



**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS**  
**MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS**

**Artur Witold Bogdanowicz**  
**EKSTREMALIŲ KRITULIŲ TIKIMYBINIS VERTINIMAS**

Baigiamasis magistro projektas

**Vadovas**  
Prof. dr. Robertas Alzbutas

**KAUNAS, 2017**

**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS**  
**MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS**

**EKSTREMALIŲ KRITULIŲ TIKIMYBINIS VERTINIMAS**

Baigiamasis magistro projektas

Taikomoji matematika (621G10003)

**Vadovas**

Prof. dr. Robertas Alzbutas

**Recenzentas**

Doc. dr. Justas Kažys

**Projektą atliko**

Artur Witold Bogdanowicz

2017-06-01

**KAUNAS, 2017**



**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS**  
**MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS**  
Artur Witold Bogdanowicz  
Taikomoji matematika (621G10003)

Baigiamojo projekto „Ekstremalių kritulių tikimybinis vertinimas“

**AKADEMINIO SĄŽININGUMO DEKLARACIJA**

20 17 m. birželio 1 d.  
Kaunas

Patvirtinu, kad mano, **Artur Witold Bogdanowicz**, baigiamasis projektas tema „Ekstremalių kritulių tikimybinis vertinimas“ yra parašytas visiškai savarankiškai ir visi pateikti duomenys ar tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti sąžiningai. Šiame darbe nei viena dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar internetinių šaltinių, visos kitų šaltinių tiesioginės ir netiesioginės citatos nurodytos literatūros nuorodose. Įstatymų nenumatytų piniginių sumų už šį darbą niekam nesu mokėjęs.

Aš suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo faktui, man bus taikomos nuobaudos, remiantis Kauno technologijos universitete galiojančia tvarka.

---

*(vardą ir pavardę įrašyti ranka)*

---

*(parašas)*

Bogdanowicz, Artur Witold. Ekstremalių kritulių tikimybinis vertinimas. Magistro baigiamasis projektas / vadovas prof. dr. Robertas Alzbutas; Kauno technologijos universitetas, Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas.

Mokslo sritis ir kryptis: Fiziniai mokslai, matematika.

Reikšminiai žodžiai: *ekstremalūs krituliai, katastrofiniai krituliai, liūtys, smarkūs lietūs, ekstremalių reikšmių teorija, tikimybinis vertinimas.*

Kaunas, 2017. 74 p.

## **SANTRAUKA**

Ekstremalus įvykis - tai gamtinio, ekologinio, socialinio ar techninio pobūdžio įvykis, kuris kelia didelį pavojų žmonėms ir jų turtui. Daugiausiai tokių yra gamtinio pobūdžio. Jų stiprumas bei dažnis dažnai priklauso nuo geografinės padėties bei globalinio atšilimo. Svarbu įvertinti jų dėsningumą, dydį, pasikartojimą, ir ateityje išvengti arba apsisaugoti nuo jų. Savo darbe nagrinėjau ekstremalius kritulius, jų duomenis registruotus nuo 1961 iki 2016 metų. Pagal LR vyriausybės nutarimą dėl ekstremalių įvykių kriterijų patvirtinimo, ekstremalūs krituliai – tai smarkus lietus, kurio per 12 ir mažiau valandų iškrenta daugiau kaip 50 mm.

Kritulių duomenys buvo gauti iš Lietuvos hidrometeorologijos tarnybos. Darbo pradžioje, buvo nagrinėjamas ekstremalių įvykių skaičius per metus. Duomenims buvo taikomi diskretūs skirstiniai: geometrinis, Puasono, neigiamas binominis bei diskretus tolygusis. Darbe buvo atrinktas geriausiai duomenims tinkantis skirstinys – geometrinis. Vėliau, detaliau analizuojant ekstremalių kritulių kiekius, buvo naudojami ekstremalių reikšmių skirstiniai, tokie kaip: Veibulo, Gumbelio ir apibendrintasis. Skirstinių atranka buvo daroma taikant įvairius neparimetrinius metodus, Chi kvadrato bei kitus kriterijus.

Tokiu būdu, turimiems duomenims pritaikius įvairius skirstinius ir atrankos metodus, buvo atrinktas geriausiai tinkantis apibendrintasis skirstinys. Tada tyrimuose buvo taikomas šis skirstinys, buvo įvertinti įvairių ekstremalių įvykių dažniai ir pasikartojimo periodai bei suskaičiuoti jų pasikliautinieji intervalai.

Atlikus įvairių atvejų tikimybinį vertinimą, nustatyta, kad su Gumbelio, Veibulo, apibendrintojo ekstremalių reikšmių skirstiniais 80 mm kritulių kiekis arba didesnis kasmet galimai iškris su atitinkamai skirtingu dažniu: 1,00; 0,76; 0,63. Apibendrintojo skirstinio taikymo atveju toks įvykis tikėtina pasikartos kas 2,35 metų. Užfiksuoto anomaliai ekstremalaus atvejo, t. y. 250 mm kritulių kiekio, pasikartojimo periodas taikant apibendrintąjį skirstinį yra 135 metai.

Duomenų apdorojimas ir skaičiavimai buvo atliekami „MS Excel“ programine įranga, bei taikant programas „CumFreq“, EasyFit, MATLAB.

Bogdanowicz, Artur Witold. Probabilistic assessment of extreme rainfall. Master's thesis in applied mathematics / supervisor prof. Robertas Alzbutas. The Faculty of Mathematics and Natural sciences, Kaunas University of Technology.

Research area and field: Physical Sciences, Mathematics.

Key words: *extreme rainfall, heavy rainfall, catastrophic rainfall, extreme value theory, probabilistic assessment.*

Kaunas, 2017. 74 p.

## **SUMMARY**

Extreme event - natural, ecological, social or technical event which cause danger to people and their property. The most usual extreme events can be caused by nature. Their strength and frequency often depends on the geographical location and global warming. It is important to assess their regularity, size, recurrence in order to avoid or defend from them in the future. This research of extreme event is focused on extreme precipitation. Data is provided by Lithuania hydrometeorology service for time period of 1961 and 2016. According to criteria of extreme events the extreme precipitation is defined as heavy rain which accumulates 50 mm or more in specific area during 12 hours time interval.

Firstly, analysis was done for numbers of extreme events during a year period. In order to analyse the data, the following discrete distributions were used: geometric, Poisson, negative binomial discrete and uniform. The most accurate data distribution was found to be geometric.

In research of extreme precipitation amount the following extreme values distributions were used: Weibull, Gumbel and Generalized Extreme Value (GEV). Selection of distribution was done by applying different nonparametric methods, Chi square and other criteria. During the research, it was found that the best distribution for the data is GEV distribution. Then, using this distribution the frequencies and return periods of extreme events were estimated and confidence intervals of these estimates were calculated.

Using Gumbel, Weibull and GEV distributions for 80 mm or higher amount of precipitation event per year the estimated frequency is: 1,00; 0,76; 0,63. Using GEV distribution the return period of such event is 2,35 years. The return period of observed anomaly, i.e. 250 mm amount of precipitation, using GEV distribution is 135 years.

Calculations were made by using MS Excel software, CumFreq, EasyFit, MATLAB.

## Turinys

Įvadas .....	10
1. Bendroji dalis .....	12
1.1. Ekstremalūs reiškiniai ir jų keliamos problemos .....	12
1.2. Krituliai ir jų matavimas bei tyrimų Lietuvoje apžvalga .....	17
1.3. Ekstremalių reikšmių teorijos ir diskrečių skirstinių apžvalga .....	22
1.4. Ekstremalių kritulių kiekių tikimybinis vertinimas.....	24
1.5. Ekstremumų pasikartojimo periodo vertinimas .....	27
1.6. Chronologinių ekstremalių įvykių dažniai .....	28
1.7. Ekstremalių reikšmių skirstinių atranka .....	30
1.8. Įverčių pasikliautinieji intervalai.....	32
1.9. Programinės įrangos apžvalga.....	33
2. Tiriamoji dalis .....	35
2.1. Cenzuruotų duomenų imties apžvalga .....	35
2.2. Kritulių kiekio ir stichinių įvykių analizė .....	37
2.3. Diskrečių skirstinių taikymas ir jų atranka.....	39
2.4. Ekstremalių reikšmių skirstinių taikymas .....	42
2.5. Pasikartojimo periodo vertinimas.....	44
2.6. Ekstremalių reikšmių skirstinio atranka .....	47
2.7. Suderinamumo hipotezių tikrinimas .....	50
2.8. GEV skirstinio taikymas maksimumams .....	51
2.9. Gautų įverčių pasikliautinieji intervalai .....	52
2.10. Tikimybinių įverčių taikymo apžvalga .....	56
Išvados .....	57
Literatūros šaltiniai .....	58
1 priedas.....	61
2 priedas.....	64
3 priedas.....	72

## Lentelių sąrašas

2.1 lentelė. Ekstremalaus kritulių kiekio imties statistinės charakteristikos. ....	38
2.2 lentelė. Ekstremalių kritulių įvykių skaičiaus duomenų imties statistinės charakteristikos. ....	38
2.3 lentelė. Diskrečių skirstinių parametrai. ....	39
2.4 lentelė. Suderinamumo hipotezių tikrinimo rezultatai. ....	40
2.5 lentelė. Tikimybė, kad įvyks nedaugiau ir daugiau nei nurodytas įvykių skaičius. ....	41
2.6 lentelė. Ekstremalių reikšmių skirstinių parametrai. ....	42
2.7 lentelė. Metiniai dažniai, kad kritulių kiekis bus didesnis už nurodytus kiekius skirtingiems skirstiniams. ....	43
2.8 lentelė. Kritulių kiekis, kuris bus viršytas per nurodyta pasikartojimo periodą. ....	45
2.9 lentelė. Ekstremalių kritulių kiekių viršijimo dažnis ir pasikartojimo periodai pagal skirtingus skirstinius. ....	45
2.10 lentelė. Apibendrintojo skirstinio pasikartojimo periodas. ....	46
2.11 lentelė. Kritulių kiekis, kuris tikėtina bus viršytas, per nurodytą pasikartojimo periodą. ....	47
2.12 lentelė. Suderinamumo hipotezių taikant kriterijus tikrinimas su EasyFit. ....	50
2.13 lentelė. Suderinamumo hipotezės kriterijų įvertinimas. ....	50
2.14 lentelė. Maksimalūs kritulių kiekiai per metus. ....	51

## Paveikslų sąrašas

1.1 pav. Hidrometeorologinių reiškinių rekordai Lietuvoje .....	15
1.2 pav. Stichiniai reiškiniai Lietuvoje 1961-2016 m. ....	16
1.3 pav. Meteorologijos stočių tinklo žemėlapis .....	17
1.4 pav. Kritulmatis.....	19
1.5 pav. Suminis kritulmatis.....	19
1.6 pav. Pliuviografas.....	20
1.7 pav. EasyFit 5.6 programos langas.....	33
2.1 pav. Ekstremalių kritulių kriterijai Lietuvoje .....	35
2.2 pav. Ekstremalių kritulių atvejų skaičius per metus. ....	36
2.3 pav. Kiekvienų metų didžiausias kritulių kiekis. ....	37
2.4 pav. P-P diagrama diskretiesiems skirstiniams .....	39
2.5 pav. Geometrinio skirstinio garantijų funkcija.....	42
2.6 pav. Garantijų f-jų grafikas, kuris parodo metinį dažnį, kad dydis X bus didesnis už ribinį x.....	43
2.7 pav. Garantijų f-jų grafikai log. skalėje, kurie parodo metinį dažnį, kad dydis X bus didesnis už ribinį x.....	44
2.8 pav. Dažnis, kad per metus bus viršytas tam tikras ekstremalių kritulių kiekis. ....	46
2.9 pav. P–P grafikai maksimalių kritulių absoliutinėms reikšmėms: Gumbelio, Veibulo ir apibendrintojo. ....	48
2.10 pav. Q–Q grafikai maksimalių kritulių absoliutinėms reikšmėms: Gumbelio, Veibulo ir apibendrintojo.....	48
2.11 pav. Bendras tikimybių skirtumo grafikas skirtingiems ekstremalių reiškinių skirstiniams. ....	49
2.12 pav. Maksimalių kritulių kiekių per metus pasiskirstymas .....	52
2.13 pav. Apibendrinto skirstinio pasiklovimo intervalas.....	53
2.14 pav. Apibendrinto skirstinio garantijų funkcija.....	53
2.15 pav. Ekstremalių kritulių sukauptasis dažnis lyginant empirinį ir apibendrintąjį modelius .....	54
2.16 pav. Apibendrinto skirstinio procentinis pasiskirstymas .....	55
2.17 pav. Apibendrinto skirstinio pasikartojimo periodai .....	55



## **Publikacija**

1. A. Bogdanowicz, *Ekstremaliujų reikšmių analizė*. XV studentų konferencija „Matematika ir gamtos mokslai: teorija ir taikymai“, 2017 balandžio 24 d. KTU, Kaunas. ISBN 978-609-02-1314-8. 52-53 psl.

## IVADAS

Dėl technologijų vystymosi progreso bei dėl padidėjusio užterštumo ir kitų priežasčių mūsų planetos klimatas vis labiau keičiasi. Šylant klimatui, didėjant temperatūrai, didėja ir orų anomalijų, kitaip vadinant, ekstremalių įvykių skaičius. Kaskart dažniau pasaulyje įvyksta katastrofiniai reiškiniai, kurie padaro didelius nuostolius ne tik gamtai, bet ir žmonėms, jų gyvybei ir turtui. Įvairūs cunamiai, potvyniai, uraganai nuneša tūkstančius o kartais net ir milijonus žmonių gyvybių. Dėl ekstremalių reiškinių padaromos žalos mokslininkai vis labiau nagrinėja orų anomalijas, sukauptus duomenis apie įvairius meteorologinius reiškinius, taip siekdami prognozuoti galimus įvykius ateityje bei jiems tinkamai pasiruošti.

Lietuvai nėra būdingi tokie ekstremalūs reiškiniai, kaip cunamiai, žemės drebėjimai ar ugnikalnių išsiveržimai. Didelės žalos gali padaryti stiprios audros, ekstremalūs kritulių kiekiai, sausras ar didelės temperatūros. Darbe nagrinėjami ekstremalūs kritulių kiekiai, gali būti ypač pavojingi, sukelti potvynius, veikti upių išsiliejimą, užtvindyti gatves ir pridaryti daug žalos ne tik gamtai, bet ir žmonių gyvybei bei turtui. Norint tinkamai pasiruošti galimiems ekstremaliems kritulių kiekiams bei išvengti didelės žalos, yra aktualu atlikti tikimybinę ir statistinę ekstremalių kritulių kiekio analizes.

Pagrindinis darbo tikslas yra 1961-2016 metų laikotarpio Lietuvoje iškritusių ekstremalių kritulių duomenų tikimybinis vertinimas.

### Uždaviniai:

- Duomenų imties papildymas ir apžvalga;
- Ekstremalių kritulių skaičiaus ir kiekio statistinė analizė;
- Ekstremalių reiškinių skirstinių atrinkimas ir jų taikymas;
- Tikimybinis ekstremalių įvykių dažnio vertinimas;
- Ekstremumų pasikartojimo periodo vertinimas;
- Pasikliautinųjų intervalų vertinimas;
- Įverčių taikymo apžvalga;

### Naujumas:

Darbe atliekamas tikimybinis vertinimas pagrinde yra susijęs su Lietuvoje iškritusių ekstremalių kritulių kiekių analize. Ekstremalių kritulių duomenys buvo analizuojami taikant tris pagrindinius ekstremalių reikšmių skirstinius (Gumbelio, Veibulo ir apibendrintojo ekstremalių reikšmių (GEV)) ir atrinktas geriausias iš trijų duomenims tinkantis skirstinys.

Ekstremalių kritulių kiekių pradiniai statistiniai duomenys buvo gauti ir papildyti bendradarbiaujant su Lietuvos energetikos institutu (LEI) ir Lietuvos hidrometeorologijos tarnyba

(LHMT). Ekstremalių kritulių kiekių ir įvykusių įvykių skaičiaus per metus vertinimui buvo naudoti 1961-2016 metų laikotarpio statistiniai Lietuvos meteorologinių stočių duomenys.

## 1. BENDROJI DALIS

### 1.1. Ekstremalūs reiškiniai ir jų keliamos problemos

Ekstremalių reiškinių teorija galima apibūdinti kaip tam tikrą tikimybių teorijos sritį, nagrinėjančia minimumus bei maksimumus, ekstremalių skirstinių reikšmes. Šiais laikais ekstremalių reiškinių teorijos taikymų smarkiai padaugėjo; ji taikoma energetikoje, medicinoje, draudime, astronomijoje, aplinkosaugoje ir t. t.

Ekstremalūs reiškiniai užpuola netikėtai, yra intensyvūs, sukelia daug ir įvairių padarinių ne tik žmonijai, bet turtui ir gamtai. Ekstremalūs reiškiniai pagal kilimo priežastis klasifikuojami į gamtinius, techninius, ekologinius ir socialinius [32]. Kiekvienas iš jų sukelia skirtingas problemas bei padarinius.

Daug žalos padaro techninės kilmės reiškiniai. Žinomiausias techninis ekstremalus reiškinys įvyko 1986m. balandį, kai sprogo Černobylio atominės elektrinės reaktorius, kilo daugiau kaip 30 gaisrų. Pasklidusi pavojinga radiacija buvo 15000 kartų didesnė už žmogui metinę galimą dozę. Mirė apie 400000 žmonių, dar apie 600000 žmonių buvo ypač stipriai pažeista sveikata [28]. Po pasaulį pasklido radiacijos debesis, kuris pridarė daug žalos žemės ūkiui, gyvulininkystei, pažeista aplinkinė kaimo kultūra. Ši katastrofa padarė nesuskaičiuojama žalą žmonijai ir gamtai, teritorija, 30 km spinduliu aplink atominę elektrinę, yra užtvirta ir paskelbta radioekologiniu rezervatu ir joje dabar dėl per didelės radiacijos yra uždrausta gyventi žmonėms [28, 29].

Ekologiniai ekstremalūs reiškiniai yra taip pat labai pavojingi mums ir gamtai. Vienas iš didžiausių socialinių ekstremalių reiškinių vyksta ir šiomis dienomis. Tai vykstantys neramumai tarp didžiausių pasaulio šalių ir islamo valstybėmis. Žuvo ir nukentėjo daugybė žmonių, o tai nesibaigia ir gali išsiplėsti didesniu mastu [12].

Gamtinės nelaimės yra vienos iš dažniausiai pasireiškiančių ekstremalių situacijų. Tai klimatinė sąlygų pasikeitimas, sukeliantis stichines nelaimes, geologiškai pavojingus reiškinius. Dažniausi stichiniai reiškiniai yra potvyniai, liūtys, uraganai, viesulai, žemės drebėjimai, karstinės įgriuvos, ugnikalnių išsiveržimai. Ne tik Lietuvoje, bet ir visame pasaulyje šie stichiniai reiškiniai sukelia daugybę problemų žmonėms. Vandenynuose, kai kuriose salose, smarkiai nukrito vandens lygis, dėl to koralų rifai išniro iš vandens. Visame pasaulyje, dėl šio pavojingo reiškinio masiškai blykšta koralai. Yra įkurta daugybė meteorologinių stočių, organizacijų, mokslo bazių, tyrimų laboratorijų, kurios renka duomenis apie įvairius gamtos reiškinius ir juos nagrinėja, kad būtų galima sumažinti ekstremalių reiškinių sukeltus padarinius ir tinkamai jiems pasiruošti. Didžiausios pasaulio organizacijos, užsiimančios šia veikla tai [30, 21]:

- World Meteorological Organization (šiai organizacijai priklauso Lietuva)
- National Meteorological Services
- Water Resources Reseach

- World Weather Information Service
- National Snow and Ice Data Center
- International Society for Electrostatic Precipitation
- National Hurricane Centre
- Global Warming International Center
- Global Wind Energy Council
- European Storm Forecast Experiment
- European Academy of Wind Energy ir kt.

Kiekvienais metais yra organizuojamas tarptautinės konferencijos, kuriose šios srities žinovai nagrinėja gamtinius reiškinius, kuria jų prognozių metodus, tikėtinumo ir pasikartojimo modelius, charakteristikų skaičiavimo metodus, analizuoja poveikį ir padarinius bei kitus svarbius gamtinių reiškinių veiksnius. Mokslininkai apataria, keičiasi tyrimo rezultatais ir kita svarbia informacija, taip analizuodami bei sprendami gamtinių reiškinių keliamas aktualias problemas. Žinomiausios tarptautinės konferencijos susijusios su gamtiniais reiškiniais [12, 21]:

- International Precipitation Conference (IPC)
- International Society for Electrostatic Precipitation Conference
- International Conference on Clouds and Precipitation (ICCP)
- European Wind Energy Conference and Exhibition (EWEC)
- World Wind Energy Conference (WVEC)
- International Conference on Wind Energy ir kt.

### **Ekstremalūs reiškiniai ir meteorologijos stotys Lietuvoje**

Dažniausi yra gamtinės kilmės ekstremalūs reiškiniai. Lietuvai labiausiai būdingi potvyniai, uraganiniai vėjai, neįprastai karšti ar šalti orai, o tokie reiškiniai kaip cunamiai, žemės drebėjimai, ugnikalnių išsiveržimai ir kt. įvyksta retai arba visai neįvyksta. Tačiau apie 80% visų gamtinių ekstremalių situacijų sukelia hidrometeorologiniai reiškiniai. Dažniausias hidrometeorologinis reiškinys yra lietus. Smarkus lietus Lietuvoje pasitaiko maždaug 3-4 kartus per metus, nors pasitaikydavo metų kai jų nebuvo užfiksuota.

Ekstremalūs reiškiniai gali būti stichiniai arba katastrofiniai. Stichiniai meteorologiniai reiškiniai – tai gamtos reiškiniai, kurie savo paplitimu, intensyvumu, trukme gali sukelti stichines nelaimes ir padaryti daug žalos ūkiui bei gyventojams. Stichiniai meteorologiniai reiškiniai yra [19, 18]:

- Labai smarkus vėjas (maksimalus vėjo greitis 28 – 32m/s);
- Labai smarkus lietus (50 – 80 mm per 12 val. ir trumpiau);

- Ilgai trunkantis labai smarkus lietus (kritulių, iškritusių per 5 paras ir trumpiau, kiekis 2-3 kartus viršija vidutinį daugiamečių mėnesio kritulių kiekį);
- Labai smarkus snygis (20 – 30mm kritulių per 12 val. ir trumpiau, sniego dangos prieaugis 20 – 30cm);
- Labai smarki pūga (vyraujantis vidutinis vėjo greitis 15 – 20 m/s, matomumas  $\leq 1000$ m, trunka  $\geq 12$  val.);
- Labai stambi kruša (ledėkų skersmuo  $\geq 20$  mm);
- Labai smarkus sudėtinis apšalas (35 mm skersmens ir storesnis);
- Labai smarki lijundra (apšalo storis 20 mm skersmens ir storesnis);
- Labai smarki šlapio sniego apdraba (apšalo storis  $\geq 35$  mm skersmens);
- Speigas (minimali oro temperatūra minus 30°C ir žemesnė, speigo trukmė 1-3 naktis);
- Kaitra (maksimali oro temperatūra  $\geq 30^\circ\text{C}$ , trunka  $\geq 3$  dienų);
- Šalna aktyviosios augalų vegetacijos laikotarpiu (paros vidutinė oro temperatūra  $\geq 10^\circ\text{C}$ , oro (dirvos paviršiaus) temperatūra  $\leq 0^\circ\text{C}$ );
- Sausra aktyviosios augalų vegetacijos laikotarpiu (paros vidutinė oro temperatūra  $\geq 10^\circ\text{C}$ , hidroterminis koeficientas  $< 0,5$ , trunka  $> 30$  dienų);
- Sausra miškuose (kompleksinis miškų gaisringumo rodiklis  $\geq 10\,000$ , miškų gaisringumo klasė – V);
- Labai tirštas rūkas (matomumas  $\leq 100$  m, trunka  $\geq 12$  val.);
- Labai smarki audra, kompleksas pavojingų meteorologinių reiškinių: perkūnija ir/ar škvalas, smarku lietus, kruša (maksimalus vėjo greitis 15 – 28 m/s, kritulių kiekis  $\geq 15/\leq 12$  mm/val., ledėkų skersmuo  $\geq 6$  mm).

