



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS

MATEMATINIO MODELIAVIMO KATEDRA

Andrius Balzaris

Vertybinių popierių biržos NASDAQ OMX akcijų
indekso "OMX Vilnius" laiko eilučių analizė ir prognozės

Magistro darbas

Vadovas

doc. dr. K. Lukoševičiūtė

Kaunas 2014



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS

MATEMATINIO MODELIAVIMO KATEDRA

TVIRTINU

Katedros vedėjas

prof. dr. E. Valakevičius

2014 06 02

**Vertybinių popierių biržos NASDAQ OMX akcijų
indekso "OMX Vilnius" laiko eilučių analizė ir prognozės**

Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas

Vadovas

() doc. dr. K. Lukoševičiūtė

2014 06 01

Recenzentas

() dr. L. Bikulčienė

2014 06 01

Atliko

FMMM-2 gr. stud.

() A. Balzaris

2014 05 30

Kaunas 2014

Balzaris A. Vertybinių popierių biržos NASDAQ OMX akcijų indekso "OMX Vilnius" laiko eilučių analizė ir prognozės: taikomosios Matematikos magistro baigiamasis darbas/ darbo vadovė doc. dr. K. Lukoševičiūtė; Matematinio modeliavimo katedra, Matematikos ir Gamtos mokslu fakultetas, Kauno Technologijos Universitetas. – Kaunas, 2014. – 121 p.

SANTRAUKA

Žmogus nuolatos ieško būdų užsidirbti pinigų, viena iš populiarejančių XX, bei XXI amžiaus profesijų yra akcijų biržos makleris. 2013 m. už atradimus plėtojant akcijų, obligacijų ir kito investicinio turto kainų prognozavimo metodus ekonomikos Nobelio premijos laureatais tapo Eugene'as F. Fama, Larsas Peteris Hansenas ir Robertas J. Shilleris. Šio apdovanojimo mokslininkai susilaukė. Apdovanojimas skirtas už tyrimus, kuriais įrodyta, kad neįmanoma nustatyti, ar akcijų ir obligacijų kainos kils, ar kris per ateinančias kelias dienas. Tačiau galima išvelgti, kaip kis finansinio turto kainos per ilgesnį, dviejų – penkerių metų laikotarpį.

Magistriniame darbe buvo analizuojama. NASDAQ OMX Group, Inc. Vertybinių popierių birža, kuri yra didžiausia biržų operatorė pasaulyje. Projektinėje darbo dalyje yra nagrinėjama OMX Vilnius akcijų indeksų laiko eilutės bei prognozavimo modeliai. Pagal Nobelio premijos laureatų teoriją magistriniame darbe buvo atskirai lyginamos OMX Vilnius akcijų indekso duomenų stebėjimai [1:5] metų laikotarpyje ir lyginamas skirtingų ARIMA ir eksponentinio glodinimo prognozavimo modelių tikslumas ieškant geriausios stebėjimų imties.

Atlikta vertybinių popierių biržos NASDAQ OMX akcijų indekso "OMX Vilnius" laiko eilučių analizė ir demonstruojami prognozės grafikai. Darbe palyginamos prognozės rezultatai „OMX Vilnius“ akcijų indeksui skirtingais laiko intervalais. Siekiama nustatyti laiko intervalą, kuriame prognozės rezultatai tiksliausiai atkartoja realius duomenis.

Balzaris A. Analysis of time series methods and forecasting for "NASDAQ OMX" stock index "OMX Vilnius": Master's work in applied mathematics / supervisor dr. assoc. K. Lukoševičiūtė; Department of Applied mathematics, Faculty of Fundamental Sciences, Kaunas University of Technology. – Kaunas, 2014. – 121 p.

ABSTRACT

Man is constantly looking for ways to make money, one of the most popular twentieth and twenty-first century professions is a stock market broker. In 2013 for inventions in the development of stocks markets, bonds and other investment asset price forecasting techniques Eugene F. Fama , Lars Peter Hansen and Robert J. Shiller got Nobel Economics Prize. The award was given for research that proved that it is impossible to determine whether the stock and bond prices will rise or fall over the next few days. However, there are, how the financial asset prices will rise or fall over the longer period having two – five years historical data.

In thesis work was chosen The NASDAQ OMX Group, Inc. Stock Exchange market, the largest exchange company in the world. Main work's goal is determine OMX Vilnius stock index time series and forecasting models. According to Nobel Prize winners theory thesis work was separately compared OMX Vilnius stock index data observations [1:5]-year period and compared the different ARIMA and exponential smoothing models in forecasting accuracy in finding the best observations period.

Done NASDAQ OMX stock index OMX Vilnius "time series analysis and forecasting graphs displayed. Work's thesis compares the results of forecasts OMX Vilnius stock index at different time intervals. Work's goal is to set the time interval for which the forecast results accurately reproduces the real data.

TURINYS

SANTRAUKA	3
ABSTRACT.....	4
ĮVADAS	12
1. ANALITINĖ DALIS	14
1.1. OMX Vilnius Indeksas	14
1.2. Naudojami terminai Indekso skaičiavime	14
1.3. NASDAQ OMX GRoup.....	14
1.4. Indekso formulė	16
1.5. Indekso skaičiavimui naudojamos akcijų kainos	17
2. METODOLOGINĖ DALIS	18
2.1. Laiko eilučių analizės modeliai.....	18
2.2.1. Pagrindinės sąvokos i.....	18
2.2.2. Pagrindinės stacionariųjų sekų sąvokos. i.....	20
2.2.3. Autoregresijos procesas AR(P) i.....	21
2.2.4. Slenkamųjų vidurkių metodas. i.....	22
2.2.5. Autoregresijos slenkamųjų vidurkių procesas ARMA(p, q) i.....	22
2.2.6. ARIMA modelis i.....	23

2.2.7.	AIC – informacijos kriterijus i.....	26
2.2.8.	Eksponentinis duomenų glodinimas i.....	27
2.2.	PAKLAIIDŲ MATAVIMO METRIKOS i.....	30
2.3.	DAUGIALYPĖ TIESINĖ REGRESIJA i.....	31
2.4.	KORELIACINĖ ANALIZĖ	34
2.5.	Programinė įranga i.....	35
3.	TIRIAMOJI DALIS.....	36
3.1.	Tiriamosios dalies apžvalga.....	36
3.2.	Akcijų indekso „OMX Vilnius“ laiko eilučių analizės ir prognozavimo Duomenų bazė	37
3.3.	Prognozės modeliai skirtingiems laiko intervalams	40
3.3.1.	prognozės modelio sudarymas [1-266] savaitės.....	40
3.3.2.	prognozės modelio sudarymas [53-266] savaitės.....	45
3.3.3.	prognozės modelio sudarymas [105-266] savaitės.....	51
3.3.4.	prognozės modelio sudarymas [157-266] savaitės.....	55
3.3.5.	prognozės modelio sudarymas [209-266] savaitės.....	61
3.3.6.	skirtingų laiko intervalų gautų rezultatų palyginimas.....	65
3.3.7.	modelio sudarymo algoritmo patikrinimas	66
3.4.	Daugialypė tiesinė regresija	68
	IŠVADOS.....	72

