3.2) ir (1.35) sąryšius sudaroma tiesinių lygčių sistema:

$$\left(\mu_1 + \mu_2 j + \mu_3 j^2\right) e^{j\lambda_1^*} + \left(\mu_4 + \mu_5 j + \mu_6 j^2\right) e^{j\lambda_2^*} + \mu_7 e^{j\lambda_3^*} + \mu_8 e^{j\lambda_4^*} = f(jh),\ j = \overline{0,7}.$$

Gauti sprendiniai: $\hat{\mu}_{1,2,3,4} = 0$; $\hat{\mu}_{5,6} = \mp 0,0667i$; $\hat{\mu}_{7,8} = \frac{1}{2}$. Taigi funkcijos $F_8(t)$ išraiška:

$$\begin{aligned}
F_8(t) &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 (-0,0667i) t^2 e^{\frac{3}{2}(-0,0867+1,4267i)t} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 0,0667it^2 e^{\frac{3}{2}(-0,0867-1,4267i)t} + \\
&+ \frac{1}{2} e^{\frac{3}{2}(-0,2067+0,12i)t} + \frac{1}{2} e^{\frac{3}{2}(-0,2067-0,12i)t} = -0,15it^2 e^{-0,13t}\left(e^{2,14it} - e^{-2,14it}\right) + \\
&+ 0,5e^{-0,31t}\left(e^{0,18it} + e^{-0,18it}\right) = -0,15it^2 e^{-0,13t}(\cos(2,14t) + i\sin(2,14t)) - \\
&- \cos(-2,14t) - i\sin(-2,14t)) + 0,5e^{-0,31t}(\cos(0,18t) + i\sin(0,18t) + \\
&+ \cos(-0,18t) + i\sin(-0,18t)) = 0,3t^2 \sin(2,14t) e^{-0,13t} + \cos(0,18t) e^{-0,31t}.
\end{aligned}$$

Gauta TRF $F_8(t)$ pavaizduota 3.4 paveiksle.



3.4 pav. TRF $F_8(x)$ identifikuota PPI metodu

Kitame skyrelyje pateikiamas PPI metodo taikymas Rungės funkcijai bei realaus pasaulio laiko eilutėms. Kartu atliekamas metodo palyginimas su Čebyšovo interpoliacijos metodu.

3.3. Praplėsto Prony interpoliavimo metodo eksperimentiniai tyrimai

3.3.1. Rungės funkcijos interpoliacija taikant PPI metodą

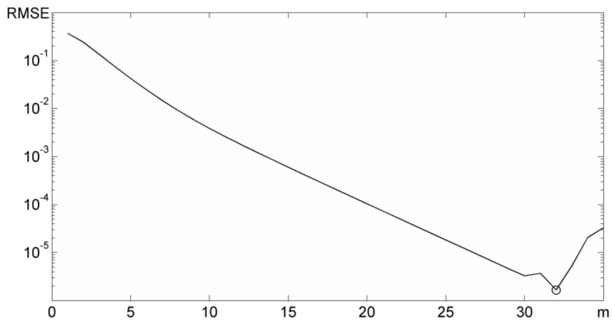
3.6 pavyzdys. Šiame pavyzdyje parodoma, kad PPI metodas leidžia išvengti Rungės efekto (fenomeno) reguliariojoje gardelėje.

Tegul žinoma Rungės funkcija (Runge, 1901):

$$f_R(t) = \frac{1}{1+25t^2}. \tag{3.21}$$

Pavyzdyje pateikiamas duotos funkcijos identifikavimas PPI algoritmu.

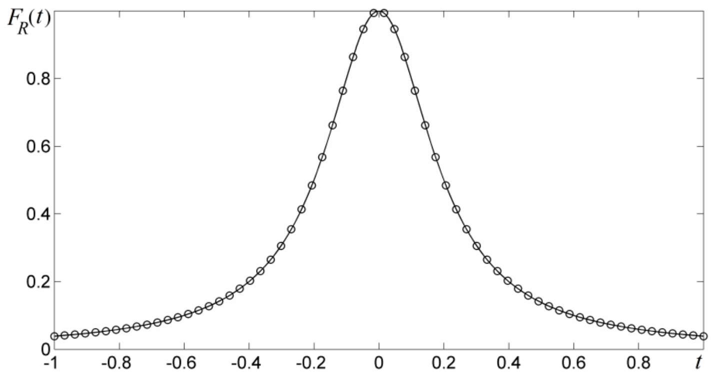
Pirmiausia panaudojant funkcijos (3.21) reikšmes intervale [−1, 1] sudaromas sekos fragmentas ir identifikuojamas PPI algoritmu. 3.5 paveiksle pavaizduota apskaičiuotų RMSE reikšmių ir parametro m priklausomybė.



3.5 pav. Rungės funkcijos modelio eilės kitimas RMSE atžvilgiu

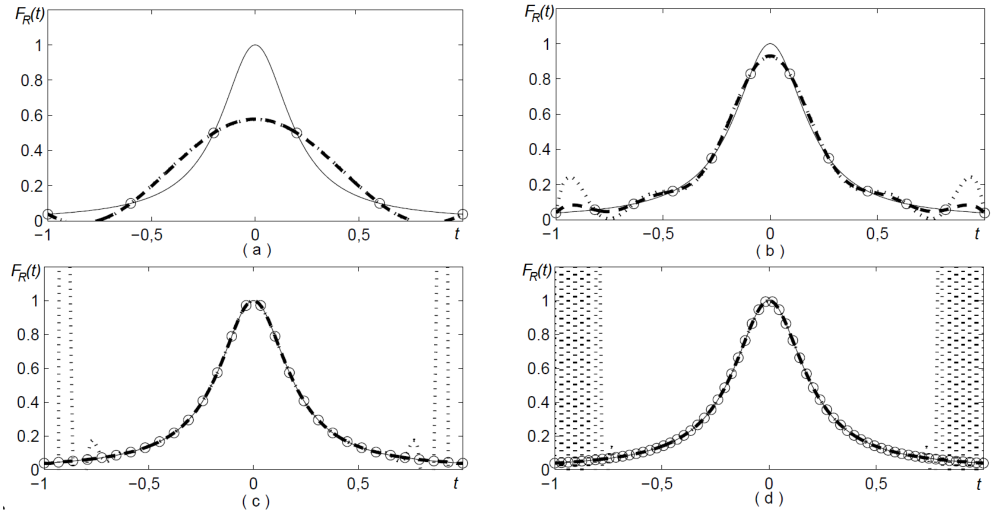
Gauta mažiausia $RMSE = 1{,}66 \cdot 10^{-6}$, kai $m = 32$, $h = 2/63$. Tada identifikuota Rungės funkcijos TRF išraiška (3.6 pav.):

$$\begin{aligned}
F_{32}(t) = {} & -18{,}24 \cdot 10^{-9} e^{2{,}46 \cdot 10^{-11} t} \cos(2{,}89t) - 2{,}52 \cdot 10^{-8} e^{-1{,}41 \cdot 10^{-10} t} \cos(2{,}65t) + \\
& +13{,}7 \cdot 10^{-8} e^{-3{,}2 \cdot 10^{-10} t} \cos(2{,}43t) + 9{,}3 \cdot 10^{-7} e^{5{,}53 \cdot 10^{-12} t} \cos(2{,}21t) + \\
& +3{,}84 \cdot 10^{-6} e^{1{,}28 \cdot 10^{-10} t} \cos(2{,}01t) + 13{,}58 \cdot 10^{-6} e^{7{,}71 \cdot 10^{-10} t} \cos(1{,}81t) + \\
& +4{,}4 \cdot 10^{-5} e^{3{,}32 \cdot 10^{-11} t} \cos(1{,}61t) + 12{,}38 \cdot 10^{-5} e^{7{,}1 \cdot 10^{-10} t} \cos(1{,}42t) + \\
& +2{,}5 \cdot 10^{-4} e^{1{,}1 \cdot 10^{-9} t} \cos(1{,}23t) + 4{,}2 \cdot 10^{-6} e^{1{,}22 \cdot 10^{-8} t} \cos(1{,}05t) - \\
& -2{,}8 \cdot 10^{-3} e^{6{,}17 \cdot 10^{-10} t} \cos(0{,}87t) - 13{,}6 \cdot 10^{-3} e^{-2{,}44 \cdot 10^{-8} t} \cos(0{,}69t) - \\
& -2{,}56 \cdot 10^{-2} e^{-1{,}16 \cdot 10^{-9} t} \cos(0{,}53t) + 4{,}1 \cdot 10^{-2} e^{-1{,}98 \cdot 10^{-9} t} \cos(0{,}36t) + \\
& +0{,}26 e^{1{,}25 \cdot 10^{-8} t} \cos(0{,}21t) - 0{,}22 e^{-4{,}74 \cdot 10^{-10} t} \cos(0{,}06t).
\end{aligned}$$



3.6 pav. Identifikuota Rungės funkcijos TRF

Taigi praplėstas Prony interpoliacijos metodas leidžia išvengti Rungės fenomeno reguliariojoje gardelėje. Iš 3.6 paveikslo aišku, kad „plika“ akimi nepastebimi skirtumai tarp $f_R(t)$ ir $F_{32}(t)$ reikšmių. O štai funkciją (3.21) interpoliavus Lagranžo polinomu (3.7 pav.) galima stebėti, kaip intervalo galuose kaupiasi paklaidos.



3.7 pav. Intervale [–1;1] identifikuotos Rungės funkcijos TRF (brūkšninė linija), kai: (a) m = 3; (b) m = 6; (c) m = 15; (d) m = 32. Ištisinė linija žymi nurodytas Rungės funkcijos reikšmes, o taškinė – Lagranžo interpoliantą. Apskritimai žymi reguliariosios gardelės mazgus

Toliau pateikiamas PPI metodo taikymas realaus pasaulio laiko eilutėms identifikuoti.

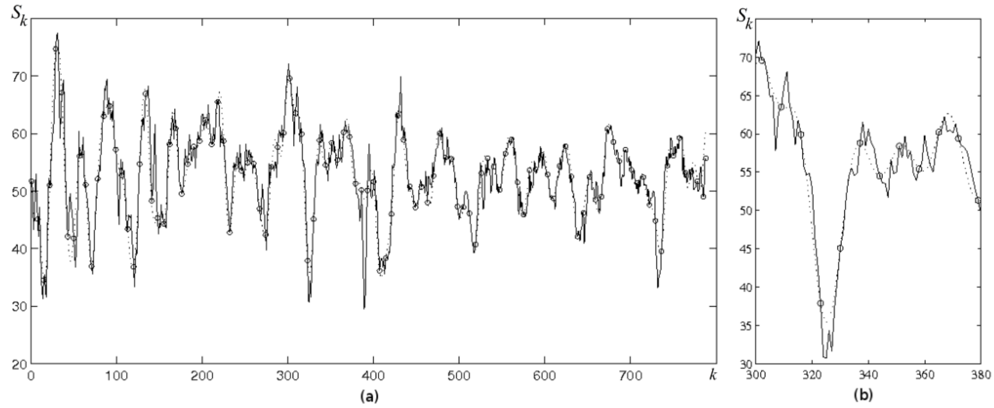
3.3.2. Realaus pasaulio laiko eilučių identifikavimas PPI metodu

Skyrelyje pateikiamas PPI metodo taikymas realaus pasaulio laiko eilutėms identifikuoti.

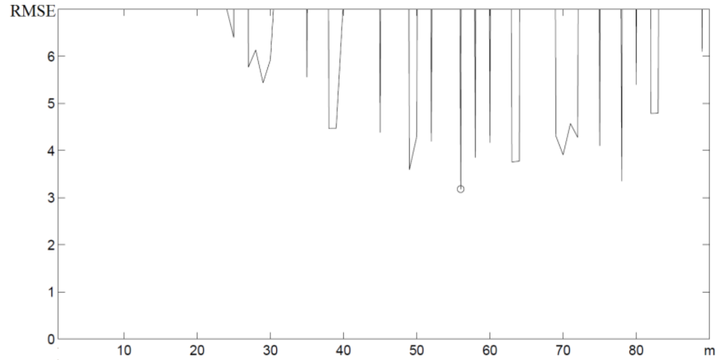
3.7 pavyzdys. Tegul žinoma mėnesio PMI (angl. *Purchasing Managers Index*) pirkimo indekso laiko eilutė. PMI yra labai svarbus rodiklis ne tik gamybai, tačiau ir visai ekonomikai. 50 – „magiškasis“ PMI skaičius. Kai indeksas viršija 50 % ribą, tai paprastai rodo, kad pramonė plečiasi, o indekso sumažėjimas žemiau 50 % ribos – kad ji traukiasi. PPI metodu identifikuotas PMI duomenų fragmentas $S_k, k = 1,2,..,788$ pavaizduotas 3.8 paveiksle.

PPI algoritmu identifikuojant fragmentą $S(Y,1,788)$ žingsnis h nustatomas panaudojant išraišką $h = \dfrac{787}{2m-1}$. Toliau su kiekviena sudaryta seka: $y_n = S_j;\ j = 1 + nh;\ n = 0,1,...,2m-1$ ir $m = 1,2,...,90$ apskaičiuojama 90 skirtingų TRF $F_m(t)$ ir $RMSE^{(m)}$ paklaidų.

Gauti rezultatai parodė, kad su mažiausia *RMSE* paklaida (kai $RMSE^{(32)}$ = 3,17) fragmentas identifikuojamas, kai m = 56 (3.9 pav.). Identifikuota artimiausia TRF pavaizduota 3.8 paveiksle.

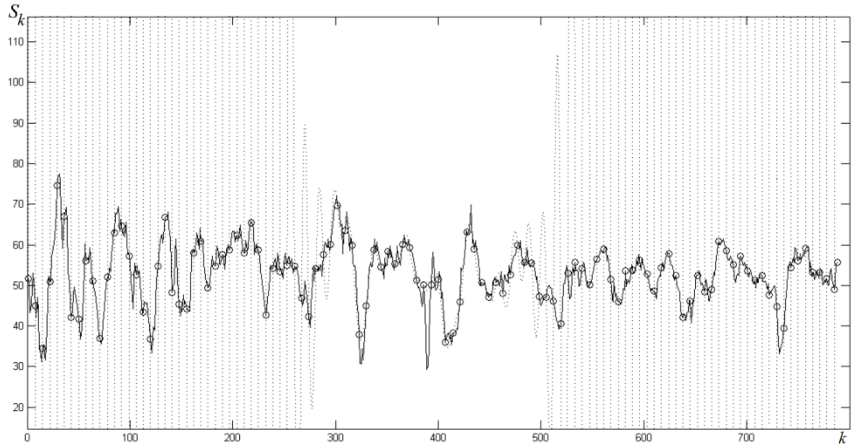


3.8 pav. PMI indekso fragmento duomenys (ištisinė linija) ir PPI metodu identifikuota (su m = 56) artimiausia TRF (taškinė linija); apskritimai žymi reguliariosios gardelės mazgus; b) „padidinta“ identifikuoto PMI fragmento dalis



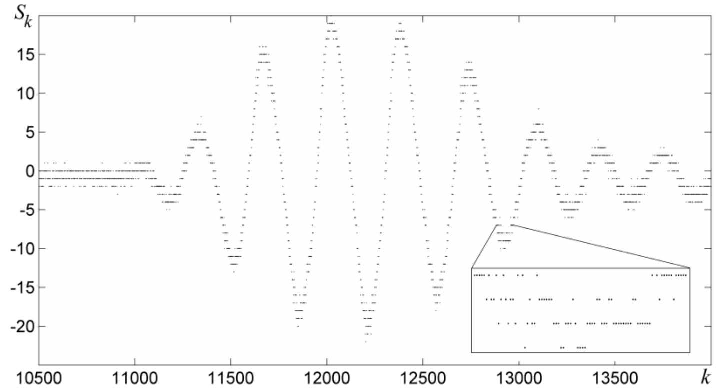
3.9 pav. PMI fragmento modelio eilės identifikavimas

3.6 pavyzdyje parodyta, kad PPI metodas yra tikslesnis už Lagranžo interpoliavimo metodą tolygiai išdėstytuose gardelės mazguose. Šiame pavyzdyje analizuojamasis PMI fragmentas interpoliuojamas Lagranžo interpoliacijos algoritmu tuose pačiuose gardelės mazguose, kurie buvo panaudoti TRF $F_{56}(t)$ sudarymui. Gauti rezultatai pavaizduoti 3.10 paveiksle. Galima pastebėti Rungės efektą, t.y. sparčiai didėjančias Lagranžo polinomo reikšmes fragmento pradžios ir pabaigos taškuose (didžiausia Lagranžo polinomo reikšmė lygi $3{,}1634 \cdot 10^{32}$), o PPI metodo taikymas šios problemos neturi.



3.10 pav. PMI fragmento (ištisinė linija) interpoliavimo Lagranžo polinomu (taškinė linija) rezultatai; apskritimai žymi interpoliavimui panaudotus reguliariosios gardelės mazgus

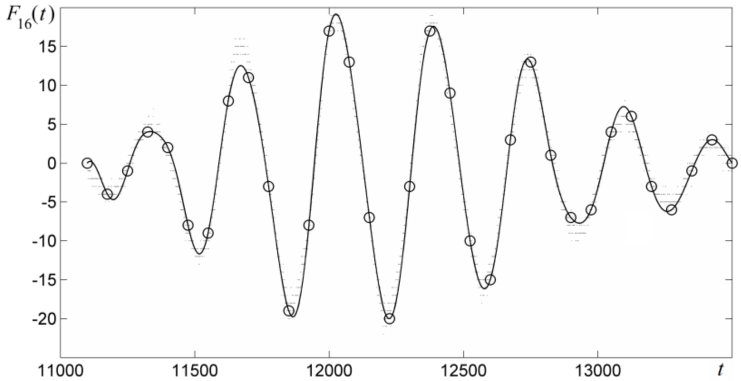
3.8 pavyzdys. Tegul žinomas skaitmeniniu oscilografu užregistruotas ultragarsinio diapazono PIB nefiltruotas signalo fragmentas $S(Y,11100,13500)$ (3.11 pav.). Signalas gautas panaudojus kompozito su anglies pluoštu bandinį. Pavyzdyje pateikiami PPI algoritmo taikymo (identifikuojant žinomo signalo fragmento TRF) rezultatai.



3.11 pav. PIB signalo fragmento pavyzdys

Identifikavimo rezultatai parodė, kad gautas mažiausias *RMSE* = 1,266 paklaidos įvertis, kai modelio eilė m = 16. Identifikuota signalo TRF pavaizduota 3.12 paveiksle, o jos išraiška:

$$F_{16}(t) = 5{,}38 \cdot 10^{-5} e^{0{,}36t} \cdot \cos(0{,}76t) - 4{,}91 e^{-0{,}2t} \cdot \cos(0{,}76t) -$$
$$-3{,}93 e^{-0{,}04t} \cdot \cos(1{,}19t) + 9{,}8 e^{-0{,}03t} \cdot \cos(1{,}41t) - 0{,}02 e^{0{,}08t} \cdot \cos(1{,}99t) -$$
$$-0{,}29 e^{-0{,}03t} \cdot \cos(2{,}54t) + 0{,}97 e^{-0{,}19t} \cdot \cos(2{,}69t) + 0{,}15 e^{-0{,}01t} - 1{,}78 e^{-0{,}08t}.$$



3.12 pav. Identifikuota signalo TRF (vientisa linija) intervale [11100, 13500], kai m=16. Apskritimai žymi signalo reikšmes, panaudotas TRF identifikavimui

Pateikti pavyzdžiai rodo, kad skyriuje pateikta nauja interpoliavimo schema (reguliariojoje gardelėje) suteikia galimybę identifikuoti žinomos funkcijos artimiausią TRF.

3.4. Prony ir praplėsto Prony interpoliacijos metodų palyginimas

Skyrelyje pateikiami eksperimentiniai tyrimai, skirti Prony ir praplėsto Prony interpoliacijos algoritmų palyginimui. Algoritmų lyginamoji analizė atlikta, panaudojus sugeneruotus ir realaus pasaulio duomenis. Analizėje lyginama algoritmų greitaveika ir identifikavimo kokybė. Kokybei nustatyti naudojama identifikuota modelio eilė bei paklaidų įverčiai.

3.9 pavyzdys. Tegul žinoma funkcijos reikšmių seka $y_j,\ j=\overline{0,2N}$. Tarkime, vienas sekos elementas yra „užtriukšminamas“:

$$\tilde{y}_j = j,\ j=0,1,2,...,10,11+e,12,13,...,2N,\ \ N=50,\ e=-0,1.$$

Žinomos sekos fragmento TRF identifikuojama taikant: a) PPI metodą; b) APM metodą.

a) Tegul yra žinoma TRF minimali eilė $rank(\tilde{y}_j)=14$. Tada galima sudaryti charakteristinį polinomą $-\rho^{14}+2\rho^{13}-\rho^{12}=0$ ir apskaičiuoti tikrines reikšmes: $\hat{\rho}_{1,2,...,12}=0,\ \hat{\rho}_{13,14}=1$. Toliau sudarytos tiesinės lygčių sistemos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & ... & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & ... & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & ... & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 1 & 4 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 1 & 99 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 1 & 100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{10} \\ \mu_{11} \\ \mu_{12} \\ ... \\ \mu_{111} \\ \mu_{20} \\ \mu_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ ... \\ 99 \\ 100 \end{bmatrix}.$$

sprendiniai: $\hat{\mu}_{111}=-0,1,\ \hat{\mu}_{21}=1.$ Tada žinomos sekos TRF nusakoma sąryšiu:

$$\hat{Y}_j^{(H)} = \hat{\mu}_{111}\binom{j}{11}\hat{\rho}_1^{j-11} + \hat{\mu}_{21}\binom{j}{1}\hat{\rho}_2^{j} = j-0,1\binom{j}{11}0^{j-11},\ j=0,...,100.$$

b) Tegul žinoma $K=[N/2-1]=49$, $\tilde{s}=[N/2-1]=49$, $\varepsilon_0=10^{-4}$, $\varepsilon_1=10^{-4}$. Pirmiausia sudaryta Hankelio matrica H_{49} išskaidoma SVD metodu. Gauta singuliariųjų reikšmių seka: (264,7, 196,8, 0,1 ,..., $5\cdot 10^{-17}$) ir dešinysis singuliarusis vektorius: $\mathbf{u}=(u_l)_{l=0}^{49}=$ (0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0,0410 -0,0999 0,1842 0,1331 0,1033 -0,0098 -0,0350 -0,2179 0,2590 0,1325 0,2229 -0,3711 -0,0094 -0,1837 0,0509 0,2805 -0,3368 -0,1034 -0,2375 0,3521 0,2704 -0,0646 0,1245 0,0051 -0,1061 0,0637 0,0680 0,0237 0,0828 0,0404 -0,0392 -0,1158 0,0486 -0,1109 -0,1308 0,1170 -0,0564 -0,0070).

Tada atsižvelgiant į sąlygą $\left\|\rho_t\right|-1\right|\le\varepsilon_1$ atrinktos polinomo $\sum_{l=0}^{49}u_l\rho^l$ šaknys (tikrinės reikšmės): $\hat{\rho}_{1,2}=1$.

Toliau sudaroma Vandermondo tiesinių lygčių sistema ir apskaičiuojami jos sprendiniai: $\tilde{\mu}_{11}=\tilde{\mu}_{21}=0,5,\ \tilde{\mu}_{10}=\tilde{\mu}_{20}=-0,0026,\ \tilde{\mu}_{12}=\tilde{\mu}_{22}=0.$

Gauta žinomos sekos TRF išraiška:

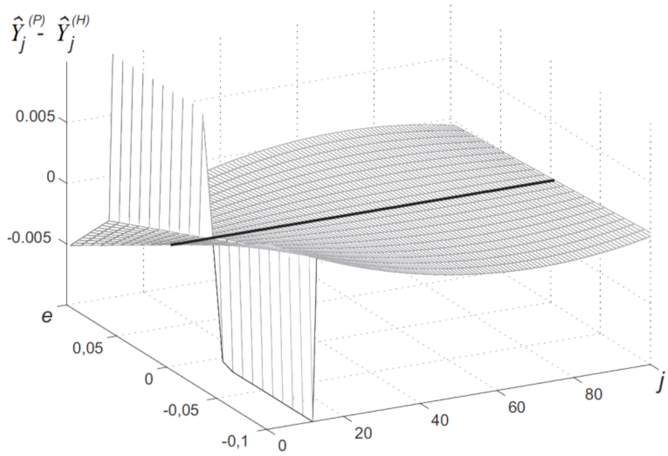
$$\hat{Y}_j^{(P)} = -0,0026+0,5j-0,0026+0,5j = j-0,0052,\ j=0,...,N-1.$$

Matome, kad taikant PPI metodą gali būti identifikuojama „užtriukšminta“ komponentė, o štai APM metodas tokios savybės neturi. Šis metodų skirtumas dar labiau „atsiskleidžia“ kitame pavyzdyje.

3.10 pavyzdys. Tegul žinoma funkcijos reikšmių seka:

$\overline{y}_j = j, j = 0,1,2,...,10,11+e,12,13,...,N-1,\ N = 101,$ čia $e \in [-0{,}1;\ 0{,}1]$.

Panaudojant PPI ir APM algoritmus identifikuojamos žinomų funkcijų TRF. Gauti apskaičiuotų TRF reikšmių $\left(\hat{Y}_j^{(P)} - \hat{Y}_j^{(H)}\right)$ skirtumai pavaizduoti 3.13 paveiksle. Ištisinė linija žymi atvejį, kai $e = 0$. Galima pastebėti, kad šiuo atveju gautos TRF reikšmės sutampa su visais *j*, bet nors kiek „užtriukšminus“ duotos sekos vieną elementą, APM metodu apskaičiuotos netikslios TRF $\hat{Y}_j^{(P)}$ reikšmės skirtumus $\left(\hat{Y}_j^{(P)} - \hat{Y}_j^{(H)}\right)$ padidina. Be to, galima pastebėti, kad didžiausios paklaidos gautos, kai $j = 12$, ir jos išsibarsčiusios visoje tiriamoje srityje (3.13 pav.).



3.13 pav. PPI ir APM metodais apskaičiuotų TRF reikšmių $\hat{Y}_j^{(P)} - \hat{Y}_j^{(H)}$ skirtumai, kai $e \in [-0{,}1;\ 0{,}1]$. Ištisa juoda linija pažymėtas atvejis, kai $e = 0$

Taigi matome, kad remiantis TRS ir TRF teorija praplėstu Prony interpoliacijos algoritmu galima identifikuoti „užtriukšmintus“ sekų elementus, kuriems identifikuoti APM metodas netinka.

Toliau pateikiamas PPI ir APM algoritmų palyginimas analizuojant skaičiavimo trukmės ir identifikavimo kokybės (RMSE) charakteristikas. Skaičiavimams naudotas kompiuteris, kurio pagrindiniai parametrai pateikti 2.3.1 skyrelyje. Algoritmų skaičiavimo trukmė apskaičiuota panaudojus *MatLab* programos vidinį laikmatį.

3.11 pavyzdys. Tegul žinomi sekų fragmentai, sudaryti panaudojant funkcijų reikšmes:

a) $y_j = 2\cos(0{,}1j) + 3\sin(0{,}2j),\ j = \overline{0, 2N};$

b) $y_j = 2\cos\left(\frac{\pi j}{6}\right) + 200\cos\left(\frac{\pi j}{4}\right) + 2\cos\left(\frac{\pi j}{2}\right) + 2\cos\left(\frac{5\pi j}{6}\right), \ j = \overline{0,2N}.$

Žinomi fragmentai identifikuojami panaudojant PPI ir APM algoritmus, kai $m = 3,4,...,N, \ K,N = 14$ bei $\varepsilon_0, \varepsilon_1 = 1 \cdot 10^{-4}$. 3.1 lentelėje pateiktos apskaičiuotos metodų skaičiavimo trukmės ir RMSE vertės.

Galima pastebėti, kad taikant abu algoritmus teisingai apskaičiuoti minimalios eilės m įverčiai. Lyginant algoritmų greitaveiką matyti, kad PPI algoritmas skaičiavimus atlieka greičiau negu APM, tačiau fragmentų identifikavimo PPI algoritmu kokybė (RMSE prasme) blogesnė lyginant su APM.

