KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS

MATEMATINIO MODELIAVIMO KATEDRA

Ernesta Rilaitė

KOASIMETRIJOS IR KOEKSCESO RODIKLIŲ PALYGINIMAS SU TRADICINIAIS PORTFELIO RIZIKOS VERTINIMO RODIKLIAIS

Magistro darbas

Darbo vadovas

Doc. dr. Audrius Kabašinskas

Kaunas, 2017

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS

MATEMATINIO MODELIAVIMO KATEDRA

Ernesta Rilaitė

KOASIMETRIJOS IR KOEKSCESO RODIKLIŲ PALYGINIMAS SU TRADICINIAIS PORTFELIO RIZIKOS VERTINIMO RODIKLIAIS

Magistro darbas

Vadovas

Doc. dr. Audrius Kabašinskas

Recenzentas

Doc. dr. Kristina Šutienė

Atliko

MGTMM-5 gr. Stud.

Ernesta Rilaitė

Kaunas, 2017

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

(Fakultetas)

Ernesta Rilaitė

(Studento vardas, pavardė)

Taikomoji matematika, P000M016

(Studijų programos pavadinimas, kodas)

Baigiamojo projekto

„KOASIMETRIJOS IR KOEKSCESO RODIKLIŲ PALYGINIMAS SU TRADICINIAIS PORTFELIO RIZIKOS VERTINIMO RODIKLIAIS“

AKADEMINIO SĄŽININGUMO DEKLARACIJA

20 17 m. Birželio 5 d.

Kaunas

Patvirtinu, kad mano, **Ernestos Rilaitės**, baigiamasis projektas tema „Koasimetrijos ir koeksceso rodiklių palyginimas su tradiciniais portfelio rizikos vertinimo rodikliais.“ yra parašytas visiškai savarankiškai ir visi pateikti duomenys ar tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti sąžiningai. Šiame darbe nei viena dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar internetinių šaltinių, visos kitų šaltinių tiesioginės ir netiesioginės citatos nurodytos literatūros nuorodose. Įstatymų nenumatytų piniginių sumų už šį darbą niekam nesu mokėjęs.

Aš suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo faktui, man bus taikomos nuobaudos, remiantis Kauno technologijos universitete galiojančia tvarka.

(vardą ir pavardę įrašyti ranka) *(parašas)*

Rilaitė E. „Comparison of co-skewness and co-kurotosis to traditional portfolio risk measurement“ dr. assoc. prof. A. Kabašinskas;
Department of Mathematical Modelling, Faculty *of Mathematics and Natural Sciences*, Kaunas University of Technology. – Kaunas, 2017. – 65 p.

SUMMARY

Investment is a use of money or capital in order to maintain or increase their value or generate additional income. This is the only additional source of income, which is not limited. You can invest in stocks, bonds, real estate, real estate, derivatives or other valuable art objects. It doesn‘t matter where to invest, the main objective is to earn more money than it was invested.

You don’t have to be a famous scientist to understand that in order to achieve great results you may be exposed to various risks. Last global financial crisis showed that there are gaps in the financial system because risk is not managed effectively [28]. Therefore, millions of investors have to deal with issues every day how to get the highest possible profits and take the lowest risk. It's an ongoing discussion and object of new theories. The market is full of financial instruments which can be used to properly evaluate and manage risk.

Risk management problem is important to the majority of investors, therefore in this work we compared coskewness and cokurtosis indicators with traditional risk assessment indicators: CVaR, semi-variance, standard deviation and Sharpe ratio. We compiled ten securities portfolios, which were selected of NASDAQ-traded stocks. Five stocks were selected of thirteen shares each way. In first case, stocks were ranked by kurtosis, skewness and Sharpe ratio. In the second case we ranked stocks by CVaR, semi-variance and Sharpe ratio. After that we found their weights in different ways and finally compared them. We found that coskewness and cokurtosis indicators can be used for portfolio risk measurement. and calculated those indicators for concluded portfolios using “Microsoft Excel” and ’’Matlab” software.

Results proved that traditional risk assessment indicators have a better alternative. In order to reduce risk we should apply both traditional and non-traditional indicators: coskewness and cokurtosis.

Another important observation is that portfolios created using Markovitch method to determine weights is more effective than portfolios created using the same weights or by optimizing coskewness and cokurtosis indicators.

The aim of this work is to compare effectiveness of the portfolios of stocks selected in different ways when different weights distribution methods are used.

Objectives:

• Identify coskewness and cokurtosis application for portfolio risk measurement;

• create portfolios of stocks listed on NASDAQ;

• calculate coskewness and cokurtosis indicators for concluded portfolios using “Microsoft Excel” and “Matlab” software;

• create portfolios for comparison taking into account other risk assessment indicators.

SANTRAUKA

Investavimas yra pinigų arba kapitalo panaudojimas siekiant išsaugoti arba padidinti kapitalo vertę, gauti papildomų pajamų. Tai vienintelis papildomų pajamų šaltinis, kuris nėra ribotas. Investuoti galima į akcijas, obligacijas, nekilnojamąjį turtą, išvestines finansines priemones, meną ar kitus vertingus objektus. Nėra svarbu į kur investuosime, pagrindinis tikslas – uždirbti daugiau pinigų nei buvo investuota.

Ne tik garsiems mokslininkams, bet ir kiekvienam žmogui yra aišku, kad siekiant tam tikrų rezultatų galima susidurti su įvairia rizika. Paskutinė pasaulį sukrėtusi finansinė krizė parodė, kad finansinėje sistemoje yra spragų, nes rizikos nėra efektyviai valdomos [28]. Todėl kiekvieną dieną milijonai investuotojų sprendžia klausimą, kaip gauti didžiausią įmanomą pelną, prisiimant mažiausią riziką. Tai nuolatinių diskusijų ir naujų teorijų objektas. Rinkoje gausu finansinių instrumentų, kuriuos tinkamai panaudojus galima įvertinti ir suvaldyti riziką.

Taigi daugumai investuotojų svarbi rizikos valdymo problema, todėl šiame darbe palyginome koasimetrijos ir koeksceso rodiklius su tradiciniais rizikos vertinimo rodikliais: CVaR, pusiau dispersija, standartiniu nuokrypiu ir Šarpo rodikliu. Sudarėme dešimt vertybinių popierių portfelių, kurių akcijas atrinkome iš NASDAQ kotiruojamų akcijų. Iš trylikos akcijų atrinkome po penkias kiekvienu būdų. Pirmu atveju akcijas rangavome pagal ekscesą, asimetriją ir Šarpo rodiklį. Antru atveju pagal CVaR, pusiau dispersiją ir Šarpo rodiklį. Tuomet keliais būdais nustatėme svorius. Galiausiai palyginome kurie portfeliai naudingesni. Nustatėme, kad koasimetrijos ir koeksceso rodikliai pritaikomi matuojant portfelio riziką. Naudojant „Microsoft Excel“ ir „Matlab“ programinę įrangą, apskaičiavome koasimetrijos ir koeksceso rodiklius sudarytiems portfeliams.

Gauti rezultatai įrodė, kad tradiciniai rizikos vertinimo rodikliai turi geresnę alternatyvą. Norint sumažinti riziką, reikia taikyti ne tik tradicinius, bet ir rečiau taikomus koeksceso ir koasimetrijos rodiklius.

Dar vienas svarbus pastebėjimas, kad portfeliai sudaryti naudojant Markovitco metodą svoriams nustatyti yra naudingesni nei portfeliai sudaryti naudojant vienodus svorius ar optimizuojant koasimetrijos ir koeksceso rodiklius.

Darbo tikslas – palyginti portfelių efektyvumą, kai akcijos atrinktos skirtingais būdais ir skiriasi svorių paskirstyto metodai.

Uždaviniai:

- nustatyti koasimetrijos (*coskewness*) ir koeksceso (*cokurtosis*) pritaikymo galimybes matuojant portfelio riziką;
- sudaryti portfelius iš NASDAQ kotiruojamų akcijų;

- panaudojant „Microsoft Excel“ ir „Matlab“ programinę įrangą, apskaičiuoti koasimetrijos ir koeksceso rodiklius sudarytiems portfeliams;
- sudaryti palyginimui skirtus portfelius, atsižvelgiant į kitų rizikos vertinimo rodiklių reikšmes.

TURINYS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

LENTELIŲ SĄRAŠAS

ĮVADAS

Investavimas yra pinigų arba kapitalo panaudojimas siekiant išsaugoti arba padidinti kapitalo vertę, gauti papildomų pajamų. Tai vienintelis papildomų pajamų šaltinis, kuris nėra ribotas. Investicijoms nereikia investuotojo priežiūros ir skirtingai nei žmogus, jos „dirba“ nuolat. Investuoti galima į akcijas, obligacijas, nekilnojamąjį turtą, išvestines finansines priemones, meną ar kitus vertingus objektus. Nėra svarbu į kur investuosime, pagrindinis tikslas – uždirbti daugiau pinigų nei buvo investuota.

Ne tik garsiems mokslininkams, bet ir kiekvienam žmogui yra aišku, kad siekiant tam tikrų rezultatų galima susidurti su įvairia rizika. Paskutinė pasaulį sukrėtusi finansinė krizė parodė, kad finansinėje sistemoje yra spragų, nes rizikos nėra efektyviai valdomos [28]. Todėl kiekvieną dieną milijonai investuotojų sprendžia klausimą, kaip gauti didžiausią įmanomą pelną, prisiimant mažiausią riziką. Tai nuolatinių diskusijų ir naujų teorijų objektas. Rinkoje gausu finansinių instrumentų, kuriuos tinkamai panaudojus galima įvertinti ir suvaldyti riziką.

Vieno rizikos apibrėžimo, tinkamo visoms ekonomikos mokslo sritims, nėra. Dažnai net toje pačioje srityje rizika apibrėžiama skirtingai. Nors mokslininkai negali susitarti dėl bendro rizikos apibrėžimo, tačiau galima išskirti dvi rizikos koncepcijos kryptis. Vieni mokslininkai (Vaughan, Belocerkovcev) riziką sieja su neapibrėžtumu, kai kiti (Sigloch, Clark ir Marois, Kancerevičius) neapibrėžtumą nuo rizikos kategoriškai atskiria ir sieja su įvykio tikimybe [12]. Tačiau plačiąja prasme „rizika“ reiškia neapsaugojimą nuo nepalankios situacijos.

Darbe naudojami NASDAQ kotiruojamų akcijų duomenys. Iš šių akcijų sudaromi investiciniai portfeliai, jiems skaičiuojami rizikos valdymo rodikliai – koasimetrija (*coskewness*) ir koekscesas (*cokurtosis*). Darbas atliekamas naudojant „Microsoft Excel“ ir „Matlab“ programinę įrangą.

Tikslas – palyginti portfelių efektyvumą, kai akcijos atrinktos skirtingais būdais ir skiriasi svorių paskirstyto metodai.

Uždaviniai:

- nustatyti koasimetrijos (*coskewness*) ir koeksceso (*cokurtosis*) pritaikymo galimybes matuojant portfelio riziką;
- sudaryti portfelius iš NASDAQ kotiruojamų akcijų;
- panaudojant „Microsoft Excel“ ir „Matlab“ programinę įrangą, apskaičiuoti koasimetrijos ir koeksceso rodiklius sudarytiems portfeliams;
- sudaryti palyginimui skirtus portfelius, atsižvelgiant į kitų rizikos vertinimo rodiklių reikšmes.

Dalis magistrinio darbo buvo pristatyta XV studentų konferencijoje „Matematika ir gamtos mokslai: teorija ir taikymas“, bei išspausdinta konferencijos leidinyje.

1. TEORINĖ DALIS

Teorinėje dalyje trumpai aprašoma sprendžiamos problemos analizė, investavimo rizikos ir grąžos santykis, rizikos vertinimo rūšys ir matai, matematiniai modeliai, kurie naudojami tiriamojoje dalyje. Šios dalies pabaigoje pagrindžiamas pasirinktos temos, uždavinių ir programinės įrangos pasirinkimas.

1.1 TRUMPA SPRENDŽIAMOS PROBLEMOS ANALIZĖ

Lietuvoje, lyginant su kitomis šalimis, investavimo lygis labai žemas. Lietuviai linkę pinigus laikyti „kojinėje“, nes bijo juos prarasti. Tačiau jie nesusimąsto, kad pinigai nuvertėja ir jų dabartinė vertė po tam tikro laikotarpio bus kitokia. Investuodami galime ne tik išlaikyti esamą pinigų vertę, bet ir padidinti ją. Tačiau svarbu įvertinti riziką, kad neprarastume sukaupto kapitalo.

Lietuvių baimė ir nepasitikėjimas bankais turi pagrindą. Istorija byloja, kad 1994 metai įsimintini Lietuvos bankų istorijai. Šiais metai bankrutavo, amžiaus afera laikomas, bankas „Sekundė“ [2]. Didėlę įtaką baimėms turi ir 2008 metų krizė, kuri išgąsdino ir vis dar gąsdina daugelį investuotojų. Taip pat 2011 metais bankrutavęs „SNORAS“ pasėjo dar vieną nerimo bangą. Šis bankrotas buvo nelauktas ir netikėtas, nes 2006 ir 2010 metais, tarptautinio finansų leidinio „The Banker“, „SNORAS“ buvo išrinktas geriausiu banku Lietuvoje [3]. 2013 metais bankrutavo dar vienas bankas – „Ūkio bankas“ [4]. Žmonės, pasitikėję šiais bankais, neteko savo santaupų, todėl patikėti kitais sunku.

Žinant esamą situaciją Lietuvoje, kad gimstamumas mažėja, o emigracija didėja, taip pat, kad vidutinė gyvenimo trukmė ilgėja, natūraliai kyla klausimas: kas išlaikys pensininkus ateityje? Visi suprantame, kad bus dar sunkiau užtikrinti gyventojams pakankamas valstybines pensijas. Pagal „Sodros“ pateiktus skaičiavimus matome, kad po 30 metų į pensiją išėjęs lietuvis, visą gyvenimą dirbęs už vidutinę 600 Eur algą ir sukaupęs 30 metų būtinąjį stažą, gautų maždaug 246 Eur pensiją [14]. Dėl šios priežasties vis daugiau žmonių senatvei pradeda kaupti savarankiškai, t. y. pensijų fonduose arba patys investuoja į akcijų biržoje kotiruojamas akcijas. Taip siekdami sukaupti pakankamą kapitalą oriai senatvei.

Ne tik nerimas dėl pensijos, bet ir esama gyvenimo kokybė mus verčia ieškoti papildomų pinigų šaltinių. Daugelis žmonių nėra patenkinti darbo užmokesčiu. Noras jausti finansinę nepriklausomybę, skatina ieškoti alternatyvų uždirbti daugiau. Viena iš tokių veiklų – investavimas, tačiau norint sėkmingai investuoti, reikia gerai išmanyti investavimo rinką, objektyviai įvertinti riziką, ieškoti geriausių terpių arba pasikliauti profesionalais, t. y. patikėti savo santaupas investicijų valdytojams.

Tradicinis rizikos matavimo matas yra standartinis nuokrypis, tačiau ne mažiau svarbus Šarpo rodiklis. Kuo jis didesnis, tuo portfelis vertinamas geriau. Todėl renkantis akcijas svarbu atkreipti dėmesį į Šarpo rodiklį, kuris parodo, kiek vienam rizikos vienetui tenka papildomos investavimo grąžos [22]. Jei akcijos perkamos ilgam laikui, reikia atkreipti dėmesį ar įmonė moka dividendus. Dividendai yra akcinės bendrovės pelno dalis, kuri skiriama akcininkams, priklausomai nuo turimų akcijų kiekio ir rūšies [15]. Taip pat dar vienas svarbus rodiklis renkantis akcijas – apyvartos, tai bendrosios įmonės įplaukos už parduotas paslaugas ir prekes per ataskaitinį laikotarpį [16]. Jei laikui bėgant apyvarta kardinaliai mažėja, galima nuspėti įmonės bankroto tikimybę. Likvidumo rodikliai rodo kaip greit įmonė sugeba įvykdyti trumpalaikius įsipareigojimus. Kuo didesnė likvidumo rodiklio reikšmė, tuo įmonė laikoma patikimesne [17].

Laikui bėgant buvo pastebėta, kad vertinant tik tradicinius rizikos vertinimo rodiklius, tokius kaip: standartinis nuokrypis, Šarpo rodiklis, pusiau dispersija, VaR ir CVaR, investuotojams nepavyksta išvengti nuostolių, todėl buvo sugalvoti ir pradėti taikyti koasimetrijos ir koeksceso rodikliai. Šie rodikliai Lietuvoje netaikyti, todėl lietuviškų pavadinimų iki šio darbo nebuvo.

Martellini ir Ziemann 2010 metais pristatė draudimo fondų portfelių optimizavimą pagal aukštesnių momentų parametrus. Šie patobulinimai generuoja reikšmingus pagerėjimus investavimo srityje [24].

Aukštesnių momentų naudojimas formuojant investicinius portfelius yra jau gana sena idėja [27]. Koasimetrijos ir koeksceso naudojimas kėlė ginčus jau nuo šeštojo dešimtmečio pradžios. Pagrindinė ginčų priežastis buvo klausimas, ar aukštesni momentai turėtų būti įtraukti sudarant investicinį portfelį. Kai kurie tyrimai rėmė aukštesniųjų momentų naudojimą portfelio sudarymui [28, 29]. Kituose tyrimuose aukštesnės eilės momentai nedavė laukto rezultato [30, 31]. Tačiau beveik visi naujesni tyrimai rodo, kad norint gauti didelį pelną, reikia atsižvelgti į kuo daugiau rodiklių [32, 33, 34].

Žmonės skirtingi, todėl natūralu, kad ir požiūris į riziką skiriasi. Galime išskirti trijų tipų investuotojus. Rizikos vengiantys (*risk-averse*) – iš dviejų siūlomų investicijų su vienoda grąža visada pasirinks mažiau rizikingą investiciją. Rizikai neutralūs (*risk-neutral*) – abejingi rizikai. Pasirinkdami investiciją, jie neatsižvelgia į rizikos dydį. Pasirinkdami iš dviejų investicijų su vienoda grąža, bet skirtingu rizikos laipsniu, investuotojai nemato skirtumo, kurią investiciją pasirinkti. Trečias tipas žmonių – rizikos mėgėjai (*risk-loving*). Tai investuotojai, kurie mėgaujasi rizika ir iš dviejų siūlomų investicijų su vienoda grąža, pasirinks investiciją su didesne rizika. Daugiausiai yra rizikos vengiančių žmonių [18]. Tokie žmonės retai kada renkasi portfelį, sudarytą tik iš akcijų.

Labai svarbu suformuoti investicinį portfelį pagal investuotojo poreikius. Suformavus optimalų investicinį portfelį, būtina įvertinti tikėtiną grąžą ir rizikingumą, bei palyginti gautus rezultatus su vienodų svorių portfelio tikėtinu pelningumu ir rizikingumu. Formuojant optimalų investicinį portfelį, siekiama gauti didesnį pelningumą su mažesne arba tokia pačia investicine rizika lyginant su vienodų svorių portfeliu. Yra patariama nuolat stebėti portfelio rezultatus ir pastebėjus, jog portfelio rezultatai neatitinka keliamų lūkesčių, rekomenduojama peržiūrėti portfelio sudėtį ir ją pakoreguoti, jeigu tai yra reikalinga [21].

1.2 INVESTAVIMO RIZIKA IR GRĄŽA

Kasdien milijonai investuotojų biržoje prekiauja vertybiniais popieriais. Kiekvienas iš jų ieško sprendimų, kaip gauti didžiausią pelną, prisiimant mažiausią riziką. Galimas investicijų vertės svyravimo laipsnis apibrėžia riziką, t. y. investicijos vertė gali sumažėti. Didelis svyravimas reiškia, kad vertybinių popierių kaina gali kisti dideliame intervale. Vadinasi, per labai trumpą laiką investicijos vertė gali stipriai sumažėti arba išaugti. Mažas svyravimas reiškia, kad investicijos vertė per trumpą laiką stipriai nepasikeis, o ateityje vertės pokyčiai bus pastovūs. Investuotojui didesnė rizika reiškia didesnį neapibrėžtumą dėl finansinių tikslų įgyvendinimo, tačiau kartu tikėtiną didesnį uždarbį [13]. Šis investicinės rizikos ir pelno ryšys yra pamatinis investavimo dėsnis.

1 pav. Finansinių priemonių klasifikavimas pagal rizikingumą. Adaptuota pagal [13]

Finansinius instrumentus pagal prisiimamos rizikos lygį ir galimos grąžos santykį galima suskirstyti kaip pavaizduota 1 paveiksle. Neapibrėžtumą galima vertinti kaip galimybę pasipelnyti tuo atveju, jeigu pavyks nuspėti ateities įvykius. Riziką galima apibrėžti kaip tikimybę, kad investicijų grąža bus kitokia, nei buvo tikimasi investuojant. Tai apima investuoto kapitalo sumažėjimą arba jo praradimą. Dėl šios priežasties kuriamos teorijos, skirtos rizikai valdyti [13].

1.3 INVESTAVIMO RIZIKOS RŪŠYS IR JOS VERTINIMAS

Investavimo rizikos rūšys: fundamentali ir techninė. Fundamentali parodo, kaip dėl fundamentalių faktorių svyruoja investicijų vertė. Pagrindinės fundamentalios investavimo rizikos rūšys:

- **rinkos rizika** – galimybė, kad investicijų vertė sumažės, todėl pardavus jas, atgausime tik dalį kapitalo;

- **kredito rizika** – tikimybė, kad skolininkas nesugebės vykdyti finansinių įsipareigojimų, t. y. jeigu skolininkas bankrutuoja, investuotojas gali negauti ne tik palūkanų, bet ir prarasti investuotas lėšas;

- **infliacijos rizika** – galimybė, kad išaugusi infliacija bus didesnė už investicijų pelningumą;

- **valiutos kurso rizika** – tai tikimybė, kad valiuta, kurią investavome, sumažės kitų valiutų atžvilgiu;

- **likvidumo rizika** atspindi, kaip sudėtinga parduoti investicijas;

- **ekonomikos rizika** – tikimybė, kad ekonomika sulėtės, sumažės įmonių pelnas, kreditavimas, žmonių perkamoji galia, o tai lems ir investicijų vertės sumažėjimą;

- **mokesčių rizika** – tikimybė, kad vyriausybė pakels mokesčius, kurie turės įtakos įmonių ir investuotojų pelnui;

- **elgsenos rizika** – tai rizika, kad sprendimus investuotojas priims vadovaudamasis jausmais, o ne informacijos analize [1].