LITERATŪROS SARAŠAS	73
PRIEDAI.....	74

Lentelių sąrašas

1 lentelė [1:213] savaitinių intervale aprašomoji duomenų statistika.....	41
2 lentelė Aprašomoji duomenų statistika [53:233] savaitinių intervale.....	46
3 lentelė ARIMA (1,1,0) modelio aprašomoji statistika [53:233] savaitinių intervale.....	49
4 lentelė ARIMA (2,1,0) modelio aprašomoji statistika [53:233] savaitinių intervale.....	50
5 lentelė Aprašomoji duomenų statistika [105:266] savaitinių intervale.....	52
6 lentelė ARIMA (1,1,0) modelio aprašomoji statistika [105:266] savaitinių intervale.....	54
7 lentelė ARIMA (2,1,0) modelio aprašomoji statistika [105:266] savaitinių intervale.....	54
8 lentelė Aprašomoji duomenų statistika [157:238] savaitinių intervale.....	56
9 lentelė ARIMA (2,1,0) modelio aprašomoji statistika [157:238] savaitinių intervale.....	59
10 lentelė ARIMA (1,1,0) modelio aprašomoji statistika [157:238] savaitinių intervale.....	59
11 lentelė Eksponentinio Brown'o modelio aprašomoji statistika [157:238] savaitinių intervale.....	59
12 lentelė Eksponentinio Damped'o trend'o modelio aprašomoji statistika [157:238] savaitinių intervale.....	60
13 lentelė Eksponentinio Holt'o modelio aprašomoji statistika [157:238] savaitinių intervale.....	60
14 lentelė Prognozavimo modelių palyginimas pagal MAE ir BIC [157:238] savaitinių intervale.....	60

15 lentelė Aprašomoji duomenų statistika [209:250] savaitių intervale.....	62
16 lentelė. ARIMA (2,1,0) prognozavimo modelis [209-250] savaitių intervalui.....	64
17 lentelė. ARIMA (1,1,0) prognozavimo modelis [209-250] savaitių intervalui.....	64
18 lentelė. Visų sukurtų prognozės modelių intervalų palyginimai pagal MAE ir BIC.....	66
19 lentelė Mūsų tiriamų modelių palyginimas [157:266] intervalui.....	68
20 lentelė. Modelio determinacijos koeficiento rezultatai.....	69
21 lentelė ANOVA modelio rezultatai.....	70
22 lentelė Tiesinės regresijos modelio priklausomybės koeficientai.....	72

Paveikslų sąrašas

1 pav. NASDAQ OMX Baltijos šalių indeksų šeima.....	16
2 pav. http://www.nasdaqomxbaltic.com/market/?lang=lt langas.....	17
3 Pav. Autoregresijos funkcijos grafikai slenkamųjų vidurkio $AR(p)$ parametro p nustatymui.....	26
4 Pav. Autoregresijos funkcijos grafikai slenkamųjų vidurkio $MA(q)$ parametro q nustatymui.	26
5 pav. Darbo tyrimo schema.....	37
6 pav. Akcijų indekso OMX Vilnius visos tiriamos imtis duomenų grafikas.....	38
7 Pav. [1:213] savaitių intervale duomenų funkcijos grafikas.....	42
8 Pav. [1:213] savaitių intervale savaitės autoregresijos funkcijos grafikas.....	43
9 Pav. Duomenų grafikas diferencijuoti vieną kartą, [1:213] savaitių intervale.....	44
10 Pav. Autoregresijos ir dalinės autoregresijos funkcijų grafikai, diferencijavus vieną kartą [1:213] savaitių intervale.	44
11 Pav. Duomenų grafikas [53:233] savaitių intervale.....	47
12 Pav. Autoregresijos ir dalinės autoregresijos funkcijų grafikai [53:233] savaitių intervale.....	47
13 pav. Duomenų grafikas diferencijavus vieną kartą [53:233] savaitių intervale.....	48
14 Pav. Autoregresijos ir dalinės autoregresijos funkcijų grafikai po diferencijavimo [53:233] savaitių intervale.....	48

15 pav. ARIMA (1,1,0) prognozės modelis su tikrosiomis reikšmėmis 53-266 laikotarpiui.....	51
16 Pav. Duomenų grafikas [105:266] savaitių intervale.....	53
17 Pav. Autoregresijos ir dalinės autoregresijos funkcijų grafikai [105:266] savaitių intervale.	53
18 pav. Prognozės modelis ARIMA (1,1,0) [105:266] savaitėms.....	55
19 Pav. Duomenų grafikas su vidurkį nurodančia tiese [157:238] savaitių intervale.....	57
20 pav. Autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijų grafikai [157:238] savaitių intervale.....	57
21 Pav. Vieną kartą diferencijuota duomenų seka [157:238] savaitių intervale.....	58
22 Pav. ARIMA (2,1,0) modelio prognozavimo grafikas [157:266] savaitių intervale.....	61
23 Pav. Duomenų grafikas [209-250] savaitių intervale su vidurkį nurodančia tiese.....	63
24 Pav. Autoregresijos ir dalinės autoregresijos funkcijų grafikai [209:250] savaitių intervale.....	63
25 Pav. ARIMA (2,1,0) prognozavimo modelis [209-250] savaitių intervalui.....	65
26 Pav. Standartizuotų liekanų histograma.....	72

IVADAS

Žmogus nuolatos ieško būdų užsidirbti pinigų, viena iš populiarėjančių XX, bei XXI amžiaus profesijų yra akcijų biržos makleris. O vis daugiau ir daugiau žmonių paskutinių metu bando užsidirbti investuojant i akcijas, bei investicinius fondus arba jeigu neužsidirbti, tai gražos pagalba viršyti infliaciją. Tačiau rinka priklauso nuo daugelio veiksnių: naujienų, krizių ar kilimų, stambių investuotojų atėjimo ar išėjimo iš akcininkų grupės. Ne paslaptis, kad daugiau negu puse pasaulio akcijų rinkoje prekiauja robotai – kompiuteriai naudojantis tam tikrus algoritmus, laiko eilučių metodus, sezoniškumo tyrimus ir panašius matematinius skaičiavimus kurie leidžia uždirbti pinigus.

2013 m. ekonomikos Nobelio premijos laureatais tapo Eugene'as F. Fama, Larsas Peteris Hansenas ir Robertas J. Shilleris. Šio apdovanojimo mokslininkai susilaukė už atradimus plėtojant akcijų, obligacijų ir kito investicinio turto kainų prognozavimo metodus. Apdovanojimas skirtas už tyrimus, kuriais įrodyta, kad neįmanoma nustatyti, ar akcijų ir obligacijų kainos kils, ar kris per ateinančias kelias dienas. Tačiau galima išvelgti, kaip kis finansinio turto kainos per ilgesnį, dviejų – penkerių metų laikotarpį. Šiame magistriniame darbe aptariamos laiko eilutės, jų glodinimo metodai, prognozavimo modeliai, bei prognozių analizė. Taip pat supažindinama su NASDAQ OMX Group, Inc. Vertybinių popierių birža, kuri yra didžiausia biržų operatorė pasaulyje. Projektinėje darbo dalyje yra nagrinėjama OMX Vilnius akcijų indeksų laiko eilutės bei prognozavimo modeliai.