Katastrofiniai meteorologiniai reiškiniai - tai ypatingo intensyvumo reiškiniai, kurie gali sukelti staigias, netikėtas, dideles nelaimes su tragiška žala. Katastrofiniai meteorologiniai reiškiniai yra šie [19, 18, 20]:

- Uraganas (maksimalus vėjo greitis  $\geq 33$  m/s);
- Labai smarkus lietus ( $> 80$  mm per 12 val. ir trumpiau);
- Ilgai trunkantis labai smarkus lietus (kritulių, iškritusių per 5 paras ir trumpiau, kiekis  $> 3$  kartus viršija mėnesio standartinę klimato normą);
- Labai smarkus snygis ( $> 30$  mm per 12 val. ir trumpiau, sniego dangos prieaugis  $> 30$  cm);
- Labai smarki pūga (vyraujantis vidutinis vėjo greitis  $> 20$  m/s, matomumas  $\leq 500$  m, trunka  $\geq 1$  parą);
- Smarkus speigas (minimali oro temperatūra minus 30°C ir žemesnė, trunka  $> 3$  paras).



1.1 pav. Hidrometeorologinių reiškinų rekordai Lietuvoje [19].

Aukščiau pateiktame paveiksle matome kuriose regionuose kokie hidrometeorologiniai reiškiniai buvo užfiksuoti Lietuvoje.

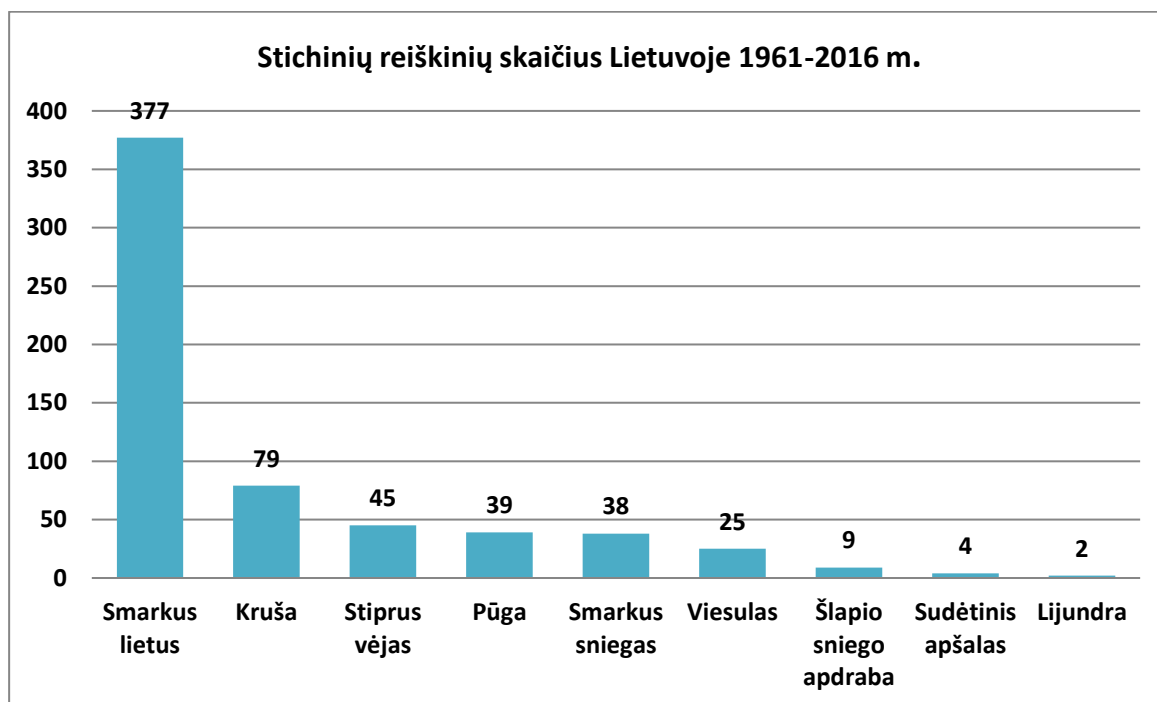
Klimatą nagrinėjantys meteorologai sutaria dėl to, jog prognozių patikimumas ir jų pasitvirtinimas atliekant ilgalaikes prognozes yra nepakankamas. Tikėtina patikima prognozė yra iki 10-ies dienų, bet kad ji pasitvirtins siekia tik 90% patikimumo.

Analizuojant orų ekstremumų tyrimų literatūrą, pastebėta, kad analizuojant ekstremumus taikomi įvairūs metodai, dažniausiai taikoma ekstremalių reikšmių teorija (EVT) ir ekstremalių reikšmių skirstiniai, nuo kurių pasirinkimo priklauso gaunami tyrimų rezultatai.

Ekstremumai dažnai vertinami naudojant Apibendrintą ekstremalių reikšmių skirstinį (GEV). Tyrinėjant ekstremalius gamtos reiškinis analizei pasirenkamas ir normalusis ar lognormalusis skirstinys, kurie naudojami nelaimingų atsitikimų ar gaisro žalų vertinime. Taip pat, pavyzdžiui, maksimalaus potvynio prognozei gali būti pritaikomas beta skirstinys.

Tai ar reiškinys yra ekstremalus ar ne yra nustatoma pagal Lietuvos Respublikos aplinkos ministro įsakymą „Dėl stichinių, katastrofinių meteorologinių ir hidrologinių reiškinų rodiklių patvirtinimo“ 2011 m. lapkričio 11 d. Nr. D1-870 Vilnius (žiūrėti 1 priedą) [20]. Be meteorologinių reiškinų rodiklių, šiame įsakyme taip pat yra nustatyti stichinių ir katastrofinių hidrologinių reiškinų rodikliai, jų reikšmės. Kadangi Lietuvoje ekstremaliąsias situacijas dažniausiai sukelia krituliai, tai

juos plačiau ir panagrinėsiu savo darbe. Žemiau matome stichinių reiškinių skaičių Lietuvoje nuo 1961 m. iki 2016 m.



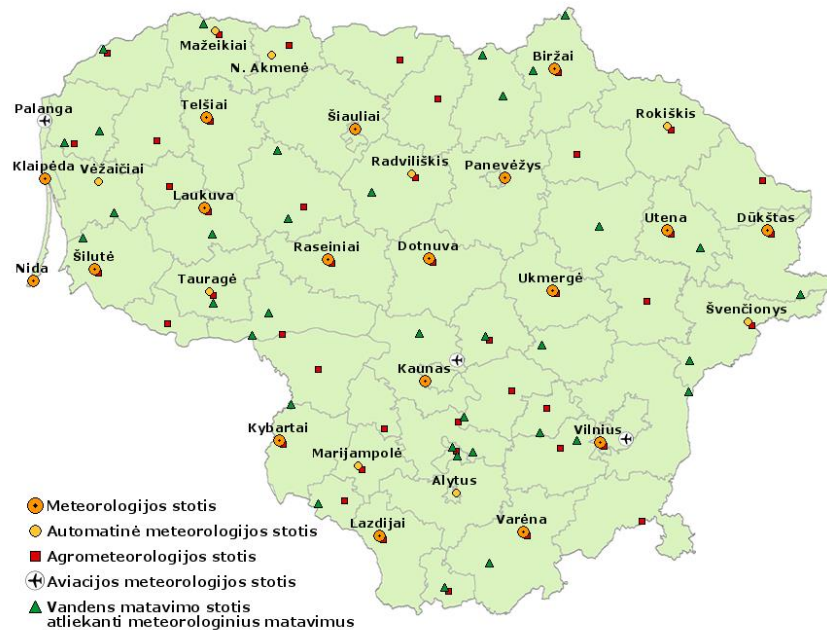
1.2 pav. Stichiniai reiškiniai Lietuvoje 1961-2016 m.

Lietuvoje meteorologinius matavimus pradėjo vykdyti Vilniaus universitetas maždaug XX amžiaus pabaigoje, kur buvo pradėti rinkti duomenys apie oro temperatūrą. Duomenys apie kritulius buvo pradėti rinkti nuo 1871 m., o apie vėją nuo 1830 m. 1921 metais Kaune buvo įkurta pirmoji centrinė meteorologijos stotis ir pradėjo veikti Lietuvos Hidrometeorologijos tarnyba [4, 12, 19]. Šiuo metu, visoje Lietuvoje veikia apie 18 meteorologijos stočių, apie 8 automatinės meteorologijos stotys ir kiti punktai. Visos stotys pateiktos 1.3 paveiksle žemiau.

Lietuvos meteorologinėse stotyse yra atliekami šie stebėjimai ir matavimai [10]:

- Dirvožemio temperatūros matavimas
- Debesų kiekio ir rūšies nustatymai
- Meteorologinio matavimo nuotolio nustatymas
- Oro temperatūros matavimas
- Oro drėgnumo matavimas
- Vėjo krypties ir greičio nustatymas
- Kritulių matavimas
- Atmosferos slėgio matavimas
- Saulės spinduliuotės stebėjimas
- Sniego dangos storio matavimas





**1.3 pav. Meteorologijos stočių tinklo žemėlapis [19].**

Visose Lietuvos meteorologijos stotyse atliekami yra meteorologiniai stebėjimai. Jie vykdomi vidutiniu Grinvičo laiku. Oro temperatūra, oro drėgnumas, vėjo charakteristikos, atmosferos slėgis, dirvožemio temperatūra, matomumo nuotolis įvairiomis sąlygomis, debesų kiekis, jų forma. Apatinės debesų ribos aukštis matuojamas yra kas 3 valandas - 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21 valandomis. vidutiniu Grinvičo laiku. Kritulių kiekis matuojamas kas 6 valandas - 0, 6, 12, 18 valandomis tuo pačiu Grinvičo laiku. Atmosferos reiškiniai, bei orai stebimi būna ir registruojami visą laiką, be pertraukų. Sniego storis, dirvožemio būseną, sniego charakteristikos stebimi 6 valandą vidutiniu Grinvičo laiku. Lijundros, šerkšno apšalas matuojamas yra nuo jo susidarymo iki išnykimo. Atsiradus pavojingam, stichiniam ar katastrofiniam atmosferos reiškiniui, atliekami būna papildomi stebėjimai [12, 10].

## **1.2. Krituliai ir jų matavimas bei tyrimų Lietuvoje apžvalga**

Krituliai tai vanduo skystame arba kietajame pavidale iškrintantis iš debesų, arba nusėdantys ant žemės paviršiaus ir daiktų iš oro. Jie pradeda kristi tada, kai lašai esantys debesyse pasidaro per stambūs ir sunkūs ir nebegali išsilaikyti pakibę ore. Krituliai yra klasifikuojami pagal įvairius požymius [18].

Pagal genetinį principą krituliai yra skirstomi į ištisinius, liūtinius ir dulksną. Ištisiniai krituliai – tai ilgai trunkantys (dešimtys valandų), vidutinio intensyvumo krituliai, pasiskirstę didelėje teritorijoje. Liūtiniai krituliai yra ištisinių kritulių priešingybė: jie iškrinta nedidelėje teritorijoje, trumpalaikiai, pasižymi staigumu ir dideliu intensyvumu, taip pat neretai lydimi žaibų ir perkūnijų, o lietaus lašai ar sniego dribsniai būna stambūs. Dulksna pasižymi ilgalaikiais tačiau neintensyviais krituliais, kurie

iškrinta virš didelių teritorijų. Šie krituliai sudaryti iš labai smulkių dalelių (vandens lašelių iki 0,5 mm arba ledo kristalų (sniego grūdų) esant neigiamai temperatūrai).

Pagal agregatinę būseną krituliai skirstomi į skystuosius, kietuosius ir mišriuosius. Skystieji krituliai gali būti dvejopi [31]:

- 1) Lietus – tai 0,5 – 6 mm. dydžio vandens lašeliai;
- 2) Dulksna – tai 0,05 – 0,5 mm dydžio vandens lašeliai, kurie labai lėtai krinta.

Kietieji krituliai yra septyneriopi:

- 1.) Sniegas – įvairaus dydžio ir formos ledo kristalai arba snaigės. Dažniausiai pasitaikanti snaigių forma yra žvaigždės su šešiais spinduliais;
- 2.) Sniego kruopos – sudaryti iš didesnių nei 1 mm sniego gabalėlių, kurios būna minkštos, baltos arba matinės bei sferiškos;
- 3) Sniego grūdėliai – tai kietieji krituliai, sudaryti iš mažesnių nei 1 mm sniego gabalėlių;
- 4) Ledo kruopos – kietos 2 – 5 mm dydžio skersmens dalelės;
- 5) Kruša – tai krituliai, kurie sudaryti iš didesnių nei keli milimetrai, netaisyklingos formos ledo gabaliukų. Pasitaiko atveju, kai ledo gabaliukų svoris yra didesnis nei 300g;
- 6) Ledinis lietus – smulkios, visiškai skaidrios, 1 – 3 mm dydžio dalelės;
- 7) Ledo adatos ir kristalai – šešiakampės prizmės formos kristalai, kybantys ore.

Mišrieji krituliai – tai tirpstančio sniego formos krituliai, kurie krenta, kai oro temperatūra artima 0°C. Šie krituliai dažniausiai vadinami šlapdriba.

Pagal kilmę krituliai skirstomi į dvi grupes. Pirmąją grupę sudaro krituliai, iškrintantys iš atmosferos (debesų), kurie skirstomi šitaip [12, 10]:

- 1) Skystieji - lietus, dulksna, liūtis (liūtinis lietus), ledinis lietus;
- 2) Kietieji - sniegas, sniego kruopos, kruša, snygis (liūtinis sniegas), sniego grūdai, ledo kruopos, ledo adatos;
- 3) Mišrieji - šlapdriba, liūtinė šlapdriba.

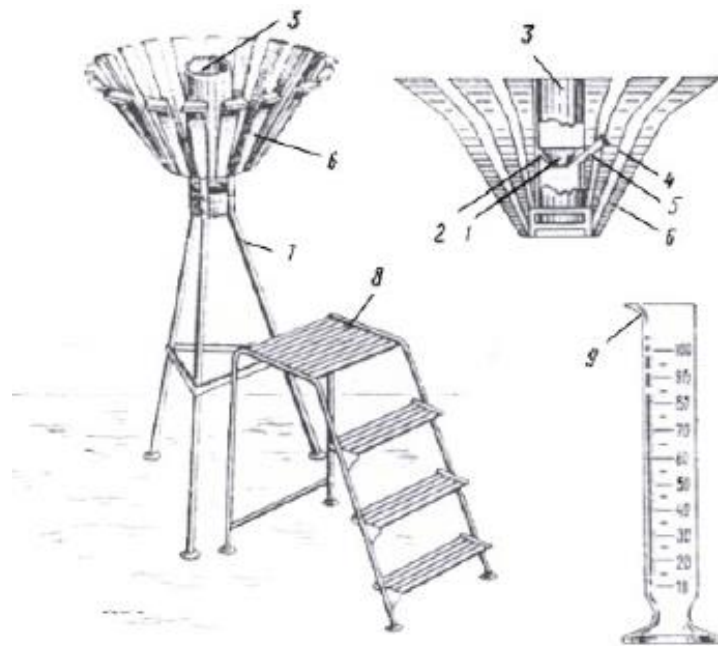
Antrąją grupę sudaro krituliai, nusėdantys ant žemės paviršiaus, kurie suskirstyti taip:

- 1) Skystieji - Rasa, skysta apnaša;
- 2) Kietieji - šarma, kieta apnaša, lijundra, grūdėtasis šerkšnas, kristalinis šerkšnas, plikledis.

Lietuvoje dažniausiai pasitaikantys krituliai yra lietus, sniegas.

Kritulių kiekis – tai dydis, kuris parodo, kokio storio vandens sluoksnis susidarytų ant žemės paviršiaus, jei nesusigertų, neišgaruotų ir nenutekėtų į žemesnes vietas, o jis yra matuojamas milimetrais. Kritulių kiekiai yra matuojami kritulmačiais [12]. Dažniausiai tai cilindro formos metalinis kibiras, kurio plotas yra 500 cm<sup>2</sup>, jis yra tvirtinamas maždaug 2 metrų aukštyje, o aplink indą yra tvirtinama apsauga nuo vėjo (žiūrėti 1.4 pav.). Jie yra naudojami matuoti bendrą kritulių kiekį,

kuris iškrenta per tam tikrą laikotarpį. Surinkti krituliai yra išpilami į sugraduotą matavimo stiklinę, kurios 1 padalos vertė yra 1 mm [13].



**1.4 pav. Kritulmatis**

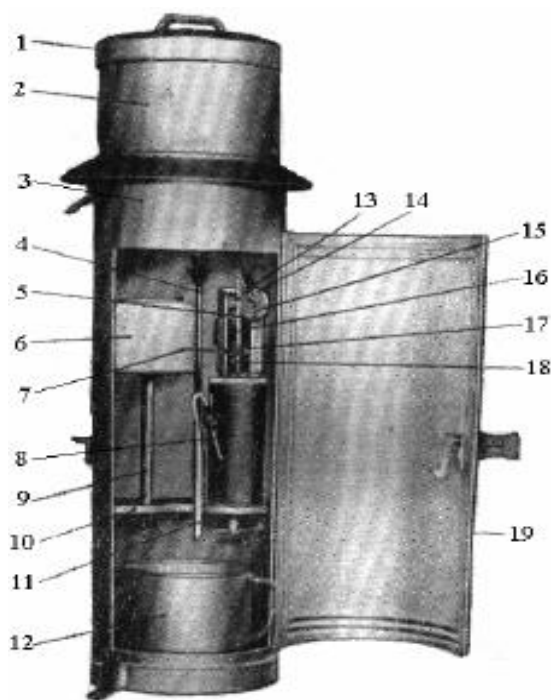
**1-piltuvėlis, 2–diafragma, 3–indas krituliams, 4–dangtelis, 5–vamzdelis, 6–vėjo apsauga, 7–stovas, 8– laipteliai, 9–matavimo stiklinė. [35].**

Taip pat naudojami yra suminiai kritulmačiai (1.5 pav.), kurie dažniausiai naudojami sunkiai pasiekiamose vietovėse, kadangi jais galima išmatuoti kritulių kiekį per kur kas ilgesnį laiką (pavyzdžiui dešimtadienį, mėnesį, metus ir pan.) [13].



**1.5 pav. Suminis kritulmatis. [35]**

Kritulių kiekiui ir intensyvumui matuoti naudojamas yra ir pliuviografas (1.6 pav.). Jis skirtas nenutrūkstamam kritulių kiekiui matuoti. Šiais laikais atsirado poreikis kritulių kiekį perduoti elektroniniu būdu, tam buvo sukurti sūpuokliniu principu veikiantys kritulmačiai. Buvo sukurti optiniai kritulių matavimo prietaisai, kurie gali nustatyti ne tik kritulių kiekį, bet ir jų fazinę būklę (krituliai yra skysti, kieti ir mišrūs). Tai yra skaterometras ir optinis kritulių jutiklis matuojantis šviesos išsklaidymą nuo skaidraus gaubto. Naujausias prietaisas – akustinis kritulių matavimo prietaisas. Lietuvoje paskutiniaisiais metais buvo įdiegti du (dvigubos poliarizacijos) Doplerio meteorologiniai radarai, kurie skirti krituliams stebėti ir trumpo laikotarpio prognozėms sudaryti [3].



**1.6 pav. Pliuviografas**

- 1- dangtis, 2 – cilindras krituliams, 3 – korpusas, 4 – vamzdelis krituliams nutekėti, 5 – plūdės ašis, 6 – būgnas su juosta, 7 – rodyklė su plunksnele, 8 – plūdės kamera, 9 – būgno ašis, 10 – kameros stovas, 11 – stiklinis sifonas, 12 – indas krituliams subėgti, 13 – plūdės strėlė, 14 – ritė, 15 – velenėlis įjungiantis nupylimą, 16 – atsvaras, 17 – nupylimą sustabdanti mova, 18 – varžtas movai atremti, 19 – korpuso durelės.

[7, 35]

### **Tyrimų Lietuvoje apžvalga**

Kuo toliau, tuo vis labiau Lietuvos mokslininkai tyrinėja Lietuvos klimatą lemiančius veiksnius, modeliuoja galimus įvykius, galimus ekstremalius atvejus, kad būtų tinkamai jiems pasiruošta. Taip pat yra tyrinėjami ir krituliai, jų daroma žala, modeliuojami įvairūs modeliai. Keletas tyrimų, kurie nagrinėja kritulius, jų pasiskirstymą ar ekstremalių reikšmių modelius:

- Kritulių klimatinių rodiklių svyravimo regioniniai ypatumai Lietuvoje 1925 – 1995 m. [3,4];
- Lietaus charakteristikos: intensyvumas, trukmė, kartojimasis [30];
- Paros kritulių erdvinė koreliacija [12];

- Ekstremalių oro temperatūros ir kritulių rodiklių kaita bei juos lemiantys veiksniai Lietuvoje XX amžiuje [3, 4];
- Lietuvos klimato pokyčių XXI a. prognozė [23];
- Terminių troposferos parametrų taikymas kritulių fazinės sudėties diagnozei Lietuvoje [15];
- Gausūs krituliai Lietuvoje 1961–2008 metais [14];
- Erdvinė kritulių kiekio sklaida Lietuvoje [12];
- Ilgalaikių oro temperatūros ir kritulių anomalijų numatymo galimybės Lietuvoje [27];
- Gausių kritulių Lietuvoje prognozė 21a. pagal regioninį CCLM modelį [23];
- Kritulių kiekio vėjo pataisa Lietuvoje: chronologinė kaita ir teritorinis pasiskirstymas [33];
- Prisitaikymo priemonės prie numatomo klimato ekstremalumo didėjimo [22];
- Lijundros trukmė ir meteorologinės bei sinoptinės formavimosi sąlygos Lietuvoje [8];

Darbo aktualumą rodo stichinių nelaimių metu žuvusių žmonių skaičius ir vis dažniau pasikartojantys orų ekstremumai. Tyrimai, panašūs į šiame darbe atliktus yra jau anksčiau ne kartą analizuojami, bet bandysiu pateikti to ko dar kiti neparodė, bei neišsiaiškino.

### 1.3. Ekstremalių reikšmių teorijos ir diskrečių skirstinių apžvalga

Ekstremalių reikšmių teorija - tikimybių teorijos dalis, kuri nagrinėja atsitiktinių dydžių maksimumus ir minimumus, ekstremalių reikšmių skirstinius, aprašomąsias statistikas, ribų viršijimą ir jai analizuoti skirtus įvairius matematinius metodus [26]. Ekstremalių reikšmių teorija naudojama įvairiose srityse: meteorologijoje, hidrologijoje, įvairiems atsparumo tyrimams, finansuose, draudime, aplinkosaugoje, medicinoje, astronomijoje, energetikoje, svarbių objektų vertinimo analizėse ir kitose srityse [25]. Paskutiniu metu ypač išaugo susidomėjimas ekstremumų teorijos taikymu praktikoje, atlikta daug įvairių tyrimų, ne tik pasaulyje, bet ir Lietuvoje.

Atsitiktinių dydžių rinkinio  $X_1, X_2, \dots, X_n$  ekstremalios reikšmės apibrėžiamos [1]:

$$Z_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n),$$

$$W_n = \min(X_1, X_2, \dots, X_n).$$

$Z_n$  – ekstremali didžiausia reikšmė (maksimumas), o  $W_n$  – ekstremali mažiausia reikšmė (minimumas).

Ekstremalios reikšmės susijusios su labai mažomis tikimybėmis, nedideliu pasikartojimo dažnumu, tai įtakoja reti jų pasirodymo atvejai ir nedidelis turimų duomenų kiekis.

#### Ekstremalių kritulių kiekio vertinimo procedūra

Ekstremalių meteorologinių įvykių tikėtimumo nustatymo bendra procedūra susideda iš tokių etapų [12]:

- 1) Atliekama duomenų analizė ir duomenų kokybės vertinimas.
- 2) Parenkamas tinkamiausias skirstinys turimiems duomenims, grafiniu atrinkimo būdu bei suderinamumo kriterijų tikrinimu.
- 3) Turimi duomenys apdorojami surandant nagrinėjamo kintamojo imties statistines charakteristikas (vidurkis, standartinis nuokrypis it.), kurie bus taikomi skaičiuojant pasiskirstymo funkcijų parametrus ir norint įvertinti dominančias charakteristikas.

Ekstremumų reikšmės nusakomos atsitiktiniais kintamaisiais, kurie gali būti charakterizuojami specifiniais tikimybiniais skirstiniais. Turimas duomenų rinkinys yra susiejamas su tikimybine pasiskirstymo funkcija, būdinga tam duomenų rinkiniui. Tarp plačiausiai naudojamų yra asimptotiniai ekstremalių reikšmių skirstiniai: Gumbelio skirstinys, Veibulo skirstinys ir Apibendrintasis (GEV) [17, 30].

Tokie skirstiniai buvo nagrinėjami, todėl, kad buvo fiksuojamas ribotas skaičius įvykių, kuomet ekstremalių kritulių. Taip pat literatūroje galima surasti, jog šie trys skirstiniai yra visada naudojami vertinant kritulių kiekius.

