



**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS**  
**MECHANIKOS INŽINERIJOS IR DIZAINO FAKULTETAS**

**Rolandas Lengvinas**

**BĖGIŲ ĮTEMPIŲ KREIVĖSE TYRIMAS**

Baigiamasis magistro projektas

**Vadovas**

Doc. dr. Robertas Keršys

**KAUNAS, 2017**

**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS**  
**MECHANIKOS INŽINERIJOS IR DIZAINO FAKULTETAS**

**BĖGIŲ ĮTEMPIŲ KREIVĖSE TYRIMAS**

Baigiamasis magistro projektas  
Transporto priemonių inžinerija (621E20001)

**Vadovas**

Doc. dr. Robertas Keršys

**Recenzentas**

Prof. dr. Žilvinas Bazaras

**Projektą atliko**

Rolandas Lengvinas

**KAUNAS, 2017**



## KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

Mechanikos inžinerijos ir dizaino fakultetas

(Fakultetas)

Rolandas Lengvinas

(Studento vardas, pavardė)

Transporto priemonių inžinerija (621E20001)

(Studijų programos pavadinimas, kodas)

„Bėgių įtempių kreivėse tyrimas“

### AKADEMINIO SAŽININGUMO DEKLARACIJA

20 17 m. \_\_\_\_\_ d.  
Kaunas

Patvirtinu, kad mano, **Rolando Lengvino**, baigiamasis projektas tema „Bėgių įtempių kreivėse tyrimas“ yra parašytas visiškai savarankiškai ir visi pateikti duomenys ar tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti sąžiningai. Šiame darbe nei viena dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar internetinių šaltinių, visos kitų šaltinių tiesioginės ir netiesioginės citatos nurodytos literatūros nuorodose. Įstatymų nenumatytų piniginių sumų už šį darbą niekam nesu mokėjęs.

Aš suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo faktui, man bus taikomos nuobaudos, remiantis Kauno technologijos universitete galiojančia tvarka.

\_\_\_\_\_  
(vardą ir pavardę įrašyti ranka)

\_\_\_\_\_  
(parašas)

**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS**  
**MECHANIKOS INŽINERIJOS IR DIZAINO FAKULTETAS**  
**TRANSPORTO INŽINERIJOS KATDERA**

**Suderinta:**

Studijų krypties programų vadovas  
prof. Artūras Keršys

Transporto inžinerijos katedros vedėjas  
doc. Rolandas Makaras

2016 m. vasario mėn. 8 d.

**MAGISTRO BAIGIAMOJO PROJEKTO UŽDUOTIS**

Išduota studentui: *Rolandas Lengvinas*

1. Projekto tema: Bėgių įtempių kreivėse tyrimas

Patvirtinta: 2017 m. balandžio mėn. 21 d. dekanų įsakymu Nr. V25-11-8

2. Projekto tikslas:

Ištirti bėgių įtempius pasirinktose kreivėse, važiuojant dviejų skirtingų tipų riedmenims, ir atsižvelgiant į rezultatus įvertinti ar jose gali būti didinamas greitis.

3. Projekto uždaviniai ir reikalavimai:

1. Apžvelgti traukinių judėjimą kreivėse ir ištirti jų bėgius veikiančias jėgas. 2. Išnagrinėti įtempių bėgiuose matavimo metodiką ir įrenginius. 3. Nustatyti veikiančias jėgas tiriamosiose kreivėse. 4. Naudojantis Comsol Multiphysics programine įranga ištirti nagrinėjamų kreivių bėgius ir juose apskaičiuoti veikiančius įtempius. 5. Atlikti parametrinę analizę didžiausiems greičiams apskaičiuoti.

4. Projekto konsultantai (nurodant projekto skyrius)<sup>1</sup>:

5. Užduoties išdavimo terminas: 2016 m. vasario mėn. 8 d.

Užbaigto projekto pateikimo terminas: 2017 m. gegužės mėn. 18 d.

Vadovas: Robertas Keršys  
(vardas, pavardė)

\_\_\_\_\_  
(parašas)

Užduotį gavau: Rolandas Lengvinas  
(studento vardas, pavardė)

\_\_\_\_\_  
(parašas)

<sup>1</sup> Esant reikalui, suderinus su katedros vedėju

Lengvinas, R. Bėgių įtempių kreivėse tyrimas. *Magistro* baigiamasis projektas / vadovas doc. dr. Robertas Keršys; Kauno technologijos universitetas, Mechanikos inžinerijos ir dizaino fakultetas.

Mokslo kryptis ir sritis: Technologijos mokslai, Transporto inžinerija (03T)

Reikšminiai žodžiai: Bėgiai, kreivės, įtempiai, lokomotyvas, automotrisė, ašinė apkrova.

Kaunas, 2017. 57 p.

## SANTRAUKA

Pirmajame skyriuje apžvelgtas lokomotyvų judėjimas kreivėse, bėgius veikiančios jėgos važiuojant kreive ir kiti įtempių dydį bėgiuose įtakojantys faktoriai. Taip pat apžvelgti įtempių tipai ir pavojingiausi defektai kreivių bėgiuose, kuriuos dažniausiai jie sukelia. Išanalizuoti įrenginiai, kurie šiuo metu naudojami įtempiams bėgiuose matuoti, aptarti jų privalumai ir trūkumai.

Antrajame skyriuje, buvo pasirinktos keturios skirtingų spindulių kreivės ir du riedmenų tipai, pagal kurių techninius parametrus buvo atlikta skaitinė analizė. Taip pat šiame skyriuje buvo sudaryta principinė schema, pagal kurią atliekami skaičiavimai norint sužinoti jėgas, veikiančias kreivės išorinį ir vidinį bėgius. Apskaičiavus bėgius veikiančias jėgas, Comsol Multiphysics programos aplinkoje buvo sudaryti bėgių modeliai pagal tiriamųjų kreivių spindulius ir bėgių tipą, parenkamos medžiagos. Atsižvelgiant į skaitinės analizės rezultatus, buvo atlikta parametrinė analizė, kurios metu apskaičiuoti maksimalūs greičiai tiriamose kreivėse.

Paskutiniame skyriuje buvo išanalizuoti rezultatai gauti skaitinės analizės metu. Lokomotyvo Siemens rezultatai buvo palyginti su automotrisės PESA, išorinio bėgio rezultatai su vidinio bėgio, padarytos išvados apie įtempių dydžių pasikeitimą kintant kreivės spinduliui, važiavimo greičiui, išorinio bėgio pakylai. Taip pat išanalizuoti rezultatai gauti parametrinės analizės metu, iš jų matyti, kaip ašinė apkrova įtakoja važiavimo greitį kreivėse, ir kiek būtų galima didinti greitį nagrinėjamose kreivėse šių dviejų tipų riedmenims.

Lengvinas, Rolandas. *Research of Rail Stresses in Curves: Master's thesis / supervisor doc.* dr. Robertas Keršys. The Faculty of Mechanical Engineering and Design, Kaunas University of Technology.

Research area and field: Technological Science, Transport Engineering (03T)

Key words: rails, curves, stresses, locomotive, rail car, axle load.

Kaunas, 2017. 57 p.

## SUMMARY

In the first chapter has been overviewed movement of locomotives in curved track, occurred forces in rails and other factors which affects magnitude of stresses in rails. Also overviewed types of stresses and most dangerous defects which they cause. As well as has been analyzed equipment that is being used to measure stresses in rails at the moment with their advantages and disadvantages.

In the second section, four curves and two types of the vehicles were chosen, and according to their technical characteristics digital analysis were done. Also, in this chapter were formed principal scheme, according to which forces were calculated for outside and inside rails of the curves. After calculating the forces, in Comsol Multiphysics environment 3D models were made according to chosen curves radiuses and rail types, rail materials were selected as well. Regarding to the results of digital analysis, parametrical analysis were done, where maximum speeds were calculated for explorative curves.

In the final chapter, results from digital analysis were analyzed. Siemens locomotive's results compared with rail car's PESA, outside rail's results compared with inside rail's, conclusions were made about how size of stresses changes while changing radius of curved track, the speed of train or outside rail's cant. Also results of parametrical analysis are being analyzed, which shows how axle load affects traveling speed of trains in curved track and how much this traveling speed could be raised in these curves for these types of trains.

# Turinys

ĮVADAS .....	8
1. LITERATŪROS APŽVALGA IR ANALIZĖ .....	9
1.1. Lokomotyvo judėjimas kreivėse.....	9
1.2. Kreivėje lokomotyvą veikiančios jėgos.....	11
1.3. Judėjimo saugumas kreivėse. Leistinieji judėjimo greičiai kreivėse.....	12
1.4. Išorinio bėgio pakyla kreivėse .....	14
1.5. Įtempiai bėgiuose.....	17
1.5.1. Kontaktiniai įtempiai bėgiuose .....	18
1.5.2. Liekamieji įtempiai bėgiuose .....	20
1.6. Defektai atsirandantys kreivių bėgiuose dėl didelių įtempių.....	21
1.7. Įtempių bėgiuose matavimo įrenginiai .....	23
2. BĖGIŲ ĮTEMPIŲ KREIVĖSE TYRIMAS .....	27
2.1. Tyrimo objektai .....	27
2.2. Tyrimo metodika .....	32
2.3. Skaitinė analizė Comsol Multiphysics programa .....	36
3. REZULTATŲ ANALIZĖ.....	41
3.1. Analitinių skaičiavimų rezultatai .....	41
3.2. Skaitinės analizės rezultatai kreivių bėgiuose .....	42
3.3. Skaitinės analizės rezultatų palyginimas .....	48
3.4. Parametrinės analizės rezultatai kreivių bėgiuose .....	50
Darbo apibendrinimas ir rezultatų palyginimas.....	53
Išvados .....	54
Informacinių šaltinių sąrašas: .....	55

## ĮVADAS

Geležinkelis – viena svarbiausių transporto priemonių, atvėrusi kelią pramonės plėtrai XIX a. Lietuvoje, o geografinė padėtis nulėmė, kad Lietuva tapo tranzitine šalimi. Tai patvirtina 150 metų Lietuvos geležinkelio istorija, kurioje atsispindi ir XIX–XX a. sandūros šalies istoriniai, ekonominiai, politiniai bei socialiniai įvykiai. Geležinkelis ypač paveikė tolesnę pramonės ir žemės ūkio raidą ir plėtrą, dėl jo plėtros Lietuvai pavyko atsikratyti carinės imperijos užkampio vardo, žmonės išmoko vertinti laiką, spartėjo gyvenimo tempas, keliavimo kokybė, be to, geležinkelis buvo svarbus įrankis carinei Rusijai vykdant savo užsienio politiką [1].

Geležinkelio linijos yra sudarytos iš tiesių kelio ruožų ir kreivių. Kreivės užima nuo 20 proc. iki 30 proc. viso geležinkelio ilgio. Jos lemia kelio patvarumą ir patikimumą, kadangi jose, palyginti su tiesiais kelio ruožais, veikia didesnės skersinės jėgos, kurios didėja mažėjant kreivių spinduliui, didėjant traukinių važiavimo greičiams. Dėl padidėjusios traukinio poveikio jėgos intensyviau dėvėsi viršutinės bėgių kelio konstrukcijos elementai ir ratų antbriauniai [2].

Traukinio važiavimas kreive iš esmės skiriasi nuo traukinio važiavimo tiesiu kelio ruožu. Pirmiausia šį skirtumą lemia pakitusios poveikio jėgos, veikiančios kelią, jų pobūdis ir veikimo kryptis. Todėl kelio konstrukcijai kreivėse ir jos priežiūrai keliami griežtesni reikalavimai, ypač tuose ruožuose, kur traukinių greičiai yra dideli. Geležinkelio įrengimas kreivėse, palyginti su tiesiais ruožais, skiriasi tuo, kad kreivėse, kurių spindulys mažesnis nei 350 m, bėgių kelio vėžė yra paplatinama, be to, kreivėse, kurių spindulys mažesnis nei 4000 m, įrengiama išorinio bėgio pakyla [3].

Žinant, kad važiuojant kreive pakinta bėgius veikiančių jėgų dydis, pobūdis ir kryptis, buvo pasirinktos dvi kreivės, esančios ruože Vilnius–Klaipėda, ir dvi kreivės kelyje „ČOP“, kuris yra tarp Vaidotų ir Kirtimų stoties. Panaudojus šių kreivių duomenis, darbe buvo iškelti šie uždaviniai:

- Apžvelgti traukinių judėjimą kreivėse, ir ištirti jų bėgius veikiančias jėgas.
- Išnagrinėti įtempių bėgiuose matavimo metodiką ir įrenginius.
- Nustatyti veikiančias jėgas pasirinktose kreivėse.
- Naudojantis *Comsol Multiphysics* programine įranga ištirti nagrinėjamų kreivių bėgius ir juose apskaičiuoti veikiančius įtempius.
- Atlikti parametrinę analizę didžiausiems greičiams apskaičiuoti.

Pagal darbo uždavinius, buvo išsikeltas darbo tikslas – ištirti bėgių įtempius pasirinktose kreivėse važiuojant dviejų skirtingų tipų riedmenims ir atsižvelgiant į rezultatus įvertinti ar gali būti didinamas greitis šiose kreivėse.



# 1. LITERATŪROS APŽVALGA IR ANALIZĖ

## 1.1. Lokomotyvo judėjimas kreivėse

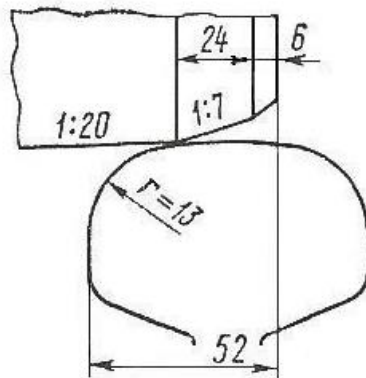
Siekiant užtikrinti saugų lokomotyvo judėjimą kreivu kelio ruožu, reikia įvertinti tokio judėjimo ypatybes tiek tiesiant kelią, tiek ir konstruojant lokomotyvą. Esant didelei standžiai lokomotyvo bazei, mažo spindulio kreivėse rato antbriauniai gali užstrigti bėgių vėžės viduje. Kad tai neįvyktų, mažo spindulio kreivės tiesiamos padidinant vėžės plotį [4].

Techninės eksploatacijos taisyklėse nurodyta, kad kreivėms, kurių spindulys mažesnis nei 350 m, vėžė platinama 10 mm, o, esant mažesniai nei 300 m spinduliui, vėžė platinama 15 mm. Vėžė neplatinama daugiau nei 15 mm, kadangi esant nudilusiems ratų antbriauniams kyla pavojus, kad vidiniu bėgiu riedėdamas ratas nukris nuo bėgio tuo momentu, kai išoriniu bėgiu riedėdamas rato antbriaunis prisispaudžia prie jo galvutės [4].

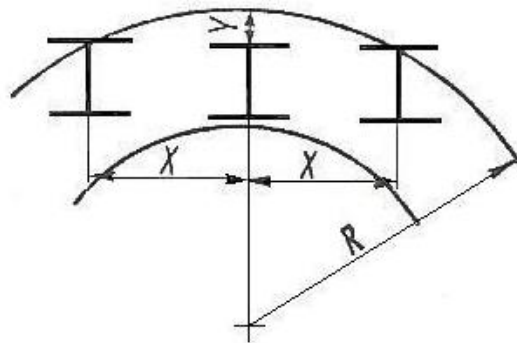
Vagonų aširačių ratų su nudilusiais antbriauniais (rato plotis lygu yra 130 mm, o lokomotyvo – 150 mm) padėtis kreivėje, kuri nutiesta esant praplatėjimui  $\delta = 15$  mm ir didžiausiai plusinei 6 mm nuokrypai, pateikta 1 (a) paveiksle. Tiesiant bėgių vėžę, didžiausia nuokrypa į praplatėjimo pusę sudaro +6 mm ir į susiaurėjimo pusę – -4 mm. Nesunku apskaičiuoti, kad ratas bėgio galvutę uždengia tik dydžiu, lygiu 52 mm. Jeigu įvertiname, kad bėgiai deformuojasi (atsistumia) statmena kelio ašiai kryptimi, o vagonų ašys taip pat deformuojasi (dėl to ratai priartėja prie bėgių galvučių plokštumos), tai paaiškėja, kad, vėžei praplatėjus daugiau kaip 15 mm, rato, kurio nuolydis 1:20, riedėjimo paviršiaus sankirtos su paviršiumi, kurio nuolydis 1:7, briauna gali pereiti į šoninį bėgio galvutės užapvalinimą, kurio spindulys yra 13 mm. Tai pavojinga, kadangi dėl vėžės praplatėjimo ratas gali nuriedėti nuo bėgio.

Kaip vieną iš priemonių, kurios palengvina lokomotyvo įtarpą mažo spindulio kreivėse, visų pirma galima pažymėti pasukamų vežimėlių panaudojimą. Be to, dažnai praktikuojamas aširačių skersinių laisvumų (statmenų ekipažo išilginei ašiai persislinkimų) vežimėlio rėmo atžvilgiu įrenginys. Esant didelei standžiai bazei, kartais naudojami bandažai su susiaurintais antbriauniais arba visai be antbriaunių, pavyzdžiui, prekinių garvežių varančiųjų aširačių ratai. Šiuo atveju ratų plotis paprastai padidėja iki 150 mm [4]. Sprendimą dėl vėžės pločio didinimo, priima kelio infrastruktūros vadovas atsižvelgdamas į kreivę važinėjančių riedmenų būklę, tipus, taip pat į kelio charakteristikas [30].

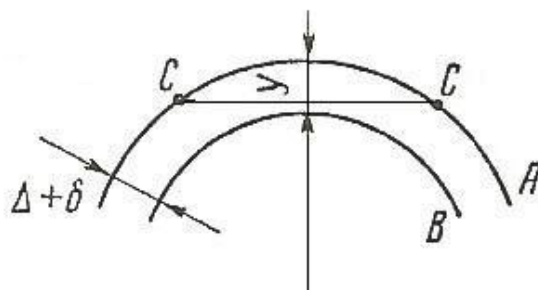
a)



b)



c)



1 pav. Bėgio perdengimas ratu kreivėje (a), triašis vežimėlis kreivėje (b), geometrinės įtalpos sąlyginė schema (c) [4]

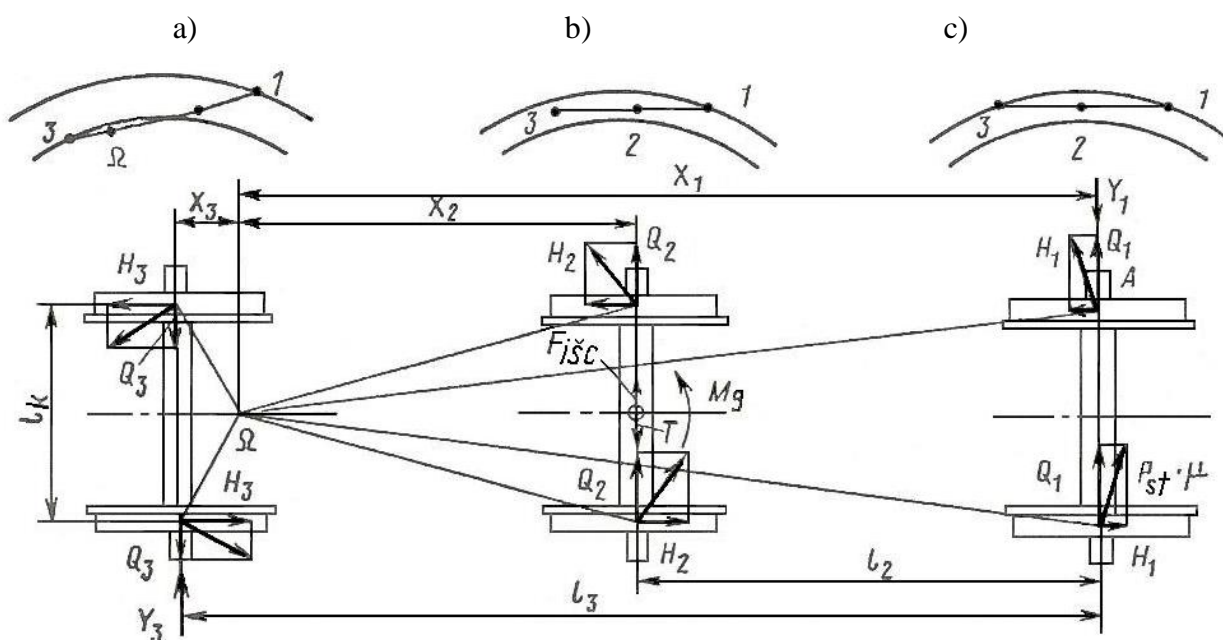
Norint įvertinti priemonių, užtikrinančių lokomotyvo judėjimą kreive, tikslingumą, visų pirma būtina išnagrinėti geometrinius santykius tarp bėgių vėžės ir lokomotyvo matmenų. Tokių klausimų sprendimas sudaro skaičiavimų, vadinamų geometrine įtalpa kreivėje, esmę. Tačiau tokio tipo skaičiavimai naudojami tik pirminiam lokomotyvų judėjimo kreive galimybės vertinimui. Galutiniam tokio judėjimo proceso įvertinimui būtina apskaičiuoti ratų ir bėgių sąveikos jėgas. Tam, kad būtų sumažinta ši sąveika, tiesiant bėgius naudojamos tokios priemonės kaip pereinamųjų kreivių įrengimas, išorinio bėgio pakėlimas ir kt. Turint omenyje lokomotyvus, yra naudojami vežimėliai, kuriuose galimi

šoniniai persislinkimai po šilumvežiu, tamprios atramos ašidėžėse, įvairūs grąžinantieji įrenginiai, antbriaunių tepimo įtaisai. Lokomotyvo ir kelio sąveikos kreivėje klausimų kompleksas sprendžiamas dinaminės įtalpos metodais [4].