Pagrindinis darbo tikslas – išanalizuoti pasirinktus laiko eilutės modelius, bei duomenų imties kiekio parinkimą. Tikslams pasiekti užsiduodami uždaviniai :

- Apžvelgti NASDAQ OMX Group, Inc. Vertybinių popierių biržą ir akcijų indeksą OMX Vilnius;
- Aprašyti laiko eilučių prognozavimo, statistinės analizės, bei daugialypės regresijos metodus;
- Aprašyti duomenų imties statistinę analizę;
- Patikrinti pasirinktos duomenų imties pagrindines prognozavimui sąlygas;

- Nustatyti modelio ARIMA p , d ir q reikšmes pasitelkiant duomenų funkcijos ir autoregresijos funkcijos grafikus;
- Nustatyti ar laiko eilutės tenkina stacionarumo ir tendencijos didėjimo ir mažėjimo sąlygas;
- Jeigu įmanoma, išanalizuoti ir atlikti eksponentinį laiko eilučių glodinimą;
- Nustatyti tinkamiausią ARIMA (p, d, q) modelį, t.y. tinkamai parinkti parametrus p (autoregresijos eilė), d (diferencijavimo eilė) ir q (slenkamųjų vidurkių narių skaičius) reikšmes;
- Palyginti visas duomenų imtis [1:5] metų laikotarpyje, pagal prognozavimo modelius OMX Vilnius akcijų indeksui.
- Nustačius geriausią prognozavimui imtį patikrinti visus kitus modelius pagal prielaidą, kad mūsų prognozės modelis, kuris buvo parinktas pagal duomenų funkcijos ir autoregresijos funkcijų grafikus nėra geriausias.;
- Patikrinti daugialypės regresijos modelio tinkamumą, tiriant pasirinktos duomenų imties priklausomybes nuo ekonominių sferų (transporto, bankų, energetikos ir t.t.).

Atsižvelgiant į darbo pagrindinį tikslą reikalinga išsami teorinė metodologinė analizė, kurioje aptariamas ARIMA metodas (integruotas autoregresinis slenkamųjų vidurkių metodas), kuris yra dažnai naudojamas laiko eilučių analizei. Išanalizavus metodą atliekama akcijų indekso OMX Vilnius praktinė analizė, kuriame randamas tinkamiausias analizės metodas. Praktinė analizė baigiama apžvelgiant visus tirtus metodus bei laiko intervalus. Apibendrinami gauti rezultatai.

Duomenų imtys buvo paimtos naudojant www.nasdaqomxbaltic.com duomenų prieigos platformas. Duomenų apdorojimui pasitelkti SPSS ir EXCEL matematiniai paketai.

1. ANALITINĖ DALIS

1.1. OMX VILNIUS INDEKSAS

OMX Vilnius akcijų indeksas (toliau Indeksas) skaičiuojamas pagal akcijų kapitalizaciją ir pagrįstas tęstinumo ir bendros akcijų gražos principais. Indeksas skaičiuojamas kiekvieną dieną realiu laiku pagal naujausias akcijų, kurios yra įtrauktos į Vilniaus vertybinių popierių biržos Oficialųjį ir Einamąjį prekybos sąrašus, kainas, lyginant bendrą rinkos kapitalizaciją (bendra rinkos kapitalizacija atėmus išmokėtus dividendus) su atitinkamais praėjusios prekybos dienos duomenimis. Į indekso sudėtį įeinančių akcijų svoris neribojamas, todėl kiekvienos akcijų emisijos įtaka Indeksui priklauso nuo jos svorio bendroje rinkos kapitalizacijoje. Pradinė indekso vertė 2000 m. sausio 1 d. yra 100,00 punktų. Indeksas skaičiuojamas naudojant akcijų kainą, išreikštą litais (LTL). OMX Vilnius indekso trumpinys yra OMXV. Prekybos sistemoje SAXESSTM ir rinkos duomenų perdavimo sistemoje TARGINR indekso trumpinys yra OMXVGI. “GI” (angl. gross (yield) index) žymi gražos indeksą, kuris yra naudojamas darbo analizėje. [1]

1.2. NAUDOJAMI TERMINAI INDEKSO SKAIČIAVIME

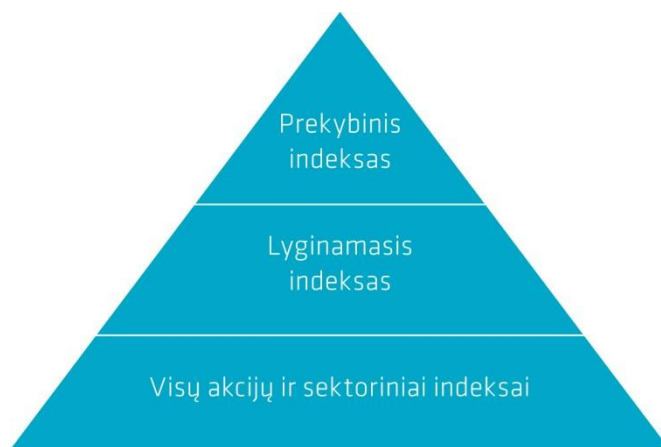
Diena “su teise” – paskutinė prekybos diena kai akcija suteikia teisę dalyvauti akciniame įvykyje (trys prekybos dienos prieš akcininkų, turinčių teisę dalyvauti akciniame įvykyje, užfiksavimą). Diena “be teisės” – pirmą prekybos dieną kai akcija nesuteikia teisės į akcinį įvykį (dvi prekybos dienos prieš akcininkų, neturinčių teisės dalyvauti akciniame įvykyje, užfiksavimą).. [1]

1.3. NASDAQ OMX GROUP

NASDAQ OMX Group, Inc. yra didžiausia biržų operatorė pasaulyje. Ji organizuoja prekybą finansinėmis priemonėmis, teikia technologijas biržoms bei siūlo įvairias paslaugas akcinėms bendrovėms 6 žemynuose. Prekybos sąrašuose turėdama daugiau nei 3500 bendrovių, NASDAQ OMX yra pirmoji pasaulyje pagal listinguojamų bendrovių skaičių tarp svarbiausių vertybinių popierių rinkų. NASDAQ OMX siūlo įvairius kapitalo pritraukimo būdus visame pasaulyje, leidžianti naudotis jos reguliuojamomis rinkomis JAV, Šiaurės Europos bei Baltijos šalyse, ar alternatyviaja vertybinių

popierių rinka First North bei 144A rinka. Grupė siūlo prekybą įvairiomis finansinėmis priemonėmis, įskaitant akcijas, išvestines finansines priemones, skolos vertybinius popierius, prekių sandorius, struktūrizuotus produktus bei indeksų fondus. NASDAQ OMX teikia technologinius sprendimus daugiau kaip 70 biržų, centrinių vertybinių popierių depozitoriumų bei kliringo institucijų daugiau kaip 50 šalių. NASDAQ OMX vertybinių popierių biržos Europoje veikia Helsinkyje, Kopenhagoje, Stokholme, Islandijoje, Taline, Rygoje ir Vilniuje.

NASDAQ OMX naudoja tą pačią indeksų klasifikaciją ir Šiaurės Europos, ir Baltijos šalių vertybinių popierių (VP) rinkose. Vienoda indeksų skaičiavimo metodika padeda geriau suprasti Šiaurės Europos ir Baltijos šalių biržų indeksus ir lengviau palyginti šių šalių VP rinkas. NASDAQ OMX Baltijos šalių indeksų šeimą sudaro Baltijos šalių lyginamasis, prekybinis bei visų akcijų ir sektoriai indeksai. Jų hierarchija pateikta 1 paveiksle.[1]



1 Pav. NASDAQ OMX Baltijos šalių indeksų šeima

Visų indeksų reikšmės yra susijusios, t. y. jų skaičiavimui naudojama praeitos sesijos akcijų kaina. Indeksų skaičiavimas pagrįstas visų akcijų, įtrauktų į indeksus, pokyčiais per tam tikrą laiko tarpą.

The screenshot displays the NASDAQ OMX Baltic website interface. At the top, there are navigation tabs for 'Baltic' and 'Nordic', a search bar, and a 'Puslapių struktūra' (Page Structure) link. Below the navigation, a row of market indices is shown with their current values and percentage changes: Ilinn 815.45 (-0.42%), OMX Riga 409.86 (-0.99%), OMX Vilnius 394.31 (0.00%), TKM1T 5.600 EUR (-1.23%), LSC1R 0.235 LVL (-6.37%), and PTR1L 1.070 EUR (+1.90%).

