



**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS**  
**MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS**

**Gintarė Navickaitė**

**VERTYBINIŲ POPIERIŲ PORTFOLIO SISTEMINĖS IR  
NESISTEMINĖS RIZIKOS VERTINIMAS**

Baigiamasis magistro projektas

**Vadovai**

Doc. dr. Audrius Kabašinskas

Dr. Lina Sinevičienė

**KAUNAS, 2017**

**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS**  
**MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS**

**VERTYBINIŲ POPIERIŲ PORTFOLIO SISTEMINĖS IR  
NESISTEMINĖS RIZIKOS VERTINIMAS**

Baigiamasis magistro projektas  
**Didžiųjų verslo duomenų analitika (kodas 621G12002)**

**Vadovai**

..... doc. dr. Audrius Kabašinskas

.....

..... dr. Lina Sinevičienė

.....

**Recenzentai**

..... prof. dr. Robertas Alzbutas

.....

..... doc. dr. Rasa Norvaišienė

.....

**Projektą atliko**

..... Gintarė Navickaitė

.....

**KAUNAS, 2017**



**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS**

**MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ**

(Fakultetas)

**Gintarė Navickaitė**

(Studento vardas, pavardė)

**Didžiųjų verslo duomenų analitika, kodas 621G12002**

(Studijų programos pavadinimas, kodas)

„Vertybinių popierių portfolio sisteminės ir nesisteminės rizikos vertinimas“

**AKADEMINIO SAŽINGUMO DEKLARACIJA**

20 17 m. gegužės 31 d.  
Kaunas

Patvirtinu, kad mano, **Gintarės Navickaitės**, baigiamasis projektas tema „Vertybinių popierių portfolio sisteminės ir nesisteminės rizikos vertinimas“ yra parašytas visiškai savarankiškai ir visi pateikti duomenys ar tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti sąžiningai. Šiame darbe nei viena dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar internetinių šaltinių, visos kitų šaltinių tiesioginės ir netiesioginės citatos nurodytos literatūros nuorodose. Įstatymų nenumatytų piniginių sumų už šį darbą niekam nesu mokėjęs.

Aš suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo faktui, man bus taikomos nuobaudos, remiantis Kauno technologijos universitete galiojančia tvarka.

\_\_\_\_\_  
(vardą ir pavardę įrašyti ranka)

\_\_\_\_\_  
(parašas)

## TURINYS

SANTRUMPOS .....	9
IŽANGA.....	10
1. LITERATŪROS APŽVALGA.....	11
1.1. Sisteminės ir nesisteminės rizikos samprata valdant optimalų portfelį.....	11
1.2. Didieji duomenys.....	14
1.3. Vertybinių popierių portfelio formavimo metodų apžvalga.....	15
1.4. Optimalaus portfelio formavimo empirinių tyrimų apžvalga.....	17
Apžvalga.....	24
2. MEDŽIAGOS IR TYRIMŲ METODAI.....	26
2.1. Didžiųjų duomenų panaudojimas atliekant empirinį tyrimą .....	26
2.2. Empirinio tyrimo metodologija .....	26
2.2.1. Rodiklių, reikalingų daugiakriterio optimizavimo metodo taikymui, skaičiavimo metodika.....	27
2.2.2. Sisteminės ir nesisteminės rizikos vertinimo rodiklių skaičiavimo metodika....	30
2.2.3. Daugiakriterio optimizavimo metodai.....	33
3. TYRIMŲ REZULTATAI IR JŲ APTARIMAS .....	36
3.1. Vertybinių popierių pasirinkimas ir jų statistinės charakteristikos .....	36
3.2. Optimalaus portfelio formavimo empirinis tyrimas .....	39
3.2.1. Optimalaus portfelio formavimas prieš krizę (2002–2006 m.).....	40
3.2.2. Optimalaus portfelio formavimas krizės (2007–2011 m.) laikotarpiu.....	43
3.2.3. Optimalaus portfelio formavimas po krizės (2012–2016 m.).....	46
3.2.4. Optimalaus portfelio formavimas visu tirtu laikotarpiu (2002–2016 m.).....	50
3.3. Apibendrinti tyrimų rezultatai .....	53
IŠVADOS .....	55
LITERATŪROS SĄRAŠAS .....	56
PRIEDAI.....	59

Navickaitė, Gintarė. Vertybinių popierių portfelio sisteminės ir nesisteminės rizikos vertinimas. *Magistro* baigiamasis projektas / vadovai doc. dr. Audrius Kabašinskas ir dr. Lina Sinevičienė; Kauno technologijos universitetas, Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas.

Moklo kryptis ir sritis: Fiziniai mokslai, Matematika (01 P)

Reikšminiai žodžiai: sisteminė rizika, nesisteminė rizika, portfelio optimizavimas, daugiakriteris optimizavimas.

Kaunas, 2017. 58 p.

## SANTRAUKA

**Temos aktualumas.** Tinkamas vertybinių popierių portfelio suformavimas gali užtikrinti ilgalaikes investicijas ateityje. Deramai parinktas portfelio formavimo metodas gali užtikrinti rezultatų patikimumą. Mokslininkams sukūrus vis daugiau optimizavimo metodų, portfelis formuojamas atsižvelgiant jau nebe į du kriterijus, kaip teigia 1952 m. sukurta Markovičiaus teorija, – riziką ir grąžą. Pasitelkus šiandienius optimizavimo metodus bei naudojant įvairias programavimo priemones, optimalų portfelį galima suformuoti ne pagal du, o atsižvelgiant į visus investuotoją dominančius kriterijus. Vertinant daugiau negu du kriterijus, iškyla didelė jų tarpusavio suderinimo problema. Ją galima išspręsti ieškant Pareto prasme optimalaus sprendinio. Portfeliui optimizuoti daugiakriterio optimizavimo metodai pateikia daug Pareto optimalių sprendinių, iš kurių investuotojas pasirenka jo lūkesčius labiausiai atitinkantį sprendinį. Suformavus optimalų portfelį labai svarbu tinkamai įvertinti jo riziką, kad būtų galima nustatyti, kaip portfelio pelningumas reaguos į pokyčius rinkoje. Bendroji portfelio rizika yra skaidoma į sisteminę ir nesisteminę. Tinkamas šių rizikų vertinimas padės nustatyti portfelio pelningumo jautrumą į pokyčius rinkoje bei susijusius su kiekviena įmone.

**Tyrimo objektas.** Optimalaus vertybinių popierių portfelio radimas, naudojant daugiakriterio optimizavimo metodus, bei jo sisteminės ir nesisteminės rizikos įvertinimas.

**Pagrindiniai tyrimo rezultatai.** Naudojant daugiakriterio optimizavimo algoritmą NSGA-II suformuoti keturi optimalūs portfeliai, atsižvelgiant į šiuos kriterijus: maksimalią grąžą, minimalią riziką ir maksimalų Šarpo rodiklį. Tyrimui duomenys naudoti iš Londono vertybinių popierių biržos, tirtas laikotarpis – nuo 2002 m. iki 2016 m., naudotos savaitinės 30 akcijų uždarymo kainos. Keturi portfeliai suformuoti pagal laikotarpius: prieš krizę (2002–2006 m.), per krizę (2007–2011 m.), po krizės (2012–2016 m.) ir apimančią visą laikotarpį (2002–2016 m.). Suformuotų optimalių portfelių sistemei rizikai įvertinti paskaičiuotas beta koeficientas. Gauti rezultatai parodė, kad sisteminės rizikos lygis yra mažesnis negu vidutinis rinkos rizikos lygis, kadangi visiems keturiems portfeliams gautos beta koeficiento reikšmės yra mažesnės už 1

(reikšmės svyruoja nuo 0,54 iki 0,76). Paskaičiuotas pavienių akcijų vidutinis beta koeficientas yra didesnis (0,86) negu suformavus portfelius. Vadinasi, sudarius portfelius sisteminė rizika yra sumažinama.

Suformuotų portfelių nesisteminės rizikos vertinimui paskaičiuoti šie rodikliai: EBITDA pelningumas, Altmano Z rodiklis, einamasis likvidumas. Paskaičiavus šiuos rodiklius visiems keturiems tirtiems portfeliams, gautos reikšmės buvo labai panašios. Tačiau rodiklius palyginus su pavienių akcijų vidutinėmis reikšmėmis, EBITDA pelningumas bei Altmano Z rodiklių reikšmės yra didesnės, kai formuojami portfeliai, o ne tiriamos pavienės akcijos. Pavienių akcijų vidutinės šių rodiklių reikšmės – 19,64 proc. ir 4,63. Portfelių reikšmės svyruoja apie 23 proc. ir 6. Einamojo likvidumo rodiklio reikšmės, sudarius portfelius, gautos mažesnės (apie 1,2), kadangi pavienių akcijų vidutinė einamojo likvidumo rodiklio reikšmė – 1,6.

Navickaitė, Gintarė. *Estimation of Systemic and Non-systemic Risk for Stock Portfolio: Master's thesis* / supervisors assoc. prof. Audrius Kabašinskas and dr. Lina Sinevičienė. The Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Kaunas University of Technology.

Research area and field: Physical Sciences, Mathematics (01 P)

Key words: Systemic Risk, Non-systemic Risk, Portfolio Optimization, Multicriteria Optimization.

Kaunas, 2017. 58 p.

## SUMMARY

**Topic relevance.** Appropriate formation of securities portfolio can guarantee long-term investment in the future. Appropriately selected method of portfolio formation can ensure result reliability. Scientists have created numerous methods of optimization, the portfolio is formed with regard to not only two criteria, i.e. risk and refund, as Markowitz theory of 1952 claims. Using current optimization methods and applying various programming means, optimal portfolio can be formed not according two but referring to all criteria investors are interested in. Evaluating by more than two criteria a problem of criteria compatibility occurs. It can be solved by searching for an optimal solution in the meaning of Pareto. Multicriteria optimization methods provide many Pareto optimal solutions for portfolio optimization. The investor selects the solution corresponding to his/her expectations. Having formed optimal portfolio it is critical to evaluate its risk appropriately in order to determine how portfolio profitability reacts to market changes. General portfolio risk is divided into systematic and unsystematic. Appropriate evaluation of portfolio risks will help to determine portfolio profitability sensitivity to market changes and related to every enterprise.

**Research object.** Determination of optimal securities portfolio applying multicriteria optimization methods and evaluation of its systematic and unsystematic risk.

**Main results of the research.** Using multicriteria optimization algorithm NSGA-II four optimal portfolios were formed with regard to the following criteria: maximum refund, minimum risk and maximum Sharpe ratio. Research data were used from London Stock Exchange, researched period – from 2002 till 2016, weekly closing prices of 30 stocks were used. Four portfolios were formed according to the periods: before crisis (2002 – 2006), during crisis (2007-2011), post crisis (2012- 2016) and encompassing all the period (2002 – 2016). Beta quotient was calculated to evaluate systematic risk of formed optimal portfolios. The obtained results revealed that the level of systematic risk is lower than the average level of market risk as beta quotient values for all four portfolios are lower than 1 (values fluctuate from 0,54 till 0,76). The calculated average beta quotient of single stocks is higher (0,86) than the one after forming portfolios. Thus, systematic risk after portfolio formation is reduced.

The following ratios were calculated for unsystematic risk evaluation of formed portfolios: EBITDA profitability, Altman Z ratio, current liquidity. After calculating these ratios for all four researched portfolios the obtained values were very similar. However, having compared ratios with single stock average values, EBITDA profitability and Altman Z ratio values are higher when portfolios are formed but not when single stocks are researched.

Average ratio values of single stocks are 19,64 % and 4,63 %. Portfolio values fluctuate about 23% and 6. Current liquidity ratio values after portfolio formation are obtained lower (about 1,2) as average value of current liquidity ratio of current stock is 1,6.



## **SANTRUMPOS**

EBITDA – pelnas prieš palūkanas, mokesčius, amortizaciją ir nusidėvėjimą.

## IŽANGA

**Tyrimo problema.** Optimalių portfelių, rastų panaudojus daugiakriterio optimizavimo metodus, sisteminės ir nesisteminės rizikos įvertinimas.

**Tyrimų aktualumas.** Tinkamas vertybinių popierių portfelio suformavimas gali užtikrinti ilgalaikes investicijas ateityje. Deramai parinktas portfelio formavimo metodas gali garantuoti rezultatų patikimumą. Mokslininkams sukūrus vis daugiau optimizavimo metodų, portfelis formuojamas atsižvelgiant jau nebe į du kriterijus, kaip teigia 1952 m. sukurta Markovičiaus teorija, – riziką ir grąžą. Pasitelkus šiandienius optimizavimo metodus bei panaudojant įvairias programavimo priemones, optimalų portfelį galima suformuoti ne pagal du, o atsižvelgiant į visus investuotoją dominančius kriterijus. Vertinant daugiau negu du kriterijus, iškyla didelė jų tarpusavio suderinimo problema. Ji išsprendžiama ieškant Pareto prasme optimalaus sprendinio. Portfeliui optimizuoti skirti daugiakriterio optimizavimo metodai pateikia daug Pareto optimalių sprendinių, iš kurių investuotojas pasirenka jo lūkesčius labiausiai atitinkantįjį. Suformavus optimalų portfelį labai svarbu tinkamai įvertinti jo riziką, kad būtų galima nustatyti, kaip portfelio pelningumas reaguos į pokyčius rinkoje. Bendroji portfelio rizika yra skaidoma į sisteminę ir nesisteminę. Tinkamas šių rizikų vertinimas padės nustatyti portfelio pelningumo jautrumą į pokyčius rinkoje bei susijusius su kiekviena įmone.

**Tyrimų naujumas.** Pasiūlyti suformuotų optimalių portfelių metodai padeda įvertinti sisteminę ir nesisteminę rizikas. Sisteminę riziką vertinama pasitelkus beta koeficientą, o nesisteminę – EBITDA pelningumą, Altmano Z ir einamojo likvidumo rodiklius.

**Tyrimo tikslas.** Panaudojant daugiakriterio optimizavimo metodus, rasti optimalų investicinį sprendimą bei įvertinti jo sisteminę ir nesisteminę riziką.

### Tyrimo uždaviniai.

1. Atlikti mokslinės literatūros analizę, išskiriant sisteminės ir nesisteminės rizikos sampratą bei optimalaus portfelio formavimo aspektus.
2. Aptarti optimalaus portfelio formavimo metodus.
3. Išskirti sisteminės ir nesisteminės rizikos vertinimo metodus.
4. Remiantis Pareto principu, rasti optimalius portfelius.
5. Įvertinti optimalių portfelių sisteminę ir nesisteminę riziką.

**Tyrimo aprobavimas.** Tyrimas pristatytas 15-oje studentų konferencijoje Matematika ir gamtos mokslai: teorija ir taikymas. 2017 m. balandžio 24 d., Kaunas, Lietuva.

# 1. LITERATŪROS APŽVALGA

## 1.1. Sisteminės ir nesisteminės rizikos samprata valdant optimalų portfelį

Sparčiai besikeičiančios finansų rinkos pritraukia vis daugiau individualių investuotojų, kurie patys formuoja vertybinių popierių portfelius. Kiekvieno investuotojo tikslas – suformuoti rizikos ir pelningumo lūkesčius atitinkantį portfelį. Pastarasis yra vadinamas optimaliu. Siekiant suformuoti optimalų portfelį, teisingas rizikos įvertinimas yra vienas svarbiausių uždavinių. Taigi, šioje darbo dalyje bus aptarta bendroji rizika, nustatyti jos vertinimo matai bei mažinimo galimybės.

Itin svarbu išsiaiškinti, kas slepiasi po bendrosios rizikos sąvoka ir kaip ją reikėtų valdyti. Valentinavičius [1] teigia, kad rinkos rizika yra skaidoma į išorinę ir vidinę, tačiau investicijų analizėje autoriai linkę vartoti sisteminės ir nesisteminės rizikos sąvokas. Kitose darbo dalyse bus laikomasi pastarųjų terminų. Formuojant vertybinių popierių portfelį būtinai reikia atsižvelgti į bendrąją riziką, todėl tikslinga plačiau aptarti sisteminės ir nesisteminės rizikos sąvokas.

Sisteminė rizika yra apibrėžiama kaip rizika, kurios investuotojas negali išvengti, ir galimybių ją diversifikuoti nėra – ji susijusi su veiksniais, lemiančiais visą rinką. Sakalauskas [2] išskiria tokius sisteminės rizikos pavyzdžius, kaip: BVP, infliacijos ar palūkanų normos bei kitų makroekonominių rodiklių pasikeitimai. Galima daryti išvadą, kad sisteminė rizika atspindi, kaip pavienės akcijos reaguoja į bendrą akcijų rinkos judėjimą [3]. Formuojant portfelį itin svarbu tinkamai parinkti akcijas, kurios būtų nevienodai jautrios rinkos svyravimui. Taip bus galima nors minimaliai valdyti sisteminę riziką. Pastarajai matuoti dažniausiai naudojamas beta koeficientas, kuris atspindi pasirinkto vertybinio popieriaus pelno normos priklausomybę nuo rinkos portfelio pelno normos kitimo [3]. Jeigu vertybinio popieriaus beta koeficientas lygus 1, tai reiškia, kad jo sisteminė rizika sutampa su visos rinkos sisteminė rizika [2]. Vadinasi, kuo didesnė šio rodiklio reikšmė, tuo pasirinktas vertybinis popierius yra rizikingesnis – didesnė tikimybė, kad jo pelno norma keisis dažniau.

Nesisteminė rizika apibrėžiama kaip konkretaus vertybinių popierių emitento rizika. Ji veikia tik tuos vertybinių popierių portfelius, kuriuos sudaro ribotas akcijų skaičius. Nesisteminę riziką gali apibrėžti, pavyzdžiui, darbuotojų streikai, apyvartinių lėšų trūkumas, tiekėjų įsipareigojimų nevykdymas, kitaip tariant, tai rizika, atsirandanti dėl atsitiktinių veiksnių, darančių įtaką konkrečios įmonės veiklos rezultatams [2]. Esminis nesisteminės rizikos bruožas – ji gali būti diversifikuojama. Kaip teigia Sakalauskas [2], kuo iš įvairesnių veiklos sričių suformuotas portfelis, tuo mažesnė nesisteminė rizika. Siekiant, jog portfelis būtų tinkamai diversifikuotas ir nesisteminė rizika sumažinta maksimaliai, vertybinių popierių skaičių portfelyje skirtingi autoriai nusako panašų. Sakalauskas [2], Valakevičius [3] ir Lumbis [4] teigia, kad portfelyje esant mažiausiai 20 vertybinių popierių, atsitiktinę riziką galima pašalinti net 90 proc. (žr. 1.1 pav.).

Bircea [5] savo darbe sako, jog optimali rizika mažėja į portfelį įtraukiant apie 15 vertybinių popierių, o įtraukiant vis didesnę skaičių eliminuota rizikos dalis mažėja (žr. 1.1 lent.). Tačiau, siekiant suformuoti pelningą portfelį, visos rizikos eliminuoti neįmanoma. Ta rizika, kurios diversifikuoti negalima, vadinama rinkos rizika arba nediversifikuojama rizika [1].

**1.1 lentelė.** Nesisteminės rizikos lygio priklausomybė nuo vertybinių popierių portfelyje skaičiaus (adaptuota remiantis Bircea [5])

Vertybinių popierių skaičius portfelyje	1	2	3	4	5	10	12	15	20	30
Rizikos sumažėjimas, proc.	0	34,6	51,4	61,4	73,9	85,7	91,5	96,7	98,2	98,4

Tinkamas sisteminės ir nesisteminės rizikos vertinimas padeda suformuoti optimalų portfelį. Bendrajai portfelio rizikai išmatuoti yra daug matų ir metodų, tokių kaip [5] [6]:

- dispersija ( $\sigma^2$ ) – parodo galimus portfelio grąžos svyravimus;
- standartinis nuokrypis ( $\sigma$ ) – parodo, kiek vidutinė portfelio grąža gali skirtis nuo vidutinės numatomos portfelio grąžos;
- variacijos koeficientas (V) – parodo, kiek kartų vidutinis atskirų vertybinių popierių pelningumo skirtumas viršija vidutinį rinkos pelningumą;
- Šarpo rodiklis – parodo papildomą vieno rizikos vieneto grąžą.

Atskirai įvertinti sisteminę ir nesisteminę riziką yra sudėtinga. Sisteminę riziką galima apskaičiuoti keletu būdų [6]:

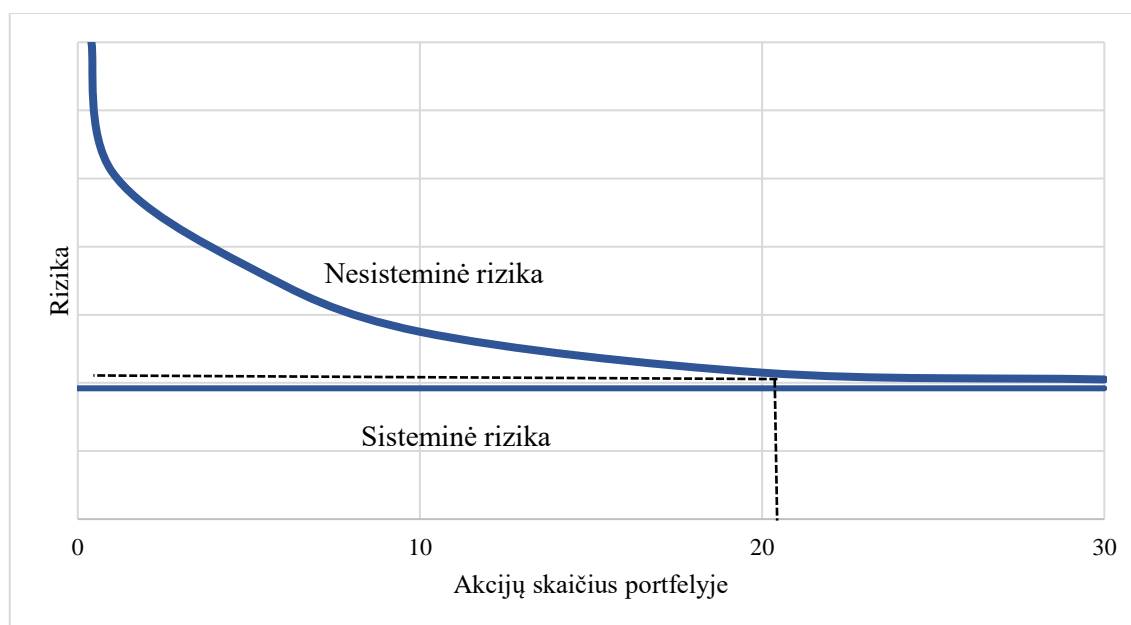
- įvertinti  $\beta$  koeficientą, kuris atskleidžia vertybinių popierių jautrumą rinkos pokyčiams;
- apskaičiuoti Treinoro beta koeficientą, kuris parodo portfelio rizikos premijos pelningumą vienam rizikos vienetai.

Bircea [5] tikina, jog nesisteminę rinkos riziką galima įvertinti tik apskaičiavus bendrąją ir nesisteminę rinkos rizikas. Kadangi bendrąją riziką sudaro sisteminė bei nesisteminė rizika, tai bendrosios ir sisteminės rizikos skirtumas leidžia surasti nesisteminę rinkos riziką. Autorius atliko tyrimą, kuriame apskaičiavęs bendrąją riziką (dispersijos koeficientą) iš jos išskaičiavo sisteminę ir nesisteminę rizikas. Jis suformavo portfelį iš 14 skirtingų sričių akcijų. Tirti 3 metų laikotarpio duomenys, t. y. nuo 2012 m. iki 2014 m. Tyrimui duomenys naudoti iš Bukarešto vertybinių popierių biržos (Rumunijos). Gauti rezultatai parodė, kad 90 proc. portfelio bendrosios rizikos sudaro nesisteminė rizika, ir tik 10 proc. – sisteminė rizika. Tačiau, autoriaus tikinimu, reikėtų atsižvelgti į tas rinkas, kuriose ekonomika yra išsivysčiusi ir ten sisteminės rizikos lygis yra pakankamas, kitaip sakant, rinkos grąža turi didelę įtaką.

Sudarant vertybinių popierių portfelį visos rizikos eliminuoti neįmanoma. Tačiau riziką galima valdyti tinkamai diversifikuojant portfelį. Kaip teigia Poškaitė [7], diversifikacija yra lėšų paskirstymas tarp tarpusavyje kuo mažiau susijusių objektų. Tuomet nuostolius, patirtus iš vieno objekto, bus galima padengti pelnu, patirtu iš kito objekto. Tokiu būdu galima sumažinti arba padidinti bendrus nuostolius arba pelną. Tomaševič [8, 192] tvirtina, kad diversifikuotos investicijos atliekamos siekiant:

- išnaudoti sinergetinį efektą tarp senų ir naujų veiklos sričių;
- įsigyti naujų technologijų arba žinių;
- išskaidyti arba sumažinti riziką.