## 1.2. Kreivėje lokomotyvą veikiančios jėgos

Šilumvežio vežimėlio dinaminė įtalpa priklauso nuo vežimėlių išsidėstymo bėgių vėžėje ir nuo vežimėlių ekipažus veikiančių jėgų faktorių.

Todėl iš pradžių išnagrinėsime jėgas, veikiančias šilumvežio triašiam vežimėlyje, kurio priekinio aširačio kairiojo rato antbriaunis užvažiuoja ant išorinio bėgio, o trečiojo aširačio dešiniojo rato antbriaunis – ant vidinio bėgio (žr. 3 pav. a). Pavaizduotos visos vežimėlio veikiančios jėgos [4].



2 pav. Didžiausio persimetimo parengtis (a); laisvoji parengtis (b); didelių greičių parengtis (c); vežimėlio veikiančios jėgos (d) [4]

Vežimėliui pasisukant apie posūkio centrą, atsirandantis trinties jėgos tarp ratų ir bėgių veiks priešingomis ratų slydimui kryptimis, t. y. statmenai bandažų kontakto taškus su posūkio centru jungiantiems spinduliams. Jeigu slydimo trinties koeficientą  $\mu$  pasirinkime vienodą visiems ratams, o, siekdami supaprastinti skaičiavimus, kaip vertikaliąją apkrovą pasirinkime statinę rato apkrovą į bėgį  $P_{st}\mu$ , tai trinties jėga kiekviename kontakto taške bus lygi  $P_{st}\mu$  [4].

Įprastai pasirenkame  $\mu = 0,25$ . Lėkštesnėse kreivėse ( $R > 600$  mm) trinties koeficiento reikšmę, matyt, teisingiau pasirinkti lygią 0,2 [4].

### 1.3. Judėjimo saugumas kreivėse. Leistinieji judėjimo greičiai kreivėse

Kaip anksčiau buvo parodyta, judant kreivėmis susidaro dideli užvažiuojančių ratų šoniniai slėgiai į bėgius. Ši papildoma apkrova į bėgius tuo didesnė, kuo mažesnis kreivės spindulys. Tai dažnai lemia būtinybę riboti greitį dėl judėjimo saugumo sąlygų [4].

Didelė horizontalioji apkrova gali numesti užvažiuojantį ratą todėl, kad užvažiuojančio rato antbriaunis užlipa ir nurieda per bėgio galvutę. Toks užlipimas palengvinamas tuo, kad antbriaunio kontakto su bėgio galvutės šonine briauna taškas, esant teigiamai užvažiavimo kampo reikšmei, yra prieš riedėjimo paviršiaus kontakto tašką, kuriame bėgiui perduodama vertikalią apkrova. Ratų riedėjimo bėgiais stebėjimas ir filmavimas atskleidė, kad nedideli rato pakilimai virš bėgio galvutės trumpais laiko tarpais galimi judant tiek kreivais, tiek tiesiais kelio ruožais. Šio klausimo tyrimai parodė, kad pagrindinė judėjimo saugumą užtikrinanti sąlyga šiuo atveju yra antbriaunio nuslydimo žemyn galimybės sąlyga. Prie su bėgio galvute besiliečiančio antbriaunio elementaraus metalo tūrio pridėtos veikiančios jėgos, taip pat ir besipriešianti antbriaunio nuslydimui žemyn jėga  $\mu N$ . Saugumas bus užtikrintas, jeigu

(1.1)

$$\frac{Y'}{P} < \operatorname{tg}(\gamma - \rho)$$

čia:  $\gamma$  – antbriaunio briaunos posvyrio kampas su horizontale;

$\rho$  – trinties kampas;

$Y'$  – šoninis slėgis (Pa);

$P$  – statinė apkrova (N);

Nenudilusio antbriaunio kampas  $\gamma = 70^\circ$ . Esant antbriaunio trinties į galvutę koeficientui  $\mu = 0.25$ , trinties kampas bus lygus  $\rho = \operatorname{arctg}0,25 = 14^\circ$ . Tai atitinka santykį  $\frac{Y'}{P} < 1,48$ . Įvertinant būtiną patikimumo atsargą, paprastai pasirenkama tokia sąlyga  $\frac{Y'}{P_{st}} \leq 0,8$  [4]. UIC profilio bėgiai yra gaminami su 1:20 nuolydžiu [26].

Praktikoje nepalankiausia judėjimo saugumo požiūriu aplinkybė yra šoninis bėgio atstūmimas veikiant šoniniam slėgiui  $Y'$ , apskaičiuojamas pagal (1.1) formulę. Esant didelėms reikšmėms, atstūmimas tampa nebetamprus, atsiranda liekamųjų šoninių bėgio pasislinkimų. Susikaupus tokioms liekamosioms deformacijoms, bėgių vėžės plotis gali padidėti iki neužtikrinančių judėjimo saugumo matmenų. Naujų lokomotyvų apskaičiuotos didžiausios šoninių atstūmimų reikšmės neturi viršyti 6,5 mm P50 tipo bėgiams ir 7,5 mm – P43 tipo bėgiams [4].

Praktikoje dažnai taikomas dar vienas judėjimo kreive leistinojo greičio nustatymo būdas. Jis paremtas vadinamojo leistinojo nenuslopinto pagreičio  $\omega_{nen}$  kreivėje reikšmės normavimu, t. y.

spindulinio (normalinio) pagreičio, tenkančio kroviniui arba keleiviui veikiant išcentrinės jėgos  $F_{i\check{s}c}$  ir svorio jėgos dedamosios  $T$  (dėl išorinio bėgio paaukštavimo) skirtumui.

(1.2)

$$\omega_{nen} = \frac{F_{i\check{s}c} - T}{\frac{G}{g}} = \frac{v^2}{R} - \frac{h}{l_k} g,$$

iš čia

(1.3)

$$v = 3,6 \sqrt{\left(\omega_{nen} + \frac{h}{l_k} g\right) R}.$$

čia:

$\omega_{nen}$  – leistinasis nenuslopintas pagreitis,  $m/s^2$ ;

$F_{i\check{s}c}$  – išcentrinė jėga, N;

$T$  – svorio jėgos dedamoji dėl išorinio bėgio paaukštavimo, N;

$G$  – svorio jėga, N;

$g$  – laisvojo kritimo pagreitis,  $m/s^2$ ;

$v$  – leistinas judėjimo greitis, m/s;

$R$  – kreivės spindulys, m;

$h$  – išorinio bėgio pakyla, mm;

$l_k$  – pabėgių skaičius/1 km;

Leistinoji nenuslopinto pagreičio reikšmė  $\omega_{nen}$ , ištvėriama remiantis žmogaus pojūčiais arba krovinio saugumu, pasirenkama, kaip ir daugelyje užsienio geležinkelių, lygi  $0,7 m/s^2$ . Tuomet esant didžiausiam išorinio bėgio paaukštavimui  $h = 150$  mm, gausime

$$v = 3,6 \sqrt{\left(0,7 + \frac{150}{1580} \cdot 9,81\right) R} = 4,6\sqrt{R}.$$

Pateiktas judėjimo kreive leistinojo greičio nustatymo būdas taikytinas, tik tuomet, kai bėgiai yra pakankamo stiprumo. Todėl šį greitį nustatyti teisingiausia remiantis leistinaisiais įtempiais bėgiuose, įvertinant horizontaliąsias ir vertikaliąsias jėgas kartu [4].

#### 1.4. Išorinio bėgio pakyla kreivėse

Išorinio bėgio pakyla yra nusakomas kampas bėgių kelio posūkyje, kuris yra naudojamas siekiant kompensuoti šonines jėgas traukiniui važiuojant kreive. Iš esmės, pabėgiai yra tiesiami kampu taip, kad išorinis bėgis posūkyje būtų aukščiau vidinio bėgio [2].

Žinoma, ta pačia kreive važiuoja skirtingų tipų traukiniai, jiems yra nustatomi skirtingi leistinieji greičiai. Taip pat reikia atsižvelgti į atvejus kai traukiniai sustoja kreivėse. Tai reiškia, kad pakyla turi būti suprojektuota pasiekiant kompromisą tarp sustojusio traukinio saugumo ir maksimalaus įmanomo greičio, kai kreivėje sustojusio traukinio nėra [5]. Taip pat, parinkta per didelė išorinio bėgio pakyla lemia didesnę vidinio bėgio dilimą ir defektų atsiradimą (žr. 3 pav.)



3 pav. Plastinių deformacijų atsiradimas vidiniame bėgyje [21]

Greitis, kuriuo traukinys gali važiuoti kreive, priklauso nuo išcentrinės jėgos, veikiančios traukinį. Dėl jos išoriniame bėgyje atsiranda papildomas slėgis, todėl jis nusidėvi daug greičiau negu vidinis. Nekompensuota išcentrinė jėga sukelia nemalonų pojūtį keleiviams bei sumažina traukinio pastovumą. Dėl nenuslopintos išcentrinės jėgos traukinys gali apvirsti, padidėti skersinės apkrovos, sumažėti apkrovos stabilumas bei važiavimo komfortas [2].

Nenuslopintas skersinis pagreitis  $\alpha_p$  – tai skirtumas tarp išcentrinių ir įcentrinių jėgų. Skersinis pagreitis neturi viršyti nustatytos normos keleiviniams ir kroviniams traukiniams (Lietuvoje keleivinių traukinių  $\alpha_{pkel} = 0,7 \text{ m/s}^2$ , krovinių traukinių  $\alpha_{pkrov} = \pm 0,3 \text{ m/s}^2$ ) [2].

Dėl visų šių priežasčių kreivėse, kurių spindulys mažesnis kaip 4000 m, įrengiama išorinio bėgio pakyla. Pakylos dydis nustatomas atsižvelgiant į kelio kreivės spindulį ir traukinių važiavimo

greitį, bet turi būti ne didesnis kaip 150 mm. Apskaičiuota išorinio bėgio pakyla turi būti patikrinta, atsižvelgiant į leistinąjį keleivinių traukinių nenuslopinto pagreičio dydį [2].

Leistinoji nenuslopinto pagreičio norma yra kitokia keleivinių ir krovinių traukinių ir įvairiose šalyse skiriasi. Kai kurių šalių leistinojo keleivinių traukinių nenuslopinto pagreičio normos pateiktos 1.1 lentelėje [2].

Leistinoji krovinių traukinių nenuslopinto pagreičio norma Lenkijoje priklauso nuo krovinių vežimo intensyvumo (žr. 1.2 lentelę). 2001 metais JAV atlikti geležinkelio įrengimo ir priežiūros normų pakeitimai. Nustatytas didžiausias išorinio bėgio pakylas dydis 1-os ir 2-os klasių kelių kreivėse – ne didesnis nei 8" (203,2 mm), o 3–5 klasių kelių kreivėse – 7" (177,8 mm). JAV geležinkelio linijos skirstomos į 6 klases: išskirtiniai ruožai, kuriuose  $v_{maxkel} = 16$  km/h,  $v_{maxkrov} = 16$  km/h; 1-os klasės keliai, kuriuose  $v_{maxkel} = 24$  km/h,  $v_{maxkrov} = 16$  km/h; 2-os klasės keliai, kuriuose  $v_{maxkel} = 48$  km/h,  $v_{maxkrov} = 40$  km/h; 3-ios klasės keliai, kuriuose  $v_{maxkel} = 97$  km/h,  $v_{maxkrov} = 64$  km/h; 4-os klasės keliai, kuriuose  $v_{maxkel} = 129$  km/h,  $v_{maxkrov} = 97$  km/h; 5-os klasės keliai, kuriuose  $v_{maxkel} = 145$  km/h,  $v_{maxkrov} = 129$  km/h). Iki pakeitimų išorinio bėgio pakylas dydis galėjo būti ne didesnis nei 6" (152,4 mm), neatsižvelgiant į kelio klasę [2].

Rusijoje iki 1959 m. didžiausias išorinio bėgio pakylas dydis buvo 125 mm, nuo 1959 m. buvo padidintas iki 150 mm. Bėgių UIC didžiausias leistinasis išorinio bėgio pakylas dydis yra 160 mm. Atlikti tyrimai, kuriais nustatyta, kad išorinio bėgio pakyla kai kuriais atvejais gali būti padidinta iki 180 mm, tačiau su sąlyga, kad bėgių kelio konstrukcija yra pakankamai stabili [2].

1.1 lentelė.

Keleivinių traukinių leistinoji nenuslopinto pagreičio norma [2]

Šalis	$\alpha_{pkel}$ , m/s <sup>2</sup>	Pastabos
Austrija	0,65	
Belgija	0,60	
Prancūzija	0,85 - 0,98	Išskyrus TGV linijas
Ispanija	0,65	
Japonija	0,8	
Vokietija	0,65	kur $v < 250$ km/h
Lenkija	0,6	Iešmuose 0,65; Modernizuotose linijose iki 0,8
Rusija, Lietuva	0,7	
Anglija	0,6	
Čekija	0,6	
JAV	0,5	
Italija	0,6; 0,8; 1,0	Priklauso nuo kelio kategorijos

Krovininių traukinių leistinoji nenuslopinto pagreičio norma Lenkijoje [2]

Intensyvumas, tkm bruto/metus	Nenuslopintas pagreitis $\alpha_{pkrov}$ , m/s <sup>2</sup>
1	2
0<I<5	0,6
5<I<10	0,5
10<I<15	0,4
15<I<20	0,3
>20	0,2

Metodika, pagal kurią šiuo metu skaičiuojama išorinio bėgio pakyla, su kai kuriais patikslinimais Rusijoje (o kartu ir Lietuvoje) naudojama nuo 1904 metų (XXII inžinierių suvažiavimas). Belgijoje vidutinis traukinių važiavimo greitis nustatomas taip pat kaip Rusijoje (ir Lietuvoje). Anglijoje, Vokietijoje, Čekijoje ir Bulgarijoje vidutiniais greičiais naudojamosi tik tais atvejais, kai traukiniai važiuoja panašiais greičiais. Prancūzijoje vidutinis traukinių važiavimo greitis skaičiuojamas pagal formulę:

(1.4)

$$v^2 = \frac{v_{max}^2 + v_{min}^2}{2}$$

čia:

 $v_{max}$  – didžiausias važiavimo greitis kreivėje, m/s; $v_{min}$  – minimalus važiavimo greitis kreivėje, m/s;

Daugelyje šalių išorinio bėgio pakyla nustatoma normuojant nenuslopinto pagreičio dydį. Toks skaičiavimo būdas galimas tada, kai yra geros techninės būklės krovininiai riedmenys, be to, krovininiai vežimai sudaro nedidelę visų vežimų dalį. Taikant šį skaičiavimo metodą nereikia nustatyti vidutinio traukinių važiavimo greičio. Šį dydį nustatyti su reikalingu patikimumu yra sudėtinga.

Sudėtinga nustatyti, ar išorinio bėgio pakylas skaičiavimas pagal didžiausius greičius yra teisingas sprendimas, ar ne. Išorinio bėgio pakylas nustatymo pagal vidutinius kvadratinius traukinių važiavimo greičius pagrindinis trūkumas – labai sudėtinga nustatyti, kiek, kokios masės ir koku greičiu traukinių važiuos tam tikra kreive per metus, kadangi gali keistis eksploatacinės sąlygos, pasenę lokomotyvai nerealizuoja skaičiuojamojo greičio, traukinių greitis ribojamas greičio perspėjimais ir pan.

Tyrimais nustatyta, kad bėgiai dilimo intensyvumas sumažėja, kai nenuslopintas pagreitis  $\alpha_p$  yra  $0 \div 0,1$  m/s<sup>2</sup>, ir dilimo intensyvumas padidėja, kai nenuslopintas pagreitis pasiekia  $0,5 \div 0,6$  m/s<sup>2</sup> [6]. Nenuslopintam pagreičiui padidėjus iki  $0,5$  m/s<sup>2</sup>, bėgių galvutės šoninis dilimas padidėja 3 kartus. Įrengus aukštesnę išorinio bėgio pakylą, negu apskaičiuota, lokomotyvo aširačiai kreivėje slysta išoriniu



bėgiu, o įrengus žemesnę pakylą – vidiniu bėgiu. Ratams slystant vidiniu bėgiu, išorinis bėgis lėčiau dyla, tačiau traukinys gali nuriedėti nuo bėgių.

Nenuslopinto pagreičio dydis, o kartu ir išorinio bėgio pakyla veikia ne tik bėgių galvutės šoninio dilimo intensyvumą, bet ir bėgių vertikaliojo dilimo intensyvumą: kuo didesnis nenuslopintas pagreitis, tuo didesnis išorinio bėgio vertikaliojo dilimo intensyvumas. Yra siūlymų, kad kreivėse, kurių išilginis nuolydis didesnis nei 6–12 ‰, arba kreivėse, kurios yra prieš stotis, vidutinio greičio reikšmę reikėtų dauginti iš koeficiento 0,9, o greičio kvadratą – iš koeficiento 0,8 [2].

Pagrindinė problema, su kuria susiduriama nustatant išorinio bėgio pakylą, yra traukinių važiavimo greičio nustatymas su reikalingu patikimumu. Būtina tobulesnė metodika, kurią taikant būtų galima kuo tiksliau apskaičiuoti išorinio bėgio pakylą. Dažniausiai geležinkelio linijose vyksta mišrus traukinių eismas, todėl reikia tinkamai įvertinti keleivinių ir krovinių traukinių važiavimo greičių skirtumą. Skaičiuojant išorinio bėgio pakylą, reikia įvertinti ne tik didžiausius keleivinių traukinių greičius, tačiau ir faktinius krovinių traukinių važiavimo greičius kreivėse. Remiantis atliktų tyrimų apžvalga ir užsienio šalių patirtimi, galima daryti išvadą, kad galiojantis didžiausias nenuslopinto pagreičio dydis yra skirtingas įvairiose šalyse. Daugelyje šalių leistinasis nenuslopinto pagreičio dydis yra mažesnis nei mūsų šalyje, išskyrus tose linijose, kur vyksta greitasis keleivinių traukinių eismas [2].