The main content area is divided into several sections:

- Baltijos šalių akcijų rinkos prekybos barometras:** A bar chart showing market activity with 6 'Pakilo' (up), 65 'Nepakito' (unchanged), and 9 'Nukrito' (down) stocks.
- Mano VP krepšelis:** A section for a user's watchlist with a table of selected stocks.
- Baltijos šalių biržų indeksai:** A table listing regional indices and their performance.
- Mano VP KREPŠELIS:** A button to manage the watchlist.
- Marketo duomenys:** A table showing the most active, highest volume, and highest decline stocks.

On the right side, there are promotional banners for 'Investuok sumaniai' (Invest smartly) and 'Mokslinio darbo konkursas!' (Scientific work competition), along with links to reports on Lithuanian state-owned companies' performance in 2011.

2 pav. <http://www.nasdaqomxbaltic.com/market/?lang=lt> langas.

OMX Vilnius yra viską apimantis indeksas, kurį sudaro visos akcijos paminėtos pagrindiniame ir antriniame sąrašuose Vilniaus akcijų biržoje su išimtimi akcijų, kurios priklauso kompanijoms kur vienintelis akcininkas kontroliuoja ne mažiau kaip 90% tos firmos akcijų. Šio indekso tikslas yra atspindėti esamą būklę ir pasikeitimus Vilniaus biržoje. Pradinė OMXV data yra 1999 Gruodžio 31d. su pradine verte – 100. Indekso reikšmės yra rodomos realiu laiku. [1]

1.4. INDEKSO FORMULĖ

OMX Vilnius indeksas yra skaičiuojamas, naudojant Paache formule, kuri įvertiną dėl akcijų kainos kitimo atsiradusius pasikeitimus rinkos kapitalizacijoje.

$$V_t = \frac{\sum_{i=1}^n (q_{i,t} \times p)}{\sum [q_{i,t} \times (p_{i,t-1} - d_{i,t}) \times a_{i,t}] \times V_{t-1}} \quad (1.5.1)$$

Čia :

- V - OMX Vilnius indekso reikšmė
- q_i - i – tųjų akcijų skaičius
- p_i - i – tųjų akcijų kaina (NOREX kainų algoritmas)
- t - skaičiavimo laikas
- n - akcijų skaičius indekse
- d_i - i – tųjų akcijų dividendai
- a_i - i – tųjų akcijų akcinių įvykių koregavimo koeficientas

1.5. INDEKSO SKAIČIAVIMUI NAUDOJAMOS AKCIJŲ KAINOS

Indeksų skaičiavimui NOREX biržose taikomos šios akcijų kainų nustatymo taisyklės:

- ✓ jeigu prekybos dienos metu akcijos kaina nustatyta nebuvo, indekso skaičiavimui naudojama paskutinė mokėta kaina.
- ✓ jeigu didžiausia paklausos kaina yra didesnė nei paskutinė mokėta kaina, indekso skaičiavime naudojama didžiausia paklausos kaina.
- ✓ jeigu mažiausia pasiūlos kaina mažesnė nei paskutinė mokėta kaina, indekso skaičiavime naudojama mažiausia pasiūlos kaina.
- ✓ jeigu indekso paskutinei reikšmei skaičiuoti buvo naudojama paklausos ar pasiūlos kainos, šios kainos laikomos prekybos dienos paskutinėmis mokėtomis kainomis ir naudojamos indekso skaičiavime iki tol kol nebus nustatyta nauja akcijų kaina. [1]

2. METODOLOGINĖ DALIS

2.1. LAIKO EILUČIŲ ANALIZĖS MODELIAI

2.2.1. PAGRNDINĖS SĄVOKOS

Dažnai kintamam reiškiniui aprašyti stebimos kokio nors kintamojo dydžio reikšmės, įgyjamos laikui bėgant ar skirtingose vietose. Visais nagrinėjamais atvejais turime kintančią sistemą, kurią veikia atsitiktiniai veiksniai. Jos praeitis užrašyta renkant duomenis, laikui bėgant, suteikia tam tikros informacijos apie nagrinėjamą reiškinį. [3].

Matuojant kintamojo reikšmes reguliariais laiko intervalais gaunamos duomenų sekos, kurios vadinamos laiko eilutėmis. Norint šiems duomenims pritaikyti matematinius modelius prieš tai reikia atsižvelgti į daugelį specifinių reikalavimų. Šie matematiniai modeliai leidžia prognozuoti būsimas laiko eilutės reikšmes, kas yra labai svarbu versle ar moksle. Taip pat turi būti išsiaiškinta, kurie faktoriai iškreipia normalią laiko eilučių duomenų kaitos eigą, kadangi kai laiko eilutės šių faktorių poveikyje žymiau pakeičia savo pobūdį, susiduriama su trūkiomis laiko eilutėmis.[4]

Visus procesus galima suskirstyti į *determinuotus*, kurių kitimą laiko bėgyje galima tiksliai aprašyti, ir *atsitiktinius*. [3]

Tegul T yra skaičių seka arba intervalas. Visuma atsitiktinių dydžių $\{X_t, t \in T\}$, apibrėžtų vienoje tikimybinėje erdvėje, vadinama *atsitiktiniu procesu*. Parametro t kitimo aibė kartais vadinama indeksų aibe. Aibės T pavyzdžiai: $Z = (0, \pm 1, \pm 2, \dots)$, $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$, $(-\infty, +\infty)$, $[0, +\infty)$.

Dažniausiai vietoj $\{X_t, t \in T\}$, rašoma tiesiog $\{X_t\}$ jeigu parametro t kitimo aibė yra aiškiai suprantama iš konteksto arba jeigu nesvarbu, kokia ji.

Atsitiktinis procesas, kurio $T \subset Z$, dažniausiai vadinamas *laiko eilute*. Gali būti atveju, kai t yra bet koks parametras. Tačiau tradiciškai atsitiktinių sekų stebėjimai siejami su laiku ir jos vadinamos laiko eilutėmis.

Svarbiausia atsitiktinių sekų analizėje yra ne atskiras atsitiktinis įvykis X_t , o jų sistema $\{X_t\}$ kuri priklauso nuo parametro t . Parametras t yra kintantis tam tikrame intervale ar įgyjantis tam tikras reikšmes. Jeigu tiriama sekos elgsena laiko momentais $t= 1,2,\dots,N$ tada nagrinėjamas atsitiktinių dydžių X_1, X_2,\dots,X_N daugiamatis skirstinys. Apie tiriamosios sekos savybes galima spręsti iš daugiamatžio skirstinio bei jo charakteristikų. Sprendžiant praktinius uždavinius dažniausiai neturima tokios išsamios informacijos ir apsiribojama prielaidomis, daugiau ar mažiau adekvačiomis tikrovei. [3]

Laiko eilutėse stebimos tokios dedamosios kaip: trendas (bendra eilutės kitimo tendencija), sezoniškumo dedamoji (metiniai ir paros ciklai), reguliarus svyravimas apie tendą ir atsitiktinė triukšmo komponentė. Laiko eilučių analizės priemonės:

Grafikai, glodinimas, laiko eilučių skaldymas į atskirus komponentus, regresinių modelių taikymas, ARIMA modelio taikymas.