Ekstremalių įvykių skaičių tyrimui darbe naudojami yra diskretūs skirstiniai, kurie pateikiami žemiau.

### **Diskretūs skirstiniai**

Nagrinėjant ekstremalių reiškinių Lietuvoje įvykių skaičių buvo taikyti diskretūs skirstiniai. Trumpai apžvelgsiu naudotus darbe skirstinius.

Geometrinis skirstinys. Vieną kartą daromo bandymo sėkmės tikimybė  $0 < p < 1$ . Nepriklausomus bandymus kartojame tol, kol sulaukiame pirmos sėkmės. Atsitiktinis dydis  $X$  yra bandymų skaičius iki pirmos sėkmės, tada geometrinio skirstinio tikimybės nusakomos formule [6]:

$$P(X = k) = p(1 - p)^{k-1}, \quad k=1,2,\dots \quad (1.1)$$

Skaitinės charakteristikos:

$$EX = \frac{1}{p}, \quad DX = \frac{1-p}{p^2}. \quad (1.2)$$

EasyFit 5.6 programinės įrangos teorijoje aprašyta pasiskirstymo funkcija apibrėžta formule[6]:

$$F(x) = 1 - (1 - p)^{x+1}. \quad (1.3)$$

Puasono skirstinys dar vadinamas retų įvykių skirstiniu. Puasono skirstinio tikimybės nusakomos formule [6]:

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}, \quad \text{čia } k=0,1,2, \dots \quad (1.4)$$

O pasiskirstymo funkcija, pagal EasyFit 5.6 programos trumpąją teoriją, apibrėžiama formule:

$$F(x) = e^{-\lambda} \sum_{i=0}^x \frac{\lambda^i}{i!}. \quad (1.5)$$

Skaitinės charakteristikos:

$$EX = \lambda, \quad DX = \lambda. \quad (1.6)$$

Neigiamas binominis skirstinys. Šio skirstinio tikimybinis tankis, apibrėžtas EasyFit 5.6 programinės įrangos trumpoje teorijoje, apskaičiuojamas pagal formulę:

$$f(x) = \binom{n+x-1}{x} \cdot p^n \cdot (1 - p)^x; \quad (1.7)$$

čia  $n$ -įvykęs įvykis (sveikasis skaičius),  $p$ -sėkmės tikimybė, kuri yra  $0 < p < 1$ . O pasiskirstymo funkcija apibrėžiama:

$$F(x) = p^n \cdot \sum_{i=0}^x \binom{n+i-1}{i} \cdot (1 - p)^i; \quad (1.8)$$

čia  $\binom{a}{b}$  yra Binominis koeficientas.

Diskretus tolygusis skirstinys. Skirstinio tankio funkcija, aprašyta EasyFit programos teorijoje:

$$f(x) = \frac{1}{b-a+1}; \quad (1.9)$$

čia,  $a, b$  – diskretūs ribos parametrai, kur  $a < b$ . Skirstinio pasiskirstymo funkcija apibrėžta:

$$F(x) = \frac{x-a+1}{b-a+1}. \quad (1.10)$$

#### 1.4. Ekstremalių kritulių kiekių tikimybinis vertinimas

##### Apibendrintas ekstremalių reikšmių skirstinys

Tikimybių teorijoje ir statistikoje Apibendrintas ekstremalių reikšmių skirstinys apibrėžiamas kaip lankstus trijų parametru modelis, kuris sujungia Gumbelio, Veibulo ir Frėčeto ekstremalių reikšmių skirstinius, kitaip žinomus I, II ir III tipo ekstremalių reikšmių su bendra tikimybių pasiskirstymo funkcija. Apibendrintojo ekstremalių reikšmių skirstinio pasiskirstymo funkcija apskaičiuojama pagal [16]

$$A. F(x) = \exp\left(-\left(1 + \frac{\beta(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\beta}}\right); \quad (1.11)$$

čia  $1 + \frac{\beta(x-\mu)}{\sigma} > 0$ , kur  $-\infty < \mu < \infty$ ,  $\sigma > 0$  ir  $-\infty < \beta < \infty$ .

Apibendrintasis skirstinys sudarytas iš trijų parametru, kurie trumpai apibūdinami [9]:

- $\mu$  – vietos parametras (angl. k.: „location“),  $\mu \in \mathbb{R}$ . Parametras parodo Apibendrintojo skirstinio centrą.
- $\sigma$  – masto parametras (angl. k.: „scale“), kuris nustato nukrypimų dydį nuo parametro  $\mu$ . Šis parametras visada teigiamas,  $\sigma > 0$ .
- $\beta$  – formos parametras (angl. k.: „shape“), gali būti bet kokios realios reikšmės,  $\beta \in \mathbb{Z}$ .

Apibendrintojo skirstinio tikimybinis tankis apibrėžiamas [16]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left(1 + \beta \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)^{(-1/\beta)-1} \exp\left(-\left(1 + \beta \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right)^{-1/\beta}\right); \quad (1.12)$$

čia vėl  $1 + \frac{\beta(x-\mu)}{\sigma} > 0$ .

Meteorologijoje taikomas funkcijos  $F(x)$  papildinys iki 1 – garantijų funkcija  $G(x)$ , kitaip dar vadinama tikėtinumo funkcija. Ji parodo tikimybę, kad dydis  $X$  bus didesnis už tam tikrą dydį  $x$  [6, 9]:

$$G(x) = P(X > x) = 1 - F(x) = 1 - \exp\left(-\left(1 + \frac{\beta(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\beta}}\right). \quad (1.13)$$

Žinant pasikartojimo periodą, per kurį tikėtina, kad įvyks dydis  $x$ , galima apskaičiuoti maksimalų dydį  $x$ :

$$x_{max} = \mu + \frac{\sigma}{\beta(\ln(T) - \ln(T-1))^\beta} - \frac{\sigma}{\beta}. \quad (1.14)$$

Klasikinė statistinė analizė remiasi prielaida jog stebimų duomenų  $X$  tikimybinis skirstinys  $F$  neturi kisti laikui bėgant, o rezultatai gaunami naudojantis maksimalaus tikėtinumo įvertinimu (MLE – angl. k.: „maximum likelihood estimation“). Nepriklausomi kintamieji su ne stacionariu apibendrintu ekstremalių reikšmių skirstiniu [12, 9, 11]:



$$F(x) = \begin{cases} \exp\left(-1 + \beta \left(\frac{x-\mu(t)}{\sigma(t)}\right)^{-\frac{1}{\beta}}\right), & \text{jei } \beta \neq 0 \\ \exp\left(-\exp\left(-\frac{x-\mu(t)}{\sigma(t)}\right)\right), & \text{jei } \beta = 0 \end{cases}. \quad (1.15)$$

Parametrai  $\mu$  ir  $\sigma$  gali priklausyti nuo kintamojo  $t$ , kuris reiškia laiko vienetą, tuomet jie taps priklausomais nuo laiko  $\mu(t)$  ir  $\sigma(t)$ . Parametras  $\beta$  nepriklauso nuo laiko. Formos parametras yra laikomas vienas pagrindinių norint aprašyti ekstremalių reikšmių tikimybinio pasiskirstymo elgesį.

#### Gumbelio skirstinys

Ekstremalių reikšmių Gumbelio tikimybinis skirstinys yra dažniausiai naudojamas tyrimuose, nes jis universalus ir yra dviejų tipų – maksimaliųjų ir minimaliųjų reikšmių [16]. Gumbelio skirstinį sudaro du parametrai, kurie gali būti apskaičiuojami momentų metodu.

Maksimaliųjų reikšmių vertinimui naudojamas maksimaliųjų reikšmių skirstinys, kurio pasiskirstymo funkcija užrašoma formule:

$$F_{max}(x) = e^{-e^{-(x-\mu)/\sigma}}, \quad -\infty \leq x \leq \infty, \quad \sigma > 0; \quad (1.16)$$

čia  $\mu$  – dažnio parametras,  $\sigma$  – nuokrypio parametras. Parametrai pagal momentų metodą apskaičiuojami naudojantis formulėmis:

$$\mu = \bar{X} - \gamma\sigma, \quad (1.17)$$

$$\sigma = \frac{s\sqrt{6}}{\pi}; \quad (1.18)$$

čia  $\bar{X}$  – maksimaliųjų temperatūrų imties vidurkio įvertis,  $\gamma = 0,577$  – Eulerio konstanta,  $s$  – maksimaliųjų temperatūrų standartinio nuokrypio įvertis.

Gumbelio maksimaliųjų reikšmių skirstinio tikimybinis tankis apsiraso formule:

$$f_{max}(x) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}} e^{-e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}}}. \quad (1.19)$$

Tuomet tikimybė, kad per tam tikrą laiką maksimalus dydis  $X$  neviršys ribinio dydžio  $x$ :

$$P(x) = P(X \leq x) = F_{max}(x). \quad (1.20)$$

Gumbelio maksimaliųjų reikšmių skirstinio atveju ekstremalių dydžių atsiradimo tikimybės įvertinimui yra naudojamas Gumbelio skirstinio funkcijos papildinys  $G(x)$  - garantijų funkcija, kuri maksimaliųjų reikšmių atveju parodo tikimybę, kad maksimalus dydis  $X$  bus didesnis už tam tikrą ribinį dydį  $x$  [2]:

$$G_{max}(x) = P(X > x) = 1 - F_{max}(x), \quad (1.21)$$

$$G_{max}(x, \mu, \sigma) = 1 - e^{-e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}}}. \quad (1.22)$$

Garantijų funkcija suprantama kaip dydis atvirkščias pasikartojimo periodui, per kurį tikėtina, kad bus vieną kartą viršytas numatytas dydis.

Jei kiekvienais metais dydis viršys numatytą vertę su tikimybe  $1 - P(x)$ , tai vidutinis pasikartojimo periodas bus:

$$T(x) = \frac{1}{1-P(x)} \quad (1.23)$$

Kadangi tyrimas siejamas su vidurkio ir standartinio nuokrypio įverčiais, tai galutinė ekstremalių kritulių Gumbelio maksimalių reikšmių tikimybinio modelio išraiška užrašoma:

$$G_{max}(x, \bar{X}, s) = 1 - e^{-e^{-\frac{-\pi \left( x - \left( \bar{X} - 0,5772 \frac{s\sqrt{6}}{\pi} \right) \right)}{s\sqrt{6}}}} \quad (1.24)$$

Pažymima, jog  $y = (x - \mu)/\sigma$ . Tuomet Gumbelio maksimalių reikšmių skirstinio atveju pasikartojimo periodas apskaičiuojamas formule:

$$T_{max} = \frac{1}{1 - e^{-e^{-y}}} \quad (1.25)$$

Jei pasikartojimo periodas žinomas, tuomet galima apskaičiuoti maksimalų kritulių kiekį, kuris gali būti viršytas per tam tikrą pasikartojimo periodą  $T_{max}$ . Iš (1.25) formulės gaunama, jog

$$1 - e^{-e^{-y}} = \frac{1}{T_{max}}, \quad (1.26)$$

todėl

$$y = -\ln(\ln(T) - \ln(T - 1)). \quad (1.27)$$

Kadangi  $y = (x - \mu)/\sigma$ , tai maksimalus kritulių kiekis  $x_{max}$  tam tikram pasikartojimo periodui  $T_{max}$  apskaičiuojamas pagal formulę:

$$x_{max} = \mu + \sigma \left( -\ln(\ln(T_{max}) - \ln(T_{max} - 1)) \right). \quad (1.28)$$

formulė reiškia, kad tikėtina, kad maksimalus dydis  $x_{max}$  viršys numatytą dydį per pasikartojimo periodą  $T_{max}$ .

Minimalių dydžių vertinimui naudojamas Gumbelio minimalių reikšmių skirstinys [16], kurio pasiskirstymo funkcija:

$$F_{min}(x) = 1 - e^{-e^{(x-\mu)/\sigma}}, \quad -\infty \leq x \leq \infty, \sigma > 0. \quad (1.29)$$

Parametrai yra tokie patys, kaip ir maksimalių dydžių atveju. Kadangi minimalūs kiekiai nebus analizuojami, tai ir tolimesnės formulės nebus pateikiamos.

#### Trijų parametru Veibulo skirstinys

Trijų parametru Veibulo skirstinio pasiskirstymo funkcija [1]:

$$F(x) = P(X < x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^\beta}, \quad x \geq \mu; \quad (1.30)$$

čia parametras  $\mu \geq 0$ , o  $\sigma$  ir  $\beta$  teigiamieji skaičiai, tai yra  $\sigma > 0$  ir  $\beta > 0$ .

Tankis

$$f(x) = \frac{\beta}{\sigma} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^\beta\right), \quad x > \mu. \quad (1.31)$$

Maksimalus dydis  $x$ , kuris gali būti viršytas per pasikartojimo periodą  $T$ , apskaičiuojamas pagal formulę:

$$x_{max} = \mu + \sigma(\ln(T))^{\frac{1}{\beta}} \quad (1.32)$$

Veibulo skirstinio parametrai apskaičiuojami naudojantis ribiniu parametru ir mažiausiais kvadratais. Pertvarkyta Veibulo pasiskirstymo funkcija į [1, 5]:

$$\log(x - \mu) = \frac{1}{\beta} \log(-\log(1 - p)) + \log\sigma, \quad (1.33)$$

yra gaunama tiesinė priklausomybė tarp  $\log(x - \mu)$  ir  $\log(-\log(1 - p))$ , kur  $\mu$  - ribinis parametras, o  $p$  - sukaupta tikimybė. Tokie parametrai kaip  $\sigma$  ir  $\beta$  gali būti rasti įrašius ribinį parametą ir naudojantis mažiausiais kvadratais. Transformuotų reikšmių  $\log(x - c)$  ir  $\log(-\log(1 - p))$  tiesinės regresijos determinacijos koeficiento  $R^2$  reikšmė reikalinga norint geriausiai įvertinti parametą  $\mu$  [12].

### 1.5. Ekstremumų pasikartojimo periodo vertinimas

Ekstremalus įvykis laikomas yra tuomet, kai atsitiktinis dydis  $X_i$  kai  $i = 1, \dots, n$ , yra didesnis arba lygus dydžiui  $x_T$ . Pasikartojimo periodas  $T$  yra apibrėžiamas, kaip laikotarpis per kurį tikėtina, kad bus viršytas numatytas dydis  $X_i \geq x_T$

Įvykio pasikartojimo periodas  $X_i \geq x_T$  tokiu būdu gali būti susijęs su įvykių tikimybe. Tada daroma prielaida, kad įvykio atsiradimo tikimybė  $X_i \geq x_T$  bet kokiais metais yra  $P(X_i \geq x_T)$ .  $X_i$  nepriklausoma eilės reikšmė, tikimybė, kad laiko intervalas  $T$  dėl kritulių dydžio  $x_T$  viršijimo lygus  $n$  apskaičiuojamas pagal formulę [30]:

$$\begin{aligned} P(T = n) &= P(X_1 < x_T)P(X_2 < x_T) \dots P(X_{n-1} < x_T)P(X_n \geq x_T) \\ &= P(X_1 < x_T)^{n-1}P(X_n \geq x_T). \end{aligned} \quad (1.34)$$

Tikėtinas pasiskirstymo periodas  $T$  apskaičiuojamas pagal:

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} nP(X_{n-1} < x_T)^{n-1}P(X_n \geq x_T) = \frac{1}{P(X_1 \geq x_T)} = \frac{1}{1 - P(X_1 < x_T)}. \quad (1.35)$$

Iš formulės matyti, jog pasikartojimo periodas priklauso nuo pasirinktų atsitiktinių dydžių skirstinio – ilgesnis pasikartojimo periodas  $T$ , mažesnė tikimybė  $P(X_i \geq x_T)$  ir didesnis atsitiktinio kintamojo dydis  $x_T$ .

Gumbelio maksimalių reikšmių skirstinio atveju garantijų funkcija suprantama kaip vertė, atvirkščia pasikartojimo periodui, per kurį tikėtina, jog bus vieną kartą viršytas kritulių kiekis.

Gumbelio skirstinio atveju pasikartojimo periodas randamas naudojantis:

$$T_{max} = \frac{1}{1 - e^{-e^{-y}}} \quad (1.36)$$

Taip pat žinant pasikartojimo periodą galima paskaičiuoti maksimalių kritulių kiekį, kuris gali būti viršytas vieną kartą per pasirinkta pasikartojimo periodą  $T$ :

$$1 - e^{-e^{-y}} = \frac{1}{T} \quad (1.37)$$

todėl

$$y = -\ln(\ln(T) - \ln(T - 1)), \text{ kur } y = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (1.38)$$

tai

$$x_G = \mu - \sigma(-\ln(\ln(T) - \ln(T - 1))) \quad (1.39)$$

Remiantis Veibulo ir Apibendrintojo skirstiniais bei pasikartojimo periodu gaunama jog:

$$x_w = \mu + \sigma(\ln(T))^{\frac{1}{\beta}} \quad (1.40)$$

$$x_{GEV} = \mu + \frac{\sigma}{\beta(\ln(T) - \ln(T - 1))^{\beta}} - \frac{\sigma}{\beta} \quad (1.41)$$

$x_G$ ,  $x_w$  ir  $x_{GEV}$  tai atitinkamai Gumbelio, Veibulo ir Apibendrintojo skirstinio formulės, kuriomis naudojantis apskaičiuojama maksimali kritulių reikmšė, kuri gali būti viršyta vieną kartą per atitinkamą pasikartojimo periodą.

## 1.6. Chronologinių ekstremalių įvykių dažniai

Kai kurių meteorologinių duomenų įrašai nėra metinės įvykių reikšmės, o fiksuojami atvejai per tam tikrą laikotarpį, kurie pasiekė ekstremalaus įvykio kriterijų. Šiuo atveju statistinių meteorologinių duomenų imtys susideda ne iš metinių reikšmių, o iš chronologinių ekstremalių įvykių atvejų, užfiksuotų tam tikru laikotarpiu. Todėl čia svarbūs yra du dalykai: tai stebėjimo laikotarpis metais (pažymėsime  $M$ ) ir ekstremalaus įvykio atvejų skaičius tame laikotarpyje (pažymėsime  $m$ ). Iš šių dydžių galima apskaičiuoti įvykio  $x$  pasikartojimo dažnį per metus arba kitaip sakant vidutinį įvykių skaičių per metus:

$$D(x) = \frac{m}{M}. \quad (1.42)$$

Jis parodo kiek kartų vidutiniškai įvykis  $x$  pasikartoja per vienerius metus. Tai yra dydis, kuris susieja ekstremalių įvykių atvejų chronologinius duomenis su metinėmis įvykio reikšmėmis. Norint rezultatus susieti su metinėmis reikšmėmis, reikalingi kai kurių formulių pokyčiai. Ir tada jau gauti rezultatai siejami ne su metinėmis įvykių tikimybėmis, o tiesiog su metiniais įvykių dažniais.

Gumbelio maksimalių reikšmių skirstinio atveju atsižvelgiant į (10) ir (11) formules gauname, jog šiuo atveju[1]:

$$G_{\max}(x) = P(X > x) = (1 - F_{\max}(x)) \cdot D(x), \quad (1.43)$$

$$G_{max}(x, \mu, \sigma) = \left(1 - e^{-e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}}}\right) \cdot \frac{m}{M}. \quad (1.44)$$

Čia  $G_{max}(x)$  jau bus nebe tikimybė, kad kasmet dydis  $X$  bus didesnis už tam tikrą ribinį dydį  $x$ , o parodys metinį dažnį, kad dydis  $X$  bus didesnis už tam tikrą ribinį dydį  $x$ .

Tada pasikartojimo periodas bus apskaičiuojamas:

$$T_{max} = \frac{1}{1 - e^{-e^{-y}}} \cdot \frac{M}{m}; \quad (1.45)$$

čia  $y = (x - \mu) / \sigma$ .

Maksimalus dydis  $x_{max}$  pasikartojimo periodui  $T_{max}$  bus apskaičiuojamas[5]:

$$x_{max} = \mu + \sigma \left( -\ln \left\{ \ln \left( T_{max} \cdot \frac{m}{M} \right) - \ln \left( T_{max} \cdot \frac{m}{M} - 1 \right) \right\} \right). \quad (1.46)$$

Apibendrintojo ekstremalių reikšmių skirstinio atveju pagal (1.11) formulę gauname, jog:

$$G(x) = P(X > x) = (1 - F(x)) \cdot D(x) = \left(1 - \exp \left( - \left(1 + \frac{\beta(x-\mu)}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\beta}} \right)\right) \cdot \frac{m}{M}; \quad (1.47)$$

čia  $G(x)$  kaip ir Gumbelio maksimalių reikšmių skirstinio atveju bus nebe tikimybė, kad kasmet dydis  $X$  bus didesnis už tam tikrą ribinį dydį  $x$ , o parodys metinį dažnį, kad dydis  $X$  bus didesnis už tam tikrą ribinį dydį  $x$ .

Tada pasikartojimo periodas bus apskaičiuojamas:

$$T(x) = \frac{1}{1 - P(x)} \cdot \frac{M}{m}. \quad (1.48)$$

Maksimalus dydis  $x_{max}$  pasikartojimo periodui  $T_{max}$  bus apskaičiuojamas:

$$x_{max} = \mu + \frac{\sigma}{\beta \cdot \left( \ln \left( T_{max} \cdot \frac{m}{M} \right) - \ln \left( T_{max} \cdot \frac{m}{M} - 1 \right) \right)^{\beta}} - \frac{\delta}{\beta}. \quad (1.49)$$

Veibulo skirstinio atveju, pagal (1.30) formulę gauname:

$$G(x) = P(X > x) = (1 - F(x)) \cdot D(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^{\beta}} \cdot \frac{m}{M}; \quad (1.50)$$

Čia, kaip ir prieš tai minėtais atvejais,  $G(x)$  parodys metinį dažnį, kad dydis  $X$  bus didesnis už tam tikrą ribinį dydį  $x$ . Pasikartojimo periodas  $T(x)$  bus apskaičiuojamas, kaip ir (1.45) formulėje, tik  $P(x)$  bus Veibulo pasiskirstymo funkcija (1.30) formulė. O maksimalus dydis  $x_{max}$  pasikartojimo periodui  $T_{max}$  bus apskaičiuojamas:

$$x_{max} = \mu + \sigma \cdot \left( \ln \left( T_{max} \cdot \frac{m}{M} \right) \right)^{\frac{1}{\beta}}. \quad (1.51)$$

## 1.7. Ekstremalių reikšmių skirstinių atranka

Konkreto modelio parinkimas turimiems duomenims yra sudėtinga užduotis. Norint įvertinti duoto skirstinio tinkamumą turimiems duomenims ar kelių skirstinių palyginimą tarpusavyje, kuris tinkamesnis turimiems duomenims, pritaikomi įvairūs skirstinių atrinkimo metodai: grafiniai atrinkimo būdai (angl. k.: „graphical models“) ir suderinamumo hipotezių tikrinimas (angl. k.: „goodness-of-fit test“) [12].

Duomenims atlikus grafinę analizę, vizualiai parodoma tam tikro skirstinio tinkamumą turimiems duomenims. Grafiniams atrinkimo būdams priskiriami: skirstinių tikimybių, pasiskirstymų funkcijų arba kvantilių palyginimo grafikai.

Grafiniai atrinkimo būdai yra trys:

1. **P-P diagrama** – tai empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos palyginimo grafikas. P-P grafikas yra empirinės pasiskirstymo funkcijos reikšmių atidėjimas grafike palyginant jas su teorinėmis pasiskirstymo funkcijos reikšmėmis. Programa rodo atskaitos įstrižainės liniją, nuo kurios išilgai turėtų išsidėlioti taškai ir turėtų būti kuo arčiau įstrižainės. Jei taškai išsidėsto arti linijos gaunama, kad tam tikras specialus teorinis skirstinys yra tinkamas modelis turimiems duomenims.
2. **Q-Q diagrama** – tai empirinių ir teorinių kvantilių palyginimo grafikas, kuris gaunamas braižant turimų stebimų duomenų reikšmes  $x_i$  (kur  $i = 1, \dots, n$ ) ties  $X$  ašimi ir reikšmes ant  $Y$  ašies, apskaičiuotas pagal formulę [30]:

$$F^{-1}\left(F_n(x_i) - \frac{0.5}{n}\right), \quad (1.52)$$

čia  $F^{-1}$  – atvirkštinė pasiskirstymo funkcija (ICDF),  $F_n(x)$  – empirinė pasiskirstymo funkcija, o  $n$  – imties dydis. Kuo labiau Q-Q grafikas gaunasi tiesinis, tuo teorinis pasiskirstymas yra tinkamesnis ir pasirinktas teisingai.