## 1.5. Įtempiai bėgiuose

Bėgiai užima svarbų vaidmenį, atliekant periodinius bėgių kelio priežiūros darbus. Tarnavimo laiko pabaigoje, bėgių, kaip metalo laužo, vertė dažnu atveju siekia vos 15% jų pradinės kainos. Tinkama priežiūra ir naudojimas turi teigiamą poveikį jų tarnavimo amžiui, o taip pat padeda sutaupyti pinigų. Taigi, juos veikiančių apkrovų ir įtempių aplinkos supratimas padėtų nustatyti ir prailginti jų didžiausią tarnavimo trukmę [7].

Tam, kad suprastume įtempius veikiančius bėgiuose, būtina išsiaiškinti juos veikiančių jėgų dydžius ir tipus. Nagrinėjant bėgio ir rato kontaktą, galima išskirti keturių tipų apkrovas: vertikalioji, šoninė, išilginė ir sukimo. Kadangi, šiame darbe nagrinėjami įtempiai būtent bėgių kelio kreivėse, atliekant tyrimą, bus atsižvelgiama tik į šonines ir vertikaliąsias jėgas, nes jos šiuose kelio ruožose turi didžiausią įtaką matuojant įtempius. Įtempiai ir nusidėvėjimas yra tiesiogiai susiję su bėgių ilgaamžiškumu ir pažeidžiamumu, jie lemia bėgių nuovargį. Jei įtempiai yra išoriniai (kontaktiniai arba dinaminiai), tokiu atveju bėgiai susidėvės arba lūš. Jei, įtempiai yra vidiniai (liekamieji arba temperatūriniai), tada jie pagreitina nuovargio defektų augimą sukeldami bėgių suirimą [7].

### 1.5.1. Kontaktiniai įtempiai bėgiuose

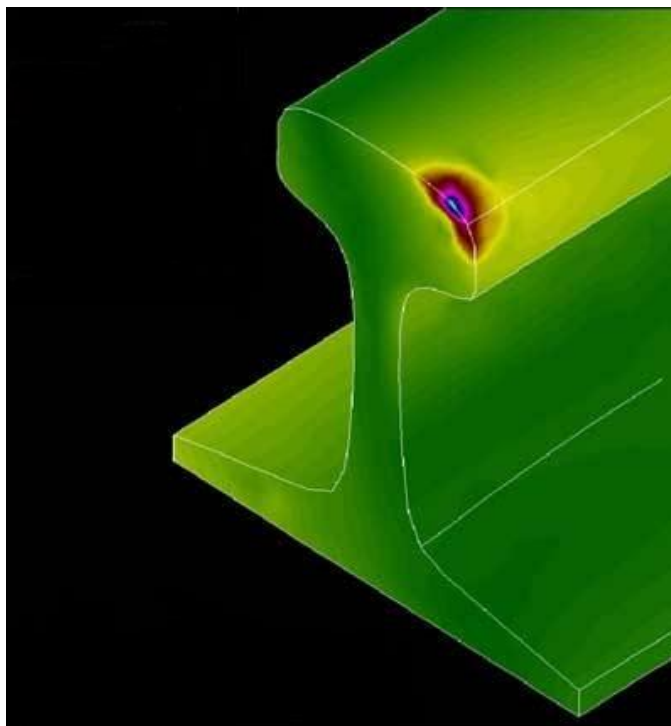
Kaip pavadinimas byloja, kontaktiniai įtempiai atsiranda dėl rato kontakto su bėgiu. Įtempių dydis priklauso nuo veikiančių jėgų, medžiagos ir besiliečiančių paviršių geometrijos. Jei veikiančios jėgos yra statmenos kontaktuojantiems paviršiams, tada didžiausi įtempiai atsiranda ne besiliečiančiame paviršiuje, bet pasireiškia dviejų kūnų viduje, ir šiek tiek žemiau kontakto taško. Jei bus įtraukta horizontalioji jėga, tokia kaip trinties, didžiausi kontaktiniai įtempiai gali pasireikšti besiliečiančiuose paviršiuose. Kontaktinių įtempių dydis priklauso nuo rato ir bėgio kontakto, kuris būna dviejų tipų: vieno arba dviejų taškų [7].

Vieno taško kontaktas pasireiškia kai ratui ir bėgiui dėvintis gaunama konforminė forma, arba kai nudilusi rato briauna (angl. “false flange”) pradeda kontaktuoti su vidinio bėgio viršutine plokštuma. Konforminis kontaktas, tai situacija kai rato ir bėgio kontakto kampas pasikeičia iš esmės, arba kai dvi skirtingos kontaktų zonos yra traktuojamos kartu su skirtingais kontaktų kampais [22]. Iš tikrųjų, konforminis kontaktas niekada nėra aptinkamas įprastuose keliuose, kur važinėja įvairaus tipo ir dydžio riedmenys. Taip yra dėl to, kad bėgis dyla dėl įvairaus profilio ir geometrijos ratų, kurie jais rieda. Panašiai ir ratai dyla atsižvelgiant į įvairius bėgių profilius ir platesnės ar siauresnės vėžės sąlygas. Nepaisant to, konforminis kontaktas sukelia ratų išdaužas, vežimėlio siūbavimą ir dėl jo formuojasi įdubimai ir iškilimai. Vieno taško konforminis kontaktas išoriniame bėgyje pasireiškia, kai vertikalios ir šoninės jėgos veikia tame pačiame taške. Tai sukelia labai didelius įtempius ir dėl jų ant bėgių galvučių formuojasi įtrūkimai (žr. pav. 4) [7].



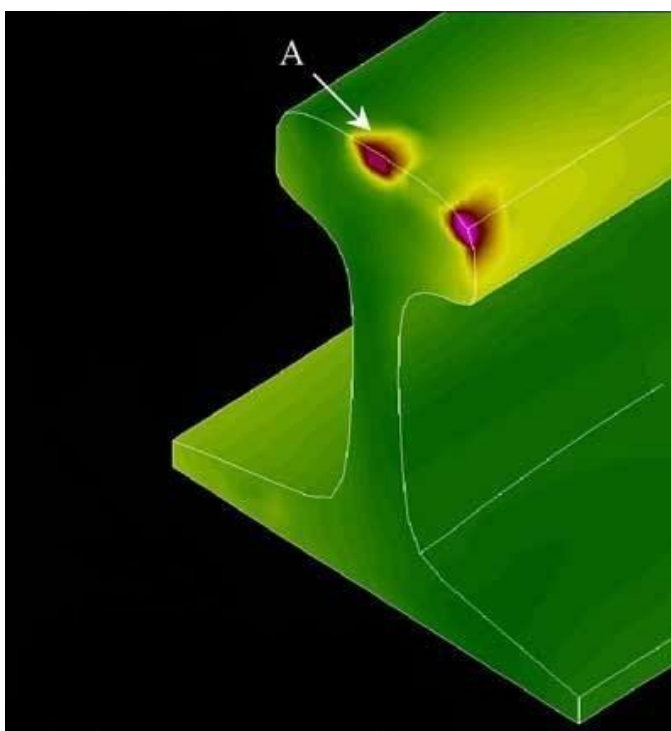
4 pav. Dėl įtempių bėgyje atsiradęs defektas [7]

Taip pat svarbus yra ir kreivėje esančio vidinio bėgio ir rato kontaktas, kuris visada būna vieno taško. Šis kontakto taškas turėtų būti kiek įmanoma arčiau rato riedėjimo paviršiaus centro (žr. pav. 5). Tam, kad tai įvyktų, būtinas tinkamas vėžės plotis ir standus vežimėlis[7].



5 pav. Rato ir vidinio bėgio kontaktas kreivėje [7]

Dviejų taškų rato ir bėgio kontaktas (žr. 6 pav.) aptinkamas tik kreivės išoriniame bėgyje, šiuo atveju įtempių koncentracija bėgio galvutės kampe yra sumažinama.



6 pav. Dviejų taškų kontaktas kreivės išoriniame bėgyje [7]

Ratui riedant išoriniu bėgiu, jo riedėjimo paviršius liečiasi su bėgio galvutės viršutiniu paviršium, o rato flanšas kontaktuoja su šoniniu galvutės paviršiumi. Dviejų taškų kontaktas įprastai pasireiškia vežimėlio išsikraipymu. Jis taip pat generuoja dideles šonines jėgas, kurios gali būti sumažinamos tinkamu vidinio bėgio viršutinio paviršiaus tepimu [7].

### **1.5.2. Liekamieji įtempiai bėgiuose**

Problemos susijusios su vidiniais įtempiais ( taip pat vadinamais liekamaisiais įtempiais), kurie atsiranda bėgių gaminimo metu, buvo akivaizdžios pastaruosius du dešimtmečius. Faktas, kad keletas traukinių nuriedėjimų nuo bėgių, buvo pripažinti dėl jų kaltės reiškia, kad apie šį reiškinį dar trūkstama žinių ir supratimo. Pagrindinis susidomėjimas liekamaisiais įtempiais iki šiol buvo susietas su terminio poveikio zonomis, tokiomis kaip, suvirinimo vietos ir bėgio galvutės vidus. Gamyboje naudojami terminio padorojimo procesai, gaminant bėgius su sukietinta galvute ir pagerintom kitom medžiagos savybėmis (išlaikant geometrines tolerancijas) dažnai sukelia šiuos liekamuosius įtempius, kurie viršija leistinas vertes[8].

Šiai dienai, iš bėgių gamintojų yra reikalaujama pagaminti bėgius su didesniu galvutės sukietinimo gyliu, tuo tarpu išlaikant plastišką kakliuką ir pagrindą ir taip pat išlaikant žemus liekamuosius įtempius. Tai gali būti sunkiai pasiekama, bet yra labai svarbu tam, kad būtų išvengta bėgių defektų ir traukinių nuriedėjimų siejamų su liekamaisiais įtempiais. Tiriant bėgių gamybos procesą ir liekamųjų įtempių reiškinį parodė, kad:

- Bėgių gamybos procesai kontroliuoja liekamuosius įtempius, tačiau ištiesinančio valco nustatymai gali pakoreguoti ar visiškai pakeisti šiuos įtempius.
- Bėgiai, kuriuose įtempių intensyvumas (dėl liekamųjų įtempių) yra didesnis negu bėgio skilimo riba, be vargo lūš palei kakliuką, kai tuo tarpu bėgiai su liekamaisiais įtempiais, kurių intensyvumas yra mažesnis negu bėgio skilimo riba, neleis kilti didesniai skilimui.
- Įtempiai, kurie gali sukelti katastrofinį susilpnėjimą, yra bėgio galvutėje ir pagrinde; jie orientuojasi bėgių išilgine kryptimi.
- Valcavimo metu, plastiška zona susiformuoja iki 5 mm gylyje bėgio galvutėje.
- Dylant bėgiui, grėsmė, kad dėl liekamųjų įtempių labai susilpnės bėgis, mažėja.

Standartų, tyrimų, bandymų ir kokybės valdymo metodų, kontroliuojant liekamuosius įtempius, sukūrimas leido pagerinti bėgių savybes [8].

## 1.6. Defektai atsirandantys kreivių bėgiuose dėl didelių įtempių

Dėl ekonominio spaudimo, visame pasaulyje atsirado būtinybė didinti ašinės apkrovas, eismo srautą ir greičius tam, kad sumažinti išlaidas ir padidinti geležinkelio efektyvumą. Per pastaruosius 10 metų prekinį riedmenų ašinės apkrovos padidėjo nuo 20 iki 32,5 tonos, tai lėmė padažnėjusį bėgių defektų formavimąsi [23]. Žalos kaupimasis dėl nuovargio, plastinių deformacijų ir nusidėvėjimo, žymiai sutrumpina geležinkelio bėgių tarnavimo laiką [29].

Smulkūs galvutės įtrūkimai – tai augantys įtrūkimai, kurių pradžia būna galvutės kampe ir jie plečiasi skersine galvutės kryptimi. Šio defekto atsiradimo priežastis yra didelės koncentruotos apkrovos, kurios palengva veikia bėgio plieną. Įtrūkimų augimas yra nežymus, kol nepasiekta 5% riba, viršijus šią ribą augimas tampa labai staigus. Defektas yra pavojingas dėl keleto priežasčių:

- Jis atsiranda keliose vietose tame pačiame bėgyje.
- Mažo spindulio kreivėse, dėl didelių įtempių, jie trūksta nepasiekę 15% ribos.
- Neprižiūrint bėgių, šis defektas pasireiškia visišku bėgio lūžiu per galvutę, kaklelį ar pagrindą.

Smulkus įtrūkimas pasižymi skersiniu atsiskyrimu galvutės viršutiniame kampe ir plečiasi pusbėglio formos rievėmis (žr. pav. 7) [9].



7 pav. Galvutės įtrūkimas [9]

Bėgio ir kakliuko atsiskyrimas (žr. pav. 8) – tai augantis įtrūkimas išilgai bėgio, atskiriantis kakliuką nuo galvutės. Atsiskyrimas vyksta palei siūlę, vertikaliai nukrypstant iki galvutės viršaus ar netoli kakliuko vidurio. Įtrūkimas ar rūdžių serija gali pasirodyti po galvute, ar net kakliuko gabaliukai gali atsiskirti nuo bėgio. Šis defektas atsiranda, dėl pervazoje naudojamo asfalto. Taip pat, viršytas

greitis kreivėse ar netinkama išorinio bėgio pakyla gali sukelti išcentrines apkrovas bėgio galvutėje. Nuovargio požymiai kyla galvutės ir kaklelio susikirtimo vietoje kaip nedidelis horizontalus įtrūkimas po galvute, nedidelis persislinkimas ar susiraukšlėjimas. Šio defekto didžiausi keliami pavojai yra:

- Bėgio susilpnėjimas per visą ilgį
- Jei priežiūra yra nepakankamai dažna, bėgis skyla.



8 pav. Kakliuko atsiskyrimas nuo galvutės [9]

Atsisluoksniavimas (žr. 9 pav.) – tai progresuoti linkęs horizontalus medžiagos atsiskyrimas nuo bėgio galvutės (įprastai šis defektas aptinkamas viršutinėje plokštumoje). Šis defektas plečiasi išilgine kryptimi. Atsisluoksniavimas gali nustoti plisti ir suformuoti skersinį medžiagos atsiskyrimą, o kai tai nutinka, jis yra priimamas kaip įlūžimas. Atsiskleidę ar pasikeitę iš esmės atsisluoksniavimai sukelia pirminio metalo pasislinkimus. Priežastis, dėl kurios atsiranda šis defektas nėra tiksliai nustatyta. Jis yra daugiausia paplitęs kreivėse ir jis smarkiai didėja, jei atsiranda nedidelių ruožų ar siūlių kur kaupiasi didelės įtempių koncentracijos. Atsisluoksniavimas yra pavojingas nes:

- Jis atsiranda kreivėse
- Skersinis medžiagos atsiskyrimas gali pradėti vystytis bet kurioje atsisluoksniavimo stadijoje ir bet kuriame taške.



9 pav. Bėgio galvutės atsisluoksniavimas [9]

Šio defekto augimas labiausiai priklauso nuo bėgį veikiančių apkrovų. Aptinkamas šis defektas gali būti aptinkamas atliekant vizualinę bėgių apžiūrą [9].

Įvairiose šalyse bėgių įtempiai yra mažinami įvairiais būdais, tačiau patys efektyviausi yra šie: pastovus bėgių tepimas, didesnio kietumo/stiprumo bėgiai bei rato ir bėgio paviršiai pritaikyti mažinti dėvėjimąsi [24].

### **1.7. Įtempių bėgiuose matavimo įrenginiai**

Įtempių bėgiuose matavimo įrenginiai iš esmės yra skirstomi į dvi grupes: nešiojamus ir pastovaus matavimo. Nešiojamų įrenginių pagrindiniai trūkumai yra, kad matavimai reikalauja daug laiko ir trikdo eismą tame bėgių kelyje. Vienas populiariausių nešiojamų įrenginių yra įmonės Vortok siūloma sistema VERSE (žr. 10 pav.). Ši sistema naudojama daugiau nei 20-yje šalių, tokių kaip: JAV, Japonija, Vokietija, Prancūzija, Italija, Didžioji Britanija, Kinija ir Brazilija [10, 27].



10 pav. Įtampių bėgiuose matavimo sistema VERSE [10]

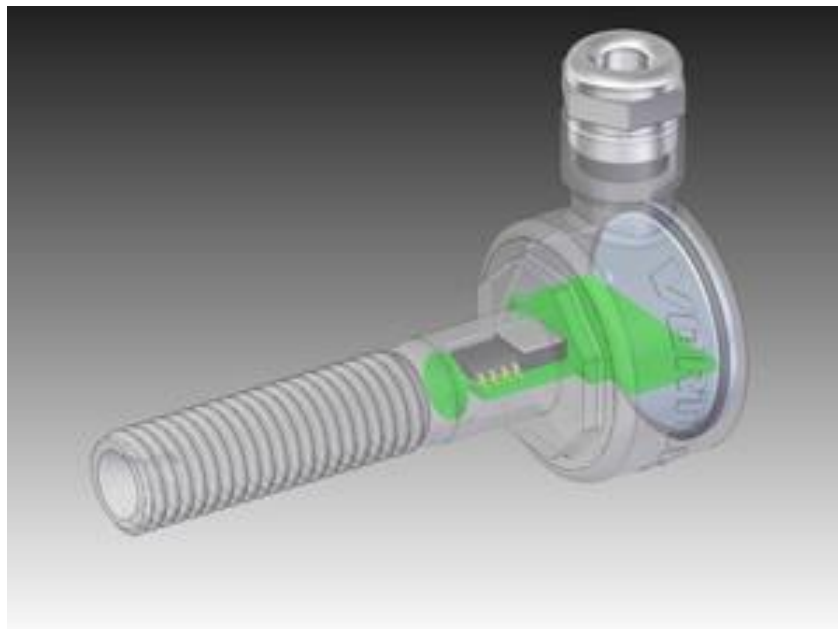
Šios sistemos privalumai yra:

- Norint pamatuoti bėgio įtampus, deformacijas ir neutralią temperatūrą, nereikalingas jo perpjovimas ir suvirinimas.
- Didelis tikslumas: rezultatai iš karto leidžia priimti sprendimą dėl bėgio priežiūros ar aptarnavimo, kas sumažina bėgio defektų atsiradimą.
- Eksportuojami prietaiso parodymai
- Leidžia nuspėti kur bėgis yra labiausiai pažeidžiamas ir taip numatyti ekonomiškai efektyvius darbo planus.