Siekiant diversifikuoti portfelį, į jį galima įtraukti įvairios rūšies vertybinių popierių, juos skirstant pagal turto klases, sektorius, šalis, valiutas [8]. Cibulskienė ir Brazauskas [9] atliko tyrimą ir sudarė plačiai diversifikuotą portfelį. Tyrimo išvadose jie sako, jog populiariausias ir paprasčiausias portfelio diversifikavimo būdas – investicijas išskaidyti pagal skirtingus sektorius. Formuojant portfelį daugiausia dėmesio atkreipta į koreliacijos koeficientą, kuris atskleidžia vertybinių popierių tarpusavio ryšį. Koreliacijos koeficiento svarbą savo tyrime akcentavo ir Dewandaru et al. [10]. Taigi, siekiant sumažinti nesisteminę riziką, optimalu į portfelį įtraukti įvairių sektorių vertybinius popierius, kurių tarpusavio koreliacija būtų kuo silpnesnė.



**1.1 pav.** Sisteminės ir nesisteminės rizikos priklausomybė nuo akcijų skaičiaus portfelyje  
(sudaryta autorės, remiantis Sakalausku [2] ir Valakevičiumi [3])

Apibendrinus šią darbo dalį matyti, jog bendroji rinkos rizika yra skaidoma į sisteminę (tai rinkos rizika, kurios sumažinti negalima) ir nesisteminę (tai kiekvieno atskiro vertybinio popieriaus rizika). Nesisteminę riziką galima diversifikuoti į portfelį įtraukiant kuo daugiau skirtingų vertybinių popierių, kurie būtų iš skirtingų sektorių, regionų, šalių. Autoriai teigia, kad

norint maksimaliai sumažinti nesisteminę riziką į portfelį optimalu įtraukti 15–20 skirtingų vertybinių popierių, nes didinant skaičių, eliminuojamos rizikos dalis gerokai mažėja. Taigi, optimalų portfelį galima suformuoti tik tinkamai parinkus vertybinius popierius ir teisingais matais įvertinus riziką. Sisteminei rizikai matuoti skirta keletas metodų, o nesisteminės rizikos rodiklį galima gauti iš bendrosios rizikos atėmus sisteminę riziką.

## 1.2. Didieji duomenys

Norint suformuoti investuotojo lūkesčius atitinkantį vertybinių popierių portfelį, reikia tinkamai išanalizuoti istorinius įmonių duomenis, kurių įvairovė ir apimtys yra gan didelės. Taip pat duomenų srautas keičiasi kiekvieną dieną, todėl paprastais metodais būtų labai sunku sukurti ir atlikti skaičiavimus, kurie padėtų ne tik investuojant, bet ir kitose srityse. Tobulėjant kompiuterinei technikai ir atsirandant vis naujesnių bei sudėtingesnių skaičiavimo algoritmų, lengva kaupti ir analizuoti didelius duomenų kiekius, kuriuos tinkamai apdorojus galima gauti naudingos informacijos verslui, investicijoms, skaičiavimams ar kitoms sritims [11]. Formuojantis tokiai situacijai, atsirado ir pati didžiųjų duomenų sąvoka. Literatūroje apstu įvairių didžiųjų duomenų apibrėžimų – nuo 3 V iki 5 V (V raidėmis duomenų požymiai apibrėžiami anglų kalba). Dažniausiai išskiriamas didžiųjų duomenų apibrėžimas su 3 V [12] [13]:

- **apimtis** (angl. *volume*) – didžiuliai duomenų kiekiai, sugeneruojami kiekvieną sekundę;
- **sparta** (angl. *velocity*) – susijusi su greičiu, kuriuo nauji sugeneruoti duomenys juda aplink pasaulį. Pavyzdžiui, yra sukurti šablonai, kurie geba atpažinti neįprastus atvejus beveik realiu laiku, susijusius su kreditinių kortelių aferomis;
- **įvairovė** (angl. *variety*) – susijusi su skirtingomis duomenų formomis. Pavyzdžiui, tai duomenys, generuojami nuo finansinių įrašų iki socialinės žiniasklaidos kanalų; nuo nuotraukų iki jutiklinių duomenų; nuo animacinių filmukų iki balso įrašų.

Taip pat labai svarbu nustatyti, kaip didžiuosius duomenis atskirti nuo paprastų duomenų arba „mažųjų duomenų“, kurių sąvoka, kaip teigia Kitchinas [14], prieš keletą metų buvo labai reta, jeigu išvis vartojama. Norint atskirti, kur kokie duomenys yra, didieji ar mažieji, būtina aptarti pagrindines abiejų charakteristikas (žr. 1.2 lent.).

**1.2 lentelė.** Didžiųjų ir mažųjų duomenų palyginimas (sudaryta autorės, remiantis Berman [12])

	<b>Mažieji duomenys</b>	<b>Didieji duomenys</b>
<b>Tikslai</b>	Paprastai atsako į kokį nors klausimą ar padeda išspręsti norimą tikslą.	Sukuriamas tikslas, tačiau darbo metu gali atsirasti daug papildomų tikslų ar klausimų, kurie iš pradžių nebuvo numatyti.
<b>Vieta</b>	Paprastai susiję su viena įmone, dažniausiai dirbama su vienu kompiuteriu, kartais pakanka vieno failo.	Dirbama su duomenimis, esančiais elektroninėje erdvėje, su keliais interneto serveriais, kurie gali būti išsidėstę bet kur žemėje.

**1.2 lentelės tęsinys. Didžiųjų ir mažųjų duomenų palyginimas (sudaryta autorės, remiantis Berman [12])**

<b>Duomenų struktūra ir turinys</b>	Struktūruoti duomenys, sudaryti iš vienos srities ar posričio įrašų. Pastarieji yra vienodos formos, pateikti tvarkingoje skaičiuoklėje.	Sudaryti iš įvairių nestructūrizuotų duomenų (tokių kaip laisvos formos tekstiniai dokumentai, paveikslukai, garso įrašai, fiziniai objektai). Duomenys gali būti iš skirtingų arba viena kitai prieštaraujančių sričių.
<b>Duomenų paruošimas</b>	Daugeliu atvejų duomenų naudotojas ruošia savo paties duomenis savo tikslams įgyvendinti.	Duomenys yra iš daugelio skirtingų šaltinių ir juos ruošia daugelis žmonių. Žmogus, kuris naudoja duomenis, labai retu atveju yra žmogus, kuris juos ruošia.
<b>Ilgaaamžiškumas</b>	Projektui pasibaigus, duomenys saugomi ribotą laiką (retai ilgiau negu 7 metus) ir tuomet sunaikinami.	Didžiųjų duomenų projektai paprastai saugomi neribotą laiką. Idealiu atveju, kai vienas projektas baigiamas vykdyti, duomenys pereina kitam projektui. Dauguma tokių projektų yra susiję ir su ateitimi, ir su praeitimi.
<b>Matai</b>	Paprastai duomenys matuojami naudojant nustatytas taisykles, standartiniais vienetais.	Daug skirtingų duomenų tipų, skirtingais elektroniniais formatais. Matai gali būti nustatyti pagal daug skirtingų taisyklių. Didžiųjų duomenų kokybės užtikrinimas yra viena sunkiausių užduočių duomenų valdytojams.
<b>Atkuriamumas</b>	Paprastai projektai yra pakartojami. Jeigu iškyla klausimų apie duomenų kokybę, atkuriamumą, išvadų patikrinimą, visas projektas gali būti pakartojamas, sukuriant naują duomenų rinkinį.	Projekto atkuriamumas yra retai įmanomas.
<b>Situacija nesėkmės atveju</b>	Projekto kaštai yra riboti. Laboratorijos ir įstaigos paprastai geba atsigausti po nesėkmingo projekto vykdymo.	Projektai nepaprastai brangūs. Nesėkmingi projektai gali lemti bankrotą, institucines griūtis bei staigius duomenų šaltinių suirimus.
<b>Duomenų pasiekiamumas</b>	Duomenų lentelės identifikuojamos pagal jų eilutės ar stulpelio vietą skaičiuoklėse ar duomenų bazių lentelėse. Jeigu naudotojas žino stulpelio ar eilutės pavadinimą, jis laisvai gali rasti jį dominančią informaciją.	Kol duomenys iki galo neapdoroti, juose rasti dominančią informaciją yra neįmanoma net duomenų valdytojui. Pabaigus tvarkyti duomenis, informacija apie jų reikšmes ar norima analizė yra pasiekama panaudojus atitinkamus algoritmus ar programines priemones.
<b>Analizė</b>	Duomenis, esančius projekte, galima analizuoti ir kaip projekto duomenis, ir pavieniui. Vadinasi, viskam galima pasitelkti vieną metodą, arba viską daryti skirtingais metodais.	Išskyrus kelias išimtis, kaip dirbant su superkompiuteriais ar lygiagrečiai su keliais kompiuteriais vienu metu, duomenys paprastai analizuojami skirtingais etapais. Duomenys išgaunami, peržiūrimi, sumažinami, normalizuojami, transformuojami, vizualizuojami, interpretuojami ar peranalizuojami skirtingais metodais.

Apibendrinant galima teigti, kad didžiųjų duomenų tyryba, pritaikius tinkamus metodus, suteikia galimybę greitai ir efektyviai gauti reikiamos informacijos. Dažniausiai didžiųjų duomenų sąvoka apibrėžiama trijų anglišku V raidžių deriniu: apimtis (angl. *volume*), sparta (angl. *velocity*) ir įvairovė (angl. *variety*). Taip pat literatūroje yra išskiriami svarbiausi bruožai, kaip didieji duomenys skiriasi nuo paprastų duomenų, dar vadinamų *mažaisiais*.

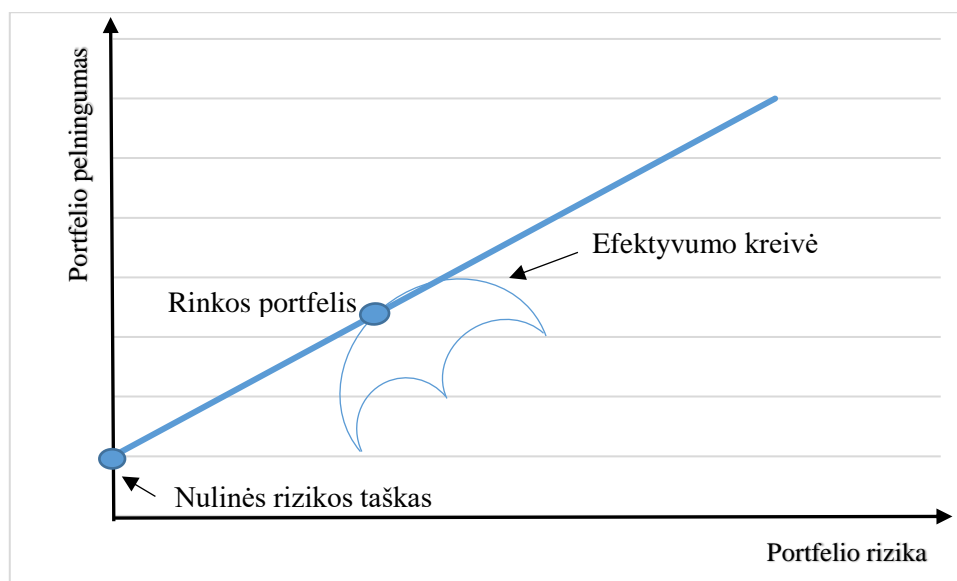
### 1.3. Vertybinių popierių portfelio formavimo metodų apžvalga

Norint suformuoti gerą ir patikimą vertybinių popierių portfelį, reikia atlikti istorinių duomenų analizę bei pasirinkti tinkamą portfelio formavimo metodą. Siekiant, kad metodas būtų patikimas ir tenkintų visus investuotojo keliamus kriterijus, tikslinga atlikti mokslinės literatūros

analizę. Ja remiantis atliekama metodų lyginamoji analizė ir išsirenkamas tinkamas metodas, kuris bus taikytinas kitose darbo dalyse. Visų pirma, bus apžvelgtos pagrindinės portfelių formavimo teorijos, o kitoje dalyje – pristatyti mokslininkų praktiniai darbai.

Mokslininkai yra sukūrę daug ir įvairių teorijų, susijusių su optimalaus portfelio kūrimu. Pirmasis, 1952 m. iškėlęs portfelio optimizavimo idėją, buvo H. Markovičius [15]. Jis teigė, kad sudarant vertybinių popierių portfelį, reikėtų naudoti įmonių gaunamą vidutinį pelną, standartinį nuokrypį (riziką) ir koreliaciją tarp portfelių sudarančių vertybinių popierių. Taip gaunamas efektyvus portfelis, kuris apibūdinamas kaip turintis mažiausią riziką, esant atitinkamam pelningumui, kitais žodžiais tariant, turintis didžiausią pelningumą, esant mažiausiam rizikos lygiui. Labai svarbu tai, jog šio mokslininko teorija nepadedą surasti optimalaus portfelio, tik leidžia surasti efektyvumo kreivę, kurioje išsidėstę portfeliai yra optimalūs [16]. Praktikoje, norint suformuoti portfelį iš didelio kiekio vertybinių popierių, reikia atlikti labai daug įvairių skaičiavimų, susijusių su vertybinių popierių tarpusavio koreliacija ir kovariacija. Tai užima labai daug laiko ir apsunkina šio metodo taikymą.

Siekdamas supaprastinti Markovičiaus modelį, J. Tobinas 1958 m. pasiūlė formuojant portfelį įtraukti ir nerizikingus vertybinius popierius. Tokiu būdu efektyvumo kreivė yra performuojama į tiesią liniją. Taip pat, Tobinas [17] tvirtina, jog visi investuotojai turėtų pasirinkti optimaliai rizikingą portfelį – tai portfeliai, esantys ant efektyvumo kreivės, ir papildyti nulinės rizikos vertybiniais popieriais, kurie bus ant liestinės efektyvumo kreivės nuo nulinės rizikos taško (žr. 1.2 pav.). Ši tiesė vadinama kapitalo rinkos linija (angl. *Capital Market Line*), o jos susikirtimas su efektyvumo kreive – rinkos portfelis. Individualūs investuotojai turėtų atsižvelgti į pasirinktą rizikos toleravimo lygį ir pagal tai į portfelį pridėti daugiau ar mažiau nerizikingų vertybinių popierių.



1.2 pav. Kapitalo rinkos linija ir efektyvumo kreivė (sudaryta autorės, remiantis Sakalausku [2])



W. Šarpas 1963 m. pristatė patobulintą modelį, kuris pavadintas ilgalaikio turto įkainojimo modeliu (angl. *CAPM – Capital Asset Pricing Model*). Modelio esmė – pasirinktų vertybinių popierių pelningumas priklauso nuo rinkos pelningumo [16]. Kitaip tariant, vertybinių popierių pelningumas kinta kartu su rinkos pelningumu. Naudojantis šiuo modeliu galima apskaičiuoti konkretaus vertybinio popieriaus pelno normą, žinant vidutinę pelningumo reikšmę ir jo kitimo intervalą. Svarbiausias šio modelio privalumas – jis leidžia bendrąją riziką išskaidyti į nesisteminę ir sisteminę, todėl lengva gauti pastarosios įvertį. Valakevičius [3] išskiria šias modelio sudarymo prielaidas, kurios atspindi jo kūrimą:

- nemokami jokie mokesčiai, susiję su gautu pelnu ar sandorių sudarymu;
- finansų rinkose prekiaujama įvairiais vertybiniais popieriais, t. y. ir rizikingais, ir nerizikingais. Galima pirkti ar parduoti bet kurią vertybinio popieriaus dalį;
- laikomasi prielaidos, kad individualaus investuotojo kapitalas yra mažas, palyginti su visų investuotojų turtu. Tai reiškia, jog individualus investuotojas negali veikti vertybinių popierių kainų, ir tai vadinama teisingos konkurencijos prielaida;
- visi investuotojai savo portfelius optimizuoja tik vidutinės grąžos ir rizikos atžvilgiu;
- jeigu yra žinomos vertybinių popierių kainos ir nerizikingoji palūkanų norma, tai visi investuotojai naudoja tas pačias finansinių aktyvų grąžas ir kovariacijų matricas, sudarydami efektyvius ir optimalius portfelius.

Pristatyti metodai laikomi vertybinių popierių optimalaus portfelio formavimo metodų pradininkais. Remiantis šiais metodais sukurta ir atrasta daug naujesnių metodų, kurie leidžia jautriau įvertinti riziką arba formuojant portfelį atsižvelgti į daugiau kriterijų, ne tik pelningumą ir riziką. Kitoje darbo dalyje apžvelgiama literatūra, siekiant nustatyti, kokie portfelio formavimo metodai dažniausiai taikomi šiuolaikinėje mokslinėje literatūroje ir kuriais geriau remtis atliekant empirinį tyrimą.

#### **1.4. Optimalaus portfelio formavimo empirinių tyrimų apžvalga**

Šioje darbo dalyje aptariami naujausi tyrimai bei mokslo straipsniai, susiję su optimalaus portfelio formavimu – akcentuotinas formavimo metodas, duomenų šaltinis ir imtis, tyrimo rezultatai. Kiekvienas straipsnis arba tyrimas aprašytas remiantis minėtais kriterijais, o poskyrio pabaigoje visų tyrimų santrauka pateikta lentelėje.

Alrabadi [18], atlikdama tyrimą, naudojo du metodus: Markovičiaus sukurtą vidutinės dispersijos optimizavimo sistemą ir apibendrintą redukuoto gradiento (angl. *Generalized reduced Gradient*) netiesinį algoritimą. Tyrimo tikslas buvo surasti optimalų portfelį, kuris duotų maksimalią grąžą esant minimaliai rizikai. Portfeliui formuoti pasirinkta 30 trijų skirtingų sektorių (pramonės, paslaugų ir finansų) akcijų, iš kiekvieno sektoriaus po 10. Analizei buvo pasirinktos

mėnesinės akcijų uždarymo kainos iš Amano (Jordanija) vertybinių popierių biržos, laikotarpiu nuo 2009 m. iki 2013 m. Kiekvienai akcijai suskaičiuoti trys rodikliai: logaritminės akcijų kainų uždarymo gražos, standartinis nuokrypis ir Šarpo indeksas (angl. *Sharpe ratio*). Naudojant Markovičiaus metodą, siekiama gauti optimalų portfelį – su maksimaliu pelnu, esant minimaliai rizikai. Situacija buvo modeliuojama sukuriant 6 portfelius, kurių svoriams gauti panaudotas apibendrintas redukuoto gradiento netiesinis algoritmas. Autorė siekė išspręsti daugiakriterį uždavinį – suformuoti optimalų portfelį, kuris duotų maksimalią gražą, turėtų didžiausią Šarpo koeficientą, atitiktų investuotojo toleruotiną rizikos lygį (standartinį nuokrypį). Kai kurie portfeliai buvo suformuoti su neigiamais svoriais (leidžiamas skolintų akcijų pardavinėjimas – angl. *short selling*). Gavus rezultatus, paaiškėjo algoritmo taikymo nauda. Rezultatai atskleidė, kaip esant tai pačiai rizikai gali gerokai skirtis portfelių pelningumas (net keliais procentais). Taip pat, Šarpo indekso reikšmė svyruoja gan stipriai – nuo 3,41 iki 7,39. Atliktas tyrimas parodė, kokią naudą investuotojui gali suteikti tinkamai pasirinktas portfelio formavimo metodas.

Bergeris ir Fiebergas [19] savo tyrime analizavo, kaip investuotojai, formuodami portfelius, gali į juos įtraukti įvairaus pobūdžio turtą ir faktorines gražas, bei įvertino tokių rezultatų sėkmingumą. Autoriai tvirtina jog sudėtinga prognozuoti vidutines portfelio gražas, todėl praktikoje su portfelio optimizavimu susiję sprendimai yra primami atsižvelgiant į rizikos optimizavimą, kai vidutinės dispersijos optimizavimas yra beveik nenaudojamas. Portfelio rizikai prognozuoti retai naudojamas variacijos–kovariacijos matricos metodas. Tyrimui naudojamos 29 įmonių akcijos, kurios priklauso DJIA indeksui ( DJIA – *Dow Jones Industrial Average*). Skaičiuojamos kasdienės gražos nuo 2000 m. iki 2015 m., kurios buvo išskirtos į dvi grupes: trumpalaikio triukšmo ir ilgalaikių tendencijų. Tyrimas grindžiamas 4 faktorinių modelių taikymu, kuriais siekiama apibrėžti variacijos–kovariacijos matricas ir pagal tai pasirinkti minimalios dispersijos portfelį. Gauti rezultatai byloja, kad optimalus portfelis, sudarytas iš variacijos–kovariacijos matricos, yra geresnis, todėl šio metodo taikymas – puikus būdas valdyti portfelį. Rezultatai liudija, kad naudotas keturių faktorių modelis yra pakankamas, norint rasti minimalios dispersijos portfelį. Visada reikėtų atkreipti dėmesį į tai, kad „išvalyti“ duomenys rodo geresnius rezultatus, negu tie duomenys, kuriuose nėra atskirtas trumpalaikis triukšmas ir ilgalaikės tendencijos.

Solimanpuras, Mansourfara ir Ghayouras [20] savo tyrime pristatė daugiakriterius modelius, kurie padėtų pasirinkti optimalų portfelį. Buvo naudojami du daugiakriterio optimizavimo būdai – tai genetinis algoritmas ir analitinis hierarchinis procesas (angl. *Analytic Hierarchy process*). Genetinis algoritmas padeda rasti optimalius portfelius, o analitinis hierarchinis procesas leidžia suskaičiuoti investuotoją dominančių kriterijų svorius ir nustatyti kiekvieno portfelio rangą. Portfelis, kurio rangas yra didžiausias, pasirenkamas kaip optimalus. Valdant finansus optimalaus

portfelio pasirinkimas yra daugiakriterė sprendimų priėmimo problema. Atliekant tyrimą, problema sprendžiama dviem etapais. Pirmame etape, pasitelkus matematinį programavimą, siekiama rasti Markovičiaus teorijos prasme optimalų portfelį pagal du kriterijus, t. y. grąžą ir riziką. Tariant, kaip portfelis reaguoja esant keletui kriterijų, naudojamas genetinis algoritmas, kurio rezultatai parodo portfelius, gautus suderinus kelis kriterijus. Pasirinkti papildomi kriterijai, tokie kaip: likvidumo rodiklis; beta, alfa, Šarpo ir Treinoro koeficientai. Portfelis formuojamas iš 94 akcijų, kurios priklauso S&P 100 indeksui iš JAV vertybinių popierių biržos. Tiriamas laikotarpis – nuo 2001 m. iki 2010 m. Siekiant rasti Markovičiaus optimalų portfelį, dėl genetinio algoritmo, suformuojama 12 skirtingų portfelių. Analitinio hierarchinio proceso metodas leidžia sprendimų priėmėjui pasirinkti geriausią portfelį iš 12 suformuotų.

Liu ir Zhang'as [21] savo darbe analizavo daugiakriterio portfelio optimizavimo problemą neapibrėžtoje aplinkoje, kuri pasižymi neapibrėžtomis grąžos ir apyvartos normomis. Taip yra todėl, nes paprastai investuojant į rizikingą turtą, esant neapibrėžtai ekonominei aplinkai, akcijų grąža gali skirtis laikas nuo laiko. Taigi, investuotojui yra labai sunku prognozuoti ateities tendencijas ir gauti tikslius akcijų grąžų tikimybinus skirstinius, kadangi yra neapibrėžtų ir nežinomų faktorių, kurie gali visa tai įtakoti. Neapibrėžti faktoriai yra kitokie nei atsitiktiniai. Neapibrėžti faktoriai, veikiantys finansų rinkas, gali būti tokie kaip: ekonominiai, politiniai, teisiniai, įstatyminiai, žmonių psichologijos veiksniai ir pan. Pastarasis veiksnys negali būti ignoruojamas, kadangi jis daro didelę įtaką sudarant vertybinių popierių portfelius. Atsižvelgiant į tokius veiksnys, portfelio sudarymui neapibrėžto matematinio programavimo metodai (angl. *fuzzy methods*) tinka daug labiau nei tikimybiniai metodai. Remiantis tikimybių teorija, neapibrėžtos grąžos ir likvidumas yra skirstomas pagal tikimybinį vidurkį. Atliekant tyrimą portfelis formuojamas pagal du metodus: genetinį algoritmą ir skaitinį pavyzdį. Darbo pabaigoje gauti rezultatai yra palyginami. Abejais atvejais portfelis formuojamas iš 10 skirtingų akcijų, kuriomis prekiaujama Šanchajaus vertybinių popierių biržoje. Tyrimui naudojamos akcijų kainų ir apyvartų grąžos, laikotarpyje nuo 2005 m. sausio iki 2008 m. sausio. Naudojant genetinį algoritmą buvo siekiama daugiakriterį uždavinį performuoti į vienakriterį (naudojami trys kriterijai – pelnas, likvidumo rizika ir žemiausia tikimybinė dispersija). Skaitinis pavyzdys pasitelktas norint parodyti modeliuojamo algoritmo efektyvumą. Gauti rezultatai parodė, kad modeliuojami rezultatai atitinka realias tendencijas, o sudarytas algoritmas – patikimas ir tinkamas naudoti.