Fundamentali investavimo rizikos analizė stengiasi įvertinti visus riziką lemiančius veiksnius, ji apima kiekybinius ir kokybinius parametrus [1].

Techninė rizika parodo, kaip stipriai svyruoja vertybinių popierių kaina, atsižvelgia į istorinius pokyčius, bando apibrėžti esamas investicijų vertės svyravimo ribas. Techninė rizika – vertinama kiekybiniais parametrais. Vertinimo rodikliai:

- **beta** rodiklis – vertina investicijų vertės svyravimą, ją lygindamas su viso rinkos indekso svyravimu, t. y. ar investicijų vertė svyruoja labiau už bendrą rinkos vidurkį. Pagal tai galima spręsti ar investicija yra rizikinga. Kai beta = 1, investicijų ir rinkos indekso svyravimas yra toks pats. Kai beta < 1, investicijos vertė svyruoja mažiau nei rinkos vidurkis. Kai beta > 1, investicijos vertės pokyčiai didesni nei rinkos indekso;

- **R^2 rodiklis** parodo, ar investicinio portfelio beta rodiklis matuojamas naudojant teisingą lyginamąjį indeksą. Vertinant lyginamojo indekso ir investicinio portfelio koreliaciją, suderinamumo rodiklis parodo kaip glaudžiai portfelio vertės svyravimai yra susiję su sekamo indekso vertės svyravimais;

- **suderinamumo rodiklio** vertė svyruoja nuo 0 iki 100. 0 reiškia, kad jokios koreliacijos tarp portfelio ir lyginamojo indekso nėra, t. y. jei suderinamumo rodiklis artimas 0, greičiausiai yra klaidingai parinktas lyginamasis indeksas, beta rodiklis nepatikimas. Jei arti 100, tai portfelio ir lyginamojo indekso svyravimai sutampa, beta rodikliu galima pasitikėti;

- **alfa rodiklis** naudojamas vertinant investicinius fondus ir investicinius portfelius. Alfa parodo kiek papildomos vertės sukuria fondo valdytojas. Teigiamas alfa rodiklis reiškia, kad investicinio fondo rezultatai yra geresni nei lyginamojo indekso. Jeigu alfa neigiamas, fondo rezultatai būna prastesni už lyginamąjį indeksą. Jei alfa lygi 1, tai investicinė fondo grąža buvo 1 proc. didesnė už lyginamąjį indeksą;

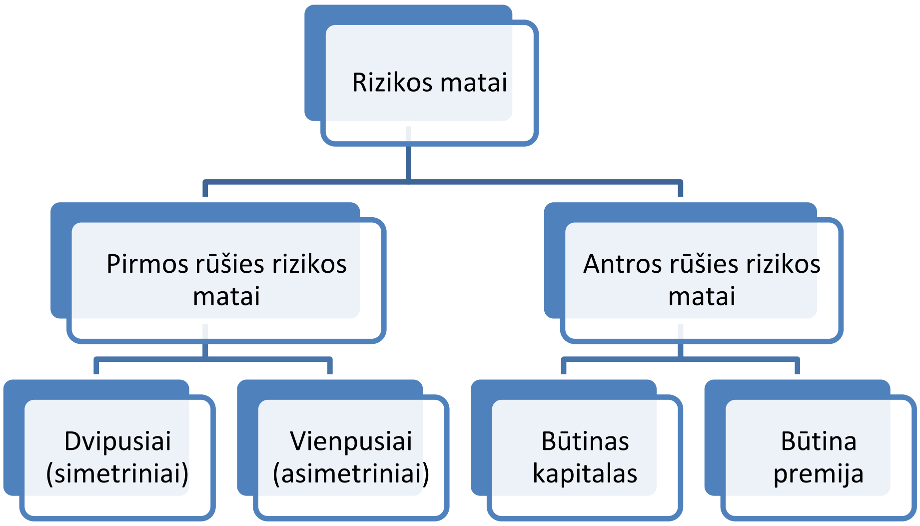
- **standartinis nuokrypis** rodo kaip stipriai per trumpą laiko tarpą investicinio portfelio grąža gali nukrypti nuo vidutinės investicinio portfelio grąžos, t. y. kaip stipriai portfelio metinė investicinė grąža skiriasi nuo jo investicinės grąžos vidurkio. Standartinis nuokrypis naudojamas vertinant fondų veiklos efektyvumą;

- **Šarpo rodiklis**, tai grąžos ir rizikos santykis. Jis parodo kaip stipriai investuotojas rizikuoja prarasti lėšas, siekdami gauti pelną. Kuo Šarpo rodiklis didesnis, tuo fondas geresnis. Šarpo rodiklis apskaičiuojamas pagal šią formulę:

$$Šarpo\ rodiklis = \frac{(vidutinė\ fondo\ grąža - nerizikinga\ investicijų\ grąža)}{standartinis\ nuokrypis} \text{[1].} \qquad \textbf{(1.1)}$$

Rizikos matai

Rizikos matai skirstomi į dvi rūšis: pirmos rūšies rizikos matai skirstomi į dvipusius (simetrinius) ir vienpusius (asimetrinius), antros rūšies rizikos matai skirstomi į būtinas kapitalas ir būtina premija [19].



2 pav. Rinkos matų klasifikavimo schema. Adaptuota pagal [19]

Rinkoje dažniausiai investuotojų naudojamas pirmos rūšies dvipusis rizikos matas – dispersija. Nors kiti rizikos matai turi daugiau teorinių ir praktinių privalumų, nei šis. Statistiškai dispersiją apskaičiuoti nėra sudėtinga ir ji gali būti naudojama kaip standartinė optimizavimo funkcija. Tačiau kai duomenys turi „sunkias uodegas“ (būdinga besivystančioms rinkoms), šio rizikos mato nepatartina naudoti, nes tada rinkos neįvertinamos ir gauti rezultatai neatspindi realios situacijos [19].

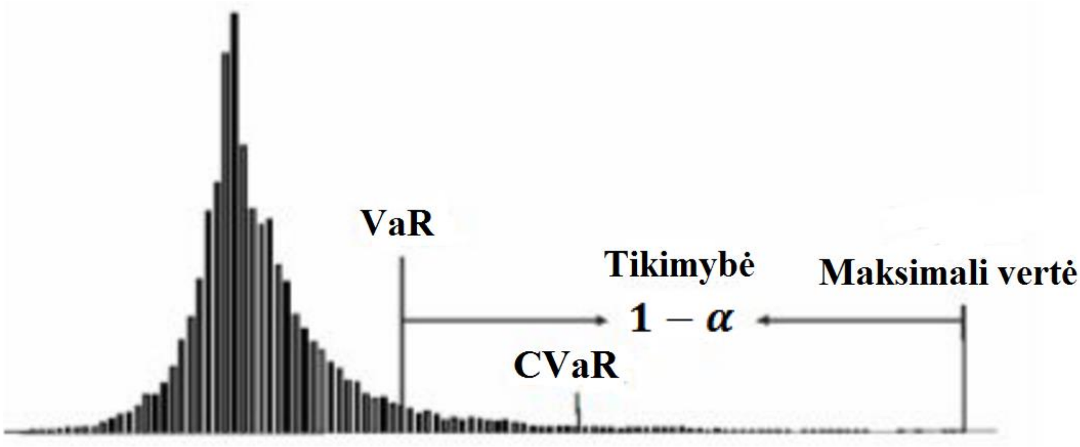
Pirmos rūšies dvipusiai rizikos matai tinkami naudoti tik tada, kai tiriami finansiniai duomenys yra simetriniai ir pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį. Todėl pirmos rūšies dvipusiai rizikos matai netinkami rinkoms su asimetriniais duomenims [19].

Vienas populiariausių antros rūšies rizikos matų yra rizikos vertė – VaR (angl. *value-at-risk*). Per tam tikrą laiko periodą esant tam tikram pasikliovimo lygmeniui bei normalioms rinkos sąlygoms VaR parodo didžiausią laukiamą nuostolį. Dažniausiai parenkamas pasikliovimo lygmuo yra β=0.95. Tuomet rizikos vertė apima visus, išskyrus 5% nuostolių [19].

Tačiau šis rizikos matas neįvertina rizikos peržengiančios VaR lygį ir jos funkcija nėra subadityvi, (t. y. diversifikavus portfelį gali padidėti rizika) ir iškila, dėl šių neigiamų savybių šis rizikos matas keičiamas į efektyvesnį, kuris vadinamas sąlygine rizikos verte – CVaR (angl. *conditional value-at-risk*). CVaR apibūdina laukiamą sąlyginį nuostolį su sąlyga, kad šis nuostolis peržengs VaR ribą [19].

Kaip jau pastebėjome VaR ir CVaR modeliai yra susiję. Atlikti eksperimentai parodė, kad dažniausiai CVaR minimizavimas duoda ir VaR modelio optimalų sprendinį, nes VaR niekada neviršija CVaR dydžio, todėl portfeliai su mažu CVaR visada turės mažą VaR [19].

VaR ir CVaR palyginimą iliustruoja 3 pav., kuriame matome, kad VaR padėtis nuostolių pasiskirstyme yra prognozuotas maksimalus nuostolis su pasirinktu reikšmingumo lygmeniu, o tuo tarpu CVaR laukiamas sąlyginis nuostolis su sąlygą, kad šis nuostolis peržengs VaR dydį [19].



3 pav. VaR ir CVaR padėtis nuostolio paskirstyme. Adaptuota pagal [27]

1.4 MARKOVITCO MODELIS

Prieš pradedant vykdyti Markovitco metodą suskaičiuosime būtinus rodiklius. Rasime akcijų kiekvienos dienos grąžą pagal formulę:

$R_i = \frac{X_i - X_{i-1}}{X_{i-1}}$; X – kaina. **(1.2)**

Apskaičiuosime kiekvienos įmonės vidutinė dienos grąžos normą, dispersiją, vidutinį standartinį nuokrypį (riziką), akcijų porų grąžos normų kovariacijos ir koreliacijos koeficientus. Žinodami šiuos rodiklius taikysime Markovitco metodą [22].

Markovitco modelio uždavinys suformuojamas kaip klasikinis optimizavimo uždavinys portfelių rizikai minimizuoti. Tarkime, kad turime n vertybinių popierių, kurių pelno normų vidurkiai atitinkamai lygūs $\bar{R}_1, \bar{R}_2, \dots, \bar{R}_n$, o kovariacijos yra $\sigma_{ij},\ j = 1,2,\dots,n$ [22].

Portfelio svorių koeficientai yra $x_i, i = 1,2,\dots,n$ su sąlyga, kad $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$. Kadangi leidžiama skolintis akcijų, kai kurie koeficientai gali įgyti neigiamas reikšmes. Norėdami rasti portfelį su minimaliąją pelno dispersija, priskirsime reikšmę $\bar{R}_p$ vidutinei portfelio normai. Rasime minimaliosios dispersijos galimą portfelį, kai vidurkis $\bar{R}_p$. Uždavinį formuluojame matematiškai:

minimizuoti $\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}$ **(1.3)**

su sąlygomis $\sum_{i=1}^{n} x_i \bar{R}_1 = \bar{R}_p$ **(2.20)** ir $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$. **(1.4)**

Daugiklis 0.5 prieš dispersijos išraišką yra tik todėl, kad būtų gautas paprastesnis atsakymas [22].

1.5 MARKOVITCO UŽDAVINYS SU NENEIGIAMAISIAIS APRIBOJIMAIS

Prieš tai aprašytame Markovitco uždavinyje nebuvo apribojimų ženklams, kintamųjų x_i ženklai galėjo būti ir teigiami, ir neigiami, t. y. buvo leidžiamas nepadengtasis pardavimas. Norėdami, kad kintamųjų x_i reikšmės būtų neneigiamos, galime uždrausti nepadengtąjį pardavimą. Tuomet Markovitco uždavinys formuluojamas taip:

minimizuoti $\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}$ **(1.5)**

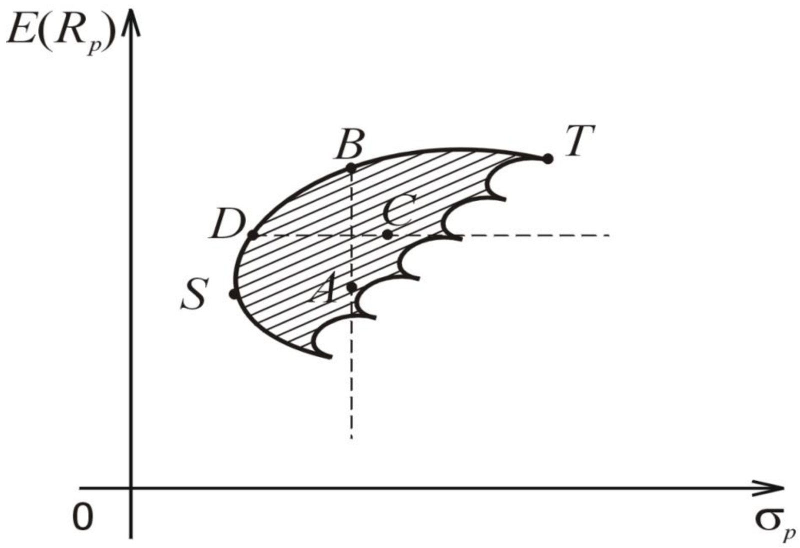
su sąlygomis $\sum_{i=1}^{n} x_i \bar{R}_i = \bar{R}_p$; $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$ ir $x_i \geq 0, i = 1,2,\dots,n.$ **(1.6)**

Šio uždavinio negalima pertvarkyti į tiesinių lygčių sistemą. Jis vadinamas kvadratinio programavimo uždaviniu, nes tikslo funkcija yra kvadratinė, o apribojimus sudaro lygybės ir nelygybės. Panaudojus „Microsoft Excel" programinę įrangą, galima išspręsti pakankamai didelio vertybinių popierių skaičiaus uždavinį [11].

Esminis skirtumas tarp dviejų suformuluotų uždavinių yra toks:

- jei nepadengtasis pardavimas yra leidžiamas, tai dauguma optimaliųjų kintamųjų x_i turi nenulines reikšmes, todėl beveik visi vertybiniai popieriai įtraukiami į portfelį;
- jei nepadengtasis pardavimas yra neleidžiamas, tai paprastai daugelis svorių lygūs nuliui [11].

1.6 EFEKTYVUSIS PORTFELIŲ KRAŠRAS (KREIVĖ)



4 pav. Efektyvusis portfelių kraštas [25]

Paveiksle štrichuota sritis rodo vidutinį pelną ir riziką visiems galimiems investiciniams portfeliams, sudarytiems iš daugelio akcijų su skirtingais vidutiniais pelnais ir rizikos laipsniais. Efektyvusis portfelių kraštas (ST) yra optimalių portfelių rinkinys, kai gaunama didžiausia grąža prisiimant mažiausią riziką. Jo taškai minimizuoja investicinio portfelio riziką. Portfeliai esantys žemiau arba į dešinę nuo ST kreivės yra blogesni, todėl portfeliai esantys ant ST kreivės domina investuotoją. Pavyzdžiui, portfelis A yra blogesnis už B portfelį, nes su ta pačia rizika gaunamas mažesnis pelnas. Portfelis D yra naudingesnis už portfelį C, nes gaunamas tas pats pelnas su mažesne rizika. Rizikos vengiantys investuotojai visada renkasi portfelius ant efektyviojo portfelių krašto, nes visi portfeliai į dešinę nuo jo yra blogesni. Kurį portfelį, esantį ant efektyviojo portfelių krašto, pasirinkti, sprendžia investuotojas. Pasirinkimas priklauso nuo investuotojo požiūrio į investiciją [25].

1.7 OPTIMIZAVIMAS PAGAL KOASIMETRIJOS IR KOEKSCESO RODIKLIUS

Norėdami optimizuoti koasimetrijos ir koeksceso rodiklius, turime minimizuoti tokią lygtį:

minimizuoti $Z = \frac{1}{2}\,Koasimetrija * w + \frac{1}{2}\,Koekscesas * w$ **(1.7)**

su sąlygomis $\sum_{i=1}^{n} w_i * R_i = R_p$ **;** $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1\,;\ w_i \geq 0,\ i = 1,2,\ldots,n$ **(1.8)**

Šio uždavinio negalima pertvarkyti į tiesinių lygčių sistemą. Jis vadinamas kvadratinio programavimo uždaviniu, nes tikslo funkcija yra kvadratinė, o apribojimus sudaro lygybės ir nelygybės. Panaudojus „Microsoft Excel“ programinę įrangą, galima išspręsti pakankamai didelio vertybinių popierių skaičiaus uždavinį [26] .

1.8 DARBE NAUDOJAMOS CHARAKTERISTIKOS

Centriniai momentai

Duomenų formos charakteristikos parodo kaip stebėjimai išsidėstę variacinėje eilutėje: ar dauguma stebėjimų turi reikšmes variacinės eilutės viduryje ar kraštuose, ar stebėjimai susitelkę vienoje vietoje, ar išsisklaidę per visą eilutę. Duomenų formos charakteristikos yra asimetrijos ir eksceso rodikliai. Šios duomenų formos charakteristikos taip pat gali būti suvokiamos kaip trečiosios ir ketvirtos eilės centriniai momentai [5].

Atsitiktinio dydžio *k*-osios eilės centriniu momentu vadiname *k*-ojo laipsnio centruotojo atsitiktinio dydžio vidurkį – kitaip tariant atstumų tarp kiekvienos imties reikšmės ir vidurkio, pakeltų laipsniu *k*, sumą, padalinta iš $n-1$. Pirmosios eilės centrinis momentas lygus nuliui (dėl vidurkio pasinaikinimo savybės), antrosios eilės centrinis momentas yra mums jau pažįstama dispersija, o trečiosios ir ketvirtosios eilės centriniai momentai yra atitinkamai asimetrijos rodiklis ir ekscesas [5].

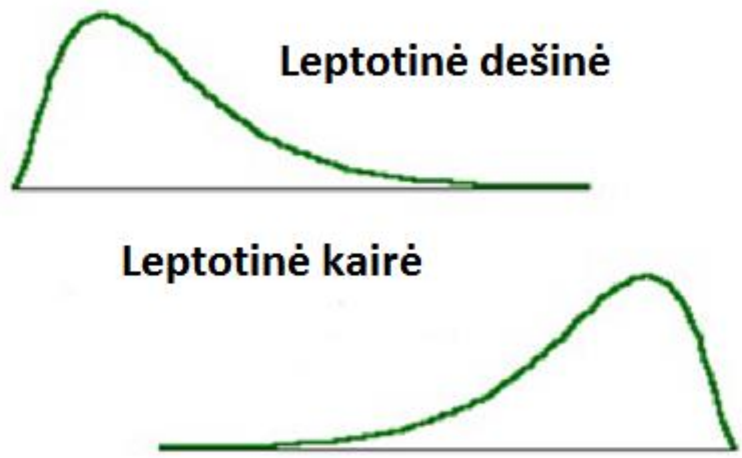
Asimetrijos (*skewness*) rodiklis

Didelių grąžų atsiradimo dažnis yra matuojamas asimetrijos rodikliu.

Išsidėstymas be „uodegos“ dešinėje arba kairėje pusėje nėra asimetriškas nei viena kryptimi. Tai yra tas pats kaip normalusis skirstinys (asimetrijos rodiklis lygus 0).

Jeigu neigiamų grąžų yra daugiau lyginant su teigiamomis grąžomis, tada išsidėstymas turi storą „uodega“ kairėje pusėje, t. y. neigiamą asimetrijos rodiklį.

Jeigu teigiamų grąžų yra daugiau nei neigiamų, tada išsidėstymo kreivė turi storą „uodegą“ dešinėje, t. y. teigiamą asimetrijos rodiklį [6].



5 pav. Asimetrijos rodiklio pasiskirstymai. Adaptuota pagal [6]

Paprasčiau tariant, asimetrijos rodiklis parodo ar dauguma stebėjimų susitelkę variacinės eilutės viduryje, ar kraštuose.

Kai asimetrijos rodiklis > 0, stebėjimų reikšmės susitelkusios dešinėje variacinės eilutės pusėje.

Kai asimetrijos rodiklis = 0, stebėjimai susitelkę eilutės viduryje.

Kai asimetrijos rodiklis < 0 – kairėje eilutės pusėje [5].

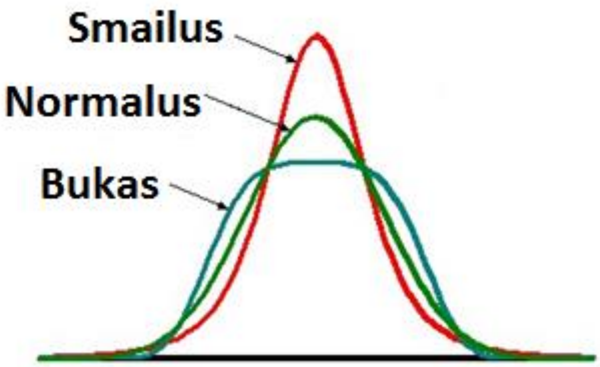
Eksceso (*kurtosis*) rodiklis

Jei grąžos pasiskirsčiusios aukščiau arba žemiau vidurkio, tada išsidėstymas yra bukas (reiškią aukštą eksceso rodiklį). Tokiu atveju kreivė turi plokštesnę formą.