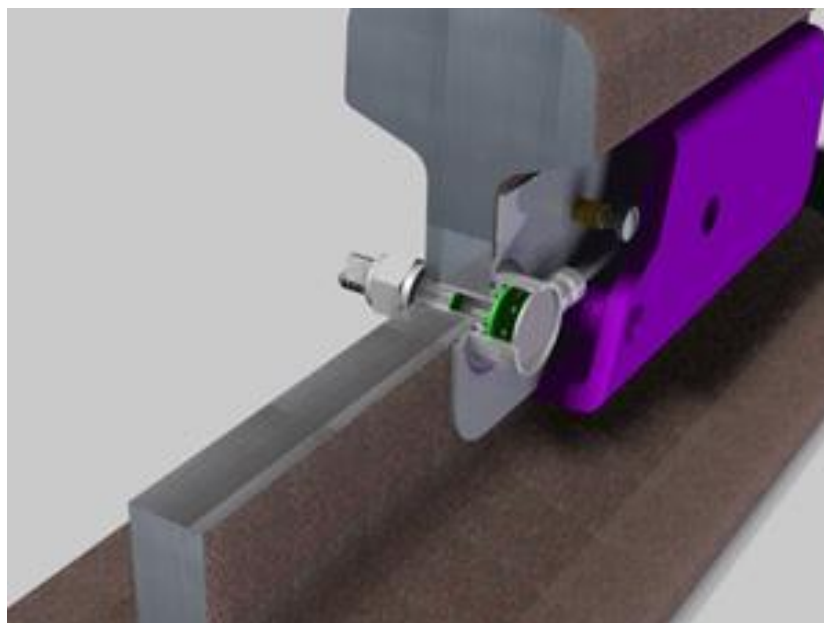
Sistemos, kurios pastoviai matuoja įtampus, yra pranašesnės už nešiojamas tuo, kad nuolatos atlieka matavimus ir turi galimybę juos siųsti į geležinkelio valdymo sistemą, netrikdo traukinių eismo. Tačiau, jos yra brangesnės ir sudėtingiau įdiegiamos.

„Vortok measure and detect“ jutiklis (žr. pav. 11) nuolatos matuoja neutralią bėgių temperatūrą ir įtampus. Jis gali būti įdiegtas prie bėgių per kelias minutes, jo matavimai yra labai tikslūs, o duomenis operatoriui gali nusiųsti keliais būdais, įskaitant automatinį elektroninį laišką ar radijo ryšiu. Šio jutiklio bandymai buvo atliekami Australijoje 2011-ais metais [11].





11 pav. „Vortok measure and detect“ jutiklis [11]



12 pav. „Vortok measure and detect“ jutiklis įdiegtas į bėgį [11]

Ši sistema geležinkeliuose taip naudojama ašių skaičiavimui, traukinių svėrimui, ratų defektų aptikimui.

RailStress Monitor (žr. 13 pav.) yra pirmasis visiškai savarankiškas, belaidis, baterijomis maitinamas matavimo įrenginys nustatantis bėgių įtempius ir temperatūrą. Ši sistema teikia informaciją ir duomenis operatoriui dėl bėgių lūžių grėsmės, ir realiu laiku perspėja apie galimas bėgių suklupimo sąlygas [12].



13 pav. RailStress Monitor įrenginys [12]

Šios sistemos privalumai:

- Galimybė aptikti bėgių lūžio grėsmę
- Įspėjimas dėl potencialaus suklypimo pavojaus
- Belaidė
- Nesudėtingas įdiegimas
- Belaidis duomenų perdavimas operatoriui
- Matuoja bėgių temperatūrą ir įtempius
- Kaupti duomenis gali 6 mėnesius, atliekant matavimus kas 10 minučių.

## 2. BĖGIŲ ĮTEMPIŲ KREIVĖSE TYRIMAS

### 2.1. Tyrimo objektai

Ko gero, bet kuris geležinkelių valdytojas norėtų, kad bėgių linijos būtų tiesios it styga. Tokiu atveju traukiniai naudotų ženkliai mažiau energijos, statybos, priežiūros darbai būtų paprastesni, traukinių greičiai padidėtų, o taip pat ir kelio elementai mažiau dėvėtųsi [13]. Tačiau realybėje taip būna retai, todėl kreivės yra neatsiejamas bėgių kelio elementas. Kreivės geležinkelyje pačios iš savęs yra beveik atskiras mokslas. Reikalingi labai kruopštūs skaičiavimai, norint užtikrinti kad kreivės yra suprojektuotos ir prižiūrimos tinkamai, o taip pat, kad traukinių greičiai jose yra priimtini, nesukeliantys per didelių šoninių jėgų. Būtent šios jėgos yra pagrindinė priežastis ant galvutės atsirandančių defektų ir traukinių nuriedančių nuo bėgių [5].

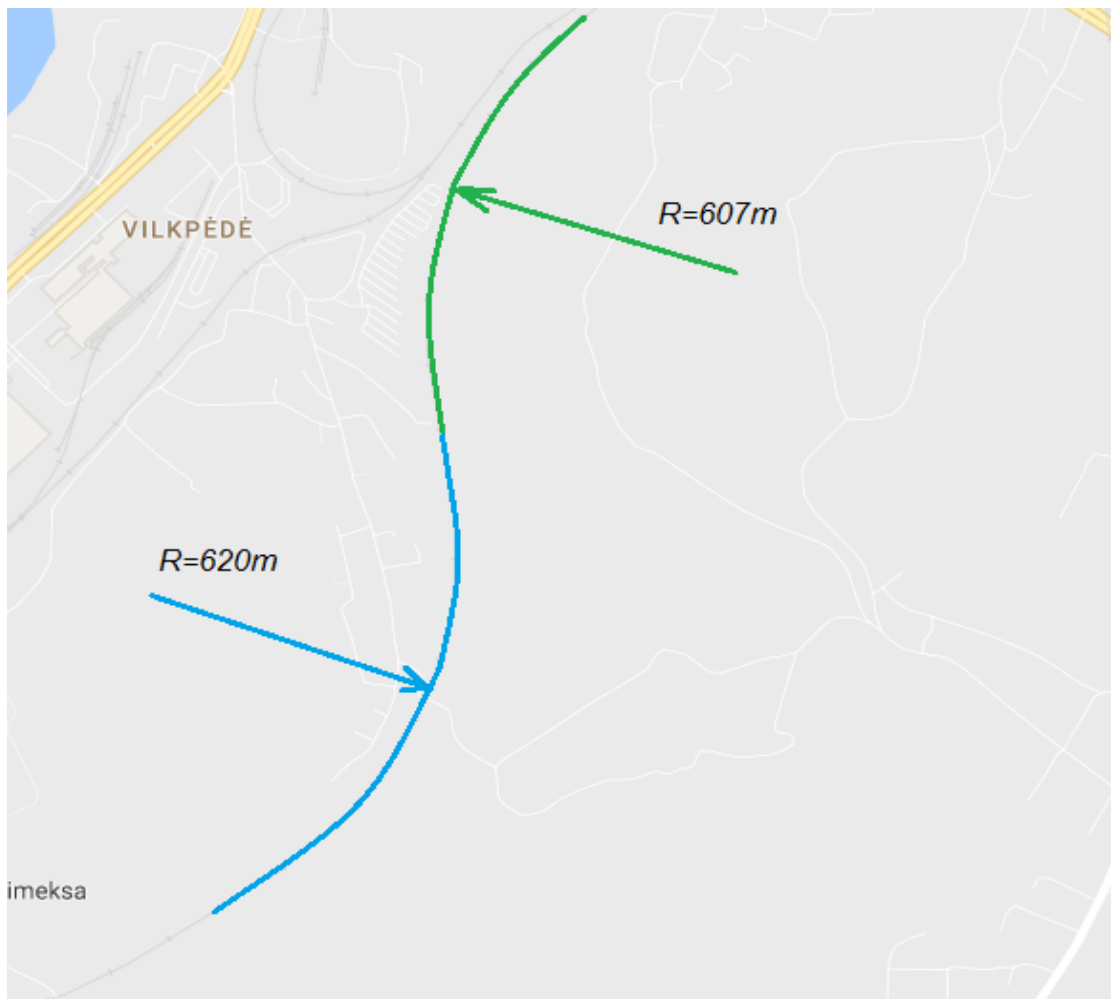
Šiam tyrimui buvo pasirinktos keturios skirtingų spindulių kreivės. Viena kreivė yra ruože Vaidotai – Kirtimai, viena ruože Vaidotai – Vokė ir dvi ruože Vilnius – Klaipėda (tarpstotis Vilnius – Paneriai). Šių kreivių schemas pateiktos 14, 15 ir 16 paveiksluose, o kreivių techniniai parametrai 2.1 lentelėje.



14 pav. 274 m spindulio kreivė, ruožas Vaidotai – Kirtimai



15 pav. 371 m spindulio kreivė, ruožas Vaidotai – Vokė



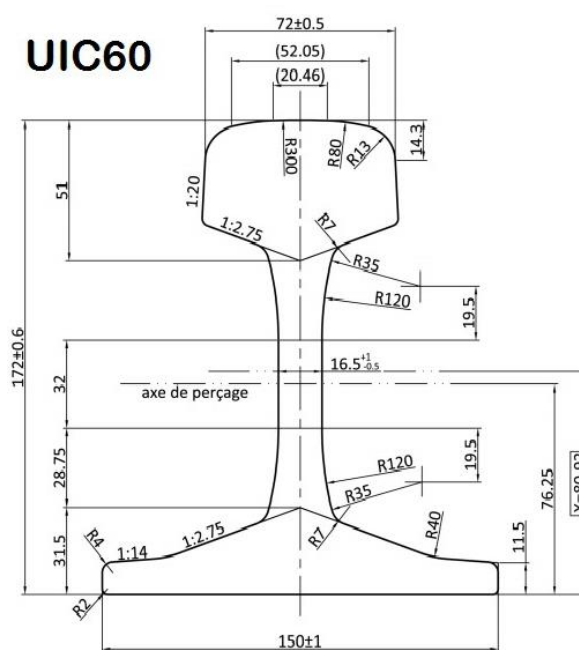
16 pav. 607 m ir 620 m spindulio kreivės, ruožas Vilnius – Paneriai

Tiriamųjų kreivių techniniai parametrai

Nr.	Ruožas, tarpstotis	R, m	Bėgių tipas	Leistinasis greitis (prek. trauk.)	Leistinasis greitis (kel. trauk.)	Pakyls aukštis $h$ , mm
1	Kelias "ČOP" (Vaidotai - Kirtimų stotis)	274	UIC60	40	40	50
2	Kelias "L" (Vaidotai - Vokės stotis)	371	UIC60	40	40	35
3	Vilnius - Klaipėda, Vilnius - Paneriai	607	UIC60	80	100	95
4	Vilnius - Klaipėda, Vilnius - Paneriai	620	UIC60	80	100	90

Kaip matyti iš lentelės, kreivėse 3 ir 4 yra skirtingi važiavimo greičiai prekiniais ir keleiviniams traukiniams, taip pat nors ir šių kreivių spindulys yra sąlyginai panašus, tačiau skiriasi jų išorinio bėgio pakyls aukščiai. Bet, nors kreivių techniniai parametrai skiriasi, tačiau jose naudojami tos pačios rūšies bėgiai UIC60.

Bėgiai yra pagrindinis laikantysis viršutinės bėgių kelio konstrukcijos elementas. Šis viršutinės bėgių kelio konstrukcijos elementas yra tiesiogiai veikiamas apkrovų, kurias sukelia riedmenų ratai, todėl bėgiai turi atlaikyti dideles dinamines apkrovas vertikalia, išilgine ir skersine kryptimi. Siekiant užtikrinti saugų traukinių eismą, bėgiai turi būti reikiamo stiprumo ir atsparūs dilimui. Bėgiai negali būti eksploatuojami, jei juose atsiranda defektų, keliančių pavojų saugiam traukinių eismui [3]. Atliekant tyrimą, buvo pasirinktas kreivėse naudojamas UIC60 tipo bėgis, jo profilis pavaizduotas 17 pav., o techninės charakteristikos 2.2 lentelėje.



17 pav. UIC60 bėgio profilis [14]

## UIC60 bėgio techninės charakteristikos

Charakteristika	UIC60
Bėgio aukštis, mm	172,0
Galvutės aukštis, mm	51,0
Pagrindo plotis, mm	150,0
Galvutės plotis, mm: viršutinės apatinės	72,0
	74,3
Kaklelio storis, mm	16,5
Galvutės ir kaklelio sujungimo spinduliai, mm	7/35
Vieno metro bėgio masė, kg	60,3

Šio tipo bėgiai yra populiariausi tiesiant naujas geležinkelio linijas, ar senuosius bėgius keičiant naujais. Šie bėgiai yra gaminami iš U71Mn medžiagos, jos cheminė sudėtis ir mechaninės charakteristikos pateiktos 2.3 lentelėje, kur:  $\sigma_y$  – takumo riba;  $\sigma_u$  – stiprumo riba;  $\Delta$  – santykinis pailgėjimas;  $E$  – tamprumo modulis,  $\rho$  – medžiagos tankis.

2.3 lentelė

## Medžiagos U71Mn cheminė sudėtis ir mechaninės charakteristikos [20]

U71Mn	Cheminė sudėtis (%)					Mechaninės charakteristikos					
				S	P						
	C	Si	Mn	Max		$\sigma_y$ , MPa	$\sigma_u$ , MPa	$\Delta$ , %	Kietumas, HB	$E$ , $10^{11}$ Pa	$\rho$ , $\text{kg/m}^3$
	0,65-0,77	0,15-0,35	1,1-1,5	0,04	0,04	350	880	8	240-270	2,1	7800

Kadangi medžiagos takumo riba yra 350 MPa, o atsargos koeficientas, skaičiuojant įtempius bėgiuose, yra 1,3, tada leistinieji įtempiai gaunami pagal (2.1) formulę

(2.1)

$$\sigma_{leist} = \frac{\sigma_y}{1,3}$$

$$\sigma_{leist} = 270 \text{ MPa}$$

Tyrimui atlikti, buvo pasirinkti dviejų tipų riedmenys, tai lokomotyvas Siemens ER20CF ir automotrisė PESA 620M. Lokomotyvas ER20CF yra naudojamas prekiniams vagonams traukti, jo svoris yra 140 t ir vienu metu jis gali traukti iki 6000 t sąstatą, platesnės Siemens techninės charakteristikos pateiktos 2.4 lentelėje. Tuo tarpu automotrisė PESA yra keleivinis vieno vagono traukinys, jo svoris yra 57 t ir juo vienu metu gali keliauti iki 93 žmonių. Automotrisės techninės charakteristikos pateiktos 2.5 lentelėje.

2.4 lentelė

Lokomotyvo Siemens ER20CF techninės charakteristikos [16]

Tipas	Dyzelinis-elektrinis šilumvežis su valdymo kabina abiejuose galuose, suprojektuotas prekiniams ir keleiviniams traukiniams traukti
Vėžės plotis	1520 mm
Konstruktinis greitis	120 km/h
Dyzelinio variklio galia	2000 kW (keturtaktis su elektriniu degalų įpurškimu ir mikroprocesorine valdymo-reguliavimo sistema, teršalų emisija tenkina UIC II pagal UIC 624, variklis sertifikuotas pagal UIC)
Ašių formulė	Co-Co (šilumvežis yra šešių varančiųjų ašių, po tris vežimėlyje); maksimali ašinė apkrova 225 kN $\pm 3\%$ (visiškai parengto eksploatacijai šilumvežio masė 140 t $\pm 3\%$ )
Elektrinė pavara	AC/AC (trifazis kintamos srovės sinchroninis generatorius su trifaziais kintamos srovės asinchroniniais traukos varikliais; įtampos keitikliai IGBT tranzistorių pagrindu su mikroprocesoriniu programiniu valdymu)
Stabdžiai	Elektrodinaminiai, oriniai traukiniui ir šilumvežiui bei stovėjimo stabdys
Valdymas	Vienu asmeniu, jungtinis (3 šilumvežiai iš vienos kabinos) su bortiniu kompiuteriu ir diagnostikos sistema

Automotrisės PESA 620M techninės charakteristikos [17]

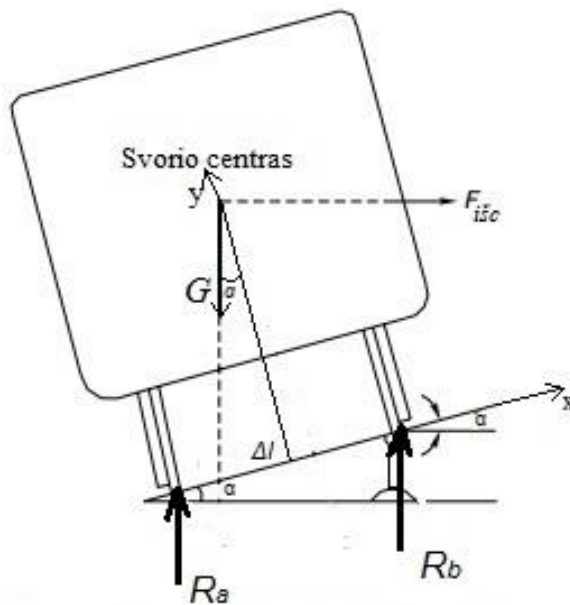
Metai	2008-2010
Gamintojas	PESA Bydgoszcz, Lenkija
Ašinė formuluotė	B'2
Masė	57 t
Didžiausia ašinė apkrova	14 t
Atstumas tarp sankabų	26400 mm
Konstruktinis greitis	120 km/h
Pavaros tipas	hidrodinaminė VOITH T211 re.3
Dyzelinio variklio tipas	MAN D2876LUE623
Dyzelinio variklio galia	382 kW
Sėdimų vietų skaičius	93

Tyrimui atlikti, svarbiausios charakteristikos yra, bendras svoris (140 t – Siemens lokomotyvui, 57 t – automotrisei PESA) ir didžiausia ašinė apkrova (225 kN – lokomotyvui Siemens, 140 kN – automotrisei PESA).

## 2.2. Tyrimo metodika

Kadangi šio tyrimo tikslas yra išsiaiškinti, kokio dydžio įtempiai kreivėse veikia bėgius, buvo sudaryta principinė apkrovų schema (žr. pav.18) su nurodytomis bėgį veikiančiomis jėgomis kreivėje, kurių įtaka bus tiriama vėliau kompiuterine programa COMSOL. Norint supaprastinti skaičiavimo modelį, buvo priimta skaičiuoti vieno aširačio poveikį bėgiui. Įtempių dydis labiausiai priklauso nuo kreivės spindulio, važiavimo greičio, išorinio bėgio pakylės. Taip pat svarbu atkreipti dėmesį į tai ar traukinys yra keleivinis ar prekinis, nes skiriasi jų svoriai, didžiausios galimos ašinės apkrovos, kas lemia apkrovų dydžius ir pasiskirstymą ant vidinio ir išorinio bėgio.





18 pav. Principinė jėgų apkrovimo schema [15]

Lokomotyvui važiuojant kreive, pradeda veikti didelės šoninės jėgos, ji yra nukreipta nuo centro, posūkio išorės link ir veikia išorinėje kreivės dalyje esantį bėgį. Jos dydis apskaičiuojamas pagal (2.2) formulę:

(2.2)

$$F_{isc} = \frac{G \cdot v^2}{g \cdot R}$$

čia:

$G$  – Svorio jėga, N;

$v$  – judėjimo greitis, m/s;

$g$  – laisvojo kritimo pagreitis, m/s<sup>2</sup>;

$R$  – kreivės spindulys, m;

Skaičiuojant išcentrinės jėgos dydį lokomotyvui Siemens kreivėje, kurios  $R=274$  m, buvo parinktos šios reikšmės:  $G = 140 \cdot 10^4$  N;  $v = 40$  km/h = 11,11 m/s;  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>, įstačius jas į 2.2 formulę gauname:

$$F_{isc} = 64289 \text{ N} \approx 64,3 \text{ kN}$$

Gauta viso lokomotyvo išcentrinė jėga atsirandanti posūkyje, tačiau tiriamas supaprastintas uždavinys, kur įvertinama vienos ašies poveikis bėgiui, todėl gautą reikšmę reikia padalinti iš riedmens ašių skaičiaus, kuris Siemens lokomotyvo atveju yra 6. Tada gauname

$$F_{i\check{s}c1} = \frac{F_{i\check{s}c}}{n} = 10,72 \text{ kN}$$

čia:  $n$  – riedmens ašių skaičius

Kadangi šioje kreivėje leistinasis greitis yra vienodas tiek prekiniam, tiek keleiviniam traukiniam, todėl, skaičiuojant išcentrinę jėgą šioje kreivėje automotrisei PESA, buvo pakeista tik dydžio  $G$  reikšmė į  $57 \cdot 10^4 \text{ N}$ , tokiu atveju gauname

$$F_{i\check{s}c} = 26175 \text{ N} \approx 26,2 \text{ kN}$$

Šiuo atveju išcentrinė jėga, tenkanti vienai ašiai yra

(2.3)

$$F_{i\check{s}c1} = \frac{F_{i\check{s}c}}{n} = 6,55 \text{ kN}$$

Tokiu pačiu būdu buvo apskaičiuotos išcentrinės jėgos, tenkančios vienai ašiai, ir kitoms kreivėms, visi gauti rezultatai pateikti 3.1 skyriuje 3.1 lentelėje.