3. **Tikimybės skirtumo grafikas** - skirtumų grafikas tarp empirinių ir teorinių pasiskirstymo funkcijų. Empirinė pasiskirstymo funkcija [30]:

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \cdot n_x, \quad (1.53)$$

čia  $n_x$  – imties reikšmių  $x_i$  nedidesnių už  $x$  skaičius. Tikimybių skirtumų grafikas apibrėžiamas:

$$Diff(x) = F_n(x) - F(x). \quad (1.54)$$

Šis grafikas yra skirtas nustatyti kaip gerai teorinis pasiskirstymas tinka su turimais duomenimis ir palyginti kelių naudojamų skirstinių gerumą.

## Suderinamumo kriterijų tikrinimas

Suderinamumo kriterijus įvertina atsitiktinės imties atitikimą su teorine skirstinio tikimybine funkcija. Būtent šie suderinamumo kriterijai parodo, kaip gerai pasirinktas skirstinys tinka prie konkrečių duotų duomenų. Rekomenduojama suderinamumo hipotezes tikrinti pritaikius skirtingus kriterijus, kad būtų gaunama daugiau informacijos leidžiančios įvertinti pasirinkto skirstinio tinkamumą. Hipotezės yra atmetamos, jei statistika viršija tam tikrą kritinę reikšmę.

Tikrinama nulinė hipotezė  $H_0$ , ar gautų duomenų skirstinio pasiskirstymo funkcija  $F(\bar{X}; \mu, \sigma, \beta)$  sutampa su teorine pasiskirstymo funkcija su alternatyvia hipoteze, kad nesutampa.

Yra trys pagrindiniai suderinamumo hipotezių tikrinimo kriterijai, siekiant įvertinti, kuris skirstinys geriausiai tinka turimiems duomenims [6, 17].

- Chi kvadrato suderinamumo kriterijus (angl. k.: „Chi-Square Test“)

$\chi^2$  (Chi kvadratu) yra vienas iš populiariausių suderinamumo kriterijų, kuriuo tikrinama hipotezė ar turimas duomenų skirstinys sutampa su teoriniu skirstinio modeliu. Kriterijus taikomas grupuotiems duomenims. Duomenys suskirstomi į  $k$  kategorijų, kitaip tariant  $k$  intervalų. Nėra tam tikro optimalaus intervalų skaičiaus pasirinkimo, tik naudojant tam tikras formules ši skaičių galimą apskaičiuoti pagal imties dydį  $N$ . Pavyzdžiui, naudojama programinė priemonė EasyFit ši skaičių randa naudojant empirinę formulę:

$$k = 1 + \log_2 N. \quad (1.55)$$

Chi kvadrato statistika apibūdinama taip:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}, \quad (1.56)$$

čia  $O_j$  – stebėjimų dažniai intervale  $i$ , t.y. intervaliniai dažniai.  $E_i$  – tikėtinas dažnis intervale  $i$ , kuris apskaičiuojamas pagal

$$E_i = F(x_2) - F(x_1), \quad (1.57)$$

čia  $F$  – tikrinamo tikimybinio skirstinio pasiskirstymo funkcija, o  $x_1, x_2$  ribos intervale  $i$ . Hipotezė įvertina skirtumus tarp tikėtinų ir stebimų dažnių, kuo skirtumai didesni, tuo labiau abejotinas skirstinio teisingumas ar tinkamumas turimiems duomenims .

- Kolmogorovo-Smirnovo suderinamumo kriterijus (angl. k.: „Kolmogorov-Smirnov Test“)

Pagal EasyFit programos metodiką, Kolmogorovo-Smirnovo kriterijus pagrįstas empirine pasiskirstymo funkcija. Tarkime, kad turima atsitiktinė imtis  $x_1, \dots, x_n$  tam tikro skirstinio su pasiskirstymo funkcija  $F(x)$ . Empirinė pasiskirstymo funkcija žymima formule:

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \cdot (\text{stebėjimų skaičius} \leq x). \quad (1.58)$$

Kolmogorovo-Smirnovo statistika ( $D$ ) remiasi didžiausiu vertikaliu skirtumu tarp teorinės ir empirinės pasiskirstymo funkcijos

$$D = \max_{1 \leq i \leq n} \left( F(x_i) - \frac{i-1}{n}, \frac{i}{n} - F(x_i) \right). \quad (1.59)$$

- Andersono-Darlingo suderinamumo kriterijus (angl. k.: „Anderson-Darling Test“)

Andersono-Darlingo suderinamo kriterijus taip pat remiasi skirtumu tarp teorinės ir empirinės pasiskirstymo funkcijos. Pagal EasyFit programinę priemonę šis kriterijus skiria daugiau dėmesio uodegoms nei Kolmogorovo-Smirnovo testas.

Andersono-Darlingo statistika apibrėžiama

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) \cdot [\ln F(X_i) + \ln(1 - F(X_{n-1+1}))]. \quad (1.60)$$

### 1.8. Įverčių pasikliautiniai intervalai

Pasikliautinu intervalu vadinamas toks intervalas, kuriame, tikėtina, yra matuojamo dydžio parametras. Tikimybė, jog vidurkis yra šiame intervale, vadinama yra reikšmingumo lygmeniu.

Ekstremalių reikšmių dažnių pasikliautinuosius intervalus galima pavaizduoti naudojantis CumFreq programa ir apskaičiuoti analitiniu būdu. Tos pačios programos dėka vaizdžiai parodomi yra ir pasikartojimo periodai, garantijų funkcijos grafikas, parodoma empirinio ir apibendrintojo modelio ekstremalių kritulių sukaupto dažnio palyginimai. Metodologija, kuria naudojantis apskaičiuojami yra pasikliautiniai intervalai, aprašyta H.P. Ritzema knygoje [24].

Ekstremalių reikšmių tikimybinio skirstinio įverčio pasikliautiniai intervalai randami pasinaudojant Binominio tikimybinio skirstinio standartiniu nuokrypiu :

$$S_d = \sqrt{\frac{F(x)(1-F(x))}{N}}, \quad (1.61)$$

kur  $F(x)$  yra pasiskirstymo funkcija ( $0 < F(x) < 1$ ), o  $N$  – imties duomenų skaičius.

Nustatinėjant pasiskirstymo funkcijos  $F(x)$  įverčio pasikliautinąjį intervalą yra naudojama Stjudento tikimybinio skirstinio  $t$  statistika (kvantilis  $t$ ). Naudojant 90% pasiklovimo ribas  $t$  statistikos reikšmė yra artima 1,7, kai  $N > 100$ . Be to, Binominis skirstinys yra simetrinis, kai  $F(x) = 0,5$ , tačiau jis virsta asimetriškas, kai  $F(x)$  artėja prie 0 arba 1. Nustatinėjant apatinę (L) ir viršutinę (U)  $F(x)$  pasikliautinąjį interval ribas, funkcija  $F(x)$  yra naudojamas kaip svoris standartiniam nuokrypiui  $S_d$ . Tada pasikliautinąjį interval ribas apskaičiuojamas pagal formules[30]:

$$L = F(x) - 2 \cdot 1,7 \cdot (1 - F(x))S_d, \quad (1.62)$$

$$U = F(x) + 2 \cdot 1,7 \cdot F(x)S_d, \quad (1.63)$$

Kai  $N = 56$ , naudojant 90% pasiklovimo ribas  $t$  statistikos reikšmė yra 1,6735, naudojant 95% pasiklovimo ribas statistikos reikšmė yra 2,0045, o naudojant 99% reikšmė 2,669.



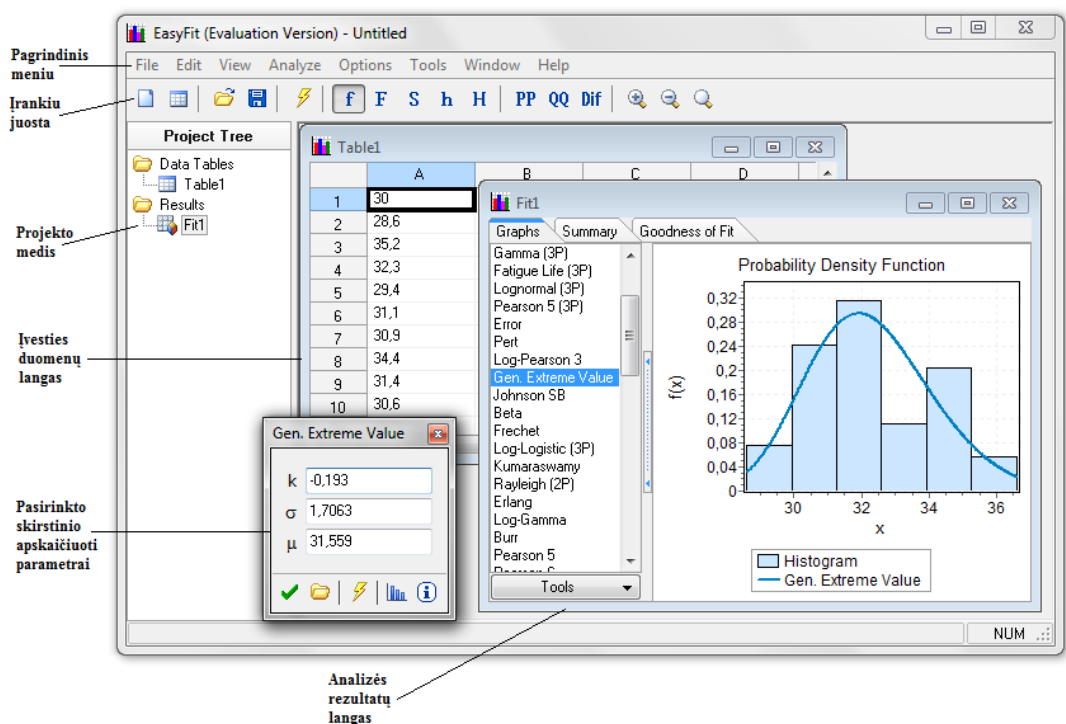
## 1.9. Programinės įrangos apžvalga

Statistinius skaičiavimus palengvina atlikti specialūs programiniai paketai: QumFreq, EasyFit, MATLAB ir kiti. Jie plačiai naudojami statistinio modeliavimo uždaviniuose. Analizei naudota universali ir plačiai paplitusi programinė priemonė MS Excel, kurioje galima sukurti ekstremalių reikšmių skirstinių skaičiavimo modelį. MS Excel programinėje priemonėje atliekami tikimybių skaičiavimai, analizė, ekstremalių reikšmių skirstinių taikymai, ekstremumų tyrimas taikant slenkančius vidurkius.

CumFreq programa apskaičiuoja sukauptajį dažnį ir tikimybių pasiskirstymo funkcijas, lygina empirinį su teoriniu skirstiniu. Su šia programa patogiu atlikinėti tokius skaičiavimus: nustatant druskingumą vandeny, lietaus prognozavimą, upių išsiliejimą bei vandens lygio nustatymą ir panašiai.

Kompiuterinė programa tinka įvairių linijiniams, logaritminiams, eksponentiniams ir dviviečiams eksponentinio kaupiamąjo dažnio paskirstymams. Pasiskirstymai yra naudinga ekstremalioms vertėms analizei.

EasyFit Professional programa yra duomenų analizės ir modeliavimo taikymo programa, leidžianti pritaikyti tikimybinis skirstinius turimai duomenų imčiai, pasirinkti geriausiai tinkantį skirstinį ir atlikti kitus tyrimus ar priimti tam tikrus sprendimus. Programa yra paprasta naudotis, joje yra išsami pagalbos sistema, daug įvairių skirstinių, pateikta gana konkreti teorija. Šioje programinėje priemonėje atliekami tinkamiausio skirstinio atranką grafiniu atrinkimo būdu bei suderinamumo kriterijų tikrinimu.



1.7 pav. EasyFit 5.6 programos langas

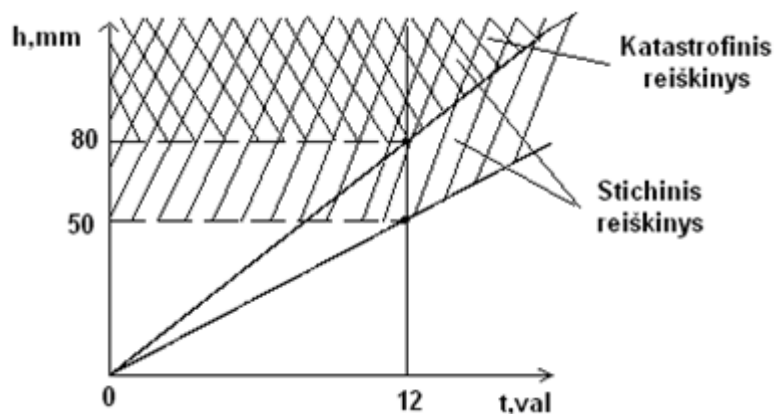
EasyFit programos vartotojo sąsaja yra nesudėtinga, taip pat nemažai patarimų, bei specialios informacijos susijusios su duomenų analize. Pagrindinis langas susideda iš duomenų lentelės ir analizės rezultatų. Projekto medis komponentus sudeda į kategorijas, kad lengviau būtų juos surasti. Taip pat kiekvieną komponentą galima redaguoti, tai yra ištrinti ar pakeisti, jei norima, galima išsaugoti visą projektą.

## 2. TIRIAMOJI DALIS

### 2.1. Cenzuruotų duomenų imties apžvalga

Statistiniai duomenys naudojami baigiamojo darbo tyrime buvo gauti bendradarbiaujant su Lietuvos hidrometeorologijos tarnyba (LHMT). Nagrinėti meteorologiniai duomenų įrašai yra vadinami cenzuruotais, t. y. jie yra ne visos metinės įvykių reikšmės (t. y. ne metinis maksimalus kritulių kiekis), o tik įvykiai įvykę per tam tikrą laikotarpį ir pasiekę ekstremalių reiškinų kriterijus. Tokiu būdu, nagrinėjamos taip vadinamos cenzūruotos (tik pasiekusios kriterijų) ekstremumų reikšmės. Pagal LR vyriausybės nutarimą dėl ekstremalių įvykių kriterijų patvirtinimo, ekstremalūs krituliai – tai smarkus lietus, kurio per 12 ir mažiau valandų iškrenta daugiau kaip 50 mm.

Duomenų imtį sudaro duomenys apie smarkaus lietaus atvejus, užfiksuotus Lietuvoje nuo 1961 m. iki 2016 m. Turimi duomenys parodo kritulių, iškritusių per 12 val. ir mažiau valandų, kiekį, tai reiškia, kad jie yra susieti su laiko trukme.

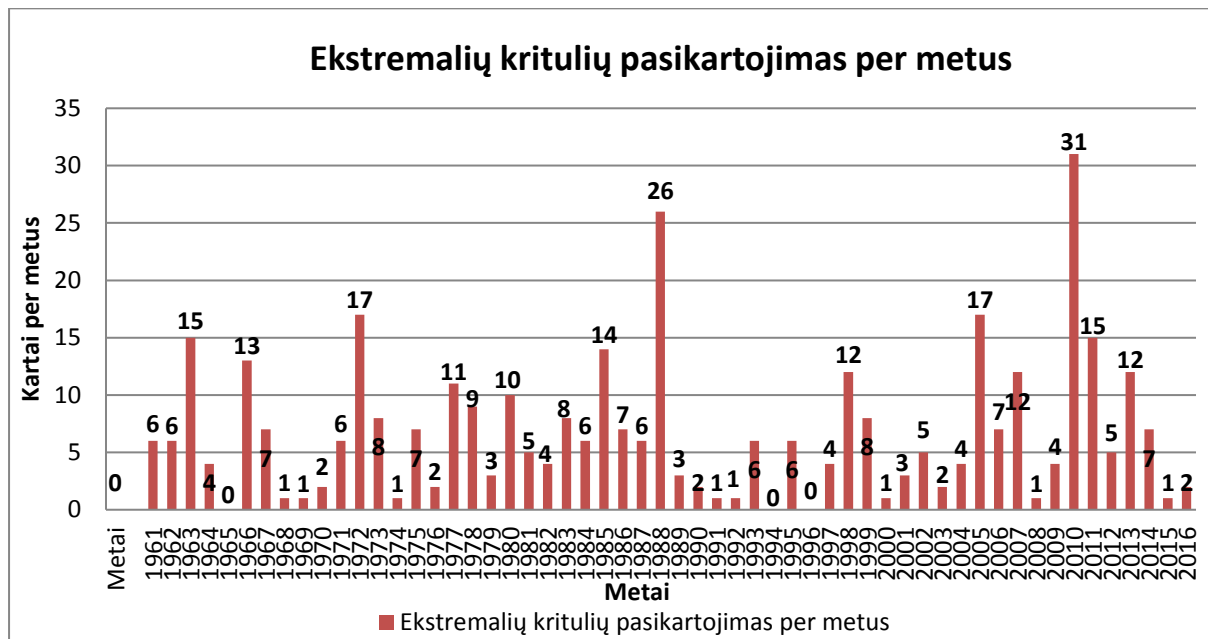


2.1 pav. Ekstremalių kritulių kriterijai Lietuvoje

Taigi imtis sudaryta iš chronologinių ekstremalių įvykių atvejų, užfiksuotų per tam tikrą laikotarpį. Dėl imties papildymo buvo kreipiamasi į Lietuvos hidrometeorologijos tarnybą. Kritulių kiekiai buvo fiksuojami tik meteorologinėse stotyse. Dėl to nežinome, kokie kritulių kiekiai iškrito už meteorologinių stočių ribų. Tačiau, Lietuvoje esančios stotys, kuriose fiksuojami meteorologiniai reiškiniai, yra pasiskirstę po visą šalį ir paprastai su tuo pačia liūtimi ekstremumai neužregistruojami skirtingose stotyse. Ekstremalus kritulių kiekis paprastai iškrenta vienos meteorologinės stoties regione. Jei laike artimi ekstremalūs įvykiai užregistruojami keliuose stotyse, tai jie traktuojami kaip atskiri, nes taip skaičiuojant tai realiau atspindimos didesnės nei vienetinio reiškinio apimtys.

Tokiu būdu, per 1961-2016 metų laikotarpį užfiksuota, kad Lietuvoje pasitaikė 377 smarkaus lietaus atvejai. Vadinasi, galime teigti, kad Lietuvoje per metus pasitaiko vidutiniškai po maždaug 6,8 smarkaus lietaus atvejų. Tačiau šie atvejai laike yra pasiskirstę nevienodai. Iš 2.2. pav. matome, kad pasitaikė metų (1965m., 1994m., 1996m.), kuomet Lietuvoje nebuvo užfiksuotas nei vienas

ekstremalaus reiškinių kriterijų viršijęs lietaus atvejis (tuomet dėl minėto cenzūravimo gaunamas nulinis ekstremalių įvykių skaičius). Tačiau buvo ir tokių metų, kuomet smarkus lietus buvo ypač dažnas ir labiau išplitęs visoje Lietuvoje, pavyzdžiui 1988m. ir 2010 m, pasitaikė atitinkamai net 26 ir 31 smarkaus lietaus atvejai. Taigi atliekant skaičiavimus yra labai svarbu atsižvelgti į atvejų dažnį per metus. Chronologiniai meteorologiniai duomenys pateikti priede.



2.2 pav. Ekstremalių kritulių atvejų skaičius per metus.

Iš 2.3. pav. matome, kad pasitaiko labai ekstremalių atvejų (kritulių kiekis viršijo 80 mm), kuomet iškritęs itin didelis kritulių kiekis gali padaryti daug žalos gamtai ir didelius nuostolius žmonijai. Pavyzdžiui, 1980 m. liepos 1-2 d. labai smarkus lietus, pasiekęs absoliutų Lietuvos kritulių kiekio paros rekordą, stebėtas Dusetos poste. Šio lietaus metu per 8 valandas prilijo 250 mm. Toks atvejis Lietuvoje užregistruotas vienintelį kartą.



**2.3 pav. Kiekvienų metų didžiausias kritulių kiekis.**

Verta atkreipti dėmesį ir į 2013 m. rugsėjo 17-19 d. užklupusį labai smarkų lietų. Be pertraukos lijo 3 dienas, bendras iškritusių kritulių kiekis siekė 131 mm – Lazdijuose, 132 mm – Druskininkuose, 118 mm – Marijampolėje. Tačiau, tokie duomenys paprastai nagrinėjami atskirai, kai būna vertinamas suminis kritulių kiekis per ilgą laikotarpį.

Analizei naudoju chronologinius 1961-2016 metų laikotarpio duomenis, kurie yra pateikti 2 priede.

## **2.2. Kritulių kiekio ir stichinių įvykių analizė**

Šiame etape visų pirma buvo atliekama ekstremalių kritulių kiekių duomenų analizė. Vėlesnį tikimybinį vertinimą sudaro: pagrindinių ekstremalių reikšmių skirstinių t.y. Gumbelio, Veibulo, apibendrintojo ekstremalių reikšmių taikymas duomenims, skirstinių pasikartojimo periodų vertinimas, tinkamiausio skirstinio atrinkimas bei jo taikymas.

Duomenų imties (ekstremalių kritulių kiekio) aprašomosios statistikos charakteristikos buvo apskaičiuotos su programa SAS. Pagrindinės charakteristikos pateiktos lentelėje žemiau.

**2.1 lentelė. Ekstremalaus kritulių kiekio imties statistinės charakteristikos.**

<b>Statistika</b>	<b>Ekstremalių kritulių kiekiai (1961-2016 m.)</b>
Duomenų (stichinių įvykių) skaičius	377
Vidurkis	63,25
Dispersija	291,5
Standartinis	17,073
Max reikšmė	250
Min reikšmė	49,4
Mediana	58
Moda	50
Asimetrijos	4,599
Eksceso koeficientas	39,090

Lentelėje aukščiau pateikta ekstremalių įvykių aprašomosios statistikos charakteristikos, kurios gautos iš visų turimų duomenų, t.y. iš 377 ekstremalių įvykių, kurie užfiksuoti per 56 metų laikotarpį. Visų iškritusių ekstremalių kritulių vidurkis yra 63,25 mm.

**2.2 lentelė. Ekstremalių kritulių įvykių skaičiaus duomenų imties statistinės charakteristikos.**

<b>Statistika</b>	<b>Ekstremalių kritulių įvykiai (1961-2016 m.)</b>
Duomenų skaičius	56
Vidurkis	6,73
Dispersija	38,636
Standartinis	6,216
Max reikšmė	31
Min reikšmė	0
Mediana	6
Moda	1
Asimetrijos	1,783
Eksceso koeficientas	4,186

Lentelėje aukščiau pavaizduota kritulių kiekio aprašomosios statistikos charakteristikos, kurios gautos iš visų turimų duomenų. Vidutinis ekstremalių kritulių skaičius per metus yra 6,73 karto, o dispersija ir standartinis nuokrypis atitinkamai lygus 38,636 ir 6,216. Maksimalus ekstremalių kritulių įvykių skaičius, kurie užfiksuoti per vienerius metus yra 31.

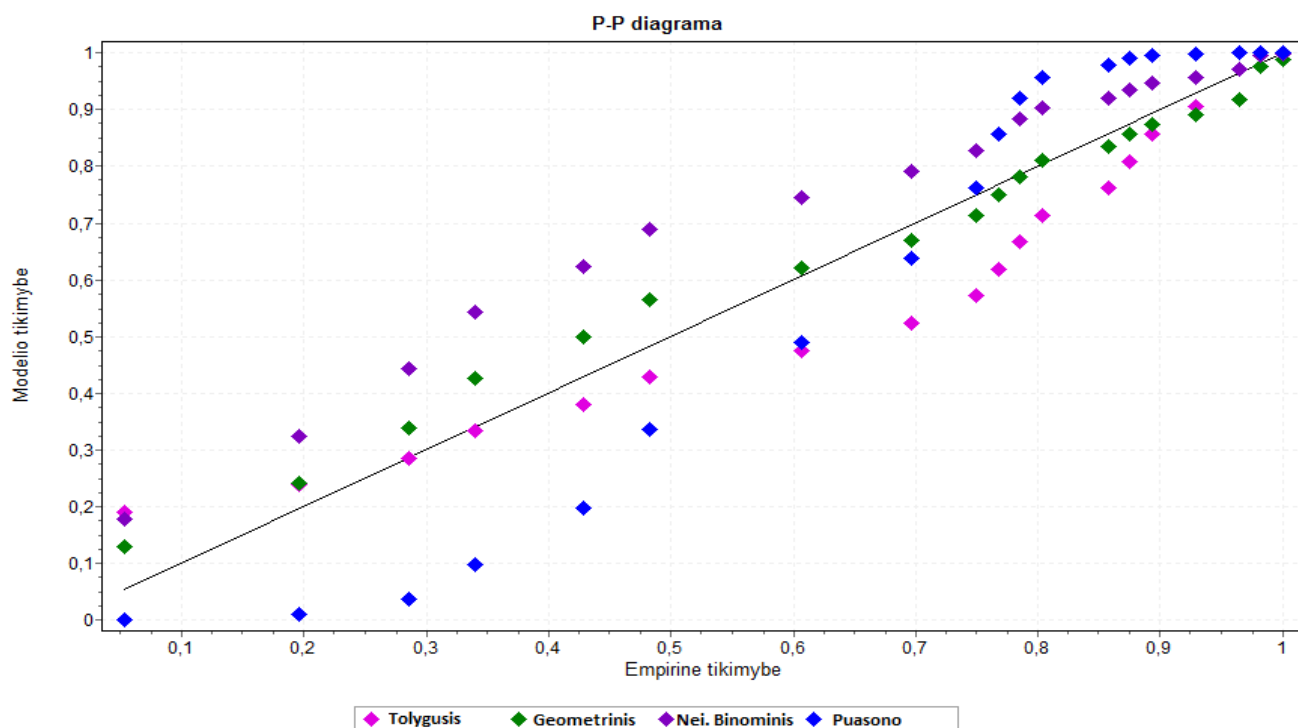
### 2.3. Diskrečių skirstinių taikymas ir jų atranka

Naudojant EasyFit programinę įrangą, duomenims buvo pritaikyti šie diskretūs skirstiniai: geometrinis, Puasono, neigiamas binominis ir tolygusis. Gauti parametrai pateikti žemiau lentelėje.