3.1 lentelė. PPI ir APM algoritmų skaičiavimo trukmės ir RMSE paklaidos

	m	RMSE	*laikas, s*
		(a)	
PPI	4	3,1390e-13	0,0013
APM	4	5,0930e-15	0,0235
		(b)	
PPI	8	1,9636e-11	0,0012
APM	8	2,5311e-13	0,0229

Toliau pateikiamas PPI ir APM metodų taikymo identifikuojant realaus pasaulio laiko eilutes pavyzdys.

3.12 pavyzdys. Tegul žinomos 3.7 ir 3.8 pavyzdžiuose analizuotos realaus pasaulio laiko eilutės: a) mėnesio pirkimo indekso (PMI) laiko eilutės fragmentas $S_k, \ k = \overline{0,2N-1}, \ N = 394$; b) ultragarsinio signalo, gauto panaudojus kompozito su anglies pluoštu bandinį, fragmentas $S_k, \ k = \overline{0,2N-1}, \ N = 1200$.

Žinomi fragmentai identifikuojami PPI ir APM algoritmais (taikant PPI algoritmą laikytasi nuostatos: $m \in [1,100]$). Gauti rezultatai pateikti 3.2 lentelėje.

3.2 lentelė. PPI ir APM algoritmų skaičiavimo trukmė ir RMSE

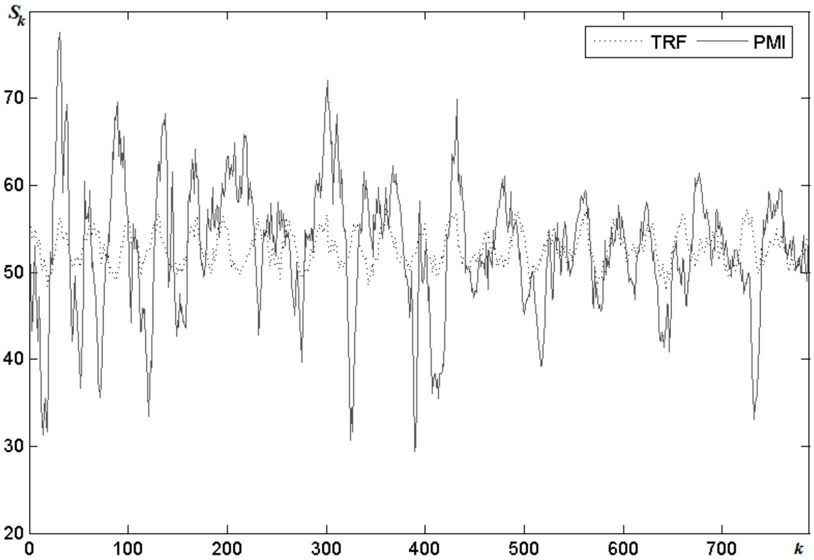
		K	m	RMSE	*laikas, s*
		(a)			
PPI			56	3,1736	0,09
APM	$\varepsilon_0 = 1 \cdot 10^{-1}, \ \varepsilon_1 = 1 \cdot 10^{-1}$	394	159	4,69	6,71
	$\varepsilon_0 = 1 \cdot 10^{-2}, \ \varepsilon_1 = 1 \cdot 10^{-4}$	394	339	4,72	6,66
	$\varepsilon_0 = 1 \cdot 10^{-3}, \ \varepsilon_1 = 1 \cdot 10^{-4}$	394	69	7,26	1,18
	$\varepsilon_0 = 1 \cdot 10^{-1}, \ \varepsilon_1 = 1 \cdot 10^{-2}$	394	381	4,61	8,23
	$\varepsilon_0 = 1 \cdot 10^{-1}, \ \varepsilon_1 = 1 \cdot 10^{-3}$	394	387	4,61	8,27
	$\varepsilon_0 = 1 \cdot 10^{-1}, \ \varepsilon_1 = 1 \cdot 10^{-4}$	394	387	4,61	8,18
	$\varepsilon_0 = 1 \cdot 10^{-2}, \ \varepsilon_1 = 1 \cdot 10^{-4}$	56	56	7,28	0,42
		(b)			
PPI			16	1,2660	0,0199
APM	$\varepsilon_0 = 1 \cdot 10^{-1}, \ \varepsilon_1 = 1 \cdot 10^{-1}$	1200	40	1,04	144,98

$\varepsilon_0 = 1\cdot10^{-2},\ \varepsilon_1 = 1\cdot10^{-4}$	1200	1194	0,77	249,99
$\varepsilon_0 = 1\cdot10^{-3},\ \varepsilon_1 = 1\cdot10^{-4}$	1200	658	1,49	115,24
$\varepsilon_0 = 1\cdot10^{-1},\ \varepsilon_1 = 1\cdot10^{-2}$	1200	876	0,78	207,48
$\varepsilon_0 = 1\cdot10^{-1},\ \varepsilon_1 = 1\cdot10^{-3}$	1200	1188	0,77	267,98
$\varepsilon_0 = 1\cdot10^{-1},\ \varepsilon_1 = 1\cdot10^{-4}$	1200	1194	0,77	264,83
$\varepsilon_0 = 1\cdot10^{-2},\ \varepsilon_1 = 1\cdot10^{-4}$	16	16	5,86	0,93

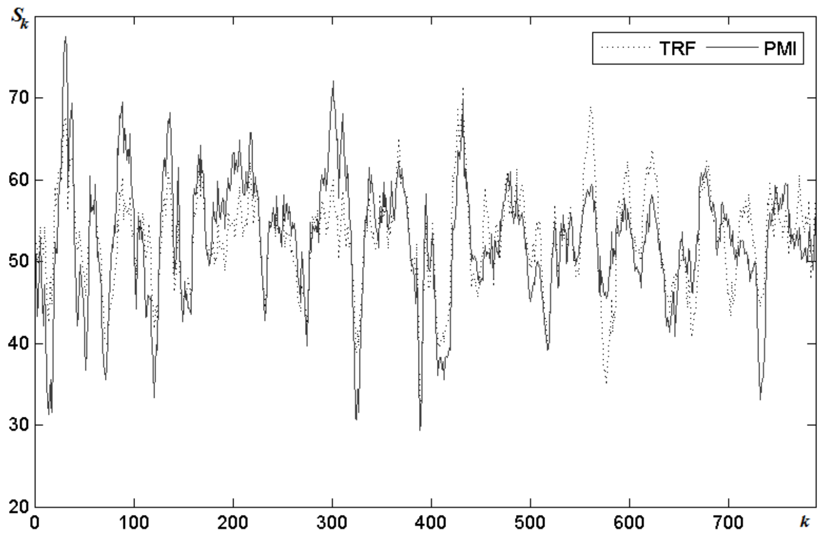
Lyginant algoritmų skaičiavimo trukmę galima pastebėti, kad PPI algoritmas skaičiavimus atlieka kur kas greičiau negu APM. Be to, APM algoritmo identifikavimo rezultatai priklauso nuo nustatytų $\varepsilon_0, \varepsilon_1$ tikslumų dydžių. Su skirtingomis aproksimavimo tikslumų reikšmėmis APM algoritmas apskaičiuoja skirtingas modelio eiles *m*. Galima pastebėti, kad su didesne apskaičiuota eile *m* algoritmo skaičiavimo trukmė yra taip pat didesnė.

Palyginus abiem metodais gautas identifikavimo RMSE paklaidas galima padaryti išvadą, kad PPI yra tikslesnis algoritmas, t.y. panaudojant PPI algoritmą nagrinėjami realaus pasaulio laiko eilučių fragmentai buvo identifikuoti su mažesne RMSE paklaida, be to, algoritmo veikimo trukmė gauta trumpesnė, o apskaičiuotos modelių eilės dešimtimis kartų mažesnės negu APM algoritmu. Identifikuotas mažesnis signalo komponenčių skaičius palengvina atlikti komponentinę signalo analizę.

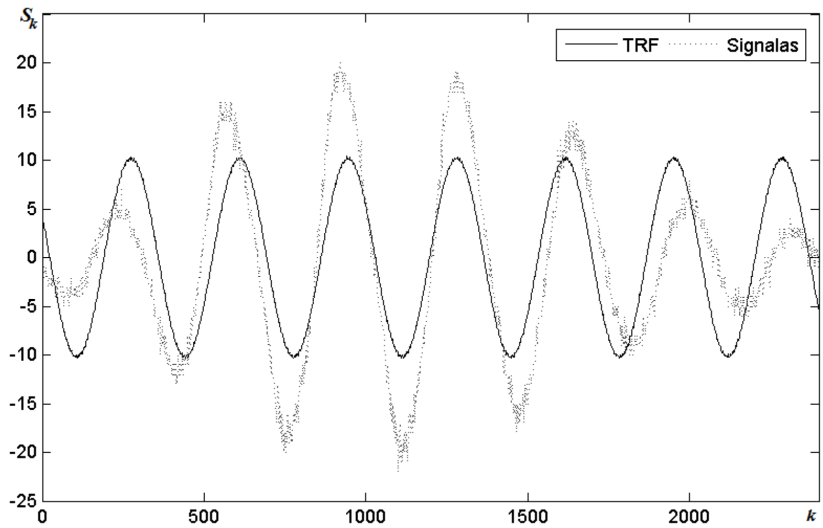
3.14–3.17 paveiksluose pateikti keli analizuojamų laiko eilučių identifikavimo APM metodu pavyzdžiai. 3.15 ir 3.17 paveiksluose matote identifikavimo variantus, kai modelio eilės *m* sutampa su optimaliomis modelio eilėmis, gautomis taikant PPI metodą. Akivaizdu, kad PPI algoritmu buvo gauti geresni identifikavimo rezultatai.



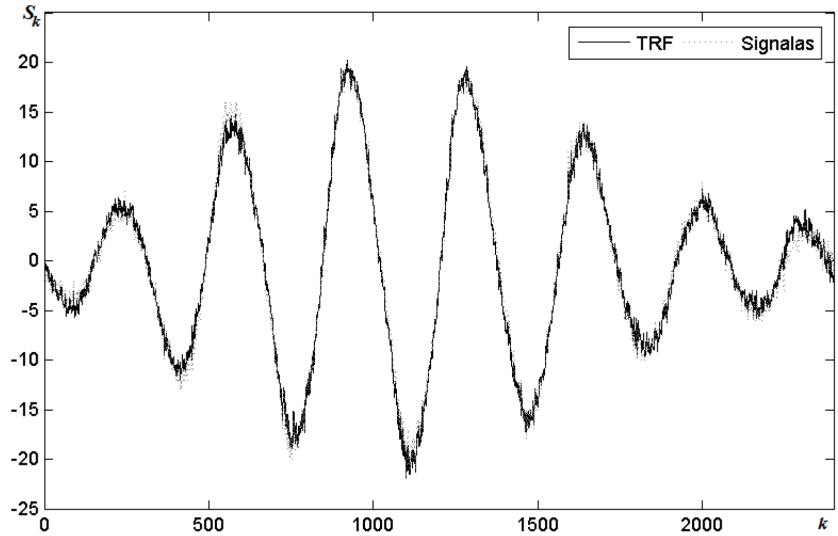
3.14 pav. PMI fragmento identifikavimas APM metodu (*m*=56)



3.15 pav. PMI fragmento identifikavimas APM metodu (m=387)



3.16 pav. Ultragarsinio signalo fragmento identifikavimas APM metodu (m=16)



3.17 pav. Ultragarsinio signalo fragmento identifikavimas APM metodu (m=1194)

Remiantis gautais rezultatais galima teigti, kad PPI metodas yra tinkamas realaus pasaulio laiko eilutėms identifikuoti.

3.5. Skyriaus išvados

1. Panaudojant praplėstos TRS ir TRF teoriją:

- praplėstas Prony modelis, kuris signalus identifikuoja eksponentinių funkcijų tiesiniais dariniais su polinominiais koeficientais; naujas modelis suteikia galimybę tiksliau aprašyti signalo formos dėsningumus;
- sudarytas praplėstas Prony interpoliacijos algoritmas, kuris laiko eilučių fragmentus identifikuoja panaudodamas praplėstą Prony modelį.

2. Atlikta sukurto ir literatūros šaltiniuose taikomo Prony aproksimacijos (APM) algoritmų lyginamoji analizė. Gauti analizės rezultatai parodė, kad PPI algoritmas realaus pasaulio laiko eilutes identifikuoja greičiau, tiksliau ir panaudodamas mažesnį kiekį komponenčių negu APM. Be to, PPI algoritmas geba išskirti eksponentinio modelio komponentes, kurių tikrinės reikšmės lygios nuliui, o APM algoritmas šios savybės neturi. Taigi nors tiesinių rekurentinių sekų teorija yra žinoma jau labai seniai, tačiau jos pritaikymas patobulina Prony analizės metodą.

3. Pateikti pavyzdžiai rodo, kad praplėstas Prony modelis ir PPI algoritmas gali būti taikomi identifikuojant realaus pasaulio laiko eilutes.

4. EKG PARAMETRŲ ALGEBRINĖS ANALIZĖS PROGRAMOS SISTEMOS PROTOTIPAS

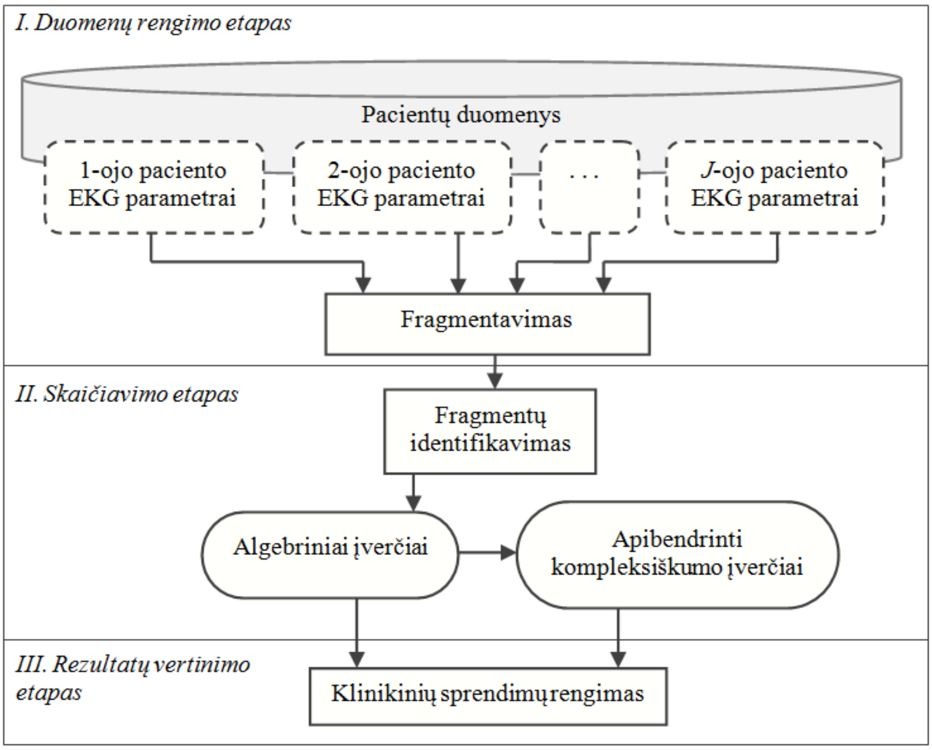
Pristatomas programos sistemos prototipas (PSP), skirtas EKG parametrų kompleksinei analizei atlikti. Skyriuje pateikiamas EKG parametrų kompleksiškumo analizės metodas (4.1 pav.), PSP aprašymas bei realizacija ir praktinio pritaikymo pavyzdys veloergometrinio tyrimo duomenų analizei atlikti.

4.1. EKG parametrų kompleksiškumo analizės metodas

Poskyryje pateikiamas EKG parametrų, užregistruotų veloergometrinio tyrimo metu, fragmentų dinaminių dėsningumų (kompleksiškumo) nustatymo ir analizės metodas. Veloergometrinio tyrimo tikslas–stebėti kardiovaskuliarinės sistemos reakciją į fizinį krūvį, t.y. analizuoti vietinius dinaminius EKG parametrų pokyčius.

Metodas apima veiksmus, kuriuos siūloma atlikti norint apskaičiuoti EKG parametrų algebrinius kompleksiškumo įverčius ir panaudoti gautus rezultatus klinikiniams sprendimams rengti. Kompleksiškumo įverčių skaičiavimui taikytas PPI algoritmas bei 2.6 skyrelyje pateiktas fragmento dėsningumų nustatymo metodas.

Procesą galima suskirstyti į tris etapus (4.1 pav.):



4.1 pav. EKG parametrų kompleksiškumo analizės metodas

I. Pirmąjį etapą sudaro tyrimo duomenų parengimas ir apdorojimas. Tegul veloergometrinio tyrimo metu buvo užregistruoti *J*-tojo paciento EKG parametrų fragmentai, kurių kiekvienas $S(Y,a,b)=(y_a, y_{a+1},..., y_{a+L-1})$ sudarytas iš M skirtingų TRS.

EKG signalų parametrų reikšmių fragmentai yra labai skirtingi, ir šie skirtumai gali turėti įtakos gaunamų rezultatų kokybei. Kad rezultatai būtų palyginami tarpusavyje, pradiniai duomenys gali būti normuojami [0;1] intervale panaudojant išraišką:

$$y_j^{'} = \frac{y_j - fr_{\min}}{fr_{\max} - fr_{\min}}; \tag{4.1}$$

čia $y_j^{'}$ – normuota parametro reikšmė taške j, y_j – pradinė parametro reikšmė taške j, j – kardiociklo numeris; $fr_{\min}$ – fiziologinė atitinkamo kardiologinio parametro mažiausia riba, $fr_{\max}$ –didžiausia riba, t.y. RR parametro: $fr_{\min}=140$, $fr_{\max}=1500$, DJT: $fr_{\min}=50$, $fr_{\max}=400$ ir QRS: $fr_{\min}=30, fr_{\max}=140$.

Toliau remiantis veloergometrinio mėginio vykdymo planu (1.2 priedas) žinomas fragmentas suskaidomas į M nepersidengiančių baigtinių (2.14) fragmentų $S_l(Y,a_l,b_l)$, $l=\overline{1,M}$; čia a_l, b_l –fragmentų pradžios taškai, kurie sutampa su veloergometrinio tyrimo pakopų pradžia ir pabaiga.

II. Antrasis proceso etapas apima suskaidytų fragmentų identifikavimą ir kompleksiškumo įverčių skaičiavimą. Pirmiausia panaudojant PPI algoritmą identifikuojami fragmentai $S_l(Y,a_l,b_l)$, $l=\overline{1,M}$ ir apskaičiuojamos fragmentų minimalios eilės $m^{(l)}$ bei algebriniai įverčiai: $\hat{\mu}_k^{(l)}, \hat{\rho}_k^{(l)}, k=\overline{1,s^{(l)}}, l=\overline{1,M}$.

Toliau taikant 2.6 skyrelyje pateiktą metodą nustatomas fragmentų dėsningumas. Kadangi EKG parametrai yra „užtriukšminti“, tai stacionariosios (2.12 (a)) komponentės gali išsidėstyti nebūtinai tiksliai ant vienetinio apskritimo. Tokiu atveju galima įvesti paklaidos matą $\dot{\varepsilon}_1$ (4.3 pav., (a)). Tada panaudojant (2.12) išraiškas apskaičiuojami atitinkamą fragmentą identifikuojančių stacionariųjų, susižadinančiųjų ir slopstančiųjų, komponenčių kiekiai (4.2). Skaičiavimams atrenkamos tos komponentės, kurių koeficientai $|\mu_k| > \dot{\varepsilon}_2$:

$$\begin{aligned} ka^{(l)} &= \sum\nolimits_{u:\ \left|\rho_k^{(l)}\right|=1\pm\dot{\varepsilon}_1, \left|\mu_k^{(l)}\right|>\dot{\varepsilon}_2} \rho_u^{(l)}, \\ ku^{(l)} &= \sum\nolimits_{u:\ \left|\rho_k^{(l)}\right|>1\pm\dot{\varepsilon}_1, \left|\mu_k^{(l)}\right|>\dot{\varepsilon}_2} \rho_u^{(l)}, \\ kv^{(l)} &= \sum\nolimits_{u:\ \left|\rho_k^{(l)}\right|<1\pm\dot{\varepsilon}_1, \left|\mu_k^{(l)}\right|>\dot{\varepsilon}_2} \rho_u^{(l)}; \end{aligned} \tag{4.2}$$

čia $ka^{(l)}$, $ku^{(l)}$, $kv^{(l)}$ – atitinkamai *l*-tojo fragmento stacionariųjų, susižadinančiųjų ir gęstančiųjų komponenčių skaičius, $\dot{\varepsilon}_1, \dot{\varepsilon}_2 \ge 0$ – skaičiavimo tikslumai. Galima pastebėti, kad apskaičiuotų atitinkamų komponenčių skaičius priklauso nuo $\dot{\varepsilon}_1, \dot{\varepsilon}_2$ reikšmių.

Toliau apskaičiuojami *kompleksiškumo įverčiai*:

$$kav^{(l)} = \frac{ka^{(l)}}{m^{(l)}};\ kuv^{(l)} = \frac{ku^{(l)}}{m^{(l)}};\ kvv^{(l)} = \frac{kv^{(l)}}{m^{(l)}}. \tag{4.3}$$

Tiriant grupės asmenų EKG parametrų kompleksiškumą, skaičiuojami *apibendrinti kompleksiškumo įverčiai*:

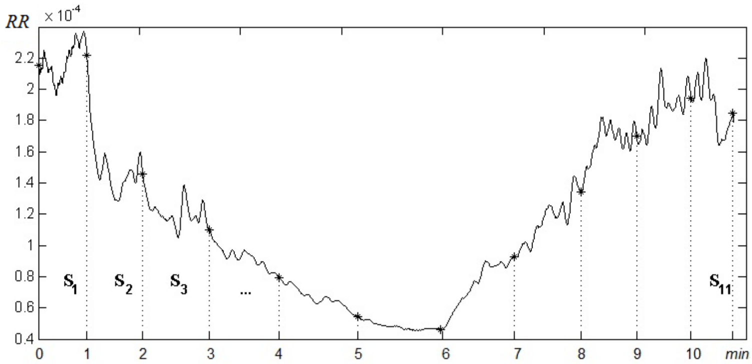
$$kav_{bendras}^{(l)} = \frac{\sum_i ka_i^{(l)}}{\sum_i m_i^{(l)}};\ kuv_{bendras}^{(l)} = \frac{\sum_i ku_i^{(l)}}{\sum_i m_i^{(l)}};\ kvv_{bendras}^{(l)} = \frac{\sum_i kv_i^{(l)}}{\sum_i m_i^{(l)}}; \tag{4.4}$$

čia $m_i^{(l)}$, $ka_i^{(l)}$, $ku_i^{(l)}$, $kv_i^{(l)}$ – i-tojo tiriamo asmens EKG parametro l-tojo identifikuoto fragmento minimali eilė bei atitinkamus dėsningumus nusakančių komponenčių kiekiai.

III. Trečiajame etape atliekama gautų rezultatų analizė ir klinikinių sprendimų rengimas. Pagrindinis etapo tikslas–panaudoti žinias, gautas atlikus analizę pirmuose dviejuose proceso etapuose.

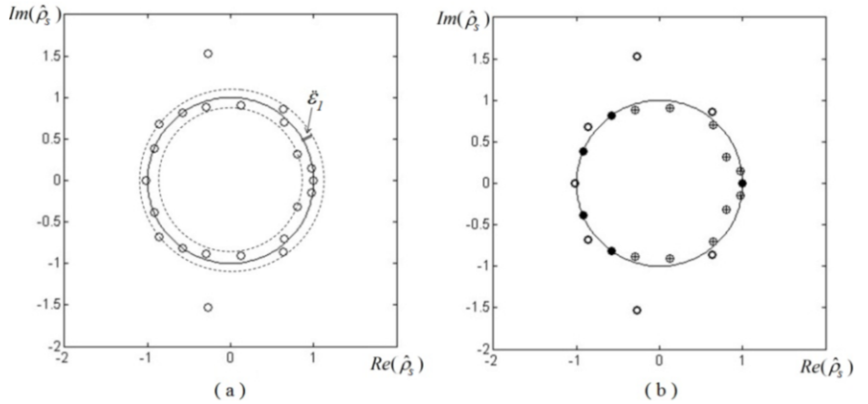
Toliau pateikiamas analizės procesą iliustruojantis pavyzdys.

4.1 pavyzdys. Tegul žinomas RR parametro fragmentas. Remiantis veloergometrinio mėginio vykdymo planu fragmentas suskaidomas į 11 baigtinių fragmentų: $S := \bigcup_l S_l, l = \overline{1,11}$ (4.2 pav.). Kitame žingsnyje kiekvienas išskirtas fragmentas identifikuojamas PPI algoritmu.



4.2 pav. EKG parametro skaidymas į nepersidengiančius fragmentus

Pirmojo identifikuoto fragmento $S_1 = S_1(1,96)$ algebriniai įverčiai pateikti 4.1 lentelėje. Tikrinės reikšmės $(\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2, \hat{\rho}_3, ..., \hat{\rho}_{24})$ pavaizduotos ant vienetinio apskritimo (4.3 pav.). Apskaičiuota (kai $\dot{\varepsilon}_{1,2} = 0,01$) 5 stacionariosios, 9 susižadinančiosios ir 10 slopstančiųjų fragmento S_1 komponenčių (4.3 pav., (b)).



4.3 pav.(a) Identifikuoto fragmento S_1 tikrinių reikšmių atvaizdavimas ant vienetinio apskritimo; (b) tikrinių reikšmių, nusakančių dinaminius kitimus, išskyrimas, kai $\dot{\varepsilon}_{1,2} = 0,01$

4.1 lentelė. Identifikuoto RR parametro fragmento $S_1 = S_1(1,96)$ algebriniai įverčiai

k	$\rho_k, k = \overline{1,s}$	$\mu_k, k = \overline{1,s}$
1	2, 1828 + 3,4626i	0,0000 + 0,0000i
2	2,1828 − 3,4626i	0,0000 + 0,0000i
3	−0,2770 + 1,5266i	−0,0000 − 0,0000i
4	−0,2770 − 1,5266i	−0,0000 + 0,0000i
5	−0,8647 + 0,6812i	0,0000 + 0,0000i
6	−0,8647 − 0,6812i	0,0000 − 0,0000i
7	−1,0244	−0,0000 + 0,0000i
8	−0,9154 + 0,3854i	−0,0001 + 0,0000i
9	−0,9154 − 0,3854i	−0,0001 − 0,0000i
10	−0,5753 + 0,8142i	−0,0008 − 0,0005i
11	−0,5753 − 0,8142i	−0,0008 + 0,0005i
12	−0,2920 + 0,8805i	−0,0016 − 0,0001i
13	−0,2920 − 0,8805i	−0,0016 + 0,0001i
14	0,1204 + 0,9043i	−0,0004 + 0,0005i
15	0,1204 − 0,9043i	−0,0004 − 0,0005i
16	0,6357 + 0,8632i	−0,0001 − 0,0001i
17	0,6357 − 0,8632i	−0,0001 + 0,0001i
18	0,6456 + 0,7069i	−0,0026 + 0,0030i
19	0,6456 − 0,7069i	−0,0026 − 0,0030i
20	0,8012 + 0,3146i	−0,0054 + 0,0079i
21	0,8012 − 0,3146i	−0,0054 − 0,0079i
22	1,0011	0,2128 − 0,0000i
23	0,9699 + 0,1497i	0,0101 + 0,0034i
24	0,9699 − 0,1497i	0,0101 − 0,0034i

Dėsningumų nustatymas EKG parametrų fragmentams yra ypač aktualus, kadangi leidžia charakterizuoti širdyje vykstančius procesus bei vykdyti atitinkamą grėsmingų situacijų diagnostiką.

Kadangi analizuojami TRS modelių (1.33)–(1.34) algebriniai įverčiai, tai sukurtas metodas gali būti vadinamas algebrinės analizės metodu. Suformuotas EKG analizės metodologinis sprendimas gali būti diegiamas į informacines sistemas.

Toliau pateikiamas programinio sistemos prototipo, skirto EKG parametrų algebrinei kompleksiškumo analizei atlikti, aprašymas.

4.2. EKG parametrų algebrinės analizės programos sistemos prototipo programinė realizacija

Elektrokardiografinių signalų algebrinės analizės programos sistemos tikslas– atlikti veloergometrinio tyrimo metu užregistruoto paciento elektrokardiogramos duomenų kompleksiškumo analizę bei remiantis gautais analizės rezultatais priimti klinikinius sprendimus (4.4 pav.).