Laiko eilučių analizės modelis apima šiuos etapus:

- Atpažinimas (angl. - *Identification*). Atpažinimo metu yra pasirenkamas preliminarus analizės modelis. Pačios laiko eilutės grafikas bei įvairių koreliacijos funkcijų (autokoreliacijos) grafikai ir išsiaiškinamas, tendencijos (trendo) pobūdis bei sezoniškumo efekto pasireiškimas paprastai yra nubraižomas būtent šiame etape.
- Įvertinimas (angl. - *Estimation*). Šiame etape yra nustatomi pasirinktą modelį apibūdinantys parametrai. Šiuo tikslu naudojamas duomenų glodinimas, regresiniai metodai, Box'o- Jenkins'o ir ARIMA analizės metodai. Jeigu šie parametrai neleidžia adekvačiai aprašyti laiko eilutės, reikia grįžti į atpažinimo etapą, kur turi būti pasirenkamas kitas analizės modelis.
- Galutinis įvertinimas (angl. - *Diagnosis*). Šiame etape nustatomas modelio tinkamumas konkrečios laiko eilutės analizei remiantis statistiniais kriterijais. [4].

2.2.2. PAGRINDINĖS STACIONARIŲJŲ SEKŲ SĄVOKOS.

Seka $\{X_t\}$ vadinama stacionariąja, jei jos savybės nekinta laikui bėgant. Jeigu kalbama griežčiau, tai yra skiriamas dviejų rūšių stacionarumas: stacionarumas plačiąja prasme (silpnas arba stacionarumas iki antros eilės) ir stacionarumas siaurąja prasme (griežtas, visiškasis stacionarumas). [3]

Seka $\{X_t\}$ yra *griežtai stacionari*, jeigu $(X_{t_1}, \dots, X_{t_N})$ ir $(X_{t_1+k}, \dots, X_{t_N+k})$ skirstiniai yra tapatūs visiems n ir visiems $t_1, t_2, t_3, \dots, t_k, k \in \mathbb{Z}$.

Seka $\{X_t\}$ yra *silpnai stacionari*, jeigu visų minėtų skirstinių momentai iki antrosios eilės egzistuoja ir yra tapatūs.

Dažniausiai *silpnai stacionari* seka vadinama tiesiog stacionariąja ir jos pirmosios ir antrosios eilės momentai nepriklauso nuo parametro t :

$$E\{X_t\} = \mu, \quad (2.2.2.1)$$

$$E\{X_t^2\} = \mu_2, \quad (2.2.2.2)$$

$$\text{var}\{X_t\} = E\{(X_t - \mu)^2\} = \sigma^2 \quad (2.2.2.3)$$

čia μ , μ_2 ir σ^2 konstantos, nepriklausančios nuo t , $E\{X_t, X_s\}$ yra skirstinio $(t-s)$ funkcija ir autokoreliacinė funkcija $R(s, t)$ priklauso tik nuo $(t-s)$. Taigi, stacionariosios sekos vidurkis ir dispersija nekinta laikui bėgant, o kovariacija tarp X_t, X_s priklauso tik nuo $(t-s)$ atstumo, bet ne nuo t ir s padėties tam tikrame laiko taške.

Iš to išplaukia, kad stacionaraus proceso kovariacinė funkcija :

$$\text{cov}\{X_t, X_{t+r}\} = E\{(X_t - \mu)(X_{t+r} - \mu)\} = R(r), r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.2.2.4)$$

Funkcija $R(r)$ yra vadinama stacionariosios sekos $\{X_t\}$ autokovariacinė funkcija. Kiekvienam r suformavus funkciją $R(r)$ iš $R(0) = \sigma^2$ gaunama autokoreliacinė funkcija :

$$\rho(r) = \frac{R(r)}{R(0)}, \quad (2.2.2.5)$$

čia $\rho(r)$ sekos $\{X_t\}$ autokoreliacinė funkcija.

Autokoreliacinės funkcijos savybės :

$$R(r) \geq 0, \quad (2.2.2.6)$$

$$R(r) \leq R(0), \forall r \in Z, \quad (2.2.2.7)$$

$$R(r) = R(-r), \forall r \in Z. [3] \quad (2.2.2.8)$$

2.2.3. AUTOREGRESIJOS PROCESAS AR(P)

Atsitiktinė seka $\{X_t\}$ vadinama p –tosios eilės autoregresijos procesu arba $AR(p)$, jeigu kiekvienas X_t tenkina skirtuminę lygtį :

$$X_t + a_1 X_{t-1} + a_2 X_{t-2} + \dots + a_p X_{t-p} = \varepsilon_t, \quad (2.2.3.1)$$

čia $\{\varepsilon_t\}$ seka – atsitiktinis procesas, o a_1, a_2, \dots, a_p yra pastovieji dydžiai. Galime pažymėti $\alpha(z) = 1 + a_1 z^1 + \dots + a_p z^p$, tada lygybė (2.3) galime užrašyti šitaip :

$$\alpha(B)X_t = \varepsilon_t \quad (2.2.3.2)$$

Iš to išplaukia, kad bendrasis sprendinys turi pavidalą :

$$X_t = \varphi(t) + \alpha^{-1} B \varepsilon_1 \quad (2.2.3.3)$$

čia $\varphi(t)$ - homogeninės lygties $\alpha(B)X_t = 0$ sprendinys. [3].

2.2.4. SLENKAMŪJŲ VIDURKIŲ METODAS.

Atsitiktinė seka $\{X_t\}$ vadinama q –tosios eilės slenkančio vidurkio procesu arba $MA(q)$, jeigu jis tenkina lygybę.

$$X_t = b_0 \varepsilon_t + b_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + b_q \varepsilon_{t-q}, \quad (2.2.4.1)$$

čia $\{\varepsilon_t\}$ seka – atsitiktinis procesas, o b_0, b_1, \dots, b_q – slenkančio vidurkio modelio koeficientai.

Galime pažymėti $b(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_q z^{-q}$, tai (2.2.4.1) lygtį galime užrašyti $X_t = b(B)\varepsilon_t$.

Visiškai nesvarbu kokios bus slenkančio vidurkio modelio koeficientų b_0, b_1, \dots, b_q reikšmės, procesas $\{X_t\}$ visada bus stacionarus, jeigu $\{\varepsilon_t\}$ yra stacionarusis. Jeigu $E\{\varepsilon_t\} = 0$, tada ir $E\{X_t\} = 0$.

[3]

2.2.5. AUTOREGRESIJOS SLENKAMŪJŲ VIDURKIŲ PROCESAS ARMA(P, Q)

Autoregresijos bei slenkamojo vidurkio modeliais galima aprašyti daugelį procesų, su kuriais susiduriama gyvenime, bet patogiau būtų taikyti mišrųjį modelį, tai yra autoregresijos ir slenkamojo vidurkio modelį.

Atsitiktinė seka $\{X_t\}$ yra vadinama autoregresijos ir slenkamojo vidurkio (p, q) eilučių procesu, arba $ARIMA(p, q)$ procesu, jeigu kiekvienas X_t tenkina skirtuminę lygtį :

$$X_t + a_1 X_{t-1} + a_2 X_{t-2} + \dots + a_p X_{t-p} = X_t = b_0 \varepsilon_t + b_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + b_q \varepsilon_{t-q}, \quad (2.2.5.1)$$

čia $\{\varepsilon_t\}$ seka yra atsitiktinis procesas, o $(a_1, a_2, \dots, a_p, b_0, b_1, \dots, b_q)$ yra konstantos.

2.2.6. ARIMA MODELIS

ARIMA (angl. Autoregressive Integrated Moving Average) – tai autoregresinis integruotas slenkamųjų vidurkių metodas, kuris dažnai naudojamas laiko eilučių analizei. Jo esmė yra ta, kad reikia sujungti autoregresijos, diferencijavimo ir slenkamųjų vidurkių metodo galimybes. Visos sudėtinės dalys yra paremtos atsitiktinio triukšmo (nepaaiškiamo išsibarstymo), kuris iškreipia laiko eilutės sisteminę komponentę, koncepcija ir turi reakcijos į šį triukšmą aprašymo būdą. Bendriausias ARIMA modelis apima visas tris dalis ir yra užrašomas taip: ARIMA (p, d, q), kur p – autoregresijos eilė, d – diferencijavimo eilė, q – slenkamųjų vidurkių narių skaičius. [4].