2.3 lentelė. Diskrečių skirstinių parametrai.

Parametras	Geometrinis	Puasono	Neig. binominis	Tolygusis
$p$	0,12933	-	0,17741	-
$\lambda$	-	6,7321	-	-
$n$	-	-	1	-
$a$	-	-	-	-3
$b$	-	-	-	17

Skirstinių atranka yra vykdyta taikant skaičiavimus palengvinančią programinę įrangą. EasyFit programoje suskaičiuotos parametrų reikšmės. Grafiniu būdu nagrinėjant P-P diagramą, empirinis ir modeliuojami diskretūs įvykių skaičiaus skirstiniai palyginti žemiau pateiktame paveiksle.



2.4 pav. P-P diagrama diskretiesiems skirstiniams

Tikimybių skirtumų grafikai parodo, kad geometrinis skirstinys geriausiai atitinka empirinį skirstinį. Visų kitų diskrečiųjų skirstinių taškai grafike yra labiau nutolę nuo tiesės. Geometrinis skirstinys, tokiu būdu identifikuotas kaip yra geriausias turimiems duomenims. Tai patvirtinta ir atlikus suderinamumo hipotezių tikrinimą.

**2.4 lentelė. Suderinamumo hipotezių tikrinimo rezultatai.**

Skirstinys	Kolmogorovo- Smirnov	Andersono- Darlingo
	statistika	statistika
Geometrinis	0,188	2,379
Puasono	0,249	15,339
Neig. binominis	0,284	8,891
Tolygusis	0,190	13,102

Suderinamumo hipotezių tikrinimas taip pat parodė jog geometrinis skirstinys yra tinkamiausias tirtiems įvykių skaičiams. Toliau pristatomas su šiuos skirstiniu gauti ekstremalių įvykių skaičiaus tikimybiniai įverčiai.

### **Geometrinio skirstinio taikymas**

Atrinkus geometrinį skirstinį, gauta, kad jo parametro  $p$  reikšmė yra 0,12933. Geometrinio skirstinio pasiskirstymo funkcija yra:

$$F(x) = 1 - (1 - p)^{x+1}.$$

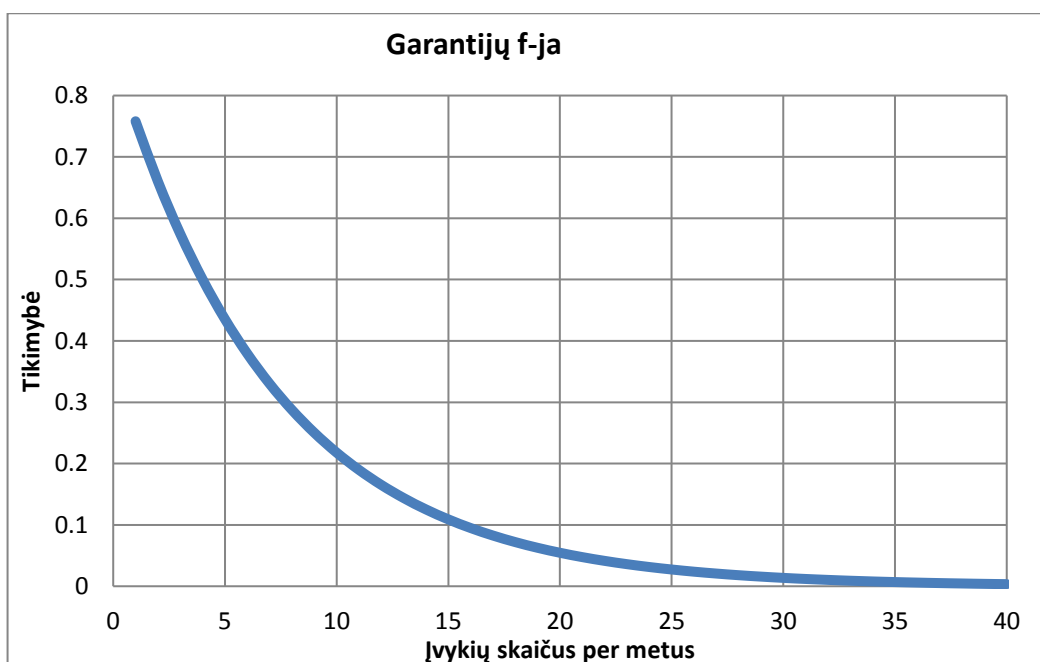
Gautos įvykių skaičiaus tikimybės pateiktos lentelėje žemiau.



**2.5 lentelė. Tikimybė, kad įvyks nedaugiau ir daugiau nei nurodytas įvykių skaičius.**

Įvykių skaičius per metus	Geometrinio skirstinio pasiskirstymo f-ja F(x)	Garantijų f-ja	Įvykių skaičius per metus	Geometrinio skirstinio pasiskirstymo f-ja F(x)	Garantijų f-ja
1	0,2419	0,7581	21	0,9525	0,0475
2	0,3400	0,6600	22	0,9586	0,0414
3	0,4253	0,5747	23	0,9640	0,0360
4	0,4997	0,5003	24	0,9686	0,0314
5	0,5644	0,4356	25	0,9727	0,0273
6	0,6207	0,3793	26	0,9762	0,0238
7	0,6698	0,3302	27	0,9793	0,0207
8	0,7125	0,2875	28	0,9820	0,0180
9	0,7497	0,2503	29	0,9843	0,0157
10	0,7820	0,2180	30	0,9863	0,0137
11	0,8102	0,1898	31	0,9881	0,0119
12	0,8348	0,1652	32	0,9896	0,0104
13	0,8561	0,1439	33	0,9910	0,0090
14	0,8747	0,1253	34	0,9921	0,0079
15	0,8909	0,1091	35	0,9932	0,0068
16	0,9050	0,0950	36	0,9940	0,0060
17	0,9173	0,0827	37	0,9948	0,0052
18	0,9280	0,0720	38	0,9955	0,0045
19	0,9373	0,0627	39	0,9961	0,0039
20	0,9454	0,0546	40	0,9966	0,0034

Iš aukščiau pateiktos lentelės matome, jog tikimybė viršyti 1 ekstremalų įvykį per metus yra 0,758, o tikimybė viršyti 10 ekstremalių įvykių skaičių per metus yra 0,218. Tikimybė viršyti maksimalų ekstremalių įvykių skaičių, t. y. 31 įvykių skaičių per metus, kurie buvo užfiksuoti nuo 1961 m. iki 2016 m. yra 0,012. Tai matome ir žemiau pateiktame grafike.



**2.5 pav. Geometrinio skirstinio garantijų funkcija.**

Paveiksle matosi geometrinio skirstinio garantijų funkcija ir jis parodo su kokia tikimybe per metus bus viršytas duotas ekstremalių įvykių skaičius.

#### 2.4. Ekstremalių reikšmių skirstinių taikymas

Ekstremalių kritulių kiekio duomenų skirstinių parametrai buvo gauti pasinaudojus programine priemone EasyFit. Ši programa įgalino įvertinti skirstinių parametrus, kurie pateikti lentelėje žemiau.

**2.6 lentelė. Ekstremalių reikšmių skirstinių parametrai.**

	Gumbelio skirstinys	Veibulo skirstinys	Apibendrintasis
$\mu$	55,549	40,936	55,875
$\sigma$	13,254	24,964	6,8007
$\beta$	-	1,5367	0,34021

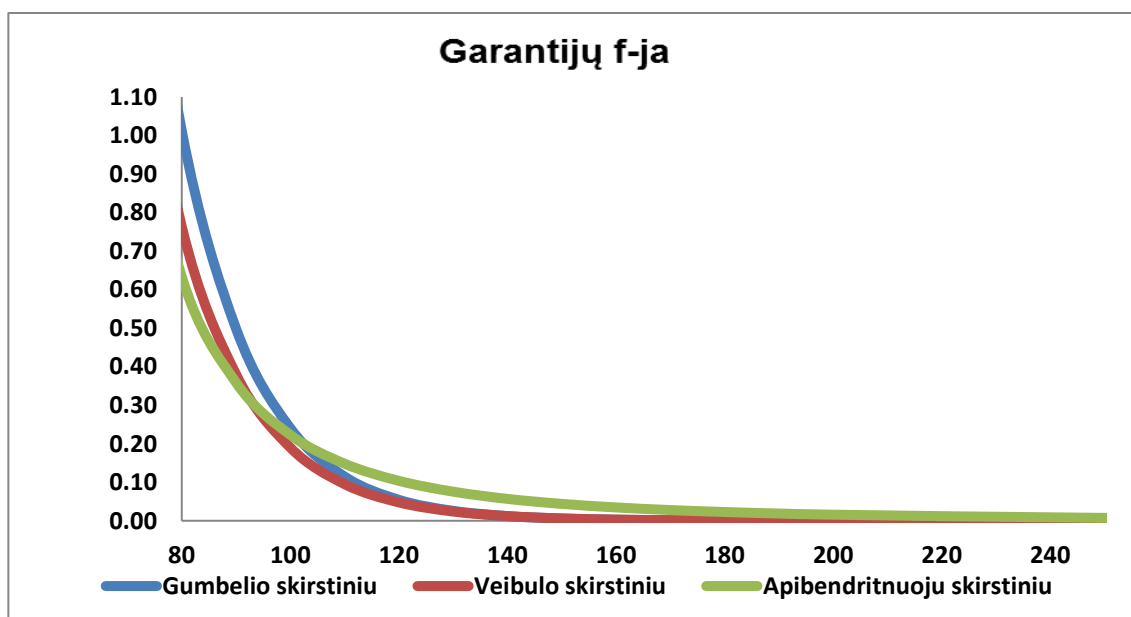
Nagrinėjant 1961-2016 m. hidrometeorologijos tarnybos duomenis, buvo pastebėta, kad kritulių kiekis didesnis už 70 mm (10 mm mažesnis nei stichinio kritulių kiekio atveju) iškrito rečiau nei kasmet. Didžiausias kritulių kiekis, kuris buvo užfiksuotas per 1961-2016 m. laikotarpį, yra 250 mm, kurie iškrito 1980.07.01-02 d. Dusetose, per 8 val. laikotarpį.

Darbe buvo apskaičiuotas metinis dažnis, kad tam tikras ekstremalus (didesnis už 50 mm) kritulių kiekis bus didesnis už ribinį kritulių kiekį (80 mm, 90 mm, ..., 200 mm, ..., 250 mm). Šie dažniai, vertinti skirtingais ekstremalių reiškinų skirstiniais, pateikti lentelėje žemiau.

**2.7 lentelė. Metiniai dažniai, kad kritulių kiekis bus didesnis už nurodytus kiekius skirtingiems skirstiniams.**

Kritulių kiekis, mm	Gumbelio skirstinys	Veibulo skirstinys	Apibendrintasis ekstremalių reikšmių skirstinys
80	1,0122381	0,76348762	0,6334298
90	0,4988468	0,38024382	0,3588787
100	0,2404893	0,1899501	0,2229364
110	0,1147195	0,09511865	0,1481854
120	0,0544496	0,04772687	0,1036864
130	0,0257820	0,02398861	0,0755177
140	0,0121941	0,01207529	0,0567963
150	0,0057643	0,0060865	0,0438526
160	0,0027242	0,00307154	0,0346071
170	0,0012873	0,00155172	0,0278201
180	0,0006083	0,0007847	0,0227205
190	0,0002874	0,00039718	0,0188114
200	0,0001358	0,00020121	0,0157622
250	0,0000032	0,00000679	0,0074661

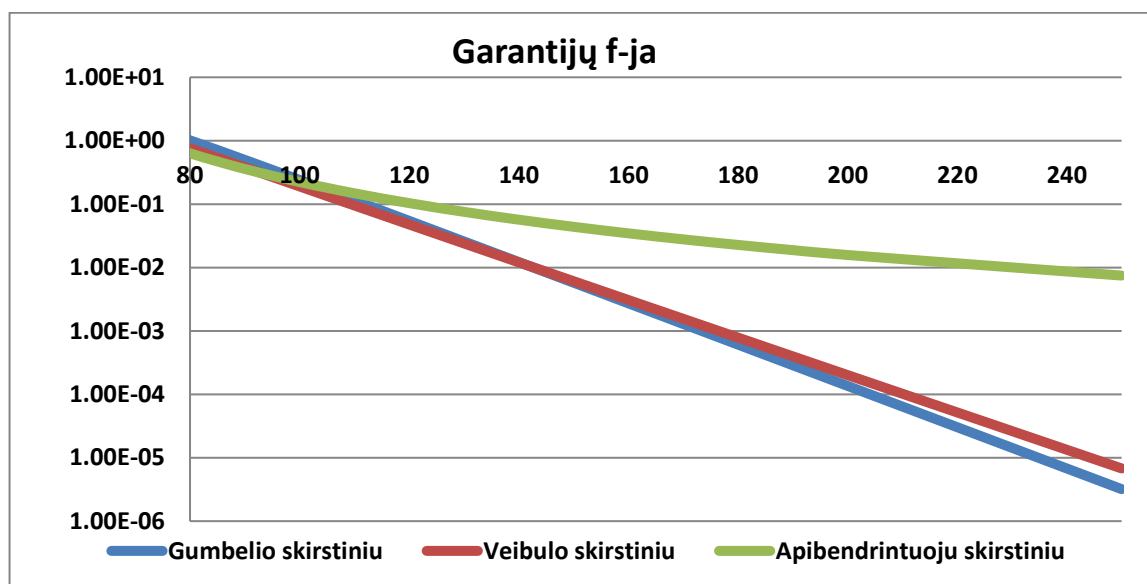
Žemiau pateiktomis garantijų funkcijomis, kiekvienam skirstiniui, atvaizduojamas apskaičiuotas metinis dažnis, kad kritulių kiekis viršys nurodytą kiekį. Matome, kad Gumbelio skirstiniu įvertintas metinis dažnis, kad kritulių kiekis viršys 80 mm kritulių kiekį yra 1,01, Veibulo skirstiu – 0,76, o pagal apibendrintąjį skirstinį – 0,63.



**2.6 pav. Garantijų f-jų grafikas, kuris parodo metinį dažnį, kad dydis X bus didesnis už ribinį x.**

Garantijų funkcijų reikšmės nelogaritmuotoje skalėje tarpusavyje yra panašios, žr. aukščiau patektą paveikslą. Jame galima pastebėti, kad panašiausi yra Veibulo ir apibendrintasis skirstiniai, o tuo tarpu Gumbelio skirstinys išsiskiria ženkliau, ypač prie mažesnių kritulių kiekių reikšmių garantijų funkcijos kreivė yra žymiai aukščiau už kitas dvi.

Tam, kad pastebėti skirtumus ties didesnėm kritulių kiekio reikšmėmis pateikiams garantijų funkcijos grafikas ir logaritminėje skalėje.



2.7 pav. Garantijų f-jų grafikai log. skalėje, kurie parodo metinį dažnį, kad dydis X bus didesnis už ribinį x.

Matome jog prie didesnių kritulių kiekio reikšmių, 200 mm kritulių kiekio viršijimo dažnis ties apibendrintuoju skirstiniu yra artimas 0,01, o kitais atvejais yra apie 0,00001. Tai reiškia, jog dominanti prognozė didelėms kritulių kiekio reikšmėms apibendrintojo skirstinio atveju labai stipriai skiriasi. Nelogaritmuotoje skalėje to taip ryškiai nesimato.

## 2.5. Pasikartojimo periodo vertinimas

Darbe buvo taip pat vertinamas kritulių kiekis, kuris gali būti pasiektas (viršytas) vieną kartą per tam tikrą pasikartojimo periodą. Iš žemiau esančios lentelės matome, kad pagal Gumbelio skirstinį vieną kartą per 2 metų periodą gali būti viršytas 89,83 mm kritulių kiekis, 85,93 mm – pagal Veibulo skirstinį ir 83,77 mm – pagal apibendrintąjį skirstinį. Prognozuojama, kad vieną kartą per 50 metų laikotarpį bus viršytas 133,26 mm kritulių kiekis pagal Gumbelio skirstinį, pagal Veibulo skirstinį – 132,5 mm, o pagal apibendrintąjį – net 186,16 mm.

**2.8 lentelė. Kritulių kiekis, kuris bus viršytas per nurodyta pasikartojimo periodą.**

Pasikartojimo periodas, metais	Metinis dažnis	Maksimalus kritulių kiekis, mm		
		Gumbelio	Veibulo	Apibendrintasis
2	0,5	89,83	85,93	83,77
5	0,2	102,37	99,11	102,29
10	0,1	111,72	109,13	120,79
20	0,05	121,01	119,18	144,44
50	0,02	133,26	132,50	186,16
100	0,01	142,52	142,61	228,17
200	0,005	151,77	152,73	282,03

Žemiau pateiktoje lentelės matome, kad pagal Gumbelio skirstinį maždaug vieną kartą per metus turėtų iškristi 80 mm kritulių kiekis, pagal Veibulo skirstinį – kas 1,31 metų, o pagal apibendrintąjį ekstremalių reikšmių skirstinį, maždaug kas pusantrų metų.

**2.9 lentelė. Ekstremalių kritulių kiekių viršijimo dažnis ir pasikartojimo periodai pagal skirtingus skirstinius**

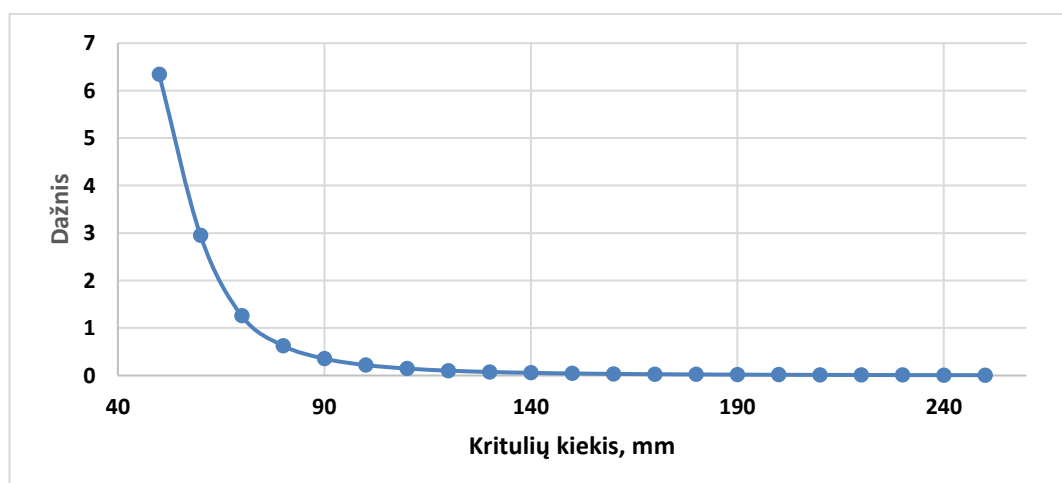
Kritulių kiekis, mm	Gumbelio skirstinys		Veibulo skirstinys		Apibendrintasis skirstinys	
	Dažnis	Pasikartojimo periodas	Dažnis	Pasikartojimo periodas	Dažnis	Pasikartojimo periodas
<b>80</b>	1,0122381	0,99	0,7634876	1,31	0,6334298	1,58
<b>90</b>	0,4988468	2,00	0,3802438	2,63	0,3588787	2,79
<b>100</b>	0,2404893	4,16	0,1899501	5,26	0,2229364	4,49
<b>110</b>	0,1147195	8,72	0,0951186	10,51	0,1481854	6,75
<b>120</b>	0,0544496	18,37	0,0477269	20,95	0,1036864	9,64
<b>130</b>	0,0257820	38,79	0,0239886	41,69	0,0755177	13,24
<b>140</b>	0,0121941	82,01	0,0120753	82,81	0,0567963	17,61
<b>150</b>	0,0057643	173,48	0,0060865	164,30	0,0438526	22,80
<b>160</b>	0,0027242	367,08	0,0030715	325,57	0,0346071	28,90
<b>170</b>	0,0012873	776,82	0,0015517	644,44	0,0278201	35,95
<b>180</b>	0,0006083	1644,01	0,0007847	1274,37	0,0227205	44,01
<b>190</b>	0,0002874	3479,37	0,0003972	2517,72	0,0188114	53,16
<b>200</b>	0,0001358	7363,81	0,0002012	4969,95	0,0157622	63,44
<b>250</b>	0,0000032	312703,51	0,0000068	147339,00	0,0074661	133,94

Tokiu būdu apskaičiuotas dažnis, kad bus viršytas tam tikras ekstremalių kritulių kiekis ir jo pasikartojimo periodas. Žemiau pateiktas apibendrintojo skirstinio taikymo atveju įvertintas pasikartojimo periodas, kuomet naudojami tik metiniai ekstremumai.

## 2.10 lentelė. Apibendrintojo skirstinio pasikartojimo periodas

Kritulių kiekis	G(x)	Pasikartojimo periodas
50	6,345	0,16
60	2,950	0,34
70	1,258	0,80
80	0,627	1,59
90	0,355	2,81
100	0,221	4,53
110	0,147	6,81
120	0,103	9,74
130	0,075	13,37
140	0,056	17,78
150	0,043	23,03
160	0,034	29,18
170	0,028	36,30
180	0,022	44,45
190	0,019	53,68
200	0,016	64,07
210	0,013	75,66
220	0,011	88,52
230	0,010	102,70
240	0,008	118,26
250	0,007	135,25

Aukščiau matome, jog ekstremalių lietu kritulių kiekis ties katastrofinių kritulių kiekio riba (80 mm) pasikartoja maždaug kas 1,5 metų, 160 mm pasikartoja kas 29 metus, o 250 mm kas 135 metus.



2.8 pav. Dažnis, kad per metus bus viršytas tam tikras ekstremalių kritulių kiekis.

Iš aukščiau pateiktos lentelės ir paveikslėlio pastebime, kad kas met turėtų pasikartoti 50 mm kritulių atvejais. Metinis dažnis, kad pasikartos rekordinis ekstremalus atvejis, t. y. 250 mm kritulių

kiekis, yra labai mažas (0,007), toks įvykis pasikartot turėtų tik kas 135 metus. Pasirinktam pasikartojimo periodui (pvz. 1000 metų), gali būti apskaičiuotas maksimalus kritulių kiekis, kuris tikėtina bus viršytas, per nagrinėjamą pasikartojimo periodą (žr. lentelę žemiau).