Duomenų surinkimui naudojamas elektrokardiogramų automatizuotos analizės kompleksas „Kaunas–Krūvis W05“ (toliau–kardiokompleksas), skirtas širdies ligų diagnostikai tiriant pacientus įvairiose medicininėse įstaigose (1.1 priedas). Kardiokompleksą sudaro: asmeninis kompiuteris, EKG registravimo įrenginys ir programinė įranga, skirta EKG analizei ramybės būklėje bei funkcinių mėginių metu atlikti.

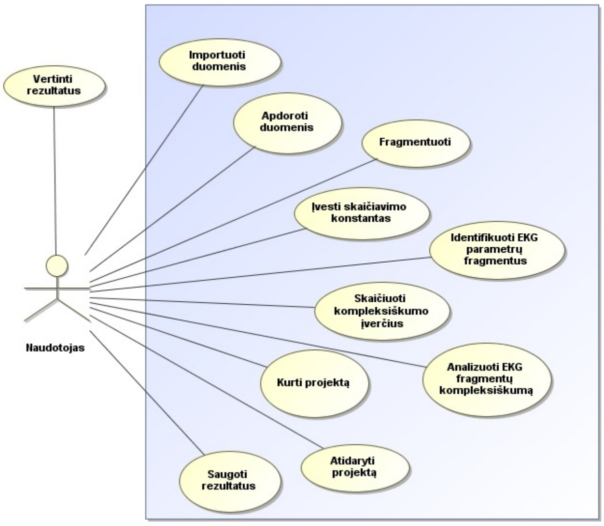
Panaudojant debesų kompiuterijos technologijas programos sistema ir duomenys galėtų būti pasiekiami vietoje arba per tinklo prieigą, kad prisijungę tyrėjai galėtų importuoti ir saugoti duomenis, atlikti analizę bei saugoti jos rezultatus. Darbe pateikiamas programos sistemos prototipas, kai duomenys įkeliami iš vietinio duomenų rinkinio.

4.4 pav. EKG parametrų algebrinės analizės programos sistemos prototipo taikymo vizija

PSP naudotojai–medicinos srities specialistai, mokslininkai, studentai ir kiti tyrėjai.

Kompiuterizuojamos sistemos vykdomos užduotys pateiktos 4.5 paveiksle. Sistemos naudotojai turi turėti galimybę susikurti naują, saugoti bei atidaryti išsaugotą projektą. Naudotojas turi duomenų importavimo funkciją. Duomenys turi būti importuojami nustatytos struktūros bei formato failais ir turi būti saugomi projekto kataloge.

Sistema importuotus EKG parametrų duomenis turi pavaizduoti ekrane. Naudotojas turi turėti galimybę atlikti duomenų apdorojimo, t.y. normavimo ir glodinimo veiksmus, taip pat EKG parametrus suskaidyti į atskirus fragmentus. Naudotojo parengti duomenų fragmentai identifikuojami ir parodomi apskaičiuoti kompleksiškumo įverčiai. Prieš atliekant skaičiavimus, naudotojas turi turėti galimybę nustatyti/keisti identifikavimo (skaičiavimo) konstantas. Taip pat jis turi matyti kiekvieno pasirinkto importuoto EKG parametro ar parametrų grupės rezultatus. Rezultatai turi būti pateikiami grafiniu būdu ir saugomi projekto kataloge.



4.5 pav. PSP kompiuterizuojamų sistemos vykdomų užduočių diagrama

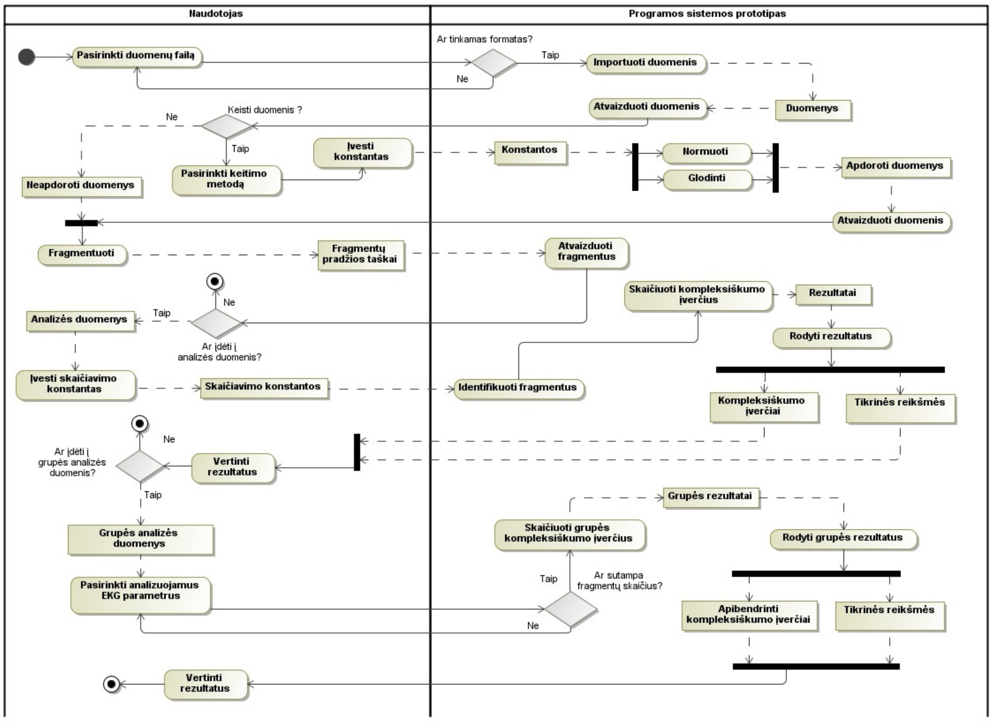
Naudotojo ir PSP atliekamos funkcijos pateikiamos veiklos diagramoje (4.6 pav.). Pirmiausia naudotojas pasirenka: a) kardiokomplekso programos sugeneruotą .txt arba b) .xls, arba c) kitą iš anksto nustatytos struktūros .txt formato EKG parametrų duomenų failą. Sistema turi patikrinti, ar tinkama pasirinkto failo struktūra ir formatas; jeigu tinkama, tada duomenis importuoti. Priešingu atveju naudotojas turi būti informuotas, kad jis turi pasirinkti kitą duomenų failą. Importuoti parametrų duomenys grafiškai pavaizduojami ekrane.

Toliau naudotojas sprendžia, ar reikia duomenis apdoroti. Duomenys gali būti apdoroti dviem būdais:

- normuojami taikant (4.1) išraišką ir nustatytas fiziologines kardiologinių parametrų ribas;
- glodinami taikant slenkamojo vidurkio metodą.

Naudotojas turi turėti galimybę nustatyti konstantas: normavimo atveju – fiziologines kardiologinių parametrų ribas; glodinimo–kardiociklų kiekį. Apdoroti duomenys turi būti pavaizduojami ekrane.

Toliau naudotojas apdorotus/neapdorotus parametrų duomenis fragmentuoja. Fragmentavimo metu to paties mėginio skaidomų EKG parametrų (RR, DJT, DQTS) fragmentų kiekiai, pradžios ir pabaigos taškai turi sutapti. Todėl fragmentavimas atliekamas visiems importuotiems EKG parametrams vienu kartu. Fragmentavimas (įvedant kiekvieno fragmento, atitinkančio veloergometrinio plano pakopos pradžią, taškus) atliekamas pasirinktinai klaviatūra arba kompiuterine pele.



4.6 pav. EKG parametrų algebrinės analizės PSP veiklos diagrama

Tarkime, importuojami vieno mėginio (vieno asmens) trys EKG parametrų duomenys (RR, DJT ir QRS). Naudotojas sufragmentuoja vieno pasirinkto parametro (pavyzdžiui, RR) duomenis į atskirus fragmentus. Tada sistema automatiškai sufragmentuoja kitus likusius (DJT ir QRS) parametrus pagal naudotojo nustatytus fragmentų pradžios taškus.

Toliau naudotojas parengtus parametrų fragmentų duomenis įkelia į analizės duomenų katalogą, ir programos sistema su naudotojo pasirinktais analizės duomenimis vykdo skaičiavimus pagal 4.1 pav. pateiktą bei aprašytą skaičiavimo etapo procedūrą. Skaičiavimams naudojamos naudotojo nustatytos arba programoje numatytos skaičiavimo konstantos: $\dot{\varepsilon}_1, \dot{\varepsilon}_2$ (4.2).

Ekrane pavaizduojami rezultatai:

- kiekvieno parametro fragmento identifikuotos tikrinės reikšmės ant vienetinio apskritimo;
- kiekvieno parametro fragmento apskaičiuoti kompleksiškumo įverčiai.

Remdamasis ekrane pateikta informacija naudotojas atlieka kompleksiškumo įverčių arba tikrinių reikšmių analizę ir vertina gautus rezultatus.

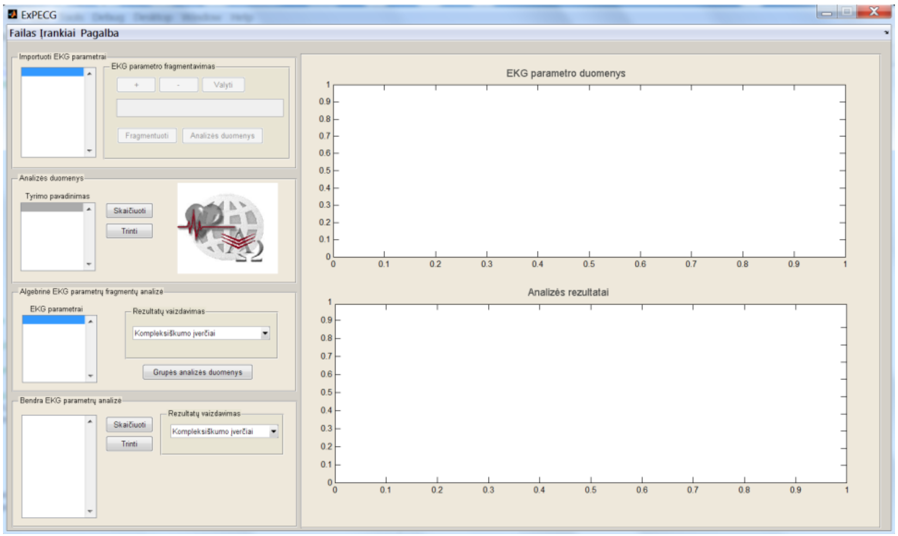
Toliau analizuotus EKG parametrų duomenis naudotojas gali priskirti prie grupės analizės duomenų ir atlikti kompleksiškumo analizę su grupe mėginių. Sistema turi automatiškai patikrinti, ar visos pasirinktos parametrų grupės fragmentų skaičius yra vienodas. Pavyzdžiui, vienas RR parametras yra suskaidytas į 5 fragmentus, o kitas į 6. Tokiu atveju sistema informuoja naudotoją žinute. Toliau pasirinktų mėginių grupės parametrų fragmentams panaudojant (4.4) išraišką skaičiuojami apibendrinti kompleksiškumo įverčiai. Ekrane pavaizduojami grupės rezultatai:

- visos grupės kiekvieno parametro fragmento identifikuotos tikrinės reikšmės ant vienetinio apskritimo;
- kiekvieno parametro fragmento apskaičiuoti apibendrinti kompleksiškumo įverčiai.

Tada naudotojas vertina gautus rezultatus bei atlieka klinikinius sprendimus.

Aprašytų programos sistemos prototipo funkcijų programinei realizacijai pasirinktas *MatLab* programos paketas, nes turi galingą matematinių funkcijų biblioteką, palaiko vektorinius ir matricinius veiksmus, galima kurti grafines naudotojo sąsajas, turi duomenų vaizdavimo grafinius įrankius, turi galimybę paimti duomenis iš *MS Excel*, *ASCII*, *XML* ir kitų formatų bylų, kitų programų, duomenų bazių, išorinių įrenginių, be to, turi galimybę kurti *COM* objektus, kurie gali būti naudojami visuose *COM* pagrindu dirbančiose programose (*Visual Studio .NET*, *Visual Basic* ir kt.).

Realizuoto sistemos prototipo pagrindinio lango grafinė naudotojo sąsaja pateikta 4.7 paveiksle (sistemos naudotojo vadovas – 2.1 priede).



4.7 pav. EKG parametrų algebrinės analizės grafinės naudotojo sąsajos prototipo langas

Naudotojo keliami reikalavimai grafinei naudotojo sąsajai (GUI): paprasto dizaino, grafiniai elementai patogiai ir tinkamai išdėstyti, kad būtų nesudėtinga naudotis.

Kitame skyrelyje pateikiamas programos sistemos prototipo praktinio panaudojimo atvejis.

4.3. EKG parametrų algebrinės analizės programos sistemos prototipo praktinis taikymas

Pateikiamas sukurto PSP taikymas veloergometrinio eksperimento metu užregistruotų EKG parametrų kompleksinei analizei atlikti.

Tyrime dalyvavo dešimt sveikų 20,1±2,23 metų amžiaus lengvaatlečių savanorių, kuriems nepertraukiamai veloergometrijos testo metu registruota 12 EKG derivacijų. Buvo siekiama stebėti kardiovaskulinės sistemos reakciją į fizinį krūvį, o tyrimui pasirinkti sportuojantys nemažiau kaip dvejus metus vyrai, kurių specializacija–trumpų distancijų bėgimas. Tokia vienos lyties homogeniška tiriamųjų grupė pasirinkta dėl skirtingos moterų ir vyrų organizmo reakcijos į krūvį bei rezultatų patikimumo.

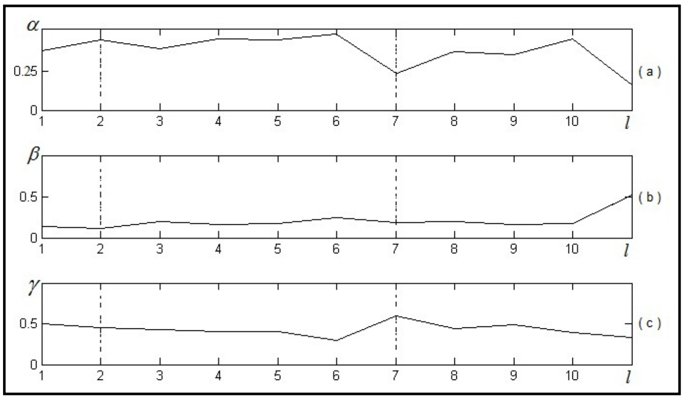
Prieš atliekant testą tyrimo protokolas (veloergometrinio mėginio vykdymo planas) buvo paaiškintas visiems dalyviams, kurie atliko vienodą bandymą, sudarytą iš trijų dalių: poilsio, krūvio ir atsigavimo.

Poilsio dalis truko vieną minutę, kurios metu tiriamieji sėdėjo ant stacionaraus dviračio nemindami pedalų. Po to prasidėdavo 5 min. ilgio krūvio dalis, kurios metu tiriamieji atliko didėjančio krūvio testą. Šis testas prasidėdavo nuo 50 W dydžio krūvio, kuris buvo didinamas kiekvieną minutę iki 250 W. Paskutinė tyrimo dalis–atsigavimas – taip pat truko 5 min. Taigi viso tyrimo laikas kiekvienam dalyviui buvo 11 min. (4.8–4.10 pav.), kurio metu programa „Kaunas–Krūvis“ buvo registruojama EKG ir skaičiuojami jos parametrai: RR, DJT ir QRS.

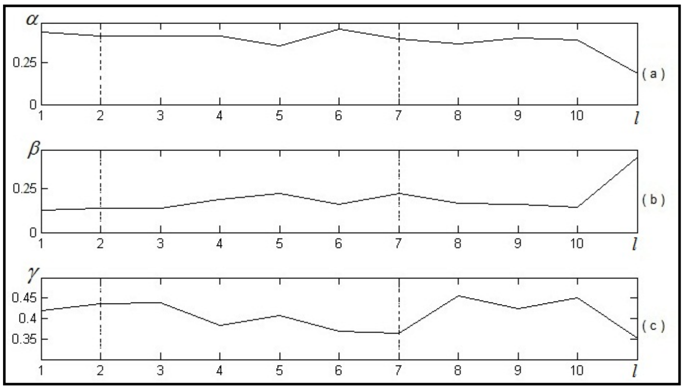
Tyrimo tikslas–išanalizuoti vietinius dinaminius EKG parametrų pokyčius. Pagal ankstesnių tyrimų rezultatus šie parametrai atitinka skirtingus žmogaus organizmo kompleksiškumo lygius, t.y. RR intervalas charakterizuoja reguliacinio lygio būseną, DJT intervalas parodo metabolinę širdies vidinių sistemų reakciją, o QRS kompleksas atspindi reguliacinę organo vidinę sistemą.

Kaip buvo minėta, testas truko 11 minučių; pirmoji minutė yra poilsis, 2–6 min. – krūvis, o 6–11 min. – poilsis (4.8–4.10 pav., x ašys). Kiekvieną testo minutę buvo skaičiuojami apibendrinti kompleksiškumo įverčiai (4.3), atitinkantys tris skirtingus procesus (slopinantįjį (reikšmės α), stacionarųjį (reikšmės β) ir sužadinantįjį (reikšmės γ)). Kompleksiškumo įverčiai buvo apskaičiuoti kiekvieno parametro fragmentui atskirai: RR intervalo (4.8 pav.), DJT intervalo (4.9 pav.) ir QRS intervalo (4.10 pav.).

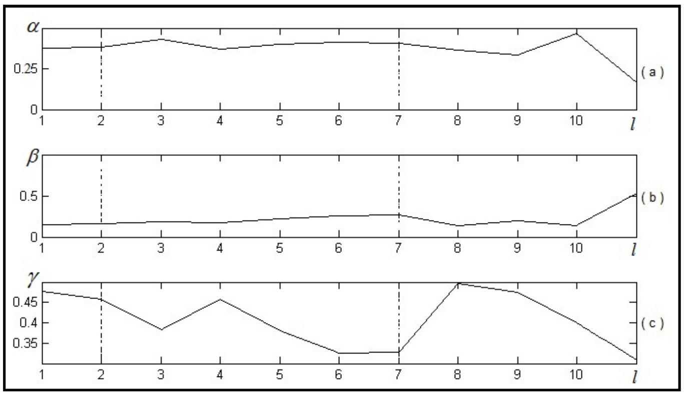
Gauti rezultatai parodo, kad fizinio krūvio pradžioje ryškesnis slopinantysis procesas, kuris aiškiausiai matomas paskutinės krūvio minutės metu, t.y. tarp 5 ir 6 minutės (4.8(a) pav., 4.9(a) pav. ir 4.10(a) pav.). Kaip ir tikėtasi, stimuliacinių (susižadinančių) procesų įtaka mažėja, ypač paskutinės krūvio minutės metu (4.8(c) pav., 4.9(c) pav., 4.10(c) pav.). Šis fenomenas gali būti paaiškinamas fiziologiškai: dirbantys raumenys bando patenkinti išaugusį energijos poreikį fizinio krūvio metu, o kiti organai turi adaptuotis prie mažesnio aprūpinimo lygio.



4.8 pav. Slopinantysis (a), stacionarusis (b) bei sužadinantysis (c) procesai ir jų pokyčiai RR intervalų duomenų dinamikoje veloergometrinio krūvio metu



4.9 pav. Slopinantysis (a), stacionarusis (b) bei sužadinantysis (c) procesai ir jų pokyčiai DJT intervalų duomenų dinamikoje veloergometrinio krūvio metu



4.10 pav. Slopinantysis (a), stacionarusis (b) bei sužadinantysis (c) procesai ir jų pokyčiai QRS intervalų duomenų dinamikoje veloergometrinio krūvio metu

Kitas įdomus fenomenas, siejamas su EKG parametrų RR, DJT ir QRS kompleksiškumu, yra atsigavimo proceso vėlavimas. Pirmą atsigavimo minutę RR intervalas rodo pereinamąją situaciją krūvio veikiamiems procesams: sužadinantysis procesas greitai auga (4.8(c) pav. nuo 6 iki 7 min.) o slopinantysis procesas mažėja (4.8(a) pav. nuo 6 iki 7 min.). DJT ir QRS intervalams aiškiai išreikštas vėlavimas sužadinančiajam ir slopinančiajam procesui atsigavimo metu (4.9(c) pav., 4.10(c) pav. nuo 7 iki 8 min.). Tai parodo, kad atsigavimo procesai skirtinguose organizmo lygiuose yra nesinchroniški.

Stacionarūs procesai (4.8(b) pav., 4.9(b) pav., 4.10(b) pav.) kinta nereikšmingai krūvio ir pirmų keturių atsigavimo minučių metu. Jie staigiai auga ir pasiekia aukščiausias reikšmes paskutinę atsigavimo fazės minutę ir turi didžiausią įtaką RR, DJT ir QRS intervalų dinamikoje. Vadinasi šis padidėjimas parodo, kad atsigavimo fazė baigta.

Žmogaus organizmas yra suvokiamas kaip kompleksinė sistema, kuri reaguoja į pasikeitusias sąlygas, pavyzdžiui, į fizinį krūvį. Apibendrinant galima teigti, kad taikant siūlomą analizę įmanoma stebėti skirtingus EKG parametrų pokyčius atskiruose fraktaliniuose lygmenyse, atspindimuose RR, DJT, QRS intervalų reikšmių. Jei raumenys pradeda vadovauti organizmo funkcijoms maksimalaus krūvio metu, slopinantys procesai tampa vyraujantys, o stacionarių procesų augimas reiškia atsigavimo po krūvio fazės pabaigą. Patirtis parodė, kad siūlomas algebrinis algoritmas gali būti sėkmingai taikomas tiriant „užtriukšmintus“ EKG parametrus.

4.4. Skyriaus išvados

Medicininiuose ar biologiniuose tyrimuose svarbu suskirstyti duomenų sekas į intervalus pagal panašias fiziologines situacijas. Gyviems organizmams fiziologinių sąlygų pokyčiai gali būti labai greiti, ir duomenų tyrimui neįmanoma pritaikyti statistinių ar Furjė analizės metodų. Siūloma algebrinė analizė galėtų būti technologija, padedanti trumpų duomenų intervalų (fragmentų) analizei ir atskleidžianti sritis su stabiliomis bei nestabiliomis fiziologinėmis savybėmis. Taigi skyriuje pateikta:

- sudarytas EKG parametrų kompleksiškumo įverčių skaičiavimo metodas; metodui panaudota TRS teorija, praplėstas Prony modelis ir PPI algoritmas;
- sudarytas programos sistemos prototipas, skirtas EKG parametrų fragmentams identifikuoti ir kompleksinei analizei atlikti;
- pateiktas sukurto prototipo praktinis taikymas veloergometriniam tyrimui atlikti.

Apibendrinant galima teigti, kad realizuotas programos sistemos prototipas gali pateikti naudotojui klinikinį sprendimą, kuris remiasi pateiktais kompleksinės analizės rezultatais.

5. ULTRAGARSINIO SIGNALO ALGEBRINĖS ANALIZĖS PROGRAMOS SISTEMOS PROTOTIPAS

Skyriuje pristatomas programos sistemos prototipas, skirtas ultragarsiniam impulsiniam signalui identifikuoti ir tirti. Prototipas parengtas vadovaujantis signalo identifikavimo ir tyrimo procesu. Taip pat pateikiama PSP programinė realizacija ir keletas jo praktinio taikymo pavyzdžių.

5.1. Ultragarsinio signalo algebrinės analizės metodas

Ankstesniuose skyriuose pateikti pavyzdžiai rodo, kad darbe sudarytas praplėstas Prony modelis ir PPI algoritmas gali būti taikomi realių pasaulio laiko eilutėms identifikuoti. Tikslesniam ultragarsinių signalų fragmentų identifikavimui iškyla fragmento pradžios ir pabaigos taškų nustatymo problema, kurios sprendimui skyrelyje pasiūlytas naujas metodas.

5.1 paveiksle pateikiamas ultragarsinio signalo identifikavimo ir analizės metodas. Procesą galima suskirstyti į tris pagrindinius etapus:

I. Pirmasis–analizuojamo signalo fragmento duomenų parengimo etapas. Tegul žinomi signalo duomenys: $Y := (y_0, y_1, y_2, ..., y_{N-1})$, $N -$ signalo ataskaitų skaičius. Proceso pradžioje išskiriamas analizuojamas signalo fragmentas $S(Y, a, b)$, $a, b \in Z$, $a > b$. Tada atliekamas fragmento duomenų centravimas. Centravimui naudojama išraiška:

$$\dot{y}_j = y_j - \overline{y}, \; j = \overline{0, L-1}; \tag{5.1}$$

čia $\dot{y}_j$–centruoti duomenys, $\overline{y}$–fragmento S reikšmių y_j vidurkis, L–fragmento ilgis.

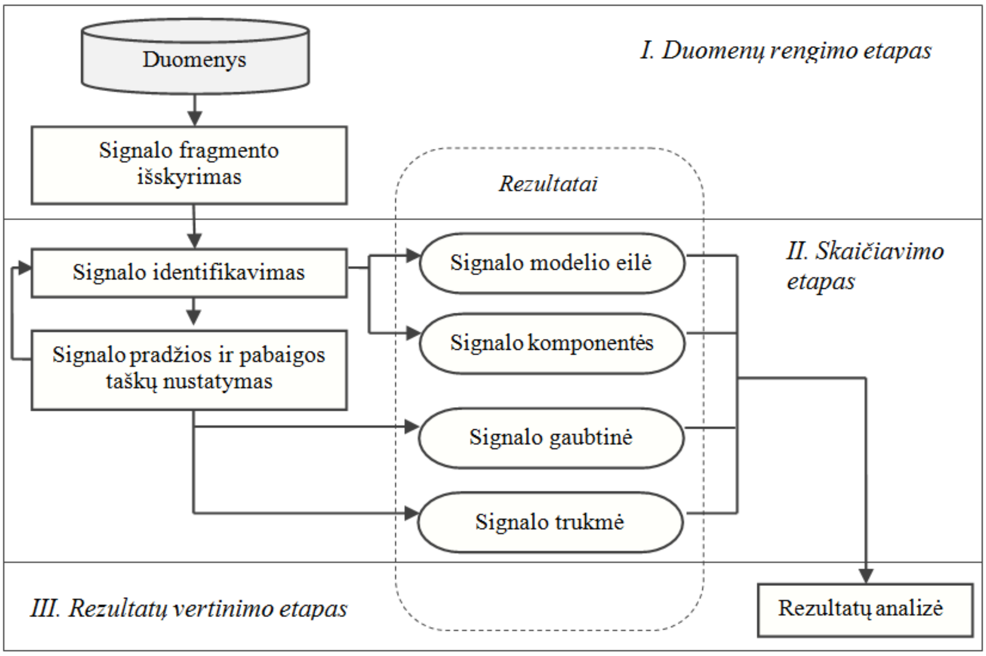
II. Antrame proceso–skaičiavimo etape atliekami signalo identifikavimo ir pradžios bei pabaigos taškų nustatymo veiksmai.

Pirmiausia panaudojant PPI algoritmą sudaroma signalo fragmento artimiausia TRF:

$$F_{PP}(t) = \sum_{k=1}^{\hat{m}} Q_k(t) \exp(\lambda_k t), \; t \in [a, b]. \tag{5.2}$$

Identifikuojama modelio eilė $\hat{m}$ ir koeficientai $\hat{\rho}_k, \hat{n}_k, \hat{\lambda}_k, \hat{\mu}_{kr}, k = 1, ..., s$, $r = \overline{0, n_k - 1}$. Tada panaudojant (3.2) išraišką apskaičiuojamos signalo reikšmės $\hat{y}_j, j = \overline{0, L-1}$.

Paskui nustatomi signalo pradžios ir pabaigos taškai. Šiam tikslui siūlomas toliau aprašytas naujas metodas.