Mainikas, Mitovas ir Rüşendorf [22] savo darbe siūlo išbandyti naują portfelio optimizavimo strategiją, kurios tikslas – pagerinti portfelio grąžą, stabilizuojant jo vertę. Minimaliai sumažinus išmokamų lėšų tikimybę, ši strategija gali padėti greitai atgauti portfelio vertę, net esant aukštam rizikos lygiui rinkoje. Visų pirma, atliekant tyrimą taikomas ekstremalus rizikos indeksas (angl. *Extreme Risk Index*), kuriuo remiantis siekiama rasti optimalų portfelį. Šis

metodas remiasi daugiakriterės ekstremalios vertės teorija (angl. *Multivariate Extreme Value Theory*), kuri minimizuoja didelių portfelio nuostolių tikimybę. Ši teorija naudojama portfeliams, turintiems sunkias uodegas – realūs duomenys būtent jomis ir pasižymi. Šia strategija suformuoto portfelio rodikliai lyginami su minimalios dispersijos ir vienodo svorio portfeliais. Tyrime atliekamas portfelių tarpusavio palyginimas apima tokius rodiklius, kaip: grąža, maksimalūs lėšų išmokėjimai, operacijų savikaina, portfelio koncentracija ir akcijų, sudarančių portfelį, įvairovė. Tyrimui naudojamos kasdienės akcijų kainų logaritminės grąžos, gautos iš 444 akcijų, priklausančių S&P 500 indeksui iš JAV vertybinių popierių biržos. Naudojamos tik akcijos, turinčios pilnus istorinius duomenis per 10 metų, tai yra laikotarpiu nuo 2001 m. spalio 19 d. iki 2011 m. spalio 19 d. Gauti rezultatai liudija, jog ekstremalus rizikos indeksas yra geriausias metodas, dirbant su duomenimis, turinčiais sunkias uodegas. Šiuo būdu suformuotas optimalus portfelis duoda net 11,5 proc. didesnę pelną, palyginti su kitais dviem metodais suformuotais portfeliais. Rezultatai buvo daug geresni ir per finansų krizę. Tai turėtų nusverti didesnes šio metodo operacijų kainas.

Hatemi-J ir El-Khatibas [23] savo darbe pateikia portfelio diversifikavimo problemos sprendimą, paremtą optimalių svorių radimu. Atlikto tyrimo rezultatas – pakoreguotos grąžos maksimizavimas, paremtas biudžeto apribojimais. Tai yra priešingas sprendimas standartiniam metodui, kai siekiama rasti reikiamus svorius, atsižvelgiant į minimalią dispersiją, paremtą biudžeto apribojimais. Darbo esmė – siekti pageidaujamos grąžos, esant atitinkamai rizikai. Norima, kad investuotojai riziką ir grąžą vertintų kartu, o ne atskirai. Autoriai pateikė matematinį įrodymą kaip pasiūlymą rizikos ir grąžos suderinamumui. Siūlomas metodas taikomas išspręsti problemą su akcijų rinkų indeksais iš dviejų didžiausių ekonomikų pasaulyje, tai Kinijos ir JAV. Tyrimui sukuriama vienas bendras abiejų rinkų portfelis ir naudojami mėnesiniai duomenys, už laikotarpį nuo 1999 m. iki 2015 m. Duomenų šaltinis – FRED duomenų bazė, prie kurios priėjimą suteikia Šv. Luiso federalinis bankas. Tyrimo rezultatai rodo, kad, lyginant Markovičiaus ir tyrėjų metodus, pagal pastarąjį gauta grąža yra didesnė 0,935 proc. Tai reiškia, jog investuotojas, naudodamas siūlomą metodą ir derindamas riziką su grąža, vienam rizikos vienetui grąžą gali padidinti beveik vienu procentu. Apibendrinant galima teigti, kad labai svarbu, jog investuotojas riziką ir grąžą vertintų kartu, o ne koncentruotųsi tik į riziką, arba tik į grąžą, tam puikiai tinka siūlomas patobulintas portfelio formavimo metodas.

Bekirosas, Hernandezas, Hammoudehas ir Nguyenas [24] savo darbe siūlo integruotą sistemą, modeliuoti ir vertinti dideles priklausomybių matricas, naudojant porines jungtis (angl. *copulas*) bei minimalios rizikos optimalius portfelius, su penkiomis rizikos matavimo priemonėmis, pasaulinės finansų krizės kontekste. Darbe formuojami du portfeliai: vienas iš 20 aukso apdirbimo pramonei priklausančių įmonių, o kitas – iš 20 skirtingų geležies rūdos pramonei

priklausančių įmonių, iš Australijos vertybinių popierių biržos. Tyrimui naudojamos kasdienės akcijų kainų gražos, laikotarpiu nuo 2005 m. sausio iki 2012 m. liepos. Tiriant duomenys suskirstyti į tris laikotarpius: 2005 m. sausis–2007 m. liepa (laikotarpis prieš finansų krizę), 2007 m. liepa–2009 m. gruodis (laikotarpis per finansų krizę) ir 2010 m. sausis–2012 m. liepa (laikotarpis po krizės). Logaritminės gražos pirmiausia išfiltruotos naudojant ARMA(1,1)-GARCH(1,1) metodą su Stjudento-t kriterijumi. Buvo sudarytos priklausomybių matricos ir surasti optimalūs portfelių svoriai. Minimali portfelio rizika vertinta naudojant kelis kombinuotus rizikos matus, kartu su tiesiniais ir netiesiniais optimizavimo metodais. Sukurta integruota modeliavimo sistema, paremta porinėmis jungtimis ir portfelio optimizavimu bei rizikos vertinimu, siekia pagerinti suformuotų portfelių vertinimo tikslumą. Gauti modeliavimo rezultatai patvirtina porinių jungčių modelių tinkamumą analizuojant du portfelius trimis skirtingais laikotarpiais. Remiantis akcijų priklausomybės rizika bei portfelių tarpusavio priklausomybe, esant žemam ir aukštam rizikos lygiui (specifinėmis rinkos sąlygomis), aukso pramonės akcijos yra mažiau rizikingos negu geležies rūdos pramonės akcijos. Pastarosios finansų krizės ir neapibrėžtumo laikotarpiu yra charakterizuojamos kaip mažesnio patikimumo akcijų rinkose. Aukso akcijos yra vertinamos visais laikais: ir krizės, ir finansinio augimo. Geležies rūdos pramonės akcijos itin vertinamos, kai rinkose yra nusistovėjusi normali situacija.

Sarkeris [25], atlikdamas tyrimą, formavo optimalų portfelį, naudodamas Šarpo metodą. Autorius pastebi, kad investuotojai, norintys padaryti geras investicijas, visada siekia sumažinti riziką ir kaip įmanoma maksimizuoti pelną. Tyrimo idėja ir kilo iš šios problemos, kad siekiama suformuoti optimalius portfelius iš realių duomenų ir priimti investuotojų lūkesčius atitinkančius sprendimus. Tyrimui naudojamos 164 įmonių mėnesinės akcijų uždarymo kainos, informacija apie išmokamus dividendus bei pačios biržos mėnesinės uždarymo kainos indeksas. Tyrimo laikotarpis – nuo 2007 m. liepos iki 2012 m. birželio. Tyrimui naudoti duomenys iš Dakos vertybinių popierių biržos (Bangladešas). Tyrimas atliktas Microsoft Excel programine įranga. Empirinė duomenų analizė parodė, kad iš 164 įmonių 7 turi neigiamą gražą, o 157 – teigiamą. 61 įmonės beta rodiklis buvo didesnis už vienetą, o tai liudija, jog akcijų kaina kinta greičiau negu rinkos indeksas. Remiantis atmetimo principu, galutinis optimalus portfelis suformuotas iš 33 akcijų. Jo graža yra 6,17 proc., rizika – 8,76 proc. Atliktas tyrimas rodo, kad portfelio beta yra gerokai mažesnė nei rinkos, o portfelio graža yra daug didesnė nei dispersija. Taip pat, pagal Šarpo modelį, optimalaus portfelio formavimas yra labai paprastas ir naudingas. Šio tyrimo rezultatai panašūs į kitų mokslininkų atliktus tyrimus. Apibendrinant galima teigti, jog atlikus empirinę analizę nesunku nustatyti gražos kitimą, atsižvelgus į portfelio ir rinkos beta koeficientą, kuris įvertina sisteminę rinkos riziką.

Andreutas [26] savo darbe tyrė portfelio optimizavimo problemą, esant privalomam vertybinių popierių apribojimui (kuomet leidžiamas didelių kiekių vertybinių popierių trumpasis ir ilgasis pardavimai). Neseniai įrodyta, jog naudojant netiesinius apribojimus, galima sukurti daug optimalių portfelių, kurie visiškai skiriasi vienas nuo kito, taip pat yra labai jautrūs bet kokiems įvesties parametrų pokyčiams. Tačiau yra šiek tiek abejojama tokiu sprendimų priėmimu, todėl autorius pateikė naują, patobulintą, sprendimo būdą. Jis analizuojamą problemą pristatė kaip tokią: duotus finansinius instrumentus charakterizuoti pagal laukiamą grąžą ir jų tarpusavio kovariaciją, rasti optimalius svorius, su kuriais portfelio rizika būtų kuo mažesnė, grąža – didesnė. Problemai spręsti autorius naudoja netiesinius įmokų suvaržymo ribojimus, esant kvadratiniam problemos formulavimui. Andreutas savo tyrimu atskleidžia, kad optimalius portfelio svorius galima rasti suskaičiavus vidutines lauko magnetines zonas (angl. *magnetizations*), naudojant atsitiktinį Isingo modelį (angl. *Ising model*), kurio apribojimai yra magnetinės zonos normos konstanta. Remiantis tokiu modeliu galima sumažinti turimas problemas, naudojant  $2N$  sprendinius, kai  $N$  – portfelyje esančių vertybinių popierių skaičius. Tyrimas grįstas ir skaitiniu pavyzdžiu. Suformuotas 12 akcijų, priklausančių informacinių technologijų sektoriui, portfelis. Akcijų duomenys imti iš Nasdaq vertybinių popierių biržos. Naudotos kasdienės akcijų uždarymo kainos. Tirtas laikotarpis – 300 dienų.

Aracioglu, Demircana ir Soyueris [27] teigia, jog optimalaus portfelio sudarymas yra viena sudėtingiausių ir akcentuojamiausių problemų finansų pasaulyje. Jai spręsti mokslininkai bando pritaikyti pačius įvairiausius metodus. Autoriai tikina, kad tikslų programavimas (angl. *Goal Programming*) yra viena svarbiausių tiesinio programavimo kategorijų. Šio metodo idėja tokia, kad vietoje kiekvienos tikslo funkcijos optimizavimo, sprendimų priėmėjas turi nurodyti kiekvienos tikslo funkcijos pageidautinas reikšmes. Pagrindinis šio metodo tikslas – sumažinti nukrypimus tarp tikslų ir gautų rezultatų juos įgyvendinus. Dėl šios priežasties autoriai darbe naudoja daugiatisles programines priemones (angl. *Multiobjective programming*), kurios leidžia išspręsti norimas optimizavimo problemas, turint tikslo funkciją bei įvertinant tam tikrus apribojimus. Atlikdami tyrimą autoriai pasirinko tokius tikslus: laukiamos grąžos ir grąžos asimetrijos maksimizavimas, grąžos dispersijos ir eksceso minimizavimas. Tikslai vertinami naudojant polinominio tikslų programavimo (angl. *Polynomial Goal Programming*) metodą. Tyrimui naudoti duomenys iš Istanbulo vertybinių popierių biržos (Turkija). Pirminei analizei pasirinktos 30 akcijų kasdienės kainos. Portfelis suformuotas iš 8 akcijų, kadangi tik jos turėjo teigiamas kasdienes grąžas, 2010-01-04 – 2010-12-31 laikotarpiu. Tyrimui naudotos kasdienės logaritminės grąžos. Tyrėjų pagrindinis tikslas – nustatyti ryšį tarp investuotojo pageidaujamų akcijų ir aprašomosios portfelio statistikos. Būtent dėl šios priežasties, optimizuojant portfelį, siektiniais tikslais ir buvo pasirinktas vidurkis, dispersija, asimetrija bei ekscesas. Tyrimo rezultatai

atskleidė, jog formuojant optimalų portfelį, investuotojo keliami tikslai lems ir vertybinių popierių pasiskirstymą portfelyje (svorius), ir norimų vertybinių popierių grąžų aprašomąsias statistikas.

### 1.3 lentelė. Empirinių tyrimų santrauka

Autoriai ir tyrimo metai	Naudoti metodai	Tyrimui naudoti duomenys	Tyrimo rezultatai
Aracioglu, Demircan, Soyuer (2011)	Polinominis tikslų programavimas (vienas iš tiesinio programavimo metodų)	Portfelis suformuotas iš 12 akcijų, iš Istanbulo vertybinių popierių biržos. Naudotos vienu metų kasdienės logaritminės grąžos.	Formuojant optimalų portfelį iškelti keturi tikslai: laukiamos grąžos ir grąžos asimetrijos maksimizavimas, grąžos dispersijos ir eksceso minimizavimas. Tyrimo rezultatai parodė, kad investuotojo keliami tikslai lems ir vertybinių popierių pasiskirstymą portfelyje (svorius), ir norimų vertybinių popierių grąžų aprašomąsias statistikas.
Andreucut (2014)	Netiesinio optimizavimo metodai	Suformuotas 12 akcijų portfelis iš informacinių technologijų srities. Tirtas laikotarpis – 300 dienų.	Autorius tyrė netiesinio optimizavimo problemą, kai leidžiamas trumpasis ir ilgasis vertybinių popierių pardavinėjimas. Atliktas tyrimas parodė, kad galima sumažinti turimas problemas, naudojant 2N sprendinius, kai N yra portfelyje esančių vertybinių popierių skaičius.
Sarker (2013)	Šarpo metodas	Tyrimui naudoti 164 akcijų duomenys iš Dakos vertybinių popierių biržos. Tyrimo laikotarpis – nuo 2007 m. liepos iki 2012 m. birželio. Naudotos mėnesinės akcijų uždarymo kainos.	Naudotas Šarpo metodas leidžia nustatyti portfelio ir rinkos indekso beta koeficientą, kuris parodo sisteminę riziką. Tyrimo rezultatai atskleidė, kad įvertinus šį rodiklį galima nustatyti, kaip akcijų kainos reaguoja į rinkos svyravimą. Remiantis atmetimo principu, optimalus portfelis suformuotas iš 33 akcijų. Jo vidutinė grąža yra 6,17 proc., o rizika – 8,76 proc.
Bekiros, Hernandez, Hammoudeh, Nguyen (2015)	Porinių jungčių metodas	Formuoti du portfeliai: vienas iš 20 aukso pramonės akcijų, kitas iš 20 geležies rūdos pramonės akcijų. Duomenys iš Australijos vertybinių popierių biržos. Tirtas laikotarpis – nuo 2005 m. sausio iki 2012 m. liepos.	Naudojant porinių jungčių metodą ir suformavus optimalius portfelius bei gautus rezultatus vertinant sudarius priklausomybių matricas, galima nustatyti, kokius vertybinius popierius yra geriau įtraukti į portfelius. Darbe duomenys analizuoti pagal tris skirtingus laikotarpius: prieš krizinį, krizinį ir po krizinį. Naudoti metodai leidžia nustatyti, kurias akcijas naudingiau įtraukti į portfelius, ir kurių pelningumas yra ne toks jautrus krizės atveju. Nustatyta, kad aukso pramonės akcijos yra stabilesnės.
Hatemi-J, El-Khatib (2015)	Markovičiaus ir autorių pasiūlytas alternatyvus metodas	Mėnesiniai JAV ir Kinijos akcijų rinkų indeksų duomenys, laikotarpiu nuo 1999 m. iki 2015 m. Duomenų šaltinis – FRED duomenų bazė.	Pasiūlytas patobulintas portfelio formavimo metodas, kuriame atsižvelgiama į riziką ir grąžą kaip visumą, o ne vertinamas kiekvienas kriterijus atskirai. Gauti rezultatai parodė, kad portfelį formuojant tokiu metodu, vienam rizikos vienetui grąžą galima padidinti beveik 1 proc.
Mainik, Mitov, Rüschemdorf (2015)	Ekstremalus rizikos indeksas, Markovičiaus ir vienodo svorio metodas	444 akcijų kasdienės grąžos iš S&P 500 indekso. Analizuoti 10 m. laikotarpio duomenys – nuo 2001 m. iki 2011 m.	Tarpusavyje palyginus įvairius rodiklius, gauti rezultatai atskleidė, jog geriausia optimalų portfelį formuoti pagal ekstremalų rizikos indeksą. Šis metodas itin tinkamas dirbant su realiais rinkos duomenimis, taip pat sumažinama portfelio vertės sumažėjimo tikimybė.

### 1.3 lentelės tęsinys. Empirinių tyrimų santrauka

Liu, Zhang (2013)	Genetinis algoritmas	10 akcijų iš Šanchajaus vertybinių popierių biržos. Naudota akcijų ir apyvartų gražos, laikotarpiu nuo 2005 m. sausio iki 2008 m. sausio.	Suformavus portfelį genetiniu algoritmu, gauti rezultatai palyginti su skaitiniu būdu suformuotu portfeliu. Abiem būdais gauti rezultatai panašūs, tad nustatyta, kad algoritmas yra patikimas ir atliktais skaičiavimais galima remtis kituose darbuose.
Solimanpur, Mansourfar, Ghayour (2015)	Genetinis algoritmas ir analitinis hierarchinis procesas	94 akcijos iš S&P 100 indekso. Duomenys apie akcijas nuo 2001 m. iki 2010 m.	Portfelis formuotas atsižvelgus į 7 kriterijus: rizika, graža, likvidumo rodiklis, beta, alfa, Šarpo ir Treinoro koeficientai. Genetinis algoritmas leido suformuoti 12 skirtingų portfelių, o sprendimų priėmėjo lūkesčius labiausiai atitinkantis pasirinktas pagal analitinio hierarchinio proceso metodą.
Berger, Fieberg (2016)	Įvairių faktorių metodas (angl. <i>multi-scalefactor method</i> )	Naudota 29 įmonių akcijos iš DJIA indekso. Skaičiuotos kasdienės gražos nuo 2000 iki 2015 m.	Gauti rezultatai parodė, kad optimalus portfelis, sudarytas iš variacijos–kovariacijos matricos, yra geresnis, todėl šio metodo taikymas – puikus būdas valdyti portfelį. Naudotas keturių faktorių modelis yra pakankamas, norint rasti minimalios dispersijos portfelį.
Alrabadi (2016)	Markovičiaus ir apibendrintas redukuoto gradiento netiesinis algoritmas	Portfelis formuotas iš 30 trijų skirtingų sektorių akcijų. Naudotos mėnesinės akcijų uždarymo kainos, laikotarpiu nuo 2009 iki 2013 m. Duomenys imti iš Amano vertybinių popierių biržos.	Apibendrintas redukuoto gradiento netiesinis algoritmas leido suformuoti 6 skirtingus portfelius (buvo leidžiamas skolintų akcijų pardavinėjimas). Panaudojus Markovičiaus metodą ieškotas optimalus portfelis. Algoritmo taikymas leido atskleisti portfelio diversifikavimo naudą, kadangi gautų portfelių pelningumas svyravo net keliais procentais, esant panašiam rizikos lygiui.

Atlikus empirinių tyrimų apžvalgą, galima daryti išvadą, kad mokslininkai, atliekantys tyrimus optimalių portfelių sudarymo srityje, dažniausiai taiko daugiakriterio optimizavimo metodus (žr. 1.3 lent.). Pastarieji leidžia suderinti portfelio optimizavimą su išsamium daugiareikšmių kriterijų nagrinėjimu. Apžvelgtuose tyrimuose dažniausiai taikomas genetinio algoritmo metodas, portfeliai formuoti iš pavienių akcijų, arba priklausančių indeksui, pavyzdžiui, S&P arba DJIA. Tirtas laikotarpis svyruoja nuo 300 dienų iki 16 metų istorinių duomenų.

#### Apžvalga

Atlikus mokslinės literatūros analizę, nustatyta, kad siekiant suformuoti optimalų vertybinių popierių portfelį, būtina įvertinti sistemine ir nesisteminę riziką. Išanalizavus 1.4 darbo dalyje pateiktus praktinius darbus, pastebėta, kad dažniausiai yra vertinama bendra rizika, t. y. ji neskaidoma į sistemine ir nesisteminę. Moksliniuose darbuose teigiama, kad nesisteminė rizika yra diversifikuojama, t. y. parinkus tinkamą kiekį (mažiausiai 20) skirtingų vertybinių popierių, iš skirtingų veiklos sektorių, ši rizika sumažėja iki minimalaus lygio. Vertinant bendrą riziką dažniausiai taikomi daugiakriteriai optimizavimo metodai, kurie leidžia suformuoti optimalų



portfelį, atsižvelgiant į daugiau negu du, investuotoją dominančius kriterijus. Pastebėta, kad mokslininkai savo tyrimuose dažniausiai taiko genetinio algoritmo metodus.

## **2. MEDŽIAGOS IR TYRIMŲ METODAI**

Šioje darbo dalyje pateikiamos tyrimų atlikimui reikalingos skaičiavimo formulės, aprašyti naudoti metodai. Visų pirma, bus apžvelgiama tyrimui naudotų duomenų sąsaja su didžiausiais duomenimis, tuomet aprašomi empirinį tyrimą atliekant naudoti skaičiavimo algoritmai. Empirinis tyrimas atliekamas pasitelkus matematinio programavimo priemonę RStudio ir MS Excel programiniu įrankiu.

### **2.1. Didžiųjų duomenų panaudojimas atliekant empirinį tyrimą**

Atliekant empirinį tyrimą, galima teigti, kad yra naudojami didžiųjų duomenų sąvoką atitinkantys duomenys. Visų pirma, siekiant atlikti tyrimą duomenys yra surinkti ne iš vieno šaltinio, o iš kelių – tai iš „Yahoo Finance“ internetinės svetainės ir iš Bloomberg'o finansų ir rinkų laboratorijos. Tyrimui atlikti surinkti duomenys yra gan didelės apimties – pradinių duomenų matrica sudaryta iš 781 stebinio ir 30 kintamųjų. Naudojami duomenys taip pat atitinka ilgaamžiškumo kriterijų, kadangi pasibaigus šiam tyrimui jo rezultatus ar ir pačius duomenis galima panaudoti kituose tyrimuose, arba labiau išplėtojant jau atliktą tyrimą. Siekiant suformuoti optimalų vertybinių popierių portfelį, tiriant didžiuosius duomenis, įprastais metodais ir standartine įranga, naudotis neįmanoma. Darbui su didžiausiais duomenimis reikia parinkti tinkamus metodus, bei programavimo įrankius, kurie būtų pajėgūs tinkamai apdoroti didelius duomenų srautus, bei turėtų tam reikalingas ir pritaikytas funkcijas.