Pagal principinę jėgų apkrovų schemą (žr. 18 pav.) matyti, kad koordinačių ašys  $x$  ir  $y$  yra pasvirusios kampu  $\alpha$ . Šis posvyrio kampas priklauso nuo išorinio bėgio pakylas ir paprastai yra randamas pasinaudojus stačiojo trikampio trigonometrinėmis formulėmis. Iš 2.1 lentelės matyti, kad 274 m spindulio kreivės išorinio bėgio pakyla  $h$  yra 50 mm, tai yra vienas statinis. Įžambinė yra lygi vėžės pločio  $L$  ir galvutės pločio  $b$  sumai, tada posvyrio kampas gaunamas pagal formulę

(2.4)

$$\sin \alpha = \frac{h}{L + b}$$

$$\sin \alpha = 0,0314$$

$$\alpha = \arcsin 0,0314 = 1,8^\circ$$

Kadangi bėgių vėžės plotis ir bėgio tipas nekinta visose kreivėse, tai panaudojant šią formulę tik pakeičiant pakylas aukščio reikšmę, buvo apskaičiuoti posvyrio kampai ir kitoms kreivėms, rezultatai pateikti 3.1 skyriuje 3.2 lentelėje.

Žinant posvyrio kampus, išcentrinė jėga ir reakcijos, atsirandančios dėl svorio jėgos poveikio, buvo suprojektuotos į pasvirusias  $x$  ir  $y$  ašis. Tačiau pirmiausia reikia apskaičiuoti riedmens svorio centro pasislinkimą nuo bėgių centrinės ašies, šis atstumas 18 pav. pažymėtas  $\Delta l$ . Norint šį dydį apskaičiuoti reikalingas aukštis nuo riedmens svorio centro iki bėgių galvutės  $h_1$ , nagrinėjamiems riedmenims jis yra

skirtingas. Lokomotyvui Siemens jis yra 2 metrai, o automotrisei PESA – 1,7 m. Dydis  $\Delta l$  apskaičiuojamas iš stačiojo trikampio trigonometrinių formulių

(2.5)

$$\Delta l = \sin \alpha \cdot h_1$$

Lokomotyvui Siemens važiuojant kreive, kurios spindulys 274 m,  $\Delta l$  gaunamas

$$\Delta l = 62,82 \text{ mm}$$

Likusioms kreivėms šie atstumai apskaičiuojami taip pat. Automotrisės PESA atveju svorio centro aukštis pakeičiamas į 1700 mm. Skaičiavimų rezultatai pateikiami 3.1 skyriuje 3.3 lentelėje.

Pagal principinę jėgų schemą apskaičiuojamos reakcijos, atsirandančios dėl svorio jėgų. Norint jas apskaičiuoti, pirmiausia reikia surašyti momentų lygtis apie taškus A ir B, vėliau iš šių lygčių bus išreiškiami reakcijų dydžiai.

$$\sum M_A = 0;$$

$$\sum M_B = 0;$$

(2.6)

$$M_A = R_B \cdot (L + b) - G \cdot \left( \frac{L + b}{2} - \Delta l \right) = 0$$

(2.7)

$$M_B = G \cdot \left( \frac{L + b}{2} + \Delta l \right) - R_A \cdot (L + b) = 0$$

čia:

$G$  – didžiausia ašinė apkrova, N

$L$  – vėžės plotis, mm

$b$  – bėgio galvutės plotis, mm

Iš (2.6) lygties gauname

(2.8)

$$R_B = \frac{G \left( \frac{L + b}{2} - \Delta l \right)}{L + b}$$

Iš (2.7) lygties gauname

(2.9)

$$R_A = \frac{G \left( \frac{L + b}{2} + \Delta l \right)}{L + b}$$

Skaičiuojant atvejį, kai lokomotyvas Siemens važiuoja 274 m spindulio kreive, reikšmė  $G$  yra lygi 225 kN, o reikšmė  $\Delta l$  – 62,82 mm. Įstatę šias reikšmes į 2.8 ir 2.9 lygtis gauname

$$R_B = 103.62 \text{ kN}$$

$$R_A = 121.38 \text{ kN}$$

Šios reakcijų reikšmės nurodo, kaip riedmens ašinė apkrova pasiskirsto ant vidinio ir išorinio bėgių. Likusieji atvejai yra skaičiuojami taip pat tik parinkus atitinkamas reikšmes. Gauti rezultatai pateikiami 3.1 skyrelyje 3.4 lentelėje.

Apskaičiuotos reakcijos ir bus naudojamos skaitinėje analizėje vietoje ašinių apkrovų. Visas veikiančias jėgas, tiek išcentrinę, tiek gautas reakcijas reikia suprojektuoti į pasvirusias x ir y ašis. Jėgų projekcijos x ir y ašyse bus gautos panaudojant stataus trikampio trigonometrines formules. Kadangi važiuojant kreive skiriasi vidinio ir išorinio bėgio apkrovos, tai projekcijos į x ir y ašis jiems bus aprašytos skirtingai. Pirmiausia aprašysime išorinio bėgio apkrovas x ir y ašyse.

(2.10)

$$X: F_{išc1} \cdot \cos \alpha - R_B \cdot \sin \alpha$$

(2.11)

$$Y: -F_{išc1} \cdot \sin \alpha - R_B \cdot \cos \alpha$$

Vidinio bėgio apkrovos x ir y ašyse

(2.12)

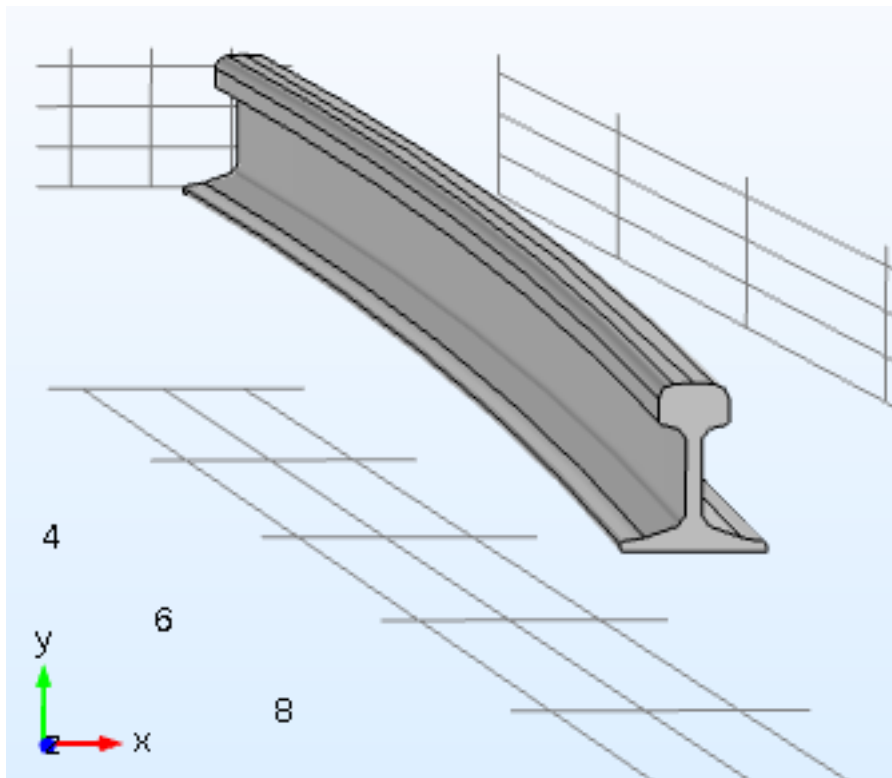
$$X: -R_A \cdot \sin \alpha$$

(2.13)

$$Y: -R_A \cdot \cos \alpha$$

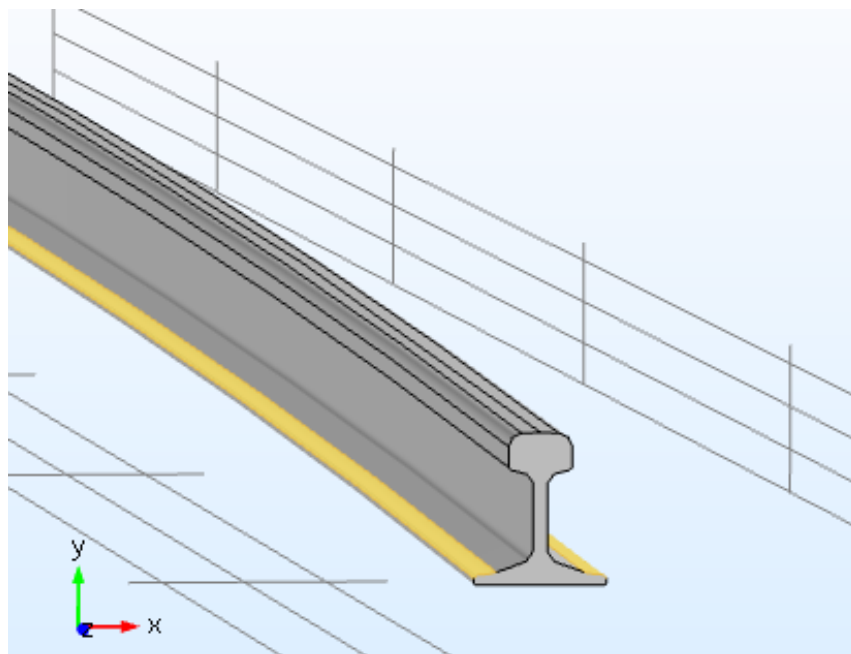
### 2.3. Skaitinė analizė Comsol Multiphysics programa

Ankstesniame skyriuje gautos apkrovos x ir y ašyse bus naudojamos tiriant įtempius bėgyje programa Comsol Multiphysics. Programa naudoja baigtinių elementų metodą rezultatų skaičiavimui. Baigtinių elementų metodas (BEM) yra vienas plačiausiai taikomų metodų, skirtų mechaninių, šiluminių, hidraulinių, elektromagnetinių ir kitokių fizikinių sistemų uždaviniams spręsti bei dinaminiais procesams modeliuoti. Savo esme tai skaitinis metodas, skirtas diferencialinėms lygtims dalinėms išvestinėms spręsti [17]. Tiriamas bėgio CAD modelis Comsol Multiphysics aplinkoje pavaizduotas 19 pav.



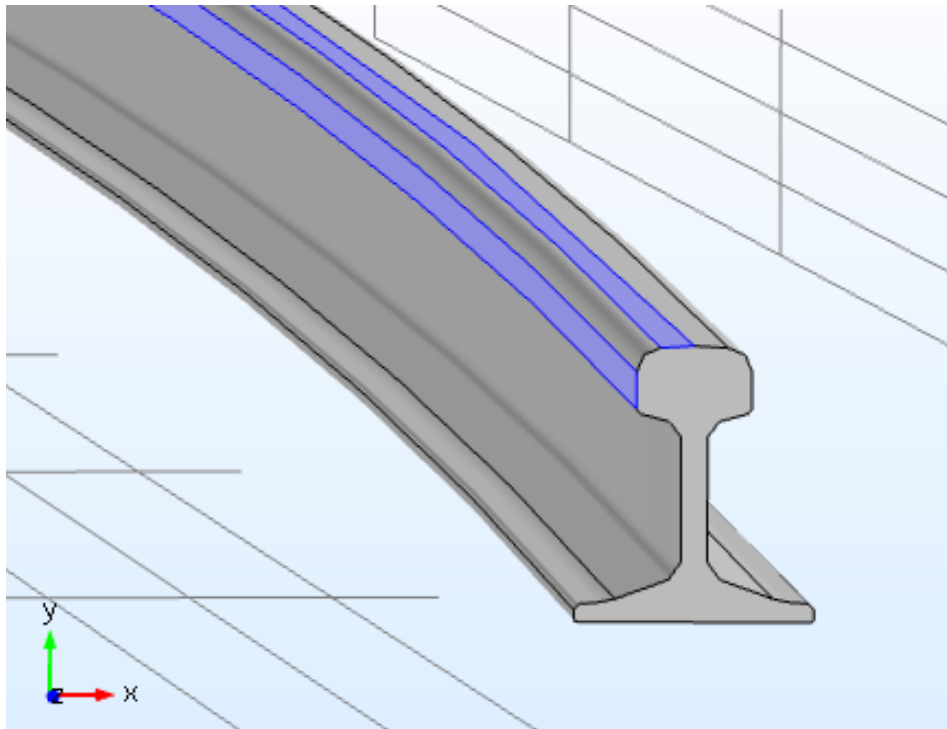
19 pav. 274m spindulio bėgio CAD modelis Comsol Multiphysics aplinkoje

Simuliacijų metu yra priimama, kad bėgis prie pabėgio yra tvirtinamas nejudamai. Paviršiai, kuriais bėgis tvirtinamas prie pabėgio pažymėti geltonai (žr. 20 pav.).

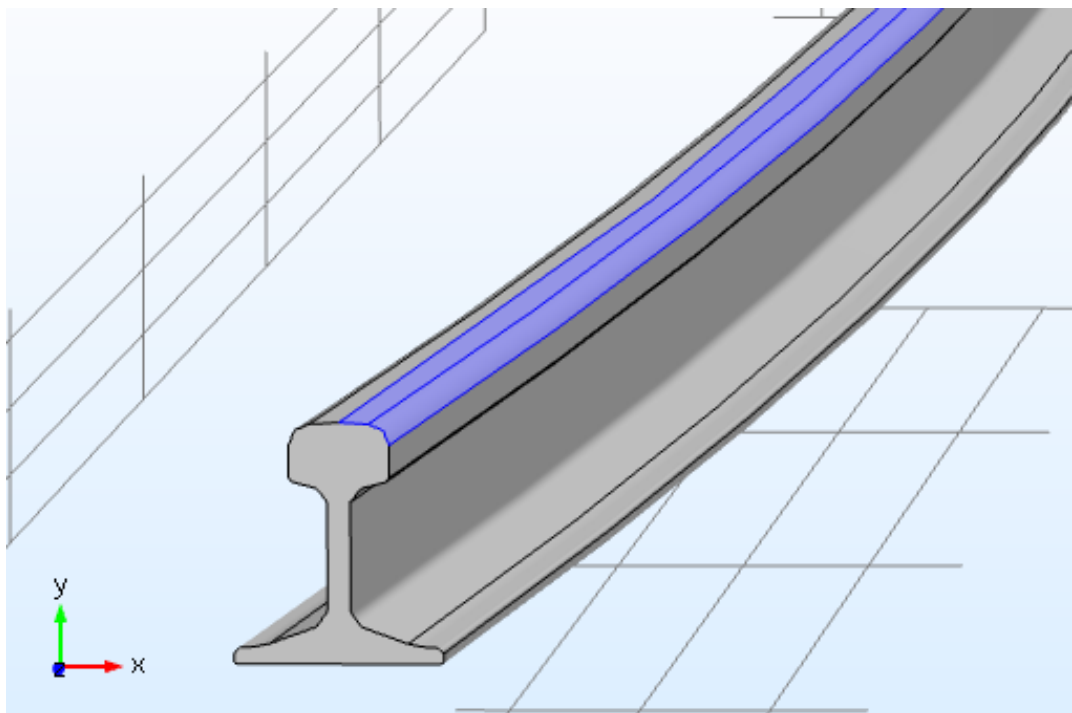


20 pav. Bėgio tvirtinimas prie pabėgio

2.2 skyriuje gautos apkrovų projekcijos į x ir y ašis yra nurodomos į bėgio galvutės paviršius priklausomai nuo to ar tai išorinis ar vidinis bėgis. Išorinio bėgio apkraunami paviršiai pavaizduoti mėlynai 21 pav., o vidinio bėgio 22 pav.



21 pav. Išorinio bėgio apkraunami paviršiai



22 pav. Vidinio bėgio apkraunami paviršiai

Tam, kad apkrovos judėtų per visą bėgio ilgį, buvo panaudota Gauso funkcija. Ji pavaizduota 23 pav. ir yra apibrėžiama taip:

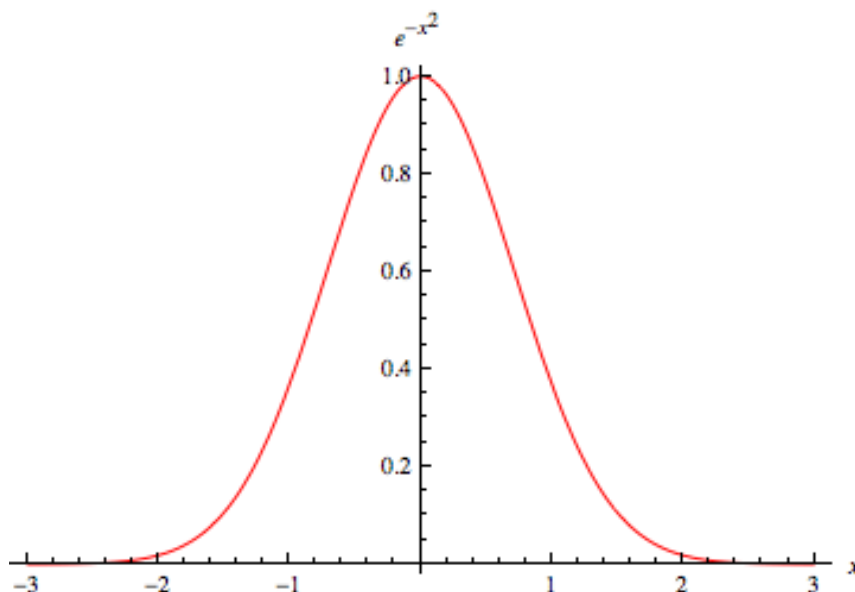
$$f(x) = a \cdot e^{-\frac{(x-b)^2}{2 \cdot c^2}}$$

čia:

$a$  – funkcijos aukštis

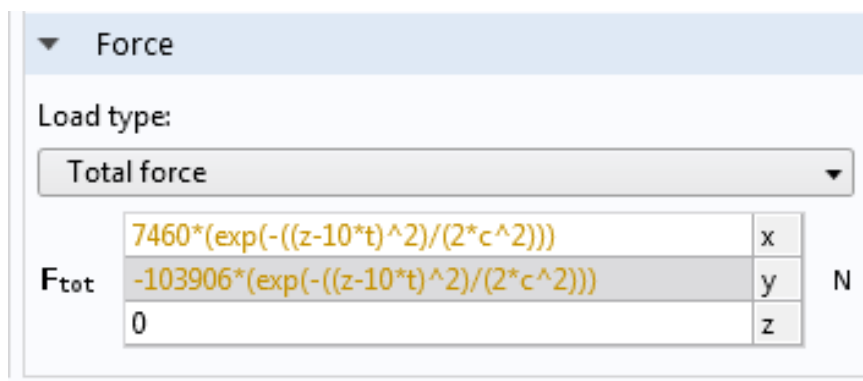
$b$  – funkcijos centro padėtis

$c$  – funkcijos plotis

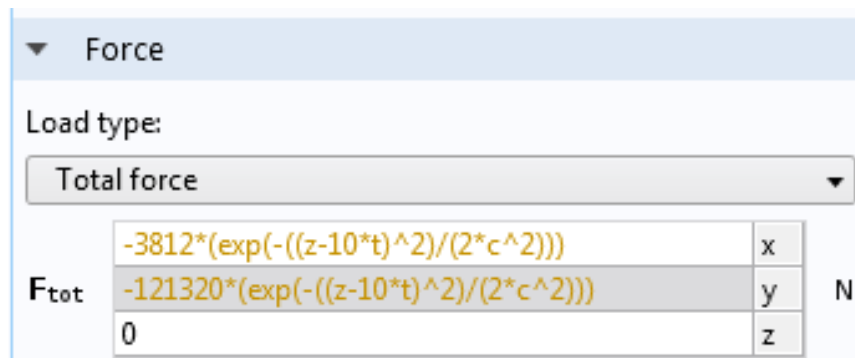


23 pav. Gauso funkcijos grafikas [19]

Funkcija (2.14) buvo pritaikyta šiam uždaviniui spręsti, todėl kintamasis  $a$  buvo prilygintas apkrovos jėgos dydžiui,  $b$  – laiko kintamajam, o  $c$  – pločiui kuriuo ratas remiasi į bėgį. Šis plotis priklauso nuo rato apkrovos į bėgį, taigi remiantis atliktu tyrimu [18] Siemens lokomotyvui ši reikšmė yra 6,5 mm, automotrisei PESA 5,5 mm. Visus turimus duomenis įvertinus, apskaičiavus jėgų atstojamąsias  $x$  ir  $y$  ašyse, jos buvo suvestos į programą. Langas, kur užduodamos jėgos veikiančios 274m spindulio kreivėje išorinį bėgį, pavaizduotas 24 paveiksle, o vidiniam 25 paveiksle.