**2.11 lentelė. Kritulių kiekis, kuris tikėtina bus viršytas, per nurodytą pasikartojimo periodą.**

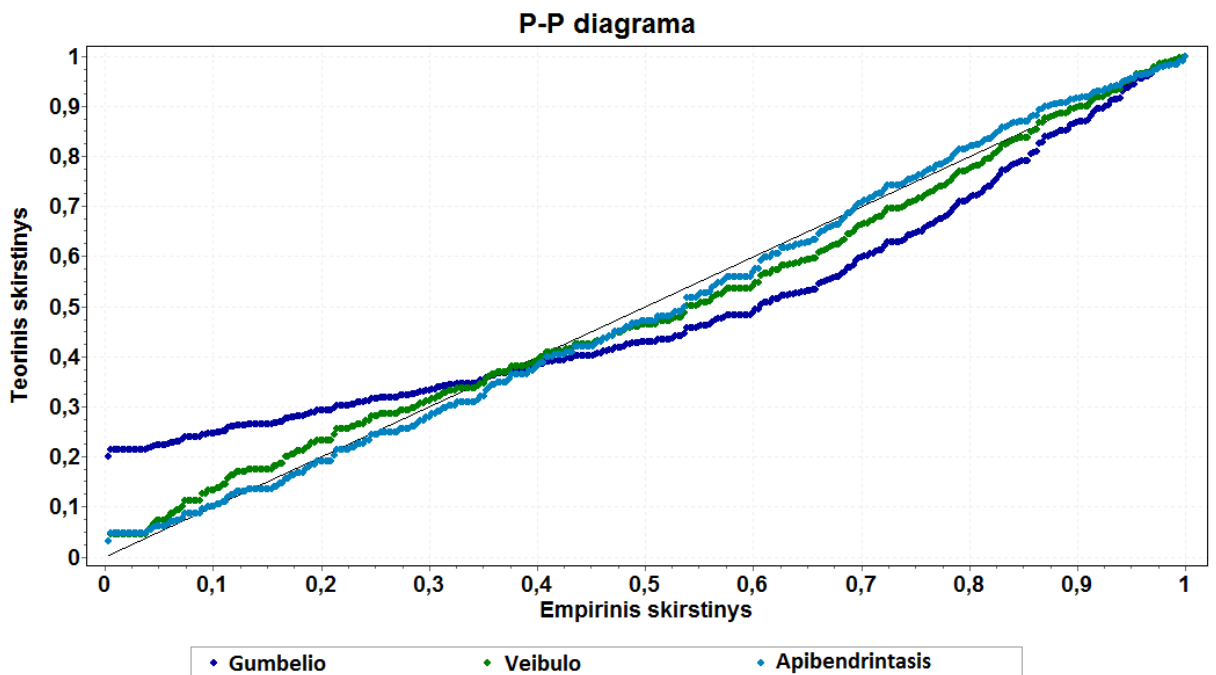
Pasikartojimo periodas, m	Kritulių kiekis, mm	Metinis dažnis, 1/metus
2	83,77	0,5
5	102,29	0,2
10	120,79	0,1
20	144,44	0,05
50	186,16	0,02
100	228,17	0,01
1000	473,17	0,001
10000	1032,90	0,0001
100000	2311,84	0,00001
1000000	5234,18	0,000001

Kaip matome aukščiau, kas du metus pasikartoti turėtų 83,77 mm liūtys, kas 10 metų 120,79 mm, o kas 100 metų 228,17 mm kritulių kiekio ekstremalūs lietūs.

## **2.6. Ekstremalių reikšmių skirstinio atranka**

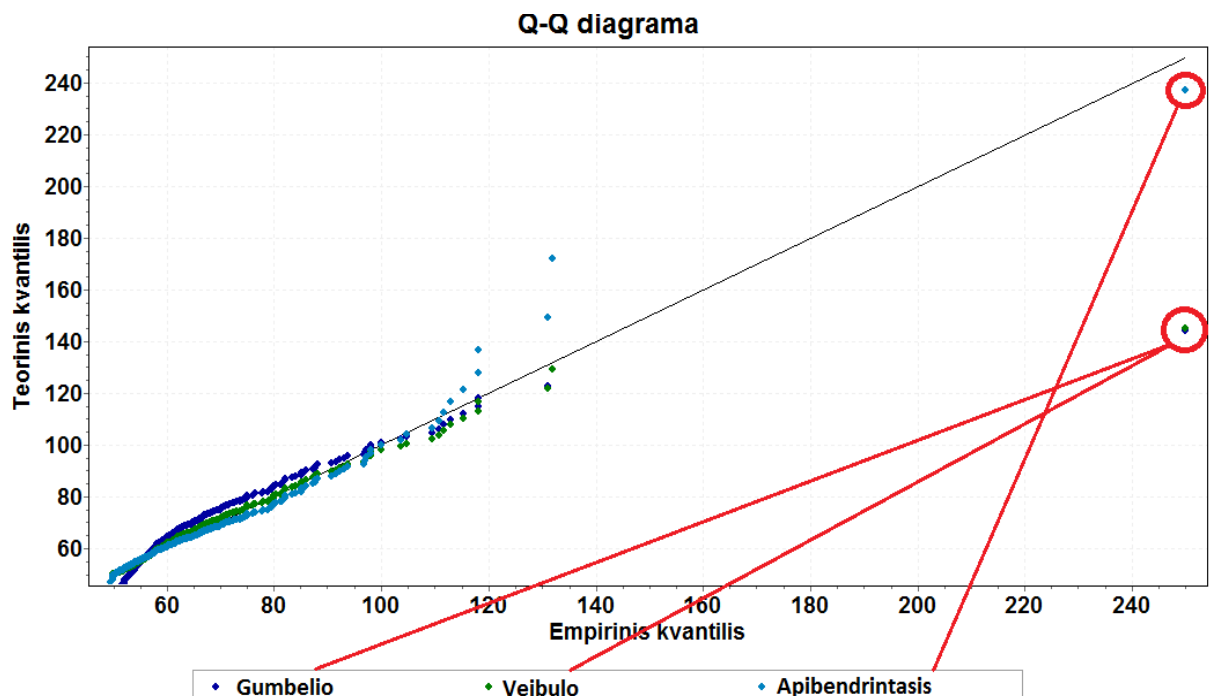
Darbe buvo atrenkamas tas skirstinys, kuris geriausiai aprašo turimus maksimalių kritulių duomenis. Skirstinio tinkamumas turimiems duomenims pradžioje įvertinamas neparametriniais, grafiniais atrinkimo būdais, vėliau suderinamumo kriterijais tikrinama hipotezė ar turimas duomenų skirstinys sutampa su teoriniu skirstinio modeliu. Tyrimas atliekamas maksimalių kritulių reikšmėms, tai reiškia, kad nagrinėjamos maksimalios kritulių kiekio absoliutinės reikšmės.

Kiekvienam ekstremalių reikšmių skirstiniui yra pateikti empirinių ir teorinių kvantilių palyginimo grafikai (Q-Q diagramos). Empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos palyginimo grafikas (P-P) ir empirinių ir teorinių kvantilių palyginimo grafikas (Q-Q) parodo tai, kad kuo arčiau tiesės išsidėsto taškai, tuo geresnis empirinio skirstinio  $F_n(x)$  atitikimas teoriniam skirstiniui  $F(x)$ .



2.9 pav. P–P grafikai maksimalių kritulių absoliutinėms reikšmėms: Gumbelio, Veibulo ir apibendrintojo.

2.9 paveiksle yra pateiktas empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos palyginimo grafikas (P-P diagrama) ekstremalių reikšmių skirstiniams: Gumbelio, Veibulo ir apibendrintojo skirstinio atveju. Kuo arčiau tiesės išsidėsto taškai, tuo skirstinių atitikimas yra geresnis.



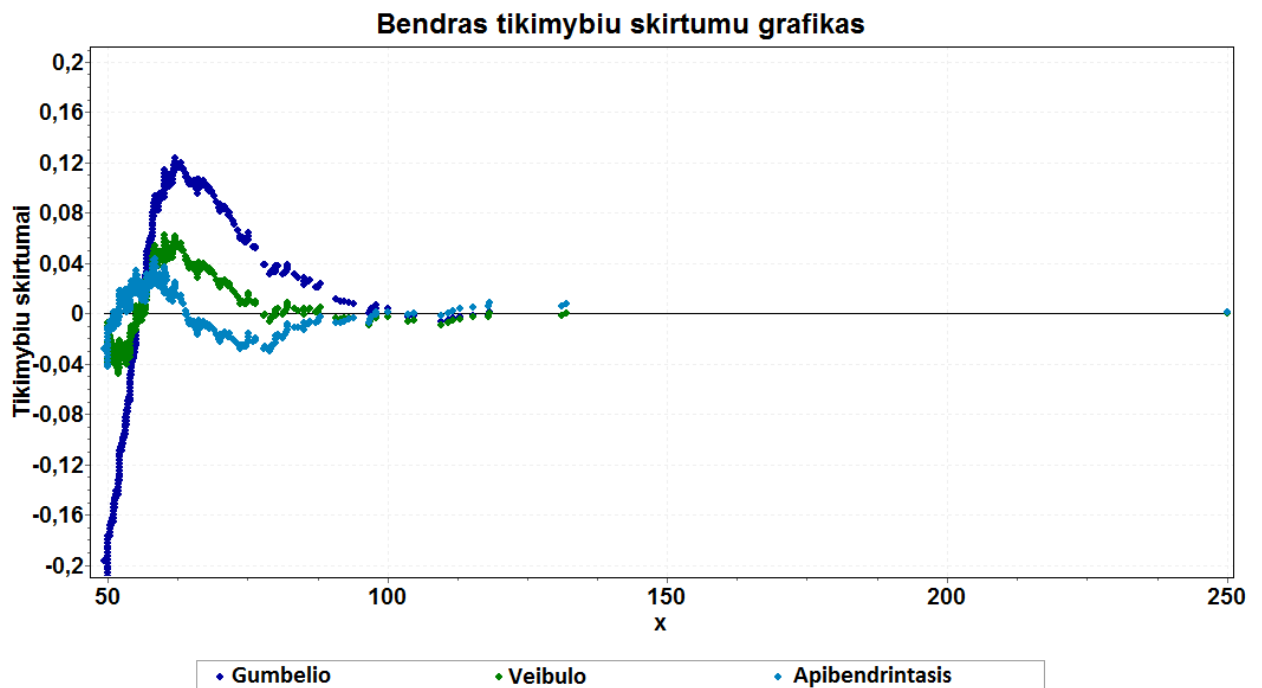
2.10 pav. Q–Q grafikai maksimalių kritulių absoliutinėms reikšmėms: Gumbelio, Veibulo ir apibendrintojo.



Aukščiau esančiame paveiksle kiekvienam skirstiniui pateikti empirinių ir teorinių kvantilių palyginimo grafikai (Q-Q). Iš grafikų galima pastebėti, kad empirinio skirstinio atitikimas su bet kuriuo teoriniu skirstiniu yra pakankamai geras. Iš pažymėtų nuo tiesės labiausiai nutolusių taškų, ties 250 mm kritulių kiekiu, matome, kad empirinį skirstinį labiausiai atitinka apibendrintas skirstinys, kurio atitinkamas taškas yra arčiausiai tiesės. Skirtumams tarp empirinių ir teorinių pasiskirstymo funkcijų apdemonstruoti nubraižomi ir tikimybių skirtumo grafikai, kurie pavaizduoti žemiau.

Tikimybių skirtumų grafikai parodo tikimybių skirtumus tarp empirinių ir teorinių pasiskirstymo funkcijų, visų trijų nagrinėjamų ekstremalių reikšmių skirstinių atveju. Iš žemiau esančių paveikslų galima pasakyti, kur yra mažiausias skirtumas tarp empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijų.

Kad lengvisu įvertinti rezultatus, bei nuspręsti, kuris iš skirstinių yra geriausias visus grafikus galima pateikti viename paveiksle. Tuomet matome jog apibendrintojo skirstinio atveju skirtumas tarp empirinių ir teorinių pasiskirstymo funkcijų yra mažiausias.



**2.11 pav. Bendras tikimybių skirtumų grafikas skirtingiems ekstremalių reikšmių skirstiniams.**

Iš 2.11 paveikslo pastebima, jog didžiausi skirtumai tarp empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos yra Gumbelio skirstinio atveju, mažiausi skirtumai yra apibendrintojo skirstinio atveju. Kuo gauti didžiausi skirtumai mažesni, tuo geriau teorinis skirstinys nusako turimus duomenimis. Skirstinius lyginant, mažiausius skirtumus turintis skirstinys yra tinkamiausias turimiems duomenims. Pagal grafikus ir apytikres skirtumų reikšmes galima daryti išvadą, jog apibendrintasis skirstinys turi mažiausią skirtumą tarp empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos, tuo pačiu jis yra tinkamiausias turimiems maksimalių kritulių reikšmių duomenims. Toliau nagrinėsime skirstinius negrafiniu būdu.

## 2.7. Suderinamumo hipotezių tikrinimas

Toliau tikrinamos bus suderinamumo hipotezės. Joms tikrinti naudojami Chi kvadrato, Kolmogorovo-Smirnovo ir Andersono-Darlingo kriterijai.

**2.12 lentelė. Suderinamumo hipotezių taikant kriterijus tikrinimas su EasyFit**

	Skirstinys	Kolmogorovo-Smirnovo		Andersono-Darlingo		Chi kvadrato	
		Statistika	Rangas	Statistika	Rangas	Statistika	Rangas
1	GEV	0,0451	1	1,0875	1	9,1744	1
2	Gumbelio	0,21126	3	19,738	3	111,03	2
3	Veibulo	0,06187	2	6,1095	2		

Lentelė aukščiau parodo EasyFit programos pagalba apskaičiuotas suderinamumo kriterijų statistikas. Iš čia matome, jog geriausias yra apibendrintasis skirstinys, nes atitinkamos reikšmės yra mažiausios.

Programoje EasyFit galima taip pat pažiūrėti kiekvieną skirstinį atskirai ir peržvelgti gautas statistikas, p-reikšmes, kritines reikšmes prie keleto reikšmingumo lygmenų  $\alpha$  ( $\alpha$  intervalas yra nuo 0,01 iki 0,2). Galima taip pat pažiūrėti ar atmetamas skirstinys ar ne, prie tam tikro reikšmingumo lygmens (žiūrėti 3 priedą).

**2.13 lentelė. Suderinamumo hipotezės kriterijų įvertinimas.**

	Skirstinys	Kolmogorovo-Smirnovo		Andersono-Darlingo		Chi kvadrato	
		p - reikšmė	Statistika D	p - reikšmė	Statistika D	p - reikšmė	Statistika D
1	GEV	0,41489	0,0451	-	1,0875	0,3278	9,1744
2	Gumbelio	3,42E-15	0,21126	-	19,738	0	111,03
3	Veibulo	0,10695	0,06187	-	6,1095	-	-

Tokiu būdu buvo tikrinama hipotezė, ar naudojamas duomenų skirstinys sutampa su teoriniu skirstinio modeliu. Paaiškėjo, kad apibendrintojo skirstinio atveju, hipotezė yra neatmetama prie visų trijų kriterijų (Kolmogorovo-Smirnovo, Andersono-Darlingo ir Chi-kvadrato), kai reikšmingumo lygmuo yra nuo 0,01 iki 0,2. Kitų skirstinių atveju hipotezė ne visada buvo atmetama. Tikrinant hipotezę Gumbelio skirstiniui, visi kriterijai atmeta hipotezę, kad skirstinys sutampa su teoriniu skirstinio modeliu. Reikšmingumo lygmuo yra nuo 0,01 iki 0,2. Tai parodo, kad Gumbelio skirstinys

yra netinkamas. Veibulo skirstinio atveju, hipotezę, apie skirstinio tinkamumą, atmeta Kolmogoravo-Smirnovo kriterijus, kai  $\alpha=0,2$ , o kritinė reikšmė yra 0,05526. Andersono-Darlingo kriterijus prie kiekvieno reikšmingumo lygmens yra atmetamas. Visas hipotezių tirkinimas yra pateiktas 3 priede.

Suderinamumo kriterijų įvertinimas aiškiai parodė, jog geriausiai sutampantis skirstinys su turimu ekstremalių kritulių kiekio reikšmių skirstiniu yra apibendrintasis ekstremalių reikšmių (GEV) skirstinys.

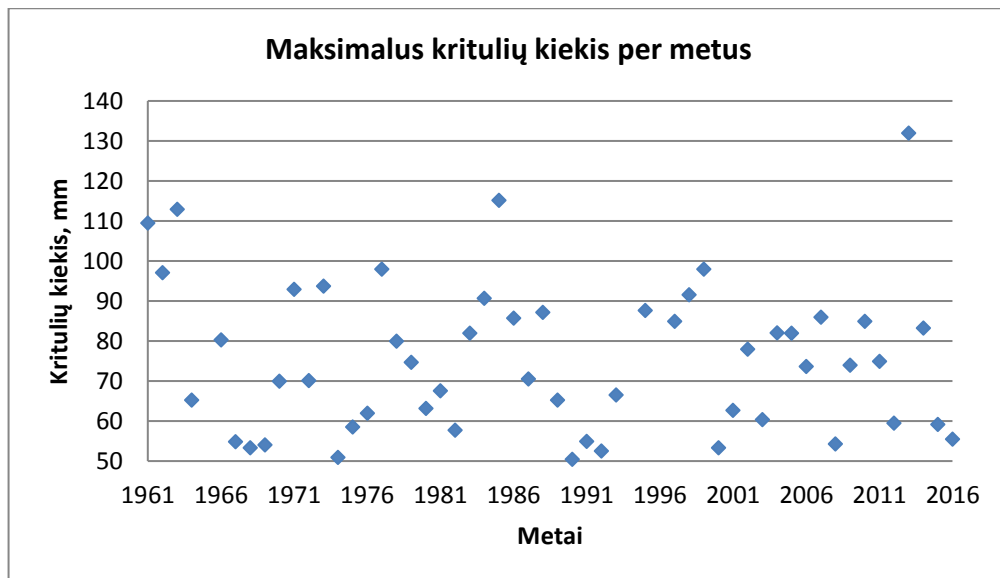
## 2.8. GEV skirstinio taikymas maksimumams

Šiame skyriuje atrinktoms ekstremalių kritulių kiekių reikšmėms atliekamas tikimybinis vertinimas pritaikius apibendrintąjį ekstremalių reikšmių (GEV) skirstinį.

2.14 lentelė. Maksimalūs kritulių kiekiai per metus

Metai	Maks. krit.	Metai	Maks. krit.	Metai	Maks. krit.	Metai	Maks. krit.	Metai	Maks. krit.	Metai	Maks. krit.
1961	109,5	1971	93	1981	67,6	1991	55	2001	62,7	2011	75
1962	97,1	1972	70,2	1982	57,8	1992	52,6	2002	78	2012	59,5
1963	113	1973	93,8	1983	82	1993	66,6	2003	60,4	2013	132
1964	65,3	1974	51	1984	90,7	1994	<b>49</b>	2004	82,1	2014	83,3
1965	<b>49</b>	1975	58,6	1985	115,2	1995	87,7	2005	82	2015	59,2
1966	80,3	1976	62	1986	85,8	1996	<b>49</b>	2006	73,7	2016	55,5
1967	54,9	1977	98	1987	70,6	1997	85	2007	86		
1968	53,4	1978	80	1988	87,2	1998	91,6	2008	54,3		
1969	54,1	1979	74,7	1989	65,3	1999	98	2009	74		
1970	70	1980	<b>63,25</b>	1990	50,5	2000	53,4	2010	85		

Aukščiau pateiktoje lentelėje matome, kokie metiniai maksimalūs kritulių kiekiai buvo nagrinėti. Tam, kad vėliau galima būtų skaičiuoti paskliautuosius intervalus ir nebūtų iškreipta imtis, vietoje nulinių kritulių reikšmių buvo naudojamas ribinės reikšmės nesiekiantis 49 mm kiekis. Tais metais buvo iškritęs tam tikras maksimalus kritulių kiekis, bet jis nepasiekė 50 mm ribos, prie kurios užfiksuojami ekstremalių reikšmių duomenys. Taip pat, vietoje turimos anomalijos – 250 mm, kad nebūtų iškreiptas vertinimas, buvo naudojamas imties vidurkis t.y. 63,25 mm. Visos šios pakeistos reikšmės matosi aukščiau pateiktoje lentelėje. Su šiais duomenimis vėliau buvo skaičiuojami pasikliautinieji intervalai.



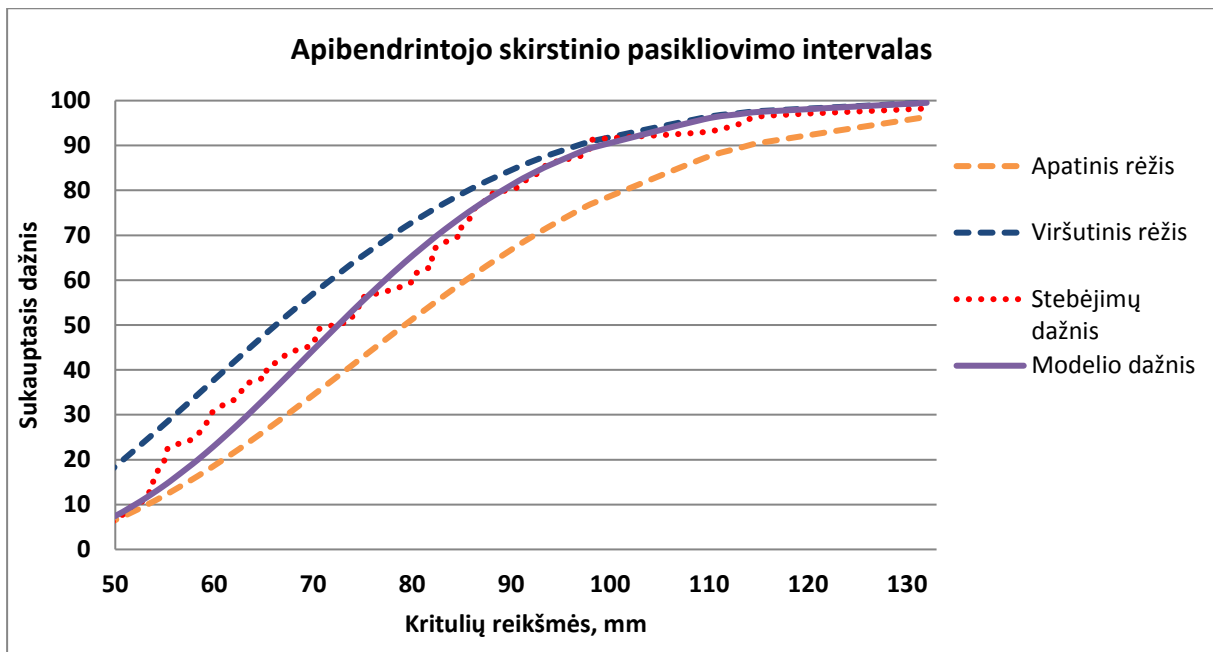
2.12 pav. Maksimalių kritulių kiekių per metus pasiskirstymas

Čia matome, kaip pasiskirstę per metus maksimalūs metiniai krituliai. Grafikas rodo reikšmes be anomalijos ir be tų metų kur ekstremalus kritulių kiekis buvo nepasiektas. Šiuo atveju dauguma ekstremalių kritulių kiekių reikšmių yra iki 90 mm.

## 2.9. Gautų įverčių pasikliautiniai intervalai

Ekstremalių reikšmių pasikliautinius intervalus nagrinėjame tik su atrinktais kiekvienų metų kritulių maksimumais. Jie nubraižomi naudojantis CumFreq programa, be to, galima apskaičiuoti atitinkamas reikšmes ir analitiniu būdu. Metodologija, kuria naudojantis apskaičiuojami pasikliautiniai intervalai, aprašyta H.P. Ritzema knygoje [24]. Ekstremalių reikšmių tikimybinio skirstinio pasikliautiniai intervalai randami pasinaudojant Binominio tikimybinio skirstinio standartiniu nuokrypiu (1.34 formulė).

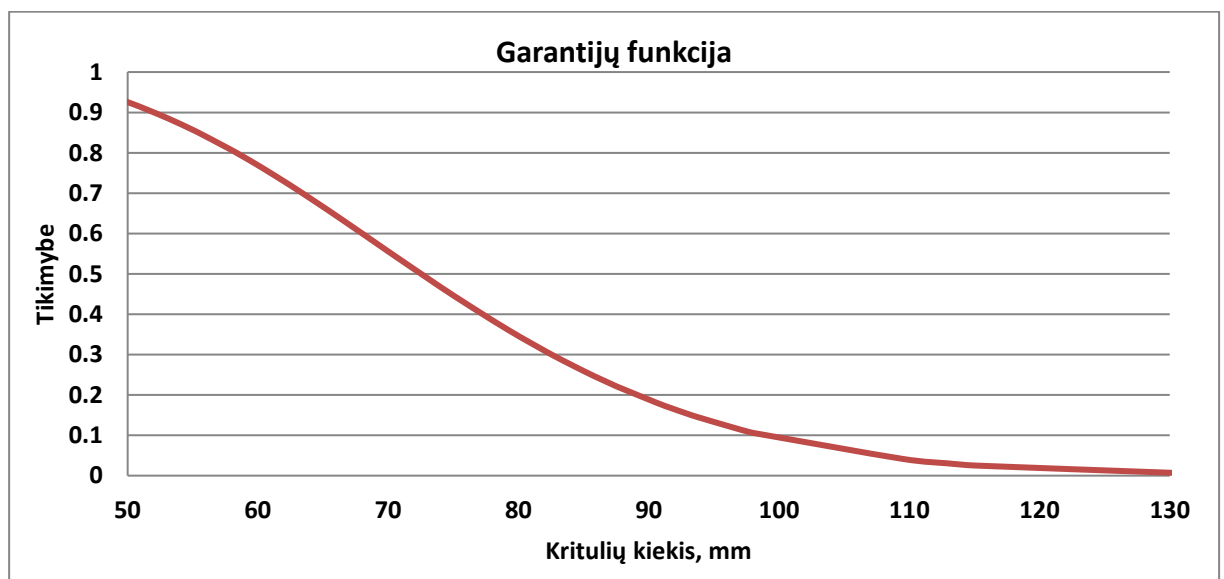
Nustatinėjant pasiskirstymo funkcijos  $F(x)$  pasikliautinąjį intervalą yra naudojama Stjudento tikimybinio skirstinio  $t$  statistika (kvantilis  $t$ ). Darbe nagrinėjamas 90% pasiklovimo lygmuo. Nustatinėjant apatinę (L) ir viršutinę (U)  $F(x)$  pasikliautinąjį interval ribas, funkcija  $F(x)$  yra naudojama kaip svoris standartiniam nuokrypiui  $S_d$ .