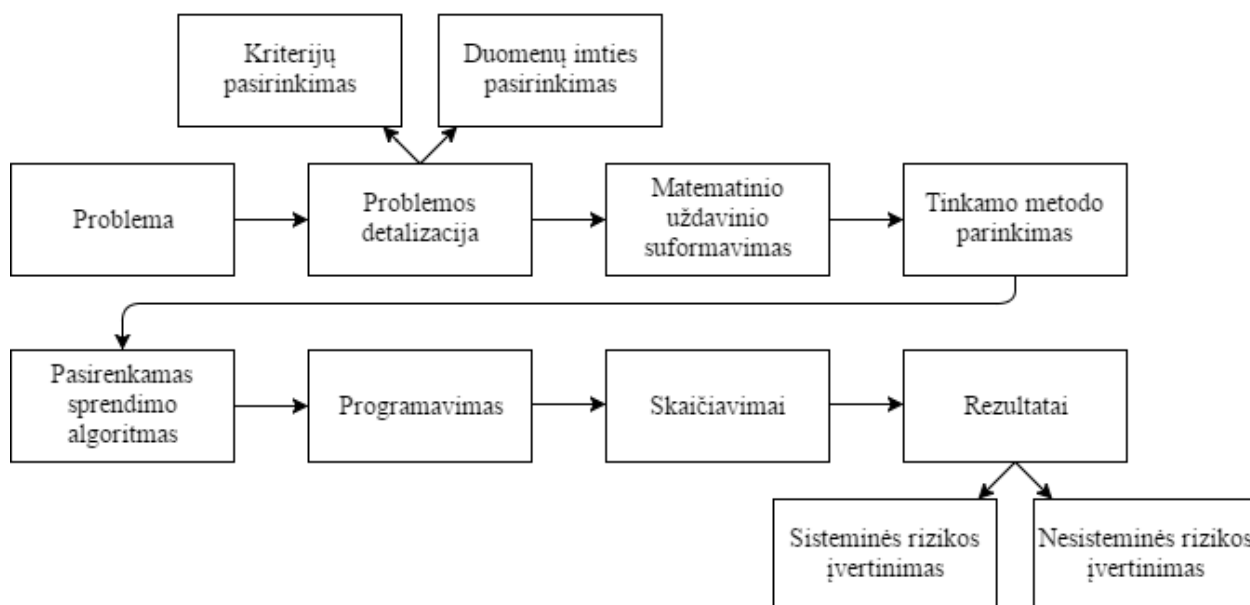
### **2.2. Empirinio tyrimo metodologija**

Siekiant suformuoti optimalų vertybinių popierių portfelį ir įvertinti jo riziką bus sukurta schema, kuria vadovaujantis ir bus atliekamas empirinis tyrimas. Taip pat, remiantis veiksmų eiliškumu bus pateikiamos formulės, pagal kurias atliekami skaičiavimai. Taigi, visų pirma sudaroma atliekamų žingsnių schema (žr. 2.1 pav.), kuriais remiantis atliekami skaičiavimai. Siūlomo modeliavimo žingsniai yra tokie:

- Įvertinama modeliavimo problema, nuo kurios ir priklauso visi sekantys žingsniai. Šiame darbe problema susijusi su optimalaus portfelio suformavimu, panaudojant daugiakriterio optimizavimo metodus, bei įvertinti suformuoto portfelio riziką.
- Sekantis žingsnis yra problemos detalizavimas. Nagrinėjamu atveju siekiant suformuoti optimalų portfelį, nustatomi kriterijai, pagal kurių reikšmes ir turi būti suformuojamas portfelis. Taip pat, nusprendžiama kokie duomenys, kokios jų apimtys ir už kokį laikotarpį bus atliekamas tyrimas.
- Pasirinkus norimas kriterijų reikšmes suformuojamas matematinis uždavinys, kuriame tai pat pateikiami kriterijų reikšmių apribojimai. Taip pat, įvertinamos

tiriamų duomenų statistinės charakteristikos, kad atliekant tolimesnius skaičiavimus, kriterijų reikšmės būtų pasirenkamos adekvačiai.

- Atsižvelgiant į pasirinktą kriterijų kiekį bei tiriamų duomenų apimtį pasirenkamas optimizavimo uždavinio sprendimo būdas. Kadangi šiuo atveju yra trys kriterijai, tai naudojamas daugiakriterio optimizavimo metodas.
- Vertinant tai, kad sprendžiamas portfelio optimizavimo uždavinys ir siekiama gauti Pareto prasme optimalius sprendinius, taikomas vienas iš daugiakriterio optimizavimo algoritmų – NSGA-II.
- Pasirinkus tikslines reikšmes, suformavus tikslo funkcijas bei nurodžius apribojimus, sukuriama matematinio uždavinio sprendimo programa.
- Atliekami įvairūs skaičiavimai, siekiant surasti optimalius portfelius bei įvertinti jų riziką.
- Pagal sukurtą programą, atlikus skaičiavimus, gaunami tyrimo rezultatai. Nagrinėjamu atveju tai optimalios kriterijų reikšmės, pagal kurias bus gaunami optimalaus portfelio svoriai. Suformavus optimalius portfelius, jiems įvertinamas sisteminės ir nesisteminės rizikos lygis.



2.1 pav. Empirinio tyrimo atlikimo schema

Tolesnėje darbo dalyje, remiantis empirinio tyrimo atlikimo schema, bus aptariamos rodiklių skaičiavimo metodikos bei jų skaičiavimo formulės.

### 2.2.1. Rodiklių, reikalingų daugiakriterio optimizavimo metodo taikymui, skaičiavimo metodika

Šioje darbo dalyje bus pateikiamos gražos, standartinio nuokrypio, kovariacijos ir  $\beta$  koeficiento skaičiavimo metodikos. Šios charakteristikos yra reikalingos nustatyta pavienių akcijų

arba viso portfelio grąža, grąžos kitimui arba nepastovumo rizikai įvertinti skaičiuojamas standartinis nuokrypis, sisteminės rizikos vertinimui pasirinktas  $\beta$  koeficientas. Taikant daugiakriterio optimizavimo algoritmą reikalinga akcijų kovariacijų matrica.

Remiantis pirmoje darbo dalyje atlikta literatūros analize galima teigti, kad pagrindinis kiekvieno investuotojo tikslas – uždirbti kuo didesnę grąžą, esant kuo mažesniai rizikai lygiui. Iš pavienių akcijų sudarius vertybinių popierių portfelį, galima diversifikuoti riziką, t. y. ją išskaidyti ir sumažinti, siekiant didesnio grąžos lygio, esant mažesnei rizikai. Taigi, pavienės akcijos arba portfelio grąža dažniausiai skaičiuojami remiantis istoriniais duomenimis. Siekiant įvertinti, kaip pakito pasirinktos akcijos pelningumas per pasirinktą laiko vienetą (dieną, savaitę, mėnesį ar metus), skaičiuojama kiekvienos akcijos logaritminė grąža [2]. Darbe analizuojami savaitiniai akcijų kainų duomenys, o savaitinė akcijos grąža apskaičiuojama pagal formulę:

$$R_i = \text{Ln} \left( \frac{P_t}{P_{t-1}} \right); \quad (1)$$

čia  $R_i$  – pasirinktos akcijos logaritminė grąža;

$P_t$  - pasirinktos akcijos uždarymo kaina laikotarpio pradžioje;

$P_{t-1}$  - pasirinktos akcijos uždarymo kaina laikotarpio pabaigoje.

Investuotojai siekdami sumažinti riziką, investuotoja ne į pavienes akcijas, o sudaro portfelius iš juos dominančių skirtingų vertybinių popierių. Siekiant įvertinti portfelio vidutinę grąžą, kiekvienos pavienės akcijos vidutinė grąža yra dauginama iš tos akcijos svorio bendrame portfelyje. Būtent svoris ir parodo, kokia dalis lėšų yra investuotą į pasirinktą akciją [3]. Visų portfelį sudarančių akcijų svoris yra lygus vienam. Vidutinė portfelio grąža yra apskaičiuojama kaip svertinis grąžų vidurkis, remiantis sekančia formule:

$$R_p = \sum_{i=1}^n w_i * R_i; \quad (2)$$

čia  $R_p$  – portfelio vidutinė grąža;

$R_i$  – akcijos vidutinė logaritminė grąža;

$w_i$  - lėšų dalis, investuota į pasirinktą akciją;

$n$  – aktyvų skaičius portfelyje.

Pasirinktos finansinės priemonės, šiuo atveju akcijos, rizikos laipsnis gali būti išreiškiamas dispersija arba standartiniu nuokrypiu [28, 82]. Darbe vertinamas tik standartinio nuokrypio matas, kuris vienai akcijai apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(R_i - R)^2}{n}}; \quad (3)$$

čia  $\sigma_i$  – akcijos standartinis nuokrypis;  
 $R_i$  – pasirinktos akcijos grąža per laikotarpį;  
 $R$  – grąžų aritmetinis vidurkis;  
 $n$  – tiriamų grąžų skaičius.

Siekiant įvertinti kaip portfelio grąža nukrypsta nuo imties vidurkio tais pačiais matavimo vienetais, vertinamas portfelio standartinis nuokrypis [28]. Jis skaičiuojamas panašiai kaip ir portfelio vidutinė grąža – akcijos svoris bendrame portfelyje dauginamas iš tos akcijos standartinio nuokrypio. Taigi, vidutinis portfelio standartinis nuokrypis apskaičiuojamas kaip svertinis standartinių nuokrypių vidurkis, remiantis sekančia formule:

$$\sigma_p = \sum_{i=1}^n w_i * \sigma_i; \quad (4)$$

čia  $\sigma_p$  – portfelio vidutinis standartinis nuokrypis;  
 $\sigma_i$  – akcijos standartinis nuokrypis;  
 $w_i$  - lėšų dalis, investuota į pasirinktą akciją;  
 $n$  – aktyvų skaičius portfelyje.

Atliekant tyrimą skaičiuotas Šarpo rodiklis, kuris parodo grąžos ir rizikos (standartinio nuokrypio) santykį. Gauta rodiklio reikšmė atspindi kaip investuotos lėšos atlygina už prisiimamą riziką [6, 408]. Šarpo rodiklis apskaičiuojamas iš vidutinės grąžos atėmus nerizikingą pelno normą ir gautą rezultatą padalijus iš standartinio nuokrypio. Šarpo rodiklį galima paskaičiuoti ir pavieniui akcijai, ir portfeliui. Akcijos Šarpo rodiklis skaičiuojamas pagal formulę:

$$S_i = \frac{R_i - R_f}{\sigma_i}; \quad (5)$$

čia  $S_i$  – Šarpo rodiklis;  
 $R_i$  – pasirinktos akcijos grąža per laikotarpį;  
 $R_f$  – nerizikingos investicijos grąžos norma;  
 $\sigma_i$  – akcijos standartinis nuokrypis.

Didesnė Šarpo rodiklio reikšmė rodo geresnį grąžos ir rizikos santykį. Kitaip tariant, Šarpo rodiklis parodo kokia dalis grąžos tenka vienam rizikos vienetui. Atliekant tyrimą remiamasi prielaida, kad nerizikingos investicijos pelno norma yra lygi 1. Tokia pat prielaida remiantis galima įvertinti Šarpo rodiklio reikšmę ir suformuotam portfeliui. Portfelio Šarpo rodiklis apskaičiuojamas pagal formulę:

$$S_p = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}; \quad (6)$$

- čia  $S_p$  – Šarpo rodiklis;  
 $R_p$  – portfelio grąža per laikotarpį;  
 $R_f$  – nerizikingos investicijos grąžos norma;  
 $\sigma_p$  – portfelio standartinis nuokrypis.

Optimalaus portfelio sudarymui reikalinga apskaičiuoti akcijų tarpusavio kovariacija. Šis rodiklis taip pat naudingas norint įvertinti portfelio sisteminę riziką – yra panaudojamas apskaičiuojant portfelio  $\beta$  koeficientą. Valakevičius [3, 117] teigia, kad kovariacija įvertina akcijų grąžų kitimo kryptis ir padeda nustatyti akcijų tarpusavio priklausomybės stiprumą. Kitaip tariant, kovariacijos rodiklis padeda įvertinti kaip dviejų aktyvų grąžos yra susijusios tarpusavyje. Kovariacijos formulė skirta nustatyti kovariaciją tarp dviejų akcijų, o norint įvertinti kovariaciją tarp trijų ar daugiau akcijų sudaroma kovariacinė matrica. Dviejų akcijų atveju kovariacija apskaičiuojama pagal formulę:

$$cov(R_A, R_B) = \sum_{i=1}^n p_i [(R_i^A - E(R_A))(R_i^B - E(R_B))]; \quad (7)$$

- čia  $cov(R_A, R_B)$  – dviejų aktyvų kovariacija;  
 $n$  – aktyvų skaičius portfelyje;  
 $\sigma_p$  – portfelio standartinis nuokrypis;  
 $R_i^A, R_i^B$  – A ir B akcijų grąža per laikotarpį;  
 $E(R_A), E(R_B)$  – vidutinė akcijų A ir B grąža per laikotarpį.

Kovariacijos rodiklis gali įgyti teigiamą arba neigiamą reikšmes. Teigiamą kovariaciją rodo, kad abiejų akcijų grąžos kinta ta pačia linkme – abi arba didėja, arba mažėja. Neigiamą kovariacijos rodiklis rodo, kad grąžos kinta priešingomis kryptimis [3, 116].

### 2.2.2. Sisteminės ir nesisteminės rizikos vertinimo rodiklių skaičiavimo metodika

Akcijos arba portfelio sisteminės rizikos vertinimui naudojamas  $\beta$  koeficientas [2][5]. Vertinant akcijos sisteminę riziką beta koeficientas gaunamas apskaičiavus akcijos ir rinkos portfelio kovariaciją ir ją padalijus iš rinkos portfelio dispersijos. Akcijos beta koeficientas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\beta_i = \frac{cov(R_i, R_M)}{\sigma_M^2}; \quad (8)$$

- čia  $\beta_i$  – akcijos beta koeficientas;  
 $cov(R_i, R_M)$  – akcijos i ir rinkos portfelio M kovariacija;  
 $\sigma_M^2$  – rinkos portfelio dispersija.

Portfelio beta koeficientas apskaičiuojamas kaip svertinis akcijų beta koeficientų vidurkis. Jis parodo suformuoto optimalaus portfelio sisteminės rizikos lygį. Portfelio beta koeficientas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n w_i * \beta_i ; \quad (9)$$

čia  $\beta_p$  – portfelio beta koeficientas;  
 $\beta_i$  – akcijos beta koeficientas;  
 $w_i$  - lėšų dalis, investuota į pasirinktą akciją;  
 $n$  – aktyvų skaičius portfelyje.

Tiek akcijos, tiek portfelio beta koeficientas parodo pelno normos priklausomybę nuo rinkos portfelio pelno normos kitimo. Gautą beta koeficiento reikšmę galima vertinti trimis atvejais [2]:

- Kai  $\beta = 1$ , tai laikoma, kad akcijos rizika yra lygi rinkos rizikai;
- Kai  $\beta > 1$ , tai akcijos rizika yra didesnė už vidutinę riziką rinkoje;
- Kai  $\beta < 1$ , tai akcijos rizika yra mažesnė už rinkos rizikos vidurkį.

Nesisteminės rizikos vertinimui naudojami trys rodikliai: EBITDA rodiklio pelningumas, einamasis likvidumas ir Altmano Z rodiklis. Pateikiamos kiekvieno iš šių rodiklių skaičiavimo metodikos pavienėms akcijoms ir portfeliams.

EBITDA rodiklio pelningumas leidžia įvertinti veiklos pinigų srautų pelningumą. Taip pat, rodiklis parodo kiek procentų pelno prieš palūkanas, mokesčius, nusidėvėjimą bei amortizaciją uždirba vienas pardavimo pajamų euras [29, 17]. Pavienės akcijos EBITDA pelningumas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$EBITDA \text{ pelningumas} = \frac{EBITDA}{Pardavimo pajamos} * 100; \quad (10)$$

Portfelio EBITDA pelningumas apskaičiuojamas kaip svertinis akcijų EBITDA pelningumų vidurkis. Portfelio EBITDA pelningumas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$EBITDA \text{ pelningumas}_p = \sum_{i=1}^n w_i * EBITDA \text{ pelningumas}; \quad (11)$$

čia  $w_i$  - lėšų dalis, investuota į pasirinktą akciją;  
 $n$  – aktyvų skaičius portfelyje.

Kuo didesnė EBITDA rodiklio pelningumo reikšmė, tuo geriau, nes didesnė reikšmė rodo geresnį minėto rodiklio ir pardavimo pajamų santykį. Tai reiškia, kad kiekvienai įmonei atskirai ar sudarytam portfeliui neturėtų iškilti mokumo problemų, kadangi įmonės gebės atsiskaityti su savo kreditoriais [30].

Siekiant įvertinti ar įmonėms negresia bankrotas, naudotas Altmano Z įvertis, skirtas bankroto tikimybės nustatymui įmonėms, kurios listinguojamos vertybinių popierių biržoje. Rodiklis rodo bankroto tikimybę per ateinančius 2 metus [31]. Pavienių akcijų bankroto tikimybė apskaičiuojama pagal formulę:

$$Z_i = 1,2X_1 + 1,4X_2 + 3,3X_3 + 0,6X_4 + 1,0X_5; \quad (12)$$

čia  $Z_i$  – akcijos Altmano Z įvertis;

$X_1$  – Apyvartinis kapitalas / turtas;

$X_2$  – Nepaskirstytas pelnas / turtas;

$X_3$  – Pelnas prieš apmokestinimą / turtas;

$X_4$  – Akcinio kapitalo rinkos kaina / įsipareigojimai;

$X_5$  – Pardavimo pajamos / turtas.

Portfelio Altmano Z įvertis apskaičiuojamas kaip svartinis akcijų Altmano Z įverčių vidurkis. Portfelio Altmano Z įvertis apskaičiuojamas pagal formulę:

$$Z_p = \sum_{i=1}^n w_i * Z_i; \quad (13)$$

čia  $Z_p$  – portfelio Altmano Z įvertis;

$w_i$  - lėšų dalis, investuota į pasirinktą akciją;

$n$  – aktyvų skaičius portfelyje.

Bankroto tikimybės lygį galima įvertinti atsižvelgus į gautą Z rodiklio reikšmę [32, 125]:

- kai  $Z < 1,81$ , tai bankroto tikimybė yra labai didelė;

- kai  $1,81 < Z < 2,99$ , tai bankroto tikimybė didelė;

- kai  $Z > 2,99$ , tai bankroto tikimybės nėra.

Einamasis likvidumas skaičiuojamas siekiant nustatyti ar portfelį sudaro likvidžios akcijos. Tai reiškia, ar įmonėms prireikus lėšų padengti susidariusius trumpalaikius įsipareigojimus joms pakaktų trumpalaikio turto. Taip pat, rodiklis padeda prognozuoti įmonės likvidumo būklę artimiausiu metu. Pavienių akcijų einamasis likvidumas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$Einamasis\ likvidumas_i = \frac{Trumpalaikis\ turtas}{Trumpalaikiai\ įsipareigojimai}; \quad (14)$$

Portfelio einamasis likvidumas apskaičiuojamas kaip svartinis akcijų einamųjų likvidumų vidurkis. Portfelio einamasis likvidumas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$Einamasis\ likvidumas_p = \sum_{i=1}^n w_i * Einamasis\ likvidumas_i; \quad (15)$$



čia  $\beta_p$  – Einamasis likvidumas<sub>p</sub> – portfelio einamojo likvidumo koeficientas;  
 $\beta_i$  – Einamasis likvidumas<sub>i</sub> – akcijos einamojo likvidumo koeficientas;  
 $w_i$  - lėšų dalis, investuota į pasirinktą akciją;  
 $n$  – aktyvų skaičius portfelyje.

Norint, kad įmonėms neiškiltų tikimybė nepadengti savo trumpalaikių įsipareigojimų, einamojo likvidumo rodiklio reikšmė turi būti nemažesnė už 1,2 [29]. Portfelio likvidumo koeficientas taip pat negali būti mažesnis už nurodytą reikšmę.

### 2.2.3. Daugiakriterio optimizavimo metodai

Dobrovolsienė [28, 43] teigia, kad daugiakriteris sprendimų priėmimas (angl. *Multiple Criteria Decision Making*) leidžia įvertinti sprendinių alternatyvas, atsižvelgiant į daugelį tikslų (kriterijų). Kitaip tariant, sprendžiama optimizavimo problema, atsižvelgiant į sudarytą tikslo funkciją bei įvertinant jos apribojimus. Majumderis [33, 36] išskiria tokius daugiakriterio sprendimų priėmimo žingsnius:

1. Identifikuoti daugiakriterio optimizavimo tikslą.
2. Pasirinkti kriterijus/parametrus/faktorius.
3. Pasirinkti alternatyvas.
4. Pasirinkti svorinius metodus, kurie parodytų kriterijų reikšmingumą.
5. Agregavimo metodas.
6. Sprendimo priėmimas, remiantis agregavimo rezultatais.

Siekiant sudaryti optimalų portfelį, pats svarbiausias uždavinys yra sudaryti tinkamą tikslo funkciją, atsižvelgiant į pasirinktus kriterijus. Naudojant daugiakriterio optimizavimo metodus, siekiama suformuoti optimalų portfelį vertinat tris kriterijus: maksimalią grąžą, minimalią riziką ir maksimalų Šarpo rodiklį. Taigi, atliekant empirinį tyrimą, remiamasi žemiau pateikta daugiakriterio optimizavimo problema:

$$f(w) = (f_1(w), f_2(w), f_3(w)); \quad (16)$$

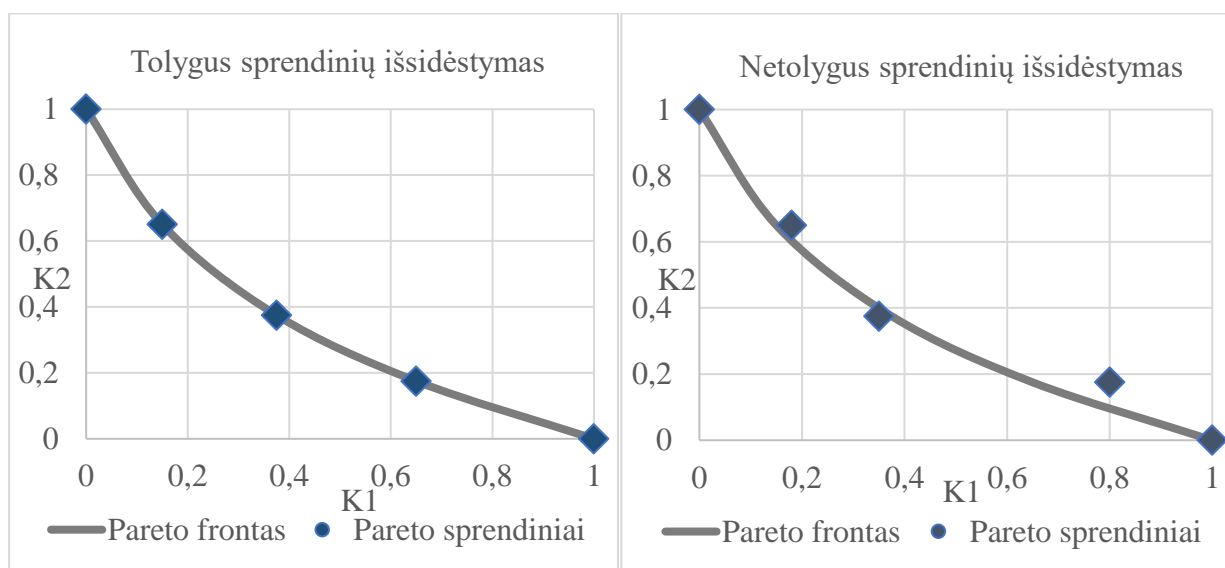
$$\text{Maksimizuojama portfelio grąža } f_1(w) = \sum_{i=1}^n w_i * R_i; \quad (17)$$

$$\text{Minimizuojama portfelio rizika } f_2(w) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{cov}(x_i, x_j); \quad (18)$$

$$\text{Maksimizuojamas portfelio Šarpo rodiklis } f_3(w) = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}; \quad (19)$$

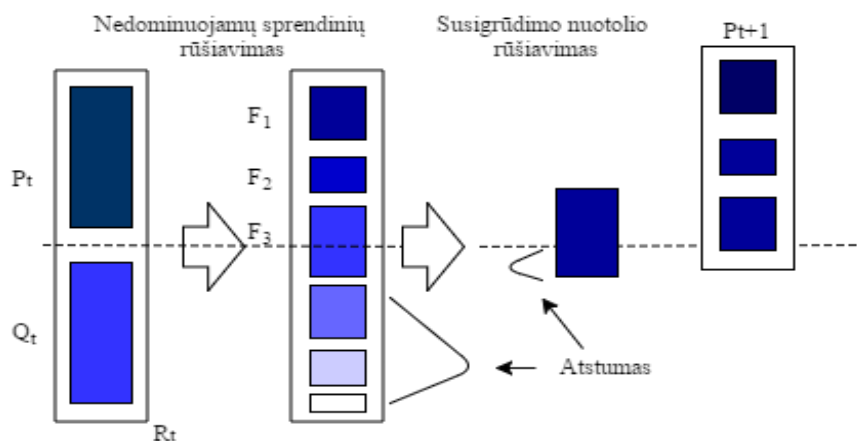
$$\text{Su ribojimais: } \sum_{i=1}^n w_i = 1, \quad 0 \leq w_i \leq 1, i = 1, \dots, N;$$

Pagrindinis tikslas sprendžiant šią problemą – surasti optimalų sprendinį, kuris būtų gautas suderinus tarpusavyje visus tris kriterijus. Tačiau dėl pastarųjų prieštaravimo dažniausiai neįmanoma rasti vienintelio optimalaus sprendinio, kuris būtų geriausias pagal visus kriterijus [28]. Todėl sprendžiant daugiakriterio optimizavimo uždavinius svarbiausias tikslas – rasti Pareto optimalius arba nedominuojamus (kompromisinius) sprendinius [34]. Tokių sprendinių aibė yra vadinama Pareto aibe, o juos atitinkančių kriterijų vektorių aibė – Pareto frontu. Labai svarbu, kad gauti sprendiniai priklausytų Pareto aibe ir ją padengtų kuo tolygiau (žr. 2.2 pav.). Gauta tolygiai padengta Pareto aibė leidžia įsitikinti, kad optimizavimui taikomas tinkamas metodas. Laikomasi taisyklės, kad iš Pareto optimalių sprendinių aibės geriausių sprendinių parinks portfelį formuojantis asmuo, arba kitaip vadinamas sprendimų priėmėjas [35].