5.1 pav. Ultragarsinio impulsinio signalo algebrinės analizės metodas

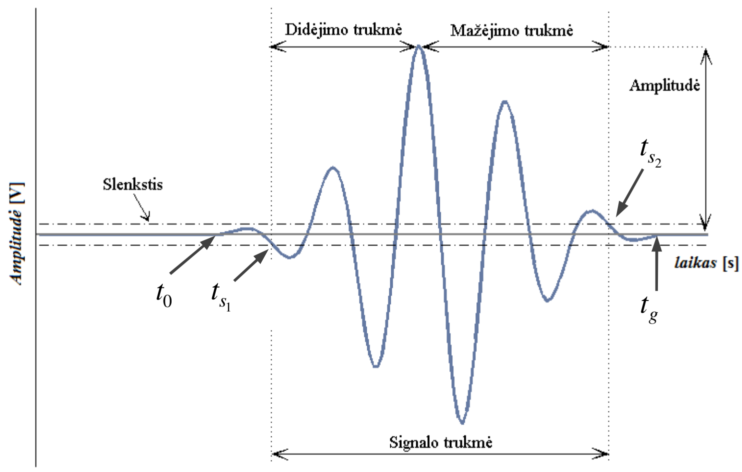
Pradžioje atsižvelgiant į slenksčio lygmenį laiko ašyje nustatomi pirmasis ir paskutinis signalo ir slenksčio lygio linijos susikirtimo taškų indeksai t_{s_2} ir t_{s_2} (5.2 pav.). Tada apskaičiuojami signalo pradžios (TOA) ir pabaigos taškai tokia veiksmų seka:

i. intervale $[a,b]$ apskaičiuojama TRF susikirtimo su abscisių ašimi taškų seka: $\Upsilon^{(0)} = \left(t_0^{(0)}, t_1^{(0)}, \ldots, t_n^{(0)}\right)$;

ii. toliau nustatomas signalo pradžios taškas $t_p = t_j^{(0)}$, $j = \overline{1,n}$, kai $t_j^{(0)}$ – paskutinis sekos $\Upsilon^{(0)}$ elementas, tenkinantis sąlygą $t_j^{(0)} < t_{s_1}$, priešingu atveju $t_p := t_{s_1}$;

iii. tada nustatomas signalo pabaigos taškas $t_g = t_j^{(0)}$, $j = \overline{1,n}$; čia $t_j^{(0)}$ –pirmasis sekos $\Upsilon^{(0)}$ elementas, tenkinantis sąlygą $t_j^{(0)} > t_{s_2}$, priešingu atveju, $t_g := t_{s_2}$.

Jeigu gauta, kad $a < t_0$ arba $t_g < b$, tada sudaromas ir identifikuojamas naujas fragmentas $S(Y, t_0, t_g)$, $t_0, t_g \in N$, $t_0 > t_g$, t.y. sudaroma ir patikslinama signalo fragmento TRF (5.2) išraiška (identifikuojami signalo parametrai (5.1 lentelė)).



5.2 pav. Analizuojami ultragarsinio impulsinio signalo parametrai

5.1 lentelė. Analizuojami ultragarsinio impulsinio signalo parametrai

Parametras	Aprašymas
$\hat{m}$	Signalo komponenčių skaičius (modelio eilė)
$\alpha_k = \mathrm{Re}(\hat{\lambda}_k),\ k = \overline{1,\hat{m}}$	k-tosios komponentės slopinimo koeficientas
$\omega_k = \left\|\mathrm{Im}(\hat{\lambda}_k)\right\|,\ k = \overline{1,\hat{m}}$	k-tosios komponentės kampinis dažnis
$\upsilon_k = \left\|\frac{\omega_k}{2\pi}\right\|,\ k = \overline{1,\hat{m}}$	k-tosios komponentės dažnis
$t_{s_1},\ t_{s_2}$	Slenksčio lygio ir signalo reikšmių pirmas bei paskutinis susikirtimo taško indeksas laiko ašyje
t_p, t_g	Signalo pradžios (TOA) ir pabaigos taškas
$L_s = t_g - t_p + 1$	Signalo trukmė (TOF)
$t_{am} := i$	Signalo gaubtinės maksimumo taškas, kai $i: \max\limits_i(Gb_t),\ t = [t_p, t_g],\ Gb_t$ –identifikuotos TRF $F_{PP}(t)$ gaubtinė, gauta taikant Hilberto transformaciją (Feilat, E. A., 2006).

III. Trečiajame proceso etape atliekama identifikuoto signalo fragmento analizė, kurios metu vertinami 2-ajame etape apskaičiuoti parametrai (5.1 lentelė).

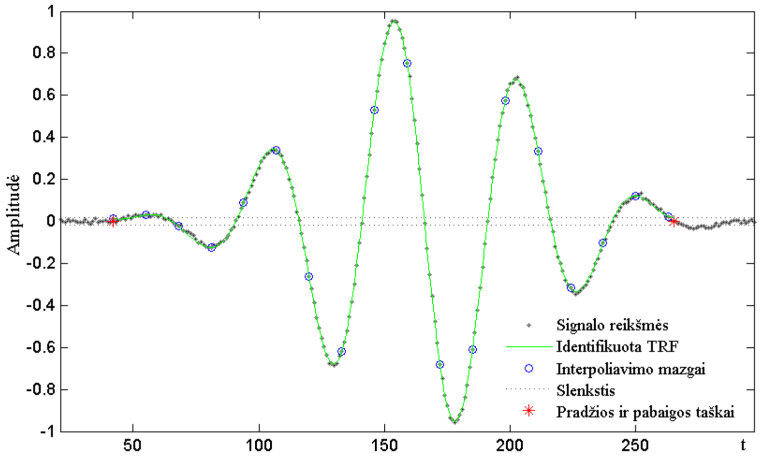
Kadangi analizuojami algebriniai įverčiai, tai pateiktas metodas gali būti vadinamas algebrinės analizės metodu.

5.1 pavyzdys. Pateikiamas sudaryto metodo signalo pradžios taškui nustatyti taikymo pavyzdys. Jame analizuojamas ultragarsinis impulsinis signalas, sugeneruotas panaudojant *MatLab* k-wave programos paketo funkciją *toneBurst* .

Tegul žinomas signalo fragmentas, sudarytas iš atskirų sekų fragmentų (5.3 pav.):

$$S(Y,1,311) = S_1 \cup S_2 \cup S_3;$$

čia $S_1(Y,1,40) = (0,0,...,0)$, $S_2(Y,41,291) = toneBurst(50 \cdot 10^{-6}, 1 \cdot 10^{-6}, 5)$, $S_3(Y,292,311) = (0,0,...,0)$.



5.3 pav. Sugeneruotas impulsinis „užtriukšmintas“ signalas

Galima pastebėti, kad sugeneruoto signalo pradžios ir pabaigos taškai: $t_p = 41$ ir $t_g = 291$.

Toliau signalo fragmentas S yra „užtriukšminamas“. Naudojama *MatLab* funkcija *randn* ir SNR = 28 (dB).

Tokiu būdu sugeneruotas signalo fragmentas identifikuojamas PPI algoritmu. Identifikuota modelio eilė: $\hat{m} = 9$. Pritaikius signalo pradžios ir pabaigos taškų nustatymo metodą, gauta: $\hat{t}_p = 46$ ir $\hat{t}_g = 288$ (5.3 pav.). Galima pastebėti, kad apskaičiuotų taškų reikšmės artimos nurodytoms t_p, t_g reikšmėms. Tada sudaromas naujas fragmentas $S(Y, \hat{t}_p, \hat{t}_g)$ ir pakartojus identifikavimo procedūrą apskaičiuojama nurodyto signalo TRF.

Apibendrinant galima teigti, kad sukurtas ultragarsinio impulsinio signalo identifikavimo ir analizės metodas galėtų būti pritaikytas kuriant signalų analizės programų sistemas.

5.2. Ultragarsinių signalų algebrinės analizės programos sistemos prototipo programinė realizacija

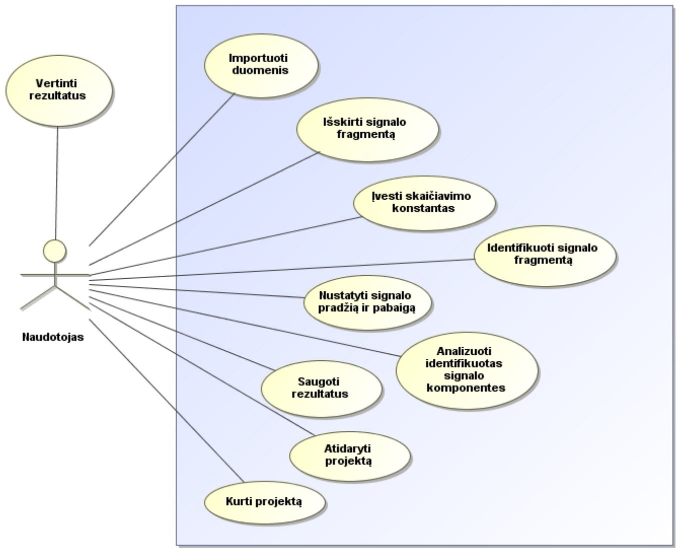
Skyrelyje pateikiamas programos sistemos prototipo, skirto ultragarsiniams signalams identifikuoti ir algebrinei analizei atlikti, aprašymas. Prototipas parengtas vadovaujantis sudarytu signalo algebrinės analizės metodu.

Kuriamos sistemos naudotojai: inžinieriai, mokslininkai, studentai ir kiti ultragarsinių signalų tyrėjai, sprendžiantys neardomosios medžiagų kontrolės ir kitus uždavinius. 5.4 pav. pateikta programos sistemos vizija.

Naudotojai, pritaikę ultragarsinio tyrimo technologiją ir atlikę eksperimentinius tyrimus programos sistemoje, gali vykdyti gautų duomenų ekspertinį vertinimą. Sistema ir duomenys taikant debesų kompiuterijos technologijas galėtų būti prieinami naudotojui iš bet kurio kompiuterio ar telefono, turinčio interneto ryšį. Darbe pateikiamas programos sistemos prototipas apsiriboja vietiniais sprendimais.

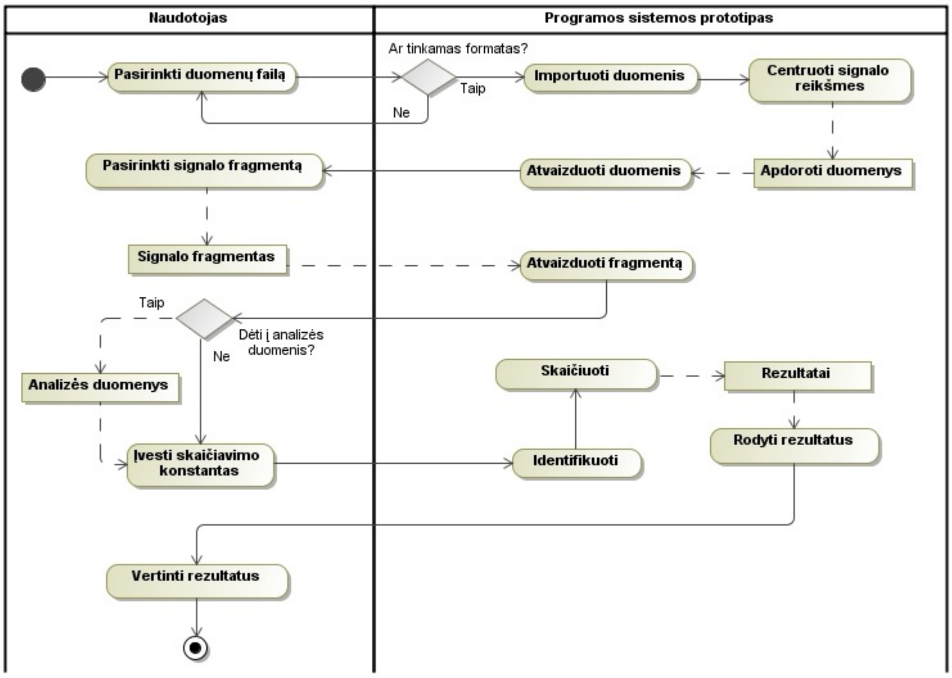
5.4 pav. Ultragarsinių signalų algebrinės analizės PSP vizija

Kompiuterizuojamos sistemos vykdomos užduotys pateiktos 5.5 pav. Naudotojas turėtų susikurti naują projekto katalogą, kuriame būtų saugomi atliktos analizės duomenys ir rezultatai. Sistemoje turėtų būti įdiegta sukurto projekto atidarymo funkcija.



5.5 pav. PSP kompiuterizuojamų sistemos vykdomų užduočių diagrama

Naudotojas turi importuoti duomenų failus ir atlikti veiksmus su importuotais signalo duomenimis: išskirti analizuojamo signalo fragmentą, nustatyti arba palikti numatytąsias skaičiavimo konstantas bei identifikuoti pasirinktą fragmentą. Naudotojas pagal pageidavimą turi pasirinkti vieną, kelias ar visas identifikuoto signalo komponentes ir su kiekviena iš jų atlikti analizę. 5.6 paveiksle pateiktos naudotojo ir PSP veiklos.



5.6 pav. Ultragarsinių signalų algebrinės analizės programos sistemos prototipo veiklos diagrama

Naudotojas prototipe pirmiausia pasirenka duomenų failą. Sistema patikrina, ar pasirinktas failas yra tinkamos struktūros ir formato (oscilografo sugeneruotas) .csv/.txt duomenų failas. Jeigu tinkamas, tada duomenys importuojami ir pritaikius (5.1) išraišką automatiškai centruojami. Centruoti duomenys parodomi ekrane.

Toliau naudotojas kompiuterine pele nustato importuoto signalo fragmento pradžios ir pabaigos taškus. Išskyręs fragmentą jis gali arba iš karto identifikuoti, arba apdorotus duomenis patalpinti į projekto (analizės) katalogą ir toliau importuoti kitus duomenis. Prieš atlikdamas skaičiavimus naudotojas gali įvesti arba palikti numatytąsias skaičiavimo konstantas:

- signalo slenksčio lygį;
- TRF minimalios eilės viršutinę leistiną ribą– m_{pb} (žr. PPI algoritmą).

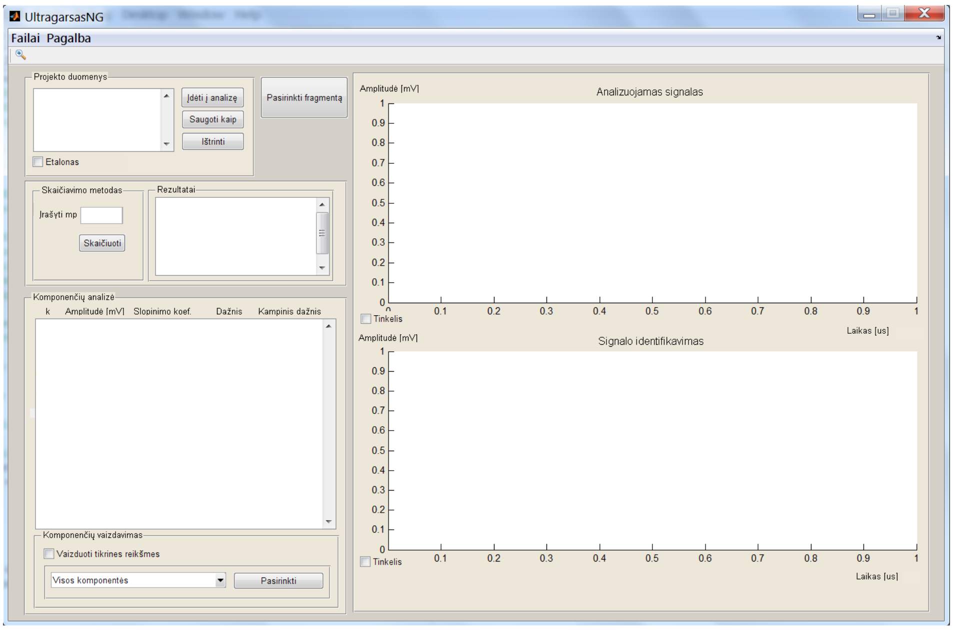
Tada vykdomas pasirinkto signalo fragmento identifikavimas ir parametrų skaičiavimas pagal 5.1 skyrelyje pateiktą signalo algebrinės analizės metodą. Kad galėtų atlikti identifikuoto signalo fragmento algebrinę analizę, naudotojas ekrane turi matyti:

- du grafikus: viename jų išskirtas importuoto signalo fragmentas, kitame – identifikuota TRF; taip pat turėtų matyti programoje nustatytą slenksčio lygį bei apskaičiuotą signalo gaubtinę;
- identifikuotos TRF koeficientų įverčius (lentelę);
- ant vienetinio apskritimo pavaizduotas pasirinktų komponenčių tikrines reikšmes;
- identifikuotos TRF ir tirto signalo fragmento reikšmių skirtumo (paklaidų) grafiką;
- apskaičiuotus signalo parametrus (5.1 lentelė).

Pateiktų programos sistemos prototipo funkcijų programinei realizacijai pasirinktas *MatLab* programos paketas dėl savo turimų privalumų, išvardytų 4.2 skyrelyje. Realizuoto sistemos prototipo naudotojo sąsajos pagrindinis langas pateiktas 5.7 paveiksle (naudotojo vadovas –3 priede).

Apibendrinant galima teigti, kad sukurtas programos sistemos prototipas suteikia galimybę naudotojams atlikti algebrinę signalo analizę: identifikuoti signalo formą, nustatyti signalo pradžios bei pabaigos taškus, trukmę ir kitus parametrus.

Kitame skyrelyje pateikiami sistemos praktiniai taikymai ultragarsiniams impulsiniams signalams identifikuoti ir algebrinei analizei atlikti.



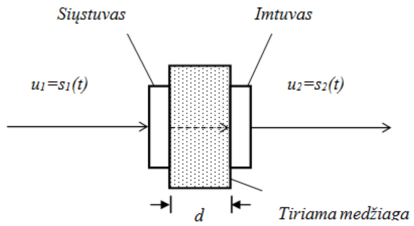
5.7 pav. Ultragarsinių signalų analizės PPI metodu programos langas

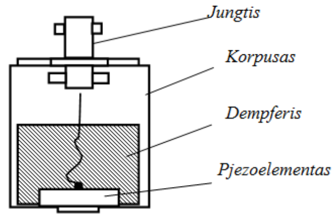
5.3. Ultragarsinių signalų algebrinės analizės programos sistemos prototipo praktinis taikymas

5.3.1. Nehomogeninių medžiagų analizė

Skyrelyje pateikiamas PSP taikymas ultragarsinio impulsinio signalo, gauto tiriant skirtingos struktūros medžiagas, analizei atlikti.

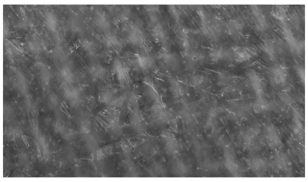
Eksperimentinis tyrimas atliktas skaitmeniniu osciloskopu registruojant sužadintojo ultragarsinio impulsinio signalo (įėjimo signalo) $u_1=s_1(t)$ ir per gaminį praėjusio (išėjimo signalo) $u_2=s_2(t)$ formą. Įėjimo ir išėjimo signalams gauti naudojami identiški siunčiantysis ir priimantysis pjezoelektriniai keitikliai, tarp kurių atstumas *d* ekvivalentus tiriamo gaminio storiui.





5.8 pav. Tyrimo schema **5.9 pav.** Pjezoelektrinio keitiklio konstrukcija

Ultragarsinių signalų generavimui panaudoti mechaniškai dempferiuoti 5 MHz diapazono plačiajuosčiai pjezokeraminiai keitikliai. Tiriamos skirtingos struktūros nehomogeninės medžiagos: kompozitas su anglies pluoštu ir kompozitas su stiklo pluoštu (5.10–5.11 pav., 5.2 lentelė).



5.10 pav. Kompozitas su anglies pluoštu **5.11 pav.** Kompozitas su stiklo pluoštu

5.2 lentelė. Tirtų plokščių gaminių parametrai

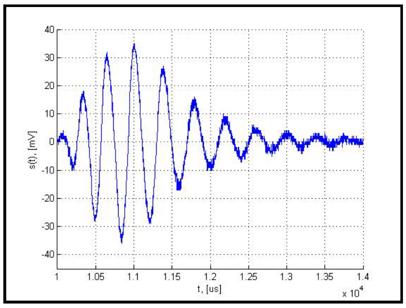
Tiriama medžiaga	Medžiagos storis *d*, mm	Garso greitis *c*, m/s
Polistirolas (angl. *polystyrene*) (Nr.0)	38	2340
Kompozitas su anglies pluoštu (Nr.1)	14,4	2310
Kompozitas su stiklo pluoštu (Nr.2)	13,2	2250

Užregistruotas įėjimo signalas, gautas jam praėjus per etaloninį pavyzdį. Etalonas pagamintas iš polistirolo, kurio garso greitis artimas garso greičiui tiriamuose kompozituose ir lygus 2340 m/s. Įėjimo ir išėjimo signalai pavaizduoti 5.12–5.14 paveiksluose.

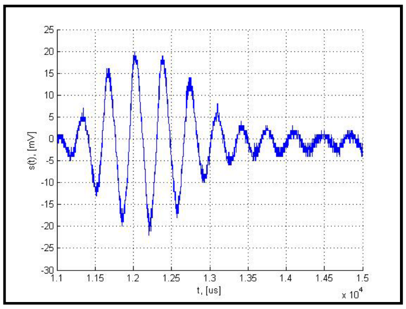
Gautų signalų analizei atlikti panaudotas sukurtas PSP. 5 priede, 1–3 paveiksluose, pavaizduoti signalai, jų identifikuotos TRF ir nustatyti signalo fragmentų pradžios bei pabaigos taškai. O 1 ir 2 lentelėje pateikti identifikuoti ir apskaičiuoti signalų parametrai. Matome, kad tiriami signalai gali būti aprašyti 24–25 eksponentiškai slopstančių komponenčių suma.

Palyginus gautų signalų komponenčių dažnio parametrus (5 priedas, 2 lentelė), galima pastebėti, kad dėl tiriamos nehomogeninės medžiagos poveikio išėjimo signalo atskiros spektrinės dedamosios sumažėjo nevienodai. Tai atspindi sudėtingą kompozicinių medžiagų, sudarytų iš kelių skirtingas mechanines savybes turinčių struktūrinių dedamųjų, struktūrą. Yra žinomas faktas, kad kiekviena medžiaga gali turėti skirtingą dažnių diapazoną, atspindintį jos specifinę sandarą ir kitas mechanines savybes, susijusias su ultragarsinių signalo spektrinių dedamųjų skirtingu slopinimu.

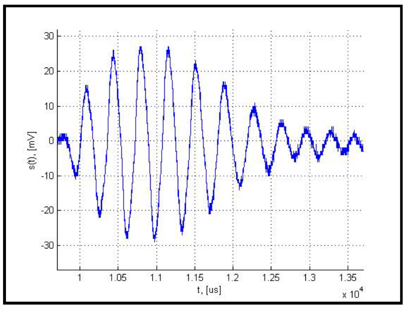
Galima pastebėti, kad identifikuoto etaloninio signalo ir išėjimo signalo Nr.2 modelio eilės sutampa, t.y. $\hat{m} = 24$, tačiau Nr.1 – $\hat{m} = 25$, todėl toliau signalo fragmentas Nr.2 panaudojant FIM algoritmą identifikuojamas su $\hat{m} = 24$. Identifikuoti signalo parametrai pateikti 5 priedo 3 lentelėje. Matyti, kad identifikuota 22-oji komponentė aprašoma polinominiais koeficientais. Taigi ši metodo savybė suteikia galimybę tirti pro medžiagas praleistų signalų formos pasikeitimo dėsningumus, kai yra identifikuota etaloninio (įėjimo) signalo modelio eilė.



5.12 pav. Įėjimo signalas(Nr.0)



5.13 pav. Kompozito su anglies pluoštu išėjimo signalas(Nr.1)



5.14 pav. Kompozito su stiklo pluoštu išėjimo signalas(Nr.2)

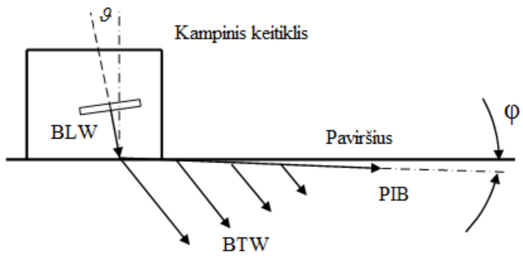
Atlikta signalų, praleistų pro tirtas medžiagas, komponenčių analizė parodė, kad identifikuoti signalo parametrai koreliuoja su medžiagos mechaninėmis ir struktūrinėmis savybėmis. Todėl sukurtą signalų algebrinės analizės metodą siūloma taikyti kontroliuojant gaminių kokybines charakteristikas (korėtumą, smulkiagrūdiškumą, tankumą). Informatyvus parametras gali būti ir signalo slopinimas visame matavimo trakte, kurį galima nustatyti pagal priimto signalo lygį, įvertinus defektoskopo jautrį (dB) ir atstumą tarp siuntiklio bei imtuvo d (gaminio storį). Be to, gaminių kokybinėms charakteristikoms kontroliuoti galima panaudoti išėjimo signalo modelio eilę m ir toliau ją naudoti identifikuojant bei tiriant signalus, atsispindėjusius nuo nehomogeninių medžiagų.

Apibendrinant galima teigti, kad identifikuoti praplėsto Prony modelio (3.15) polinominiai koeficientai suteikia galimybę tiksliau aprašyti ir tirti signalo formos dėsningumus.

5.3.2. Paviršinių išilginių bangų sklidimo išgaubtu cilindriniu paviršiumi analizė

Skyrelyje pateikiamas sukurto PSP taikymas ultragarsinių signalų, sklindančių išgaubtu paviršiumi, tyrimui.

PIB yra naujo tipo paviršinės bangos, pasižyminčios tuo, kad jose virpesių tangentinė dedamoji viršija normalinę, ir dėl to jos sklinda faziniu greičiu, artimu tūrinių išilginių bangų greičiui. Dėka šios savybės PIB pirmosios atsklinda į sugriovimo vietą po žemės drebėjimo. Kita svarbi PIB savybė yra ta, kad jos sklinda priepaviršiniu sluoksniu, t.y., kitaip nei Reilėjaus bangų, maksimali bangos energija yra ne paviršiuje, bet gylyje, apytikriai lygiame bangos ilgiui ℓ. Dėl šios priežasties jų sklidimui ir signalo formos pasikeitimui praktiškai neturi įtakos paviršiaus struktūra (net sklindant grubiu bei srieginiu paviršiumi) ir virš paviršiaus esantis skystis. Tai–seisminių bangų sklidimo nelygiu Žemės paviršiumi bei vandenynų dugnu reikšmingos aplinkybės. Kartu nustatyta, kad sklindant PIB, jų maksimalios energijos gylis dėl sąveikos su paviršiumi ir difrakcijos pamažu tolsta nuo paviršiaus (5.15 pav.), ir tai yra padidėjusio jų slopimo sklindant lygiu paviršiumi priežastis.



5.15 pav. PIB bangų sužadinimo kampiniu keitikliu schema

Plokščiame paviršiuje PIB paprastai sužadinamos kampiniu metodu, naudojant keičiamo kampo prizmes, suderintas pirmam kritiniam kampui. Jos taip pat gali būti sužadinamos vietiškai veikiant kieto kūno paviršiaus tašką, tarkim, impulsinio lazerio sukeltu termoimpulsu arba Žemėje seisminio smūgio metu. Tačiau šiais atvejais be PIB vienu metu sužadinamos dar ir kitų tipų akustinės bangos: tūrinės išilginės (BLW), tūrinės skersinės (BTW), paviršinės skersinės (Reilėjaus) bangos.

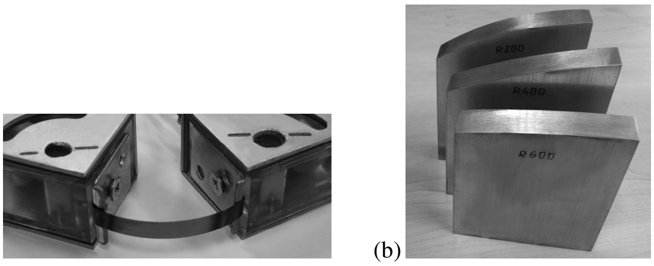
Kadangi Žemės paviršius yra sferinis, o kai kurie gaminiai (tarkim, geležinkelio riedmenys) yra cilindriški, aktualu ištirti paviršiaus kreivumo įtaką PIB bangų sklidimui. Šiame darbe tiriamas PIB sklidimas išgaubtu cilindriniu paviršiumi (5.16 pav.). PIB sklindant tokiu paviršiumi, jis nuolat „artėja“ prie nutolstančių PIB, dėl to sąveika tarp bangos ir paviršiaus nuolat stiprėja. PIB fazinis greitis įgyja tam tikrą pokytį Δc_{PIB}, priklausantį nuo kietojo kūno Puasono koeficiento γ ir išgaubto cilindrinio paviršiaus kreivumo spindulio R santykio su bangos ilgiu ℓ_{PIB}:

$$c_{PIB}^{+c} = c_{PIB} + \Delta c_{PIB}^{+c}\left(\gamma \frac{R}{\ell_{PIB}}\right). \tag{5.3}$$

Teoriškai PIB fazinio greičio prieaugis gali būti ir neigiamas (įgaubto paviršiaus atvejis), bet dėl įgaubto paviršiaus paspartinto „nutolimo“ nuo bangos, PIB slopimas turėtų dar labiau padidėti, todėl šis atvejis nėra aktualus.