**2.13 pav. Apibendrinto skirstinio pasiklovimo intervalas**

Čia matome pasikliautinąjį intervalą, kuriame galimai išsibarstę 90% visų maksimalių kritulių kiekių per metus dažnių įverčiai. Šiam rezultatui gauti buvo atsižvelgta į išskirtis t.y. metais, kuriuose nebuvo pasiekta ekstremali kritulių kiekio reikšmė, maksimumas buvo prilygintas 49 mm. Taip pat absoliutus maksimumas – 250 mm buvo pakeistas imties vidurkiu – 63,2 mm.

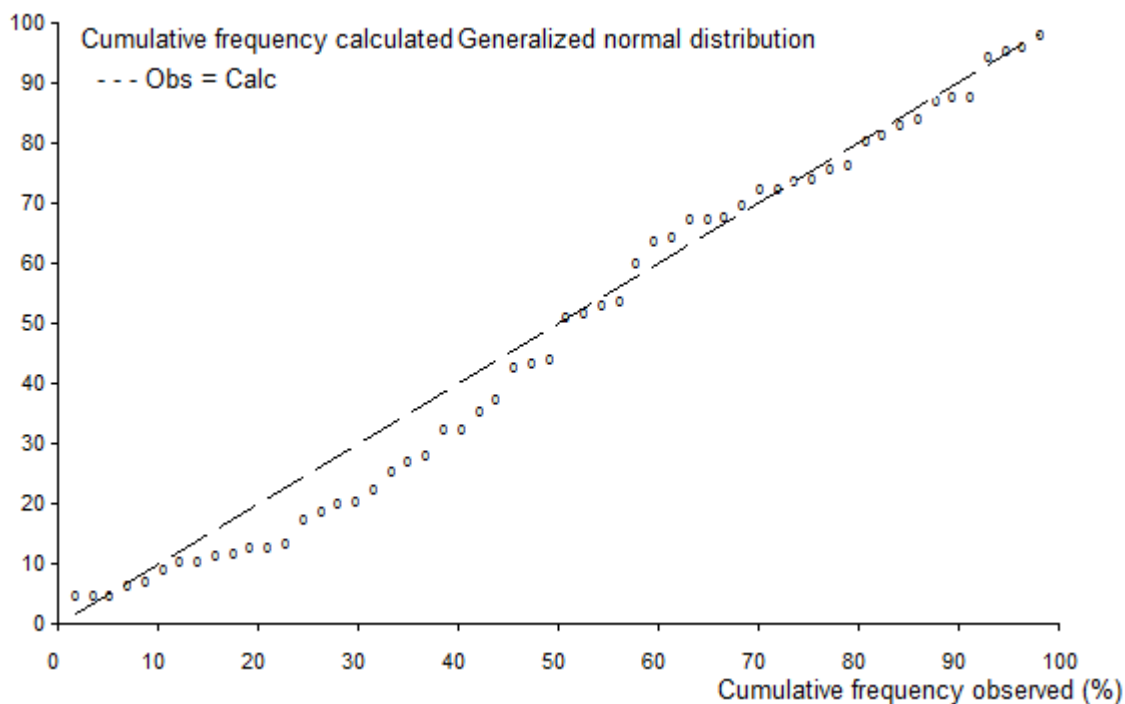
Nustačius apibendrintojo skirstinio įverčio pasikliautinąjį intervalą, galima parodyti, kad katastrofinio reiškinio, kai kritulių kiekis yra 80 mm ir daugiau, metinio dažnio pasikliautinąjo intervalo viršutinis režis su 0,9 pasiklovimo lygmeniu yra 0,7287, o apatinis režis yra 0,5125.



**2.14 pav. Apibendrinto skirstinio garantijų funkcija**

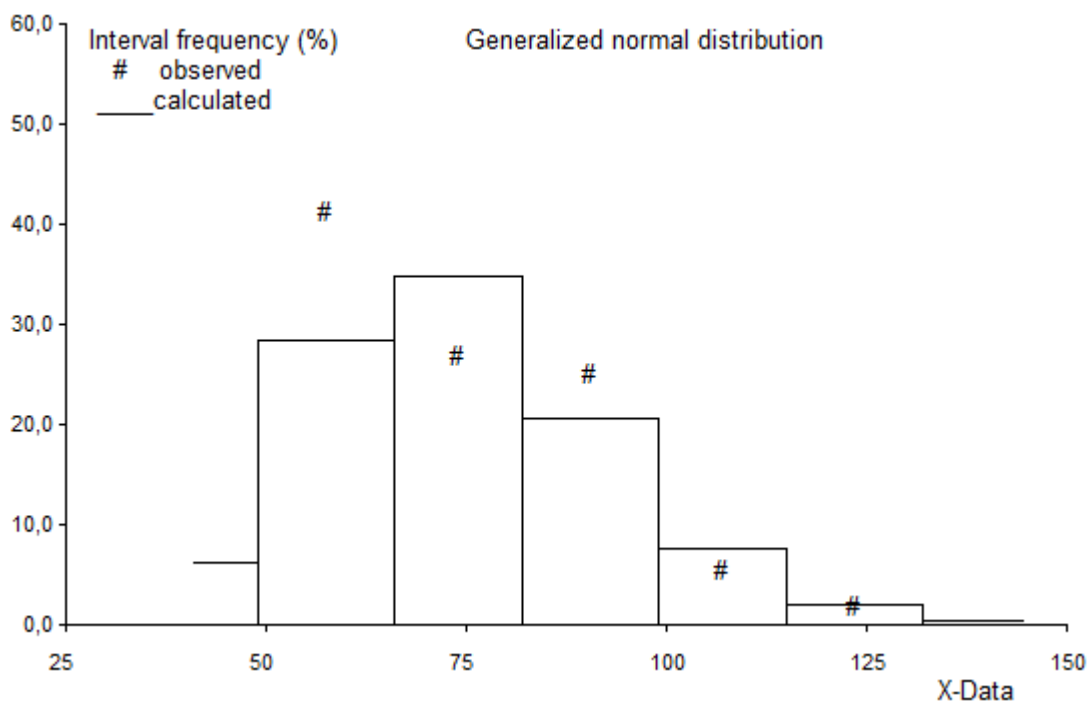
Grafike aukščiau matosi apibendrintojo skirstinio garantijų funkcija. Metinis dažnis, kad kritulių kiekis viršys 80 mm yra 0,35.

Tai kritulių kiekių sričiai, kur mes turime daug duomenų, mes galime naudoti tiek modelį tiek empirinius duomenis ir susiskaičiuoti įvykių dažnį ir pasikartojimo periodą. Tai kiekių sričiai, kur yra mažai duomenų, arba jų visai nėra belieka naudoti ekstremalių reikšmių modelį.



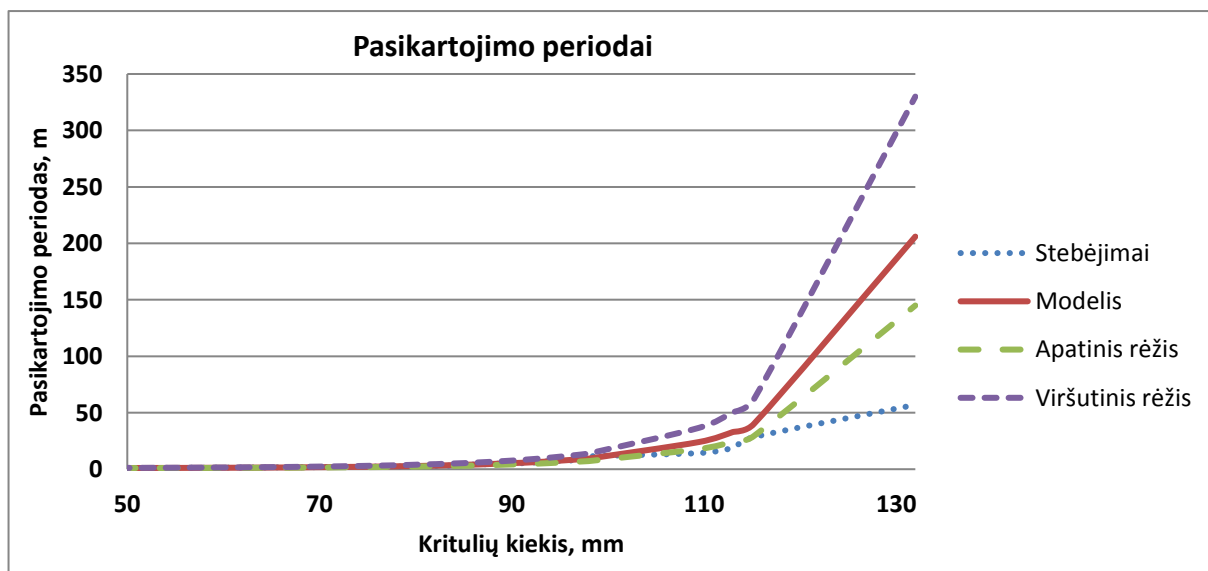
### 2.15 pav. Ekstremalių kritulių sukaupstasis dažnis lyginant empirinį ir apibendrintąjį modelius

Paveikle aukščiau pateikta tiesė rodo atvejus, kada sukaupstas stebėtas dažnis sutampa su gautu taikant GEV modelį. Ten, kur mes atitikimas didesnis, ten dažniai yra išsibarste prie pat tiesės. Prie to pačio kritulių kiekio suskaičiuotą (GEV) suminį 30% dažnį, atitinka suminis stebėtas 40% dažnis. Tai reiškia, jog dažniai tarpusavyje ne itin sutampa ir atitinkamas taškas yra toliau nuo tiesės. Suminiai dažniai nuo 45% iki 100% palyginus su kitais daugiau mažiau sutampa (atitinkami taškai arčiau tiesės).



2.16 pav. Apibendrinto skirstinio procentinis pasiskirstymas

Paveiksle aukščiau matome kaip procentaliai pasiskirstę maksimalūs metiniai kritulių kiekiai. Stulpeliai yra įvertinti pagal GEV modelį, o grotelės „#“ parodo, kokios reikšmės yra gaunamos iš stebėjimų. Jas atitinkančios dažnių reikšmės gana stipriai skiriasi nuo modelio. Tik didelėms kritulių kiekio reikšmėms (virš 100 mm) vertinimai tampa artimi.



2.17 pav. Apibendrinto skirstinio pasikartojimo periodai

Paveiksle aukščiau galima pastebėti, kas kiek metų kritulių kiekio reikšmė gali pasikartoti. Prie iškritusių kritulių 80 mm reikšmės pasikartojimo periodo apatinis rėžis yra 2,35 metai, o viršutinis 4

metai. Kadangi domina konservatyvus (pesimistinis) ekstremalių kritulių įvertis, tai mums svarbu apatinis (mažesnis) pasikartojimo periodo įverčio pasikliautinojo intervalo režis ir jis reiškia, kad su 0,9 tikimybe katastrofinis reiškinys turėtų pasikartoti dažniau kaip viena kartą per 2,35 metus.

## **2.10. Tikimybinių įverčių taikymo apžvalga**

Ekstremalių kritulių vertinimas yra, buvo ir bus aktualus visai žmonijai. Stagiai iškritęs smarkus lietus (katastrofiniu atveju 80 mm per trumpą, iki 12 val. laikotarpį) gali padaryti labai daug materialinės žalos. Mums ši problema yra aktuali susiduriant su kasdieninio gyvenimo problemomis, su potvyniais, netinkamu vandens nutekėjimu gatvėse, gatvių užliejimu, pastatų drenažu, upių išsiliejimu.

Prognozuojama, kad kas 2,35 metai pasikartos 80 mm viršijantis ekstremalus krituliai. Būtent nuo 80 mm kritulių kiekio iškritusio per 12 val. laikotarpį yra aktualu apsisaugoti, ir jis jau laikomas katastrofiniu, bet Lietuvoje toks reiškinys pasikartoja vos ne kas antrus metus. Sudėtingiau apsisaugoti yra nuo įvykių, kurie pasikartoja žymiai rečiau, kas 50, 100 ar daugiau metų, bet atitinkamai gali sukelti didesnes pasekmes. Analizuojant visus ekstremalių kritulių skirstinius, turimiems duomenims, gavome, kad apibendrintasis yra geriausias iš visų nagrinėjamų skirstinių. Toks pat skirstinys tinkamas yra ir vertinant katastrofinių reiškinų dažnį. Tikėtina, jog apibendrintasis tinkamas bus ir vertinant anomalijas, kur kritulių kiekis yra ženkliai didesnis už 80 mm.

Nors įvertis tikimybės, kad metuose pasitaikys įvykis, kai iškris rekordiškai ekstremalus 250 mm kritulių kiekis yra labai mažas (0,007), vis dėl to tai yra aktualu, siekiant įvertinti ir tinkamai apsisaugoti nuo tokių anomalijų. Kaip buvo iširta, toks katastrofinis reiškinys tikėtina gali pasikartoti kas 135 metai. Nieks negali paneigti to, jog ir artimoje ateityje galime sulaukti dar didesnio kritulių kiekio, bei dažnesnio jų pasikartojimo. Dėl stochastinio meteorologinių reiškinų pobūdžio ir globalinės klimato kaitos ekstremalių reiškinų pasikartojimą yra sudėtinga prognozuoti, bet galima dėti visas pastangas, kad nuo to apsisaugoti. Bendradarbiaujant su architektais, statybų specialistais ir meteorologais siūloma tikimybiškai įvertinti riziką ir, atsižvelgiant į ją, nustatyti aktualius ribojimus bei apsaugas, kad išvengti didelės žalos susijusios su tikėtiniais kritulių ekstremumais.

Panašius tyrimus galima atlikti ir su ekstremalioms temperatūromis, sniego danga, vėjo greičiu. Visi šie tyrimai leistų tiksliau vertinti problemas susijusias su meteorologiniais reiškiniais ir jų ypatingai didelėmis reikšmėmis.



## IŠVADOS

Atliekant Lietuvos ekstremaliųjų kritulių (1961 – 2016 m.) tikimybinį vertinimą, bei pritaikius ekstremalių reikšmių skirstinius buvo išrinktas tinkamiausias kritulių kiekio ekstremalių reikšmių skirstinys. Buvo įvertinti ekstremalių kritulių dažniai ir pasikartojimo periodai. Be minėto vertinimo buvo atlikta ir įvykusių ekstremalių reiškinų skaičiaus analizė. Po visų atliktų tyrimų galima daryti tokias išvadas:

1. Atlikus įvairių atvejų tikimybinį vertinimą, nustatyta, kad su Gumbelio, Veibulo, apibendrintojo ekstremalių reikšmių skirstiniais 80 mm kritulių kiekis (katastrofinio reiškinio atvejis) arba didesnis kasmet galimai iškris su atitinkamai tokiu skirtingu dažniu: 1,00; 0,76; 0,63. Be to, kuo didesnis pasikartojimo periodas, tuo labiau skiriasi ir maksimalus kritulių kiekis, atitinkamai apskaičiuotas su skirtingais ekstremalių reikšmių skirstiniais.
2. Palyginus empirinį ir teorinį skirstinius bei patikrinus suderinamumo hipotezes pastebėta, kad turimiems ekstremalių kritulių kiekių duomenims geriausiai tinka apibendrintasis ekstremalių reikšmių (GEV) skirstinys. Jam suderinamumo hipotezė yra neatmetama prie visų trijų kriterijų (Kolmogorovo-Smirnovo, Andresono-Darlingo ir Chi-kvadrato), kai reikšmingumo lygmuo yra nuo 0,01 iki 0,2.
3. Atlikus neparametrinę analizę pagal P-P, Q-Q ir tikimybių skirtumo grafikus galima teigti, jog GEV skirstinio atveju skirtumas tarp empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos yra mažiausias, tokiu būdu, GEV skirstinys yra tinkamiausias nusakyti turimus maksimalių kritulių reikšmių duomenis.
4. Nustačius GEV skirstinio įverčio pasikliautinąjį intervalą, galima parodyti, kad katastrofinio reiškinio, kai iškritęs kritulių kiekis yra 80 mm ir daugiau per 12 val. laikotarpį, metinio dažnio pasikliautinąjo intervalo viršutinis rėžis su 0,9 pasikliovimo lygmeniu yra apie 0,73; atitinkamai pasikartojimo periodo apatinis rėžis yra 2,35 metai. Šie dydžiai gali būti aktualūs konservatyviai vertinant katastrofinių reiškinų dažnumą.
5. 1980 m. užfiksuoto anomaliai ekstremalaus atvejo, t. y. 250 mm kritulių kiekio, pasikartojimo periodas taikant GEV skirstinį yra 135 metai. Šis ir aukščiau minėti rezultatai gali būti naudingi tikimybiškai vertinant galimus potvynius, užtvankų pralaužimą, drenažo nepakankamumą, bei kitas situacijas, kur yra analizuojami ekstremalūs krituliai.

## LITERATŪROS ŠALTINIAI

1. AKSOMAITIS, Algimantas. *Tikimybių teorija ir statistika: vadovėlis aukštųjų mokyklų studentams*. Kaunas: Technologija, 2000. ISBN 9986-13-893-0.
2. BOGDANOWICZ Artur., *Ekstremaliųjų reikšmių analizė*, Kaunas, 2017.
3. BUKANTIS, Arūnas. *Kas užlopys dangų*. Vilnius: Tyto alba, 2014. ISBN 978-609-466-038-2.
4. BUKANTIS, Arūnas. *Lietuvos klimatas: Vilniaus universiteto senato patvirtintas vadovėlis geografijos specialybės studentams*. Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla, 1994. ISBN 9986-19-044-4.
5. BEIRLANT, J., J. TEUGELS, ir P. VYNCKIER. *Practical analysis of extreme values*. Leuven University Press, 1996. ISBN-10: 9061867681.
6. ČEKANA VIČIUS V. ir MURAU SKAS G., *Statistika ir jos taikymai I knyga*. Vilnius: TEV, 2000. ISBN 9986-546-93-1.
7. ČESNULYTĖ, Vaida. *Extreme precipitation probabilistic assessment and uncertainty analysis: magistro darbas*. Kaunas, 2011.
8. GEČAITĖ I., RIMKUS E., *Lijundros trukmė ir meteorologinės bei sinoptinės formavimosi sąlygos Lietuvoje*. Vilnius, 2011.
9. GONG, S. *Estimation of hot and cold spells with extreme value theory*. Department of Mathematics. Uppsala universitet. U.U.D.M. Project Report 2012:19
10. GALVONAITĖ, Audronė ir kt. *Lietuvos klimatas: monografija*. Vilnius: „ARX Baltica“, 2007. ISBN 978-9955-9758-2-3.
11. Husna B. Hasan; Nortatin B. Salam and Suraiya B. Kassim. *On the Use of GEV Distribution: a Case Study of Temperature in Malaysia*. School of Mathematical Sciences, Universiti Sains Malaysia, Pulau Pinang, Malaysia.
12. JANČIUKYNAITĖ, Ieva. *Ekstremaliųjų reiškinių dinamikos modeliavimas: bakalauro darbas*. Kaunas, 2016.
13. JANUŠKA, Laimonas. *Mikroklimatologija: referatas*. Vilnius, 2015.
14. KAŽYS J., RIMKUS E., BUKANA ITIS A., *Gausūs krituliai Lietuvoje 1961-2008 metais. Geografija*. Vilnius, 2009.
15. KILPYS J., STANKŪNA VIČIUS G., *Terminių troposferos parametrų taikymas kritulių fazinės sudėties diagnozei Lietuvoje*. Vilnius, 2008.
16. KOTZ, Samuel ir Saralees NADARAJAH. *Extreme Value Distributions: Theory and Applications*. London: Imperial College Press, 2000. ISBN 1860942245.

17. KRUOPIS Julius ir Viliјandas BAGDONAVIČIUS. *Matematinė statistika I dalis*. Vilnius, 2007. ISBN 978-9955-511-76-2.
18. *Lietuvos klimato žinynas: krituliai*. Vilnius, 1991.
19. Lietuvos Hidrometeorologijos tarnybos puslapis [interaktyvus]. Prieiga per: [www.meteo.lt](http://www.meteo.lt)
20. LIETUVOS RESPUBLIKOS SEIMAS. *Įsakymas dėl stichinių, katastrofinių meteorologinių ir hidrologinių reiškinių rodiklių patvirtinimo: 2011 m. lapkričio 11d. Nr.D1-870* [interaktyvus]. Prieiga per: <https://www.e-tar.lt/portal/lt/legalAct/TAR.CCD0C187ED2C>
21. POCIENĖ, Jolita. *Ekstremalių meteorologinių įvykių tikimybinis vertinimas: magistro darbas*. Kaunas, 2014.
22. RADZEVIČIUS G., RAMANAUSKAS J., *Prisitaikymo priemonės prie numatomo klimato ekstremalum*. Vilnius, 2010.
23. RIMKUS E., KAŽYS J., BUKANAITIS A., *Gausių kritulių Lietuvoje prognozė XXI amžiuje pagal regioninį CCLM modelį. Geografija*. Vilnius, 2009.
24. RITZEMA H.P.(Ed.), *Drainage Principles and Applications*, Publication 16, second revised edition, 1994, International Institute for Land Reclamation and Improvement (ILRI), Wageningen, The Netherlands. ISBN 90 70754 3 39.
25. REISS, R.-D. ir M.THOMAS. *Statistical analysis of extreme values from Insurance, Finance, Hidrology and Other Fields. Second edition*. Basel, Boston, Berlin: Birkhauser, 2001. ISBN 3-7643-6487-4.
26. SIDERSKIENĖ, Tatjana. *Ekstremumų asimptotinė analizė, kai imties didumo skirstinys yra neigiamas binominis: magistro darbas*. Kaunas, 2006.
27. STANKŪNAVIČIUS G., *Ilgalaikių oro temperatūros ir kritulių anomalijų numatymo galimybės Lietuvoje*. Vilnius, 2009.
28. Straipsnis apie Černobylio atominės elektrinės sprogimą [interaktyvus]. Prieiga per: <http://www.newsweek.pl/polska/katastrofa-w-czarnobylu-dlaczego-wybuchl-reaktor-w-czarnobylu-,artykuly,384667,1.html>
29. Straipsnis apie gamtos katastrofas [interaktyvus]. Prieiga per: <http://www.15min.lt/ji24/straipsnis/ivairenybes/tai-idomu/kai-isisiauteja-gamtos-stichijos-572-214718>.
30. ŠEPUTYTĖ, Ilona. *Tikimybinis ekstremalių temperatūrų dinamikos vertinimas: magistro darbas*. Kaunas, 2015.
31. TOMKUS, Juozas. *Žemės atmosfera ir klimatas*. Vilnius: Mokslas, 1992. ISBN 5-420-01032-1.

32. TUPIKAS, Audrius. *Ekstremalių situacijų ir gelbėjimo sistemos valdymas: situacija, problemos ir jų sprendimo galimybės: magistro darbas*. Šiauliai, 2010.
33. VALIUŠKEVIČIUS G., ZUKAITĖ I., *Kritulių kiekio vėjo pataisa Lietuvoje: chronologinė kaita ir teritorinis pasiskirstymas*. Vilnius, 2010.
34. El. Ninoj reiškinys [interaktyvus]. Prieiga per:  
<http://www.delfi.lt/video/aktualijos/del-el-nino-reiskinio-peru-ir-bolivija-skandina-didziuliai-potvyniai.d?id=70582862>.
35. Poška, A., Punys, P. *Inžinerinė hidrologija*. Kaunas, 1996.