Jei grąžos pasiskirsčiusios aukščiau arba žemiau vidurkio ir jų dažnis padidėjęs aplink vidurkį, tokia sklaida parodo žemą eksceso rodiklį, t. y. smailą dažnių skirstinį. Tokia kreivė yra kurtotinė (turi aštrų kreivės piką) [6].

Nei per smailus, nei per bukas pasiskirstymas yra toks, kurio grąžose nėra dėsningumo, kuris skirtųsi nuo grąžų be eksceso rodiklio. Tokio tipo sklaida turi eksceso pasiskirstymo rodiklį, kuris lygus 3, t. y. tokį patį kaip ir normalusis skirstinys [6].

Jei eksceso rodiklis yra didesnis nei 3, tai reiškia, kad grąžos skirstinys yra nesuderinamas su normalumo prielaida. Kitaip tariant didelės grąžos pasireiškia dažniau nei normaliajame skirstinyje [6].



6 pav. Eksceso rodiklio formos. Adaptuota pagal [6]

Paprasčiau tariant, eksceso rodiklis parodo, ar dauguma stebėjimų yra susitelkę ties keliomis reikšmėmis, ar išsisklaidę variacinėje eilutėje.

Kai eksceso rodiklis > 0, turime „smailų" dažnių skirstinį.

Kai eksceso rodiklis < 0, turime „buką" dažnių skirstinį.

Kai eksceso rodiklis = 0, dažnių skirstinys nei per „smailus", nei per "bukas", t. y. normalus [5].

Kronekerio sandauga

Matematikoje Kronekerio sandauga žymima $\otimes$, tai yra blokinė operacija tarp dviejų matricų. Kronekerio sandauga neturėtų būti painiojama su įprasta matricų daugyba, kuri yra visiškai kitokia operacija [7].

Jei A yra matrica sudaryta iš m eilučių ir n stulpelių, B yra matrica iš p eilučių ir q stulpelių, tai Kronekerio sandaugos A $\otimes$ B bus mp eilučių ir nq

Stulpelių blokinė matrica: $A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix}$,

$$t.\,y.\ A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & \cdots & a_{1n}b_{1q} \\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & \cdots & a_{1n}b_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}b_{p1} & a_{m1}b_{p2} & \cdots & a_{mn}b_{pq} \end{bmatrix} \quad [7]. \qquad \mathbf{(1.9)}$$

Pusiau dispersija (*samivariance*)

Pusiau dispersija vadinama visų verčių, kurios yra žemiau vidurkio ar kitos tikslinės vertės duomenų rinkinyje, dispersijos matavimu. Statistikoje pusiau dispersija dar vadinama kvadratinių nuokrypių verčių vidurkiu. Tai yra standartinis nuokrypis, kai grąža mažesnė už vidurkį [23].

$$Pusiau\ dispersija\ = \frac{1}{n} * \sum_{r_t < vidurkis}^{n} (vidurkis - r_t)^2 \qquad \textbf{(1.10)}$$

Kur n – bendras stebėjimų skaičius mažesnis už vidurkį; r_t – grąžos.

Pusiau dispersijos rodiklis yra panašus į dispersiją, tačiau vertinami tik žemiau vidurkio esantys duomenys. Šis rodiklis naudingas vertinant vertybinių popierių portfelį. Pusiau dispersija parodo vidutinį nuostolį, kurį portfelis gali patirti [23].

Rizikos vengiantis investuotojas, norėdamas rasti optimalų portfelį turi minimizuoti pusiau dispersijos rodiklį, tuomet tikimybė praprasti investicijas labai sumažėtų [23].

1.9 KOASIMETRIJOS IR KOEKSCESO RODIKLIAI IR JŲ TAIKYMAS

Koasimetrija (*coskewness*)

Tikimybių teorijoje ir statistikoje, koasimetrija yra matavimas kaip kartu kinta du atsitiktiniai dydžiai. Koasimetrija yra trečias tarpusavio centrinis momentas. Jeigu du atsitiktiniai dydžiai pasireiškia teigiamu koasimetrijos rodikliu, tai jie yra linkę į ekstremalius teigiamus nuokrypius. Panašiai jeigu du atsitiktiniai dydžiai pasireiškia neigiamu koasimetrijos rodikliu, tai jie bus linkę į ekstremalius neigiamus nuokrypius [8].

Asimetrijos rodiklis yra tam tikra koasimetrijos forma, kai abu kintamieji yra identiški:

$$S(X,X,X) = \frac{E[(X - E[X])^3]}{\sigma_X^3} = asimetrija\ [X], \qquad \textbf{(1.11)}$$

Dviejų atsitiktinių dydžių X ir Y sumos X + Y asimetrijos rodiklis aprašomas:

$$S_{X+Y} = \frac{1}{\sigma_{X+Y}^3} [\sigma_X^3 S_X + 3\sigma_X^2 \sigma_Y S(X,X,Y) + 3\sigma_X \sigma_Y^2 S(X,Y,Y) + \sigma_Y^3 S_Y], \qquad \textbf{(1.12)}$$

Kur S_X yra asimetrijos rodiklis ir σ_X yra X standartinis nuokrypis. Tai reiškia, kad dviejų atsitiktinių dydžių suma gali būti asimetriška net tada, kai abu kintamieji yra visiškai simetriški ($S_{X+Y} \neq 0$) [8].

Koasimetrijos rodiklis tarp kintamųjų X ir Y nepriklauso nuo intervalo, kuriame jie yra išreikšti. Jei analizuojamas ryšį tarp X ir Y, tai koasimetrijos rodiklis tarp X ir Y bus toks pat kaip koasimetrija tarp $a + bX$ ir $c + dY$, kur a,b,c ir d yra konstantos [8].

Portfelio koasimetrija

Koasimetrija galime apskaičiuoti:

$$s_P = wM_3(w^T \otimes w^T) \quad \textbf{(1.13)}$$

Kur $\otimes$ simbolis žymi Kronekerio sandaugą tarp w ir w,

$$M_3 = E[(r-\mu)(r-\mu)^T \otimes (r-\mu)^T] = \{a_{ijk}\}, \quad \textbf{(1.14)}$$

$$a_{ijk} = E\big[(r_i-\mu_i)(r_j-\mu_j)(r_k-\mu_k)\big], kur\ i,j,k = 1,\dots,N. \quad \textbf{(1.15)}$$

Koasimetrijos matrica M_3 ribose (N, N^2) gali būti išreikšta N, A_{ijk} matricomis:

$$M_3 = [A_{1jk}A_{2jk} \dots A_{Njk}] \quad \textbf{(1.16)}$$

kur $j,k = 1,\dots,N$, taip pat ir indeksas i. Atskiri matricos elementai gali būti gauti:

$$a_{ijk} = \frac{1}{T-1}\sum_{i,j,k=1}^{N}\sum_{t=1}^{T-1}(K_{t,j}-\mu_j)(K_{t,k}-\mu_k) \text{ [10].} \quad \textbf{(1.17)}$$

Koekscesas (*cokurotosis*)

Koeksceso rodiklis kaip ir koasimetrijos rodiklis yra matavimas kaip kartu kinta du atsitiktiniai dydžiai. Koeksceso rodiklis yra ketvirtas tarpusavio centrinis momentas. Jeigu du atsitiktiniai dydžiai pasireiškia aukštu koeksceso rodikliu, tai jie kartu yra linkę į ekstremalius teigiamus arba neigiamus nuokrypius [9].

Ekscesas yra specialus koeksceso atvejis, kai du atsitiktiniai dydžiai yra identiški:

$$K(X,X,X,X) = \frac{E[(X-E[X])^4]}{\sigma_X^4} = ekscesas\ [X], \quad \textbf{(1.18)}$$

Dviejų atsitiktinių dydžių X ir Y sumos X+Y ekscesas yra:

$$K_{X+Y} = \frac{1}{\sigma_{X+Y}^4}[\sigma_X^4 K_X + 4\sigma_X^3\sigma_Y K(X,X,X,Y) + 6\,\sigma_X^2{\sigma_Y}^2 K(X,X,Y,Y) + 4\sigma_X{\sigma_Y}^3 K(X,X,Y,Y) + \sigma_Y^4 K_Y] \quad \textbf{(1.19)}$$

kur K_X yra eksceso rodiklis ir σ_X yra X standartinis nuokrypis.

Tai reiškia, kad dviejų atsitiktinių kintamųjų suma gali turėti eksceso rodiklį nelygų 3, net jei abiejų kintamųjų ekscesas yra lygus 3.

Koekscesas tarp kintamųjų X ir Y nepriklauso nuo skalės, kurioje jie yra išreikšti. Jeigu analizuosime ryšį tarp X ir Y, tai koekscesas tarp X ir Y bus toks pat kaip ir koekscesas tarp $a + bX$ ir $c + dY$ kur a,b,c ir d yra konstantos [9].

Portfelio koekscesas

Koekscesą galime skaičiuoti pagal formulę:

$$k_p = wM_4(w^T \otimes w^T \otimes w^T) \quad \textbf{(1.20)}$$

kur

$$M_4 = E[(r-\mu)(r-\mu)^T \otimes (r-\mu)^T \otimes (r-\mu)^T] = \{b_{ijkl}\}, \qquad \textbf{(1.21)}$$

$$b_{ijkl} = E\left[(r_i-\mu_i)(r_j-\mu_j)(r_k-\mu_k)(r_l-\mu_l)\right], kur\ i,j,k,l = 1,\dots,N. \qquad \textbf{(1.22)}$$

Koeksceso M_4matrica (N, N^3) gali būti išreikšta N, B_{ijkl} matricomis (N,N), t.y:

$$M_4 = [B_{11kl}\, B_{12kl}\ \dots B_{1Nkl}\, |B_{21kl}\, B_{22kl}\ \dots\ B_{2Nkl}\, | \dots |B_{N1kl}\, B_{N2kl}\ \dots\ B_{NNkl}\,] \qquad \textbf{(1.23)}$$

kur $k, l = 1, \dots, N$. Atskiri matricos elementai gali būti gauti:

$$b_{ijkl} = \frac{1}{T-1}\sum_{i,j,k,l=1}^{N}\sum_{t=1}^{T-1}(K_{t,i}-\mu_i)(K_{t,j}-\mu_j)(K_{t,k}-\mu_k)(K_{t,l}-\mu_l) \qquad \textbf{(1.24)}$$

Koekscesas (*cokurotosis*)

Koeksceso rodiklis kaip ir koasimetrijos rodiklis yra matavimas kaip kartu kinta du atsitiktiniai dydžiai. Koeksceso rodiklis yra ketvirtas tarpusavio centrinis momentas. Jeigu du atsitiktiniai dydžiai pasireiškia aukštu koeksceso rodikliu, tai jie kartu yra linkę į ekstremalius teigiamus arba neigiamus nuokrypius [9].

Ekscesas yra specialus koeksceso atvejis, kai du atsitiktiniai dydžiai yra identiški:

$$K(X,X,X,X) = \frac{E[(X-E[X])^4]}{\sigma_X^4} = ekscesas\ [X], \qquad \textbf{(1.25)}$$

Dviejų atsitiktinių dydžių X ir Y sumos X+Y ekscesas yra:

$$K_{X+Y} = \frac{1}{\sigma_{X+Y}^4}[\sigma_X^3 K_X + 4\sigma_X^3\sigma_Y K(X,X,X,Y) + 6\ \sigma_X^3\sigma_Y{}^2 K(X,X,Y,Y) + 4\sigma_X\sigma_Y{}^3 K(X,X,Y,Y) + \sigma_Y^4 K_Y] \qquad \textbf{(1.26)}$$

kur K_X yra eksceso rodiklis ir σ_X yra X standartinis nuokrypis.

Tai reiškia, kad dviejų atsitiktinių kintamųjų suma gali turėti eksceso rodiklį nelygų 3, net jei abiejų kintamųjų ekscesas yra lygus 3.

Koekscesas tarp kintamųjų X ir Y nepriklauso nuo skalės, kurioje jie yra išreikšti. Jeigu analizuosime ryšį tarp X ir Y, tai koekscesas tarp X ir Y bus toks pat kaip ir koekscesas tarp $a + bX$ ir $c + dY$ kur a,b,c ir d yra konstantos [9].

Portfelio koekscesas

Koekscesą galime skaičiuoti pagal formulę:

$$k_p = wM_4(w^T \otimes w^T \otimes w^T) \qquad \textbf{(1.27)}$$

kur

$$M_4 = E[(r-\mu)(r-\mu)^T \otimes (r-\mu)^T \otimes (r-\mu)^T] = \{b_{ijkl}\}, \quad \textbf{(1.28)}$$

$$b_{ijkl} = E\left[(r_i-\mu_i)(r_j-\mu_j)(r_k-\mu_k)(r_l-\mu_l)\right], kur\ i,j,k,l = 1,\dots,N. \quad \textbf{(1.29)}$$

Koeksceso M_4 matrica (N, N^3) gali būti išreikšta N, B_{ijkl} matricomis (N,N), t. y:

$$M_4 = [B_{11kl}\, B_{12kl} \dots B_{1Nkl} \,|B_{21kl}\, B_{22kl} \dots B_{2Nkl}\,| \dots |B_{N1kl}\, B_{N2kl} \dots B_{NNkl}\,] \quad \textbf{(1.30)}$$

kur $k, l = 1, \dots, N$. Atskiri matricos elementai gali būti gauti:

$$b_{ijkl} = \frac{1}{T-1}\sum_{i,j,k,l=1}^{N}\sum_{t=1}^{T-1}(K_{t,i}-\mu_i)(K_{t,j}-\mu_j)(K_{t,k}-\mu_k)(K_{t,l}-\mu_l) \quad \textbf{(1.31)}$$

1.10 MATEMATINIŲ METODŲ IR PROGRAMINĖS ĮRANGOS PASIRINKIMO PAGRINDIMAS

Lietuvoje koasimetrijos ir koeksceso rodikliai žinomi mažai, nors užsienyje taikomi senai. Pabandysime sukurti portfelį ir apskaičiuoti šiuos rodiklius. Šiam darbui pasirinkome „Microsoft Excel“ ir „Matlab“ programinę įrangą. Naudojant „Matlab“ programą nesudėtinga apskaičiuoti koasimetrijos ir koeksceso rodiklius. „Microsoft Excel“ patogu naudoti, nes darbe atliekami skaičiavimai su dideliais duomenų masyvais. Vidurkiai, dispersijos, asimetrija, ekscesas ir kiti skaičiavimai atliekami su „Microsoft Excel“ programoje esančiomis funkcijomis, taip daug greičiau ir efektyviau atliekamas darbas. Dar vienas šios programos privalumas, pakeitus duomenis, visa kita informacija keičiasi automatiškai, papildomų veiksmų imtis nereikia.

1.11 PASIRINKTOS TEMOS IR UŽDAVINIŲ PAGRINDIMAS

Pasirinka tema aktuali dėl esamos situacijos rinkoje. Paskutinė pasaulį sukrėtusi finansinė krizė parodė, kad finansinėje sistemoje yra spragų, nes rizikos nėra efektyviai valdomos [20]. Tradiciniai rizikos matavimo rodikliai neužtikrina saugumo. Todėl kiekvieną dieną milijonai investuotojų sprendžia klausimą, kaip gauti didžiausią įmanomą pelną, prisiimant mažiausią riziką. Tai nuolatinių diskusijų ir naujų teorijų objektas. Todėl šiame darbe nagrinėsi netradicinius, mažai taikytus, koasimetrijos (*coskewness*) ir koeksceso (*cokurtosis*) rodiklius.

Koasimetrijos ir koeksceso rodikliai parodo kaip kartu kinta akcijos, todėl jie bus naudingi norit išrinkti geriausią portfelį suformuotą iš NASDAQ kotiruojamų akcijų. Naudojant „Matlab“ programinę įrangą nesudėtinga apskaičiuoti koasimetrijos ir koeksceso rodiklius, todėl darbe naudosime šią programą. Taip pat palyginimui kursime portfelius, kurie bus sudaryti pagal tradicinius rizikos vertinimo rodiklius. Patikrinsime, kurie portfeliai atneš didesnį pelną arba nuostolį. Palyginę gautus rezultatus išrinksime geriausią portfelį ir nustatysime, ar šiuo atveju taikyti koasimetrijos ir koeksceso rodikliai naudingi.

2 TIRIAMOJI DALIS IR REZULTATAI

Tiriamojoje dalyje pateikėme lenteles ir grafikus gautus tyrimo metu. Tyrimą atlikome naudodami „Microsoft Excel“ ir „Matlab“ programinę įrangą. Išskyrėme geriausius portfelius, pagal apskaičiuotus rodiklius. Tyrime naudojome NASDAQ kotiruojamų akcijų 2001 – 2016 metų istorinius duomenis. Išrinkome 13 akcijų, kurių vidutinė grąžos norma teigiama. Iš 13 akcijų išrinkome 5 akcijas pagal asimetrijos, eksceso ir Šarpo rodiklius ir kitas 5 akcijas pagal CVaR, pusiau dispersijos ir Šarpo rodiklius. Pagal tryliką atrinktų akcijų nubraižėme efektyvųjį portfelių kraštą. Kiekvieną portfelį sudarytą iš 5 akcijų atidėjome grafike, tikrinome, kokioje pozicijoje yra mūsų sukurti portfeliai. Sudarytiems portfeliams apskaičiavome tradicinius, koasimetrijos ir koeksceso rodiklius.

2.1 BENDRA INFORMACIJA APIE AKCIJAS

1 Lentelė. Kiekvienos akcijos rizikos vertė

	APG	HAE	IVL	PZV	RSU	SFG	TEL	UTR
VaR(95)	-2.82%	-3.39%	-3.57%	-2.78%	-2.69%	-5.19%	-1.92%	-4.43%
VaR(99)	-6.25%	-6.55%	-8.82%	-6.25%	-5.95%	-10.58%	-4.03%	-12.28%
VaR(99.9)	-12.00%	-13.22%	-14.91%	-13.33%	-11.11%	-15.00%	-12.28%	-35.40%

GRG	ŽMP	HAET	LNS	PTR
-3.13%	-3.51%	-3.41%	-6.67%	-3.33%
-7.89%	-7.64%	-6.55%	-12.35%	-7.21%
-14.29%	-14.49%	-13.22%	-20.55%	-14.38%

Lentelėje pateikti rizikos vertės rodikliai su skirtingais pasikliovimo lygmenimis. Esant tam tikram pasikliovimo lygmeniui (95 %, 99 % arba 99.9 %) bei normalioms rinkos sąlygoms, VaR parodo didžiausią laukiamą nuostolį. Kai pasikliovimo lygmuo 95% didžiausias numatomas nuostolis SFG akcijai. Kai 99 % didžiausias numatomas nuostolis LNS akcijai. Kai 99.9 % UTR akcijai [žr. 1 Lentelė].

2 Lentelė Kiekvienos akcijos sąlyginė rizikos vertė

	APG	HAE	IVL	PZV	RSU	SFG	TEL	UTR
CVaR(95)	1.47%	0.32%	2.36%	0.64%	0.12%	2.00%	0.08%	2.52%
CVaR(99)	7.34%	1.61%	11.80%	3.20%	0.61%	9.98%	0.42%	12.60%
CVaR(99.9)	73.39%	16.15%	117.98%	32.01%	6.08%	99.76%	4.23%	125.95%

GRG	ŽMP	HAET	LNS	PTR
1.85%	0.79%	0.22%	0.98%	1.18%
9.27%	3.93%	1.12%	4.88%	5.91%
92.69%	39.35%	11.19%	48.80%	59.10%

Lentelėje pateikti sąlyginiai rizikos vertės rodikliai su skirtingais pasikliovimo lygmenimis. Esant tam tikram pasikliovimo lygmeniui (95 %, 99 % arba 99.9 %) bei normalioms rinkos sąlygoms, CVaR apibūdina laukiamą sąlyginį nuostolį su sąlyga, kad šis nuostolis peržengs VaR ribą [žr. 2 Lentelė].