2.2 pav. Sprendinių išsidėstymas Pareto aibėje

Siekiant suderinti tarpusavyje visus tris kriterijus ir gauti Pareto optimalius sprendinius naudojamas vienas iš evoliucinio daugiakriterio optimizavimo algoritmų – NSGA-II (angl. *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm*), kurį savo darbe pirmieji aprašė autoriai Deb et al. [36]. Algoritmo veikimo schema pateikta 2.3 pav.



2.3 pav. NSGA-II algoritmo veikimo schema (adaptuota pagal Deb et al. [36])

Mašnauskas ir Stankūnas [37, 50] teigia, kad NSGA-II algoritmas vertina sprendinių tankumą apie tam tikrą sprendinį populiacijoje. Ši reikšmė vadinama susigrūdimo nuotoliu (angl. *Crowding Distance*). Atrankos metu yra vertinamas kiekvieno individo rangas, kuris gaunamas atsižvelgiant į dominuojančius sprendinius ir susigrūdimo nuotoliu. Taigi, NSGA-II algoritmas pradeda veikti pirmiausiai sukurdamas palikuonių populiaciją  $Q_t$ , kuri sudaroma iš tėvų populiacija  $P$  ir skirtingų, atsitiktiniu būdu parinktų,  $Z$  sprendinių. Nedominuojantys sprendiniai neieškomi iš  $Q_t$  srities, o yra kombinuojami iš dviejų populiacijų į formą  $R_t$ , kuri yra  $2Z$  dydžio. Tuomet, atliekamas visos  $R_t$  populiacijos nedominuojamų sprendinių rūšiavimas. Nauja populiacija yra užpildoma sprendiniais iš skirtingų nedominuojančių sprendinių rangų. Visų pirma, nauja populiacija pradeda pildyti aukščiausio rango nedominuojančiais sprendiniais, tuomet iš žemesnio rango ir taip toliau. Rangai, kurie nebetelpa į sukurtą populiaciją, paprastai yra ištrinami. Vadinasi, sudarant populiaciją yra atrenkami geriausius rodiklius turintys palikuonys ir tėvai. Galiausiai, gautos populiacijos sprendiniai yra išdėstomi Pareto fronte, siekiant, kad sprendinių išsidėstymas būtų kuo tolydesnis.

Apibendrinant galima teigti, kad siekiant suformuoti optimalų portfelį atsižvelgiant į tris kriterijus, naudojamas vienas iš evoliucinio daugiakriterio optimizavimo algoritmų – NSGA-II, kuriuo gaunami Pareto aibėje išsidėstę optimalūs sprendiniai. Iš gautų sprendinių, sprendimus priimančias asmuo, išsirenka labiausiai jo lūkesčius atitinkantį sprendinį.

### 3. TYRIMŲ REZULTATAI IR JŲ APTARIMAS

Šioje darbo dalyje bus paskaičiuotos analizuojamų įmonių pagrindinės kiekybinės charakteristikos, įvertinta pavienių akcijų sisteminė ir nesisteminė rizika. Naudojant daugiakriterio optimizavimo algoritmą bus suformuoti optimalūs portfeliai bei įvertinta jų sisteminė ir nesisteminė rizika.

#### 3.1. Vertybinių popierių pasirinkimas ir jų statistinės charakteristikos

Formuojant optimalų vertybinių popierių portfelį, įvertinus sisteminę riziką, duomenys surinkti naudojantis prieiga prie „Bloomberg“ finansų ir rinkų laboratorijos. Optimalus portfelis formuojamas iš 30 akcijų, priklausančių 5 sektoriams (iš kiekvieno po 6 akcijas): technologijų, pagrindinių žaliavų, plataus vartojimo prekių, plataus vartojimo paslaugų ir pramonės (žr. 1 PRIEDAS). Pasirinktos akcijos kotiruojamos Londono vertybinių popierių biržoje. Atliekant tyrimą analizuotos savaitinės logaritminės uždarymo kainų grąžos, o naudoti istoriniai duomenys yra nuo 2002-01-04 iki 2016-12-30. Pradinę duomenų matricą sudaro 781 stebinsys ir 30 kintamųjų. 3.1 lentelėje pateiktos pagrindinės statistinės duomenų charakteristikos.

**3.1 lentelė.** Pagrindinės akcijų grąžų kiekybinės charakteristikos

Sektorius	Akcija	Vidutinė grąža (proc.)	Standartinis nuokrypis (proc.)	Minimumas (min)	Maksimumas (max)	Šarpo rodiklis	Beta koeficientas	EBITDA pelningumas	Altman Z įvertis	Einamasis likvidumas
Technologijos	FDSA	0,1634	5,0879	-32,2080	30,7100	0,0321	0,71	23,05	6,77	1,56
	CCC	0,0586	5,3736	-18,8500	36,1610	0,0109	0,78	3,35	4,46	1,36
	SPE	-0,0710	8,3040	-47,1600	60,3000	-0,0086	0,60	2,68	-19,02	1,21
	AVV	0,3158	5,1288	-42,1490	27,2980	0,0616	0,96	28,83	8,81	2,38
	SGE	0,1143	3,8365	-18,1180	20,7640	0,0298	0,97	26,49	6,51	0,67
	CML	0,0053	5,5939	-31,6340	41,3560	0,0009	0,26	22,77	4,88	2,67
Pagrindinės žaliavos	RIO	0,1295	5,7771	-42,6390	34,8920	0,0224	1,55	30,24	2,87	1,37
	AAL	-0,0065	6,1327	-26,6720	30,3890	-0,0011	1,68	23,58	2,47	1,63
	JMAT	0,1388	3,9261	-20,6140	23,8890	0,0354	1,20	5,42	6,21	1,68
	VCT	0,2327	4,2862	-32,1850	17,3270	0,0543	0,85	42,42	11,79	3,00
	CRPR	0,2391	4,2371	-26,7880	23,5460	0,0564	0,28	7,60	2,98	2,24
	SYNT	0,1148	5,4083	-25,4370	20,8300	0,0212	0,81	12,54	22,74	1,06
Plataus vartojimo prekės	BKG	0,1723	4,7865	-49,0210	28,4070	0,0360	0,83	20,47	4,17	2,88
	BWY	0,2144	4,8289	-21,2050	28,6580	0,0444	0,89	15,28	4,15	4,10
	RB/	0,2487	2,6886	-15,3770	9,4300	0,0925	0,50	24,34	11,58	0,68
	BATS	0,2681	2,9591	-28,6990	13,5250	0,0906	0,66	34,71	3,58	1,12
	PSN	0,1910	5,6207	-43,5810	32,3890	0,0340	1,04	14,31	4,14	3,54
	ULVR	0,1249	2,9302	-22,7840	15,1060	0,0426	0,63	17,02	5,10	0,74

### 3.1 lentelės tęsinys. Pagrindinės akcijų gražų kiekybinės charakteristikos

Sektorius	Akcija	Vidutinė graža (proc.)	Standartinis nuokrypis (proc.)	Minimumas (min)	Maksimumas (max)	Šarpo rodiklis	Beta koeficientas	EBITDA pelningumas	Altman Z įvertis	Einamasis likvidumas	
Plataus vartojimo paslaugos	NXT	0,2134	3,7996	-18,0030	19,1670	0,0562	0,8	20,08	6,69	1,43	
	WTB	0,1870	3,8270	-16,9780	21,2560	0,0489	0,95	22,93	3,79	0,61	
	CFYN	0,0448	3,3284	-20,0670	24,5120	0,0135	0,24	3,00	3,66	1,12	
	GOG	0,1687	3,8882	-25,9900	16,9960	0,0434	0,73	7,89	3,36	0,85	
	CPG	0,1310	3,7773	-32,1790	25,4400	0,0347	0,97	48,04	4,11	0,81	
	WPP	0,1053	3,7730	-23,6680	14,6180	0,0279	1,16	14,00	2,50	0,91	
Pramonė	SPX	0,1687	3,8882	-25,9900	16,9960	0,0434	0,73	21,91	6,30	2,75	
	RR/	0,1698	4,6297	-30,7430	25,5930	0,0367	1,23	12,39	2,05	1,41	
	AHT	0,3881	10,1586	-187,180	69,3150	0,0382	1,29	34,35	1,92	0,97	
	SMIN	0,0373	3,6200	-42,4720	12,9430	0,0103	0,93	18,58	3,73	1,58	
	RTO	-0,0264	4,4348	-33,2440	21,6670	-0,006	1,01	21,09	3,71	0,85	
	BAB	0,2990	3,5911	-24,1380	21,5980	0,0833	0,50	9,72	3,15	0,82	
Vidutinės reikšmės:								0,86	19,64	4,63	1,60

Apžvelgiant tiriamo laikotarpio akcijų statistines charakteristikas, galima teigti, kad didžiausios vidutinės gražos, apskaičiuotos pagal formulę (1), yra įmonių AHT (0,3881 proc.) ir AVV (0,3158 proc.). Trys įmonės turi neigiamas vidutines gražas – tai SPE (-0,071 proc.), AAL (-0,0065 proc.) ir RTO (-0,0264 proc.). Šių įmonių neigiamos gražos nėra itin didelės ir nuo vidurkio labai skirtis neturėtų, todėl iš tolesnio tyrimo jos pašalintos nebus.

Gerokai iš kitų įmonių išsiskiriantį standartinį nuokrypį, apskaičiuotą pagal formulę (3), arba riziką, turi dvi įmonės – AHT (10,16) ir SPE (8,30). Vertėtų paminėti, jog įmonės AHT pelningumas yra didžiausias iš visų pasirinktų įmonių, todėl logiška, kad ir rizikos rodiklis yra didžiausias. Kita įmonė, turinti antrą pagal didumą standartinį nuokrypį, yra SPE. Tai viena iš kelių įmonių, kurios vidutinė graža neigiama. Tai leidžia daryti išvadą, jog šios įmonės rizikos lygis yra pakankamai aukštas ir nesusijęs su pelningumu.

Didžiausias vidutinių gražų skirtumas yra įmonės AHT. Analizuojamu laikotarpiu jos vidutinė graža buvo pasiekusi 69 proc. pelningumą ir kritusi iki -187,18 proc. Tai rodo, kad šios įmonės graža kinta labai plačiu intervalu, o jos kitimą sunku nuspėti. Taip pat vertėtų paminėti, kad būtent šios įmonės vidutinė graža ir standartinis nuokrypis yra įgavę didžiausias reikšmes iš visų analizuotų 30-ies įmonių.

Siekiant įvertinti, kaip atlyginama investuotojui už prisiimamą riziką, pateikiamas Šarpo rodiklis (5). Aukščiausias pelningumo ir rizikos santykis yra įmonių RB (0,0925) ir BATS (0,0906). Vertėtų paminėti, kad šių įmonių vidutinės gražos atitinka gražų vidurkį, o standartinis nuokrypis yra vienas mažesnių.

Apskaičiuotas beta koeficientas, pagal formulę (8), parodo kiekvienos įmonės akcijų sisteminės rizikos lygį. Vertinant gautus rezultatus galima teigti, jog rizikos lygis svyruoja

pakankamai plačiu intervalu – nuo 0,24 iki 1,68. Mažiausiu beta koeficientu pasižymi įmonės CFYN (0,24), CML (0,26) ir CRPR (0,28). Šių akcijų sisteminė rizika yra mažesnė už vidutinę rinkos riziką. Pastarųjų įmonių grąža nėra itin didelė. Didžiausiu beta rodikliu pasižymi įmonė AAL (1,68). Jos vidutinė grąža yra neigiama. Vidutinis pavienių akcijų beta koeficientas – 0,86. Tai rodo, kad pavienių akcijų sisteminės rizikos lygis yra mažesnis negu vidutinis rinkos rizikos lygis.

Taip pat įvertinami akcijų nesisteminės rizikos rodikliai, remiantis formulėmis (10), (12), (14). Vertinant EBITDA rodiklio pelningumą, galima teigti, kad didžiausiomis reikšmėmis pasižymi įmonės CPG (48 proc.), VCT (42 proc.), BATS ir AHT – po 34 proc. Tai byloja, jog šių akcijų nesisteminė rizika yra mažiausia. Didžiausia rizika pasižymi įmonės SPE (2,68 proc.), SFYN (3 proc.) ir CCC (3,35 proc.). Altmano Z rodiklis, prognozuojantis bankroto tikimybę per ateinančius dvejus metus, rodo, kad didžiausia vidutinė bankroto tikimybė yra įmonės SPE (-19,02), kurios rodiklis net neigiamas. Šios įmonės vidutinė grąža – taip pat neigiama. Einamojo likvidumo rodiklis yra geras. Trumpalaikių įsipareigojimų padengimo rizika gali iškilti šioms įmonėms – RB/, SGE (rodiklis tesiekia 0,67), WTB – 0,61. Paminėtų įmonių nesisteminės rizikos lygis yra gana aukštas, todėl jos išvengti bandoma sudarant vertybinių popierių portfelius.

### 3.2 lentelė. Apibendrintos kiekybinės charakteristikos pagal tirtus laikotarpius

	Vidutinė grąža (proc.)			Standartinis nuokrypis (proc.)			Šarpo rodiklis		
	2002 - 2006	2007 - 2011	2012 - 2016	2002 - 2006	2007 - 2011	2012 - 2016	2002 - 2006	2007 - 2011	2012 - 2016
<b>Vidurkis</b>	0,2036	-0,0092	0,2568	4,3840	5,3767	3,7281	0,0593	-0,0003	0,0753
<b>Mediana</b>	0,2699	0,0623	0,2294	3,7914	5,1270	3,4359	0,0681	0,0111	0,0657
<b>Maksimumas</b>	0,6537	0,2894	0,7682	15,0655	8,0752	8,8446	0,1690	0,0827	0,1683
<b>Minimumas</b>	-0,3747	-0,5290	-0,2905	2,6509	3,0777	2,2693	-0,0709	-0,0952	-0,0435
<b>Standartinis nuokrypis</b>	0,2605	0,2244	0,2148	2,4541	1,3545	1,3493	0,0717	0,0458	0,0537

Lyginant pagrindines statistines charakteristikas, atsižvelgiant į tirtus laikotarpius, galima teigti, jog vidutinė grąža kriziniu laikotarpiu buvo neigiama (-0,0092 proc.) (žr. 3.2 lent.). Lyginant laikotarpį prieš krizę ir po jos, matyti, kad pastarojo laikotarpio vidutinė grąža yra 0,05 proc. didesnė. Standartinio nuokrypio rodiklis liudija, jog per krizę buvo stipriai išaugusi rizika – 5,37, o po krizės ji tesiekė 3,72. Atsižvelgiant į tai, kad per krizę vidutinė grąža buvo neigiama, šiuos rezultatus galima laikyti adekvačiais. Šarpo rodiklio reikšmė aukščiausia 2012–2016 m. laikotarpiu (0,075), tačiau yra panaši į prieš krizę buvusią reikšmę (0,059). Per krizę Šarpo rodiklio reikšmė neigiama, kadangi ir vidutinė grąža šiuo laikotarpiu buvo neigiama. Didžiausias akcijų vidutinės grąžos, standartinio nuokrypio ir Šarpo rodiklio svyravimas pastebimas 2002–2006 metais. Tai galima vertinti pagal tai, kad tuo metu rinkoje buvo daug pakilimų ir nuosmukių, vyko ekonomikos augimas.

### 3.3 lentelė. Apibendrintos kiekybinės charakteristikos

Rodiklis	Vidutinė grąža (proc.)	Standartinis nuokrypis (proc.)	Šarpo rodiklis
Vidurkis	0,1514	4,6684	0,0362
Mediana	0,1661	4,2862	0,0357
Maksimumas	0,3881	10,1586	0,0925
Minimumas	-0,071	2,6886	-0,0086
Standartinis nuokrypis	0,1053	1,5767	0,0258

Apskaičiavus apibendrintas savaitinių uždarymo kainų, vidutinės grąžos, standartinio nuokrypio ir Šarpo rodiklio charakteristikas, galima teigti, jog vidutinė grąža yra lygi 0,15 proc., o vidutinis standartinis nuokrypis, arba rizika, lygi 4,66. Vidutinis Šarpo rodiklis lygus 0,0362 (žr. 3.3 lent.). Palyginus rezultatus su gautais 3.1 lentelėje, lengva išvelgti portfelio diversifikavimo naudą, kadangi pradingsta pavienių akcijų grąžų svyravimai, taip pat sumažėja investuotojui tenkančios rizikos lygis. Rezultatus lyginant su 3.2 lent. gautaisiais, matyti, jog vidutinės rodiklių reikšmės yra mažesnės negu skaidant pagal laikotarpius. Tačiau vertinant visą laikotarpį, neatsispindi krizės nuostoliai, o tirti duomenys yra didesnės apimties ir tiksliau suskaičiuojamos rodiklių reikšmės.

#### 3.2. Optimalaus portfelio formavimo empirinis tyrimas

Naudojant daugiakriterio optimizavimo metodą NSGA-II bei pasirinkus tiksline grąžą ir toleruotiną riziką, empirinis tyrimas atliekamas keturiais atvejais, pagal sudarytą tikslo funkciją (16), tiriant:

- 2002–2006 m. duomenis (vertinamas laikotarpis prieš krizę);
- 2007–2011 m. duomenis (vertinamas krizės laikotarpis);
- 2012–2016 m. duomenis (vertinamas laikotarpis po krizės);
- 2002–2016 m. duomenis (vertinamas visas laikotarpis).

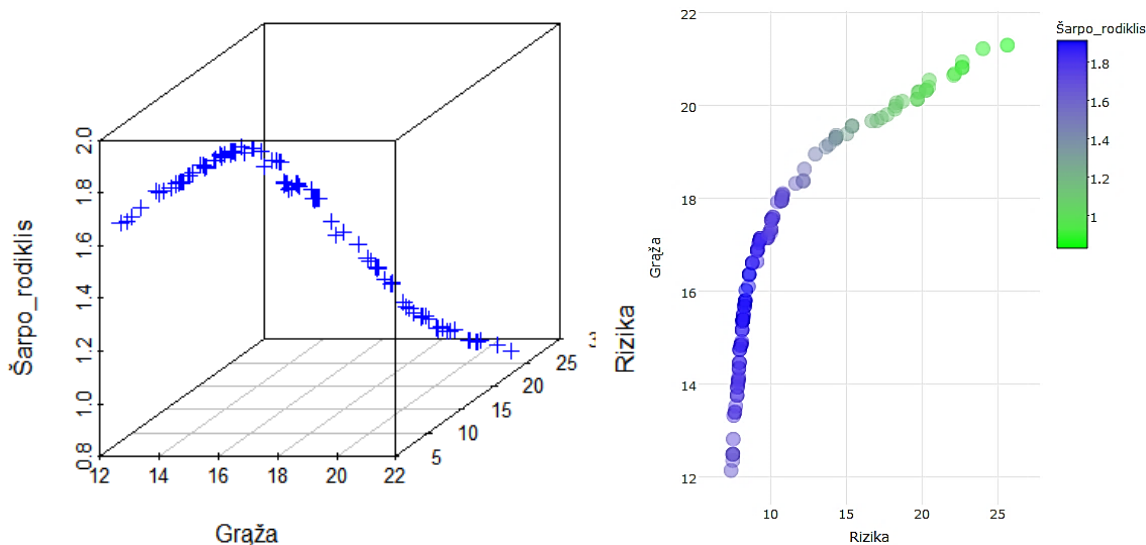
Naudojant kiekvieno laikotarpio duomenis, atsižvelgiant į maksimalų Šarpo rodiklį, parenkamas optimalus portfelis. Kiekvienam suformuotam portfeliui bus paskaičiuojamas  $\beta$  koeficientas (9), kuris parodys portfelio sistemine riziką. Portfelio nesisteminės rizikos nustatymui skaičiuojami trys rodikliai: EBITDA rodiklio pelningumas (11), Altmano Z rodiklis (13) bei einamasis likvidumas (15). Taigi, optimalus portfelis formuojamas keturiais atvejais, remiantis šiais kriterijais:

- maksimalia grąža (17);
- minimalia rizika (18);
- maksimaliu Šarpo rodikliu (19).

Skyriaus pabaigoje visų keturių atvejų rezultatai palyginami tarpusavyje.

### 3.2.1. Optimalaus portfelio formavimas prieš krizę (2002–2006 m.)

Remiantis 2.2.1 skyriuje aprašytomis formulėmis (2), (4), (7), įvertintos akcijų gražos, apskaičiuotas standartinis nuokrypis, sudaryta kovariacijų matrica. Gautiems rezultatams pritaikius daugiakriterio optimalaus sprendimo paieškos algoritmą NSGA-II, surasti Pareto optimalūs sprendiniai, kurie gauti suderinus visus tris minėtus kriterijus, bei atsižvelgiant į tikslingą gražą – 10 proc. ir riziką – 5 proc. Tikslinės rodiklių reikšmės parinktos atsižvelgus į Londono vertybių popierių biržos indekso ASX reikšmės kiekvienu nagrinėtu laikotarpiu. Gauti rezultatai pateikti 3.1 pav.



**3.1 pav.** Pareto sprendiniai trijų kriterijų atveju, gauti tiriant 2002 – 2006 m. laikotarpį

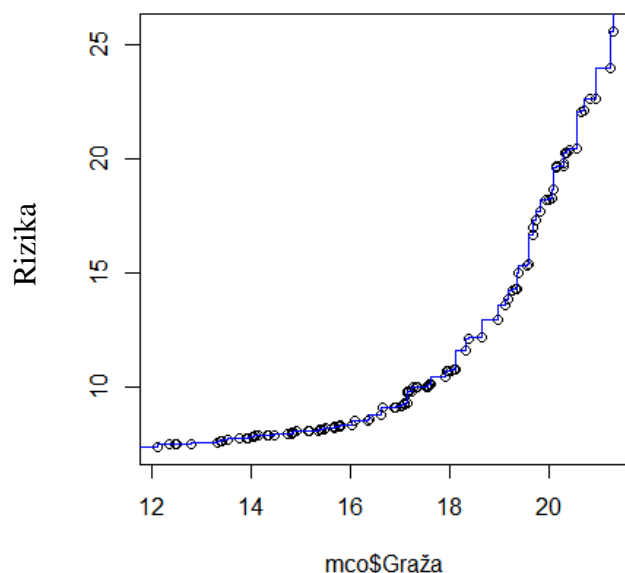
Pagal nurodytas kriterijų reikšmes algoritmas surado 114 sprendinių, kurių išsidėstymas pateiktas 3.1 pav. Iš kairiojo grafiko matyti, kad ties 16 proc. graža įvyksta kreivės lūžis, kuris atskleidžia, jog mažesnės gražos portfeliai yra neoptimalūs. Taigi, ne visi gauti sprendiniai priklausys Pareto frontui. Dešinėje esantis grafikas rodo, kad didėjant gražos ir rizikos kriterijų reikšmėms, Šarpo rodiklio reikšmė mažėja. Gautos kriterijų reikšmės kinta plačiu intervalu:

- graža nuo 12 iki 21,29 proc.;
- rizika nuo 7,39 iki 26,6 proc.;
- Šarpo rodiklis nuo 0,83 iki 1,91.

Optimalus portfelis bus išrenkamas atsižvelgiant į maksimalią Šarpo rodiklio reikšmę, todėl toliau vertinamas porinių kriterijų tarpusavio rezultatų išsidėstymas, o pagal tai išrenkamas optimalus sprendinys. Tai atliekama siekiant įvertinti kriterijų tarpusavio priklausomybę bei nustatyti optimalius ir neoptimalius sprendinius.