Nors kaskart vis daugėja PIB bangų tyrimų (taip pat ir teorinių), deja, nėra žinomos matematinės formulės PIB greičio prieaugio priklausomybei nuo γ ir $\Delta c_{PIB}^{+c}\left(\gamma \cdot R / \ell_{PIB}\right)$ skaičiuoti, todėl tai atliksime eksperimentiškai.

PIB greičio ir signalų amplitudei matuoti taikomas klasikinis ultragarsinės impulsinės defektoskopijos metodas, kuriame PIB impulsai sužadinami ir priimami keičiamo kampo prizminiu 4 MHz keitikliu. Keičiamo kampo prizminiai keitikliai sujungti mechanine stangria plieno juosta taip, kad atstumas tarp keitiklių išliktų pastovus, nepriklausomai nuo tiriamo cilindrinio paviršiaus kreivumo (5.16 pav.). Priimti signalai registruojami skaitmeniniu dvikanaliu osciloskopu GDS-2062.



(a) (b)

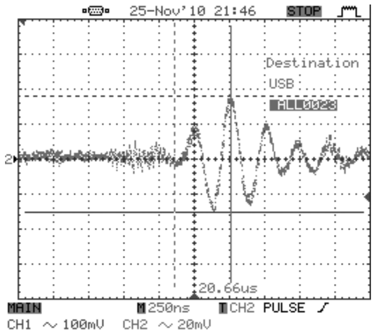
5.16 pav. Sujungtų prizminių PIB keitiklių pora (a) ir cilindriniai bandiniai (b)

PIB sklidimo ypatybėms tirti buvo pagaminti skirtingų kreivumo spindulių (R=600 mm; 400 mm, 200 mm) bandiniai. PIB greitis duraliuminyje, išmatuotas lygiame paviršiuje, nustatomas sąryšiu:

$$c_{PIB}^{\infty} = \frac{\Delta d}{\tau} = 6462, \text{ m/s}; \tag{5.4}$$

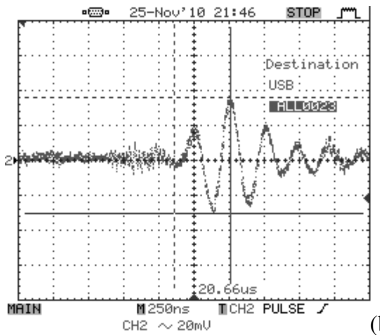
čia Δd – atstumo pokytis tarp siuntiklio ir ėmiklio.

Tipinis PIB, sklindančių lygiame paviršiuje, impulsas, registruojant jį 25 000 taškų skyra, parodytas 5.17 pav. Dėl gana didelio triukšmo lygio nustatant signalo pradžios momentą neišvengiamos paklaidos, kurių sumažinimui galima pritaikyti 5.1 skyrelyje pateiktą signalo pradžios taško nustatymo metodą.

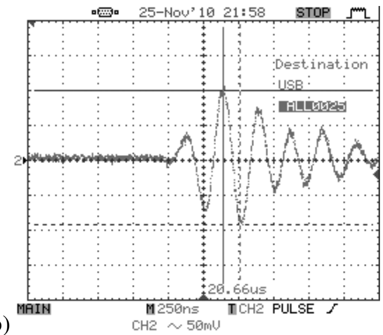


5.17 pav. PIB impulsas, užregistruotas lygiame duraliuminio paviršiuje

5.18 pav. pavaizduoti signalai, užregistruoti maksimalia 25000 taškų skyra duraliuminio pavyzdžiuose su cilindriniu paviršiumi, o jų matavimo duomenys pateikti 5.3 lentelėje. Įvertinus išmatuotą PIB greitį bandinyje $c_{PIB}^{\infty} = 6462$ m/s, keitiklio pagrindinį dažnį υ = 4,0 MHz ir PIB bangos ilgį $\ell_{PIB}^{\infty} = c/\upsilon = 1{,}61$ mm, buvo apskaičiuota c_{PIB}^{+c} priklausomybė nuo R/ℓ_{PIB}^{∞} (5.4 lentelė, 5.19 (a) pav.). 5.19 (b) paveiksle pateikta išmatuota santykinio signalo amplitudės priklausomybė nuo išgaubto cilindrinio paviršiaus kreivumo parametro.



(a)



(b)

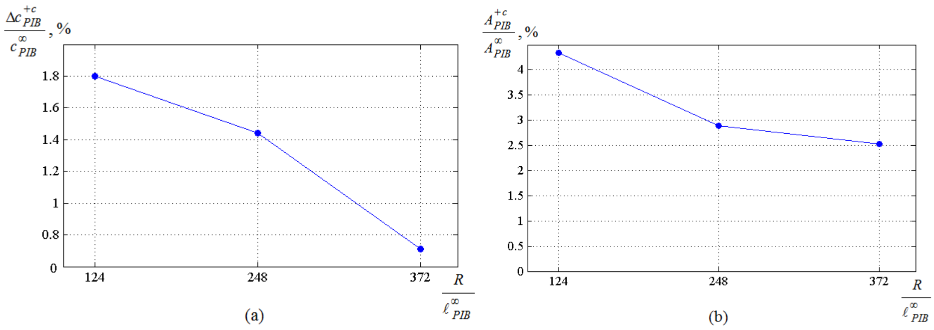
5.18 pav. PIB impulso padėties laiko ašyje ir amplitudės priklausomybė nuo duraliuminio bandinio išgaubto cilindrinio paviršiaus kreivumo spindulio R: (a)$R = \infty$; (b)R = 400 mm

Galima pastebėti (5.19 (a) pav.), kad dėl išgaubto cilindrinio paviršiaus kreivumo PIB fazinis greitis netiesiškai didėja. Bet kur kas labiau dėl išgaubto cilindrinio kreivumo keičiasi signalo amplitudė, t.y. net iki 7 kartų. Šis efektas architektūrinėje akustikoje žinomas kaip „šnabždančių skliautų“ efektas. Įvertinant

PIB energijos sustiprėjimo lygį dėl sklidimo paviršiaus cilindriškumo (≈ 50 kartų), seisminio Žemės drebėjimo atveju teisingiau būtų šį reiškinį vadinti „griaunančių sferų efektu“.

Taip pat galima pastebėti, kad PIB tangentinės dedamosios virpesius priimant tuo pačiu kampiniu pjezokeitikliu šoniniame bandinio paviršiuje ir nustačius jo priėmimo kampą $\vartheta = 0^{\circ}$, išmatuotas signalas viršijo PIB signalą lygiame bandinio paviršiuje nuo 26 (kai $R = \infty$) iki 29 (kai R = 600 mm) kartų.

Tai parodo, kad virpesių tangentinė (lygiagreti su paviršiumi) dedamoji PIB yra kur kas stipresnė nei normalioji; kita vertus, tai rodo, kad kampinis PIB sužadinimas išilginėmis bangomis mažu ϑ_{kr}^{l} kampu (PIB sužadinant duraliuminyje per organinio stiklo prizmę ϑ_{kr}^{l} = 24,7°) nėra efektyviausias, nes nemaža dalis tūrinių išilginių bangų (BLW) bandinyje transformuojasi į pašalines tūrines skersines bangas (BTW).



5.19 pav. (a) PIB fazinio greičio pokyčio priklausomybė nuo cilindrinio paviršiaus santykinio kreivumo R / ℓ_{LSAW}^{∞}; (b) PIB amplitudės priklausomybė nuo cilindrinio paviršiaus santykinio kreivumo

5.3 lentelė. Eksperimento matavimų duomenys

R,mm	$\dfrac{R}{\ell_{PIB}^{\infty}}$	τ ,µs	Δc_{PIB}^{+c} m/s	$\dfrac{\Delta c_{PIB}^{+c}}{c_{PIB}^{\infty}}$, %	$\dfrac{A_{PIB}^{+c}}{A_{PIB}^{\infty}}$, %
∞	0	0	0	0	1
600	372	–0,06	46	0,71	2,53
400	248	–0,12	93	1,44	2,89
200	124	–0,15	116	1,80	4,34

Efektyviau PIB sužadinamos Žemės paviršiuje seisminių smūgių metu, kai jas gali sužadinti ne tik paviršiumi šliaužiančios išilginės bangos, bet ir skersinių bangų smūgis, nukreiptas į paviršių kampu $\gamma_{BTW} \approx 25...27^{\circ}$. Atlikti matavimai sudarytame fizikiniame cilindriniame Žemės modelyje rodo, kad stipriausias PIB smūgis pasireiškia PIB impulsui atsitrenkus į paviršiui statmeną plokštumą. Be to, šio modelio matavimai duraliuminiui $\left(c_{PIB}^{+c} = 6462 \text{ m/s}, c_{BLW} = 6446 \text{ m/s}\right)$ parodė, kad PIB yra greičiausia akustinė banga.

Taigi atliekant tokius tyrimus tikslaus signalo vėlinimo trukmės nustatymas yra svarbus uždavinys. TOF ir vėlinimo laiką galima nustatyti tiriamus įėjimo ir išėjimo signalus identifikuojant PPI algoritmu. 5.4 lentelėje pateikti sukurtu PSP gauti skaičiavimo rezultatai, o 5 priedo 4–7 paveiksluose identifikuotos signalų TRF. Galima pastebėti, kad identifikuota įėjimo signalo (sklindančio plokštuma) modelio eilė beveik 2 kartus mažesnė negu sklindančių įgaubtais paviršiais, be to, gauta, kad didėjant išgaubtumo spinduliui atitinkamai ilgėja ir išėjimo signalo trukmė.

5 priedo 4 lentelėje pateikti identifikuoti tirtų signalų parametrai, o 8 paveiksle ant vienetinio apskritimo pavaizduotos TRF tikrinės reikšmės. Galima pastebėti, kad išėjimo signalų slopinimas didėja, t.y. atsiranda daugiau slopinimo komponenčių, didėjant įgaubto paviršiaus spinduliui *R*, be to, susižadinančios komponentės artėja prie vienetinio apskritimo ribos (t.y. mažėja, mažėjant spinduliui *R*). Analizuojant 4 lentelėje pateiktus identifikuotus signalų parametrus galima pastebėti, kad komponenčių amplitudės didėjimas, slopinimo koeficientų ir dažnių mažėjimas tiesiogiai proporcingas *R* spindulio didėjimui.

5.4 lentelė. Apskaičiuoti signalų parametrai

R	Komponenčių skaičius (m)	t_p	Signalo trukmė, s	$t_{A\max}$	t_{s1}	RMSE
∞	8	12443	1083	12731	12455	2,83
600	15	12358	1368	12688	12396	1,95
400	14	12301	1431	12683	12328	1,92
200	14	12282	1459	12654	12319	1,53

5.5 lentelėje pateikti apskaičiuotas tirtų signalų TOA ir vėlinimo trukmė τ. Skaičiavimams taikytas slenksčių (SL), dviejų signalo gaubtinių maksimumų (2MM) ir 5.1 skyrelyje pateiktas naujas (PPI) metodas.

5.5 lentelė. PPI, SL ir 2EM metodais nustatyti signalų TOF

R,mm	TOA, PPI	TOA, SL	TOA, 2MM	τ (μs), PPI	τ (μs), SL	τ (μs), 2MM
∞	12443	12455	12407	–	–	–
600	12358	12376	12392	–0,085	–0,059	–0,015
400	12301	12328	12351	–0,142	–0,127	–0,056
200	12282	12319	12333	–0,161	–0,136	–0,074

Rezultatai parodė, kad SL metodas pakankamai tiksliai apskaičiuoja signalo vėlinimo trukmę, kai tiriamas stataus priekinio fronto signalas, tačiau signalų, atsispindėjusių nuo sudėtingos struktūros medžiagų, dažniausiai priekinis signalo formos frontas būna lėkštas ir tada gaunami labai netikslūs τ įverčiai. Be to, sudarytas naujas τ nustatymo metodas yra panašaus tikslumo kaip ir SL metodas.

Panaudojant darbe sukurtą signalo vėlinimo trukmės τ nustatymo metodą, galima patikslinti 5.3 lentelės matavimo duomenis (rezultatai pateikti 5.6 lentelėje).

Galima pastebėti, kad panaudojus šį skaitinį metodą fazinis signalo greitis pakinta nuo 0,5 % iki 8,5 %.

5.6 lentelė. PPI metodu patikslinti matavimų duomenys

R,mm	$\frac{R}{\ell_{PIB}^{\infty}}$	τ , s	Δc_{PIB}^{+c}, m/s	$\frac{\Delta c_{PIB}^{+c}}{c_{PIB}^{\infty}}$ %
∞	∞	0	0	0
600	372	–0,085	15	0,23
400	248	–0,142	48	0,74
200	124	–0,168	99	1,53

PIB eksperimentinių tyrimų duraliuminio bandiniuose rezultatai leidžia daryti išvadas apie šių bangų sklidimo išgaubtu cilindriniu paviršiumi ypatybes.

1. Dėl paviršiaus cilindriško išgaubtumo PIB fazinis greitis padidėja iki keliolikos procentų; fazinio greičio prieaugis priklauso nuo išgaubto cilindrinio paviršiaus kreivumo ir didėja, mažėjant kreivumo spinduliui.

2. Ypač didelę įtaką cilindrinio paviršiaus išgaubtumas daro PIB signalo lygiui (slopimui). Tirtame paviršiaus kreivumo spindulių intervale $\left(R / \lambda_{LSAW}^{+c} = \infty ... 124\right)$ PIB signalų amplitudė padidėjo iki 4,34 karto. PIB sustiprėjimo priežastis– šnabždančių skliautų efekto pasireiškimas kietuosiuose kūnuose išgaubtais cilindriniais paviršiais. Ši PIB savybė gali būti itin svarbi dėl Žemės seisminių smūgių sužadintų seisminių PIB sklidimui.

3. Sukurtu PSP galima tirti ir analizuoti signalų dėsningumus, apibūdinamus amplitudės, slopinimo ir dažnio parametrais, taip pat nustatyti signalo sklidimo trukmę, gaubtinės maksimumo taško padėtį bei identifikuoti signalo pradžios tašką TOA, naudojamą signalo vėlinimo trukmei nustatyti.

5.4. Skyriaus išvados

1. Panaudojant praplėstą Prony modelį ir PPI algoritmą suformuotas ultragarsinių impulsinių signalų algebrinės analizės metodas, kuriuo identifikuojami signalų komponenčių parametrai: amplitudė, slopinimo koeficientai, dažniai; nustatomi signalo pradžios bei pabaigos taškai ir signalo sklidimo trukmė.

2. Sudarytas metodas įdiegtas į programos sistemos prototipą ultragarsiniams signalams identifikuoti ir analizei atlikti.

3. Panaudojant programos sistemos prototipą atlikti eksperimentiniai tyrimai su ultragarsiniais signalais, praleistais pro kompozicines medžiagas bei sklindančiais skirtingo kreivumo išgaubtais paviršiais. Gauti tyrimų rezultatai parodė, kad sukurtas metodas ir programos sistemos prototipas yra efektyvios ir informatyvios priemonės tiriant signalus ultragarsiniuose NMK bandymuose.

IŠVADOS

1. Atlikta literatūros analizė parodė, kad esamų metodų nagrinėjamoms problemoms nepakanka.
2. Sukurti laiko eilučių fragmentų algebriniai identifikavimo algoritmai, kuriais galima identifikuoti fragmentų TRS išraiškas ir, be to, fragmentuoti laiko eilutes, sudarytas iš kelių TRS. Pastebėta, kad fragmentavimo algoritmu galima išskirti panašias TRS.
3. Remiantis klasikinėmis Hankelio matricos savybėmis, TRS bei TRF teorija praplėstas laiko eilučių aproksimavimo Prony modelis ir sukurtas praplėstas Prony interpoliacijos algoritmas (PPI), kuriuo signalas išskaidomas į atskirus elementariuosius signalus (komponentes), t.y. eksponentinių funkcijų su polinominiais koeficientais tiesinį darinį. PPI algoritmu galima:
   - identifikuoti optimalią modelio eilę (komponenčių skaičių) ir gauti parametrus, charakterizuojančius tiriamą signalą bei su juo susietą dinaminę sistemą, t.y. išskirti signalo stacionarumą, susižadinimą ir slopinimą nusakančias komponentes;
   - identifikuoti (pasinaudojant savybe $0^0 := 1$) „užtriukšmintas“ signalo komponentes, t.y. tokias, kurių tikrinės reikšmės lygios 0.
4. Disertacijoje pateikti pavyzdžiai rodo, kad PPI algoritmu (lyginant su plačiai tyrėjų naudojamais Prony ir Lagranžo interpoliacijos algoritmais) galima tiksliau ir greičiau aproksimuoti žinomas laiko eilutes, panaudojant mažesnį komponenčių skaičių ir trumpesnį algoritmo skaičiavimo laiką. Be to, pastebėta, kad PPI algoritmas „susitvarko“ su Rungės fenomenu.
5. Sukurtas EKG parametrų identifikavimo bei kompleksiškumo analizės metodas ir programos sistemos prototipas, kuriuo galima atskleisti naujus fiziologinius adaptacinius efektus žmogaus organizme, t.y. stebėti, kaip organizmas prisitaiko prie kintančių sąlygų.
6. Sukurtas ultragarsinių signalų identifikavimo bei analizės metodas ir programos sistemos prototipas, kuriuo galima identifikuoti bei tirti signalą aprašančių komponenčių parametrus: amplitudę, slopinimo koeficientą, dažnį, taip pat nustatyti signalo pradžios tašką bei sklidimo trukmę.

LITERATŪRA

1. ANXU, W. HHT time-frequency analysis of digital seismic waveform signals. Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD), 2012 9th International Conference on, 2012, 29–31 May, 2012; p.1802–1806.
2. AVENDANO, L. E.; CASTELLANOS, C. G.; FERRERO, J. M. Spectrum estimation and adaptive denoising of eElectrocardiographic signals using Kalman filters. Computers in Cardiology, 2006, 2006, 17–20 Sept. 2006; p.925–928.
3. AZADBAKHT, M. et al. A signal denoising method for full-waveform LiDAR data. Copernicus GmbH, 2013; p.31–36.
4. BADEAU, R.; RICHARD, G.; DAVID, B. Performance of ESPRIT for Estimating Mixtures of Complex Exponentials Modulated by Polynomials. Signal Processing, IEEE Transactions on, v. 56, n. 2, p. 492–504, 2008. ISSN 1053-587X.
5. BARTKEVIČIENĖ, A. et al. The Impact of Regular Long Term Physical Load on Cardiovascular Functional Parameters in Children and Adolescent Athletes. Health sciences. 23: 53–59 p. 2013.
6. BIKULCIENE, L.; VENSKAITYTE, E.; JARUSEVICIUS, G. The Estimation of Human Vital Signs Complexity. International Journal of Medical, Health, Biomedical, Bioengineering and Pharmaceutical Engineering: World Academy of Science, Engineering and Technology. 8: 10 p. 2014.
7. BILOTTA, E.; PANTANO, P. Cellular Automata and Complex Systems: Methods for Modeling Biological Phenomena. Information Science Reference - Imprint of: IGI Publishing, 2010.
8. BOURENNANE, S.; FOSSATI, C. Multiway Filtering Based on Multilinear Algebra Tools. In: ŚLĘZAK, D.;PAL, S., *et al* (Ed.). Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition: Springer Berlin Heidelberg, v.61, 2009. chap. 29, p.236–249. (Communications in Computer and Information Science).
9. BOßMANN, F. et al. Sparse deconvolution methods for ultrasonic NDT. Journal of Nondestructive Evaluation. 31: 225–244 p. 2012.
10. BRACALE, A.; CARAMIA, P.; CARPINELLI, G. Adaptive Prony method for waveform distortion detection in power systems, v. 29, n. 5, p. 371–379, 2007.
11. BRACALE, A. et al. Measurement of IEC Groups and Subgroups using Advanced Spectrum Estimation Methods. Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2006. IMTC 2006. Proceedings of the IEEE, 2006, 24–27 April 2006; p.1015–1020.
12. BRACALE, A.; PROTO, D.; VARILONE, P. Adaptive Prony Method for Spectrum Estimation of Non-stationary Signals in Traction Systems. Computer as a Tool, 2005. EUROCON 2005.The International Conference on, 2005, 21–24 Nov. 2005; p.1550–1553.
13. CHACKO, A.; ARI, S. Denoising of ECG signals using Empirical Mode Decomposition based technique. Advances in Engineering, Science and Management (ICAESM), 2012 International Conference on, 2012, 30–31 March 2012; p.6–9.
14. CHANG, G. W. et al. Measuring power system harmonics and interharmonics by an improved fast Fourier transform-based algorithm. Generation, Transmission & Distribution, IET, v. 2, n. 2, p. 193–201, 2008.
15. CHENG, L.; ZHENG, D. The identification of a dam's modal parameters under random support excitation based on the Hankel matrix joint approximate diagonalization technique, v. 42, n. 1–2, p. 42–57, 2014.

16. CHIRON, L. et al. Efficient denoising algorithms for large experimental datasets and their applications in Fourier transform ion cyclotron resonance mass spectrometry. Proceedings of the National Academy of Sciences, v. 111, n. 4, p. 1385–1390, 2014. ISSN 0027-8424.
17. CONTE, E. A New Method for Analysis of Heart Rate Variability, Asymmetry and BRS. 2014.
18. COSTA, M. et al. Multiscale complexity analysis of heart rate dynamics in heart failure: Preliminary findings from the music study. Computers in Cardiology, 2006, 2006, 17–20 Sept. 2006. p.101–103.
19. COSTA, M. D.; PENG, C.-K.; GOLDBERGER, A. L. Multiscale analysis of heart rate dynamics: entropy and time irreversibility measures. Cardiovascular Engineering, v. 8, n. 2, p. 88–93, 2008. ISSN 1567-8822.
20. DANISOR, A.; IZET-UNSALAN, K. O.; UNSALAN, D. A New Approach for the Detection and Processing of Seismic Signals. Recent Advances in Space Technologies, 2007. RAST '07. 3rd International Conference on, 2007, 14–16 June 2007; p.698-703.
21. ELGENDI, M. Fast QRS Detection with an Optimized Knowledge-Based Method: Evaluation on 11 Standard ECG Databases. PLoS ONE, v. 8, n. 9, p. e73557, 2013. ERDI, P. Complexity Explained Springer-Verlag Berlin Heidelberg: 397 p. 2008.
22. FAZEL, M. et al. Hankel matrix Rank Minimization with Application to system Identification and Realization. SIAM. J. Matrix Anal. & Appl. 34: 946–977 p. 2013.
23. FEILAT, E. A. Detection of voltage envelope using Prony analysis-Hilbert transform method. Power Delivery, IEEE Transactions on, v. 21, n. 4, p. 2091–2093, 2006.
24. FINLAYA, D. D. et al. Synthesising the 12-lead electrocardiogram: Trends and challenges. European Journal of Internal Medicine, v. 18, n. 8, p. 566–570, 2007. ISSN 0953-6205.
25. FOMEL, S. Seismic data decomposition into spectral components using regularized nonstationary autoregression. GEOPHYSICS: Society of Exploration Geophysicists. 78: 69–76 p. 2013.
26. GACEK, A.; PEDRYCZ, W. ECG Signal Processing, Classification and Interpretation. A Comprehensive Framework of Computational Intelligence. Springer London: 289 p. 2012.
27. GIESBRECHT, M.; LABAHN, G.; LEE, W.-S. Symbolic-numeric sparse interpolation of multivariate polynomials. J. Symb. Comput., v. 44, n. 8, p. 943–959, 2009. ISSN 0747-7171.
28. GUO, G. et al. Double exponential model of ultrasonic signals. Signal Processing, 2008. ICSP 2008. 9th International Conference on, 2008, 26–29 Oct. 2008; p.2575–2578.
29. GUO, J.; XIN, Y. Reconstructing outside pass-band data to improve time resolution in ultrasonic detection, v. 50, p. 50–57, 2012.
30. GUO, J.-M.; PRASETYO, H. False-positive-free SVD-based image watermarking. Journal of Visual Communication and Image Representation, v. 25, n. 5, p. 1149–1163, 7// 2014. ISSN 1047-3203.
31. GUTIERREZ, L. et al. Volcano-seismic signal detection and classification processing using hidden Markov models., Geoscience and Remote Sensing Symposium,2009 IEEE International,IGARSS 2009, 2009, 12–17 July 2009; p.IV–522–IV–525.
32. HEIJDEN, F.; TUQUERRES, G.; REGTIEN, P. Time-of-flight estimation based on covariance models. Meas. Sci. Technol. 14: 1295–1304 p. 2003.
33. HELGASON, H. et al. Adaptive Multiscale Complexity Analysis of Fetal Heart Rate. Biomedical Engineering, IEEE Transactions on, v. 58, n. 8, p. 2186–2193, 2011. ISSN

0018-9294.
34. HOLMSTRÖM, K.; PETERSSON, J. A review of the parameter estimation problem of fitting positive exponential sums to empirical data. Appl. Math. Comput., v. 126, n. 1, p. 31–61, 2002. ISSN 0096-3003.
35. HOSEINI, M. R.; ZUO, M. J.; WANG, X. Using ultrasonic pulse-echo B-scan signals for estimation of time of flight.v. 46, n. 9, p. 3593–3599, 2013.
36. HUANG, C. S.; LIN, H. L. Modal identification of structures from ambient vibration, free vibration, and seismic response data via a subspace approach. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, v. 30, n. 12, p. 1857–1878, 2001. ISSN 1096-9845.
37. IBS-VON SEHT, M. Detection and identification of seismic signals recorded at Krakatau volcano (Indonesia) using artificial neural networks,v. 176, n. 4, p. 448–456, 2008.
38. ISTRATOV, A. A.; VYVENKO, O. F. Exponential analysis in physical phenomena. Review of Scientific Instruments, v. 70, n. 2, p. 1233–1257, 1999.
39. JAMES HU, S.-L.; YANG, W.-L.; LI, H.-J. Signal decomposition and reconstruction using complex exponential models. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 40, n. 2, p. 421–438, 11// 2013. ISSN 0888-3270.
40. JANUSAUSKAS, A. et al. The Empirical Mode Decomposition and the Discrete Wavelet Transform for Detection of Human Cataract in Ultrasound Signals. Informatica, Lith. Acad. Sci., v. 16, n. 4, p. 541–556 // 2005.
41. KALMAN, D. A Singularly Valuable Decomposition: The SVD of a Matrix. The College Mathematics Journal: Mathematical Association of America. 27: 2–23 p. 1996.
42. KAŽYS, R.; TUMŠYS, O.; PAGODINAS, D. A new ultrasonic technique for detection and location of defects in three-layer plastic pipes with a reinforced internal layer.Ultragarsas.63: 19–27 p. 2008.
43. KOUCHE, A. E.; HASSANEIN, H. S. Ultrasonic Non-Destructive Testing (NDT) Using Wireless Sensor Networks. ANT 2012 and MobiWIS 2012, v. 10, p. 136–143, 2012.
44. KRAUTKRAMER, J.; KRAUTKRAMER, H. Ultrasonic Testing of Materials: Springer Berlin Heidelberg: 667 p. 1990.
45. KUNDU, D.; MITRA, A. Estimating the number of signals of the damped exponential models. Computational Statistics & Data Analysis, v. 36, n. 2, p. 245–256, 4/28/ 2001. ISSN 0167-9473.
46. KURAKIN V, L. Linear complexity of polylinear sequences. Discrete Mathematics and Applications. 11: 1 p. 2001.
47. KURAKIN, V. L. et al. Linear recurring sequences over rings and modules. Journal of Mathematical Sciences, v. 76, n. 6, p. 2793–2915, 1995/10/01 1995. ISSN 1072-3374.
48. LADYMAN, J.; LAMBERT, J.; WIESNER, K. What is a complex system? European Journal for Philosophy of Science, v. 3, n. 1, p. 33–67, 2013.
49. LI, X. et al. The DCT-based oscillation detection method for a single time series. Journal of Process Control, v. 20, n. 5, p. 609–617, 6// 2010. ISSN 0959-1524.
50. LOBOS, T.; REZMER, J.; SCHEGNER, P. Parameter estimation of distorted signals using Prony method. Power Tech Conference Proceedings, 2003 IEEE Bologna, 2003, 23–26 June 2003. p.5 pp. Vol.4.
51. LYONS, R. G. Understanding digital signal processing. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 2011. ISBN 0137027419 9780137027415.
52. MAHMOUDI, A.; KARIMI, M. Parameter estimation of noisy autoregressive signals.