3 Lentelė. Kiekvienos akcijos grąžų vidurkiai ir pusiau dispersijos

	APG	HAE	IVL	PZV	RSU	SFG	TEL	UTR
Grąžų vidurkiai	0.000734	0.000161	0.001180	0.00032	0.000061	0.000998	0.000042	0.00126
Pusiau dispersija	0.00402	0.129453	0.120769	0.095438	0.120051	0.14933	0.081149	0.152995

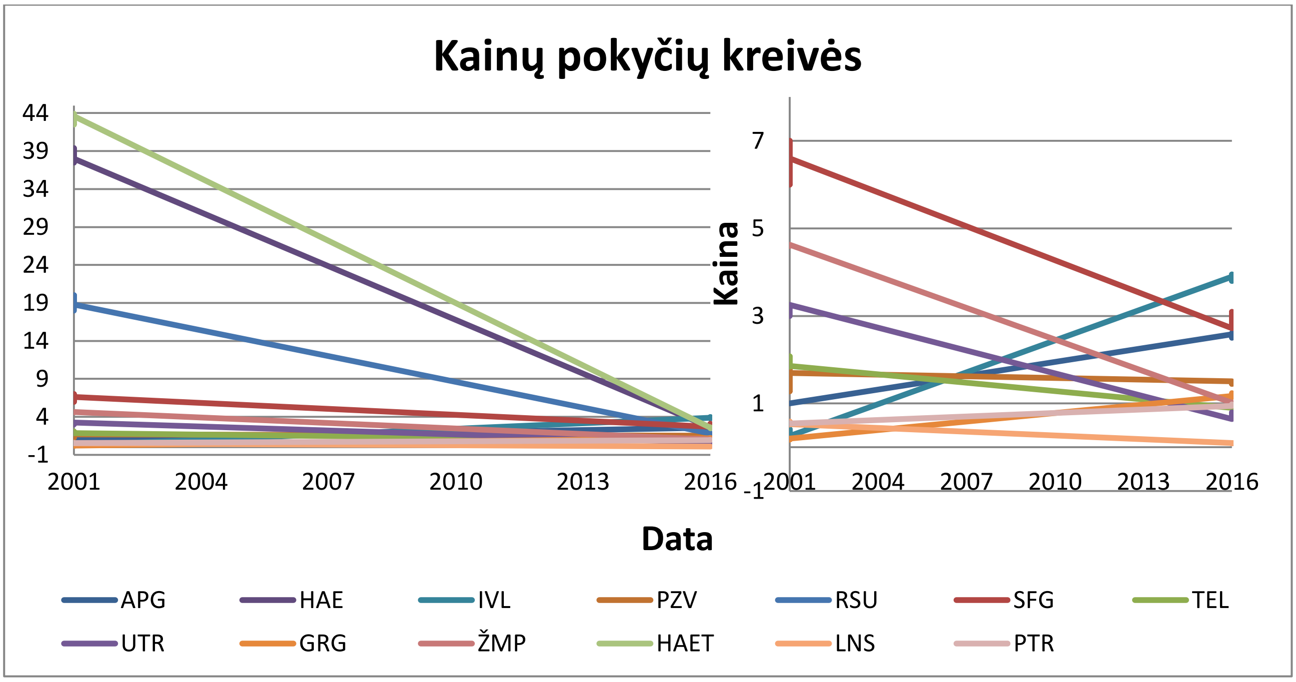
GRG	ŽMP	HAET	LNS	PTR
0.0009269	0.000393	0.000112	0.000488	0.000591
0.1128001	0.133337	0.129423	0.158863	0.108104

Lentelėje pateikti grąžų vidurkiai ir pusiau dispersijos rodikliai. Pusiau dispersija parodo vidutinį nuostolį, kurį portfelis gali patirti. Tai yra standartinis nuokrypis, kai grąža mažesnė už vidurkį. Matome, kad didžiausią nuostolį gausime investavę į LNS akcijas [žr. 3 Lentelė].

4 Lentelė. 13 akcijų iš NASDAQ

APG	Apranga
HAE	Harju Elekter
IVL	Invalda IVL
PZV	Pieno žvaigždės
RSU	Rokiškio sūris
SFG	Silvano Fashion Group
TEL	Telia Lietuva
UTR	Utenos trikotažas
GRG	Grigeo Grigiškės
ŽMP	Žemaitijos pienas
HAET	Harju Elekter T
LNS	Linas
PTR	Panevėžio statybos trestas

4 Lentelėje pateikėme 13 akcijų, jos atrinktos iš NASDAQ kotiruojamų akcijų, kurių 2001-2016 metų vidutinės grąžos buvo teigiamos.



7 pav. Akcijų kainų pokyčių kreivės

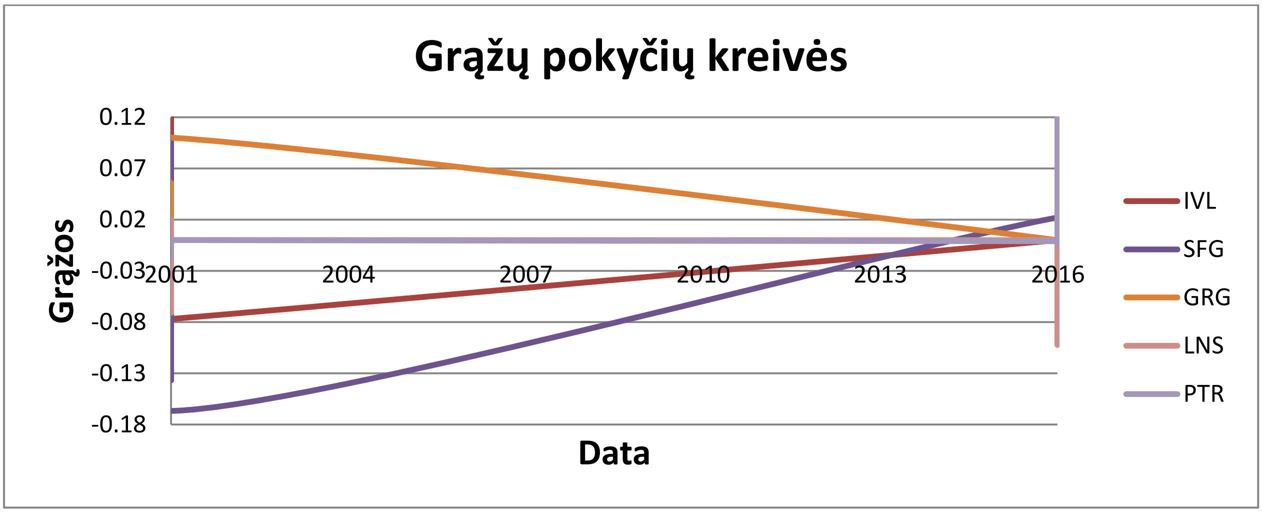
Grafike pavaizduotos atrinktų akcijų kainų pokyčių kreivės 2001 – 2016 metų laikotarpiu. Dešinėje pusėje matome priartintą vaizdą akcijų, kurių kaina mažesnė nei septyni eurai. Labiausiai krito HAET, HAE ir RSU akcijų kainos. Daugiausiai kilo IVL ir APG akcijų kainos [žr. 7 pav.].

2.2 INVESTICINIS PORTFELIS SUDARYTAS ATSIŽVENGIANT Į KOASIMETRIJOS IR KOEKSCESO RODIKLIUS

5 Lentelė. Akcijų atrinkimas pirmu metodu

Akcijos	Koasimetrija/ Asimetrija	Koekscesas/ Ekscesas	Šarpo rodiklis	Asimetrijos rangas	Eksceso rangas	Šarpo rodiklio rangas	SUMA
APG	-10.195392	291.523451	0.027739	9	7	3	19
HAF	-11.465941	350.654171	0.005584	11	8	10	29
IVL	-2.955338	81.172741	0.039004	4	2	1	7
PZV	-6.738853	236.931994	0.013942	7	5	7	19
RSU	-15.487054	507.963916	0.002357	13	10	12	35
SFG	12.029082	580.691984	0.021723	2	12	4	18
TEL	-11.257168	540.838540	0.002251	10	11	13	34
UTR	42.058383	2317.082549	0.015149	1	13	6	20
GRG	-5.189855	137.468478	0.034204	6	4	2	12
ŽMP	-9.347035	266.699583	0.012948	8	6	8	22
HAE	-11.491517	351.663143	0.003871	12	9	11	32
LNS	-0.255859	31.538865	0.011612	3	1	9	13
PTR	-3.951076	128.606562	0.021578	5	3	5	13

Lentelėje matome akcijų rangavimą. Pirmi rodikliai, pagal kuriuos rangavome akcijas: asimetrija, ekscesas ir Šarpo rodiklis. Susumavus rezultatus paaiškėjo, kad IVL akcija geriausia, antroje vietoje GRG. Taigi išrinkome penkias akcijas, kurių suma mažiausia (žr. 5 Lentelė).



8 pav. Akcijų grąžų pokyčių kreivės

Pirmi trys portfeliai sudaryti iš IVL, SFG, GRG, LNS, PTR akcijų. Išrangavus tryliką atrinktų NASDAQ kotiruojamų akcijų pagal asimetrijos, eksceso ir Šarpo rodiklius, šios akcijos buvo geriausios. Labiausiai sumažėjo GRG akcijų grąžos, LSN ir PTR beveik nepakito, IVL akcijų grąžos augo, o SFG akcijų grąžos augo sparčiausiai [žr. 8 pav.].

6 Lentelė. 1 portfelio rodikliai

1 portfelis iš 5 akcijų su vienodais svoriais	
Grąža	20.92%
STD	25.30%
Šarpo rodiklis	0.826787

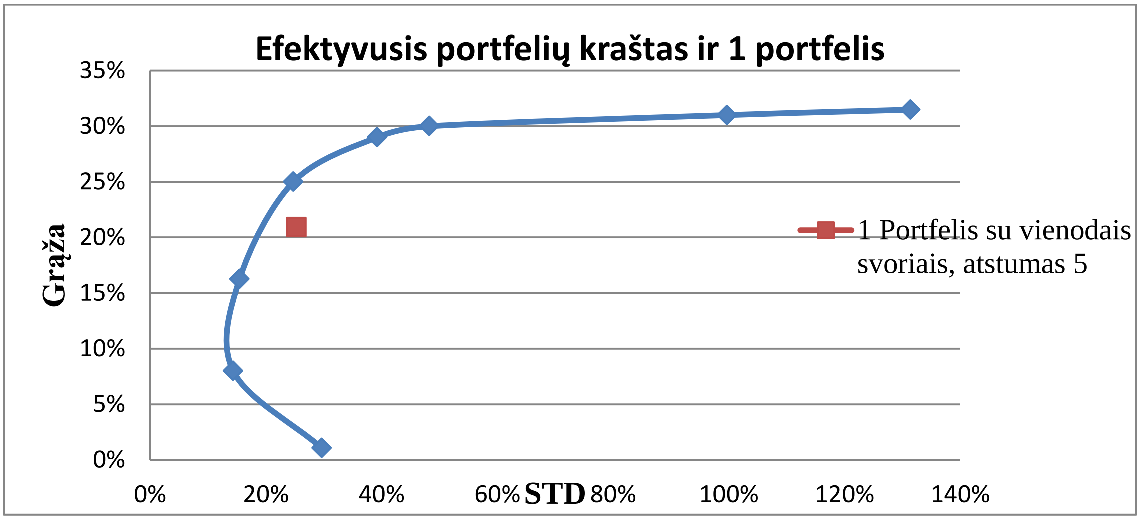
7 Lentelė. 2 portfelio rodikliai

2 portfelis iš 5 akcijų, kai grąža 17%	
Grąža	17.00%
STD	27.44%
Šarpo rodiklis	0.619434

8 Lentelė. 3 portfelio rodikliai

3 portfelis iš 5 akcijų, kai grąža 20%	
Grąža	20.00%
STD	23.28%
Šarpo rodiklis	0.858938

Šiose lentelėse pateikti portfeliai, kurie atrinkti vertinant asimetrijos ir eksceso rodiklius. Pirmas portfelis sudarytas su vienodais svoriais, nenurodant laukiamos grąžos, t. y. po 20 % kiekvienos akcijos įtraukiame į portfelį. Galime pastebėti, kad lyginat šiuos tris portfelius, pirmas portfelis pagal grąžą yra geriausias. Antras portfelis sudarytas taip, kad grąža būtų 17 %, tuomet Markovitco metodu nustatomi svoriai. Matome, kad antras portfelis, lyginant šiuos portfelius yra rizikingiausiai, nes standartinis nuokrypis yra didžiausias. Trečias portfelis sudarytas taip pat kaip ir antras, tik laukiama grąža 20%. Svoriai nustatomi Markovitco metodu. Pagal pateiktus duomenis galime daryti išvadą, kad šis portfelis mažiausiai rizikingas, nes standartinis nuokrypis yra mažiausias [žr. 7,8,9 Lenteles]. Šarpo rodiklis apibendrina grąžos ir standartinio nuokrypio santykį. Pagal jį geriausias yra trečias portfelis. Kuo Šarpo rodiklis didesnis tuo geriau.



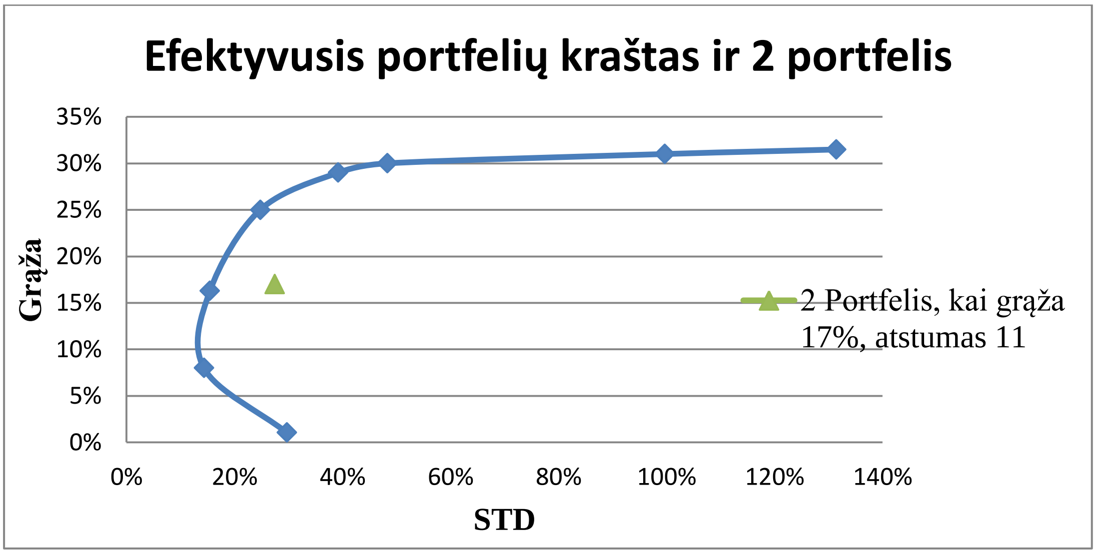
9 pav. Efektyvusis portfelių kraštas ir 1 portfelis

Grafike matome efektyvųjį portfelių kraštą ir pirmo portfelio poziciją, nuo efektyviojo portfelių krašto pirmas portfelis nutolęs 5 % [žr. 9 pav.].

9 Lentelė. 2 portfelio svoriai

IVL	SFG	GRG	LNS	PTR
3%	6%	21%	23%	47%

Lentelėje matome antrojo portfelio svorius. Šie svoriai gauti Markovitco metodu, nustatyta laukiama grąža 17 % [žr. 9 lentelė].



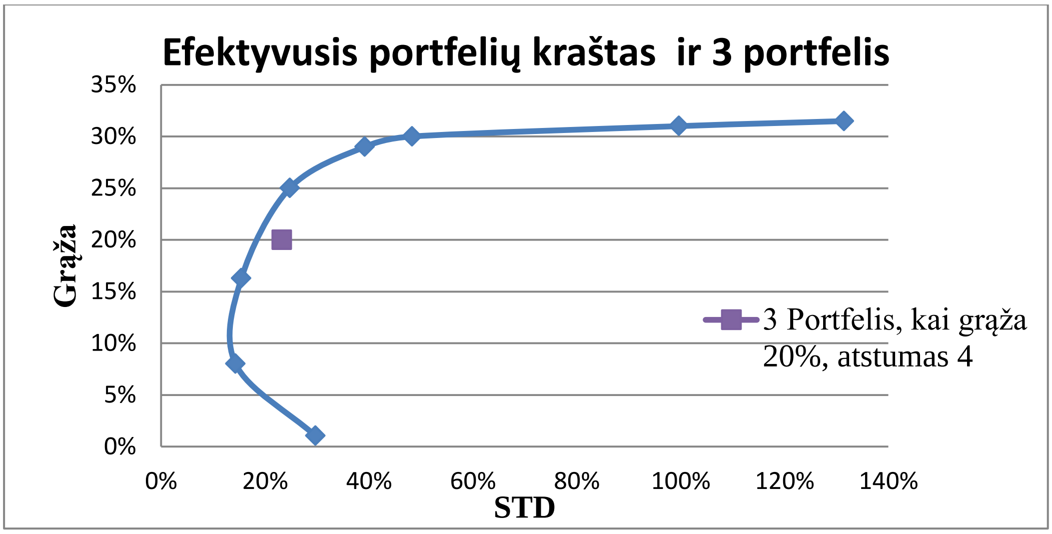
10 pav. Efektyvusis portfelių kraštas ir 2 portfelis

Grafike matome efektyvųjį portfelių kraštą ir antro portfelio poziciją, nuo efektyviojo portfelių krašto antras portfelis nutolęs 11 % [žr. 10 pav.].

10 Lentelė. 3 portfelio svoriai

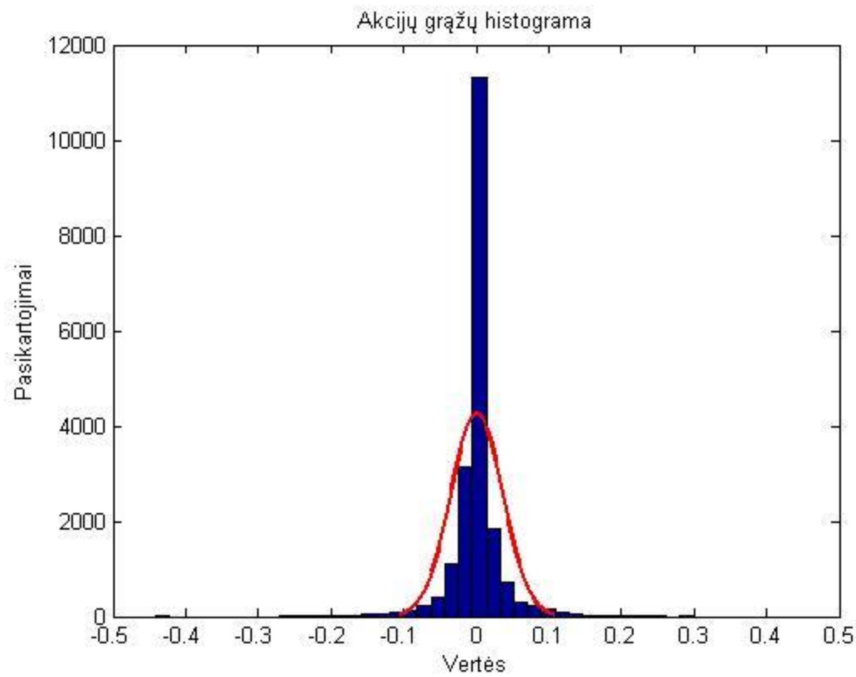
IVL	SFG	GRG	LNS	PTR
18%	8%	26%	15%	33%

Lentelėje matome trečiojo portfelio svorius. Šie svoriai gauti Markovitco metodu, nustatyta laukiama grąža 20 %. Daugiausiai, net trečdalį investicijų, investuosime į PTR akcijas, mažiausiai – 8 % į SFG akcijas [žr. 10 lentelė].



11 pav. Efektyvusis portfelių kraštas ir 3 portfelis

Šiame grafike matome efektyvųjį portfelių kraštą ir trečio portfelio poziciją. Portfelis yra 4 % nuo efektyviojo portfelių krašto, tai rodo, kad portfelis arti optimalumo ribos [žr. 11 pav.].



12 pav. Pirmu metodu atrinktų akcijų grąžų histograma

Paveiksle pateikta pagal Šarpo, asimetrijos ir eksceso rodiklius atrinktų akcijų grąžų histograma. Matome, kad dominuoja teigiamos grąžos, t. y. „uodega“ dešinėje pusėje [žr. 12 pav.].

Rezultatai optimizuojant koasimetrijos ir koeksceso rodiklius:

11 Lentelė. 7 portfelio rodikliai

Laukiama grąža 17 %, akcijos atrinktos 1 būdu (7 portfelis)	
Koasimetrija	-0.00807
Koekscesas	0.000446
Grąža	17.00%
STD	42.06%
Šarpo rodiklis	0.404201

12 Lentelė. 8 portfelio rodikliai

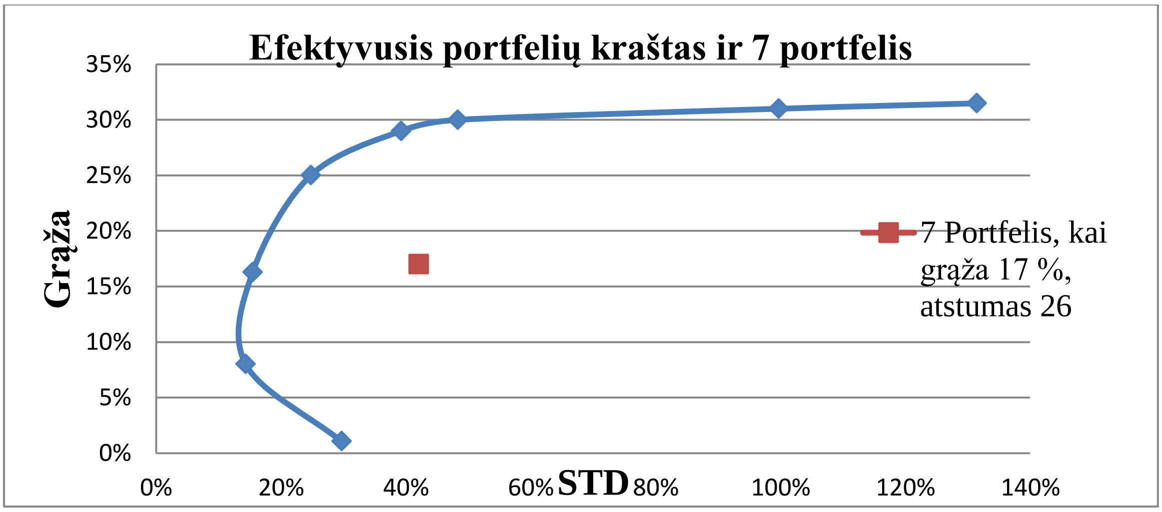
Laukiama grąža 20 %, akcijos atrinktos 2 būdu (8 portfelis)	
Koasimetrija	-0.0148
Koekscesas	0.001178
Grąža	20.00%
STD	36.37%
Šarpo rodiklis	0.549961

Lentelėse pateikti portfeliai, kurių akcijos atrinktos vertinant asimetrijos ir eksceso rodiklius. Septintas portfelis sudarytas optimizuojant netradicinius rizikos vertinimo rodiklius, laukiama grąža 17 %. Aštuntas portfelis sudarytas taip pat, tačiau laukiama grąža 20 %. Galime pastebėti, kad lyginat šiuos portfelius, Aštuntas portfelis geresnis, nes Šarpo rodiklis didesnis [žr. 11, 12 lenteles].