24 pav. Comsol programos langas su įrašytomis jėgų atstojamosiomis išoriniam bėgiui



25 pav. Comsol programos langas su įrašytais jėgų atstojamosiomis vidiniam bėgiui

Atlikus skaičiavimus visoms kreivėms, pagal gautus rezultatus buvo atlikta parametrinė analizė. Uždavus funkciją, kurioje vienintelis kintamasis yra išcentrinė jėga  $F_{i\check{s}c}$ . Analizės metu, atsižvelgiant į leistinuosius įtempius bėgiuose, buvo nustatytas maksimalus leistinas išcentrinės jėgos dydis. Iš (2.3) formulės buvo išsireikštas važiavimo kreivė greitis  $v$ , jo išraiška pavaizduota (2.15) formulėje.

(2.15)

$$v = \sqrt{\frac{F_{i\check{s}c} \cdot g \cdot R}{G}}$$

Į šią išraišką įsistačius gautas maksimalias išcentrinės jėgos reikšmes, buvo apskaičiuota koks būtų didžiausias galimas greitis lokomotyvui Siemens ir automotrisei PESA, neviršijant leistinųjų įtempių reikšmės.



### 3. REZULTATŲ ANALIZĖ

#### 3.1. Analitinių skaičiavimų rezultatai

Pagal 2.2 skyriuje aprašytą metodiką visose kreivėse buvo apskaičiuotos išcentrinės jėgos, posvyrio kampai, dydis  $\Delta l$  ir reakcijos vidiniame ir išoriniame bėgiuose. Pasinaudojant 2.2 ir 2.3 formulėmis, buvo apskaičiuotos išcentrinės jėgos, tenkančios vienai ašiai, visi gauti rezultatai surašyti į 3.1 lentelę.

3.1 lentelė

Išcentrinės jėgos skaičiavimo rezultatai

Kreivės $R$ , m	Lokomotyvas Siemens ER20CF		Automotrisė PESA 620M	
	Išcentrinė jėga $F_{isc}$ , kN	Išcentrinė jėga vienai ašiai $F_{isc1}$ , kN	Išcentrinė jėga $F_{isc}$ , kN	Išcentrinė jėga vienai ašiai $F_{isc1}$ , kN
274	64,30	10,72	26,20	6,55
371	47,50	7,92	19,35	4,84
607	117,00	19,50	73,90	18,48
620	114,00	19,00	72,35	18,09

Priklausomai nuo kreivės išorinio bėgio pakylas, pagal 2.4 formulę buvo apskaičiuoti posvyrio kampai kiekvienoje kreivėje. Rezultatai pateikiami 3.2 lentelėje.

3.2 lentelė

Apskaičiuoti posvyrio kampai

Kreivės spindulys $R$ , m	Išorinio bėgio pakyla $h$ , mm	Posvyrio kampas $\alpha$ , °
274	50	1,8
371	35	1,26
607	95	3,42
620	90	3,24

Atsižvelgiant į svorio centro aukštį, buvo apskaičiuotas dydis  $\Delta l$  (žr. 18 pav.). Pagal 2.5 formulę gauti rezultatai kiekvienoje kreivėje pateikti 3.3 lentelėje

$\Delta l$  skaičiavimų rezultatai

	Siemens ER20CF	PESA 620M
Kreivės spindulys $R$ , m	$\Delta l$ , mm	$\Delta l$ , mm
274	62,82	53,39
371	43,98	37,38
607	119,3	101,41
620	113,03	96,08

Reakcijų reikšmės, kurios nurodo, kaip riedmens ašinė apkrova pasiskirsto ant vidinio ir išorinio bėgių, buvo apskaičiuotos pagal 2.8 ir 2.9 formules. Gauti rezultatai kreivėse pateikti 3.4 lentelėje.

Reakcijų skaičiavimo rezultatai

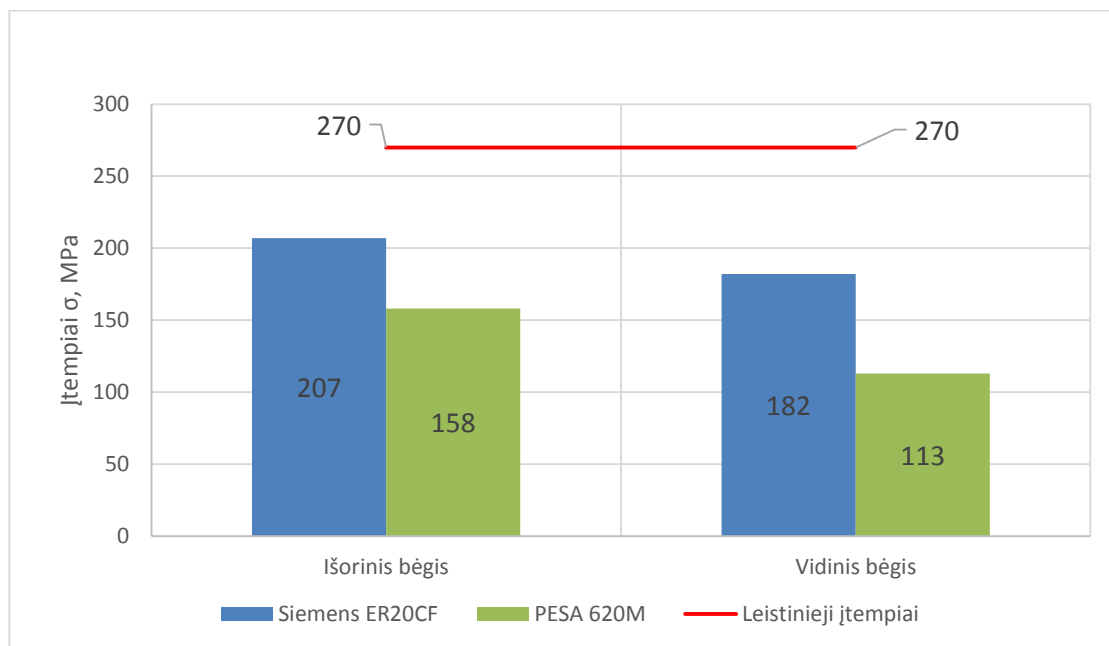
Kreivės spindulys $R$ , m	Siemens ER20CF		PESA 620M	
	$R_A$ , kN	$R_B$ , kN	$R_A$ , kN	$R_B$ , kN
274	121,38	103,62	74,70	65,30
371	118,72	106,28	73,29	66,71
607	129,36	95,64	78,92	61,08
620	128,47	96,53	78,45	61,55

Skaitinės analizės metu nagrinėjant įtempius bėgiuose, buvo naudojami šiame skyrelyje pateikti analitinių skaičiavimų rezultatai.

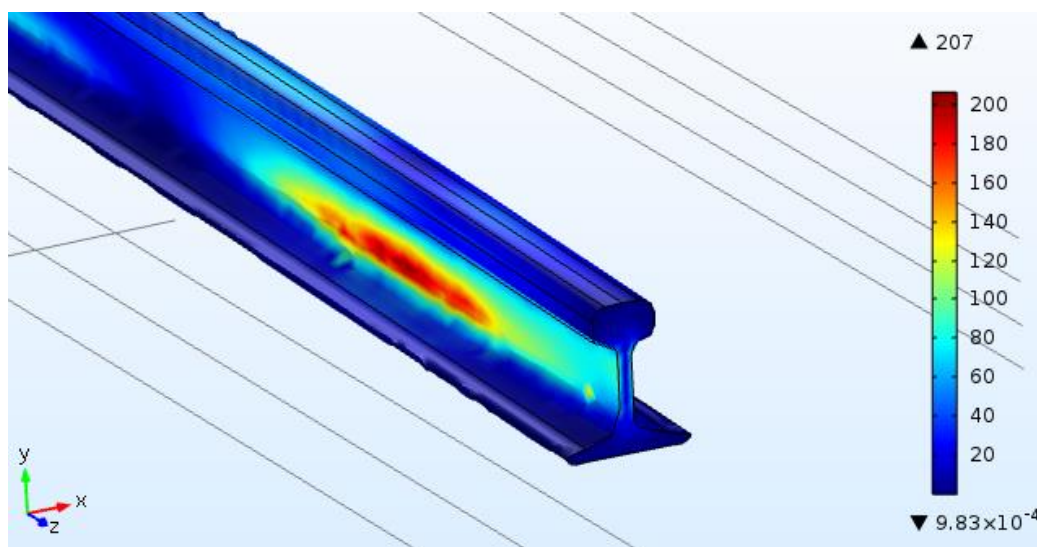
### 3.2. Skaitinės analizės rezultatai kreivių bėgiuose

Šiame skyriuje nagrinėjamas įtempių pasiskirstymas bėgių kreivėse, 2.2. skyrelyje aprašytomis sąlygomis.

26 paveiksle parodyti rezultatai gauti abiejų tipų riedmenims važiuojant 274 m kreive. Leistinas didžiausias greitis šioje kreivėje tiek prekiniams, tiek keleiviniams traukiniams yra 40 km/h, o išorinio bėgio pakyla yra 50 mm.



26 pav. 274 m spindulio kreivės rezultatai

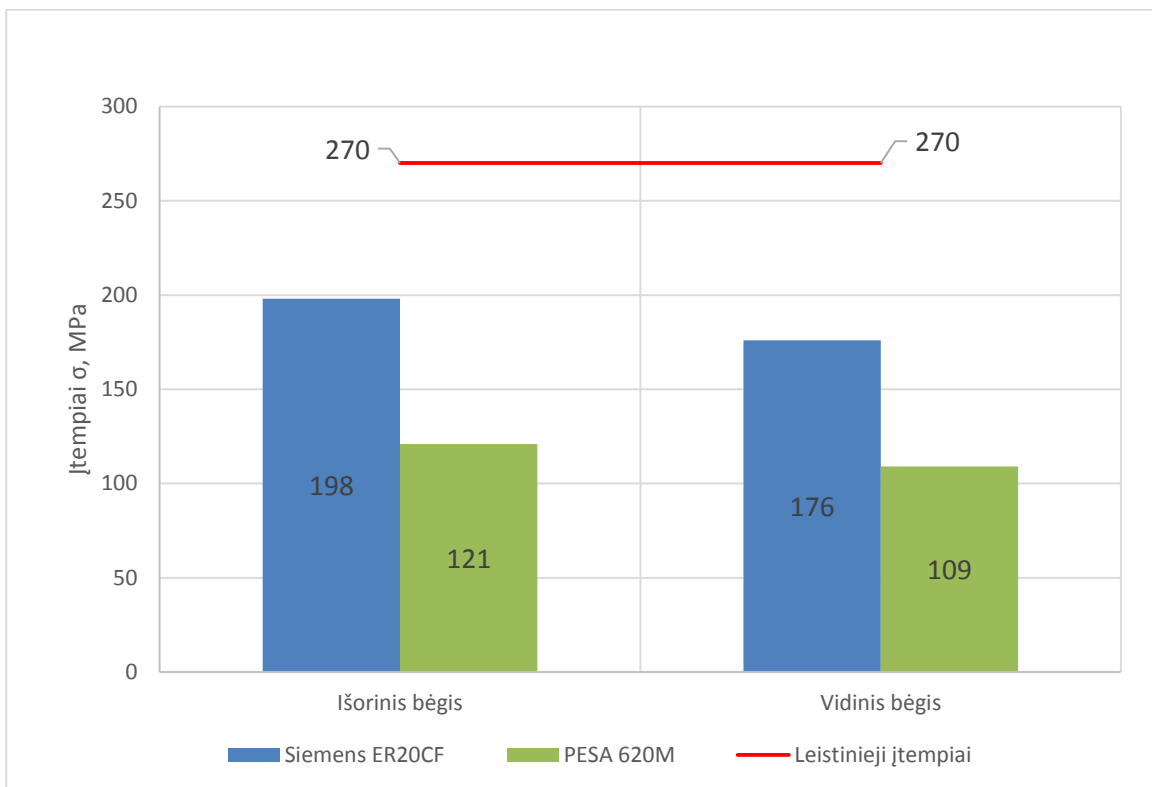


27 pav. 274 m spindulio kreivės išorinio bėgio įtempiai

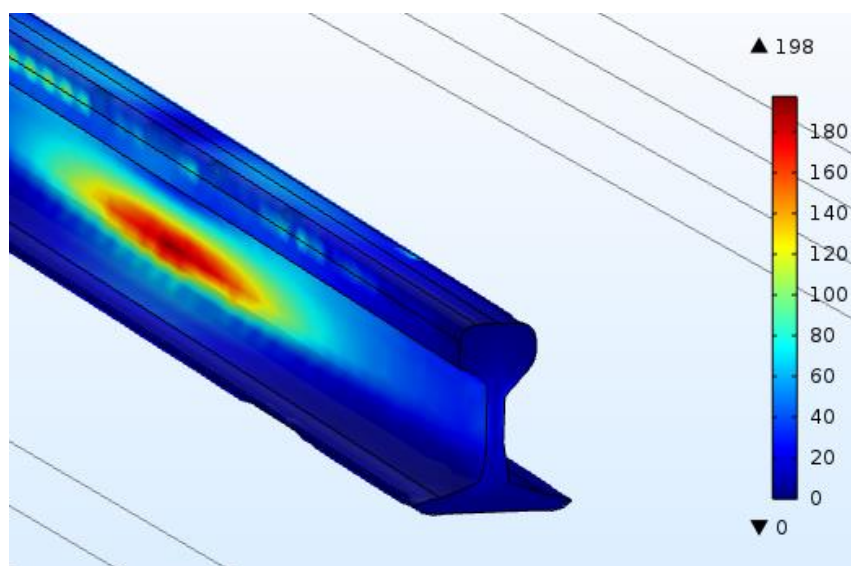
Kadangi šioje kreivėje abiejų tipų riedmenys buvo tiriami prie tokio pat važiavimo greičio, galima įvertinti, kaip priklauso įtempiai bėgiuose nuo ašinės apkrovos. Iš grafiko matyti, kad važiuojant lokomotyvui Siemens įtempiai tiek išoriniam, tiek vidiniam bėgiuose yra didesni, o ypač vidiniame bėgyje. Tokio rezultato buvo galima ir tikėtis, nes lokomotyvo Siemens ašinė apkrova yra 225 kN, o automotrisės PESA tik 70 kN. Didžiausi įtempiai gauti išoriniame bėgyje siekia 207 MPa, gautas

rezultatas Comsol Multiphysics programoje pavaizduotas 27 paveiksle. Didžiausi gauti įtempiai neviršija leistinųjų įtempių ribos 270 MPa.

Kaip ir ankstesnėje kreivėje, šioje taip pat maksimalus leistinas greitis tiek prekiniams, tiek keleiviniams traukiniams yra 40 km/h, tačiau dėl padidėjusio kreivės spindulio, išorinio bėgio pakyla sumažėja nuo 50 mm iki 35 mm. Gauti rezultatai pavaizduoti 28 paveiksle.



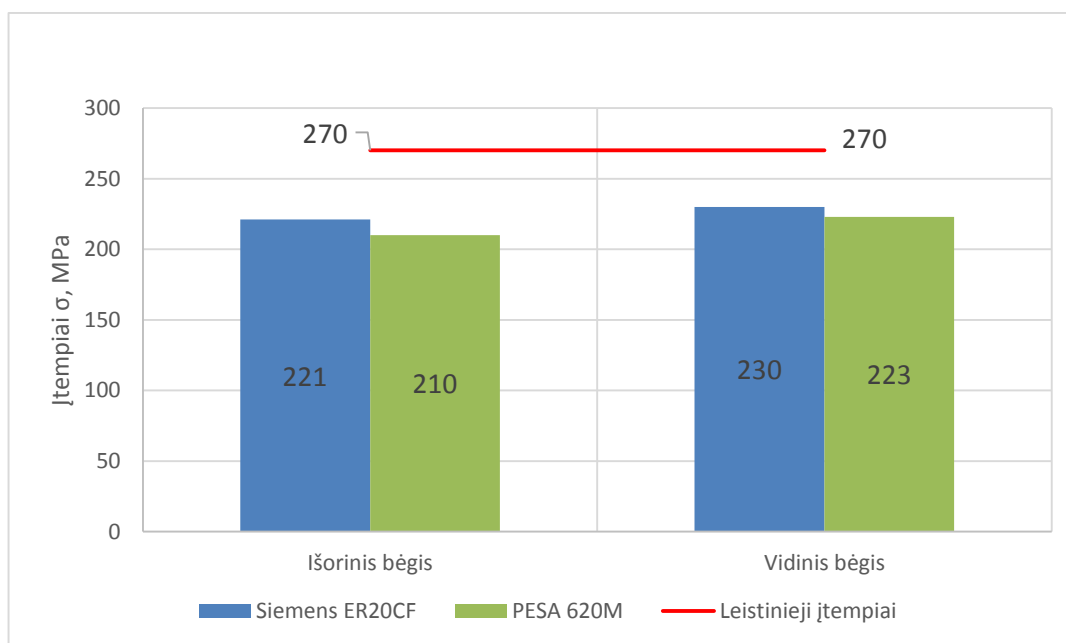
28 pav. 371 m spindulio kreivės rezultatai



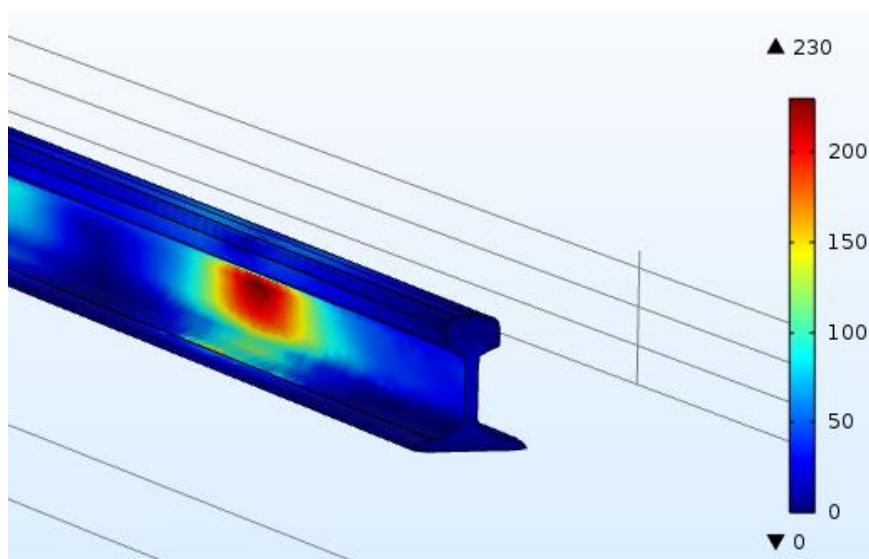
29 pav. 371 m spindulio kreivės išorinio bėgio įtempiai

Kaip iš rezultatų grafiko (žr. 28 pav.) matyti, esant tokiam pačiam greičiui – 40 km/h, tačiau padidėjus kreivės spinduliui ir sumažėjus išorinio bėgio pakylas aukščiui, įtempiai tiek išoriniame, tiek vidiniame bėgiuose sumažėja. Tačiau pastebėtina tai, kad išorinio bėgio įtempiai sumažėja daugiau negu vidinio, todėl šiuo atveju matyti, kad skirtumas, to paties tipo riedmenims, tarp išorinio ir vidinio bėgio įtempių yra sumažėjęs. Galima daryti prielaidą, kad taip įvyko dėl sumažėjusios išcentrinės jėgos ir išorinio bėgio pakylas aukščiui. Didžiausi įtempiai gauti išoriniame bėgyje važiuojant Siemens lokomotyvui (žr. 29 pav.), jie siekia 198 MPa.