Autoregresija. Remiantis šiuo metodu kiekviena laiko eilutės reikšmė yra tiesinė prieš tai buvusios reikšmės ar reikšmių funkcija. Pirmos eilės autoregresinėje lygtyje yra naudojama tik viena prieš tai buvusi reikšmė, antros eilės – dvi prieš tai esančios reikšmės ir t.t..

Diferencijavimas. Laiko eilutės dažnai atspindi kaip tam tikras procesas apsprendžia laiko eilutės reikšmių kaitą, bet ne bendrą reikšmių lygį. Tokios eilutės vadinamos integruotomis. Ilgalaikėje perspektyvoje jas generuojančio proceso vidurkis gali nesikeisti, tačiau trumpoje atkarpoje eilutės reikšmės gali žymiai nukrypti nuo vidurkio. Integruotos laiko eilutės yra diferencijuojamos, kad išskirti šiuos, informacinę reikšmę turinčius, pokyčius ir suvesti eilutę generuojantį procesą į stacionarųjį pavidalą.

Slenkamųjų vidurkių metodas. Pagal šį metodą kiekviena laiko eilutės reikšmė yra apsprendžiama dabartinės triukšmo reikšmės bei vienos ar kelių prieš tai stebėtų triukšmo reikšmių vidurkiu. Slenkamųjų vidurkių metodo eilė nusako prieš tai buvusių triukšmo reikšmių, kurių pagrindu yra skaičiuojamas vidurkis, skaičių. [4]

Pažymime skirtumo operatorių:

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = (1 - B)X_t,$$

$$\Delta^2 X_t = \Delta(VX_t) = X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2},$$

.....

$$\Delta^k X_t = \Delta(1 - B)^k X_t .$$

Ir pažymime $\alpha(z)$ daugianarį, neturintį šaknų lygių vienetui. Tuomet ARIMA modelis yra užrašomas taip :

$$\alpha(B)(1 - B)^d X_t = \beta(B)e_t ,$$

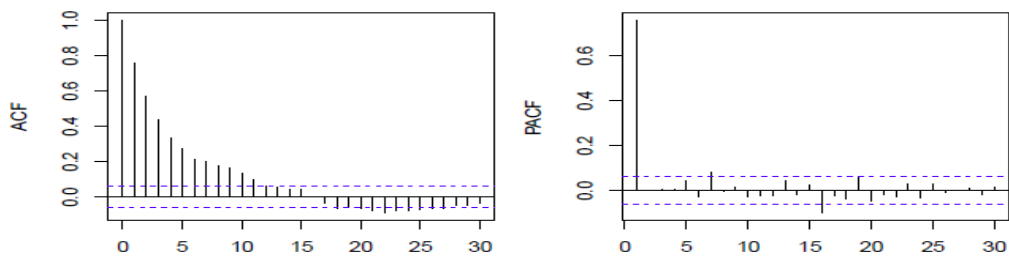
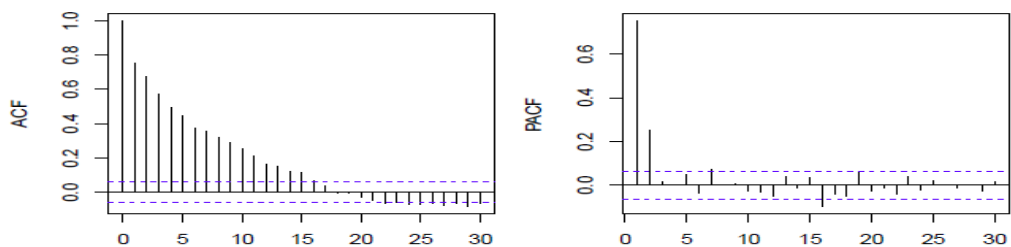
$$\alpha(B)\Delta^d X_t = \beta(B)e_t ,$$

$$\alpha(B)Y_t = \beta(B)e_t ,$$

čia $Y_t = \Delta^d X_t$ - procesas, kuris yra gautas iš pradinės sekos $\{X_t\}$ imant jos skirtumus iki d – tosios eilės. (d – sveikasis skaičius). [3]

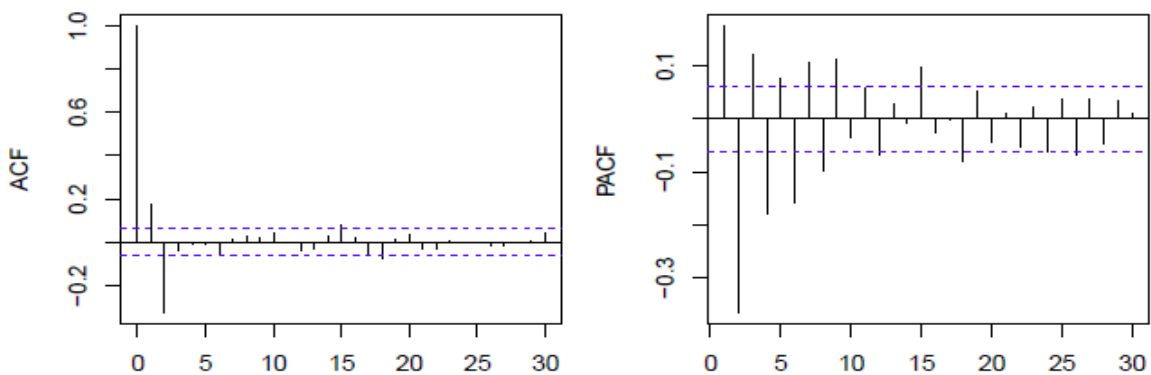
Galima išskirti tokius ARIMA modelius:

- Autoregresiniai modeliai ARIMA $(p, 0, 0)$ turi eksponentiškai mažėjančias autokoreliacijos funkcijos (angl. – *Autocorrelation Function* - ACF) reikšmes ir aiškiai išsiskiriančias pirmąsias dalinės autokoreliacijos funkcijos reikšmes (angl. – *Partial Autocorrelation Fun* - PACF).

1 pav.: $AR(1)$ proceso autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcija3 pav.: $AR(2)$ proceso autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcija

3 Pav. Autoregresijos funkcijos grafikai slenkamųjų vidurkio $AR(p)$ parametro p nustatymui. [5]

- Slenkamųjų vidurkių modeliai $ARIMA(0, 0, q)$ turi aiškiai išsiskiriančias pirmąsias autokoreliacijos funkcijos reikšmes ir eksponentiškai mažėjančias dalinės autokoreliacijos funkcijos reikšmes.

4 pav.: $MA(2)$ proceso autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcija

4 Pav. Autoregresijos funkcijos grafikai slenkamųjų vidurkio $MA(q)$ parametro q nustatymui. [5]

Įrašius į modelio išraišką preliminarias parametrų p , d , q reikšmes, paskaičiuojamos naujos (prognozuojamos) laiko eilutės reikšmės, o taip pat paklaidų reikšmės ir pasikliautinųjų intervalų reikšmės. Šių naujų duomenų pagrindu yra atliekamas galutinis pasirinkto modelio įvertinimas.

Modelis turi tenkinti šias sąlygas:

- Paklaidų eilutės autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijos neturi reikšmingai skirtis nuo 0.
- Paklaidų reikšmės turi atitikti baltąjį triukšmą (turi būti atsitiktinės). Ši prielaida yra tikrinama Box`o-Jenkins`o kriterijumi.