13 Lentelė. 7 portfelio svoriai

IVL	SFG	GRG	LNS	PTR
0%	0%	44%	56%	0%

Lentelėje matome septinto portfelio svorius. Šie svoriai gauti optimizuojant netradicinius rizikos vertinimo rodiklius koasimetriją ir koekscesą, nustatyta laukiama grąža 17 % [žr. 13 Lentelė].



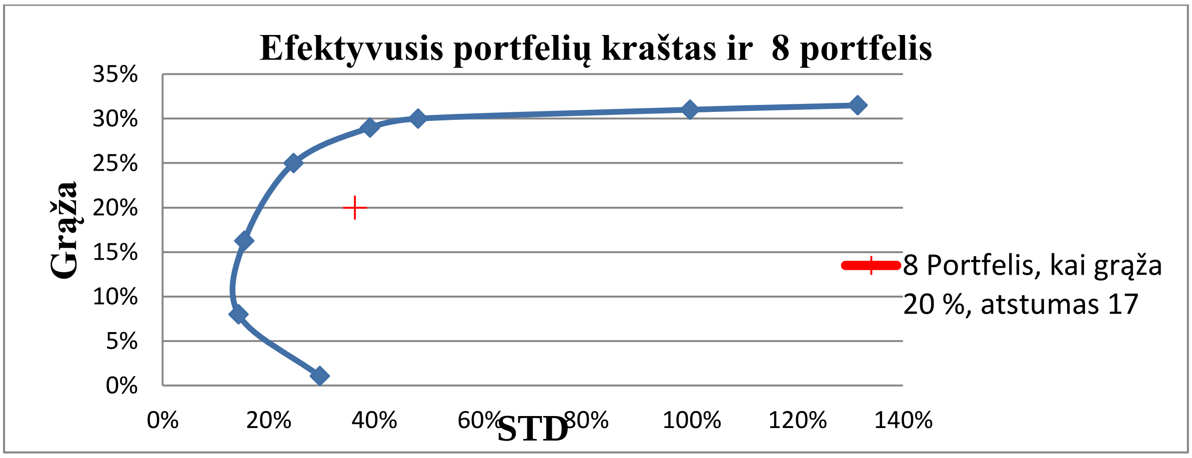
13 pav. Efektyvusis portfelių kraštas ir 7 portfelis

Grafike matome efektyvųjį portfelių kraštą ir septinto portfelio poziciją. Portfelis nutolęs 26 % nuo efektyviojo portfelių krašto [žr. 13 pav.].

14 Lentelė. 8 portfelio svoriai

IVL	SFG	GRG	LNS	PTR
0	0	71 %	29 %	0

Lentelėje matome aštunto portfelio svorius. Šie svoriai gauti optimizuojant netradicinius rizikos vertinimo rodiklius koasimetriją ir koekscesą, nustatyta laukiama grąža 20 % [žr. 14 lentelė].



14 pav. Efektyvusis portfelių kraštas ir 8 portfelis

Grafike matome efektyvųjį portfelių kraštą ir aštunto portfelio poziciją. Portfelis nutolęs 17 % nuo efektyviojo portfelių krašto [žr. 14 pav.].

15 Lentelė. 9 portfelio rodikliai

Laukiama grąža 17 %, akcijos atrinktos 2 būdu (9 portfelis)	
Koasimetrija	-0.0169
Koekscesas	0.0003
Grąža	17%
STD	32%
Šarpo rodiklis	0.5349

16 Lentelė. 10 portfelio rodikliai

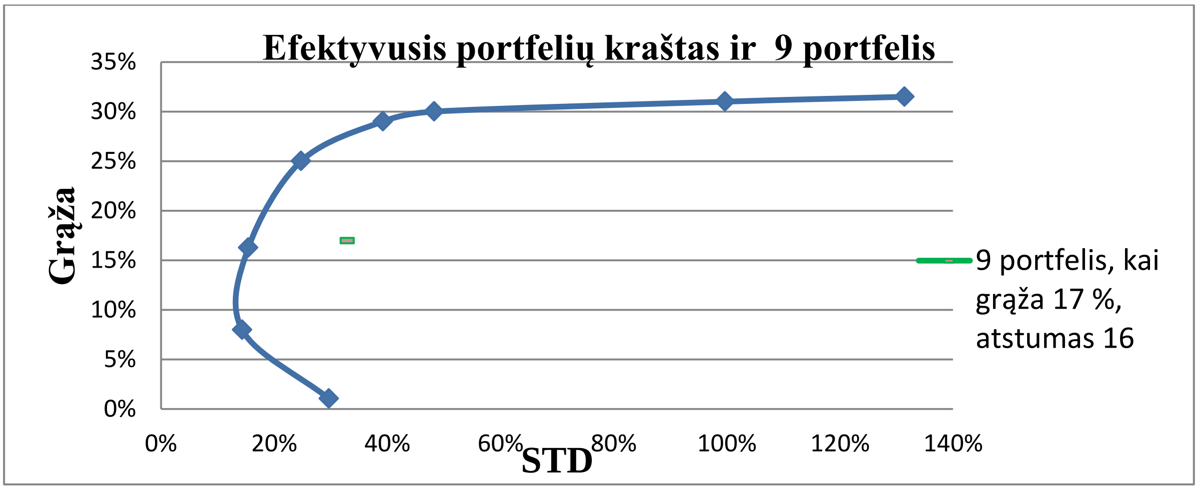
Laukiama grąža 20 %, akcijos atrinktos 2 būdu (10 portfelis)	
Koasimetrija	-0.0206
Koekscesas	0.0001
Grąža	20%
STD	37%
Šarpo rodiklis	0.5406

Lentelėse pateikti portfeliai, kurių akcijos atrinktos vertinant tradicinius rizikos vertinimo rodiklius, t y. CVaR, pusiau dispersiją ir Šarpo rodiklį. Devintas portfelis sudarytas optimizuojant netradicinius rizikos vertinimo rodiklius, laukiama grąža 17 %. Aštuntas portfelis sudarytas taip pat, tačiau laukiama grąža 20 %. Galime pastebėti, kad lyginat šiuos portfelius, dešimtas portfelis geresnis, nes Šarpo rodiklis šiek tiek didesnis [žr. 15, 16 Lenteles].

17 Lentelė. 9 portfelio svoriai

APG	PZV	TEL	GRG	PTR
0%	0%	28%	72%	0%

Lentelėje matome devinto portfelio svorius. Šie svoriai gauti optimizuojant netradicinius rizikos vertinimo rodiklius koasimetriją ir koekscesą, nustatyta laukiama grąža 17 % [žr. 17 Lentelė].



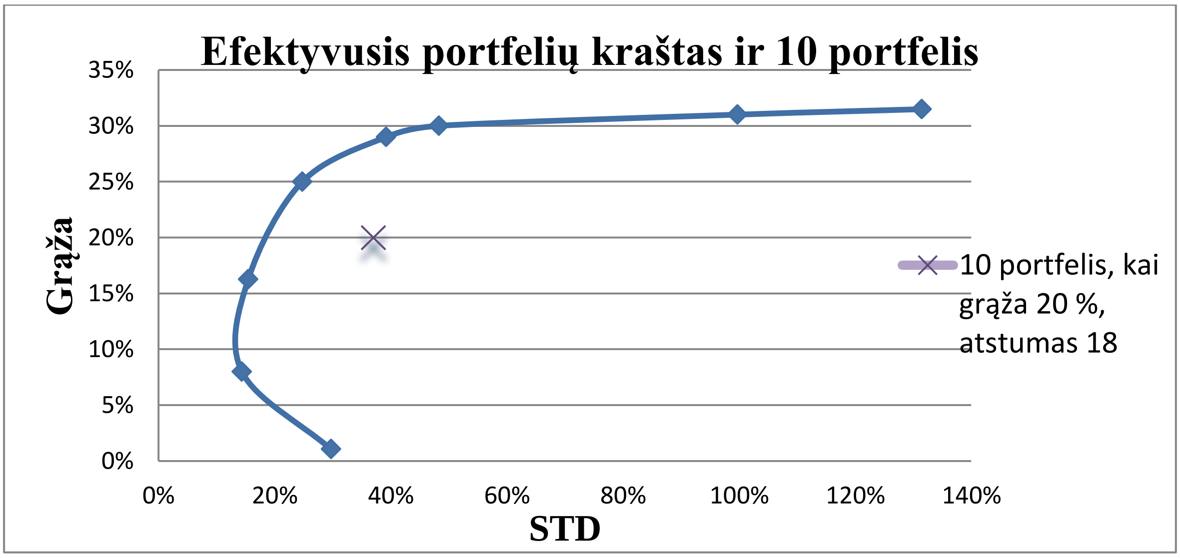
15 pav. Efektyvusis portfelių kraštas ir 9 portfelis

Grafike matome efektyvųjį portfelių kraštą ir devinto portfelio poziciją. Portfelis nuo efektyviojo portfelių krašto nutolęs 16% [žr. 15 pav.].

18 Lentelė. 10 portfelio svoriai

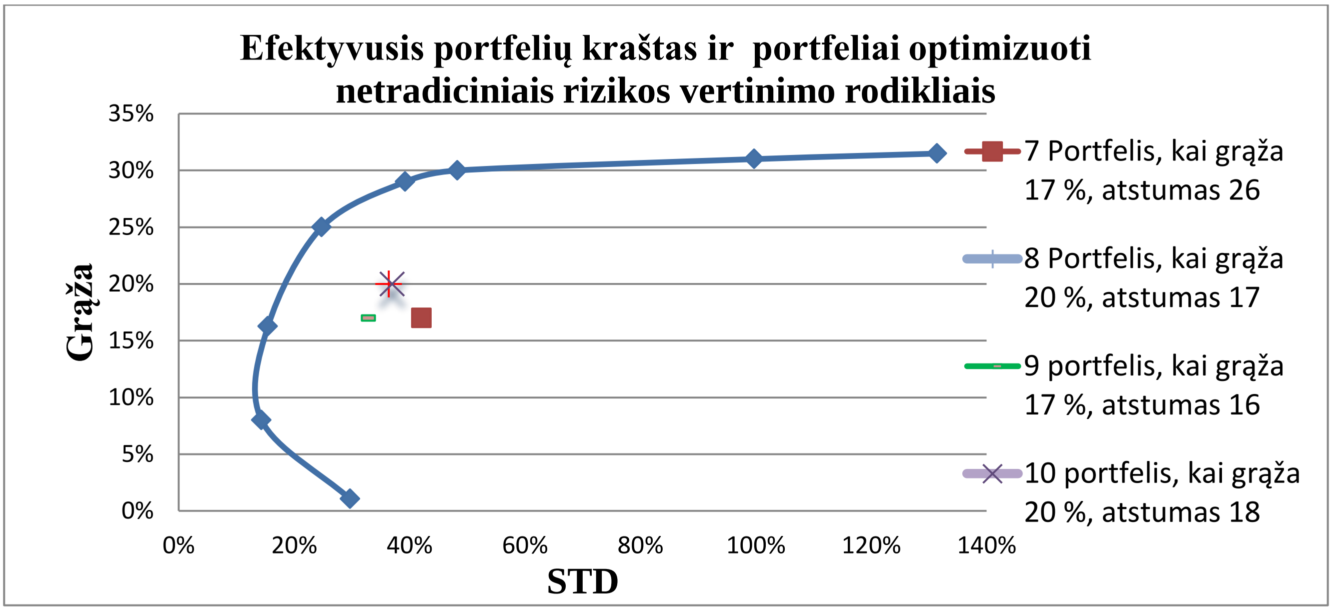
APG	PZV	TEL	GRG	PTR
0%	0%	14%	86%	0%

Lentelėje matome dešimto portfelio svorius. Šie svoriai gauti optimizuojant netradicinius rizikos vertinimo rodiklius koasimetriją ir koekscesą, nustatyta laukiama grąža 20 % [žr. 18 Lentelė].



16 pav. Efektyvusis portfelių kraštas ir 10 portfelis

Grafike matome efektyvųjį portfelių kraštą ir dešimto portfelio poziciją. Portfelis nutolęs 18 % nuo efektyviojo portfelių krašto [žr. 16 pav.].



17 pav. Efektyvusis portfelių kraštas ir portfeliai sudaryti optimizuojant netradicinius rizikos vertinimo rodiklius

Grafike matome efektyvųjį portfelių kraštą ir portfelius sudarytus optimizuojant netradicinius rizikos vertinimo rodiklius koasimetriją ir koekscesą. Devintas portfelis arčiausiai efektyviojo portfelių krašto, todėl jis geriausias [žr. 17 pav.].

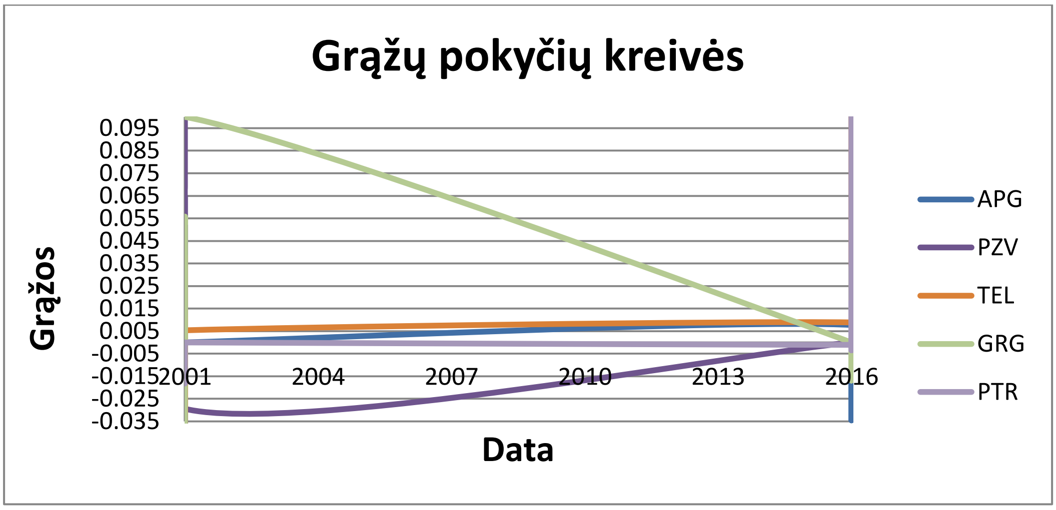
2.3 PALYGINIMUI SUKURTI INVESTICINIAI PORTFELIAI

19 Lentelė. Akcijų atrinkimas antru metodu

Akcijos	CVaR rodiklis	Pusiau dispersijos rodiklis	Šarpo rodiklis	CVaR rangas	Pusiau dispersijos rangas	Šarpo rodiklio rangas	SUMA
APG	0.014678	0.004020	0.027739	9	1	3	13
HAF	0.003229	0.129453	0.005584	4	9	10	23
IVL	0.023596	0.120769	0.039004	12	7	1	20
PZV	0.006401	0.095438	0.013942	5	3	7	15
RSU	0.001216	0.120051	0.002357	2	6	12	20
SFG	0.019952	0.149330	0.021723	11	11	4	26
TEL	0.000846	0.081149	0.002251	1	2	13	16
UTR	0.025190	0.152995	0.015149	13	12	6	31
GRG	0.018538	0.112800	0.034204	10	5	2	17
ŽMP	0.007869	0.133337	0.012948	6	10	8	24
HAE	0.002237	0.129423	0.003871	3	8	11	22
LNS	0.009761	0.158863	0.011612	7	13	9	29
PTR	0.011819	0.108104	0.021578	8	4	5	17

Lentelėje matome akcijų rangavimą. Antri rodikliai, pagal kuriuos rangavome akcijas: CVaR, pusiau dispersija ir Šarpo rodiklis. Susumavus rezultatus paaiškėjo, kad APG akcija geriausia, antroje vietoje PZV. Taigi išrinkome penkias akcijas, kurių suma mažiausia [žr. 19 Lentelė].

Ketvirtas, penktas ir šeštas portfeliai sudaryti iš APG, PZV, TEL, GRG, PTR akcijų. Išrangavus tryliką atrinktų NASDAQ kotiruojamų akcijų pagal CVaR, pusiau dispersijos ir Šarpo rodiklius, šios akcijos buvo geriausios.



18 pav. Grąžų pokyčių kreivė

Grafike pavaizduotos 4–6 portfelių akcijų grąžų pokyčių kreivės. Labiausiai sumažėjo GRG akcijų grąža. TEL, APG ir PTR kito nežymiai. Labiausiai išaugo PZV akcijų grąža [žr. 18 pav.].

20 Lentelė. 4 portfelio rodikliai

4 portfelis iš 5 akcijų su vienodais svoriais	
Grąža	13.07%
STD	18.02%
Šarpo rodiklis	0.725132

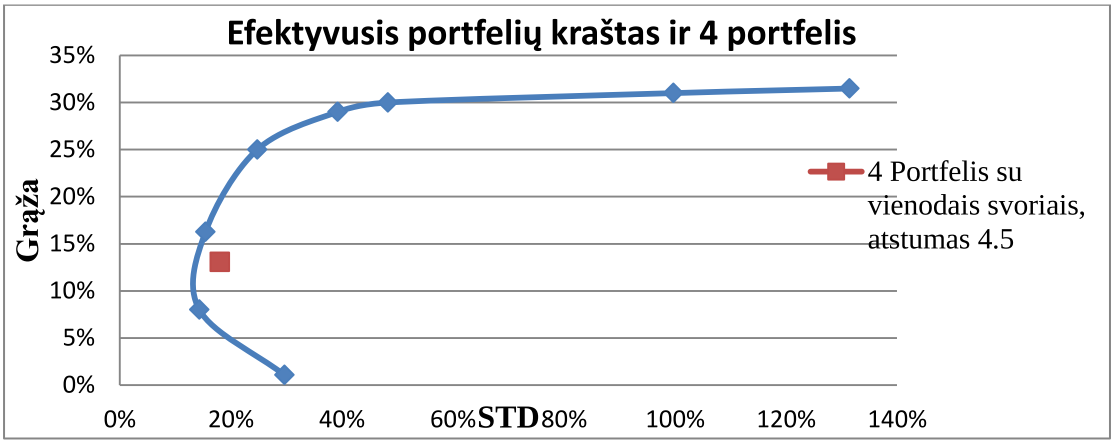
21 Lentelė. 5 portfelio rodikliai

5 portfelis iš 5 akcijų, kai grąža 17%	
Grąža	17.00%
STD	21.50%
Šarpo rodiklis	0.790672

22 Lentelė. 6 portfelio rodikliai

6 portfelis iš 5 akcijų, kai grąža 20%	
Grąža	20.00%
STD	26.50%
Šarpo rodiklis	0.754638

Šiose lentelėse pateikti tradiciniai portfelių vertinimo rodikliai [žr. 20,21,22 Lentelė], pačios akcijos atrinktos taip pat vertinant tradicinius rizikos vertinimo rodiklius, t. y. CVaR, pusiau dispersijos ir Šarpo rodiklius. Ketvirtas portfelis sudarytas su vienodais svoriais, nenurodant laukiamos grąžos t. y. po 20 % kiekvienos akcijos įtraukiame į portfelį. Galime pastebėti, kad lyginat šiuos tris portfelius, ketvirtas portfelio grąža mažiausia. Penktas portfelis sudarytas taip, kad laukiama grąža būtų 17%, tuomet Markovitco metodu nustatomi svoriai. Šeštas portfelis sudarytas taip pat kaip ir penktas, tik laukiama grąža 20%. Svoriai nustatomi Markovitco metodu. Pagal pateiktus duomenis galime daryti išvadą, kad šis portfelis rizikingiausias, nes standartinis nuokrypis yra didžiausias. Pagal Šarpo rodiklį geriausias portfelis yra penktas. Tai reiškia, kad į akcijas investuojant 27%, 17%, 3%, 33%, 20% atitinkamai, gausime didžiausią pelną su mažiausia rizika, t. y. penktas portfelis optimalus lyginant šiuos tris portfelius.



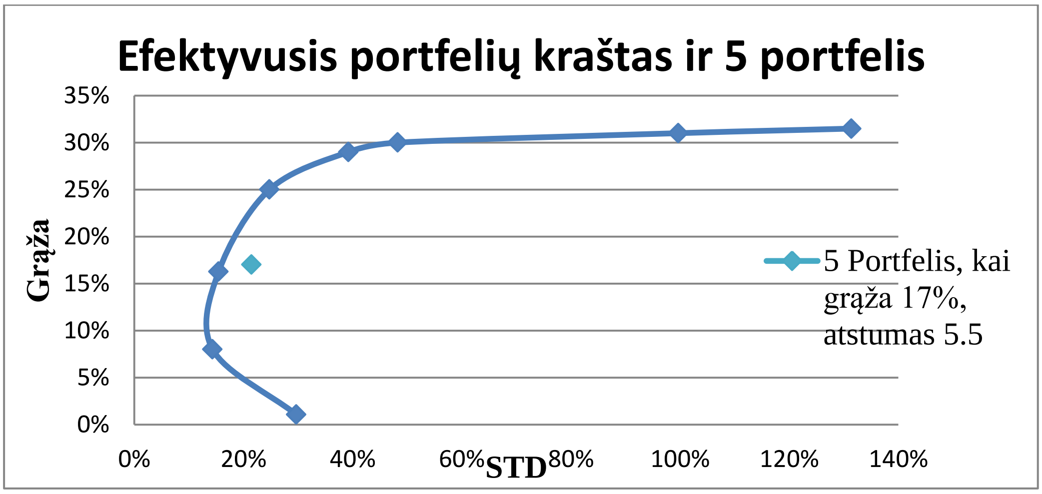
19 pav. Efektyvusis portfelių kraštas ir 4 portfelis

Grafike matome efektyvųjį portfelių kraštą ir 4 portfelio poziciją. Portfelis nutolęs 4.5 % nuo efektyviojo portfelių krašto [žr.19 pav.].