- Sprendinių pasiskirstymas, atsižvelgiant į gražos ir rizikos kriterijus

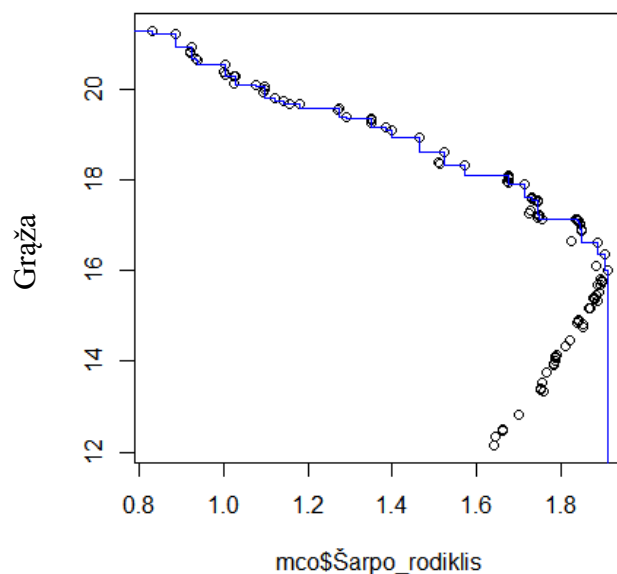




**3.2 pav.** Pareto sprendinių pasiskirstymas, vertinant grąžos ir rizikos kriterijus

3.2 pav. pateiktas Pareto sprendinių pasiskirstymas, vertinant du kriterijus – grąžą ir riziką. Pareto frontas brėžiamas pasirinkus aukščiausią grąžos ir žemiausią rizikos reikšmę. Grafikas su sprendinių pasiskirstymu pateiktas siekiant nustatyti, ar gauti sprendiniai yra optimalūs ir ar tolygiai padengia Pareto aibę. Vizualiai matyti, jog sprendiniai Pareto aibės tolygiai nepadengia. Šiuo atveju Pareto frontas yra išsidėstęs pagal gautus sprendinius, kurie rodo, kad didėjant grąžai tolygiai didėja ir rizika. Iš pateikto grafiko matyti, jog grąžai kintant nuo 12 iki 18 proc., rizikos lygis yra pakankamai žemas ir šiame intervale stipriai nekinta – svyruoja apie 9–12 proc. Tačiau grąžai viršijus 18 proc., portfelio rizika gerokai išauga – grąžai pakitus vos keliais procentais, rizika išauga apie 10 proc.

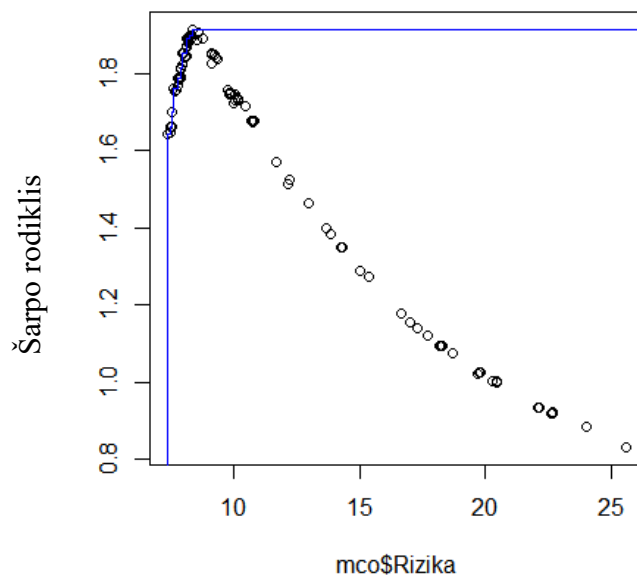
- Sprendinių pasiskirstymas, atsižvelgiant į grąžos ir Šarpo rodiklio kriterijus



**3.3 pav.** Pareto sprendinių pasiskirstymas, vertinant grąžos ir Šarpo rodiklio kriterijus

3.3 pav. pateiktas Pareto sprendinių pasiskirstymas vertinant du kriterijus – gražą ir Šarpo rodiklį. Pareto frontas brėžiamas atžvelgiant į aukščiausias Šarpo rodiklio ir gražos reikšmes. Šiuo atveju, kaip ir prieš tai buvusi, sprendiniai tolygiai Pareto aibės nepadengia. Grafikas liudija, jog sprendiniai, kurių graža yra mažesnė už 16 proc., – neoptimalūs. Tokį rezultatą parodė ir 3.1 pav., kuriame pateiktas sprendinių išsidėstymas pagal visus tris kriterijus.

➤ Sprendinių pasiskirstymas, atsižvelgiant į rizikos ir Šarpo rodiklio kriterijus



**3.4 pav.** Pareto sprendinių pasiskirstymas, vertinant rizikos ir Šarpo rodiklio kriterijus

3.4 pav. pateiktas Pareto sprendinių pasiskirstymas, vertinant du kriterijus – riziką ir Šarpo rodiklį. Pareto frontas brėžiamas atsižvelgiant į žemiausią rizikos ir aukščiausią Šarpo rodiklio reikšmę. Šiuo atveju, kaip ir prieš tai buvusi, sprendiniai tolygiai Pareto aibės nepadengia. Žvelgiant į grafiką matyti, jog rizikai esant lygiai 8 proc., Šarpo rodiklio reikšmė yra maksimali. Nubrėžtas frontas rodo, kad sprendiniai, kurių rizika yra didesnė už 8 proc., – neoptimalūs.

**3.4 lentelė.** Optimalaus portfelio, sudaryto tiriant laikotarpio prieš krizę duomenis, kriterijų reikšmės

Gražą (proc.)	Rizika (proc.)	Šarpo rodiklis
16,02	8,37	1,91

Atlikus laikotarpio prieš krizę duomenų analizę ir suformavus optimalų portfelį pagal tris kriterijus, pastarųjų optimalios reikšmės pateiktos 3.4 lent. Iš visų gautų 114 sprendinių optimalios kriterijų reikšmės parinktos atsižvelgus į maksimalią Šarpo rodiklio reikšmę. Tirtu laikotarpiu gauta maksimali Šarpo rodiklio reikšmė – 1,91, o ją atitinkantys gražos ir rizikos kriterijai lygūs atitinkamai 16,02 proc. ir 8,37 proc.

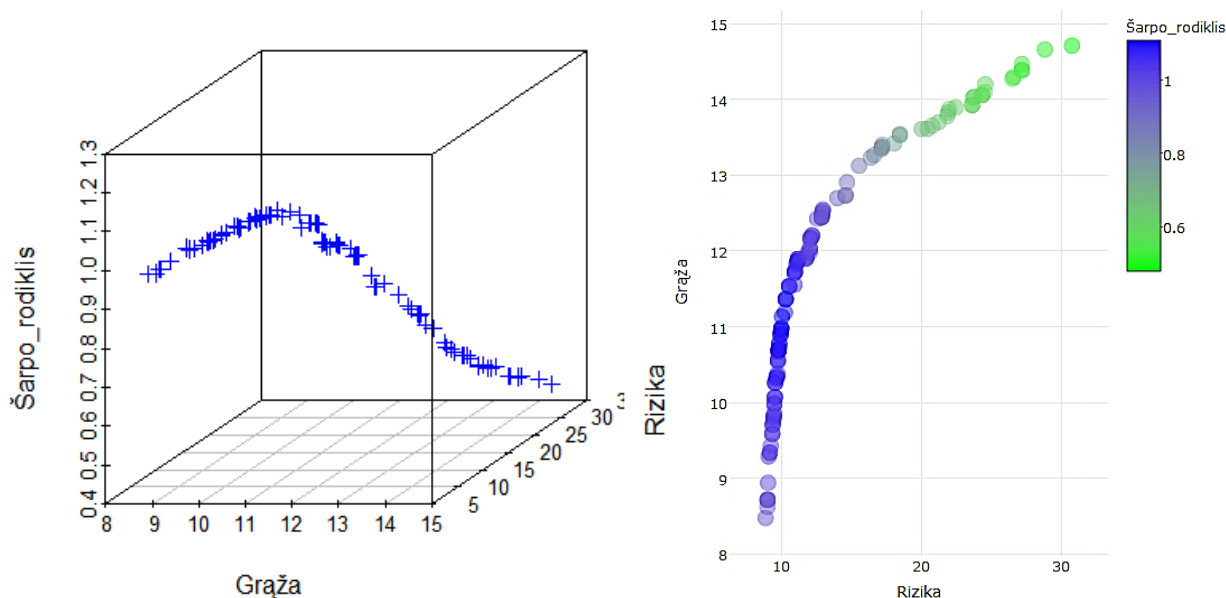
### 3.5 lentelė. Optimalaus portfelio svoriai, sudaryto tiriant 2002 – 2006 m. laikotarpio duomenimis

FDSA	CCC	SPE	AVV	SGE	CML	RIO	AAL	JMAT	VCT
0,027	0,007	0,000	0,002	0,002	0,002	0,000	0,000	0,000	0,014
CRPR	SYNT	BKG	BWY	RB/	BATS	PSN	ULVR	NXT	WTB
0,148	0,000	0,018	0,000	0,229	0,227	0,001	0,007	0,036	0,003
CFYN	GOG	CPG	WPP	SPX	RR/	AHT	SMIN	RTO	BAB
0,001	0,000	0,004	0,000	0,000	0,001	0,028	0,001	0,240	0,002

Optimalus portfelis suformuotas iš 30 akcijų savaitinių grąžų, gautų per laikotarpį nuo 2002-01-04 iki 2006-12-31 (žr. 3.5 lent.). Remiantis pateikta lentele galima teigti, kad pagal 3.4 lent. nurodytas kriterijų reikšmes, optimalus portfelis bus sudarytas įtraukus šias akcijas: RB/ – 0,229, BATS – 0,227 (abi įmonės priklauso plataus vartojimo prekių sektoriui), RTO – 0,24 (pramonės sektorius), CRPR – 0,148 (pagrindinių žaliavų sektorius). Tai yra pagrindinės optimalaus portfelio komponentės, kitų akcijų dalys yra minimalios. Taip pat vertėtų paminėti, jog optimalaus portfelio akcijų suma yra lygi 1.

#### 3.2.2. Optimalaus portfelio formavimas krizės (2007–2011 m.) laikotarpiu

Remiantis ankstesniame skyrelyje minėtomis formulėmis ir vertinant tuos pačius kriterijus, tik juos taikant kitiems duomenims, bei tikslines rizikos ir grąžos reikšmes, formuojamas optimalus portfelis, naudojant krizės laikotarpio istorinius duomenis, t. y. nuo 2007-01-04 iki 2011-12-31. Pasirinktos tikslingos grąžos ir rizikos reikšmės – atitinkamai po 7 proc. ir 6 proc. Tikslines reikšmes lyginant su prieš tai tirtu laikotarpiu, galima teigti, kad grąžos rodiklis akivaizdžiai sumažėjo, o rizikos išaugo 1 proc.



3.5 pav. Pareto sprendiniai trijų kriterijų atveju, gauti tiriant 2007 – 2011 m. laikotarpį

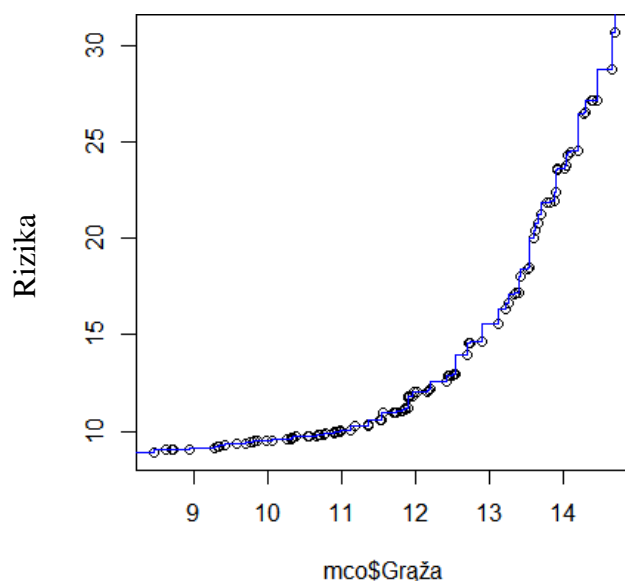
Pagal nurodytas kriterijų reikšmes algoritmas surado 114 sprendinių – tiek pat, kiek ir pirmuoju atveju (žr. 3.5 pav.). Iš kairiojo grafiko matyti, kad ties 11 proc. grąža įvyksta kreivės lūžis, kuris rodo, jog mažesnės grąžos portfeliai investuotojui yra neoptimalūs. Dešinėje esantis

grafikas atskleidžia, kad didėjant grąžos ir rizikos kriterijų reikšmėms, Šarpo rodiklio reikšmė mažėja. Taip pat, iš šio grafiko matyti, jog didžiausios Šarpo rodiklio reikšmės yra ties grąžos 12 proc., o rizikos – 10 proc. Tolesni skaičiavimai parodys tikslesnes tiriamų kriterijų reikšmes. Gautos kriterijų reikšmės kinta gana plačiu intervalu:

- grąža nuo 8,48 iki 14,71 proc.;
- rizika nuo 8,87 iki 30,73 proc.;
- Šarpo rodiklis nuo 0,48 iki 1,10.

Optimalus portfelis, kaip ir prieš tai tirtu atveju, išrenkamas atsižvelgiant į maksimalią Šarpo rodiklio reikšmę. Toliau pateikiami Pareto optimalių sprendimų grafikai, gauti įvertinus porinius kriterijus.

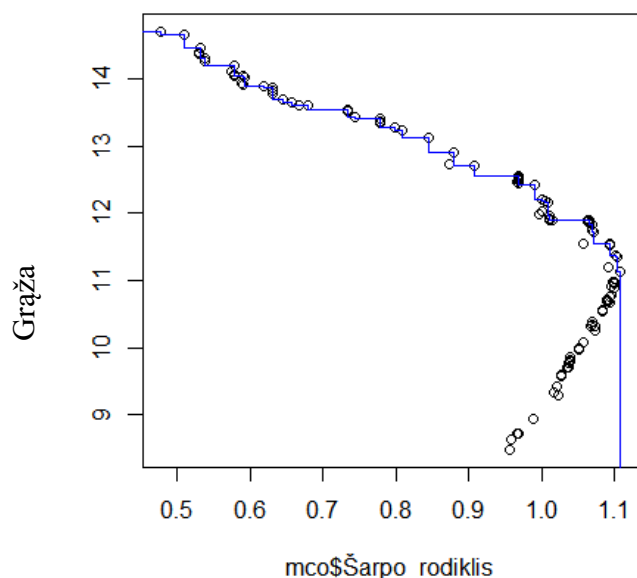
- Sprendinių pasiskirstymas, atsižvelgiant į grąžos ir rizikos kriterijus



**3.6 pav.** Pareto sprendinių pasiskirstymas, vertinant grąžos ir rizikos kriterijus

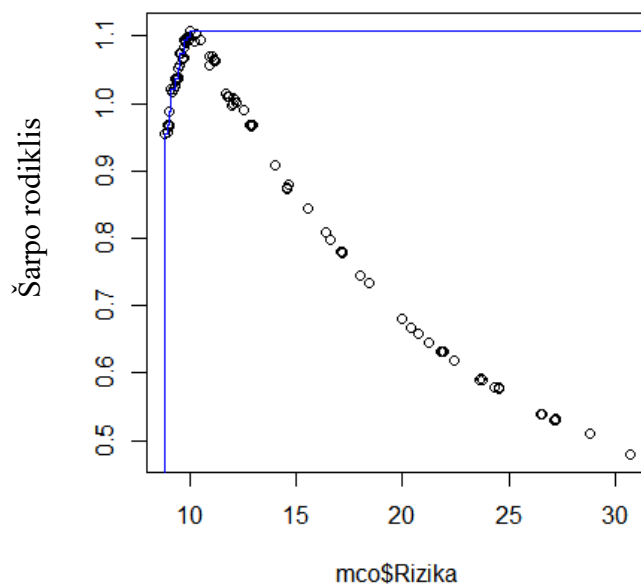
Pateiktame paveiksle, remiantis aukščiausia grąžos ir mažiausia rizikos reikšme, nubrėžtas Pareto frontas (žr. 3.6 pav.). Sprendinių išsidėstymas yra labai panašus kaip ir anksčiau nagrinėtu atveju. Vertinant krizės laikotarpio Pareto sprendinių pasiskirstymą, galima teigti, jog gautos sprendinių reikšmės svyruoja didesnėje amplitudėje nei prieš krizę. Vadinasi, šiuo atveju yra daug jautresnis rizikos kriterijus. Grąžos kriterijui kintant nuo 9 iki 12 proc., rizikos rodiklis pakinta beveik 4 proc., kai prieš tai buvusiu atveju pakito vos keliais procentais. Grąžai didėjant per 12 proc., rizikos lygis stipriai auga.

- Sprendinių pasiskirstymas, atsižvelgiant į grąžos ir Šarpo rodiklio kriterijus



Įvertinus didžiausias Šarpo rodiklio ir rizikos reikšmes, gautame paveiksle nubrėžtas Pareto frontas (žr. 3.7 pav.). Kaip ir ankstesniais atvejais, gauti sprendiniai Pareto fronto tolygiai nepadengia. Gauti rezultatai yra tokie pat, kaip ir įvertinus visų trijų kriterijų vaizdą – sprendiniai, kurių graža yra mažesnė už 11 proc., – neoptimalūs. Tai galima spręsti ir iš nubrėžto Pareto fronto, ir iš Šarpo rodiklio reikšmės. Tarkim, Šarpo rodiklį, lygų vienetui, galima gauti, kai graža lygi 8 proc. ir kai lygi 12 proc. Investuotojas tikrai nesirinks atvejo, kai pelningumas yra mažesnis.

- Sprendinių pasiskirstymas, atsižvelgiant į rizikos ir Šarpo rodiklio kriterijus



**3.8 pav.** Pareto sprendinių pasiskirstymas, vertinant rizikos ir Šarpo rodiklio kriterijus

3.8 pav. pateiktas Pareto sprendinių pasiskirstymas, vertinant du kriterijus – riziką ir Šarpo rodiklį. Pareto frontas brėžiamas atsižvelgiant į žemiausią rizikos ir aukščiausią Šarpo rodiklio reikšmę. Šiuo atveju, kaip ir prieš tai buvusi, sprendiniai tolygiai Pareto aibės nepadengia. Žvelgiant į grafiką matyti, jog rizikai esant lygiai 10 proc., Šarpo rodiklio reikšmė yra maksimali.

Nubrėžtas frontas rodo, kad sprendiniai, kurių rizika didesnė nei 10 proc., – neoptimalūs, kadangi tą pačią Šarpo rodiklio reikšmę galima pasiekti mažesniu rizikos laipsniu.

**3.6 lentelė.** Optimalaus portfelio, sudaryto tiriant krizės laikotarpio duomenis, kriterijų reikšmės

Graža (proc.)	Rizika (proc.)	Šarpo rodiklis
11,36	10,3	1,10

Apibendrinant empirinį tyrimą, atliktą naudojant krizės laikotarpio duomenis, galima teigti, jog gautos optimalaus portfelio kriterijų reikšmės yra gerokai didesnės negu prieš krizę (žr. 3.6 lent.). Iš sugeneruotų 114 variantų parinktas tas kriterijų derinys, kurio Šarpo rodiklis buvo maksimalus. Taigi, gauta didžiausia rodiklio reikšmė lygi 1,10, kai grąža lygi 11,36 proc., o rizika – 10,3 proc.

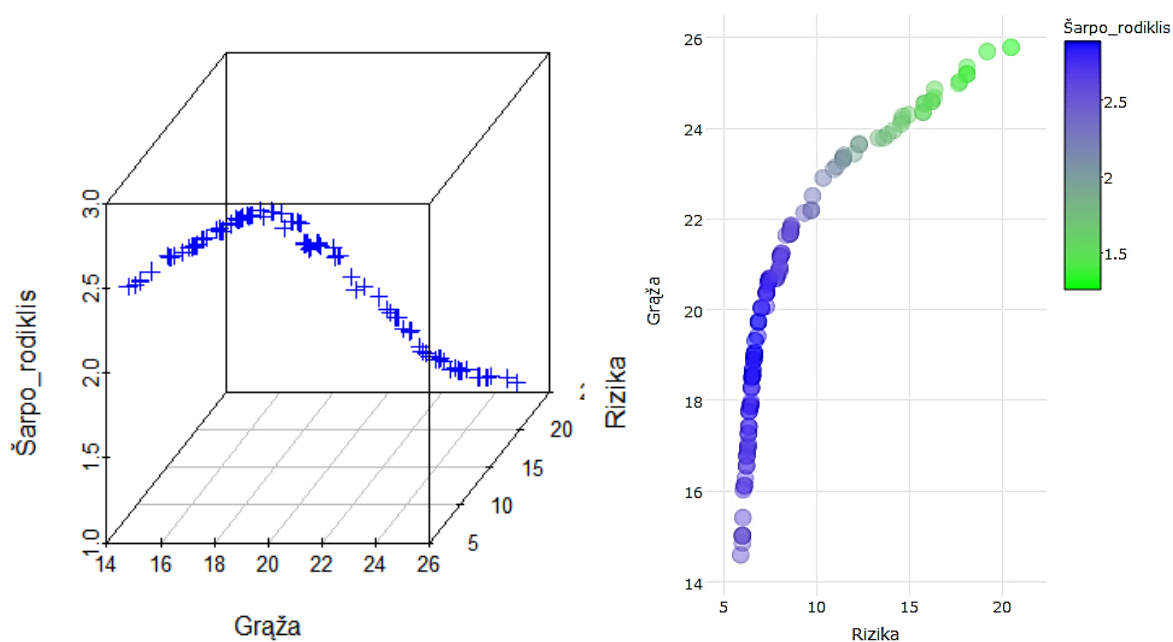
**3.7 lentelė.** Optimalaus portfelio svoriai, sudaryto tiriant 2007 – 2011 m. laikotarpio duomenimis

FDSA	CCC	SPE	AVV	SGE	CML	RIO	AAL	JMAT	VCT
0,000	0,000	0,001	0,016	0,004	0,001	0,001	0,002	0,000	0,005
CRPR	SYNT	BKG	BWY	RB/	BATS	PSN	ULVR	NXT	WTB
0,109	0,003	0,000	0,014	0,266	0,220	0,000	0,001	0,001	0,048
CFYN	GOG	CPG	WPP	SPX	RR/	AHT	SMIN	RTO	BAB
0,005	0,001	0,000	0,000	0,001	0,006	0,031	0,000	0,262	0,003

Remiantis optimaliomis kriterijų reikšmėmis sudarytas optimalus portfelis. Krizės laikotarpio kriterijų reikšmės atitinkančio portfelio svoriai pateikti 3.7 lent. Pagrindinės optimalų portfelį sudarančios akcijos pateiktos taip: RB/ – 0,266, BATS – 0,220 (abi įmonės priklauso plataus vartojimo prekių sektoriui), RTO – 0,262 (pramonės sektorius), CRPR – 0,109 (pagrindinių žaliavų sektorius). Tai yra pagrindinės optimalaus portfelio komponentės, kitų akcijų dalys yra minimalios.

### 3.2.3. Optimalaus portfelio formavimas po krizės (2012–2016 m.)

Remiantis ankstesniame skyrelyje minėtomis formulėmis, vertinant tuos pačius kriterijus, tik juos taikant kitiems duomenims, bei tikslines rizikos ir grąžos reikšmes, formuojamas optimalus portfelis, naudojant laikotarpio po krizės istorinius duomenis, t. y. nuo 2012-01-04 iki 2016-12-31. Pasirinktos tikslingos grąžos ir rizikos reikšmės – atitinkamai po 12 proc. ir 4 proc. Tikslinės reikšmės, lyginant su prieš tai tirtais laikotarpiais, šiek tiek skiriasi. Tikslinė grąža yra keliais procentais didesnė negu prieš krizę ir dviem kartais didesnė negu krizės laikotarpiu nustatyta reikšmė. O rizikos lygis yra panašus.