2.2.7. AIC – INFORMACIJOS KRITERIJUS

AIC (Akaike`s Informatikon Criterion) yra informacijos kriterijus, kuris parodo sudaryto modelio kokybę. Informacijos kriterijus, tinkantis vertinti modeliui su l nepriklausomai vertinamų parametrų, apibrėžiamas:

$$AIC(l) = -2Log_e + 2l. \quad (2.2.7.1)$$

čia $-2Log_e$ - maksimalizuojamas tikėtinumai.

Jeigu turime stebinius $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$, kurie priklauso kuriam nors iš standartinių modelių (AR, MA, ARMA) ir $\{X_t\}$ yra Gauso skirstinys, tada stebėjimų logaritminė tikėtinumo funkcija yra užrašoma formule :

$$L = -\frac{n}{2} \log \sigma_\varepsilon^2 - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} Q(\theta) \quad (2.2.7.2)$$

Čia $Q(\theta)$ yra kvadratų suma, kuri yra skirtingai išreiškiama kiekvienam modeliui. θ - modelio parametrų vektorius. Iš to išplaukia :

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{n} Q(\hat{\theta}) \quad (2.2.7.3)$$

Pagal (3.2.6.2) formulę, didžiausia išraiškos reikšmė yra :

$$\hat{L} = -\frac{n}{2} \log \hat{\sigma}_\varepsilon^2 - \frac{n}{2} \quad (2.2.7.4)$$

Kaip matome iš formulės (2.2.7.4) \hat{L} nepriklauso nuo θ ir l . Iš to išplaukia išvada, kad išraiška (3.2.6.1) užrašoma taip :

$$AIC(l) = -n \log \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + 2l$$

AIC kriterijaus modifikacija susijusi su Bayes'o formule, vadinamas *BIC* kriterijumi, jeigu modelis turintis k parametru, sukurtas n stebėjimų, skaičiuojamas pagal formulę

$$BIC(k) = n \log \hat{\sigma}_x^2 - (n-k) \log \left(1 - \frac{k}{n}\right) + q \log \left[\frac{\hat{\sigma}_x^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2 - 1} \right], \quad (2.2.7.5)$$

čia $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ - liekamosios dispersijos didžiausio tikėtimumo įvertis, skaičiuotas k parametru modelyje. $\hat{\sigma}_x^2$ - pačios sekos dispersijos įvertis n stebėjimų.

2.2.8. EKSPONENTINIS DUOMENŲ GLODINIMAS

Prognozių sudarymui dažnai yra naudojamas duomenų glodinimas. Pirmas žingsnis, kuris atliekamas analizuojant laiko eilutę – šios eilutės laiko diagramos sudarymas, kuri atsako į pagrindinius klausimus:

- Ar yra pastovi didėjimo (mažėjimo) tendencija – trendas?
- Ar pasireiškia sezoniškumas (reguliariais laiko intervalais pasikartojantys tam tikri fragmentai)?
- Ar yra laiko eilutėje staigių pokyčių bei trūkių?

Ar yra laiko eilutėje žymiai besiskiriančių reikšmių (išskirčių)? Išskirtys, šiuo atveju, paprastai pašalinamos. Duomenų glodinimas išryškina laiko eilutės sisteminę komponentę ir pašalina atsitiktinius svyravimus. Eksponentinio glodinimo metodas yra paremtas tiek sisteminės komponentės veiksniais — laiko eilutės vidurkiu, trendu ir sezoniškumu, tiek didesnę įtaką prognozuojamam rezultatui turinčiomis paskutiniuosiomis laiko eilutės reikšmėmis. Yra taikomi šie paskutiniąsias laiko eilutės reikšmes įvertinantys svertiniai parametrai, kurių reikšmės yra intervale nuo 0 iki 1 (priklausomai nuo to, ar pasireiškia tam tikra tendencija ir sezoniškumo efektas, ar nepasireiškia

1. Bendrasis α (*alfa*) parametras, kuris nusako paskutiniojo stebėjimo svorį. Kai $\alpha = 0$, visi stebėjimai traktuojami vienodai, tačiau jei $\alpha = 1$, naudojamas išimtinai pavienis paskutinis stebėjimas.

2. Trendo (tendencijos) parametras γ (*gama*) naudojamas tada, kai laiko eilutė turi išreikštą kitimo tendenciją. Prie parametro reikšmių, artimų nuliui, prognozei yra naudojamos visos eilutės reikšmės, tačiau kai parametro reikšmės yra artimos vienetui, tai tada prognozei yra naudojamos paskutinišios (naujausios) laiko eilutės reikšmės.

3. Sezoniškumo parametras θ (*teta*) naudojamas tada, kai pasireiškia sezoniškumo efektas. Prie parametro reikšmių, artimų nuliui, prognozei yra naudojamos visos eilutės reikšmės, tačiau kai parametro reikšmės yra artimos vienetui, prognozei yra naudojamos paskutinišios (naujausios) laiko eilutės reikšmės.

4. Parametras ϕ (*fi*) naudojamas vietoj θ (*teta*) tada, kai laiko eilutė turi išreikštą kitimo tendenciją, bet ši tendencija yra gęstanti. Kai parametro reikšmės yra artimos nuliui, tendencijos gesimas nustatomas pagal laiko eilutės reikšmių visumą, o kai parametro reikšmės yra artimos vienetui, tai tada modelis staigiai reaguoja į kiekvieną požymį, kad tendencija pradeda gęsti.

Visi šie išvardinti keturi parametrai nusako, kaip greitai reaguoja glodinimo modelis į laiko eilutę formuojančio proceso pokyčius. aprašomi (2.2.8.1) formule:

$$X_t = \gamma_t + \theta_t + \xi_t, \quad (2.2.8.1)$$

X_t — stebimas atsitiktinis procesas, γ_t — trendas, t. y. glodi determinuota funkcija, atspindinti { X_t } kitimo ilgalaikes tendencijas, θ_t — sezoniškumas, ξ_t — stacionarus procesas, atspindintis atsitiktinius svyravimus. Sezoniškumas θ_t yra determinuota periodinė funkcija. Jei sezonai kartojasi (pvz., kas metus, savaitę ar parą) su periodu T (kuris bus atitinkamai lygus 12 mėnesių, 7 dienoms ar 24 valandoms), tai θ_t tenkina šias lygybes :

$$\theta_{t+T} = \theta_t, \forall t, \quad (2.2.8.2)$$

$$\sum_{k=1}^T \theta_k = 0 \quad (2.2.8.3)$$

Modelis (2.2.8.1) vadinamas *adityviuoju modeliu*. Ekonomikos srityje pirminio rodiklio X_t raidą dažnai adekvačiai aprašo *multiplikatyvus* modelis

$$X_t = \gamma_t + \theta_t + \xi_t, \quad (2.2.8.4)$$

Šiuo atveju (2.2.8.3) keičiama į

$$\prod_{k=1}^T s_k = 1 \quad (2.2.8.5)$$

Ekonominėje statistikoje dauguma rodiklių priima tik teigiamas reikšmes (kainos, darbo užmokestis, produkcijos apimtis ir pan.). Tuomet, jei X_t tenkina *multiplikatyvų* modelį, logaritmuodami (2.2.8.4) ir pažymėję $\tilde{X}_t = \log X_t, \tilde{\gamma}_t = \log \gamma_t, \tilde{\theta}_t = \log \theta_t, \tilde{\xi}_t = \log \xi_t$ gauname $\tilde{X}_t = \tilde{\gamma}_t + \tilde{\theta}_t + \tilde{\xi}_t$, kur $\tilde{\theta}_t$ tenkina (2.2.8.2) ir (2.2.8.4), o $\tilde{\xi}_t$ - stacionarus procesas. T.y. logaritmuodami iš *multiplikatyvaus* modelio gauname adityvų.