23 Lentelė. 5 portfelio svoriai

APG	PZV	TEL	GRG	PTR
27%	17%	3%	33%	20%

Lentelėje matome penkto portfelio svorius. Šie svoriai gauti Markovitco metodu, nustatyta laukiama grąža 17 %. Daugiausia (33 %) investuosime į LNS akciją, mažiausiai (3%) į GRG akciją [žr. 23 Lentelė].



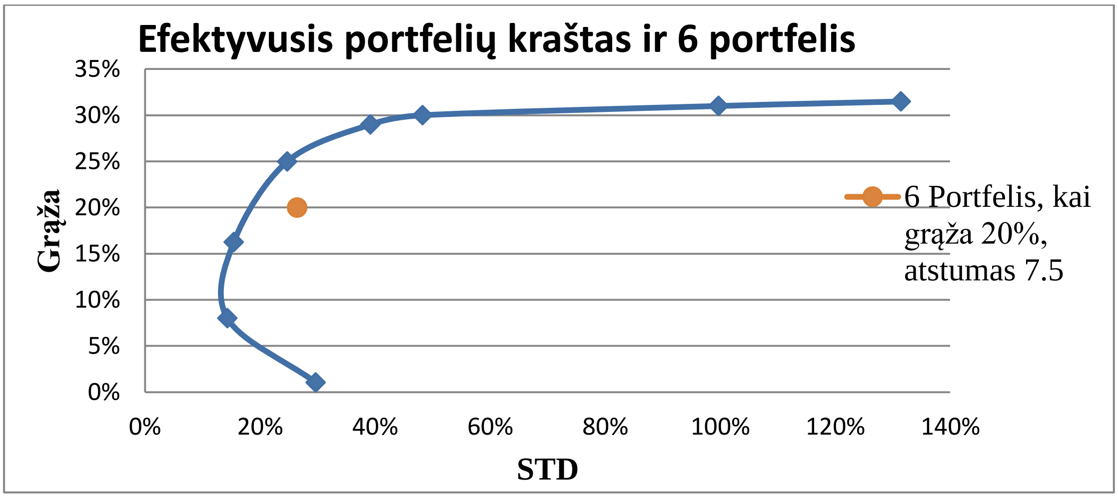
20 pav. Efektyvusis portfelių kraštas ir 5 portfelis

Grafike matome efektyvųjį portfelių kraštą ir penkto portfelio poziciją [žr. 20 pav.].

24 Lentelė. 6 portfelio svoriai

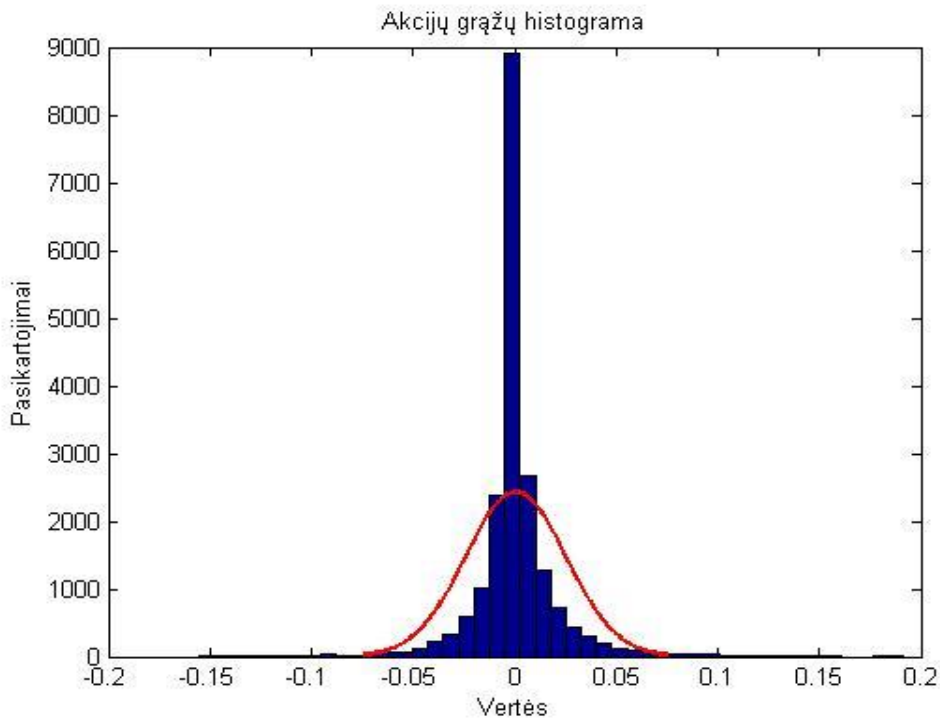
APG	PZV	TEL	GRG	PTR
33%	0%	0%	48%	19%

Lentelėje matome šešto portfelio svorius. Šie svoriai gauti Markovitco metodu, nustatyta laukiama grąža 20 %. Daugiausiai, beveik puse savo investicijų, skirsime LNS akcijoms. Tačiau į SFG ir GRG akcijas neinvestuosime [žr. 24 Lentelė].



21 pav. Efektyvusis portfelių kraštas ir 6 portfelis

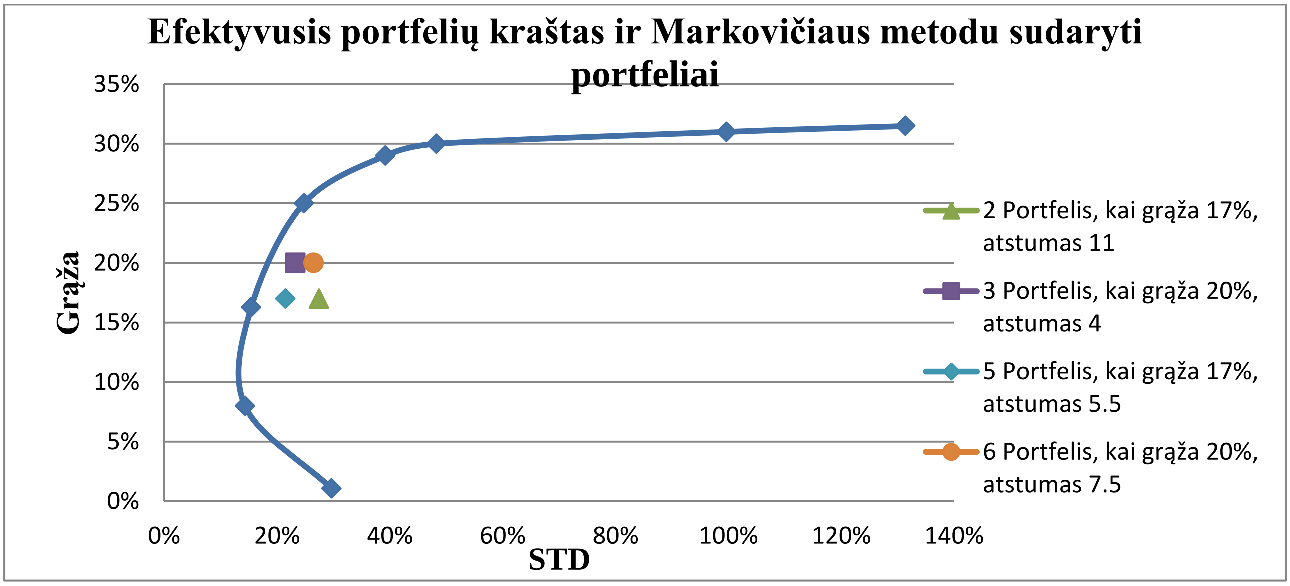
Grafike matome efektyvųjį portfelių kraštą ir šešto portfelio poziciją. Portfelis 7.5 % nutolęs nuo efektyviojo portfelių krašto [žr. 21 pav.].



22 pav. Antru būdu atrinktų akcijų grąžų histograma

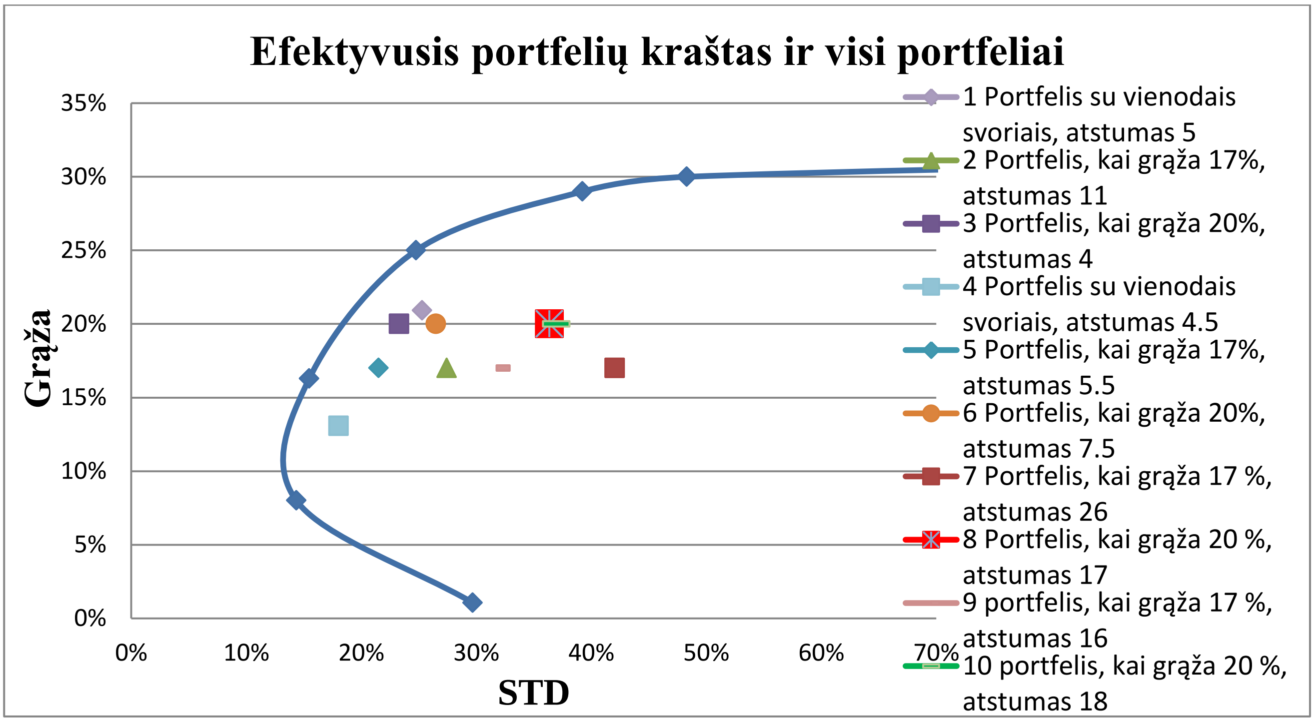
Paveiksle pateikta, pagal Šarpo, CVaR ir pusiau dispersijos rodiklius, atrinktų akcijų grąžų histograma. Matome, kad dominuoja teigiamos grąžos, t. y. „uodega“ dešinėje pusėje [žr. 22 pav.].

2.4 BENDRA ANALIZĖ



23 pav. Efektyvusis portfelių kraštas ir Markovitco metodu sudaryti portfeliai

Grafike matome efektyvųjį portfelių kraštą ir visus keturis Markovitco metodu sudarytus portfelius. Kuris iš šių portfelių geriausias pasakyti sunku, nes kiekvieno investuotojo požiūris į riziką skiriasi. Tačiau arčiausiai efektyviojo portfelių krašto yra trečias portfelis [žr. 23 pav.]. Šis portfelis atrinktas naudojant asimetrijos ir eksceso rodiklius.



24 pav. Efektyvusis portfelių kraštas ir visi portfeliai

Grafike matome efektyvųjį portfelių kraštą ir visus sudarytus portfelius. Trečias portfelis yra arčiausiai efektyviojo portfelių krašto, todėl galime daryti išvadą, kad jis naudingiausias [žr. 24 pav.]. Šio portfelio akcijas atrinkome ranguojant asimetrijos, eksceso ir Šarpo rodiklius, svorius nustatėme Markovitco metodu.

25 Lentelė. Portfelių rodikliai

Portfeliai	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Grąža	0.20916	0.16998	0.20035	0.13071	0.16948	0.19985	0.17000	0.20000	0.17000	0.20000
Standratinis nuokr.	0.25298	0.27512	0.23243	0.18025	0.21504	0.26405	0.42058	0.36366	0.31781	0.36999
Šarpo rodiklis	0.82679	0.61783	0.86197	0.72513	0.78813	0.75685	0.40420	0.54996	0.53491	0.54056
Koasimetrija	0.00197	-0.00227	-0.00122	-0.00119	-0.00239	-0.00515	-0.00807	-0.01480	-0.01693	-0.02058
Koekscesas	0.00134	0.00098	0.00038	0.00020	0.00053	0.00164	0.00045	0.00118	0.00031	0.00008

Lentelėje pateikti portfelių rodikliai. Matome, kad pelningiausias yra pirmas portfelis. Rizikingiausias, vertinant standartinį nuokrypį, yra septintas portfelis. Pagal Šarpo rodiklį geriausias trečias portfelis, blogiausias – septintas portfelis. Tik vienas iš portfelių turi teigiamą koasimetrijos rodiklį, pirmas portfelis. Vertinant tik koasimetrijos rodiklį, šis portfelis yra geriausias. Visos koeksceso rodiklio reikšmės teigiamos, geriausias portfelis tas, kurio koeksceso rodiklis mažiausias, t. y. dešimtas portfelis. Vertinat koasimetrijos ir koeksceso rodiklius kartu, geriausias portfelis tas, kurio koasimetrija ir koekscesas didžiausi. Tai reiškia, kad esant didelėms grąžoms, pasireiškia dideli šuoliai rinkoje, dėl to gaunamas didelis pelnas. Pagal šiuos du rodiklius geriausias yra pirmas portfelis. Jis sudarytas lygiais svoriais, t. y. į kiekvieną akciją investuojama po 20 % investicijų.

Patikrinimui panaudojome 2017.01.01 – 2017.05.15 atrinktų akcijų istorinius duomenis. Apskaičiavome rodiklius, naudodami prieš tai apskaičiuotus svorius.

26 Lentelė. Portfeliai sudaryti naudojant 2017 metų duomenis, pirmu būdu atrinktos akcijos

	1 portfelis	2 portfelis	3 portfelis	7 portfelis	8 portfelis
Grąžos vidurkis	0.0091320	0.0081807	0.0106851	-0.0154884	-0.0188658
STD	0.0410792	0.0503905	0.0388883	0.0865402	0.0547723
Šarpo rodiklis	0.2223023	0.1623462	0.2747639	-0.1789735	-0.3444408
Koasimetrija	0.0000072	0.0000054	0.0000039	0.0000243	0.0000048
Koekscesas	0.0000006	0.0000013	0.0000003	0.0000220	0.0000023

26 Lentelėje pateiktų portfelių akcijos atrinktos pagal asimetrijos, eksceso ir Šarpo rodiklius. Pirmas portfelis sudarytas naudojant vienodus svorius. Antras, trečias portfeliai sudaryti naudojant svorius parinktus Markovitco metodu. Septintas ir aštuntas portfeliai sudaryti naudojant svorius parinktus optimizuojant koasimetrijos ir koeksceso rodiklius.

Pagal Šarpo rodiklį geriausias yra trečias portfelis. Vertinant tik koasimetrijos rodiklį, naudingiausias yra septintas portfelis. Atsižvelgiant tik į koeksceso rodiklį, geriausias yra trečias portfelis [žr. 26 Lentelė]. Vertinant koasimetrijos ir koeksceso rodiklius kartu, geriausias yra septintas portfelis, nes kuo didesni koasimetrija ir koekscesas kartu, tuo didesnis pelnas.

27 Lentelė. Portfeliai sudaryti naudojant 2017 metų duomenis, antru būdu atrinktos akcijos

	4 portfelis	5 portfelis	6 portfelis	9 portfelis	10 portfelis
Grąžos vidurkis	0.0014440	0.0007270	0.0005817	-0.0105810	-0.0121905
STD	0.0284816	0.0295770	0.0312202	0.0345065	0.0388883
Šarpo rodiklis	0.0506980	0.0245785	0.0186312	-0.3066377	-0.3134747
Koasimetrija	-0.0000001	0.0000011	0.0000029	0.0000038	0.0000046
Koekscesas	0.0000001	0.0000001	0.0000001	0.0000002	0.0000003

27 Lentelėje pateiktų portfelių akcijos atrinktos pagal CVaR, pusiau dispersijos ir Šarpo rodiklius. Ketvirtas portfelis sudarytas naudojant vienodus svorius. Penktas, šeštas portfeliai sudaryti naudojant svorius parinktus Markovitco metodu. Devintas ir dešimtas portfeliai sudaryti naudojant svorius parinktus optimizuojant koasimetrijos ir koeksceso rodiklius.

Pagal Šarpo rodiklį geriausias yra ketvirtas portfelis. Vertinant tik koasimetrijos rodiklį, naudingiausias yra dešimtas portfelis. Atsižvelgiant tik į koeksceso rodiklį, geriausias yra šeštas portfelis [žr. 27 Lentelė]. Vertinant koasimetrijos ir koeksceso rodiklius kartu, geriausias yra dešimtas portfelis, nes kuo didesni koasimetrija ir koekscesas kartu, tuo didesnis pelnas.

Vertinat visus portfelius, sudarytus naudojant 2017.01.01 – 2017.05.15 atrinktų akcijų istorinius duomenis, matome, kad geriausias portfelis, pagal Šarpo rodiklį, yra trečias. Vertinant 2001– 2016 metų istorinius duomenis, portfelis sudarytas iš tų pačių akcijų ir investuojant identiškus svorius, taip pat buvo geriausias. Vertinant tik koasimetrijos rodiklį, naudingiausias yra septintas portfelis. Atsižvelgiant tik į koeksceso rodiklį, geriausias yra šeštas portfelis. Vertinant koasimetrijos ir koeksceso rodiklius kartu, geriausias yra septintas portfelis.

2.5 PROGRAMOS REALIZACIJA IR INSTRUKCIJA VARTOTOJUI

Programa realizuojama „Matlab“ programoje, ji pritaikyta portfeliui sudarytam iš 5 akcijų. Atrinktos akcijos, be pavadinimų ir datos, keliamos į tekstinį failą (*Text document*). Dokumentas įkeliamas į programos langą (*current folder*). Kodas aprašytas Programa.m* aplanke. Programoje vartotojas koreguoja vietas, prie kurių nurodyta „keičia vartotojas“, t. y. vietoje „pavadinimas“ įrašomas tekstinio failo pavadinimas, kuriame yra akcijos. Programos kode keičiama reikšmė T, t. y. eilučių skaičius. Taip pat parenkamas kiekvienos akcijos svoris w, pirmas skaičius atspindi pirmos akcijos svorį, antras skaičius – antros akcijos ir t. t., svoriai neneigiami, jų suma turi būti lygi vienetui.

Programa pradeda veikti paspaudus mygtuką „run“. Programa apskaičiuoja portfelio grąžą, standartinį nuokrypį, Šarpo, koasimetrijos ir koeksceso rodiklius.

2.6 DISKUSIJA

Daugumai investuotojų svarbi rizikos valdymo problema, todėl šiame darbe buvo palyginti koasimetrijos ir koeksceso rodikliai su tradiciniai rizikos vertinimo rodikliais: CVaR, pusiau dispersija, standartiniu nuokrypiu ir Šarpo rodikliu. Iš viso sudaryti dešimt vertybinių popierių portfelių, kurių akcijos atrinktos iš NASDAQ kotiruojamų akcijų. Iš trylikos akcijų buvo atrinkta po penkias kiekvienu būdu. Pirmu atveju akcijos ranguotos pagal ekscesą, asimetriją ir Šarpo rodiklį. Antru atveju pagal CVaR, pusiau dispersiją ir Šarpo rodiklius. Tuomet palyginta, kurie portfeliai naudingesni.

Vienas svarbiausių pastebėjimų, kad akcijos atrinktos pagal eksceso, asimetrijos ir Šarpo rodiklius yra naudingiausios. Portfeliai sudaryti iš šių akcijų yra geriausi, t. y. gaunamas didžiausias pelnas prisiimant mažiausią riziką. Tai iliustruoja trečias portfelis.

Dar vienas svarbus pastebėjimas, kad portfeliai sudaryti naudojant Markovitco metodą svoriams nustatyti yra naudingesni nei portfeliai sudaryti naudojant vienodus svorius ar optimizuojant koasimetrijos ir koeksceso rodiklius.

Gauti rezultatai įrodė, kad tradiciniai rizikos vertinimo rodikliai turi geresnę alternatyvą. Norint sumažinti rizika reikia apskaičiuoti ne tik tradicinius, bet ir mažiau taikomus koeksceso ir koasimetrijos rodiklius.

Koasimetrijos ir koeksceso rodiklių trūkumas: norint apskaičiuoti rodiklius kiekvienai akcijai reikia apskaičiuoti sudėtingas funkcijas, gauti rezultatai sunkiai interpretuojami. Apskaičiavus koasimetrijos rodiklį gaunamas rezultatas: jei portfelis sudaromas iš 5 akcijų, tai rezultatas yra sudarytas iš 5 matricų. Koeksceso rodiklis, kaip ir koasimetrijos rodiklis, grąžina matricas: jei portfelis sudaromas iš 5 akcijų, tai rezultatas yra sudarytas iš 25 matricų [žr. 2, 3 priedas]

Koasimetrijos ir koeksceso rodiklių privalumas: portfelio valdytojui suteikia galimybę išbandyti tą patį portfelį esant skirtingai jo sudėčiai, siekiant atlikti tinkamus pokyčius.