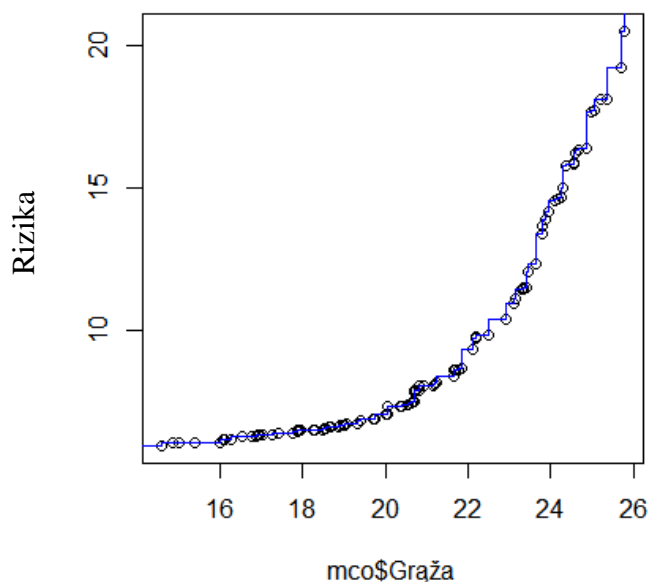
**3.9 pav.** Pareto sprendiniai trijų kriterijų atveju, gauti tiriant 2012 – 2016 m. laikotarpį

Pagal nurodytas kriterijų reikšmes algoritmas surado 114 sprendinių – tiek pat, kiek pirmuoju ir antruoju atvejais (žr. 3.9 pav.). Vertinant gautus rezultatus, iš kairiojo grafiko matyti, kad ties 20 proc. grąža įvyksta kreivės lūžis, kuris rodo, kad mažesnės grąžos portfeliai investuotojui yra neoptimalūs. Dešinėje esantis grafikas liudija, jog didėjant grąžos ir rizikos kriterijų reikšmėms, Šarpo rodiklio reikšmė mažėja. Taip pat šis grafikas atskleidžia, kad didžiausios Šarpo rodiklio reikšmės yra ties grąžos 20 proc., o rizikos – 7 proc. Tolesni skaičiavimai parodys tikslesnes tiriamų kriterijų reikšmes. Gautos kriterijų reikšmės kinta gana plačiu intervalu:

- grąža nuo 14,59 iki 25,79 proc.;
- rizika nuo 5,91 iki 20,49 proc.;
- Šarpo rodiklis nuo 1,26 iki 2,87.

Optimalus portfelis, kaip ir prieš tai tirtu atveju, išrenkamas atsižvelgiant į maksimalią Šarpo rodiklio reikšmę. Toliau pateikiami Pareto optimalių sprendimų grafikai, gauti įvertinus porinius kriterijus.

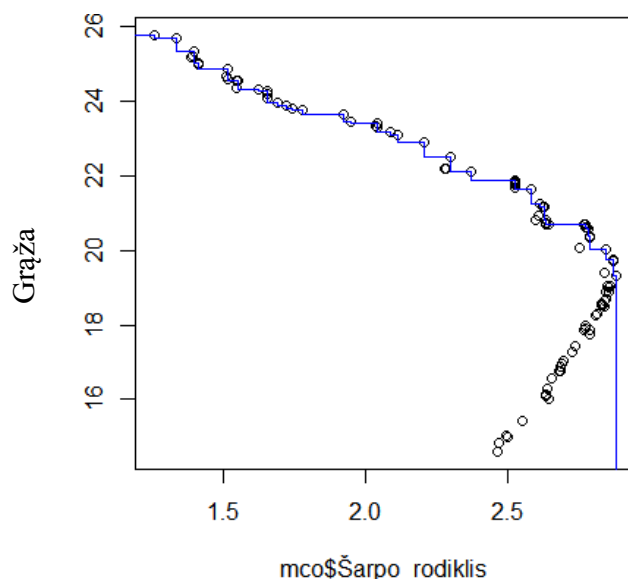
- Sprendinių pasiskirstymas, atsižvelgiant į grąžos ir rizikos kriterijus



**3.10 pav.** Pareto sprendinių pasiskirstymas, vertinant grąžos ir rizikos kriterijus

Pateiktame paveiksle, remiantis aukščiausia grąžos ir mažiausia rizikos reikšme, nubrėžtas Pareto frontas (žr. 3.10 pav.). Sprendinių išsidėstymas yra labai panašus kaip ir anksčiau nagrinėtais atvejais. Vertinant laikotarpio po krizės Pareto sprendinių pasiskirstymą, galima teigti, kad gautos sprendinių reikšmės svyruoja mažesnėje amplitudėje nei anksčiau tirtais laikotarpiais. Vertinant kriterijų jautrumą matyti, jog grąžos kriterijui kintant nuo 15 iki 22 proc., rizikos rodiklis pakinta vos 5 proc., tačiau grąžai viršijus šią ribą ir kintant nuo 22 iki 26 proc., t. y. rizikai pasikeitus vos 4 proc., rizika gali pakisti net 10 proc. Tai liudija, jog rizikinga rinktis didesnę už 22 proc. grąžą, nes galimi dideli rizikos pokyčiai.

- Sprendinių pasiskirstymas, atsižvelgiant į grąžos ir Šarpo rodiklio kriterijus



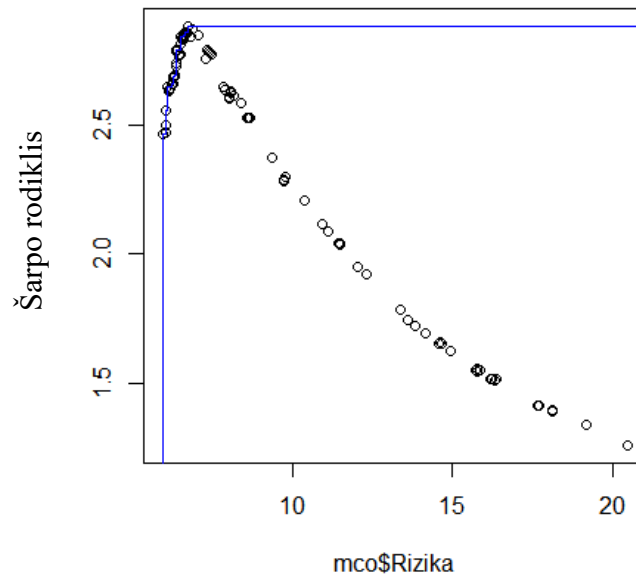
**3.11 pav.** Pareto sprendinių pasiskirstymas, vertinant grąžos ir Šarpo rodiklio kriterijus

Įvertinus didžiausias Šarpo rodiklio ir rizikos reikšmes, gautame paveiksle nubrėžtas Pareto frontas (žr. 3.11 pav.). Kaip ir ankstesniais atvejais, gauti sprendiniai Pareto fronto tolygiai



nepadengia. Gauti rezultatai yra tokie pat, kaip ir įvertinus visų trijų kriterijų vaizdą – sprendiniai, kurių graža yra mažesnė už 20 proc. – neoptimalūs. Tai galima spręsti ir iš nubrėžto Pareto fronto, ir iš Šarpo rodiklio reikšmės, kadangi su didesne nei 20 proc. gražos reikšme galima gauti tokią pačią Šarpo rodiklio reikšmę, kaip su graža, mažesne už 20 proc.

- Sprendinių pasiskirstymas, atsižvelgiant į rizikos ir Šarpo rodiklio kriterijus



**3.12 pav.** Pareto sprendinių pasiskirstymas, vertinant rizikos ir Šarpo rodiklio kriterijus

3.12 pav. pateiktas Pareto sprendinių pasiskirstymas, vertinant du kriterijus – riziką ir Šarpo rodiklį. Pareto frontas brėžiamas atsižvelgiant į žemiausią rizikos ir aukščiausią Šarpo rodiklio reikšmę. Šiuo atveju, kaip ir prieš tai buvusiais, sprendiniai tolygiai Pareto aibės nepadengia. Žvelgiant į grafiką matyti, jog rizikai esant apie 7 proc., Šarpo rodiklio reikšmė yra maksimali. Nubrėžtas frontas rodo, kad sprendiniai, kurių rizika yra didesnė nei 7 proc. – neoptimalūs, kadangi tą pačią Šarpo rodiklio reikšmę galima pasiekti mažesniu rizikos lygiu, šiuo atveju, kai rizika yra mažesnė už 7 proc.

**3.8 lentelė.** Optimalaus portfelio, sudaryto tiriant laikotarpio po krizės duomenis, kriterijų reikšmės

Graža (proc.)	Rizika (proc.)	Šarpo rodiklis
19,74	6,88	2,87

Apibendrinant empirinį tyrimą, atliktą naudojant krizės laikotarpio duomenis, galima teigti, jog gautos optimalaus portfelio kriterijų reikšmės yra skirtingos, nei lyginant su prieš tai tirtais laikotarpiais (žr. 3.8 lent.). Kaip ir ankstesniais atvejais, iš sugeneruotų 114 variantų parinktas tas kriterijų derinys, kurio Šarpo rodiklis buvo maksimalus. Taigi, gauta didžiausia rodiklio reikšmė yra 2,87, kai graža lygi 19,74 proc., o rizika – 6,88 proc.

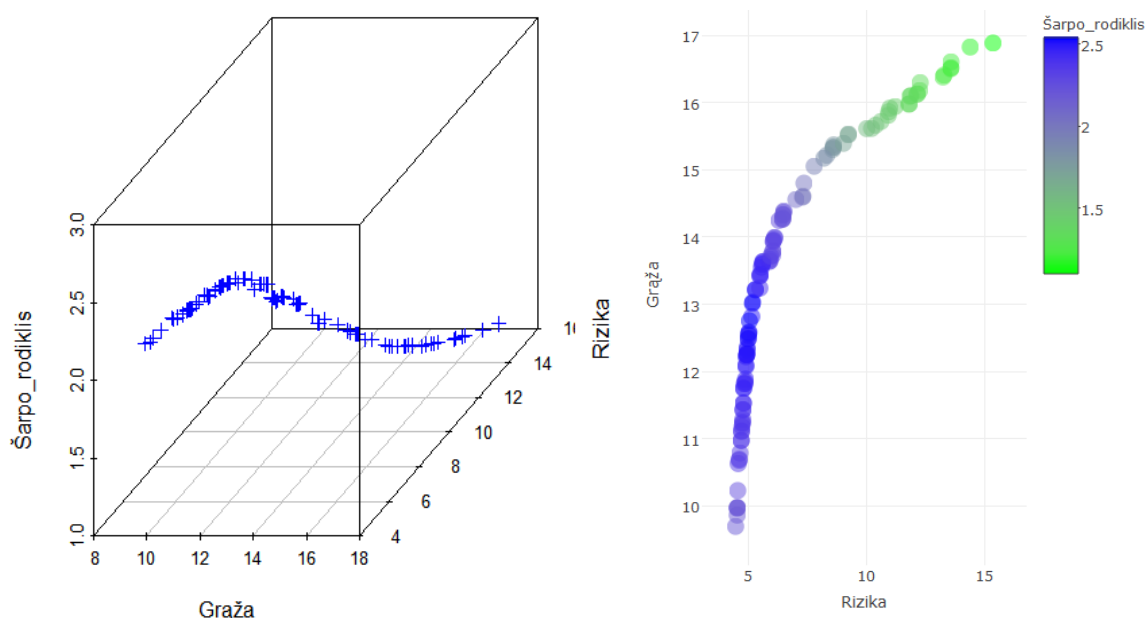
### 3.9 lentelė. Optimalaus portfelio svoriai, paremti 2012 – 2016 m. laikotarpio duomenimis

FDSA	CCC	SPE	AVV	SGE	CML	RIO	AAL	JMAT	VCT
0,000	0,000	0,001	0,016	0,005	0,001	0,001	0,002	0,000	0,005
CRPR	SYNT	BKG	BWY	RB/	BATS	PSN	ULVR	NXT	WTB
0,109	0,003	0,000	0,014	0,266	0,220	0,000	0,002	0,001	0,048
CFYN	GOG	CPG	WPP	SPX	RR/	AHT	SMIN	RTO	BAB
0,005	0,001	0,000	0,000	0,001	0,006	0,031	0,000	0,262	0,003

Pagal optimalias kriterijų reikšmes sudaryto optimalaus portfelio svoriai yra labai panašūs į krizės laikotarpio optimalaus portfelio sudėtį (žr. 3.9 lent.). Pagrindinės optimalų portfelį sudarančios akcijos pateiktos taip: RB/ – 0,266, BATS – 0,220 (abi įmonės priklauso plataus vartojimo prekių sektoriui), RTO – 0,262 (pramonės sektorius), CRPR – 0,109 (pagrindinių žaliavų sektorius). Tai yra pagrindinės optimalaus portfelio komponentės, kitų akcijų dalys yra minimalios.

#### 3.2.4. Optimalaus portfelio formavimas visu tirtu laikotarpiu (2002–2016 m.)

Šioje darbo dalyje, siekiant sujungti tirtų laikotarpių rezultatus, optimalus portfelis formuojamas naudojant viso tirtu laikotarpio duomenis, t. y. nuo 2002-01-04 iki 2016-12-31. Skaičiavimai atliekami remiantis ankstesniame skyrelyje minėtomis formulėmis bei vertinant tuos pačius kriterijus. Pasirinktos tikslingos grąžos ir rizikos reikšmės – atitinkamai po 8 proc. ir 3 proc. Tikslinės reikšmės, palyginti su prieš tai tirtais laikotarpiais, šiek tiek skiriasi. Jos parinktos atsižvelgiant į tirtų laikotarpių rezultatus bei kriterijų reikšmes.



3.13 pav. Pareto sprendiniai trijų kriterijų atveju, gauti tiriant 2002 – 2016 m. laikotarpį

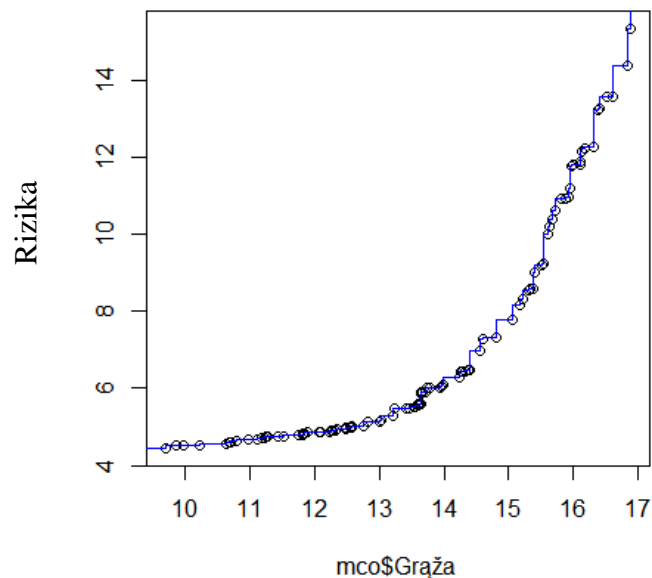
Pagal nurodytas kriterijų reikšmes algoritmas surado 114 sprendinių, kurių išsidėstymas pateiktas 3.13 pav. Sprendinių skaičius yra vienodas visais nagrinėtais atvejais. Iš kairiojo grafiko matyti, kad ties 12 proc. grąža įvyksta kreivės lūžis, kuris rodo, jog mažesnės grąžos portfeliai yra

neoptimalūs. Remiantis dešinėje esančiu grafiku matyti, kad didžiausia Šarpo rodiklio reikšmė turėtų būti gaunama gražai esant apie 13 proc., o rizikai – apie 5 proc. Tolesni skaičiavimai šią prielaidą patvirtins arba paneigs. Apskaičiuotos vertinamų kriterijų reikšmės kinta plačiu intervalu:

- graža nuo 9,69 iki 16,89 proc.;
- rizika nuo 4,43 iki 15,36 proc.;
- Šarpo rodiklis nuo 1,09 iki 2,52.

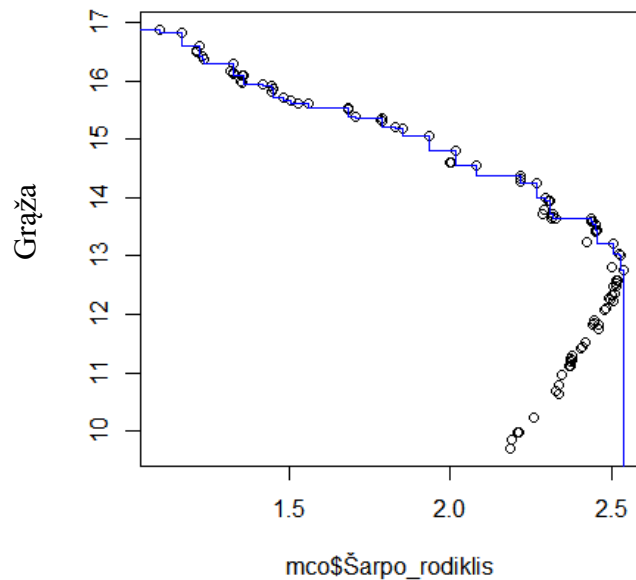
Viso tirta laikotarpio rezultatus atskleidžiantis optimalus portfelis bus išrenkamas atsižvelgiant į maksimalią Šarpo rodiklio reikšmę, todėl toliau vertinamas porinių kriterijų tarpusavio rezultatų išsidėstymas, o pagal tai išrenkamas optimalus sprendinys. Pateikiami Pareto optimalių sprendimų grafikai, gauti įvertinus porinius kriterijus.

- Sprendinių pasiskirstymas, atsižvelgiant į gražos ir rizikos kriterijus



Pateiktame paveiksle, remiantis aukščiausia gražos ir mažiausia rizikos reikšme, nubrėžtas Pareto frontas (žr. 3.14 pav.). Sprendinių išsidėstymas yra labai panašus kaip ir anksčiau nagrinėtais atvejais. Vertinant kriterijų jautrumą, galima daryti išvadą, kad gražos kriterijui kintant nuo 10 iki 14 proc., rizikos rodiklis pakinta vos 1,5 proc., o gražai viršijus 14 proc. ribą ir kintant iki 17 proc., t. y. rizikai pasikeitus vos 3 proc., rizika gali pakisti 8 proc. Lyginant šiuo rezultatus su prieš tai tirtais trimis atvejais, akivaizdu, jog atliekant viso laikotarpio analizę rezultatai yra stabilesni, o gautos kriterijų reikšmės – mažiau jautrios pokyčiams.

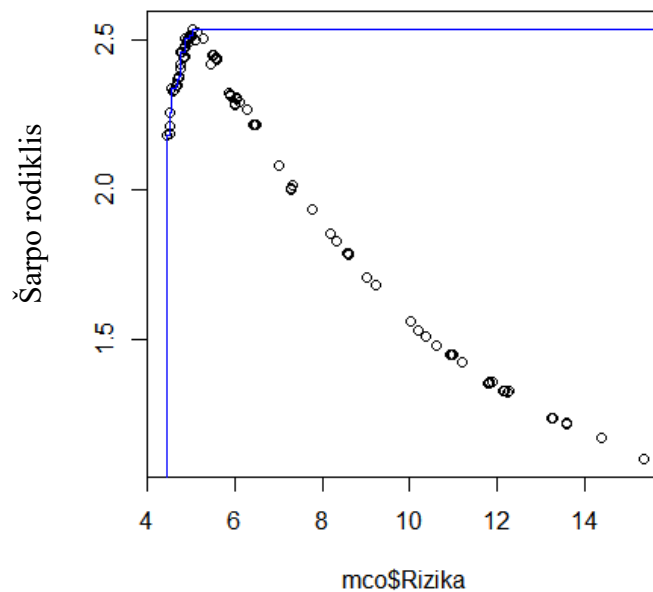
- Sprendinių pasiskirstymas, atsižvelgiant į gražos ir Šarpo rodiklio kriterijus



**3.15 pav.** Pareto sprendinių pasiskirstymas, vertinant gražos ir Šarpo rodiklio kriterijus

Įvertinus didžiausias Šarpo rodiklio ir rizikos reikšmes, gautame paveiksle nubrėžtas Pareto frontas (žr. 3.15 pav.). Kaip ir ankstesniais atvejais, gauti sprendiniai Pareto fronto tolygiai nepadengia. Gauti rezultatai yra tokie pat, kaip ir įvertinus visų trijų kriterijų vaizdą – sprendiniai, kurių graža yra mažesnė už 12,5 proc., – neoptimalūs. Tai galima spręsti ir iš nubrėžto Pareto fronto, ir iš Šarpo rodiklio reikšmės, kadangi didesne nei 12,5 proc. gražos reikšme galima gauti tokią pačią Šarpo rodiklio reikšmę, kaip su graža, mažesne už minėtąją.

- Sprendinių pasiskirstymas, atsižvelgiant į rizikos ir Šarpo rodiklio kriterijus



**3.16 pav.** Pareto sprendinių pasiskirstymas, vertinant rizikos ir Šarpo rodiklio kriterijus

3.16 pav. pateiktas Pareto sprendinių pasiskirstymas, vertinant du kriterijus –riziką ir Šarpo rodiklį. Pareto frontas brėžiamas atsižvelgiant į žemiausią rizikos ir aukščiausią Šarpo rodiklio reikšmę. Šiuo atveju, kaip ir prieš tai buvusiais, sprendiniai tolygiai Pareto aibės nepadengia.

Žvelgiant į grafiką pastebima, jog rizikai esant apie 5 proc., Šarpo rodiklio reikšmė yra maksimali. Nubrėžtas frontas rodo, kad sprendiniai, kurių rizika yra didesnė už 5 proc., – neoptimalūs, kadangi tą pačią Šarpo rodiklio reikšmę galima pasiekti mažesniu rizikos lygiu, šiuo atveju, kai rizika yra mažesnė nei 5 proc.

**3.10 lentelė.** Optimalaus portfelio, sudaryto naudojant viso laikotarpio duomenis, kriterijų reikšmės

Graža (proc.)	Rizika (proc.)	Šarpo rodiklis
12,57	4,99	2,52

Apibendrinant empirinį tyrimą, atliktą naudojant viso analizuoto laikotarpio duomenis, galima teigti, kad gautos optimalaus portfelio kriterijų reikšmės yra skirtingos, palyginti su prieš tai tirtais laikotarpiais (žr. 3.10 lent.). Kaip ir ankstesniais atvejais, iš sugeneruotų 114 variantų buvo parenkamas tas kriterijų derinys, kurio Šarpo rodiklis maksimalus. Taigi, gauta didžiausia rodiklio reikšmė yra 2,52, kai graža lygi 4,99 proc., o rizika – 12,57 proc. Šiuo atveju dėmesį reikėtų atkreipti į gražos ir rizikos santykį, kadangi graža yra panaši kaip ir ankstesniais atvejais, tačiau rizikos lygis yra gerokai mažesnis.

**3.11 lentelė.** Optimalaus portfelio svoriai, sudaryto tiriant 2002–2016 m. laikotarpio duomenis

<b>FDSA</b>	<b>CCC</b>	<b>SPE</b>	<b>AVV</b>	<b>SGE</b>	<b>CML</b>	<b>RIO</b>	<b>AAL</b>	<b>JMAT</b>	<b>VCT</b>
0,013	0,001	0,000	0,014	0,000	0,000	0,000	0,000	0,006	0,020
<b>CRPR</b>	<b>SYNT</b>	<b>BKG</b>	<b>BWY</b>	<b>RB/</b>	<b>BATS</b>	<b>PSN</b>	<b>ULVR</b>	<b>NXT</b>	<b>WTB</b>
0,161	0,000	0,033	0,001	0,229	0,227	0,004	0,007	0,087	0,003
<b>CFYN</b>	<b>GOG</b>	<b>CPG</b>	<b>WPP</b>	<b>SPX</b>	<b>RR/</b>	<b>AHT</b>	<b>SMIN</b>	<b>RTO</b>	<b>BAB</b>
0,004	0,001	0,000	0,001	0,002	0,000	0,028	0,001	0,160	0,000

Pagal optimalias kriterijų reikšmes sudaryto optimalaus portfelio svoriai pateikti 3.11 lent. Kaip ir ankstesniais atvejais, optimalaus portfelio pagrindinę dalį sudaro tos pačios įmonės, tik svoriai pasiskirsto šiek tiek kitaip. Tiriant 2002–2016 m. duomenis, pagal didžiausią Šarpo rodiklio reikšmę suformuoto optimalaus portfelio svoriai pasiskirsto šitaip: RB/ – 0,229, BATS – 0,227 (abi įmonės priklauso plataus vartojimo prekių sektoriui), RTO – 0,160 (pramonės sektorius), CRPR – 0,161 (pagrindinių žaliavų sektorius). Tai yra pagrindinės optimalaus portfelio komponentės, kitų akcijų dalys yra mažesnės.

### 3.3. Apibendrinti tyrimų rezultatai

Siekiant apibendrinti tyrimo rezultatus, kiekvienu laikotarpiu suformuotam optimaliam portfeliui paskaičiuojamas beta koeficientas ir taip įvertinama sudaryto portfelio sisteminė rizika. Gauti rezultatai pateikti 3.12 lent.

### 3.12 lentelė. Optimalių portfelių sisteminės rizikos įvertinimas

Laikotarpis	Tikslinė grąža	Tikslinė rizika	Optimalaus portfelio kriterijų reikšmės			Portfelio $\beta$
			Grąža (proc.)	Rizika (proc.)	Šarpo rodiklis	
2002 – 2006	10	5	16,02	8,37	1,91	0,54
2007 - 2011	7	6	11,36	10,3	1,10	0,76
2012 – 2016	12	4	19,74	6,88	2,87	0,76
2002 – 2016	8	3	12,57	4,99	2,52	0,67

Apibendrinant gautus rezultatus galima teigti, jog kiekvieno suformuoto portfelio sisteminė rizika yra mažesnė už vidutinę rinkos riziką, kadangi gauta  $\beta$  koeficiento reikšmė yra mažesnė už 1. Lyginant gautus rezultatus tarpusavyje, mažiausia sisteminė rizika yra portfelio, suformuoto pagal 2002–2006 m. duomenis, – ji lygi 0,54. Portfeliai, formuoti krizės ir po krizės laikotarpiais, turi tokią pačią sisteminę riziką, lygią 0,76. O visus duomenis jungiančio portfelio sisteminė rizika atitinka visų trijų pagal laikotarpius išskirtų duomenų vidurkį. Taip pat, vertėtų paminėti, kad indekso, kuriuo remiantis vertinama sisteminė rizika,  $\beta$  koeficientas lygus 1,27. Vadinasi, suformuoti portfeliai yra mažesnės sisteminės rizikos.