Electrical Engineering (ICEE), 2010 18th Iranian Conference on, 2010, 11–13 May 2010; p.145–149.
53. MAHMOUDVAND, R.; NAJARI, N.; ZOKAEI, M. On the Optimal Parameters for Reconstruction and Forecasting in Singular Spectrum Analysis. Communications in Statistics - Simulation and Computation, v. 42, n. 4, p. 860–870, 2015/08/30 2012.
54. MILANESI, L.et al. Trends in modeling Biomedical Complex Systems. BMC Bioinformatics, v. 10, n. Suppl 12, p. I1–I1, 10/15 2009. ISSN 1471-2105.
55. MITRA, P.; VENAYAGAMOORTHY, G. K. Wide area control for improving stability of a power system with plug-in electric vehicles. Generation, Transmission & Distribution, IET, v. 4, n. 10, p. 1151–1163, 2010. ISSN 1751-8687.
56. MITROFANOV, G. M.; PRIIMENKO, V. I. Prony filtering of seismic data: mathematical andphysicalmodelling. Revista Brasileira de Geof´ısica. 31: 151–168 p. 2013.
57. NAMI, M. R. Investigation of an Agent oriented Paradigm for E-health. 2013, v. 2, n. 1,
58. NASSERY, P.; FAEZ, K. Real time seismic signal processing using the ARMA model coefficients and an intelligent monitoring system. TENCON '97. IEEE Region 10 Annual Conference. Speech and Image Technologies for Computing and Telecommunications. Proceedings of IEEE, 1997, 2–4 Dec 1997; p.807–810, vol.2.
59. NAVICKAS, Z.; BIKULČIENE, L. Expressions of solutions of ordinary differential equations by standard functions. Mathematical Modelling and Analysis, v. 11, n. 4, p. 399–412, 2006/01/01 2006. ISSN 1392-6292.
60. NIANG, O. et al. A New Signal Denoising Method using Iterative Thresholding of the Spectral Intrinsic Decomposition. International Journal of Computer Science Issues, 2012.
61. NIRANJAN, U. C.; MURTHY, I. S. N. ECG component delineation by Prony's method. Signal Process., v. 31, n. 2, p. 191–202, 1993. ISSN 0165-1684.
62. OBERLIN, T.; MEIGNEN, S.; MCLAUGHLIN, S. A novel time-frequency technique for multicomponent signal denoising. Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2013 Proceedings of the 21st European, 2013, 9-13 Sept. 2013. p.1-5.
63. ORFANIDIS, S. J. Introduction to Signal Processing. HALL, P. 2010.
64. PAGODINAS, D. Ultrasonic signal processing methods for detection of defects in composite. Ultragarsas. 4: 47–54 p. 2002.
65. PAPADOPOULOS, P. N. et al. Black-box dynamic equivalent model for microgrids using measurement data. Generation, Transmission Distribution, IET. 8: 851–861 p. 2014.
66. PELLER, V. Hankel Operators and Their Applications: Springer: 784 p. 2003.
67. PEREYRA, V.; SCHERER, G. Exponential Data Fitting. Exponential Data Fitting and its Applications: 1–26 p. 2010.
68. POTTS, D.; TASCHE, M. Parameter estimation for exponential sums by approximate Prony method. Special Section on Statistical Signal & Array Processing, v. 90, n. 5, p. 1631–1642, 2010.
69. POTTS, D.; TASCHE, M.. Nonlinear approximation by sums of nonincreasing exponentials. Applicable Analysis, v. 90, n. 3–4, p. 609–626, 2011. ISSN 0003-6811.
70. POTTS, D.; TASCHE, M.. Parameter estimation for multivariate exponential sums. Electronic Transactions on Numerical Analysis, v. 40, p. 204–224, 2013a.
71. POTTS, D.; TASCHE, M.. Parameter estimation for nonincreasing exponential sums by Prony-like methods. Linear Algebra and its Applications, v. 439, n. 4, p. 1024–1039, 2013b. ISSN 0024-3795.

72. PRANGE, M. D.; SHENOY, R. G. A fast Gaussian beam description of ultrasonic fields based on Prony's method. Proceedings of Ultrasonics International 1995, v. 34, n. 2–5, p. 117–119, 1996.
73. PUKĖNAS, K. Pseudoperiodinių deterministinių chaotinių signalų tyrimas : habilitacijos procedūrai teikiamų mokslo darbų apžvalga : technologiniai mokslai, elektros ir elektronikos inžinerija (01T). Kaunas :: Technologija, 2008. 25 p.
74. QI, G. Wavelet-based AE characterization of composite materials.v. 33, n. 3, p. 133–144, 2000.
75. RAGULSKIS, M. et al. Short-term time series forecasting based on the identification of skeleton algebraic sequences. Neurocomputing, v. 74, n. 10, p. 1735–1747, 5// 2011. ISSN 0925-2312.
76. RAGULSKIS, M.; NAVICKAS, Z. The rank of a sequence as an indicator of chaos in discrete nonlinear dynamical systems.v. 16, n. 7, p. 2894–2906, 2011.
77. RAVANBOD, H.; KARIMI, F.; AMINDAVAR, H. Flaw characterization in ultrasonic non-destructive testing method using exponential modeling. Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC), 2013 IEEE International, 2013, 6–9 May 2013. p.1676–1679.
78. RAYA, R. et al. Design and evaluation of a fast model-based algorithm for ultrasonic range measurements.v. 148, n. 1, p. 335–341, 2008.
79. RICKARDS, C. A.; RYAN, K. L.; CONVERTINO, V. A. Characterization of common measures of heart period variability in healthy human subjects: implications for patient monitoring. Journal of Clinical Monitoring and Computing, v. 24, n. 1, p. 61–70, 2010/02/01 2010. ISSN 1387-1307.
80. RICKLES, D.; HAWE, P.; SHIELL, A. A simple guide to chaos and complexity. Journal of Epidemiology and Community Health, v. 61, n. 11, p. 933–937, 2007.
81. RIORDAN, J. Inverse Relations and Combinatorial Identities. The American Mathematical Monthly, v. 71, n. 5, p. 485–498, 1964. ISSN 00029890.
82. ROY, R.; KAILATH, T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on, v. 37, n. 7, p. 984–995, 1989. ISSN 0096-3518.
83. RUIZ-REYES, N. et al. New matching pursuit-based algorithm for SNR improvement in ultrasonic NDT.v. 38, n. 6, p. 453–458, 2005.
84. RUNGE, C. Über empirische Funktionen und die Interpolation zwischen äquidistanten Ordinaten. *Zeit. Math. Phys.*, v. 46, p. 224–243, 1901.
85. SAJAUSKAS, S. Longitudinal surface acoustic waves (Creeping waves): Kaunas: Technologija: 176 p. 2004.
86. SAJAUSKAS, S.; MINIALGA, V. Paviršinių išilginių ir paviršinių skersinių bangų sąveikos su išoriniu kampu eksperimentiniai tyrimai. Ultragarsas = Ultrasound, n. 1, p. 42–45, 2002. ISSN 1392-2114.
87. SAN MIGUEL, M. et al. Challenges in complex systems science. The European Physical Journal Special Topics, v. 214, n. 1, p. 245–271, 2012.
88. SANIIE, J.; JIN, X. M. Spectral analysis for ultrasonic nondestructive evaluation applications using autoregressive, Prony, and multiple signal classification methods. The Journal of the Acoustical Society of America, v. 100, n. 5, p. 3165–3171, 1996.
89. SARKAR, T. K.; PEREIRA, O. Using the matrix pencil method to estimate the parameters of a sum of complex exponentials. Antennas and Propagation Magazine, IEEE, v. 37, n. 1, p. 48–55, 1995. ISSN 1045-9243.
90. SCHMERR JR, L. W.; LOPEZ-SANCHEZ, A. L.; SEDOV, A. K-space Prony's method

for generating the basis functions of multi-Gaussian beam models, v. 50, n. 6, p. 600–605, 2010.
91. SHARMA, V. Deterministic chaos and fractal complexity in the dynamics of cardiovascular behavior: perspectives on a new frontier. Open Cardiovasc Med J, v. 3, p. 110–23, 2009. ISSN 1874-1924.
92. SHI-WEI, W. A New Denosing Method in Seismic Data Processing Based on Wiener Filter. In: HU, W. (Ed.). Electronics and Signal Processing: Springer Berlin Heidelberg, v.97, 2011. chap. 25, p.191–194. (Lecture Notes in Electrical Engineering). ISBN 978-3-642-21696-1.
93. SHOU-PENG, S.; PEI-WEN, Q. Wavelet based noise suppression technique and its application to ultrasonic flaw detection. Ultrasonics, v. 44, n. 2, p. 188–193, 2// 2006. ISSN 0041-624X.
94. SLAPSINSKAITE, A.; VAINORAS, A.; BIKULCIENE, L. The Analysis of ECG Complexity during a Bicycle Ergometry Test. Technologies of Computer Control. 14: 59–65 p. 2013.
95. SMITAL, L. et al. Adaptive wavelet Wiener filtering of ECG signals. Biomedical Engineering, IEEE Transactions on, v. 60, n. 2, p. 437–445, 2013. ISSN 0018-9294.
96. SUBRAMANIAN, B.; RAMASAMY, A.; RANGASAMY, K. Performance Comparison of Wavelet and Multiwavelet Denoising Methods for an Electrocardiogram Signal. Journal of Applied Mathematics, v. 2014, p. 8, 2014.
97. TALBI, M. et al. Ecg analysis based on wavelet transform and modulus maxima. IJCSI International Journal of Computer Science Issues, v. 9, n. 1, 2012.
98. TREFETHEN, L. N.; BAU III, D. Numerical linear algebra. Siam, 1997. ISBN 0898713617.
99. TSOLIS, G.; XENOS, T. D. Signal denoising using empirical mode decomposition and higher order statistics. International Journal of Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition,v. 4, n. 2, p. 91–106.
100. UREÑA, J. et al. Correlation detector based on a FPGA for ultrasonic sensors.v. 23, n. 1, p. 25–33, 1999.
101. VAINORAS, A. Investigation of the heart repolarization process during rest and bicycle ergometry (100-lead a. standard 12-lead ECG data). 1996. 30, Kaunas : Institute of Cardiology.
102. VANDEWALLE, J.; MOOR, B. D. A variety of applications of singular value decomposition in identification and signal processing. In: (Ed.). SVD and signal processing: North-Holland Publishing Co., 1988;p.43–91. ISBN 0-444-70439-6.
103. VOSS, A. et al. Methods derived from nonlinear dynamics for analysing heart rate variability. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, v. 367, n. 1887, p. 277–296, 2009. ISSN 1364-503X.
104. WANG, B. et al. Estimating TOF by parameter estimation of double exponential model. Future Computer and Communication (ICFCC), 2010 2nd International Conference on, 2010, 21–24 May 2010. p.V3–124–V3–126.
105. WANG, J.; HUANG, B.; LU, S. Improved DCT-based method for online detection of oscillations in univariate time series, v. 21, n. 5, p. 622–630, 2013.
106. WANG, L. et al. A mathematical model of the cardiovascular system under graded exercise levels. Int. J. Bioinformatics Res. Appl., v. 8, n. 5/6, p. 455–473, 2012. ISSN 1744-5485.
107. XIANG-E, S.; HONG, W. The high effective application of FFT and IFFT of real signal for seismic data processing. Electrical and Control Engineering (ICECE), 2011

International Conference on, 2011, 16–18 Sept. 2011; p.447–450.
108. XU, B.; YU, L.; GIURGIUTIU, V. Advanced Methods for Time-Of-Flight Estimation with ApplicationtoLamb Wave Structural Health Monitoring. The 7th International Workshop on Structural Health Monitoring – 2009, 2009, Stanford University, Palo Alto; p.9.
109. XU, W.; QIAO, S. A fast symmetric SVD algorithm for square Hankel matrices. Linear Algebra and its Applications, v. 428, n. 2–3, p. 550–563, 1/15/ 2008. ISSN 0024-3795.
110. XUE, Y.-J. et al. Application of the empirical mode decomposition and wavelet transform to seismic reflection frequency attenuation analysis.v. 122, p. 360–370, 2014.
111. YAM, B. Complexity rising: From human beings to human civilization, a complexity profile. Encyclopedia of Life Support Systems (EOLSS), UNESCO, EOLSS Publishers, Oxford, UK // 2002.
112. YIN, H.; ZHU, Z.; DING, F. Model order determination using the Hankel matrix of impulse responses. Applied Mathematics Letters, v. 24, n. 5, p. 797–802, 5// 2011. ISSN 0893-9659.
113. YONGSHOU, D. et al. Seismic Wavelet Estimation Based on ARMA Model via Cumulants and SVD-TLS. Signal Processing, 2006 8th International Conference on, 2006, 16–20 Nov. 2006, p.1.
114. YOUBING, Z. et al. A novel method based on wavelet threshold de-noising technology and Prony analysis for flicker measurement. Universities Power Engineering Conference, 2008. UPEC 2008. 43rd International, 2008, 1–4 Sept. 2008; p.1–4.
115. ZAVALA, A. J.; MESSINA, A. R. A Dynamic Harmonic Regression Approach to Power System Modal Identification and Prediction. Electric Power Components and Systems, v. 42, n. 13, 2014.
116. ZHANG, Q.; YANG, G.; QUE, P. Ultrasonic signals processing base on parameters estimation. Russian Journal of Nondestructive Testing, v. 45, n. 1, p. 61–66, 2009.
117. ZHIJIAN, H. et al. The Studies on Power System Harmonic Analysis based on Extended Prony Method. Power System Technology, 2006. PowerCon 2006. International Conference on, 2006, 22–26 Oct. 2006; p.1–8.

MOKSLINIŲ PUBLIKACIJŲ DISERTACIJOS TEMA SĄRAŠAS

Tarptautinėse duomenų bazėse esančiuose mokslo leidiniuose paskelbti straipsniai

Mokslinės informacijos instituto duomenų bazės „ISI Web of Science" leidiniuose, turinčiuose citavimo indeksą

1. **Karalienė, Dovilė;** Navickas, Zenonas; Slapšinskaitė, Agnė; Vainoras, Alfonsas. Investigation of the stability of fluctuations in electrocardiography data. Journal of Vibroengineering/Vibromechanika, Lithuanian Academy of Sciences, Kaunas University of Technology, Vilnius Gediminas Technical University. Kaunas : Vibroengineering. ISSN 1392-8716. 2013, nr. 15:1, p. 291–301.
2. **Karalienė, Dovilė**; Navickas, Zenonas; Čiegis, Raimondas; Ragulskis, Minvydas. An extended Prony's interpolation scheme on an equispaced grid. Open Mathematics.ISSN 1392-8716. 13(1), Retrieved 26 Jun. 2015, from doi:10.1515/math-2015-0031.
3. Piper, Ian; Vainoras, Alfonsas; Berškienė, Kristina; Ruseckas, Rimtautas; Jurkonis, Vidmantas; Bikulčienė, Liepa;Navickas, Zenonas; **Karalienė, Dovilė**; Ragauskas, Arminas; Deimantavičius, Mantas. Hypotension investigation, prospective clinical study // Elektronika ir elektrotechnika. Kaunas: KTU. ISSN 1392-1215. 2016, nr. 22:2, p. 33–37.

Periodiniuose leidiniuose, vienkartiniuose straipsnių rinkiniuose ir kt. paskelbti straipsniai

1. **Karalienė, Dovilė**; Navickas Zenonas; Sajauskas, Stanislovas. Computer analysis of ultrasonic pulse signals. Mechanika 2010 : proceedings of the 15th international conference, April 8–9, 2010, Kaunas, Lithuania / Kaunas University of Technology, Lithuanian Academy of Science, IFTOMM National Committee of Lithuania, Baltic Association of Mechanical Engineering. Kaunas : Technologija. ISSN 1822-2951. 2010, p. 223–226.
2. Sajauskas, Stanislovas; Navickas, Zenonas; **Karalienė, Dovilė**. Propagation properties of longitudinal surface acoustic waves (creeping waves) on the cylindrical convex surface. Ultragarsas = Ultrasound / Kauno technologijos universitetas. Kaunas : Technologija. ISSN 1392-2114. 2010, t. 65, nr.4, p. 35–39.
3. **Karalienė, Dovilė**; Navickas, Zenonas; Slapšinskaitė Agnė. A Mathematical Information Algorithm for the Analysis of ECG Complexity. Athens: ATINER'S Conference Paper Series, No: COM2013-0596, 2013.
4. **Karalienė, Dovilė**; Navickas, Zenonas; Vainoras, Alfonsas. Segmentation algorithm for algebraic progressions. Information and software technologies : 18th International Conference, ICIST 2012, Kaunas, Lithuania, September 13–14, 2012 : proceedings / [edited by] Tomas Skersys, Rimantas Butleris, Rita Butkiene. Berlin, Heidelberg : Springer, 2012. ISBN 9783642333071, p. 149–161.

SL344. 2017-05-04, 17,25 leidyb. apsk. l. Tiražas 16 egz. Užsakymas 153.
Išleido Kauno technologijos universitetas, K. Donelaičio g. 73, 44249 Kaunas
Spausdino leidyklos „Technologija“ spaustuvė, Studentų g. 54, 51424 Kaunas

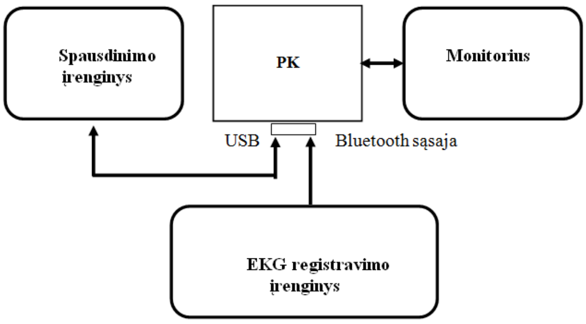
PRIEDAI

1. Programų paketas „Kaunas–Krūvis W05“

1.1. Kardiokomplekso paskirtis ir sudėtis

Elektrokardiogramų automatizuotos analizės kompleksas „Kaunas–Krūvis W05“ (toliau – kardiokompleksas) skirtas širdies ligų diagnostikai, tiriant pacientus įvairiose medicininėse įstaigose.

Kardiokompleksą sudaro: asmeninis kompiuteris (AK), EKG registravimo įrenginys ir programinė įranga, skirta EKG analizei ramybės būklėje bei funkcinių mėginių metu (Kaunas–Krūvis). Kardiokompleksas yra aprobuotas Lietuvos Respublikos Sveikatos apsaugos ministerijos Naujų medicinos gaminių aprobavimo komisijoje (sprendimo 1993 11 30 Nr. 10) ir įregistruotas Lietuvos standartizacijos tarnyboje (1993 12 28, Nr.691). Kardiokompleksas tenkina Europos Tarybos Direktyvos 93/42/EEC ir standarto IEC 601-1/EN 60 601-1 reikalavimus elektrosaugai ir prestandarto ENV:1993 *Medicinos informatika – Standartinis ryšio protokolas – Kompiuterinė elektrokardiografija* bei Lietuvos standarto LST:1995 *„Širdies ir kraujagyslių sistemos tyrimas – Elektrokardiografija, ritmografija, reografija ir sfigmomanometrija – Terminai“* reikalavimus.

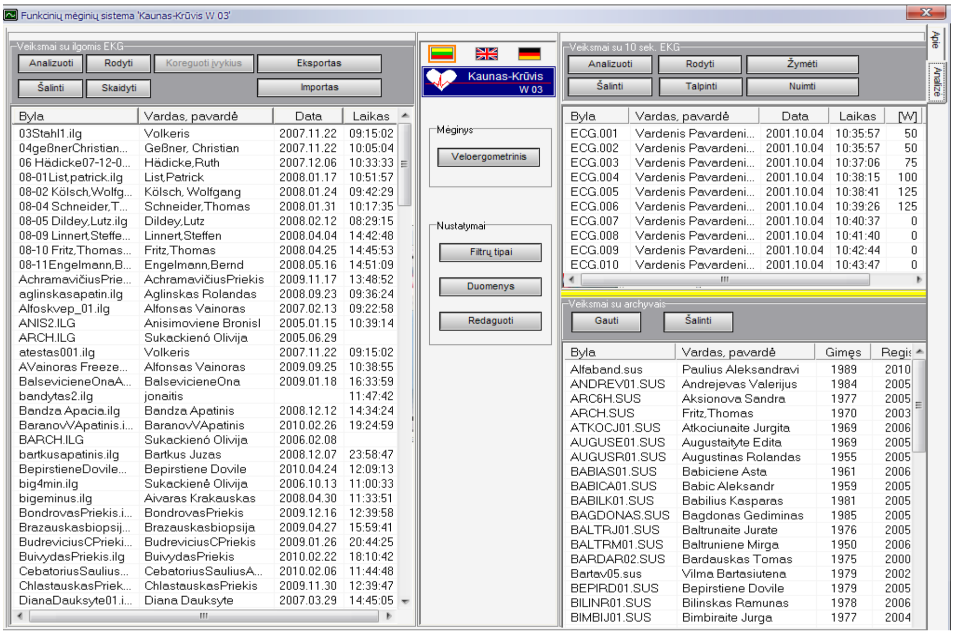


1 pav. Kardiokomplekso įrenginių tarpusavio sujungimo principinė elektrinė schema

Programų paketas „Kaunas–Krūvis W05“ leidžia:

- sudaryti veloergometro ar bėgimo takelio mėginių vykdymo planą, jį vykdyti pagal kompiuterio rekomendacijas, stebėti EKG monitoriaus ekrane ir įvesti 10,24 s trukmės 12 EKG standartinių derivacijų sinchroniškai į kompiuterio atmintį (standųjį diską);
- sekti ir registruoti EKG medikamentinio mėginio metu;
- sekti ir registruoti EKG, atliekant įvairius funkcinius mėginius (Ašnerio, Valsalvos, hiper/hipo ventiliacijos, karotidinio sinuso masažo, galvos pakėlimo) bei stebėti EKG iki 24 valandų;
- atstatyti EKG izoelektrinę liniją, nufiltruoti triukšmus ir norimu stiprinimu bei greičiu išspausdinti ant popieriaus, vizualiai išmatuoti bet kurį EKG parametrą monitoriaus ekrane;

• analizuoti visas mėginių metu įvestas EKG, t.y. automatiškai išmatuoti EKG parametrus, pateikti šių parametrų pokyčių dinamiką, pateikti vidurkintus kardiociklus ir tiek dydžius, tiek kardiociklus atvaizduoti dvimačiais (2D) ar trimačiais (3D) trendais;
• kaupti ir saugoti EKG suspaustus duomenis kompiuterio atmintyje (archyve).



2 pav. Kardiokomplekso „Kaunas–Krūvis W05“ pagrindinis EKG analizės ekraninis vaizdas po programų įkrovimo

Pagrindinė funkcinių mėginių sistemos programos forma yra suskirstyta į tris sritis:

- ilgų kardiogramų sritį kairėje;
- 10 s trukmės suspaustų kardiogramų sritį dešinėje apačioje ir
- 10 s trukmės paciento kardiogramas, paruoštas analizei – dešinėje viršuje.

Kiekviena sritis turi savo valdymo klavišus, leidžiančius atlikti tam tikrus veiksmus su srities duomenimis. Klavišų, esančių formos viduryje, funkcijos tokios.

Veloergometrinis–aktyvina veloergometrinio funkcinio mėginio vykdymo programą.

Filtrų tipai–leidžia pasirinkti norimus naudoti filtrų tipus, derivacijas, iš kurių bus skaičiuojamos transformacijos ir kanalą, kurio kardiokompleksai bus klasifikuojami.

Duomenys–sistemos naudotojui yra pateikiama suspaustų ir nesuspaustų kardiogramų saugojimo vieta. Galimybė pakeisti kardiogramų saugojimo vietas.

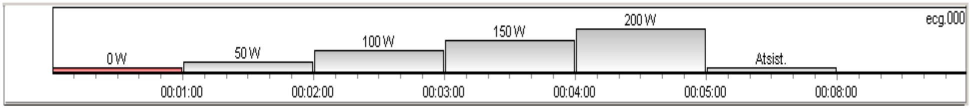
Redaguoti–leidžia keisti patalpintų pacientų pasinius duomenis.

1.2. Veloergometrinio mėginio vykdymas

Prieš pradedant vykdyti veloergometrinį mėginį, pirmiausiai turi būti sudaromas laisvai pasirenkamas veloergometrinio mėginio vykdymo planas. Tam reikia nustatyti planuojamą krūvio minimumą, krūvio maksimumą, žingsnį tarp pakopų, pakopos trukmę, atsistatymo periodo trukmę ir registruojamų kardiogramų įrašymo intensyvumą. Visa tai atliekama pakeičiant atitinkamų parametrų reikšmes 3 paveiksle pateiktoje formoje.

3 pav. Veloergometrinio mėginio vykdymo plano sudarymas

Sudarant veloergometrinio mėginio vykdymo planą, jis automatiškai yra pavaizduojamas kompiuterio ekrane (4 pav.).



4 pav. Veloergometrinio mėginio vykdymo planas

Mėginio vykdymo metu EKG derivacijos yra vaizduojamos kompiuterio ekrane. Stebimas EKG derivacijas sistemos naudotojas gali pasirinkti laisvai pagal savo poreikius. Kad sistemos naudotojui būtų lengviau orientuotis, kurioje mėginio tyrimo būsenoje esame, ekrane yra rodomi laikmačiai (5 pav.):

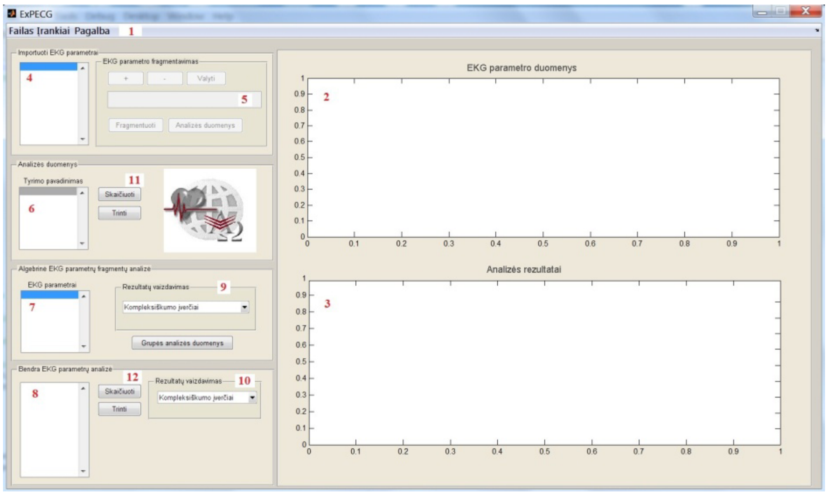
5 pav. Veloergometrinio mėginio laiko skalės

Pirmasis laikmatis rodo laiką, kuris yra praėjęs nuo aktyvios krūvio pakopos vykdymo pradžios. Antrasis laikmatis rodo laiką, kuris yra likęs iki aktyviosios krūvio pakopos galo. Trečiasis laikmatis rodo laiką, kuris yra likęs iki planinės EKG bylos registravimo pradžios. Lango apačioje bėganti raudona juostelė nurodo laiko tėkmę esančiame etape.

Pabaigus krūvio mėginį, kai sustoja EKG registracija, EKG įrašas patalpinamas į EKG archyvą.