607 m spindulio kreivėje skiriasi leistinas didžiausias greitis prekiniais ir keleiviniams traukiniams, jie atitinkamai yra 80 km/h ir 100 km/h. Taip pat šioje kreivėje yra didesnis nei kitose tiriamose kreivėse išorinio bėgio pakylas aukštis – 95 mm. Kreivėje gauti rezultatai pavaizduoti 30 paveiksle.



30 pav. 607 m spindulio kreivės rezultatai



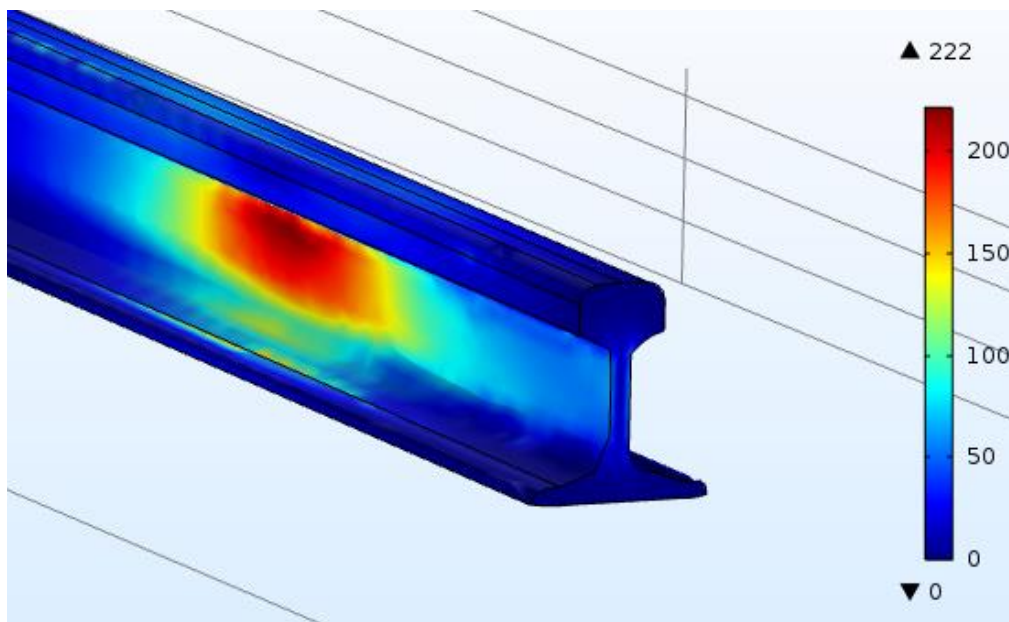
31 pav. 607 m spindulio kreivės vidinio bėgio įtempiai

Iš rezultatų grafiko (žr. 30 pav.) matyti, kad įtempiai padidėjo abiejų tipų riedmenims. Tačiau, priešingai nei ankstesnėse kreivėse, šiuo atveju, tiriant abiejų tipų riedmenis, gauti didesni įtempiai vidiniame bėgyje. Sprendžiant iš šių rezultatų, daroma prielaida, kad taip įvyko dėl padidėjusio išorinio bėgio pakylas aukščio. Nuo jo priklauso ašinės apkrovos pasiskirstymas ant bėgių, kadangi pakylas aukštis padidėjo, didesnė dalis ašinės apkrovos teko vidiniam bėgiui. Dėl padidėjusių važiavimų greičių abiejų tipų riedmenims, išaugo ir išcentrinių jėgų dydžiai, kurie sukelia didelius įtempius išoriniame bėgyje. Visų šių aplinkybių pasekoje matyti, kad skirtumai tarp išorinio ir vidinio bėgio įtempių sumažėjo dar labiau, nei prieš tai buvusioje kreivėje. Didžiausi įtempiai (žr. 31 pav.) gauti vidiniame bėgyje važiuojant lokomotyvui Siemens siekia 230 MPa, jie neviršija leistinųjų įtempių ribos.



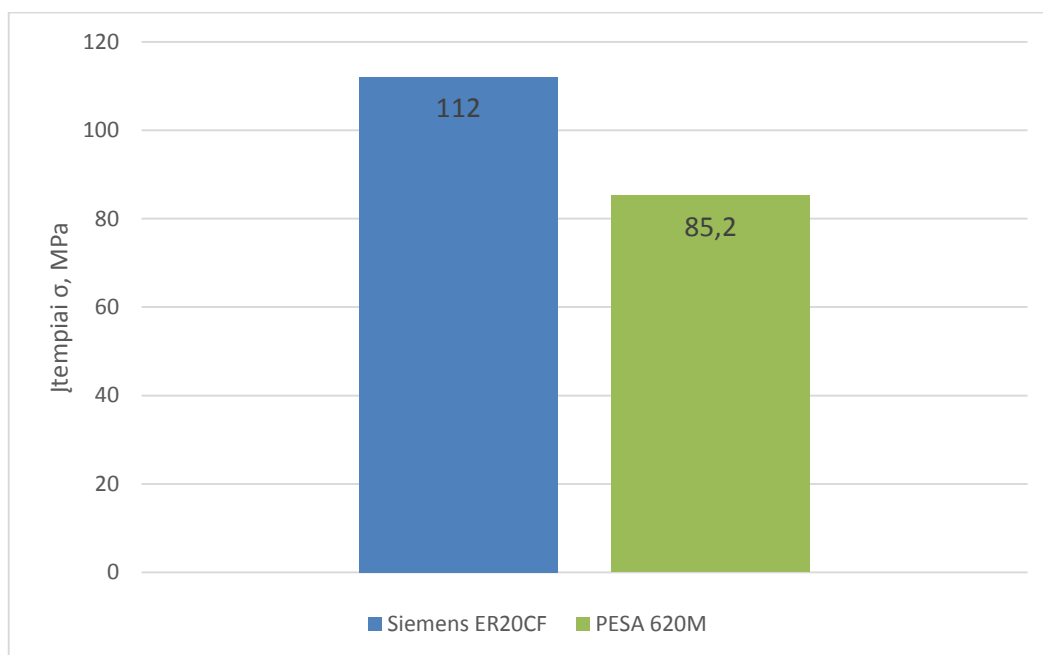
32 pav. 620 m spindulio kreivės rezultatai

Sekančioje kreivėje, kaip ir anksčiau nagrinėtoje, didžiausi leistini greičiai prekiniam ir keleiviniams traukiniams išlieka tokie patys. Tačiau kreivės spindulį padidinus vos 13 m, išorinio bėgio pakyla yra mažesnė – 90 mm. Šios kreivės skaitinės analizės rezultatai pavaizduoti 32 paveiksle.



33 pav. 620 m spindulio kreivės vidinio bėgio įtempiai

Iš rezultatų grafiko (žr. 32 pav.) matyti, kad įtempiai, palyginus su 607 m kreivės rezultatais, yra šiek tiek mažesni tačiau, kaip ir ankstesniu atveju, vidinio bėgio įtempiai yra didesni už išorinio. Šiuo atveju išorinio bėgio pakyla lemia, kad didesnė dalis ašinės apkrovos tenka vidiniam bėgiui, o įtempių skirtumas tarp išorinio ir vidinio bėgio, to paties tipo riedmenims, išlieka sąlyginai mažas.



34 pav. Tiesaus kelio ruožo skaitinės analizės rezultatai

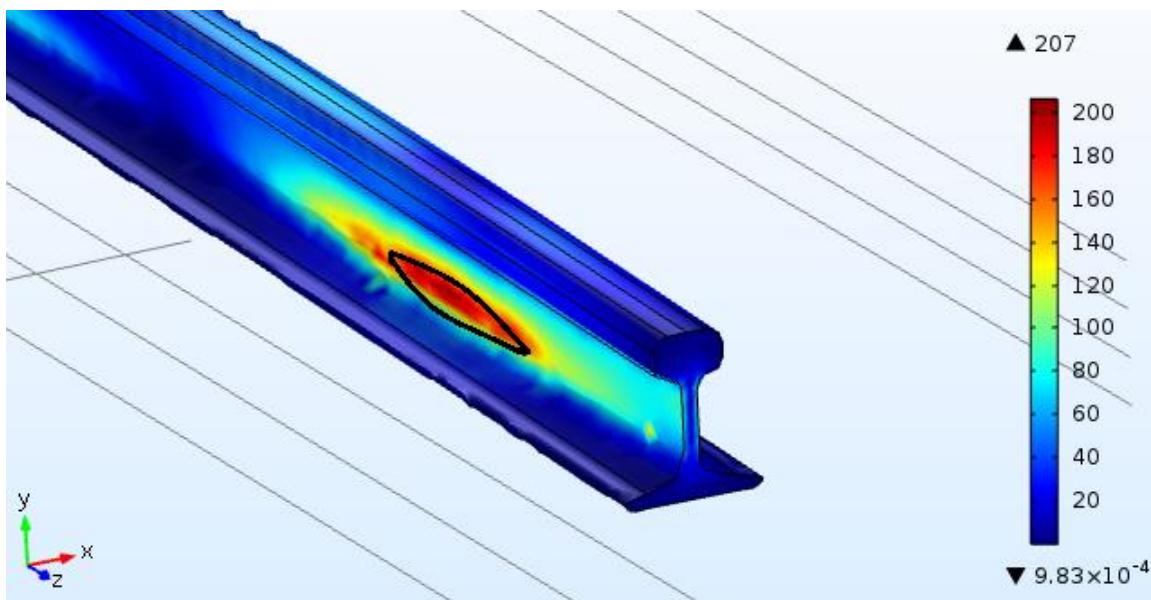
Tiesiame kelio ruože bėgiai yra pakloti lygiai, be pasvirimų į vieną ar kitą pusę, todėl veikiančios jėgos pasiskirsto po lygiai tiek ant kairiojo, tiek ant dešiniojo bėgio. Dėl šios priežasties, atliekant simuliacijas tiesiam bėgiui, buvo tiriamas tik vienas bėgis. Atliekant simuliacijas, pasirinkti

greičiai lokomotyvo Siemens ir automotrisės PESA buvo skirtingi, atitinkamai – 80 km/h ir 100 km/h. Rezultatai pavaizduoti 34 paveiksle.

Kaip matyti iš skaitinės analizės rezultatų (žr. 34 pav.) įtempiai tiesėse yra ženkliai mažesni už įtempius kreivėse. Tiesėje bėgių neveikia didelės išcentrinės jėgos, kurios sukuria didelius slėgius nuo rato bandažo į bėgių galvutę, taip pat ašinė apkrova pasiskirsto tolygiai ant abiejų bėgių. Skaičiavimuose priimta, kad tiek bėgis tiek ratas yra nauji, o riedmuo važiuoja tolygiai be skersinio persislinkimo, vinguriavimo ar šoninio supimo.

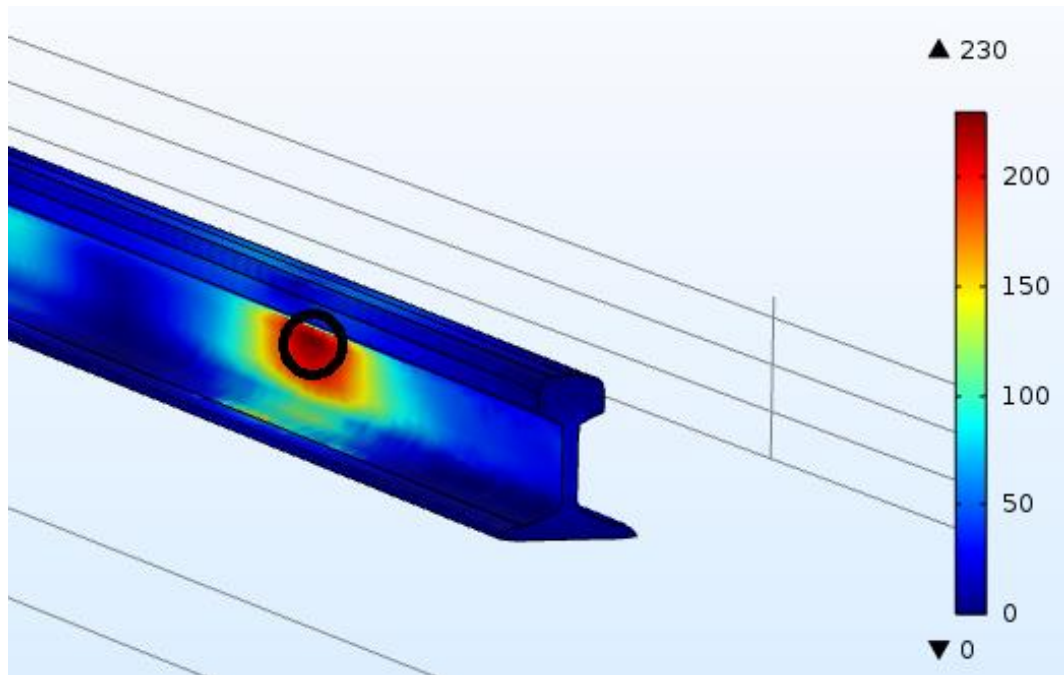
### 3.3. Skaitinės analizės rezultatų palyginimas

Turint šiuos rezultatus galima pamatyti, kad skiriasi įtempių koncentracijos vieta ir forma išoriniame ir vidiniame bėgiuose. 274 m spindulio kreivės išorinio bėgio (žr. 35 pav.) įtempiai susikoncentravę bėgio kakliuko apatinėje dalyje, ir yra elipsinės formos.



35 pav. Įtempių koncentracijos vieta ir forma 274 m spindulio kreivės išoriniame bėgyje



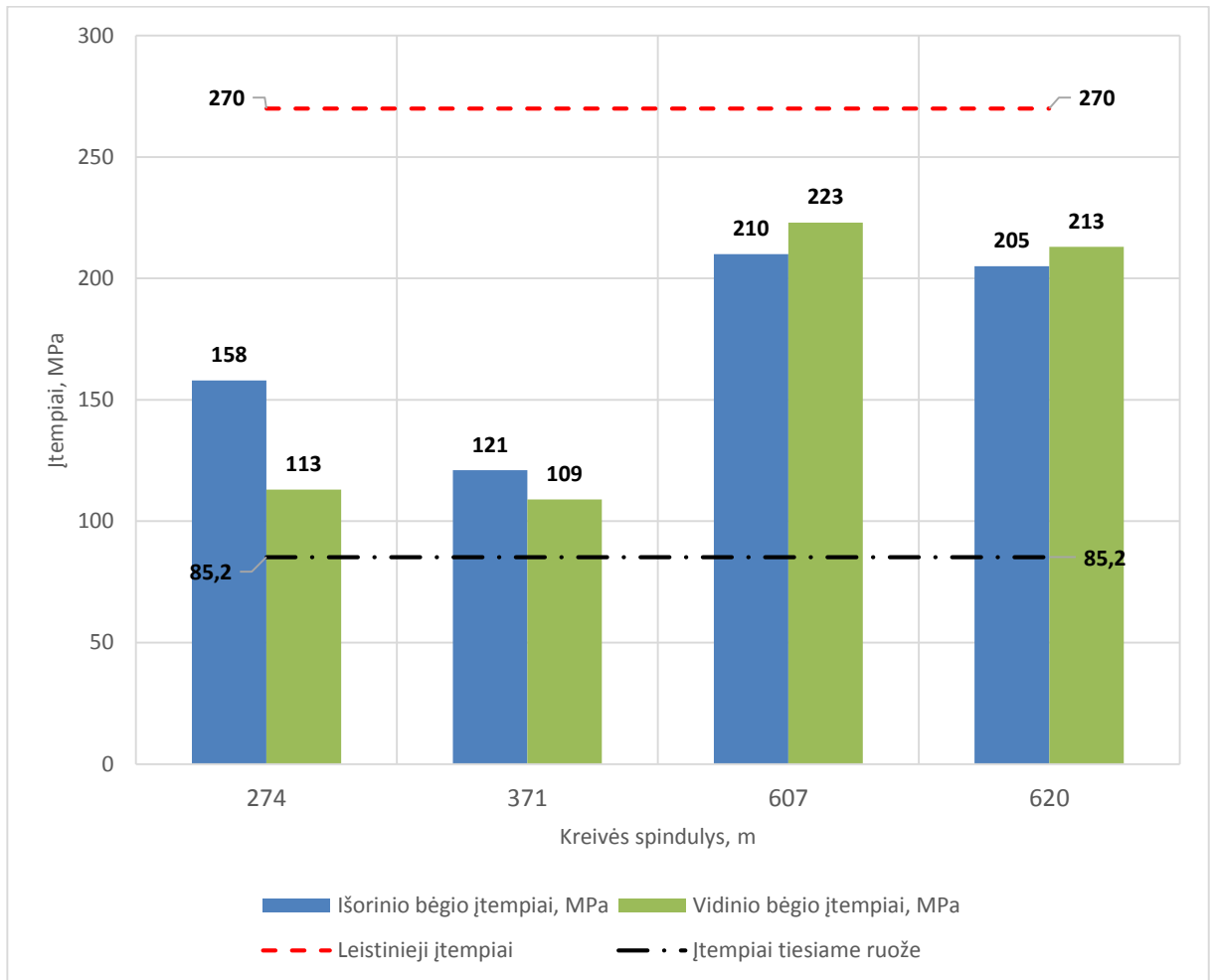


36 pav. Įtempių koncentracijos vieta ir forma 607 m spindulio kreivės vidiniame bėgyje

Tuo tarpu, 607 m spindulio kreivės vidiniame bėgyje (žr. 36 pav.) įtempių koncentracija susidaro bėgio kakliuko viršutinėje dalyje ir yra apskritimo formos. Galima daryti prielaidą, kad taip įvyksta dėl išorinių bėgi veikiančios papildomos šoninės išcentrinės jėgos. Jos išoriniame bėgyje sukelia papildomą lenkimo momentą.