Suformuotiems optimaliems portfeliams taip pat įvertinama nesisteminė rizika. Gauti rezultatai pateikti 3.13 lent.

### 3.13 lentelė. Optimalių portfelių nesisteminės rizikos įvertinimas

Laikotarpis	Tikslinė grąža	Tikslinė rizika	Optimalaus portfelio kriterijų reikšmės			EBITDA pelningumas (proc.)	Altman Z rodiklis	Einamasis likvidumas
			Grąža (proc.)	Rizika (proc.)	Šarpo rodiklis			
2002 – 2006	10	5	16,02	8,37	1,91	23,53	5,67	1,20
2007 - 2011	7	6	11,36	10,3	1,10	23,95	5,81	1,10
2012 – 2016	12	4	19,74	6,88	2,87	23,99	5,83	1,10
2002 – 2016	8	3	12,57	4,99	2,52	23,38	5,91	1,32

Įvertinus nesisteminę riziką matyti, jog analizuotų rodiklių reikšmės visais keturiais atvejais yra panašios. EBITDA pelningumas mažiausias yra 2002–2016 m. portfelio – 23,38 proc., o didžiausias – 2012–2016 m. portfelio. Altmano Z rodiklis bankroto neprognozuoja nė vienam portfeliui. Einamojo likvidumo rodiklio reikšmė visiems keturiems portfeliams yra optimali. Gautus rezultatus lyginant su pavienių akcijų vidutiniais rodikliais, EBITDA pelningumas bei Altmano Z rodiklių reikšmės gautos didesnės, kai formuojami portfeliai, o ne tiriamos pavienės akcijos. Pavienių akcijų vidutinės šių rodiklių reikšmės – 19,64 proc. ir 4,63. Einamojo likvidumo rodiklio reikšmės sudarius portfelius yra gautos mažesnės, kadangi pavienių akcijų vidutinė einamojo likvidumo rodiklio reikšmė – 1,6.

## IŠVADOS

1. Atlikus mokslinės literatūros apžvalgą, nustatyta, kad optimalių portfelių sudarymo srities tyrėjai dažniausiai taiko daugiakriterio optimizavimo metodus. Pastarieji leidžia suderinti portfelio optimizavimą su išsamiu daugiareikšmių kriterijų nagrinėjimu. Apžvelgtuose tyrimuose dažniausiai taikomas genetinio algoritmo metodas, portfeliai formuoti iš pavienių akcijų arba pasirinkti indeksai. Portfelio sisteminė rizika apibūdinama kaip rizika, kurios investuotojas išvengti negali, ir ji susijusi su veiksniais, lemiančiais visą rinką. Nesisteminė rizika būdinga konkrečiai portfelio akcijai.

2. Optimaliam portfeliui formuoti pasirinktas vienas iš daugiakriterio optimizavimo algoritmų – NSGA-II, kuris siekia minimizuoti daugiatisles funkcijas, kad būtų nustatyti Pareto frontas bei Pareto aibė.

3. Optimalaus portfelio sisteminė rizika vertinta naudojant beta koeficientą. Nesisteminė rizika vertinama atsižvelgiant į tris rodiklius: pelno prieš mokesčius, palūkanas, nusidėvėjimą ir amortizaciją rodiklio pelningumą; Altmano Z rodiklį; einamąjį likvidumą.

4. Optimalūs portfeliai sudaromi remiantis trimis kriterijais: maksimalia grąža, minimalia rizika, maksimaliu Šarpo rodikliu. Norint suderinti šiuos tris kriterijus, ieškoma Pareto prasme optimalių sprendinių, kurie gaunami suderinus nesuderinamus kriterijus. Pareto optimalus sprendinys – toks sprendinys, kurio nebegalima pagerinti, nepabloginus kitų kriterijų reikšmės. Grafikuose braižomas Pareto frontas, atsižvelgiant į kriterijų reikšmes, leidžia nustatyti optimalius ir neoptimalius sprendinius. Iš gautos Pareto aibės geriausias sprendinys parenkamas atsižvelgiant į maksimalią Šarpo rodiklio reikšmę.

5. Įvertinus optimalių portfelių sisteminę riziką, gauti rezultatai parodė, jog pastarosios lygis yra mažesnis negu vidutinis rinkos rizikos lygis, kadangi visiems tirtiems portfeliams gautos beta koeficiento reikšmės yra mažesnės už 1 (reikšmės svyruoja nuo 0,54 iki 0,76). Paskaičiuotas pavienių akcijų vidutinis beta koeficientas yra didesnis (0,86) negu suformavus portfelius. Vadinasi, sudarius portfelius sisteminė rizika yra sumažinama. Įvertinus tirtų atvejų nesisteminę riziką, nustatyta, kad gautos rodiklių reikšmės labai panašios. Tačiau rodiklius palyginus su pavienių akcijų vidutinėmis reikšmėmis, pelno prieš mokesčius, palūkanas, nusidėvėjimą ir amortizaciją rodiklio pelningumas bei Altmano Z rodiklių reikšmės yra gautos didesnės, kai formuojami portfeliai, o ne tiriamos pavienės akcijos. Pavienių akcijų vidutinės šių rodiklių reikšmės – 19,64 proc. ir 4,63, portfelių reikšmės svyruoja apie 23 proc. ir 6. Einamojo likvidumo rodiklio reikšmės sudarius portfelius gautos mažesnės (apie 1,2), kadangi pavienių akcijų vidutinė einamojo likvidumo rodiklio reikšmė – 1,6. Įvertinus šiuos rodiklius, mokumo, likvidumo ar bankroto galimybės įžvelgti negalima.

## LITERATŪROS SARAŠAS

1. VALENTINAVIČIUS, Stasys. *Investicijų valdymas: teoriniai ir praktiniai aspektai: monografija*. Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla, 2010. ISBN 9789955335788.
2. SAKALAUSKAS, Virgilijus. Investicijų rizikos vertinimas Lietuvos vertybinių popierių rinkoje. *Informacijos mokslai*. Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla, 2003, **27**, 121-130. ISSN 1392-0561.
3. VALAKEVIČIUS, Eimutis. *Investavimas finansų rinkose: vadovėlis*. Kaunas: Technologija, 2011. ISBN 978-9955-25-556-7.
4. LUMBY, Steve. *Investment Appraisal and Financial Decisions*. 5-th edition. London: CHAPMAN&HALL, 1994. ISBN 0 412 58840 4.
5. BIRCEA, ION. Evaluation of a company specific risk premium. *Scource as a form multiculturalism in literature and communication* [interaktyvus]. 2015, 652 – 659 [žiūrėta 2017-05-14]. ISBN: 978-606-8624-21-1.
6. STANKEVIČIENĖ, Jelena ir Asta BERNATAVIČIENĖ. Daugiakriterinis Lietuvos investicinių fondų veiklos efektyvumo vertinimas. *Verslo ir teisės aktualijos* [interaktyvus]. 2012, **7(2)**, 404 - 422 [žiūrėta 2017-04-20]. Prieiga per: DOI: 10.5200/1822-9530.2012.25.
7. POŠKAITĖ, Laima. *Vertybinių popierių portfelio sudarymo etapai*. 2007 [žiūrėta 2017-05-15]. Prieiga per: [http://jaunasis-mokslininkas.asu.lt/smk\\_2007/finansai/Poskaite\\_Laima.pdf](http://jaunasis-mokslininkas.asu.lt/smk_2007/finansai/Poskaite_Laima.pdf)
8. TOMAŠEVIČ, Vladislav. Investicinių projektų ekonominio efektyvumo analizė ir vertinimas (taikant diskontuotų pinigų srautų metodus): *Daktaro disertacija*. Vilnius, 2010.
9. CIBULSKIENĖ, Diana ir Martynas Brazauskas. Plačios diversifikacijos investavimo strategijos testavimas. *Vadyba: Journal of Management* [interaktyvus]. 2014, **24(1)**, 97 – 103 [žiūrėta 2017-05-15]. ISSN 1648-7974.
10. DEWANDARU, Ginanjar, Rumi MASIH, Obiyathulla Ismath BACHA and A. Mansur M. MASIH. The role of Islamic asset classes in the diversified portfolios: mean variance spanning test. *Emerging Markets Review* [interaktyvus]. 2017, **30**, 66-95 [žiūrėta 2017-05-15]. Prieiga per: Science Direct.
11. EUROPOS PARLAMENTAS. *Didieji duomenys: galimybės ir pavojai*. 2016 [žiūrėta 2017-04-26]. Prieiga per: [http://www.europarl.europa.eu/pdfs/news/public/story/20160926STO44010/20160926STO44010\\_lt.pdf](http://www.europarl.europa.eu/pdfs/news/public/story/20160926STO44010/20160926STO44010_lt.pdf)
12. BERMAN, Jules J. *Principles of big data: preparing, sharing, and analyzing complex information*. Massachusetts: Elsevier Inc, 2013. ISBN 978-0-12-404576-7.
13. MARR, Bernard. *Big data: using smart big data, analytics and metrics to make better decisions and improve performance*. West Sussex: John Wiley & Sons Ltd, 2015. ISBN 978-1-118-96583-2.
14. KITCHIN, Rob. *The data revolution: big data, open data, data infrastructures & their consequences*. London: SAGE Publications Ltd, 2014. ISBN 978-1-4462-8747-7.
15. MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. *The Journal of Finance*. Wiley, 1952, **7(1)**, 77-91. DOI: 10.2307/2975974
16. CIBULSKIENĖ, Diana ir Žana GRIGALIŪNIENĖ. Modernios portfelio teorijos genezė ir vystymasis. *Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos*. Šiauliai: Šiaulių universiteto bibliotekos Leidybos skyrius, 2007, **8(1)**, 52-61. ISSN 1648-9098.



17. TOBIN, James. Liquidity Preference as Behavior Towards Risk. *The Review of Economic Studies*. The Review of Economic Studies Ltd, 1958, **25**(2), 66-86 [žiūrėta 2017-05-01]. Prieiga per: <http://web.uconn.edu/ahking/Tobin58.pdf>
18. ALRABADI, Dima Waleed Hanna. Portfolio optimization using the generalized reduced gradient nonlinear algorithm: An application to Amman Stock Exchange. *International Journal of Islamic and Middle Eastern Finance and Management* [interaktyvus]. 2016, **9**(4), 570-582 [žiūrėta 2017-05-03]. Prieiga per: doi: 10.1108/IMEFM-06-2015-0071.
19. BERGER, Theo and Christian FIEBERG. On portfolio optimization: Forecasting asset covariances and variances based on multi-scale risk models. *The Journal of Risk Finance* [interaktyvus]. 2016, **17**(3), 295-309 [žiūrėta 2017-05-03]. Prieiga per: doi: 10.1108/JRF-09-2015-0094.
20. SOLIMANPUR, Maghsoud, Gholamreza MANSOURFAR and Farzad GHAYOUR. Optimum portfolio selection using a hybrid genetic algorithm and analytic hierarchy process. *Studies in Economics and Finance* [interaktyvus]. 2015, **32**(3), 379-394 [žiūrėta 2017-05-03]. Prieiga per: doi: 10.1108/SEF-08-2012-0085.
21. LIU Young – Jun and Wei – Gou ZHANG. Fuzzy portfolio optimization model under real constraints. *Insurance: Mathematics and Economics* [interaktyvus]. 2013, **53**(3), 704-711 [žiūrėta 2017-05-08]. Prieiga per: Science Direct.
22. MAINIK, Georg, Georgi MITOV and Ludger Rüschemdorf. Portfolio optimization for heavy-tailed assets: Extreme Risk Index vs. Markowitz. *Journal of Empirical Finance* [interaktyvus]. 2015, **32**, 115 – 134 [žiūrėta 2017-05-08]. Prieiga per: Science Direct.
23. HATEMI-J, Abdunnasser and Youssef EL-KHATIB. Portfolio selection: An alternative approach. *Economics Letters* [interaktyvus]. 2015, **135**, 141 - 143 [žiūrėta 2017-05-09]. Prieiga per: Science Direct.
24. BEKIROU, Stelios, Jose Arreola HERNANDEZ, Shawkat HAMMOUDEX and Duc Khong NGUYEN. Multivariate dependence risk and portfolio optimization: An application to mining stock portfolios. *Resources Policy* [interaktyvus]. 2015, **46**(2), 1 – 11 [žiūrėta 2017-05-09]. Prieiga per: Science Direct.
25. SARKER, Mokta Rani. Optimal Portfolio Construction: Evidence from Dhaka Stock Exchange in Bangladesh. *World Journal of Social Sciences* [interaktyvus]. 2013, **3**(6), 75-87 [žiūrėta 2017-05-10]. Prieiga per: <http://www.wjsspapers.com/static/documents/November/2013/6.%20Mokta.pdf>
26. ANDRECUT, M. Spin glasses and nonlinear constraints in portfolio optimization. *Physics Letters A* [interaktyvus]. 2014, **378**(4), 334 - 337 [žiūrėta 2017-05-11]. Prieiga per: Science Direct.
27. ARACIOGLU, Burcu, Fatma DEMIRCAN and Haluk SOYUER. Mean – Variance – Skewness – Kurtosis Approach to Portfolio Optimization: An Application in Istanbul Stock Exchange. *EGE Academic Review* [interaktyvus]. 2011, **11**, 9 - 17 [žiūrėta 2017-05-11]. Prieiga per: [http://www.onlinedergi.com/makaledosyalari/51/pdf2011\\_5\\_2.pdf](http://www.onlinedergi.com/makaledosyalari/51/pdf2011_5_2.pdf)
28. DOBROVOLSKIENĖ, Nomedė. Finansinių išteklių pasiskirstymas projektų portfelyje atsižvelgiant į darnumo aspektus: *Daktaro disertacija*. Vilnius: Technika, 2016.
29. Vertybinių popierių birža NASDAQ OMX Vilnius. Įmonių finansinė analizė: *Rodiklių skaičiavimo metodika*. Vilnius, NASDAQ OMX Vilnius, 2010. ISBN 978-609-95195-0-0.

30. Auditum. Finansinių rodiklių žodynas [interaktyvus]. [žiūrėta 2017-05-30]. Prieiga per:  
<http://www.auditum.lt/index.php/ekonominiu-terminu-zodynas.html>.
31. ALTMAN, I. Edvard. Predicting Financial Distress of Companies: Revisiting the Z-Score and Zeta Models [interaktyvus]. 7-36 [žiūrėta 2017-05-30]. Prieiga per:  
<http://pages.stern.nyu.edu/~ealtman/PredFnclDistr.pdf>
32. ŠPICAS, Renatas ir Gintarė NEKROŠIŪTĖ. Įmonių kredito rizikos vertinimo modelių taikymas Lietuvos kredito unijose. *Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos*. 2012, **28**(4), 120 – 132 [žiūrėta 2017-05-30]. ISSN 1648-9098.
33. MAJUMDER, M. Multi Criteria Decision Making. In: *Impact of Urbanization on Water Shortage in Face of Climate Aberrations*. SpringerBriefs in Water Science and Technology, 2015, 35 – 47. DOI 10.1007/978-981-4560-73-3\_2.
34. LANČINSKAS, Algirdas. Atsitiktinės paieškos globaliojo optimizavimo algoritmų lygiagretinimas: *Daktaro disertacija*. Vilnius, 2013.
35. FILATOVAS, Ernestas. Daugiakriterinių optimizavimo uždavinių sprendimas interaktyviuoju būdu: *Daktaro disertacija*. Vilnius, 2012.
36. DEB, Kalyanmoy, Amrit PRATAP, Sameer AGARWAL and T. MEYARIVAN. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* [interaktyvus]. 2002, **6**(2), 182 – 197 [žiūrėta 2017-05-31]. Prieiga per:  
[https://www.iitk.ac.in/kangal/Deb\\_NSII.pdf](https://www.iitk.ac.in/kangal/Deb_NSII.pdf)
37. MAŠNAUSKAS, Liudas ir Jonas STANKŪNAS. Daugiakriterinių optimizavimo metodų panaudojimo galimybės antžeminėse saugos priemonėse. *Aviacijos technologijos*. 2014, **2**(2), 45 – 52. Prieiga per: DOI: 1038/at.2014.26

<b>Akcijos trumpinys</b>	<b>Pilnas pavadinimas</b>	<b>Aprašymas</b>
<b>FDSA</b>	FIDESSA GROUP PLC	Fidessa Group PLC supplies computer software products to customers in the financial trading systems market. The Company also provides related consulting, software development, training, and support services.
<b>CCC</b>	COMPUTACENTER PLC	Computacenter plc provides distributed information technology and related services to corporate and public sector organizations. The Group's services are divided into three sectors: logistical operations, consolidation and integration, and operational management. Computacenter has operations in the UK, France, Luxembourg and Belgium.
<b>SPE</b>	SOPHEON PLC	Sopheon plc provides software tools, experts, and content that help organizations improve the business impact of product development. The Company's products and services include the Accolade product development system, the Teltech.com Web-based research portal for technical and business professionals, and Organik expertise-sharing software.
<b>AVV</b>	AVEVA GROUP PLC	AVEVA Group PLC, a holding company, markets and develops computer software and services for engineering and related solutions.
<b>SGE</b>	SAGE GROUP PLC/THE	The Sage Group plc is a software publishing company. The Group develops, publishes, and distributes accounting and payroll software for personal computer systems. Via its subsidiaries, Sage also maintains a registered user database which provides a market for their related products and services, including computer forms, software support contracts.
<b>CML</b>	CML MICROSYSTEMS PLC	CML Microsystems plc designs, manufactures and markets semiconductors for the communications sector. The Company produces wire-line modems, signaling and interface devices, handheld wireless data terminals and related wireless products for the telecom industries. The Group has trading operations in Western Europe, the Far East and North America.
<b>RIO</b>	RIO TINTO PLC	Rio Tinto plc is an international mining company. The Company has interests in mining for aluminum, borax, coal, copper, gold, iron ore, lead, silver, tin, uranium, zinc, titanium dioxide feedstock, diamonds, talc and zircon. Dually-listed company with RIO AU.
<b>AAL</b>	ANGLO AMERICAN PLC	Anglo American PLC is a global mining company. The Company's mining portfolio includes bulk commodities including iron ore, manganese, and metallurgical coal, base metals including copper and nickel and precious metals and minerals including platinum and diamonds. Anglo American has mining operations in Africa, Europe, North and South America, Asia,
<b>JMAT</b>	JOHNSON MATTHEY PLC	Johnson Matthey PLC is a specialty chemicals company which manufactures catalysts, pharmaceutical materials, and pollution control systems. The Company also refines platinum, gold and silver, and produces color and coating materials for the glass, ceramics, tile, plastics, paint, ink, and construction industries. Johnson Matthey has operations around.
<b>VCT</b>	VICTREX PLC	Victrex plc manufactures and sells a thermoplastic, under the trade mark PEEK. Their PEEK products are used primarily by compounders and processors, in order to manufacture products in a range of industrial applications.
<b>CRPR</b>	CROPPER (JAMES) PLC	James Cropper PLC is a global paper manufacturing and converting company. The Company makes text and cover stock, manila boards, graphical papers, bookbinding papers, framing and archival boards, packaging paper, industrial papers, display board, mountboard, and technical fiber products.
<b>SYNT</b>	SYNTHOMER PLC	Synthomer Plc manufactures and supplies latices and specialty emulsion polymers. The Company's products are used in a range of market segments, such as coatings, construction, textiles, paper and synthetic latex gloves.

<b>Akcijos trumpinys</b>	<b>Pilnas pavadinimas</b>	<b>Aprašymas</b>
<b>BKG</b>	BERKELEY GROUP HOLDINGS/THE	The Berkeley Group Holdings PLC is a residential and commercial property development company focusing on urban regeneration and mixed-use developments. The Company purchases and develops land, in addition to constructing homes and apartment complexes throughout the South of England, the Midlands and the North West.
<b>BWY</b>	BELLWAY PLC	Bellway p.l.c. is a holding company whose subsidiaries build residential houses and conduct associated trading activities. The subsidiaries build starter or first time buyer homes, featuring two and three bedroom semi-detached houses, apartments and terraced houses. The Company operates in England, Wales and Scotland.
<b>RB/</b>	RECKITT BENCKISER GROUP PLC	Reckitt Benckiser Group PLC manufactures and distributes a wide range of household, toiletry, health, and food products on a global basis. The Company's products include fabric treatments, disinfectant spray and cleaners, dishwashing detergent, personal care, food, and over the counter drugs.
<b>BATS</b>	BRITISH AMERICAN TOBACCO PLC	British American Tobacco p.l.c. is the holding company for a group of companies that manufactures, markets, and sells cigarettes and other tobacco products, including cigars and roll-your-own tobacco.
<b>PSN</b>	PERSIMMON PLC	Persimmon plc designs, develops, and builds residential housing units. The Company constructs residential homes ranging from studio apartments to executive family homes throughout the United Kingdom.
<b>ULVR</b>	UNILEVER PLC	Unilever PLC manufactures branded and packaged consumer goods, including food, detergents, fragrances, home and personal care products. Dually-listed company with UNA NA.
<b>NXT</b>	NEXT PLC	Next Plc conducts retailing, home shopping, and customer services management operations. The Company's retail stores sell ladies wear, men wear, children wear, and housewares.
<b>WTB</b>	WHITBREAD PLC	Whitbread PLC is a hotel and restaurant group. The Company operates businesses in budget hotels, restaurants and coffee shops.
<b>CFYN</b>	CAFFYNS PLC	Caffyns plc and its subsidiaries conduct motor retailing operations. The Group sells a variety of cars and trucks throughout the United Kingdom. Caffyns other services encompass accident management, contract hire, fleet management, and contract purchasing.
<b>GOG</b>	GO-AHEAD GROUP PLC	Go-Ahead Group PLC provides a range of public transportation services. The Company operates buses, coaches and trains in the North East of England, Luton, Oxford and Brighton, in addition to providing a range of ground handling services, which encompass both airline and cargo handling. Go-Ahead also owns a taxi company.
<b>CPG</b>	COMPASS GROUP PLC	Compass Group PLC provides catering and support services. The Company offers services to offices, factories, hospitals and care homes, schools and universities, sports venues, military facilities, offshore platforms, and other remote locations. Compass Group serves customers worldwide.
<b>WPP</b>	WPP PLC	WPP plc operates a communications services group. The Company's operations encompass advertising, media investment management, information and consultancy, public relations and public affairs, healthcare and specialist communications, and branding and identity services.
<b>SPX</b>	SPIRAX-SARCO ENGINEERING PLC	Spirax-Sarco Engineering plc provides consultation, service and products for the control and efficient management of steam and industrial fluids. The Company and its subsidiaries produce boiler controls, pressure controls, temperature controls, steam traps, flow meters, monitors, safety valves, humidifiers, strainers, separators and fluid pumps.
<b>RR/</b>	ROLLS-ROYCE HOLDINGS PLC	Rolls-Royce Holdings plc manufactures aero, marine, and industrial gas turbines for civil and military aircraft. The Group designs, constructs, and installs power generation systems, transmission and distribution systems, and equipment for the marine propulsion, oil and gas pumping, and defense markets.

Akcijos trumpinys	Pilnas pavadinimas	Aprašymas
<b>AHT</b>	ASHTEAD GROUP PLC	Ashtead Group Plc is an international equipment rental company servicing customers nationwide in the US and the UK. The Company rents construction and industrial equipment. Ashtead generates approximately 85% of its revenue in the US through its subsidiary, Sunbelt Rentals with 388 locations across the US.
<b>SMIN</b>	SMITHS GROUP PLC	Smiths Group plc is a global technology company. The company delivers products and services for the threat and contraband detection, medical devices, energy, and communications markets worldwide.
<b>RTO</b>	RENTOKIL INITIAL PLC	Rentokil Initial plc provides fully integrated facilities management and essential support services to government and commercial sector organization all sizes across all business sectors. The Company provides services in pest control, hygiene, workwear, facilities and plants.
<b>BAB</b>	BABCOCK INTL GROUP PLC	Babcock International Group plc offers support services to public sector institutions. The Company offers facilities management, training, and support services to defense, rail transportation, marine, and other public sector organizations. Babcock serves customers in Europe, Africa, and North America.