2. EKG algebrinės analizės programos sistemos prototipo naudotojo vadovas

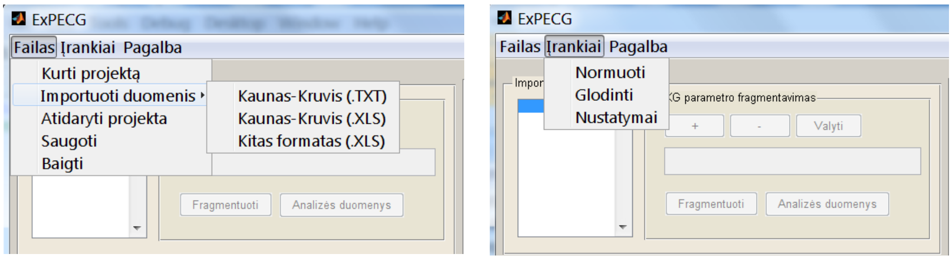
EKG algebrinės analizės programos sistemos prototipo grafinės naudotojo sąsajos (GUI) langas (programos paleidimo metu) pateiktas 6 paveiksle. Programos sistemos meniu juostos aprašymas pateiktas 7 pav. ir 2 lentelėje.



6 pav. EKG algebrinės analizės programos sistemos prototipo pagrindinis GUI langas

1 lentelė. EKG programos sistemos GUI komponentų paskirtis

Komponentas	Paskirtis
1	Meniu juosta. Duomenų failų importavimui, saugojimo, skaičiavimo konstantų nustatymui ir kitų funkcijų valdymui
2	Importuotiems EKG parametrams ir išskirtiems fragmentams vaizduoti
3	Rezultatams vaizduoti
4	Vieno mėginio (paciento) importuotų EKG parametrų sąrašui parodyti
″+″	Grafiko srityje (2) pridėti vieną fragmento rėžį, kurį kompiuterine pele galima valdyti išskiriant pageidaujamus fragmentus
″–″	Grafiko srityje (2) atimti vieną pridėtą fragmento rėžį, kurį kompiuterine pele galima valdyti išskiriant pageidaujamus fragmentus
″Valyti″	Panaikinti atliktą EKG parametro išskaidymą į fragmentus
5	Klaviatūra įvesti fragmentų pradžios taškus
″Fragmentuoti″	Fragmentuoti visus importuotus paciento EKG parametrus pagal nustatytų fragmentų pradžios taškus
″Analizės duomenys″	Priskirti importuotus ir sufragmentuotus EKG parametrus tolimesnei algebrinei analizei atlikti (mėginio (tyrimo) pavadinimas įrašomas į langą (6), o EKG parametrų duomenys į analizės langą (7))
9,10	Vaizduojamų ekrane (3) rezultatų pasirinkimui
″Skaičiuoti″ (11)	Identifikuoti EKG parametrų fragmentus ir skaičiuoti kompleksiškumo įverčius
″Grupės analizės duomenys″	Atitinkamus (7) sąrašo parametrus perkelti į grupės analizei skirtą parametrų sąrašą (8)
″Skaičiuoti″ (12)	Skaičiuoti apibendrintus kompleksiškumo įverčius



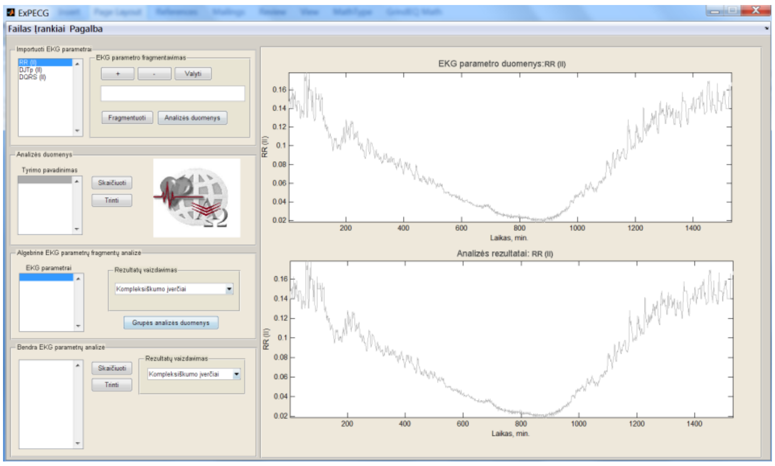
7 pav. EKG algebrinės analizės programos sistemos prototipo meniu juosta

2 lentelė. EKG algebrinės analizės programos sistemos prototipo meniu juosta

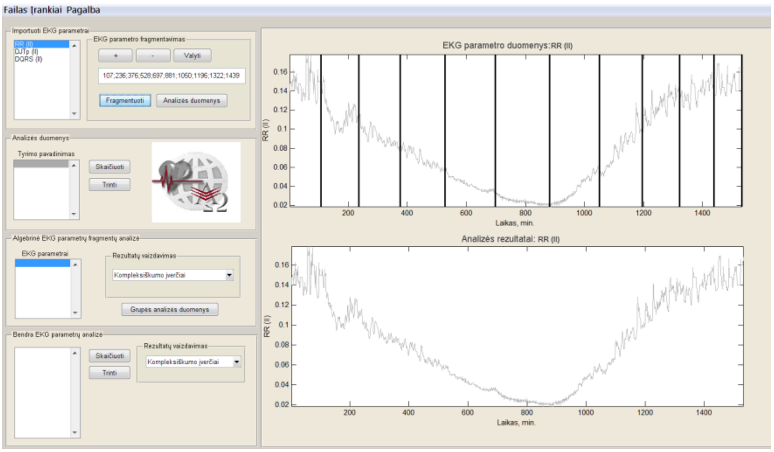
Meniu punktas	Paskirtis
″Kurti projektą″	Naujo projekto kūrimui
″Importuoti duomenis″	Pasirinktos struktūros duomenų failo pasirinkimui ir importavimui
″Atidaryti projektą″	Projekto atidarymui
″Saugoti″	Projekto duomenų ir rezultatų saugojimui
″Baigti″	Programos lango uždarymui
″Normuoti″	Duomenų normavimui
″Glodinti″	Duomenų glodinimui
″Nustatymai″	Skaičiavimo konstantoms įvesti
″Pagalba″	Programos sistemos prototipo naudotojo vadovui parodyti

Toliau pateikiamas naudojimosi pavyzdys.

1) Meniu juostoje pasirinkus „Failas→Importuoti duomenis→*pasirinktas failo formatas*“ ekrane parodomi importuoti EKG parametrų duomenys.

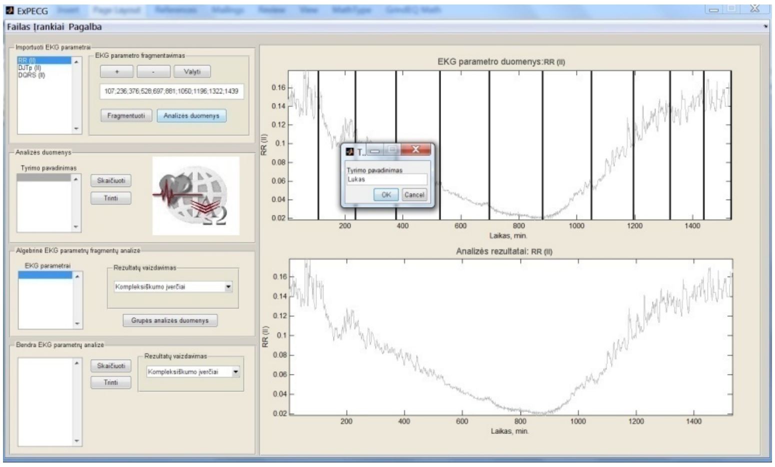


2) Toliau atliekamas duomenų fragmentavimas. Į teksto lauką (6 pav. (5)) įvedami fragmentų pradžios taškai arba duomenys suskaidomi į atskirus fragmentus kompiuterine pele panaudojant „+“ ir „–“ mygtukus.



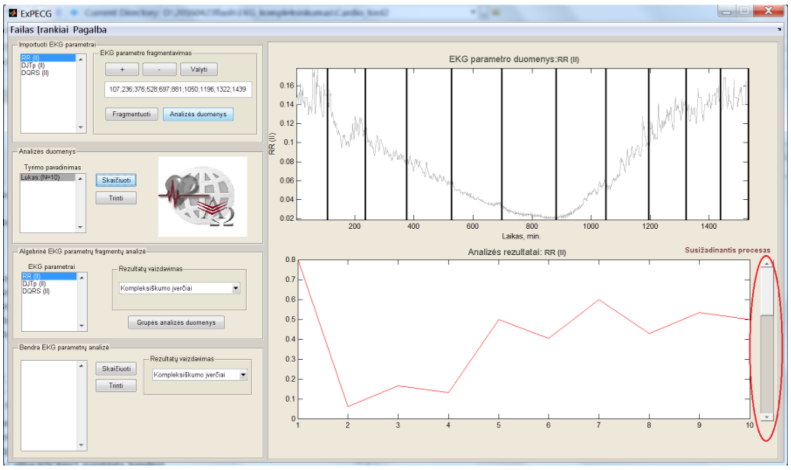
3) Atlikus fragmentavimą, spaudžiamas mygtukas „Fragmentuoti“.

4) Toliau spaudžiamas mygtukas „Analizės duomenys“ ir atvertame lange įrašomas tyrimo pavadinimas, pavyzdžiui, „Lukas“:

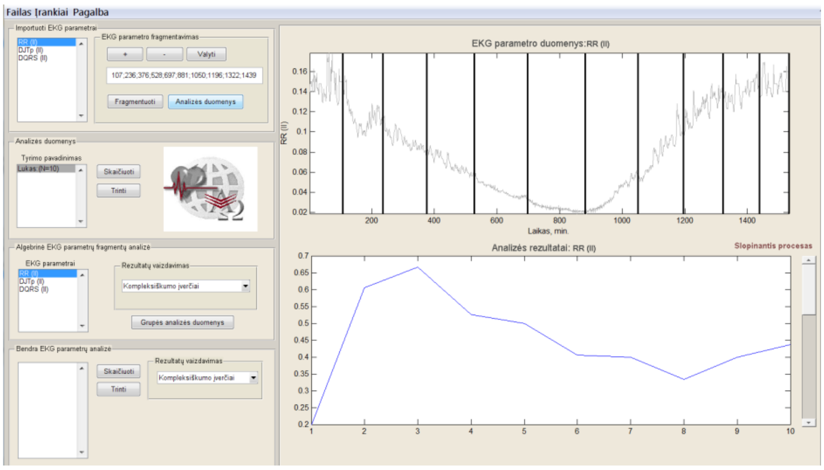


Paspaudus „OK“ mygtuką parengti EKG parametrų fragmentai perkeliami į analizės duomenų langą (6 pav. (7)).

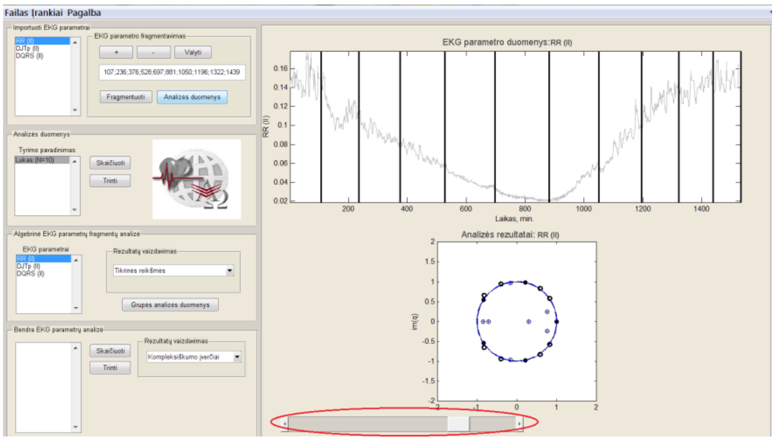
5) Skaičiavimų atlikimui spausti mygtuką „Skaičiuoti“:



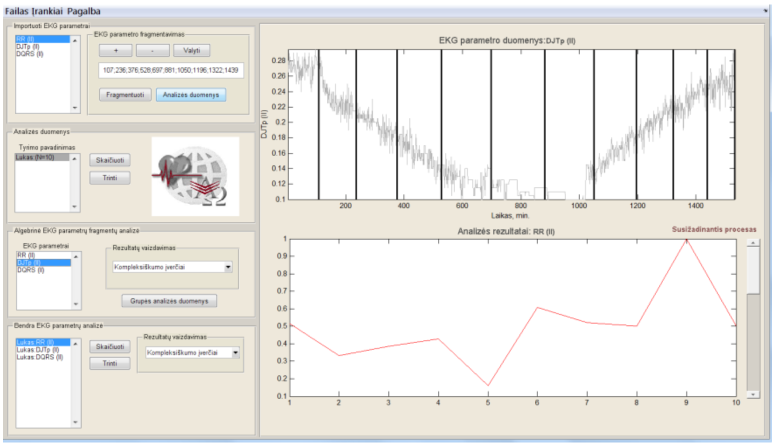
Rezultatų lange(6 pav. (3)) pavaizduojama respondento „Lukas“ RR parametro kompleksiškumo įverčių dinamika. Panaudojant grafiko dešinėje esantį valdiklį galima peržiūrėti tiriamo RR parametro stacionaraus, susižadinančio ar slopinančio proceso dinamiką. Pavyzdžiui, slopinančio proceso:



Tikrinių reikšmių vaizdavimui ant vienetinio apskritimo pasirinkti: „Rezultatų vaizdavimas→Tikrinės reikšmės“. Kiekvieno parametro fragmento identifikuotas tikrines reikšmes galima peržiūrėti panaudojant grafiko apačioje esantį valdiklį.

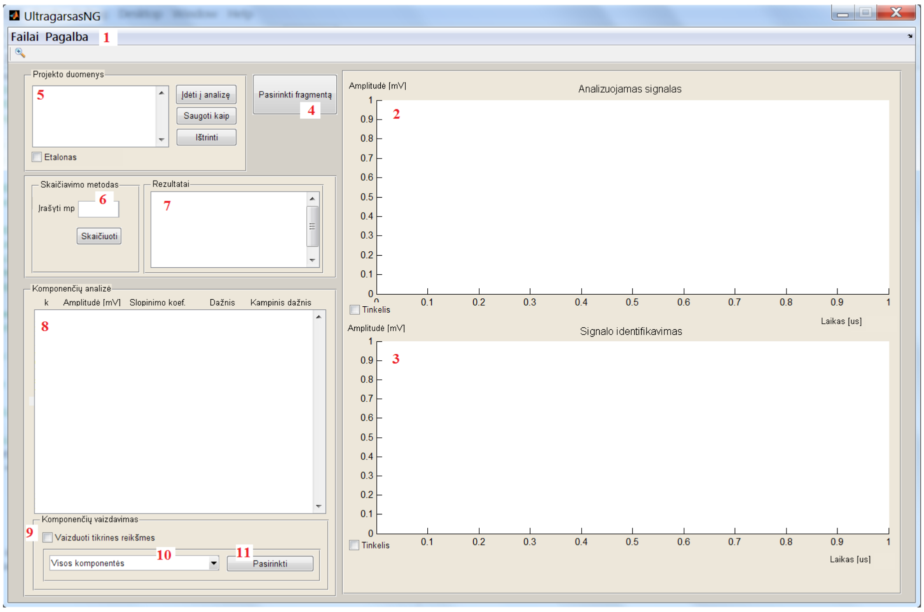


6) Parametrų sąraše(6 pav. (7)) pasirinkto parametro duomenis galima perkelti į grupės analizę paspaudus „Grupės analizės duomenys“ mygtuką ir toliau atlikti EKG parametrų grupės kompleksiškumo analizę.



3. Ultragarsinių signalų algebrinės analizės programos sistemos prototipo naudotojo vadovas

Prototipo pagrindinis GUI langas programos paleidimo metu pateiktas 8 pav., o 3 lentelėje–jo komponentų aprašymas.

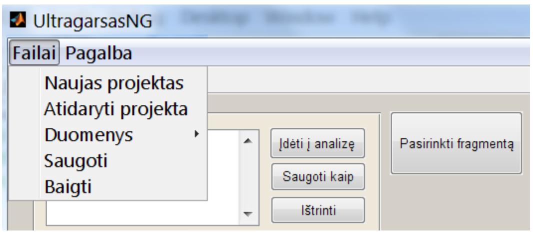


8 pav. Ultragarsinių signalų algebrinės analizės programos sistemos prototipo pagrindinis GUI langas

3 lentelė. Ultragarsinių signalų programos sistemos GUI komponentų paskirtis

Komponentas	Paskirtis
1	Meniu juosta. Duomenų failų importavimo, saugojimo ir kitų funkcijų valdymui
2	Signalo/jo fragmento vaizdavimui
3	Rezultatų vaizdavimui
″Pasirinkti fragmentą″ (4)	Kompiuterine pele išskirti signalo fragmentą
″Įdėti į analizę″	Tiriamo signalo fragmento duomenų „patalpinimui“ į tyrimų sąrašą (5)
5	Tiriamų signalų fragmentų sąrašas
6	Identifikuojamos minimalios eilės didžiausiai leistinai ribai nustatyti
″Skaičiuoti″	Signalo fragmento identifikavimui ir skaičiavimams atlikti
7	Apskaičiuotų signalo parametrų rezultatams vaizduoti
8	Apskaičiuotų signalo komponenčių koeficientams vaizduoti
9	Tikrinių reikšmių vaizdavimui ant vienetinio apskritimo
10	Identifikuotų komponenčių vaizdavimo būdui pasirinkti
″Pasirinkti″ (11)	Pasirinktų identifikuotų komponenčių vaizdavimui

Programos sistemos meniu juostos aprašymas pateiktas 9 pav. ir 4 lentelėje.



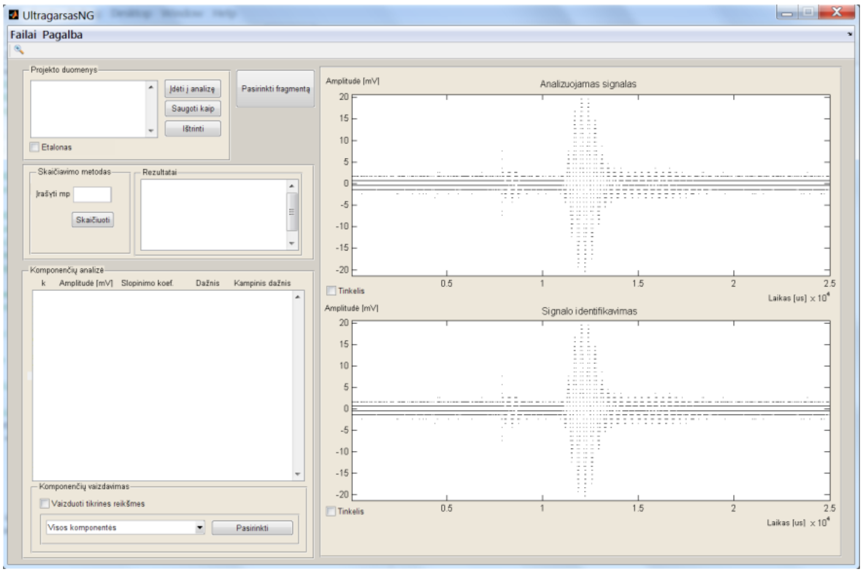
9 pav. Ultragarsinių signalų algebrinės analizės programos sistemos prototipo meniu juosta

4 lentelė. Ultragarsinių signalų algebrinės analizės PSP meniu juosta

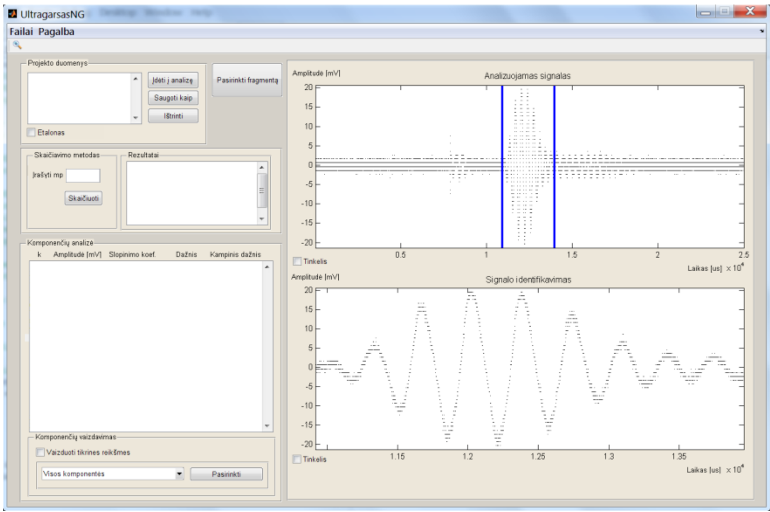
Meniu punktas	Paskirtis
″Naujas projektas″	Naujo projekto kūrimui
″Atidaryti projektą″	Projekto atidarymui
″Duomenys″	Duomenų failo pasirinkimui ir importavimui
″Saugoti″	Projekto duomenų ir rezultatų saugojimui
″Baigti″	Programos lango uždarymui
″Pagalba″	Programos sistemos prototipo naudotojo vadovui parodyti

Toliau pateikiamas naudojimosi pavyzdys.

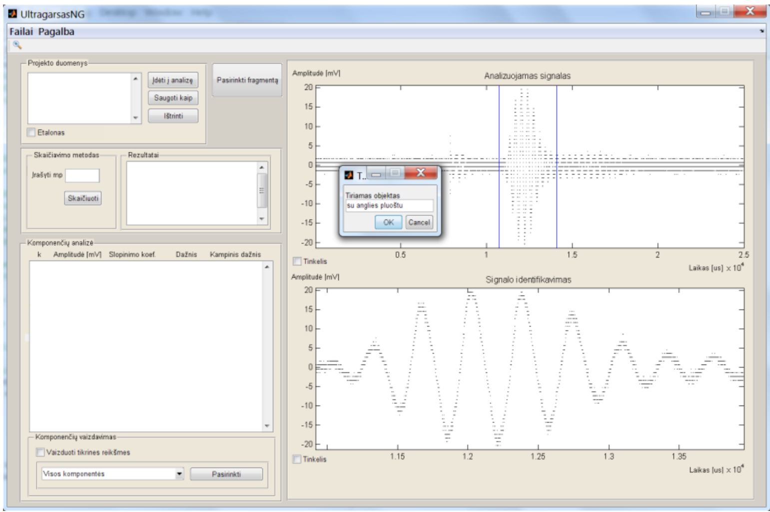
1) Signalo duomenų importavimui pasirenkamas meniu punktas „Failai→Duomenys“ ir duomenų failas. Ekrane parodomi importuoti duomenys:



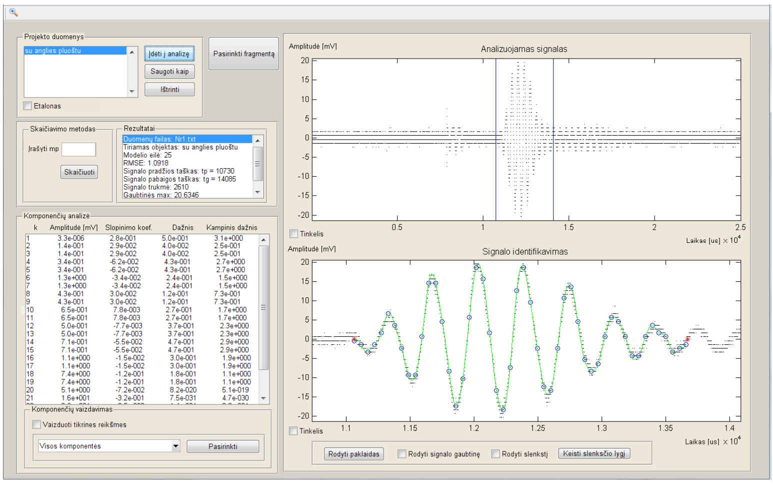
2) Toliau išskiriamas signalo fragmentas. Paspaudus mygtuką „Pasirinkti fragmentą“ aktyvuojami fragmento „rėžiai“. Tada kompiuterine pele nustatomi fragmento „rėžiai“ (slenkant „rėžius“ į vieną ar į kitą pusę), tuo pačiu metu grafike (8 pav. (3)) rodomas išskiriamas fragmentas.



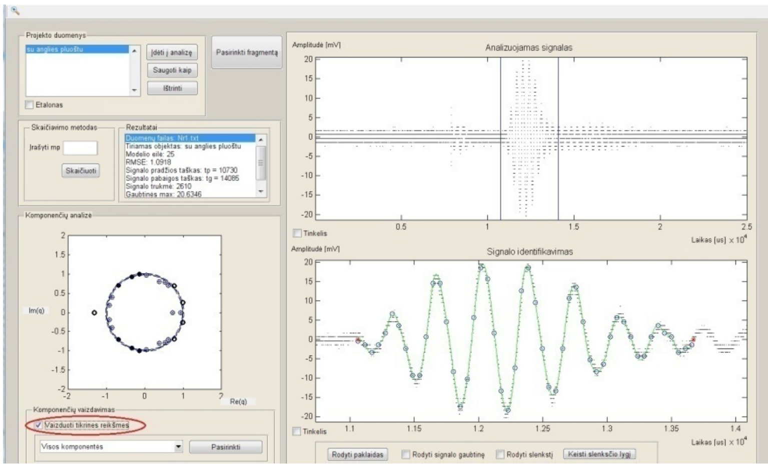
3) Išskyrus tiriamą duomenų fragmentą, spaudžiamas mygtukas „Įdėti į analizę“. Atvertame lango teksto laukelyje „Tiriamas objektas“ įrašomas tiriamo fragmento pavadinimas, pavyzdžiui, „su anglies pluoštu“ ir paspaudžiamas mygtukas „OK“.



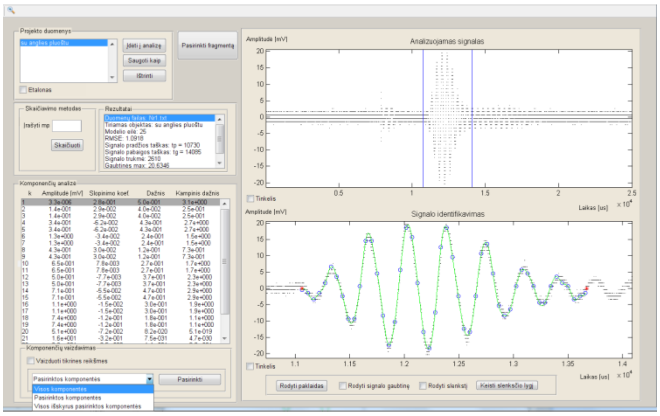
4) Signalo fragmento identifikavimui ir parametrų skaičiavimui spaudžiamas mygtukas „Skaičiuoti“. Ekrane parodomi gauti rezultatai:



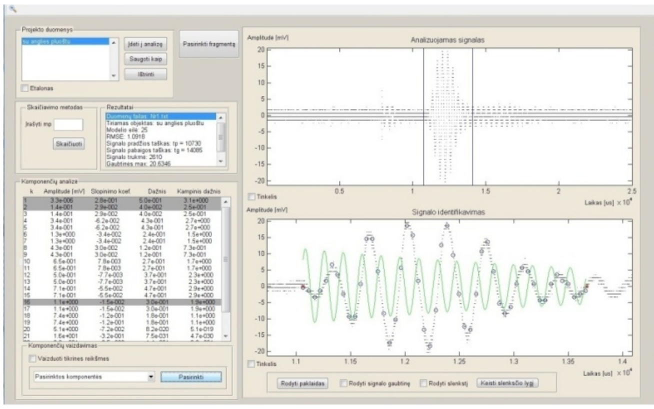
5) Tikrinių reikšmių vaizdavimui pažymėti „Vaizduoti tikrines reikšmes“:



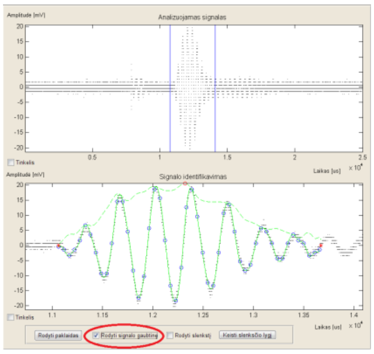
6) Identifikuotų signalo komponenčių analizei galima pasirinkti atitinkamą vaizdavimo būdą: a) vaizduoti visas; b) vaizduoti pasirinktas; arba c) vaizduoti visas, išskyrus pasirinktas komponentes:

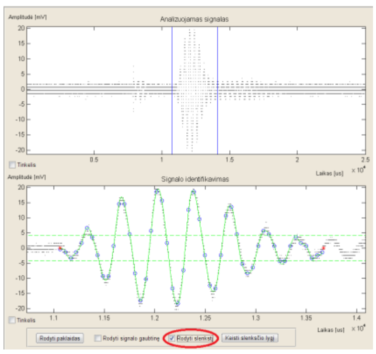


Pavyzdžiui, identifikuotų komponenčių sąraše pasirenkamos 3 komponentės ir vaizdavimo būdas: „Pasirinktos komponentės“. Spaudžiamas mygtukas „Pasirinkti“. Tada rezultatų lange (8 pav. (3)) pavaizduojamas signalas, sudarytas iš pasirinktų komponenčių:



Rezultatų lange (8 pav. (3)) gali būti pavaizduotas nustatytas signalo slenkstis ar apskaičiuota gaubtinė:



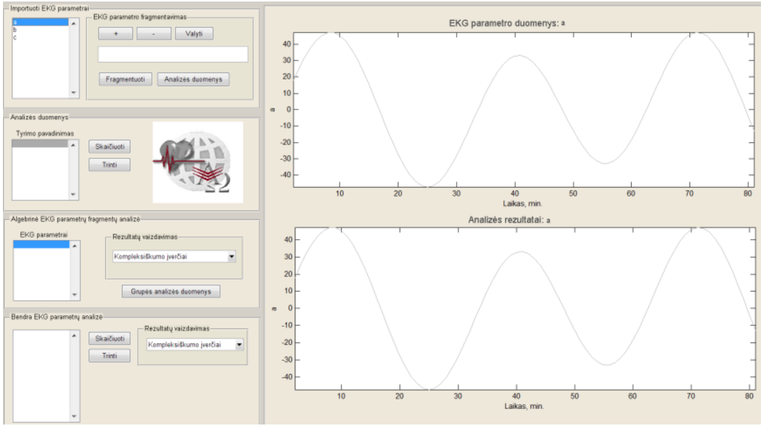


4. Sukurtų programų sistemų prototipų testavimas

4.1. EKG algebrinės analizės programos sistemos prototipo testavimas

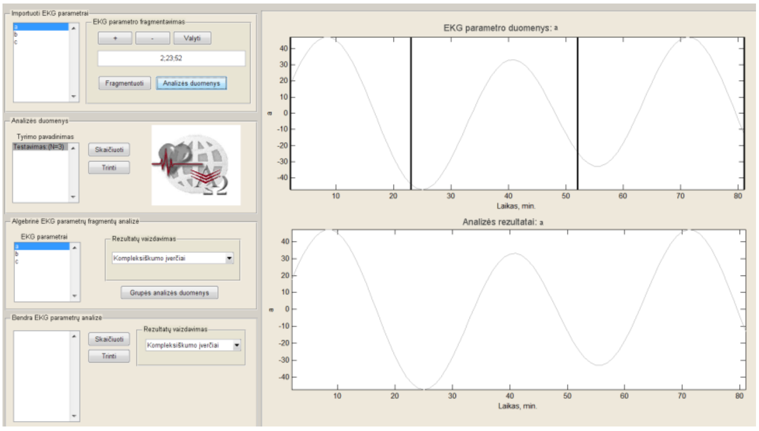
Pateikiami sukurto programos sistemos prototipo testavimo rezultatai.