Darbe buvo įvykdytas nustatytas tikslas ir uždaviniai. Nustatyta, kad koasimetrijos ir koeksceso rodikliai pritaikomi matuojant portfelio riziką. Portfeliai sudaryti iš NASDAQ kotiruojamų akcijų, jų koasimetrijos ir koeksceso rodikliai apskaičiuoti naudojant „Microsoft Excel“ ir „Matlab“ programinę įrangą. Sudaryti palyginamieji portfeliai, atsižvelgiant į kitų rizikos vertinimo rodiklių reikšmes.

Paskutinė pasaulį sukrėtusi finansinė krizė parodė, kad finansinėje sistemoje yra spragų, nes rizikos nėra efektyviai valdomos [28]. Todėl kiekvieną dieną milijonai investuotojų sprendžia klausimą, kaip gauti didžiausią įmanomą pelną, prisiimant mažiausią riziką. Tai nuolatinių diskusijų ir naujų teorijų objektas. Todėl šis darbas galėtų būti dar vienas žingsnis link saugesnio investavimo.

IŠVADOS

- Vertinant Šarpo rodiklį, lyginant visus sudarytus portfelius, trečias portfelis yra geriausias.
- Portfelis atrinktas pagal eksceso ir asimetrijos rodiklius yra arčiausiai efektyviojo portfelių krašto.
- Vertinant Šarpo rodiklį, lyginant pagal tradicinius rizikos vertinimo rodiklius atrinktų akcijų portfelius, geriausias yra penktas portfelis.
- Didžiausia grąža gaunama investuojant į pirmąjį portfelį.
- Rizikingiausias, vertinant standartinį nuokrypį, yra antras portfelis.
- Tik vienas iš sukurtų portfelių turi teigiamą koasimetrijos rodiklį.
- Pagal koasimetrijos rodiklį geriausias pirmas portfelis.
- Pagal koeksceso rodiklį geriausias dešimtas portfelis.
- Vertinant koasimetrijos ir koeksceso rodiklius kartu, geriausias pirmas portfelis.
- Geriausias portfelis, pagal koasimetrijos ir koeksceso rodiklius kartu, yra sudarytas naudojant vienodus svorius, po 20% į kiekvieną akciją.
- Akcijas ranguoti pagal eksceso ir asimetrijos rodiklius naudingiau, nei pagal tradicinius rizikos vertinimo rodiklius.
- Portfeliai, kurių svoriai apskaičiuoti Markovitco metodu, naudingesni.
- Toliausiai nuo efektyviojo portfelių krašto yra septintas portfelis.
- Patikrinimui sukurti portfeliai parodė, kad iš tų pačių akcijų su tais pačiais svoriais sudaryti portfeliai skirtingais laikotarpiais buvo geriausi.
- Koasimetrijos ir koeksceso rodikliai naudingi matuojant portfelio riziką.

REKOMENDACIJOS

Pagal eksceso ir asimetrijos rodiklius atrinktų akcijų portfeliai naudingesni, todėl norint gauti didesnį pelną prisiimant mažesnę riziką, verta atrinkti akcijas pagal šiuos rodiklius.

Remiantis istoriniais duomenimis, portfeliai sudaryti naudojant Markovitco metodą svoriams nustatyti yra naudingesni nei portfeliai sudaryti naudojant vienodus svorius ar optimizuojant koasimetrijos ir koeksceso rodiklius. Todėl rekomenduojama svorius paskirstyti naudojant Markovitco metodą.

Portfeliai esantys ant efektyviojo portfelių krašto yra naudingesni nei portfeliai esantys po juo. Todėl rekomenduojama rinktis portfelius esančius ant efektyviojo portfelių krašto.

Jei rinkoje numatomi neramumai, nujaučiama krizės grėsmė, rekomenduojama investuoti į nerizikingus vertybinius popierius. Investuojant į tik iš akcijų sudarytą portfelį, galimi dideli nuostoliai, investicijų praradimas.

Sudarant portfelius, remiantis tik tradiciniais rizikos vertinimo rodikliais, rizikuojama patirti nuostolį arba gauti mažesnį pelną nei buvo galima gauti akcijas renkantis kitu būdu.

Rekomenduojama plėtoti, tobulinti portfelinių investicijų mokslą, kurti naujus metodus, atrasti ir naujai pritaikyti esamus metodus, tirti rinką. Keičiantis rinkai neatsilikti ir pritaikyti teoriją praktikoje. Gilinti žinias rizikos valdymo ir optimizavimo srityje.

PADĖKA

Dėkoju magistrinio darbo vadovui doc. dr. Audriui Kabašinskui už naudingus patarimus ir konsultacijas ruošiant šį baigiamąjį darbą.

ŠALTINIAI IR LITERATŪRA

1. http://investologija.lt/investavimas/kur-investuoti/investavimo-rizika-ir-jos-valdymas/
2. http://lt.wikipedia.org/wiki/Sekund%C4%97s_bankas
3. https://lt.wikipedia.org/wiki/Snoras
4. https://lt.wikipedia.org/wiki/%C5%AAkio_bankas
5. http://www.lidata.eu/index.php?file=files/mokymai/sda/sda.html&course_file=sda_iv.html
6. http://financetrain.com/interpretation-of-skewness-kurtosis-coskewness-cokurtosis/
7. https://en.wikipedia.org/wiki/Kronecker_product
8. https://en.wikipedia.org/wiki/Coskewness
9. https://en.wikipedia.org/wiki/Cokurtosis
10. http://www.quantatrisk.com/2013/01/20/coskewness-and-cokurtosis/
11. A. Liekmanė, *Lietuvos finansų rinkos investicinio portfelio grąžos ir rizikos analizė* ,magistro darbas, 2005
12. GUSIATINA J., *Laivų kuro rinkos valdymas išvestiniais finansiniais instrumentais*, 2008.
13. http://investologija.lt/investavimas/kur-investuoti/investavimo-pradziamokslis-kaip-pinigai-daro-pinigus/
14. http://vz.lt/vadyba/2017/02/22/apklausa-suvokia-kad-neuzteks-bet-ketina-kliautis-sodros-pensija
15. http://lt.wikipedia.org/wiki/Dividendas
16. http://zodynas.vz.lt/Apyvarta#
17. http://www.auditum.lt/index.php/finansiniu-rodikliu-skaiciuokles/16-likvidumo-rodikliai.html
18. VALAKEVIČIUS, E. *Investicijų matematika* (8 paskaita)
19. http://m.technologijos.lt/text/cat/7994/article/S-25668
20. http://talpykla.elaba.lt/elaba-fedora/objects/elaba:8808390/datastreams/MAIN/content
21. Ramunė Česnulevičiūtė, „VERTYBINIŲ POPIERIŲ OPTIMALAUS PORTFELIO KONSTRAVIMAS IR VERTINIMAS“, 2015
22. VALAKEVIČIUS E., *Investicijų mokslas,* 2001.
23. http://www.investopedia.com/terms/s/semivariance.asp
24. http://docs.edhec-risk.com/mrk/000000/Press/EDHEC_Publication_Optimal_HF_Allocation.pdf
25. VALAKEVIČIUS E., Investicijų matematika (10-12 paskaita).
26. Burcu Aracioglu , Fatma Demircan , Haluk Soyuer, „Mean–Variance–Skewness–Kurtosis Approach to Portfolio Optimization: An Application in İstanbul Stock Exchange“, 2011
27. Kleniati P. M. , Portfolio Decisions with higher order moments, Computational Optimization Methods in Statistics, Econometrics and Finance, 2009

28. B. Mandelbrot. The variation of certain speculative prices. Journal of Business, 1963.
29. E. F. Fama. The behavior of stock-market prices. The Journal of Business, 1965.
30. H. Levy and H. M. Markowtiz. Approximating expected utility by a function of mean and variance. American Economic Review, 1979.
31. Y. Kroll, H. Levy, and H. M. Markowitz. Mean-variance versus direct utility maximization. The Journal of Finance, 1984.
32. P. Chunhachinda, K. Dandapani, S. Hamid, and A. J. Prakash. Portfolio selection and skewness: Evidence from international stock markets, 1997
33. E. Jondeau and M. Rockinger. Optimal Portfolio Allocation under Higher Moments. European Financial Management, 2006.
34. J. Mencia and E. Sentana. Multivariate Location-Scale Mixtures of Normals and MeanVariance-Skewness Portfolio Allocation, 2008

PRIEDAI

1 Priedas

Programos tekstas

```
clear all
close all

% % Tekstinis failas(keičia vartotojas)
Portfelioakcijos = 'Pavadinimas.txt';
imp1 = importdata(Portfelioakcijos);
Akcija1 = imp1(:,1);
Akcija2 = imp1(:,2);
Akcija3 = imp1(:,3);
Akcija4 = imp1(:,4);
Akcija5 = imp1(:,5);

% % P – portfelį sudarančios akcijos
P=[Akcija1 Akcija2 Akcija3 Akcija4 Akcija5];
% %w - kiekvienos akcijos svoriai (keičia vartotojas)
w=[0.2 0.2 0.2 0.2 0.2];

m=mean([P(:,1) P(:,2) P(:,3) P(:,4) P(:,5) ]);
% %T - eilučių skaičius (keičia vartotojas)
T=3997;

% % Antro momento skaičiavimas (M2-kovariacijų matrica)
S=[];
for i=1:size(P,2)
    for j=1:size(P,2)
        u=0;
        for t=1:T-1
            u=u+((P(t,i)-mean(P(:,i)))*(P(t,j)-mean(P(:,j))));
        end
        S(i,j)=u/((T-1)-1);
    end
end
M2=S;

% % Trečio momento skaičiavimas (M3-koasimetrijos matrica)
M3=[];
for i=1:size(P,2)
    S=[];
    for j=1:size(P,2)
        for k=1:size(P,2)
            u=0;
            for t=1:T-1
                u=u+((P(t,i)-mean(P(:,i)))*(P(t,j)-mean(P(:,j))) ...
                    *(P(t,k)-mean(P(:,k))));
            end
            S(j,k)=u/(T-1);
        end
    end
```

```
    M3=[M3 S];
A=S;

end

% % Ketvirto momento skaičiavimas (M4-koeksceso matrica)
M4=[];
for i=1:size(P,2)
    for j=1:size(P,2)
        S=[];
        for k=1:size(P,2)
            for l=1:size(P,2)
                u=0;
                for t=1:T-1
                    u=u+((P(t,i)-mean(P(:,i)))*(P(t,j)-
mean(P(:,j)))* ...
                        (P(t,k)-mean(P(:,k)))*(P(t,l)-
mean(P(:,l))));
                end

                S(k,l)=u/(T-1);
            end
        end
        M4=[M4 S];
 B=S;

    end
end

% % Rezultatai
Graza=m*w'                       % Portfelio grąža
STD=sqrt(w*M2*w')                % Portfelio standartinis nuokrypis
Sarporodiklis = Graza/STD        % Portfelio Šarpo rodiklis
Koasimetrija=w*M3*kron(w',w')              % Portfelio koasimetrija
Koekscesas=w*M4*kron(kron(w',w'),w')       % Portfelio koekscesas


% % Portfelio koasimetrijų matricos
% A1=M3(1:5,1:5);
% A2=M3(1:5,6:10);
% A3=M3(1:5,11:15);
% A4=M3(1:5,16:20);
% A5=M3(1:5,21:25);
% % Portfelio koekscesų matricos
% B1=M4(1:5,1:5);
% B2=M4(1:5,6:10);
% B3=M4(1:5,11:15);
% B4=M4(1:5,16:20);
% B5=M4(1:5,21:25);
% B6=M4(1:5,26:30);
% B7=M4(1:5,31:35);
% B8=M4(1:5,36:40);
% B9=M4(1:5,41:45);
```

```
% B10=M4(1:5,46:50);
% B11=M4(1:5,51:55);
% B12=M4(1:5,56:60);
% B13=M4(1:5,61:65);
% B14=M4(1:5,66:70);
% B15=M4(1:5,71:75);
% B16=M4(1:5,76:80);
% B17=M4(1:5,81:85);
% B18=M4(1:5,86:90);
% B19=M4(1:5,91:95);
% B20=M4(1:5,96:100);
% B21=M4(1:5,101:105);
% B22=M4(1:5,106:110);
% B23=M4(1:5,111:115);
% B24=M4(1:5,116:120);
% B25=M4(1:5,121:125);
```

2 Priedas

Koasimetrijos matricos (3 momento skaičiavimas, pirmi duomenys M1.txt)

A1

-0.000082	-0.000004	0.000005	-0.000001	-0.000001
-0.000004	-0.000003	0.000001	-0.000001	0.000000
0.000005	0.000001	-0.000002	-0.000001	0.000000
-0.000001	-0.000001	-0.000001	-0.000001	0.000001
-0.000001	0.000000	0.000000	0.000001	-0.000002

A2

-0.000004	-0.000003	0.000001	-0.000001	0.000000
-0.000003	0.001164	-0.000001	0.000049	0.000002
0.000001	-0.000001	-0.000010	0.000000	0.000000
-0.000001	0.000049	0.000000	0.000004	-0.000001
0.000000	0.000002	0.000000	-0.000001	0.000002

A3

0.000005	0.000001	-0.000002	-0.000001	0.000000
0.000001	-0.000001	-0.000010	0.000000	0.000000
-0.000002	-0.000010	-0.000103	0.000002	-0.000001
-0.000001	0.000000	0.000002	0.000004	-0.000001
0.000000	0.000000	-0.000001	-0.000001	-0.000002

A4

-0.000001	-0.000001	-0.000001	-0.000001	0.000001
-0.000001	0.000049	0.000000	0.000004	-0.000001
-0.000001	0.000000	0.000002	0.000004	-0.000001
-0.000001	0.000004	0.000004	-0.000019	-0.000005
0.000001	-0.000001	-0.000001	-0.000005	0.000005

A5

-0.000001	0.000000	0.000000	0.000001	-0.000002
0.000000	0.000002	0.000000	-0.000001	0.000002
0.000000	0.000000	-0.000001	-0.000001	-0.000002
0.000001	-0.000001	-0.000001	-0.000005	0.000005
-0.000002	0.000002	-0.000002	0.000005	-0.000081

Koeksceso matricos (4 momento skaičiavimas, pirmi duomenys M1.txt)

B1

0.00007036	0.00000336	-0.00000305	0.00000180	0.00000052
0.00000336	0.00000208	-0.00000012	0.00000009	-0.00000013
-0.00000305	-0.00000012	0.00000085	-0.00000011	-0.00000003
0.00000180	0.00000009	-0.00000011	0.00000205	-0.00000007
0.00000052	-0.00000013	-0.00000003	-0.00000007	0.00000069

B2

0.00000336	0.00000208	-0.00000012	0.00000009	-0.00000013
0.00000208	-0.00000095	-0.00000002	0.00000002	0.00000003
-0.00000012	-0.00000002	0.00000017	-0.00000002	0.00000003
0.00000009	0.00000002	-0.00000002	-0.00000006	-0.00000008
-0.00000013	0.00000003	0.00000003	-0.00000008	0.00000001

B3

-0.00000305	-0.00000012	0.00000085	-0.00000011	-0.00000003
-0.00000012	-0.00000002	0.00000017	-0.00000002	0.00000003
0.00000085	0.00000017	0.00000026	-0.00000013	0.00000002
-0.00000011	-0.00000002	-0.00000013	-0.00000023	0.00000001
-0.00000003	0.00000003	0.00000002	0.00000001	0.00000000

B4

0.00000180	0.00000009	-0.00000011	0.00000205	-0.00000007
0.00000009	0.00000002	-0.00000002	-0.00000006	-0.00000008
-0.00000011	-0.00000002	-0.00000013	-0.00000023	0.00000001
0.00000205	-0.00000006	-0.00000023	-0.00000185	0.00000022
-0.00000007	-0.00000008	0.00000001	0.00000022	-0.00000003

B5

0.00000052	-0.00000013	-0.00000003	-0.00000007	0.00000069
-0.00000013	0.00000003	0.00000003	-0.00000008	0.00000001
-0.00000003	0.00000003	0.00000002	0.00000001	0.00000000
-0.00000007	-0.00000008	0.00000001	0.00000022	-0.00000003
0.00000069	0.00000001	0.00000000	-0.00000003	-0.00000034

B6

0.00000336	0.00000208	-0.00000012	0.00000009	-0.00000013
0.00000208	-0.00000095	-0.00000002	0.00000002	0.00000003
-0.00000012	-0.00000002	0.00000017	-0.00000002	0.00000003
0.00000009	0.00000002	-0.00000002	-0.00000006	-0.00000008
-0.00000013	0.00000003	0.00000003	-0.00000008	0.00000001

B7

0.00000208	-0.00000095	-0.00000002	0.00000002	0.00000003
-0.00000095	0.00259208	-0.00000101	0.00008141	-0.00000087
-0.00000002	-0.00000101	0.00000141	-0.00000011	0.00000006
0.00000002	0.00008141	-0.00000011	0.00000516	0.00000002
0.00000003	-0.00000087	0.00000006	0.00000002	0.00000108

B8

-0.00000012	-0.00000002	0.00000017	-0.00000002	0.00000003
-0.00000002	-0.00000101	0.00000141	-0.00000011	0.00000006
0.00000017	0.00000141	0.00000509	-0.00000007	0.00000004
-0.00000002	-0.00000011	-0.00000007	0.00000018	0.00000004

0.00000003	0.00000006	0.00000004	0.00000004	0.00000004

B9

0.00000009	0.00000002	-0.00000002	-0.00000006	-0.00000008
0.00000002	0.00008141	-0.00000011	0.00000516	0.00000002
-0.00000002	-0.00000011	-0.00000007	0.00000018	0.00000004
-0.00000006	0.00000516	0.00000018	0.00000143	-0.00000006
-0.00000008	0.00000002	0.00000004	-0.00000006	0.00000005

B10

-0.00000013	0.00000003	0.00000003	-0.00000008	0.00000001
0.00000003	-0.00000087	0.00000006	0.00000002	0.00000108
0.00000003	0.00000006	0.00000004	0.00000004	0.00000004
-0.00000008	0.00000002	0.00000004	-0.00000006	0.00000005
0.00000001	0.00000108	0.00000004	0.00000005	-0.00000190

B11

-0.00000305	-0.00000012	0.00000085	-0.00000011	-0.00000003
-0.00000012	-0.00000002	0.00000017	-0.00000002	0.00000003
0.00000085	0.00000017	0.00000026	-0.00000013	0.00000002
-0.00000011	-0.00000002	-0.00000013	-0.00000023	0.00000001
-0.00000003	0.00000003	0.00000002	0.00000001	0.00000000

B12

-0.00000012	-0.00000002	0.00000017	-0.00000002	0.00000003
-0.00000002	-0.00000101	0.00000141	-0.00000011	0.00000006
0.00000017	0.00000141	0.00000509	-0.00000007	0.00000004
-0.00000002	-0.00000011	-0.00000007	0.00000018	0.00000004
0.00000003	0.00000006	0.00000004	0.00000004	0.00000004

B13

0.00000085	0.00000017	0.00000026	-0.00000013	0.00000002
0.00000017	0.00000141	0.00000509	-0.00000007	0.00000004
0.00000026	0.00000509	0.00007563	-0.00000060	0.00000023
-0.00000013	-0.00000007	-0.00000060	0.00000173	0.00000004
0.00000002	0.00000004	0.00000023	0.00000004	0.00000054

B14

-0.00000011	-0.00000002	-0.00000013	-0.00000023	0.00000001
-0.00000002	-0.00000011	-0.00000007	0.00000018	0.00000004
-0.00000013	-0.00000007	-0.00000060	0.00000173	0.00000004
-0.00000023	0.00000018	0.00000173	0.00000413	-0.00000001
0.00000001	0.00000004	0.00000004	-0.00000001	0.00000009

B15

-0.00000003	0.00000003	0.00000002	0.00000001	0.00000000
0.00000003	0.00000006	0.00000004	0.00000004	0.00000004

0.00000002	0.00000004	0.00000023	0.00000004	0.00000054
0.00000001	0.00000004	0.00000004	-0.00000001	0.00000009
0.00000000	0.00000004	0.00000054	0.00000009	0.00000064

B16

0.00000180	0.00000009	-0.00000011	0.00000205	-0.00000007
0.00000009	0.00000002	-0.00000002	-0.00000006	-0.00000008
-0.00000011	-0.00000002	-0.00000013	-0.00000023	0.00000001
0.00000205	-0.00000006	-0.00000023	-0.00000185	0.00000022
-0.00000007	-0.00000008	0.00000001	0.00000022	-0.00000003

B17

0.00000009	0.00000002	-0.00000002	-0.00000006	-0.00000008
0.00000002	0.00008141	-0.00000011	0.00000516	0.00000002
-0.00000002	-0.00000011	-0.00000007	0.00000018	0.00000004
-0.00000006	0.00000516	0.00000018	0.00000143	-0.00000006
-0.00000008	0.00000002	0.00000004	-0.00000006	0.00000005

B18

-0.00000011	-0.00000002	-0.00000013	-0.00000023	0.00000001
-0.00000002	-0.00000011	-0.00000007	0.00000018	0.00000004
-0.00000013	-0.00000007	-0.00000060	0.00000173	0.00000004
-0.00000023	0.00000018	0.00000173	0.00000413	-0.00000001
0.00000001	0.00000004	0.00000004	-0.00000001	0.00000009

B19

0.00000205	-0.00000006	-0.00000023	-0.00000185	0.00000022
-0.00000006	0.00000516	0.00000018	0.00000143	-0.00000006
-0.00000023	0.00000018	0.00000173	0.00000413	-0.00000001
-0.00000185	0.00000143	0.00000413	0.00010763	-0.00000045
0.00000022	-0.00000006	-0.00000001	-0.00000045	0.00000185