**1 PRIEDAS.** Lietuvos Respublikos Aplinkos ministro įsakymas „Dėl stichinių, katastrofinių meteorologinių ir hidrologinių reiškinių rodiklių patvirtinimo“

PATVIRTINTA

Lietuvos Respublikos aplinkos ministro

2011 m. lapkričio 11 d. įsakymu Nr. D1-870

**STICHINIŲ, KATASTROFINIŲ METEOROLOGINIŲ IR HIDROLOGINIŲ  
REIŠKINIŲ RODIKLIAI**

Reiškiniai	Rodikliai		
	matavimo vienetas	įvertinimas, dydis, kritinė riba	
1.	Stichinis meteorologinis reiškinys <sup>1</sup> :		
1.1.	Labai smarkus vėjas	maksimalus vėjo greitis, m/s	28–32
1.2.	Labai smarkus lietus	kritulių kiekis, mm; trukmė, val.	50–80; ≤12
1.3.	Ilgai trunkantis labai smarkus lietus	kritulių, iškritusių per 5 paras ir trumpiau, kiekis viršija mėnesio standartinę klimato normą, kartai	2–3
1.4.	Labai smarkus snygis	kritulių kiekis, mm; sniego dangos prieaugis, cm; trukmė, val.	20–30; 20–30; ≤12
1.5.	Labai smarki pūga	vidutinis vėjo greitis, m/s; matomumas, m; trukmė, val.	15–20; ≤1000; ≥12
1.6.	Labai stambi kruša	ledėkų skersmuo, mm	≥20
1.7.	Labai smarkus sudėtinis apšalas	apšalo storis/skersmuo ant lijudros stovo laidų, mm	≥35
1.8.	Labai smarki lijudra	apšalo storis/skersmuo ant lijudros stovo laidų, mm	≥20
1.9.	Labai smarki šlapio sniego apdraba	apšalo storis/skersmuo ant lijudros stovo laidų, mm	≥35
1.10.	Speigas	minimali oro temperatūra, °C;	≤-30; 1–3

Reiškiniai		Rodikliai	
		matavimo vienetas	įvertinimas, dydis, kritinė riba
		speigo trukmė, parų skaičius	
1.11.	Kaitra	maksimali oro temperatūra, °C; kaitros trukmė, dienų skaičius	≥30; ≥3
1.12.	Šalna aktyviosios augalų vegetacijos laikotarpiu	paros vidutinė oro temperatūra, °C; oro (dirvos paviršiaus) temperatūra, °C	≥10; <0
1.13.	Sausra aktyviosios augalų vegetacijos laikotarpiu	paros vidutinė oro temperatūra, °C; hidroterminis koeficientas – skaitinė reikšmė; trukmė, parų skaičius	≥10; <0,5; >30
1.14.	Sausra miškuose	kompleksinis miškų gaisringumo rodiklis – skaitinė reikšmė; miškų gaisringumo klasė	≥10 000; V
1.15.	Labai tirštas rūkas	matomumas, m; trukmė, val.	≤100 ≥12;
1.16.	Labai smarki audra (kompleksas pavojingų meteorologinių reiškinių: perkūnija ir /ar šqualas, smarkus lietus, kruša)	faktas; maksimalus vėjo greitis, m/s; kritulių kiekis, mm/val.; ledėkų skersmuo, mm	yra; 15–28; ≥15/≤12; ≥6
2.	Katastrofinis meteorologinis reiškinys <sup>2</sup> :		
2.1.	Uraganas	maksimalus vėjo greitis, m/s	≥33
2.2.	Labai smarkus lietus	kritulių kiekis, mm; trukmė, val.	>80; ≤12
2.3.	Ilgai trunkantis labai smarkus lietus	kritulių, iškritusių per 5 paras ir trumpiau, kiekis viršija mėnesio standartinę klimato normą, kartai	>3
2.4.	Labai smarkus snygis	kritulių kiekis, mm; sniego dangos prieaugis, cm; trukmė, val.	>30; >30; ≤12

Reiškiniai		Rodikliai	
		matavimo vienetas	įvertinimas, dydis, kritinė riba
2.5.	Labai smarki pūga	vidutinis vėjo greitis, m/s; matomumas, m; trukmė, parų skaičius	>20; ≤500; ≥1
2.6.	Labai smarkus speigas	minimali temperatūra, °C; trukmė, parų skaičius	≤ -30; >3

<sup>1,2,3,4</sup> Stichinis/katastrofinis meteorologinis ar hidrologinis reiškiny – reiškiny, pasiekęs ar viršijęs nustatytus rodiklius. Lietuvos hidrometeorologijos tarnyba prie Aplinkos ministerijos rengia ir teikia perspėjimus teisės aktų nustatyta tvarka, kai numatomas stichinis/katastrofinis meteorologinis ar hidrologinis reiškiny ar jam prasidėjus.

**2 PRIEDAS.** Ekstremalių metinių kritulių Lietuvos regione ataskaita (1961 – 2016 m.)

Data	Meteorologinė stotis	Kritulių kiekis, mm	Trukmė, val
1961 05 31	Ukmergė	51,4	3
1961 06 08	Rietavas	96,7	12
1961 06 11	Serežius	60,4	12
1961 06 13	Tauragnai	57,3	12
1961 07 24	Varniai	54,7	12
1961 09 08	Žindaičiai	109,5	12
1962 08 08	Skudodas	52	12
1962 08 18	Kupiškis	97,1	12
1962 08 18	Traupis	55,7	12
1962 08 19	Zarasai	50,8	12
1962 09 08	Miciūnai	58,4	12
1963 05 17	Rietavas	54,8	12
1963 05 17	Dotnuva	71,5	3,5
1963 06 26	Mozūrai	57,9	12
1963 06 26	Garliava	60,8	12
1963 06 29	Lakaja	66,8	12
1963 06 29	Jurbarkas	57,9	12
1963 06 29	Serežius	76,3	12
1963 06 29	Širvintos	56,8	12
1963 06 29	Kaunas	51,4	2
1963 07 29	Alytus	55	12
1963 07 30	Švenčionys	54,1	12
1963 08 07	Ramygala	78,9	12
1963 09 03	Skudodas	113	12
1963 09 04	Samališkė	64,9	12
1963 09 05	Skudodas	103,7	
1964 06 20	Vabalninkas	65,3	12
1964 07 23	Nida	55,1	11,6
1964 07 24	Vabalninkas	51,9	12
1964 08 20	Marijampolė	52,6	12
1966 06 30	Biržai	63,3	11,3
1966 06 30	Rimšiai	57,8	12
1966 07 08	Šiauliai	54,1	5,07
1966 07 08	Mikužiai	53,9	12
1966 08 04	Varniai	54,1	12
1966 08 05	Kaišiadorys	66,7	12
1966 08 05	Elektrėnai	52,1	12
1966 08 05	Puvočiai	56,7	12
1966 08 22	Biržai	80,3	9,8
1966 08 22	Taučiūnai	68,2	12
1966 08 22	Serežius	56,7	12
1966 08 24	Rimšiai	55,4	12
1966 08 24	Panevėžys	51,5	0,6
1967 05 27	Laukuva	53,6	3
1967 07 15	Šilalė	53,2	12
1967 08 06	Pajūris	54,9	12
1967 08 16	Varėna	50	12
1967 08 18	Santakai	53,5	12
1967 08 18	Vilnius	52,1	10,33
1967 08 18	Savičiūnai	52,9	12
1968 06 22	Panevėžys	53,4	2,2



1969 06 18	Tauragnai	54,1	10,92
1970 06 09	Telšiai	64,5	3,08
1970 06 10	Laukuva	70	3,9
1971 05 19	Telšiai	58,4	5,5
1971 05 27	Papilė	66,1	0,5
1971 05 27	Paakmenis	52,2	1,7
1971 06 11	Pasvalys	93	0,62
1971 07 31	Trakai	57,7	12
1971 08 02	Kuodžiai	50,7	1
1972 06 08-09	Pakruojis	51,8	12
1972 06 08-09	Dotnuva	50,1	9,92
1972 06 23	Prienai	70,2	12
1972 06 24-25	Klemė	54,2	12
1972 06 24-25	Raseiniai	54,4	10,92
1972 06 24-25	Garliava	52,6	4
1972 07 13	Dotnuva	51,3	0,97
1972 07 19	Kybartai	50	5,33
1972 07 31	Šakiai	55,2	2,17
1972 08 04	Dūkštas	50	12
1972 08 04	Kaunas	62,6	11
1972 08 04	Garliava	63,8	12
1972 08 04	Birštonas	53,9	12
1972 08 04	Marijampolė	53	12
1972 08 04	Druskininkai	66	12
1972 08 20-21	Telšiai	50	2,92
1972 08 23	Skudodas	53,4	12
1973 05 23	Zarasai	54	12
1973 05 24	Dotnuva	54,9	1,32
1973 06 09	Vainaičiai	74,9	4
1973 06 09	Paakmenis	93,8	1,3
1973 06 09	Pužai	61,2	1,3
1973 07 08-09	Švenčionys	50	12
1973 07 25	Kretinga	56,4	12
1973 07 28	Savičiūnai	63,8	12
1974 07 14	Puvočiai	51	0,92
1975 06 22	Vėžaičiai	51,3	6
1975 06 22	Kelmė	58,6	2
1975 06 22	Mikužiai	52,4	1,25
1975 06 22	Raseiniai	55,6	3,2
1975 07 25	Ignalina	50,2	12
1975 07 26	Šiauliai	50	10,33
1975 07 26	Kretinga	51,7	12
1976 05 26	Dotnuva	53,7	2,58
1976 07 22	Laukuva	62	0,83
1977 05 16	Dotnuva	50	1
1977 06 18	Anuvėnai	59,8	3
1977 06 18	Dasiūnai	70	0,83
1977 06 18	Valkininkai	69,3	2,5
1977 07 07	Vilnius	52	5,75
1977 07 07-08	Laukuva	50,4	8
1977 07 07-08	Padubysys	52	12
1977 07 07-08	Kaišiadorys	60	12
1977 07 07-08	Anuvėnai	53,5	6
1977 07 09	Trakai	98	5,33

1977 07 13	Pakruojis	53	0,3
1978 06 25	Mažeikiai	56,8	10,17
1978 07 05-06	Prienai	64,7	12
1978 08 08-09	Kartena	59,7	12
1978 08 08-09	Anuvėnai	55	12
1978 08 08-09	Vėžaičiai	58,2	12
1978 08 08-09	Mikužiai	80	12
1978 08 08-09	Šilutė	60	11,38
1978 08 08-09	Ventė	57,1	10,83
1978 08 27	Šilutė	56	12
1979 08 24	Plungė	56,7	12
1979 08 24	Vainaičiai	74,7	10
1979 08 24	Radviliškis	53	4,5
1980 05 30-31	Dūkštas	52,9	7,83
1980 06 24	Joniškis	60	10
1980 06 24	Miciūnai	52,2	12
1980 06 24	Radviliškis	66,6	10
1980 06 24	Kelmė	79	12
1980 07 01-02	Dusetos	250	8
1980 07 25	Vėžaičiai	52,8	4,08
1980 07 25	Jonava	79,7	1,92
1980 08 02	Paakmenis	50,4	3,75
1980 08 02	Dotnuva	59,6	3,75
1981 06 25	Trakai	55,7	3,5
1981 07 14-15	Kupiškis	67	20
1981 07 29-30	Pajūris	50,6	12
1981 07 29-30	Kybartai	67,6	10,83
1981 07 30	Rumokai	52	1
1982 05 11-12	Vilnius	53,4	12
1982 07 14	Kyburiai	57,8	2
1982 07 18	Pakūris	53,6	12
1982 07 19	Vilnius	57	2
1983 05 25	Kelmė	59,3	12
1983 05 25	Raseiniai	52	2
1983 05 25-26	Šiaulėnai	61,5	7,92
1983 05 25-26	Klemė	52	12
1983 06 15	Paakmenis	72,3	4
1983 06 15-16	Kelmė	82	12
1983 06 16	Joniškis	54,9	12
1983 07 26	Biržai	53,7	1,77
1984 05 18	Pajūris	56,6	4
1984 05 26	Panevėžys	61,9	5,28
1984 05 30	Telšiai	90,7	1
1984 05 30	Telšiai	87,6	2,08
1984 05 30	Anuvėnai	59	1,17
1984 05 31	Kartena	58,2	9
1985 05 13	Raseiniai	60	1,5
1985 05 31	Anuvėnai	110,8	2
1985 05 31	Ramučiai	79,4	0,67
1985 05 31-06 01	Kyburiai	92,3	12
1985 05 31-06 01	Miciūnai	54	7
1985 05 31-06 01	Pakruojis	115,2	2
1985 05 31-06 01	Marijampolė	70,7	12
1985 06 16	Buivydziai	100	12

1985 06 26	Druskininkai	81,4	2
1985 07 23-24	Kyburiai	111,7	12
1985 08 09	Joniškis	71,7	12
1985 08 09	Klemė	59	12
1985 08 09	Ventė	50,6	12
1985 08 13	Utena	61,5	2,33
1986 06 12-13	Marijampolė	57	11,15
1986 07 24	Marijampolė	58,2	2,5
1986 07 24	Lazdijai	62,8	1
1986 07 24-25	Šakiai	54,5	12
1986 08 20-21	Padubysys	81,7	12
1986 08 20-21	Vertimai	71,7	12
1986 08 20-21	Serežius	85,8	12
1987 06 14-15	Anykščiai	55,7	5
1987 06 14-15	Švenčionys	66	12
1987 07 12-13	Ramygala	70,6	7,5
1987 07 17	Raseiniai	55,7	10
1987 08 11-12	Plungė	51	12
1987 08 11-12	Jurbarkas	57,2	12
1988 06 24	Tubausiai	59,7	1
1988 06 26	Raseiniai	55,2	1,5
1988 06 26	Vertimai	87,2	7
1988 07 28	Leckava	63	12
1988 07 28	Skudodas	56,4	12
1988 07 28	Plateliai	73,1	12
1988 07 28	Telšiai	51	7,58
1988 07 28	Tubausiai	61,6	12
1988 07 28	Kartena	68,2	12
1988 07 28	Plungė	67,7	12
1988 07 28	Klaipėda	59	8,17
1988 07 28	Vėžaičiai	58,2	9
1988 07 28	Mikužiai	70,5	12
1988 07 31	Pajūris	51,9	12
1988 08 22-23	Tauragnai	61,8	12
1988 08 22-23	Puvočiai	70,8	12
1988 08 23	Utena	50	12
1988 08 23	Vilnius	75	8,5
1988 08 30	Vilainiai	81,2	9,5
1988 08 30	Dasiūnai	66	6,75
1988 08 30	Jurbarkas	61,2	12
1988 08 30	Šakiai	55	7
1988 08 30	Kaunas	68	11,08
1988 08 30	Kybartai	57	10
1988 08 30	Marijampolė	57	10
1988 08 31	Pajūris	51,9	12
1989 08 03	Gudeliai	65,3	11,5
1989 08 03-04	Vėžaičiai	53	12
1989 08 03-04	Šilutė	50	12
1990 08 17	Anuvėnai	50,4	12
1990 08 17	Trakai	50,5	12
1991 08 19	Šilutė	55	10,43
1992 09 06	Trakai	52,6	12
1993 04 24	Vilnius	62,5	1,42
1993 07 23-24	Utena	61,5	12

1993 07 23-24	Tauragnai	62,9	12
1993 07 23-24	Ignalina	66,6	12
1993 07 23-24	Švenčionys	65	12
1993 07 23-24	Pabradė	61,7	12
1995 05 18	Pakruojis	56	1,50
1995 05 31	Prienai	51	0,33
1995 06 03	Anykščiai	87,7	1,17
1995 06 10	Marijampolė	76,4	7
1995 07 10	Nemajūnai	52	12
1995 07 10	Alytus	58	12
1997 07 24	Vilnius	66	3,68
1997 08 06	Kaišiadorys	52,4	4
1997 08 17	Laukuva	85	3,37
1997 10 09	Rusnė	62	12
1998 06 11	Telšiai	63,4	3,92
1998 06 11	Laukuva	65,2	8
1998 06 11	Tauragė	57,4	12
1998 06 12	Radviliškis	57	3,33
1998 06 15	Klaipėda	64	3
1998 07 01	Joniškis	61	10
1998 07 02	Pakruojis	61	12
1998 07 12	Pasvalys	59,1	12
1998 07 12	Panevėžys	91,6	13,32
1998 07 12	Biržai	81,9	13,52
1998 07 12	Kyburiai	64,3	12
1998 07 28	Panevėžys	51,5	11,47
1999 06 21	Trakai	54,2	1
1999 06 23	Biržai	98	6,83
1999 06 23	Pakruojis	49,4	2
1999 06 29	Kėdainiai	59,2	1,17
1999 06 29	Zarasai	58,3	1,33
1999 07 14	Palanga	52,7	6,47
1999 08 09	Kaunas	53,9	1,42
1999 06 15-16	Klaipėda	54,8	12
2000 07 27	Rokiškis	53,4	12
2001 06 18	Širvintos	62,7	3
2001 06 23	Šiauliai	51	6
2001 06 23	Telšiai	45,4	7
2001 07 09	Buivydžiai	56	2
2002 05 23	Varėna	64,7	2,75
2002 05 27	Druskininkai	54	1
2002 05 27	Puvočiai	78	2
2002 05 27	Zervynos	57	2
2002 07 04	Telšiai	56,1	8,55
2003 07 26	Palanga	60,4	2,43
2003 07 26	Birštonas	57,3	7,58
2004 07 22	Biržai	56,1	5,92
2004 08 13	Birštonas	82,1	8,67
2004 08 13	Vilnius	51,9	9,92
2004 09 21	Rusnė	54	12
2005 06 08	Verbyliškės	54	9,5
2005 06 08	Nemajūnai	60	6,92
2005 06 09	Birštonas	56,8	4,25
2005 06 08	Nida	82	12

2005 06 08	Kudirkos n,	70	12
2005 06 08	Zervynos	69,7	12
2005 06 08	Kybartai	55	12
2005 06 08	Varėna	56	12
2005 06 08	Smalininkai	57,6	12
2005 06 08	Puvočiai	54,7	12
2005 06 08	Kybartai	60	12
2005 06 08	Darsūniškis	60	12
2005 06 08	Varėna	58	12
2005 06 08	Zervynos	58	12
2005 08 09	Smalininkai	57,6	12
2005 08 10	Kartena	57,2	12
2005 08 10	Kretinga	61	12
2006 07 12	Pabradė	71,1	4,92
2006 07 12	Švenčionys	41	2
2006 07 13	Kaunas	52	2,67
2006 08 14	N,Akmenė	68,9	4
2006 08 14	Lyduvėnai	73,7	12
2006 08 14	Pluskiai	61,2	12
2006 08 14	Anuvėnai	58,2	12
2006 09 04	Leckava	51,2	12
2007 06 24	Kelmė	66,2	12
2007 07 05	Šiaulėnai	76	12
2007 07 07	Vilnius	67	12
2007 07 07	Ukmergė	59	12
2007 07 07	Jonava	55	12
2007 07 07	Pluskiai	60	12
2007 07 07	Trakai	86	12
2007 07 07	Semeliškės	85	12
2007 07 07	Šilutė	67,3	7,9
2007 07 07	Panevėžys	53	12
2007 07 24	Palanga	58	4,67
2007 08 13	Kartena	66	6
2008 07 21	Druskininkai	54,30	
2009 06 23	Dotnuva	74,00	4,25
2009 07 08	Leckava	60,20	
2009 07 08	Naujoji Akmenė	58	
2009 08 29	Lazdijai	56,6	8
2010 05 17	Prienų raj. Verbyliškės	54	3,35
2010 05 17-18	Kalvarijos sav. Liubavas	60	5,40
2010 06 03-04	Elektrėnai	84	8
2010 06 03-04	Semeliškių apylinkės	79,2	12
2010 06 03	Šakių apylinkės	77,8	2
2010 06 03-04	Anykščiai	65,7	4
2010 06 03-04	Jonavos	57	12
2010 06 03-04	Jonavos apylinkės	53,6	4
2010 06 03-04	Darsūniškis	56	12
2010 06 03-04	Molėtų apylinkės	55	7
2010 06 03-04	Pabradės apylinkės	50	12
2010 06 03-04	Prienų apylinkės	50	9
2010 06 20-21	Birštonas	72,6	9
2010 06 20-21	Kupiškis	54	7
2010 06 20-21	Prienai	51,8	9
2010 07 06	Pakruojas	56,6	5

2010 07 13-14	Lazdijai	50,3	7,52
2010 07 13-14	Babtai	59,2	9,20
2010 07 14	Vilnius	57,9	12
2010 07 18	Lazdijai	57,4	4,24
2010 07 18	Verbyliškiai	80	24
2010 07 18	Naujoji Akmenė	55,6	12
2010 07 23	Kelmė	80	12
2010 07 23-24	Smalininkai	85	11,30
2010 07 23-24	Šiauliai	52,5	10
2010 07 28	Dotnuvos	50	12
2010 08 03	Palanga	52,5	7
2010 08 08	Pagėgiai	68,6	8
2010 08 19	Laukuva	56	12,20
2010 08 19	Skuodas	53	6
2010 07 18	Vėžaičiai	74,6	4
2011 06 12	Švenčionys	58	1,02
2011 06 30	Kupiškis	42,6	4
2011 07 06	Prienų raj. Nemajūnai	75	6
2011 07 06	Jonava	63	6
2011 07 11	Alytus	74,4	3,30
2011 07 20	Raseiniai	56,2	4:29
2011 07 22	Leckava	51	12
2011 07 22	Mažeikių raj. Reivyčių sen.	50,7	6:30
2011 07 27	Klaipėda	54,4	11:10
2011 07 28	Utena	54,6	6
2011 08 07-08	Kaunas	51,3	12:20
2011 08 07-08	Jonava	64,6	12
2011 08 07-08	Kazlų rūda	52	6
2011 08 11	Rietavas	61,6	9
2011 08 20 -21	Nemajūnai	68,4	20
2011 09 12	Pabradė	55,8	1
2012 05 23	Panevėžio sav.	59,5	~2
2012 07 05	Molėtai	57,6	10
2012 07 07-08	Biržai	58,4	12
2012 07 09	Šalčininkai	50	8
2012 08 22	Anykščiai	56,7	12
2013 07 29	Klaipėdos raj.	104,7	12
2013 07 29-30	Kartena	118,2	12
2013 07 29-30	Lankupiai	75	12
2013 07 29-30	Telšiai	54,5	8:30
2013 07 29-30	Kretinga	88	9:30
2013 07 30	Plungė	61,8	12
2013 07 30	Vėžaičiai	73,7	12
2013 07 30	Druskininkai	96,9	3:20
2013 07 30	Lazdijai	50,4	2:50
2013 09 17-21	Lazdijai	131	
2013 09 17-21	Druskininkai	132	
2013 09 17-21	Marijampolė	118	
2014 06 06	Telšiai	83,3	3:43
2014 08 11	Pluskių kaim.	62,4	4
2014 08 11-12	Joniškis	56,3	12
2014 08 11-12	Kelmė	54,6	12
2014 09 12-13	Leckava	61,9	10

2014 10 15	Kazlų Rūda	51,2	9
2014 10 15	Kaunas	61,7	8
2015 09 01	Plungė	59,2	4
2016 07 06	Skuodas	53,4	12
2016 08 01	Tabokines	55,5	6

### 3 PRIEDAS. Suderinamumo hipotezių tikrinimas su EasyFit

<b>Gen. Extreme Value</b> [#21]					
Kolmogorov-Smirnov					
Sample Size	377				
Statistic	0,0451				
P-Value	0,41489				
Rank	12				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Critical Value	0,05526	0,06299	0,06994	0,07818	0,0839
Reject?	No	No	No	No	No
Anderson-Darling					
Sample Size	377				
Statistic	1,0875				
Rank	11				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Critical Value	1,3749	1,9286	2,5018	3,2892	3,9074
Reject?	No	No	No	No	No
Chi-Squared					
Deg. of freedom	8				
Statistic	9,1744				
P-Value	0,3278				
Rank	11				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Critical Value	11,03	13,362	15,507	18,168	20,09
Reject?	No	No	No	No	No



<b>Gumbel Max</b> [#25]					
Kolmogorov-Smirnov					
Sample Size	377				
Statistic	0,21126				
P-Value	3,4227E-15				
Rank	36				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Critical Value	0,05526	0,06299	0,06994	0,07818	0,0839
Reject?	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Anderson-Darling					
Sample Size	377				
Statistic	19,738				
Rank	26				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Critical Value	1,3749	1,9286	2,5018	3,2892	3,9074
Reject?	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes
Chi-Squared					
Deg. of freedom	8				
Statistic	111,03				
P-Value	0				
Rank	33				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Critical Value	11,03	13,362	15,507	18,168	20,09
Reject?	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes

<b>Weibull (3P)</b> [#60]					
Kolmogorov-Smirnov					
Sample Size	377				
Statistic	0,06187				
P-Value	0,10695				
Rank	15				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Critical Value	0,05526	0,06299	0,06994	0,07818	0,0839
Reject?	Yes	No	No	No	No
Anderson-Darling					
Sample Size	377				
Statistic	6,1095				
Rank	18				
$\alpha$	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01
Critical Value	1,3749	1,9286	2,5018	3,2892	3,9074
Reject?	Yes	Yes	Yes	Yes	Yes