Tegul programos sistemoje importuojami 2.7 pavyzdyje pateikti fragmentų (2.13) duomenys (1 pav.).



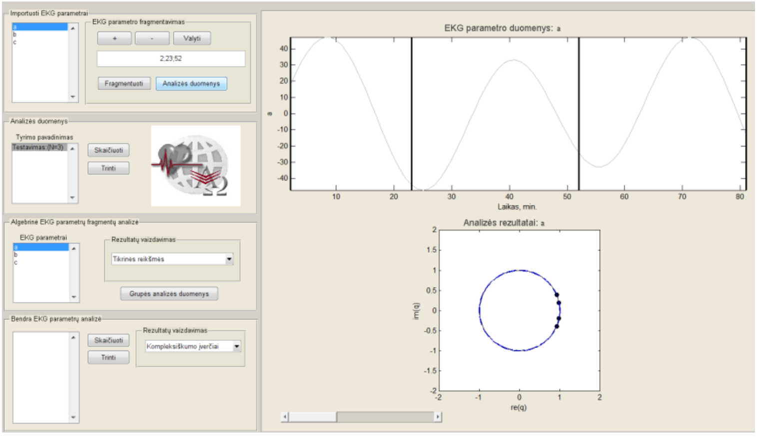
1 pav. Testinių duomenų importas

Tada importuoti duomenys suskaidomi į, pavyzdžiui, tris atskirus fragmentus (2 pav.).

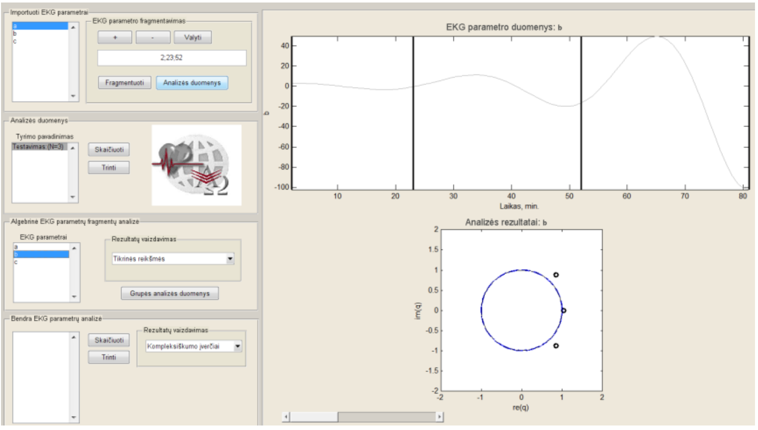


2 pav. Testinių duomenų fragmentavimas

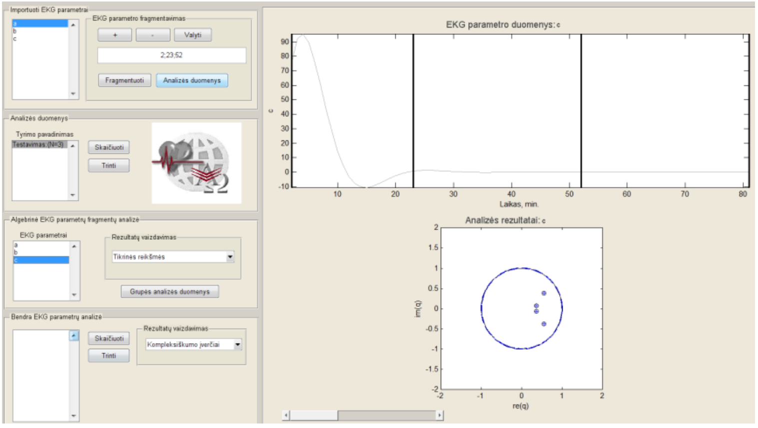
Toliau atliekamas kiekvieno fragmento identifikavimas. Identifikuotos tikrinės reikšmės pavaizduotos ant vienetinių apskritimų (3–5 pav.). Galima pastebėti, kad programos sistemos prototipe gauti tokie patys rezultatai, kaip ir 2.7 pavyzdyje, t.y. prototipe identifikuotos tuos pačius dėsningumus nusakančios komponentės.



3 pav. Duomenų eilutėje (2.13 (a)) išskirto pirmojo fragmento identifikuotos tikrinės reikšmės, apibūdinančios stacionarųjį procesą



4 pav. Duomenų eilutėje (2.13 (b)) išskirto antrojo fragmento identifikuotos tikrinės reikšmės, apibūdinančios susižadinantį procesą



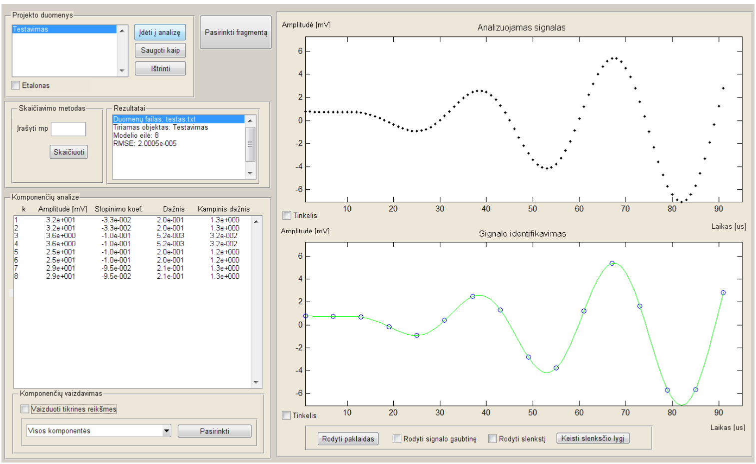
5 pav. Duomenų eilutėje (2.13 (c)) išskirto trečiojo fragmento identifikuotos tikrinės reikšmės, apibūdinančios slopstantį procesą

4.2. Ultragarsinių signalų identifikavimas sukurtu algebrinės analizės programos sistemos prototipu

Tegul žinomas duomenų fragmentas, gautas panaudojant 3.5 pavyzdžio funkciją:

$$f_a(x) = 0,3x^2 \sin(2,14x)e^{-0,13x} + \cos(0,18x)e^{-0,31x},\ x = 0,\ 0,1\ ,...,\ 3\pi.$$

Fragmento identifikavimo sukurtu programos sistemos prototipu rezultatai pateikti 6 paveiksle. Galima pastebėti, kad gauti rezultatai sutampa su 3.5 pavyzdžio rezultatais.

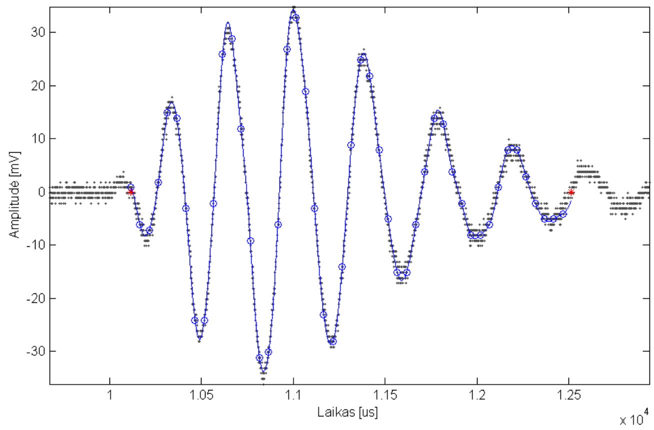


6 pav. Duomenų fragmento identifikavimas

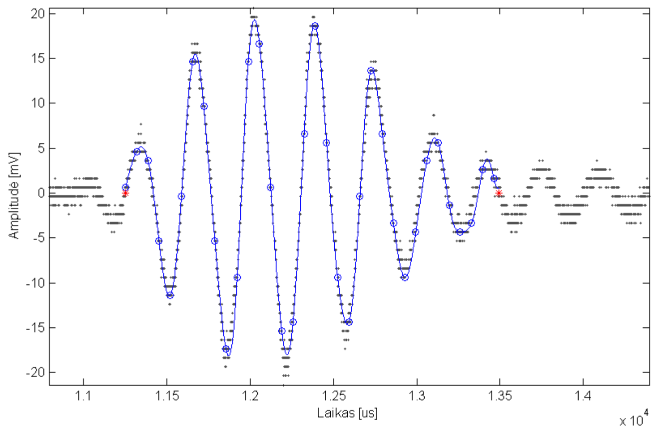
5. Ultragarsinių signalų algebrinės analizės rezultatai

5.1. Nehomogeninių medžiagų analizė

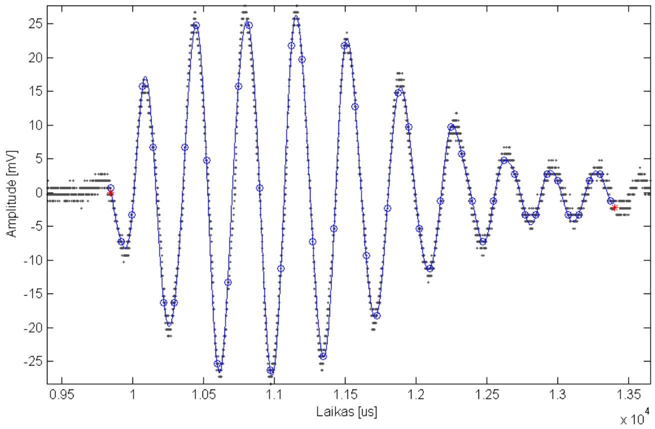
Pateikiami ultragarsinių signalų, gautų tiriant nehomogenines medžiagas, identifikavimo rezultatai, panaudojant sukurtą algebrinės analizės programos sistemos prototipą.



1 pav. Ultragarsinis įėjimo signalas (Nr. 0) ir jo fragmento TRF



2 pav. Ultragarsinis išėjimo signalas (Nr. 1) ir jo fragmento TRF



3 pav. Ultragarsinis išėjimo signalas (Nr. 2) ir jo fragmento TRF

1 lentelė. Apskaičiuoti signalų parametrai

Tirta medžiaga	Komponenčių skaičius	Signalo TOA	Signalo trukmė, μs	RMSE
Polistirolas (angl. *polystyrene*)(Nr.0)	24	10116	2396	1,279
Kompozitas su anglies pluoštu (Nr.1)	25	11062	2610	1,091
Kompozitas su stiklo pluoštu (Nr.2)	24	9846	3552	1,626

2 lentelė. Identifikuoti signalų parametrai

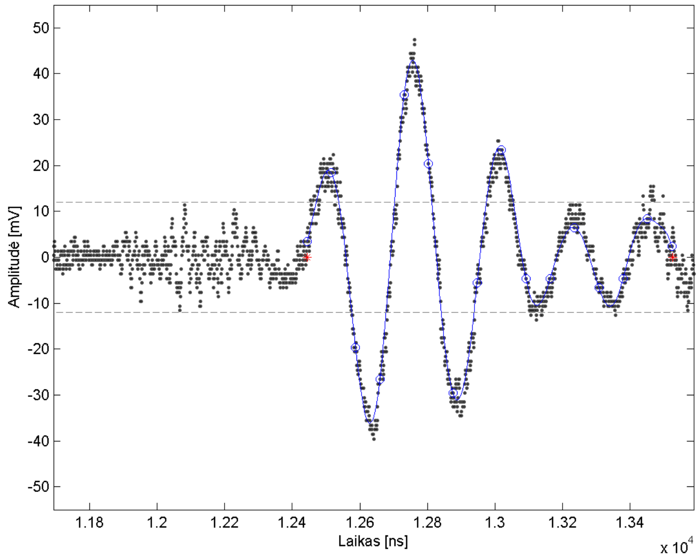
	Amplitudė, mV			Slopinimo koeficientas			Dažnis, MHz		
k	Nr.0	Nr.1	Nr.2	Nr.0	Nr.1	Nr.2	Nr.0	Nr.1	Nr.2
1	0,1	$3{,}3\cdot10^{-6}$	0,46	0,04	0,28	–0,01	0,07	0,50	0,01
2	0,1	0,14	0,46	0,04	0,03	–0,01	0,07	0,04	0,01
3	0,56	0,14	0,65	0,002	0,03	–0,01	0,38	0,04	0,05
4	0,56	0,34	0,65	0,002	–0,06	–0,01	0,38	0,43	0,05
5	0,90	0,34	0,35	–0,03	–0,06	–0,02	0,35	0,43	0,11
6	0,90	1,3	0,35	–0,03	–0,03	–0,02	0,35	0,24	0,11
7	0,45	1,3	0,25	0,02	–0,03	0,02	0,02	0,24	0,30
8	0,45	0,43	0,25	0,02	0,03	0,02	0,02	0,12	0,30
9	0,92	0,43	0,66	–0,04	0,03	–0,004	0,47	0,12	0,42
10	0,92	0,65	0,66	–0,04	0,01	–0,004	0,47	0,27	0,42
11	0,98	0,65	0,39	–0,04	0,01	–0,01	0,43	0,27	0,48
12	0,98	0,50	0,39	–0,04	–0,01	–0,01	0,43	0,37	0,48
13	2,1	0,50	0,93	–0,03	–0,01	0,01	0,23	0,37	0,25
14	2,1	0,71	0,93	–0,03	–0,06	0,01	0,23	0,47	0,25
15	8,8	0,71	2,7	–0,07	–0,06	–0,08	0,25	0,47	0,35
16	8,8	1,1	2,7	–0,07	–0,02	–0,08	0,25	0,30	0,35
17	5,1	1,1	1,6	–0,09	–0,02	–0,003	0,29	0,30	0,16
18	5,1	7,4	1,6	–0,09	–0,12	–0,003	0,29	0,18	0,16
19	12	7,4	4,4	–0,03	–0,12	–0,08	0,11	0,18	0,39
20	12	5,1	4,4	–0,03	–-0,07	–0,08	0,11	$8{,}2\cdot10^{-20}$	0,39
21	37	16	37	–0,09	–0,32	–0,06	0,16	$7{,}5\cdot10^{-31}$	0,19
22	37	29	37	–0,09	–0,07	–0,06	0,16	0,14	0,19
23	44	29	47	–0,04	–0,07	–0,06	0,13	0,14	0,21
24	44	33	47	–0,04	–0,04	–0,06	0,13	0,16	0,21
25	–	33	–		–0,04	–	–	0,16	–

3 lentelė. Signalo Nr.2 identifikuoti parametrai, kai modelio eilė m = 24

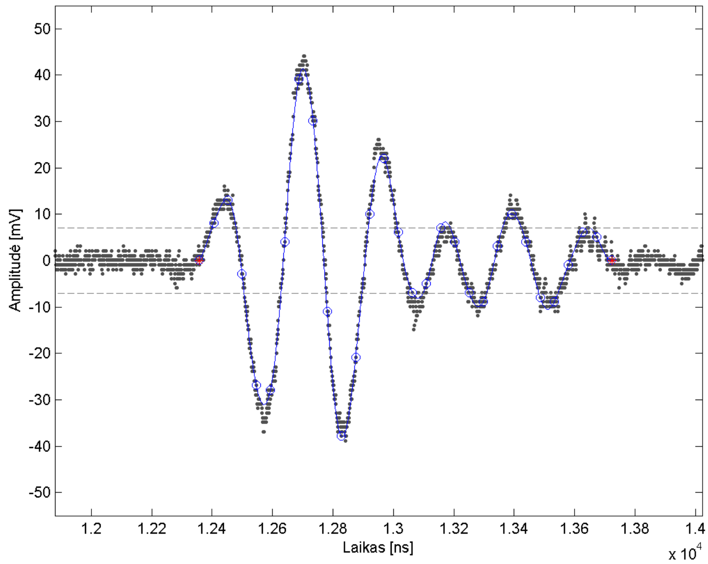
k	$\hat{\mu}_{kr}, k=\overline{1,\hat{m}}, r=\overline{0,n_k-1}.$	$\hat{\rho}_k, k=\overline{1,\hat{m}}$	$\hat{\lambda}_k, k=\overline{1,\hat{m}}$
1	–4,2094 – 0,0000i	0,7875 + 0,0000i	–0,2389 + 0,0000i
2	–0,0031 – 0,0021i	–0,7489 + 0,8018i	0,0927 + 2,3221i
3	–0,0031 + 0,0021i	–0,7489 – 0,8018i	0,0927 – 2,3221i
4	–0,0170 + 0,0611i	0,8153 + 0,6765i	0,0577 + 0,6926i
5	–0,0170 – 0,0611i	0,8153 – 0,6765i	0,0577 – 0,6926i
6	9,0795 + 3,7632i	0,5069 + 0,8303i	–0,0276 + 1,0227i
7	9,0795 – 3,7632i	0,5069 – 0,8303i	–0,0276 – 1,0227i
8	–5,8361 – 5,6730i	0,6204 + 0,7425i	–0,0329 + 0,8748i
9	–5,8361 + 5,6730i	0,6204 – 0,7425i	–0,0329 – 0,8748i
10	0,7256 – 0,5034i	–0,3083 + 0,9163i	–0,0338 + 1,8953i
11	0,7256 + 0,5034i	–0,3083 – 0,9163i	–0,0338 – 1,8953i
12	–0,7294 – 0,2981i	–0,8735 + 0,3900i	–0,0443 + 2,7217i
13	–0,7294 + 0,2981i	–0,8735 – 0,3900i	–0,0443 – 2,7217i
14	0,3268 – 0,7469i	–0,9228 + 0,2032i	–0,0566 + 2,9249i
15	0,3268 + 0,7469i	–0,9228 – 0,2032i	–0,0566 –2,9249i
16	0,4486 – 0,3857i	0,8811 + 0,3326i	–0,0599 + 0,3609i
17	0,4486 + 0,3857i	0,8811 – 0,3326i	–0,0599 – 0,3609i
18	0,9711 + 0,8741i	0,0050 + 0,9174i	–0,0862 + 1,5653i
19	0,9711 – 0,8741i	0,0050 – 0,9174i	–0,0862 – 1,5653i
20	2,8845 + 1,9151i	–0,4797 + 0,6783i	–0,1854 + 2,1864i
21	2,8845 – 1,9151i	–0,4797 – 0,6783i	–0,1854 – 2,1864i
22	**[–0,0100, 0,0214]**	**1,1137 + 0,0000i**	**0,1077 + 0,0000i**
23	–6,2409 + 7,1743i	–0,5012 + 0,3301i	–0,5106 + 2,5591i
24	–6,2409 – 7,1743i	–0,5012 – 0,3301i	–0,5106 – 2,5591i

5.2. Paviršinių išilginių bangų sklidimo išgaubtu cilindriniu paviršiumi analizė

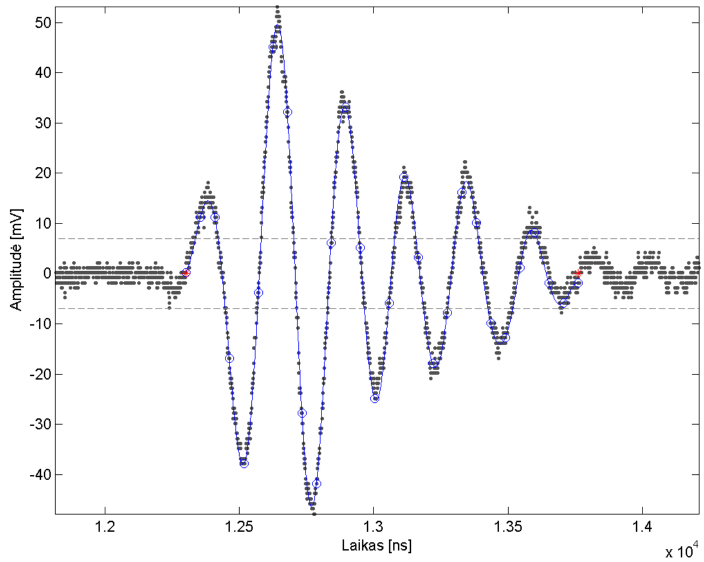
Pateikiami paviršinių išilginių bangų sklidimo išgaubtu cilindriniu paviršiumi identifikavimo rezultatai, panaudojant sukurtą algebrinės analizės programos sistemos prototipą.



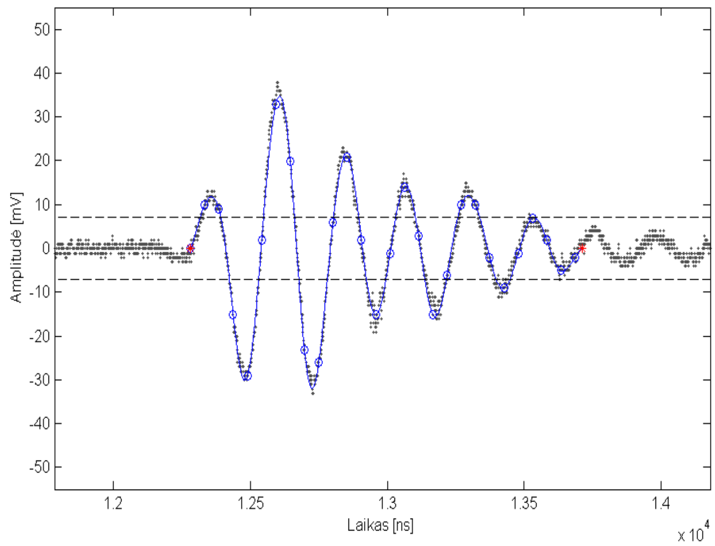
4 pav. Įėjimo signalo, kai $R = \infty$, ir jo fragmento TRF



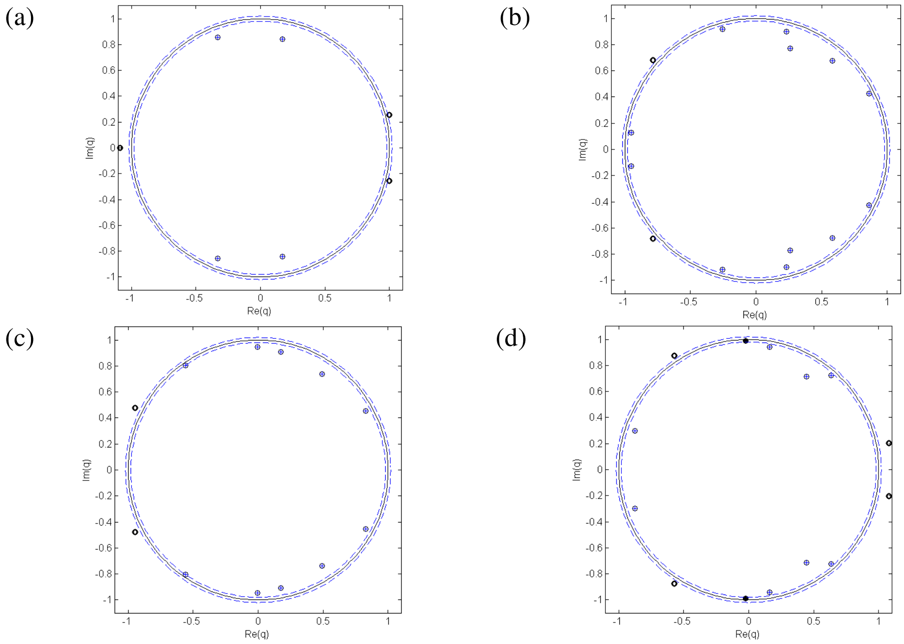
5 pav. Išėjimo signalo, kai $R = 600$, ir jo fragmento TRF



6 pav. Išėjimo signalo, kai R = 400, ir jo fragmento TRF



7 pav. Išėjimo signalo, kai R = 200, ir jo fragmento TRF



8 pav. Identifikuotų signalų tikrinių reikšmių vaizdavimas ant vienetinio apskritimo: a) R=∞; b) R =600; c) R=400; d) R=200

4 lentelė. Identifikuoti signalų parametrai

	Amplitudė, m				Slopinimo koeficientas				Dažnis, Hz			
k	∞	600	400	200	∞	600	400	200	∞	600	400	200
1	0,0	0,0	$5{,}4\cdot10^{-5}$	0,42	0,64	1,5	0,41	0,04	0,5	0,0	0,5	0,34
2	01	0,11	0,05	0,42	0,03	0,04	0,16	0,04	0,04	0,39	0,0	0,34
3	1,5	0,11	0,65	0,03	0,03	0,04	–0,02	0,1	0,04	0,39	0,35	0,03
4	1,5	1,1	0,65	0,03	0,09	–0,05	–0,02	0,1	0,5	0,29	0,35	0,03
5	1,2	1,1	0,31	3,9	–0,09	–005	0,06	–0,04	0,31	0,29	0,43	0,14
6	36	1,1	0,31	3,9	–0,09	–0,04	0,06	–0,04	0,31	0,48	0,43	0,14
7	36	1,1	0,88	1,7	–0,15	–0,04	–0,06	–0,08	0,22	0,48	0,08	0,45
8	34	2,7	0,88	1,7	–0,15	–0,04	–0,06	–0,08	0,22	0,07	0,08	0,45
9	34	2,7	21	3,7	-	–0,04	–0,05	–0,01	–	0,07	0,25	0,25
10	-	43	21	3,7	-	–0,08	–0,05	–0,01	–	0,21	0,25	0,25
11	-	43	33	29	-	–0,08	–0,12	–0,05	–	0,21	0,16	0,22
12	-	58	33	29	-	–0,21	–0,12	–0,05	–	0,2	0,16	0,22
13	-	58	50	26	-	–0,21	–0,08	–0,17	–	0,2	0,22	0,16
14	-	46	50	26	-	–0,11	–0,08	–0,17	–	0,01	0,22	0,16
15	-	46	-	-	-	–0,11	–		–	0,01	–	–
	-				-							
					-							