B20

-0.00000007	-0.00000008	0.00000001	0.00000022	-0.00000003
-0.00000008	0.00000002	0.00000004	-0.00000006	0.00000005
0.00000001	0.00000004	0.00000004	-0.00000001	0.00000009
0.00000022	-0.00000006	-0.00000001	-0.00000045	0.00000185
-0.00000003	0.00000005	0.00000009	0.00000185	-0.00000454

B21

0.00000052	-0.00000013	-0.00000003	-0.00000007	0.00000069
-0.00000013	0.00000003	0.00000003	-0.00000008	0.00000001
-0.00000003	0.00000003	0.00000002	0.00000001	0.00000000
-0.00000007	-0.00000008	0.00000001	0.00000022	-0.00000003
0.00000069	0.00000001	0.00000000	-0.00000003	-0.00000034

B22

-0.00000013	0.00000003	0.00000003	-0.00000008	0.00000001
0.00000003	-0.00000087	0.00000006	0.00000002	0.00000108
0.00000003	0.00000006	0.00000004	0.00000004	0.00000004
-0.00000008	0.00000002	0.00000004	-0.00000006	0.00000005
0.00000001	0.00000108	0.00000004	0.00000005	-0.00000190

B23

-0.00000003	0.00000003	0.00000002	0.00000001	0.00000000
0.00000003	0.00000006	0.00000004	0.00000004	0.00000004
0.00000002	0.00000004	0.00000023	0.00000004	0.00000054
0.00000001	0.00000004	0.00000004	-0.00000001	0.00000009
0.00000000	0.00000004	0.00000054	0.00000009	0.00000064

B24

-0.00000007	-0.00000008	0.00000001	0.00000022	-0.00000003
-0.00000008	0.00000002	0.00000004	-0.00000006	0.00000005
0.00000001	0.00000004	0.00000004	-0.00000001	0.00000009
0.00000022	-0.00000006	-0.00000001	-0.00000045	0.00000185
-0.00000003	0.00000005	0.00000009	0.00000185	-0.00000454

B25

0.00000069	0.00000001	0.00000000	-0.00000003	-0.00000034
0.00000001	0.00000108	0.00000004	0.00000005	-0.00000190
0.00000000	0.00000004	0.00000054	0.00000009	0.00000064
-0.00000003	0.00000005	0.00000009	0.00000185	-0.00000454
-0.00000034	-0.00000190	0.00000064	-0.00000454	0.00007393

3 Priedas

Koasimetrijos matricos (3 momento skaičiavimas, antri duomenys M2.txt)

A1

-0.00018872	-0.00000058	-0.00000103	0.00000164	-0.00000863
-0.00000058	-0.00000234	0.00000021	-0.00000019	0.00000028
-0.00000103	0.00000021	-0.00000292	0.00000038	-0.00000049
0.00000164	-0.00000019	0.00000038	-0.00000509	-0.00000031
-0.00000863	0.00000028	-0.00000049	-0.00000031	-0.00000137

A2

-0.00000058	-0.00000234	0.00000021	-0.00000019	0.00000028
-0.00000234	-0.00008149	0.00000038	0.00000245	0.00000044
0.00000021	0.00000038	0.00000097	0.00000009	0.00000000
-0.00000019	0.00000245	0.00000009	-0.00000051	0.00000009
0.00000028	0.00000044	0.00000000	0.00000009	-0.00000419

A3

-0.00000103	0.00000021	-0.00000292	0.00000038	-0.00000049
0.00000021	0.00000038	0.00000097	0.00000009	0.00000000
-0.00000292	0.00000097	-0.00007463	0.00000508	-0.00000186
0.00000038	0.00000009	0.00000508	-0.00000046	-0.00000001
-0.00000049	0.00000000	-0.00000186	-0.00000001	-0.00000119

A4

0.00000164	-0.00000019	0.00000038	-0.00000509	-0.00000031
-0.00000019	0.00000245	0.00000009	-0.00000051	0.00000009
0.00000038	0.00000009	0.00000508	-0.00000046	-0.00000001
-0.00000509	-0.00000051	-0.00000046	-0.00010323	-0.00000146
-0.00000031	0.00000009	-0.00000001	-0.00000146	-0.00000173

A5

-0.00000863	0.00000028	-0.00000049	-0.00000031	-0.00000137
0.00000028	0.00000044	0.00000000	0.00000009	-0.00000419
-0.00000049	0.00000000	-0.00000186	-0.00000001	-0.00000119
-0.00000031	0.00000009	-0.00000001	-0.00000146	-0.00000173
-0.00000137	-0.00000419	-0.00000119	-0.00000173	-0.00008113

Koeksceso matricos (4 momento skaičiavimas, antri duomenys M2.txt)

B1

0.00014410	-0.00000014	0.00000088	-0.00000111	0.00000646
-0.00000014	0.00000021	-0.00000001	0.00000001	-0.00000002
0.00000088	-0.00000001	0.00000038	0.00000000	0.00000004
-0.00000111	0.00000001	0.00000000	0.00000063	-0.00000014
0.00000646	-0.00000002	0.00000004	-0.00000014	0.00000099

B2

-0.00000014	0.00000021	-0.00000001	0.00000001	-0.00000002
0.00000021	0.00000119	0.00000004	-0.00000004	-0.00000002
-0.00000001	0.00000004	0.00000006	0.00000000	0.00000001
0.00000001	-0.00000004	0.00000000	0.00000003	0.00000000
-0.00000002	-0.00000002	0.00000001	0.00000000	0.00000003

B3

0.00000088	-0.00000001	0.00000038	0.00000000	0.00000004
-0.00000001	0.00000004	0.00000006	0.00000000	0.00000001
0.00000038	0.00000006	0.00000332	-0.00000014	0.00000001
0.00000000	0.00000000	-0.00000014	0.00000002	0.00000000
0.00000004	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000002

B4

-0.00000111	0.00000001	0.00000000	0.00000063	-0.00000014
0.00000001	-0.00000004	0.00000000	0.00000003	0.00000000
0.00000000	0.00000000	-0.00000014	0.00000002	0.00000000
0.00000063	0.00000003	0.00000002	0.00000323	0.00000003
-0.00000014	0.00000000	0.00000000	0.00000003	0.00000002

B5

0.00000646	-0.00000002	0.00000004	-0.00000014	0.00000099
-0.00000002	-0.00000002	0.00000001	0.00000000	0.00000003
0.00000004	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000002
-0.00000014	0.00000000	0.00000000	0.00000003	0.00000002
0.00000099	0.00000003	0.00000002	0.00000002	0.00000035

B6

-0.00000014	0.00000021	-0.00000001	0.00000001	-0.00000002
0.00000021	0.00000119	0.00000004	-0.00000004	-0.00000002
-0.00000001	0.00000004	0.00000006	0.00000000	0.00000001
0.00000001	-0.00000004	0.00000000	0.00000003	0.00000000
-0.00000002	-0.00000002	0.00000001	0.00000000	0.00000003

B7

0.00000021	0.00000119	0.00000004	-0.00000004	-0.00000002
0.00000119	0.00006654	0.00000015	-0.00000178	-0.00000062
0.00000004	0.00000015	0.00000023	-0.00000002	0.00000002
-0.00000004	-0.00000178	-0.00000002	0.00000045	-0.00000003
-0.00000002	-0.00000062	0.00000002	-0.00000003	0.00000047

B8

-0.00000001	0.00000004	0.00000006	0.00000000	0.00000001
0.00000004	0.00000015	0.00000023	-0.00000002	0.00000002
0.00000006	0.00000023	0.00000066	-0.00000003	0.00000001
0.00000000	-0.00000002	-0.00000003	0.00000002	0.00000000

0.00000001	0.00000002	0.00000001	0.00000000	0.00000001

B9

0.00000001	-0.00000004	0.00000000	0.00000003	0.00000000
-0.00000004	-0.00000178	-0.00000002	0.00000045	-0.00000003
0.00000000	-0.00000002	-0.00000003	0.00000002	0.00000000
0.00000003	0.00000045	0.00000002	0.00000021	0.00000001
0.00000000	-0.00000003	0.00000000	0.00000001	0.00000003

B10

-0.00000002	-0.00000002	0.00000001	0.00000000	0.00000003
-0.00000002	-0.00000062	0.00000002	-0.00000003	0.00000047
0.00000001	0.00000002	0.00000001	0.00000000	0.00000001
0.00000000	-0.00000003	0.00000000	0.00000001	0.00000003
0.00000003	0.00000047	0.00000001	0.00000003	0.00000254

B11

0.00000088	-0.00000001	0.00000038	0.00000000	0.00000004
-0.00000001	0.00000004	0.00000006	0.00000000	0.00000001
0.00000038	0.00000006	0.00000332	-0.00000014	0.00000001
0.00000000	0.00000000	-0.00000014	0.00000002	0.00000000
0.00000004	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000002

B12

-0.00000001	0.00000004	0.00000006	0.00000000	0.00000001
0.00000004	0.00000015	0.00000023	-0.00000002	0.00000002
0.00000006	0.00000023	0.00000066	-0.00000003	0.00000001
0.00000000	-0.00000002	-0.00000003	0.00000002	0.00000000
0.00000001	0.00000002	0.00000001	0.00000000	0.00000001

B13

0.00000038	0.00000006	0.00000332	-0.00000014	0.00000001
0.00000006	0.00000023	0.00000066	-0.00000003	0.00000001
0.00000332	0.00000066	0.00006767	-0.00000310	0.00000080
-0.00000014	-0.00000003	-0.00000310	0.00000031	-0.00000003
0.00000001	0.00000001	0.00000080	-0.00000003	0.00000020

B14

0.00000000	0.00000000	-0.00000014	0.00000002	0.00000000
0.00000000	-0.00000002	-0.00000003	0.00000002	0.00000000
-0.00000014	-0.00000003	-0.00000310	0.00000031	-0.00000003
0.00000002	0.00000002	0.00000031	-0.00000038	-0.00000001
0.00000000	0.00000000	-0.00000003	-0.00000001	-0.00000002

B15

0.00000004	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000002
0.00000001	0.00000002	0.00000001	0.00000000	0.00000001

0.00000001	0.00000001	0.00000080	-0.00000003	0.00000020
0.00000000	0.00000000	-0.00000003	-0.00000001	-0.00000002
0.00000002	0.00000001	0.00000020	-0.00000002	0.00000052

B16

-0.00000111	0.00000001	0.00000000	0.00000063	-0.00000014
0.00000001	-0.00000004	0.00000000	0.00000003	0.00000000
0.00000000	0.00000000	-0.00000014	0.00000002	0.00000000
0.00000063	0.00000003	0.00000002	0.00000323	0.00000003
-0.00000014	0.00000000	0.00000000	0.00000003	0.00000002

B17

0.00000001	-0.00000004	0.00000000	0.00000003	0.00000000
-0.00000004	-0.00000178	-0.00000002	0.00000045	-0.00000003
0.00000000	-0.00000002	-0.00000003	0.00000002	0.00000000
0.00000003	0.00000045	0.00000002	0.00000021	0.00000001
0.00000000	-0.00000003	0.00000000	0.00000001	0.00000003

B18

0.00000000	0.00000000	-0.00000014	0.00000002	0.00000000
0.00000000	-0.00000002	-0.00000003	0.00000002	0.00000000
-0.00000014	-0.00000003	-0.00000310	0.00000031	-0.00000003
0.00000002	0.00000002	0.00000031	-0.00000038	-0.00000001
0.00000000	0.00000000	-0.00000003	-0.00000001	-0.00000002

B19

0.00000063	0.00000003	0.00000002	0.00000323	0.00000003
0.00000003	0.00000045	0.00000002	0.00000021	0.00000001
0.00000002	0.00000002	0.00000031	-0.00000038	-0.00000001
0.00000323	0.00000021	-0.00000038	0.00007563	0.00000023
0.00000003	0.00000001	-0.00000001	0.00000023	0.00000054

B20

-0.00000014	0.00000000	0.00000000	0.00000003	0.00000002
0.00000000	-0.00000003	0.00000000	0.00000001	0.00000003
0.00000000	0.00000000	-0.00000003	-0.00000001	-0.00000002
0.00000003	0.00000001	-0.00000001	0.00000023	0.00000054
0.00000002	0.00000003	-0.00000002	0.00000054	0.00000064

B21

0.00000646	-0.00000002	0.00000004	-0.00000014	0.00000099
-0.00000002	-0.00000002	0.00000001	0.00000000	0.00000003
0.00000004	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000002
-0.00000014	0.00000000	0.00000000	0.00000003	0.00000002
0.00000099	0.00000003	0.00000002	0.00000002	0.00000035

B22

-0.00000002	-0.00000002	0.00000001	0.00000000	0.00000003
-0.00000002	-0.00000062	0.00000002	-0.00000003	0.00000047
0.00000001	0.00000002	0.00000001	0.00000000	0.00000001
0.00000000	-0.00000003	0.00000000	0.00000001	0.00000003
0.00000003	0.00000047	0.00000001	0.00000003	0.00000254

B23

0.00000004	0.00000001	0.00000001	0.00000000	0.00000002
0.00000001	0.00000002	0.00000001	0.00000000	0.00000001
0.00000001	0.00000001	0.00000080	-0.00000003	0.00000020
0.00000000	0.00000000	-0.00000003	-0.00000001	-0.00000002
0.00000002	0.00000001	0.00000020	-0.00000002	0.00000052

B24

-0.00000014	0.00000000	0.00000000	0.00000003	0.00000002
0.00000000	-0.00000003	0.00000000	0.00000001	0.00000003
0.00000000	0.00000000	-0.00000003	-0.00000001	-0.00000002
0.00000003	0.00000001	-0.00000001	0.00000023	0.00000054
0.00000002	0.00000003	-0.00000002	0.00000054	0.00000064

B25

0.00000099	0.00000003	0.00000002	0.00000002	0.00000035
0.00000003	0.00000047	0.00000001	0.00000003	0.00000254
0.00000002	0.00000001	0.00000020	-0.00000002	0.00000052
0.00000002	0.00000003	-0.00000002	0.00000054	0.00000064
0.00000035	0.00000254	0.00000052	0.00000064	0.00007393

Konferencijos straipsnis ir padėka

KOASIMETRIJOS IR KOEKSCESO RODIKLIŲ PALYGINIMAS SU TRADICINIAIS PORTFELIO RIZIKOS VERTINIMO RODIKLIAIS

E. Rilaitė, doc. dr. A. Kabašinskas

Kauno technologijos universitetas

Tyrime naudojami koasimetrijos ir koeksceso rodikliai, kurie parodo kaip kartu kinta du atsitiktiniai dydžiai. Koasimetrijos rodiklis yra trečias tarpusavio centrinis momentas. Jeigu du atsitiktiniai dydžiai turi teigiamą koasimetrijos rodiklį, tai jie yra linkę į ekstremalius teigiamus nuokrypius [1]. Koeksceso rodiklis yra ketvirtas tarpusavio centrinis momentas. Jeigu du atsitiktiniai dydžiai turi aukštą koeksceso rodiklį, tai jie kartu yra linkę į ekstremalius teigiamus arba neigiamus nuokrypius [2].

Portfelio koasimetrijos rodiklis apskaičiuojamas:

$$s_p = wM_3(w^T \otimes w^T) \qquad (1)$$

kur $\otimes$ simbolis žymi Kronekerio sandaugą tarp svorių w. [3]

$$M_3 = E[(r-\mu)(r-\mu)^T \otimes (r-\mu)^T] = \{a_{ijk}\}, \qquad (2)$$

$$a_{ijk} = E\big[(r_i-\mu_i)(r_j-\mu_j)(r_k-\mu_k)\big] kur\ i,j,k = 1,\dots,N. \qquad (3)$$

Portfelio koeksceso rodiklis apskaičiuojamas:

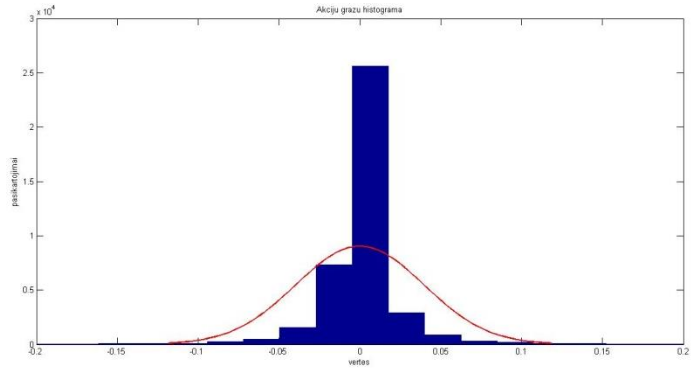
$$\mathrm{k_p} = \mathrm{wM_4}(\mathrm{w^T} \otimes \mathrm{w^T} \otimes \mathrm{w^T}) \ (4)$$

kur

$$\mathrm{M_4} = \mathrm{E}[(\mathrm{r}-\mu)(\mathrm{r}-\mu)^\mathrm{T} \otimes (\mathrm{r}-\mu)^\mathrm{T} \otimes (\mathrm{r}-\mu)^\mathrm{T}] = \{\mathrm{b_{ijkl}}\}, \qquad (5)$$

$$\mathrm{b_{ijkl}} = \mathrm{E}\big[(\mathrm{r_i}-\mu_\mathrm{i})(\mathrm{r_j}-\mu_\mathrm{j})(\mathrm{r_k}-\mu_\mathrm{k})(\mathrm{r_l}-\mu_\mathrm{l})\big], \text{kur i, j, k, l} = 1,\dots,\mathrm{N}. \ (6)\ [3]$$

1 paveiksle pavaizduota akcijų grąžų histograma, kuri rodo grąžų pasiskirstymą.



1 pav. Akcijų grąžų histograma

Asimetrija -25.7347, akcijų grąžos dominuoja kairėje pusėje, t.y. neigiamos grąžos yra dažnesnės nei teigiamos.

1 lentelė parodo tyrimo metu gautus Šarpo, koasimetrijos ir koeksceso rodiklius.

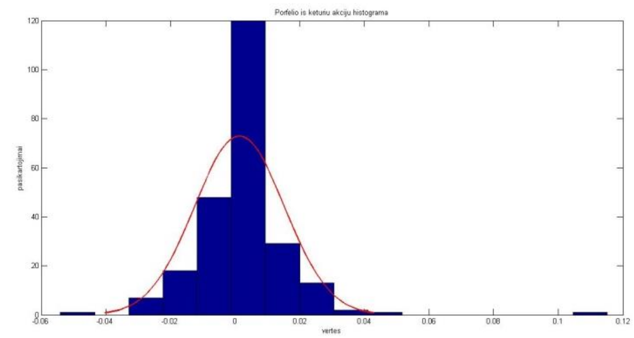
	Grąža	Stand. nuokrypis	Koasime trija	Koeksce sas	Šarpo rodiklis	Rangas koasim.	Rangas koeksc.	Rangas Šarpo rodiklis	Suma
APG	0.00023	0.03587	-0.00110	0.00150	156.454	4	5	1	10
SAB	-0.00023	0.02744	-0.00046	0.00056	-118.706	5	8	6	19
GRD	0.00064	0.02257	0.00001	0.00001	35.500	9	10	3	22
HAF	-0.00066	0.05215	-0.00560	0.01490	-79.422	1	1	5	7
IVL	0.00066	0.03406	-0.00045	0.00055	51.893	8	9	2	19
PZV	-0.00001	0.02787	-0.00047	0.00058	-2803.152	6	6	10	22
RSU	-0.00058	0.04464	-0.00330	0.00700	-76.930	3	3	4	10
SFG	-0.00019	0.05684	-0.00480	0.01410	-293.809	2	2	9	13
TEL	-0.00020	0.02439	-0.00045	0.00057	-122.989	7	7	7	21
UTR	-0.00033	0.05099	0.00080	0.00280	-154.198	10	4	8	22

Vertinant tik pagal koasimetrijos rodiklį geriausia yra HAF akcija, tik pagal koeksceso rodiklį geriausia taip pat HAF akcija. Atsižvengiant tik į Šarpo rodiklį geriausia - APG akcija. Vertinat visus tris apskaičiuotus rodiklius geriausia akcija - HAF. Naudodami vėlesnio laikotarpio duomenys iš 4 geriausių akcijų sudarome portfelį, kurio parametrai pateikti 2 lentelėje.

2 lentelė parodo portfelio, iš keturių geriausių akcijų, rodiklius

	Grąža	Standartinis nuokrypis	Koasimetrija	Koekscesas	Šarpo rodiklis
Portfelis	0.00132959	0.00780000	0.00000082	0.00000004	5.86648448

2 paveiksle pavaizduota portfelio, iš keturių akcijų, grąžų histograma, kuri parodo grąžų pasiskirstymą.



2 pav. Portfelio grąžų histograma

Asimetrija 2.1813, portfelio grąžos dominuoja dešinėje pusėje, t.y. teigiamos grąžos yra dažnesnės nei neigiamos.

Šis tyrimas parodė, kad pagal koasimetrijos ir koeksceso rodiklius, geriausia ta pati akcija - HAF, pagal Šarpo rodiklį kitą – APG.

Literatūra

1. Md. Zobaer Hasan and Anton Abdulbasah Kamil, Mathematics Section, School of Distance Education, Universiti Sains Malaysia, Penang, Malaysia "Contribution of Co-Skewness and Co-Kurtosis of the Higher Moment CAPM for Finding the Technical Efficiency", 2014
2. John W. Fowler, "Coskewness and Cokurtosis" , 2005
3. Pawel Lachowicz, PhD, „Coskewness and Cokurtosis Computation for Portfolio Managers", 2013

matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

KTU studentų atstovybė

FUMSA FSA

PADĖKA

Ernestai Rilaitei

Už dalyvavimą Kauno technologijos universiteto Matematikos ir gamtos mokslų fakulteto organizuojamoje 15-oje studentų konferencijoje Matematika ir gamtos mokslai: teorija ir taikymas

Matematikos ir gamtos mokslų fakulteto dekanė

Bronė Narkevičienė

Konferencijos pirmininkas, profesorius

Jonas Valantinas