37 pav. Įtempių priklausomybė nuo kreivės spindulio (lokomotyvas Siemens ER20CF)

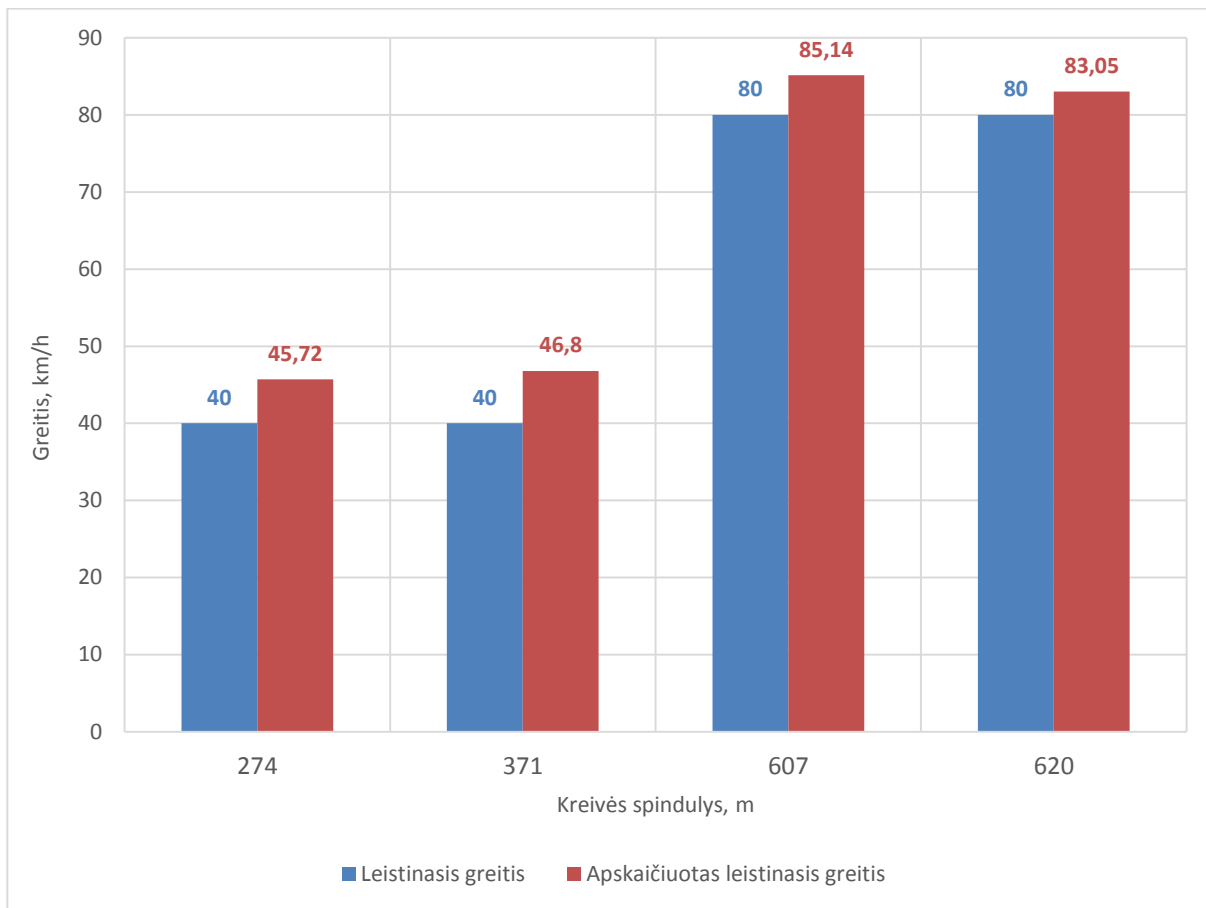


38 pav. Įtempių priklausomybė nuo kreivės spindulio (automotrisė PESA 620M)

37 ir 38 paveiksluose yra pavaizduotos įtempių priklausomybės nuo kreivės spindulio lokomotyvui Siemens ir automotrisei PESA. Abiejų riedmenų tipo atvejais matyti, kad įtempiai kreivėse yra didesni nei tiesiame kelio ruože, o ypač kreivėse kur judėjimo greitis yra didesnis. Labiausiai prie leistinųjų įtempių ribos priartėjama lokomotyvui Siemens važiuojant 607 m spindulio kreivėje, tada maksimalūs įtempiai siekia 230 MPa.

### 3.4. Parametrinės analizės rezultatai kreivių bėgiuose

39 ir 40 paveiksluose pavaizduotos greičio priklausomybės nuo kreivės spindulio, lokomotyvui Siemens ir automotrisei PESA. Mėlynąja kreive pavaizduoti leistinieji greičiai atitinkamos kreivėse, o raudonąja greičiai, kurie buvo apskaičiuoti atlikus parametrinę analizę. Mažiausias skirtumas (3,05 km/h) tarp leistinojo greičio ir apskaičiuoto matomas 620 m spindulio kreivėje, važiuojant lokomotyvui Siemens. Tuo tarpu didžiausias skirtumas (19,76 km/h) matomas 371 m spindulio kreivėje, važiuojant automotrisei PESA.



39 pav. Greičio priklausomybė nuo kreivės spindulio (lokomotyvas Siemens ER20CF)



40 pav. Greičio priklausomybė nuo kreivės spindulio (automotrisė PESA 620M)

Iš grafikų matyti, kad leistinųjų greičių ir apskaičiuotų greičių skirtumai Siemens lokomotyvo atveju yra mažesni, negu automotrisės PESA. Lokomotyvo Siemens atveju skirtumai visose kreivėse yra apylygiai t.y. apie 5 km/h, o automotrisės atveju jie visose kreivėse viršija 10 km/h. Šis skirtumas, kaip ir bėgių įtempiai, priklauso nuo riedmens ašinės apkrovos. Kadangi lokomotyvo ašinė apkrova yra maždaug 1,5 karto didesnė, todėl ir greičių skirtumai yra mažesni. Šiuose grafikuose taip pat pastebėtina tai, kad 620 m spindulio kreivėje apskaičiuotas maksimalus greitis yra mažesnis už 607 m spindulio kreivės. Apie šį reiškinį galima daryti išvadą apie išorinio bėgio pakylės reikšmę maksimaliam greičiui kreivėse. Nors šių dviejų kreivių spinduliai skiriasi sąlyginai nežymiai (tik 13 m), tačiau sumažėjęs išorinio bėgio pakylės aukštis nuo 95 mm iki 90 mm sumažina maksimalų greitį 620 m spindulio kreivėje nuo 85,14 iki 83,05 km/h lokomotyvo Siemens atveju ir nuo 111,8 iki 110,7 km/h automotrisės PESA atveju.

## Darbo apibendrinimas ir rezultatų palyginimas

Darbe buvo apžvelgtas traukinių judėjimas kreivėse ir jų bėgius veikiančios jėgos. Taip pat išanalizuotos bėgių įtempių matavimui naudojami įrenginiai ir dažniausiai kreivių bėgiuose atsirandantys defektai. Tyrimui atlikti, buvo pasirinktos keturios skirtingų spindulių kreivės ir dviejų tipų riedmenys. Analitiškai buvo apskaičiuotos bėgių veikiančios jėgos kiekvienoje kreivėje, važiuojant abiejų tipų riedmenims. Naudojant Comsol Multiphysics programinę įrangą, jėgos buvo suprojektuotos į kreivės bėgius atsižvelgiant ar bėgis išorinis ar vidinis. Atlikta skaitinė analizė parodė, kad didžiausi bėgių įtempiai gaunami ne kreivėse, kurių spindulys mažesnis, o kreivėse kuriose didesnis važiavimo greitis. Atlikta parametrinė analizė parodė, koku didžiausiu greičiu važiuojant traukiniui neviršijama bėgių medžiagos leistinųjų įtempių riba. Pagal apskaičiuoto didžiausio galimo greičio ir galiojančio leistino greičio skirtumą, įvertinta galimybė didinti greitį tiriamosiose kreivėse šių tipų riedmenims. Didžiausi šių greičių skirtumai buvo gauti mažesnio spindulio kreivėse. Tačiau gauti rezultatai gali nesutapti, jei būtų atliekami eksperimentai realiomis sąlygomis. Darbas galėtų būti tęsiamas įvertinant daugiau faktorių, kurie įtakoja įtempių dydį bėgiuose t.y. – įvertinti aplinkos temperatūrą, balasto tamprumą, vežimėlių horizontalų siūbavimą, ratų ir bėgių nusidėvėjimą.

## Išvados

1. Išanalizavus riedmenų judėjimą kreivėse, buvo nustatyta, kokios jėgos labiausiai veikia bėgį. Išsiaiškinta, kad pagrindiniai faktoriai, kurie sukelia didelius įtempius ir taip įtakoja defektų atsiradimą kreivės bėgiuose, yra traukinio važiavimo greitis, ašinė apkrova ir išorinio bėgio pakyla.
2. Skaitinei analizei atlikti, buvo pasirinktos keturios skirtingų charakteristikų kreivės ir dviejų skirtingų tipų riedmenys. Pagal sudarytą principinę schemą, kiekvienai kreivei ir riedmenų tipui, buvo apskaičiuotos išcentrinės jėgos, veikiančios išorinį ir vidinį bėgius. Didžiausia apskaičiuota išcentrinė jėga vienai ašiai siekia 19,5 kN (lokomotyvas Siemens, 607 m spindulio kreivė), o mažiausia – 4,84 kN (automotrisė PESA, 371 m spindulio kreivė).
3. Atlikus skaitinę analizę, nustatyta, kad didžiausi įtempiai bėgiuose atsiranda ne mažiausio spindulio kreivėse, o kreivėse, kai didesnis važiavimo greitis (80 – 100 km/h) ir didesnė išorinio bėgio pakyla (90 – 95 mm).
4. Analizuojant tyrimo rezultatus, pastebėta, kad mažesnio spindulio kreivėse ( $R < 400$  m), kai judėjimo greitis 40 km/h ir nedidelė išorinio bėgio pakyla (35 – 50 mm), didžiausi įtempiai susidaro išoriniame bėgyje. Tačiau didesnio spindulio kreivėse ( $R > 600$  m), kai važiavimo greitis yra 80 km/h – prekiniais lokomotyvams ir 100 km/h – keleiviniams, o išorinio bėgio pakyla 90 – 95 mm, didžiausi įtempiai susidaro vidiniame bėgyje. Tai lemia padidėjusi išorinio bėgio pakyla, dėl kurios ašinės apkrovos netolygiai pasiskirsto tarp išorinio ir vidinio bėgio.
5. Skaitinės analizės rezultatai parodė, kad didžiausi įtempiai susidaro 607 m spindulio kreivės vidiniame bėgyje. Lokomotyvo Siemens atveju jie siekia 230 MPa, o automotrisės PESA atveju – 223 MPa. Lyginant šiuos rezultatus su tiesaus ruožo įtempiais, kurie esant tokiems pat greičiams atitinkamai siekia 112 MPa ir 85,2 MPa, matoma, kad jie ženkliai padidėja dėl pasikeitusio kelio profilio. Žinant, kad leistinieji bėgių įtempiai, įvertinus atsargos koeficientą, yra 270 MPa, galima teigti, kad įtempiai bėgiuose neviršija leistinųjų.
6. Atlikta parametrinė analizė parodė, kad nustatyti maksimalūs važiavimo greičiai visose kreivėse yra didesni už dabartinį leistinąjį važiavimo greitį. Lokomotyvo Siemens atveju didžiausias skirtumas tarp šių greičių yra 6,8 km/h (371 m spindulio kreivė), o mažiausias 3,05 km/h (620 m spindulio kreivė). Automotrisės PESA atveju didžiausias greičių skirtumas yra 19,76 km/h (371 m spindulio kreivė), mažiausias 10,7 km/h (620 m kreivė).
7. Siekiant užtikrinti saugų ir sklandų riedmenų judėjimą, būtų galima pasiūlyti kreivėse įdiegti įtempių ir kitų parametrų stebėjimo sistemą, kuri periodiškai siųstų informaciją apie bėgių būklę į geležinkelių valdymo sistemą.

## Informacinių šaltinių sąrašas:

1. Taparauskaitė I. Geležinkelių raida. Mokslo darbas, 2010. Internetinė prieiga: [http://www.ziemgala.lt/saugykla/pdf/5\\_taparauskaite.pdf](http://www.ziemgala.lt/saugykla/pdf/5_taparauskaite.pdf) [Žiūrėta 2017-04-03]
2. I. Povilaitienė. Geležinkelio vėžės geometrinių parametrų įtaka bėgių ilgaamžiškumui kreivėse. Internetinė prieiga: [http://vddb.library.lt/fedora/get/LT-eLABa-0001:E.02~2004~D\\_20040709\\_091822-93579/DS.005.0.01.ETD](http://vddb.library.lt/fedora/get/LT-eLABa-0001:E.02~2004~D_20040709_091822-93579/DS.005.0.01.ETD) [Žiūrėta 2017-03-26]
3. Geležinkelio kelio priežiūros taisyklės. Vilnius: SPAB „Lietuvos geležinkeliai“, 2000. 213 p.
4. Bazaras Ž. Geležinkelio sąstato dinamika. 2013, 123-155 psl.
5. Railway curves. [žiūrėta 2017-03-25] Prieiga per internetą: <http://www.railway-technical.com/track.shtml>
6. Редькин, В. И. Износ рельсов стал меньше. Путь и путевое хозяйство, № 5. Москва: МК-Полиграф, 1999, с. 19–21.
7. Igwemezie J. Understanding stresses in rails, part 1. 2007, Sausis. Internetinė prieiga: <http://interfacejournal.com/archives/532>
8. Igwemezie J. Understanding stresses in rails, part 2. 2007, Balandis. Internetinė prieiga: <http://interfacejournal.com/archives/512>
9. „Nordco“ bėgių defektų atpažinimo vadovas. Internetinė prieiga: <http://www.nordco.com/Nordco.htm> [žiūrėta 2017-04-26]
10. Internetinis puslapis: <http://www.vortok.com/rail-stress-management/verse> [žiūrėta 2017-04-26]
11. Internetinis puslapis: <http://www.vortok.com/rail-stress-management/vortok-measure-and-detect-2> [žiūrėta 2017-04-26]
12. Internetinis puslapis: [http://www.lbfoster-salientsystems.com/pdf/RSM\\_Product\\_Sheet\\_LOWRES.pdf](http://www.lbfoster-salientsystems.com/pdf/RSM_Product_Sheet_LOWRES.pdf) [žiūrėta 2017-04-30]
13. Internetinis žurnalas „Trains“. Mcgonigal R. Grades and curves. 2006. Prieiga per internetą: <http://trn.trains.com/railroads/abcs-of-railroading/2006/05/grades-and-curves> [žiūrėta 2017-04-17]
14. UIC60 bėgio profilis. Internetinė prieiga : [https://www.alibaba.com/product-detail/Suyu-UIC60-60E1-BS-Standard-60kg\\_60172346991.html](https://www.alibaba.com/product-detail/Suyu-UIC60-60E1-BS-Standard-60kg_60172346991.html) [žiūrėta 2017-05-02]
15. Principinė jėgų apkrovų schema. Internetinė prieiga: [http://www.readorrefer.in/article/Railway-Engineering--Superelevation\\_4225/](http://www.readorrefer.in/article/Railway-Engineering--Superelevation_4225/) [žiūrėta 2017-04-13]

16. Lokomotyvo Siemens ER20CF techninės charakteristikos. Internetinė prieiga:  
[http://www.siemens.fi/lt/index/apie\\_mus/projektai/infrastruktura\\_ir\\_miestai\\_lokomotyvai\\_lie\\_tuvos\\_gelezinkeliai.htm](http://www.siemens.fi/lt/index/apie_mus/projektai/infrastruktura_ir_miestai_lokomotyvai_lie_tuvos_gelezinkeliai.htm) [žiūrėta 2017-04-13]
17. R Barauskas. Baigtinių elementų metodas su MATLAB ir COMSOL Multiphysics, Kaunas, 2009, 107p. Internetinė prieiga: <http://prof.if.ktu.lt/rimantas.barauskas/books> [žiūrėta 2017-05-04].
18. M.B. Marshall. Measuring Wheel/Rail Contact Stresses using Ultrasound, 2004. Internetinė prieiga: <http://eprints.whiterose.ac.uk/780/1/lewisr6.pdf> [žiūrėta 2017-03-07]
19. Gauso funkcijos grafikas. Internetinė prieiga:  
<http://mathworld.wolfram.com/GaussianFunction.html> [žiūrėta 2017-03-07]
20. Medžiagos U71Mn cheminė sudėtis ir mechaninės charakteristikos. Internetinė prieiga:  
<http://www.yygt.com.cn/Productsinfo.asp?id=298> [žiūrėta 2017-04-10]
21. Pointner P., Joerg A., Jaiswal J., Definitive guidelines on the use of different rail grades. 2009. 46 psl. Internetinė prieiga:  
[https://www.voestalpine.com/schienen/static/sites/schienen/.downloads/Definitive\\_guidelines\\_on\\_the\\_use\\_of\\_different\\_rail\\_grades\\_xINNOTRACK\\_deliverable\\_report\\_D4.1.5GLx\\_nur\\_in\\_Englisch\\_verfuegbarx.pdf](https://www.voestalpine.com/schienen/static/sites/schienen/.downloads/Definitive_guidelines_on_the_use_of_different_rail_grades_xINNOTRACK_deliverable_report_D4.1.5GLx_nur_in_Englisch_verfuegbarx.pdf) [žiūrėta 2017-04-25]
22. Burgelman N., The wheel-rail contact problem in vehicle dynamic simulation. 2015. 168 psl. Internetinė prieiga: <http://repository.tudelft.nl/> [žiūrėta 2017-05-09]
23. Kumar S. Study of rail breaks: associated risks and maintenance strategies. 2006. 41psl. Internetinė prieiga: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:995250/FULLTEXT01.pdf> [žiūrėta 2017-04-13]
24. Australian rail track corporation ltd. Rail Defects Handbook. 2006. 68 psl. Internetinė prieiga: <https://extranet.artc.com.au/docs/eng/track-civil/guidelines/rail/RC2400.pdf> [žiūrėta 2017-05-03]
25. Haile A. Effect of Curved Track on Rolling Contact Fatigue at Wheel-Rail Interface in Addis Ababa Light Rail Transit. 2015. 54 psl. Internetinė prieiga:  
<http://etd.aau.edu.et/bitstream/123456789/11482/1/Aregay%20Haile.pdf> [žiūrėta 2017-05-03]
26. BS EN 13674-1 (2011). “Railway applications- Track-Rail part 1: Vignole railway rails 46 kg/m and above”. Internetinė prieiga:  
<https://infostore.saiglobal.com/store/details.aspx?ProductID=1454304> [žiūrėta 2017-04-09]
27. Hurlbaus S. Determination of Longitudinal Stress in Rails. 2011. 48 psl. Internetinė prieiga:  
<http://onlinepubs.trb.org/Onlinepubs/IDEA/FinalReports/Safety/S15Report.pdf> [žiūrėta 2017-04-27]



28. Y.Ma, V.L.Markine. A Numerical Procedure for Analysis of W/R Contact Using Explicit Finite Element Methods. 2015. Internetinē priega:  
<https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid:081fffb-d-ac10-482a-b885-fcf8e621a2d0?collection=research> [žiūrēta 2017-05-10]
29. Tournay HM, Mulder JM, The transition from the wear to the stress regime 1996. Internetinē priega: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0043164895066934> [žiūrēta 2017-04-25]
30. Popovič, Z., Lazarevič, L. Vatin N. Analysis of Track Gauge Widening in Curves with Small Radius (2014) Montenegro. Internetinē priega:  
[https://www.researchgate.net/publication/276310275\\_Analysis\\_of\\_Track\\_Gauge\\_Widening\\_in\\_Curves\\_with\\_Small\\_Radius](https://www.researchgate.net/publication/276310275_Analysis_of_Track_Gauge_Widening_in_Curves_with_Small_Radius) [žiūrēta 2017-04-12]