Nuo pirmosios laiko eilutės reikšmės prasideda glodinimo procesas ir jis tęsiasi tol, kol po vieną periodą bus apdorotos visos laiko eilutės reikšmės. Glodinimo algoritmas kiekviename žingsnyje pakoreguoja naujausią laiko eilutės reikšmę pagal eilutės reikšmių vidurkį arba pagal trendą ir

sezoniškumą. Glodinimo algoritmas yra nejautrus ir inertiškas, kai α , γ , θ ir ϕ koeficientų reikšmės yra artimos 0, tačiau glodinimo algoritmas jautriai reaguoja į kiekvieną lygio, trendo ar sezoniškumo pokytį, kai koeficientų reikšmės yra artimos 1. [5]

Šis metodas yra plačiausiai naudojama prognozavimo priemonė, nes reikalauja mažai skaičiavimų. Paprastojo eksponentinio glodinimo metodas yra naudojamas, kai pradinių duomenų struktūra yra horizontali, t.y., juose nėra nei kokių nors periodinių nukrypimų, nei jokios augimo ar mažėjimo tendencijos. Eksponentinio glodinimo lygtis yra tokia:

$$\hat{y}_t = \alpha(y_{t-1} - \hat{y}_{t-1}) + \hat{y}_{t-1} \quad (2.2.8.6)$$

Čia \hat{y}_t - periodo t prognozė, y_{t-1} - tikroji laiko eilutės reikšmė praeitame periode, \hat{y}_{t-1} - praeito periodo prognozė, α - glotninimo konstanta ($0 \leq \alpha \leq 1$). Ji susijusi su slenkamųjų vidurkių metodo narių skaičiumi n , apytiksliai lygybė: $\alpha = \frac{2}{n+1}$. Iš to išplaukia, kad nuo α tiesiogiai priklauso glotninimas, kai α artimas vienetui, turime nedidelį duomenų glodinimą, kai α yra mažas – smarkų glodinimą. [4] Todėl toliau nagrinėsime tik adityvų modelį. [5]

2.2. PAKLAIDŲ MATAVIMO METRIKOS

Prognozavimo kokybei tikrinti yra įvedamos įvairios paklaidų matavimo metrikos. Kai kuriuose šaltiniuose, norint įsitikinti, kokio dydžio daromos paklaidos, yra naudojamas paprasčiausias paklaidų vidurkis.

$$ME = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (x_t - \hat{x}_t); \quad (2.4.1)$$

Tačiau ši metrika yra tik įverčio metrika, nes ji parodo tik, ar prognozės procesas yra vidutiniškai teigiamas ar neigiamas, ji dažnai naudojama kartu su kitomis metrikomis, nes parametras ME parametras neparodo daug informacijos apie modelio tikslumą nesuteikia.

Literatūroje apie laiko eilučių analizę dažnai lyginant vieno ir kito modelio prognozės tikslumą yra aprašomos metrikomis, kuriose vertinamos paklaidos santykis su tikrosiomis laiko eilutės reikšmėmis ir jos aprašomos vidutine absoliutine paklaida MAE arba vidutine absoliučiąja paklaida MAPE. [10]

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left| \frac{x_t - \hat{x}_t}{x_t} \right| \text{ arba MAPE } MAPE(\%) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left| \frac{x_t - \hat{x}_t}{x_t} \right| \cdot 100 \quad (2.4.2)$$

OMX Vilnius modelio laiko eilučių lyginimui naudosimės (3.5.2) formulėmis.

2.3. DAUGIALYPĖ TIESINĖ REGRESIJA

Daugialypės regresijos modelis – statistinis modelis, leidžiantis vieno kintamojo reikšmės prognozuoti pagal kitų kintamųjų reikšmes. Statistiniai metodai, skirti regresijos modeliui sudaryti, patikrinti ar jis tinkamas ir taikyti prognozėms, vadinami regresine analize.

Daugialypės regresijos modelį galime taikyti, kai nepriklausomų kintamųjų yra daugiau nei vienas. Tarkime, kad Y yra priklausomas kintamasis, kurio i – tają reikšmę Y_i norime prognozuoti esant nustatytoms nepriklausomų kintamųjų reikšmėms $X_1 = x_{1i}, \dots, X_k = x_{ki}$. Tada tiesinės regresijos modelis yra:

$$Y_i = a + b_1 \cdot x_{1i} + b_2 \cdot x_{2i} + \dots + b_k \cdot x_{ki} + e_i, \quad (2.2.1)$$

čia e_i yra atsitiktinė paklaida (atsitiktinis dydis). Modelio koeficientai a, b_1, b_2, \dots, b_k – nežinomi. Daugialypės regresinės analizės tikslas yra modelio koeficientų įverčių suradimas.

Vienas iš daugialypės tiesinės regresijos tikslų – priklausomojo kintamojo Y reikšmių prognozavimas. Paaiškinsime, kaip tai atliekama daugialypėje regresijoje. Tarsime, kad duomenis sudaro intervalinių kintamųjų rinkinio stebėjimai $(x_{11}, x_{21}, \dots, x_{k1}, y_1), (x_{12}, x_{22}, \dots, x_{k2}, y_2), \dots$,

$(x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{kn}, y_n)$. Tikslas – rasti parametrų a, b_1, b_2, \dots, b_k tokius įverčius $\hat{a}, \hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_k$, kad funkcijos

$$\hat{y}(\vec{x}) = \hat{y}(x_1, x_2, \dots, x_k) = \hat{a} + \hat{b}_1 x_1 + \hat{b}_2 x_2 + \dots + \hat{b}_k x_k, \quad (2.2.2)$$

reikšmės taškuose $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki})$ kiek galima mažiau skirtųsi nuo y_i , t.y. visi skirtumai (liekamosios paklaidos)

$$\hat{e}_i = y_i - \hat{y}(\vec{x}_i) = y_i - (\hat{a} + \hat{b}_1 x_{1i} + \hat{b}_2 x_{2i} + \dots + \hat{b}_k x_{ki}), \quad (2.2.3)$$

$i = 1, 2, \dots, n$ būtų kiek galima mažesni.

Tokie parametrai randami mažiausių kvadratų metodu, t. y. parenkami taip, kad liekamųjų paklaidų kvadratų suma $SSE = \sum_1^n \hat{e}_i^2$ būtų mažiausia. Radę SSE minimizuojančius parametrų įverčius $\hat{a}, \hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_k$ gauname regresijos funkciją (žr. 1.2 formulę).

Ieškant regresijos funkcijos mažiausių kvadratų metodu, reikia: apskaičiuoti $(k+1)$ dalinę SSE išvestinę pagal nežinomus parametrus, visas gautas išvestines prilyginti nuliui ir gautąją $(k+1)$ lygčių sistemą išspręsti.

Formulės gautų įverčių, dviejų nepriklausomų kintamųjų atveju:

$$\hat{b}_1 = \frac{U_{22} \cdot U_{1y} - U_{12} \cdot U_{2y}}{U_{11} \cdot U_{22} - U_{12}^2}, \quad \hat{b}_2 = \frac{U_{11} \cdot U_{2y} - U_{12} \cdot U_{1y}}{U_{11} \cdot U_{22} - U_{12}^2}, \quad (2.2.4)$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}_1 \bar{x}_1 - \hat{b}_2 \bar{x}_2 \quad (2.2.5)$$

$$U_{11} = \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 - n \bar{x}_1^2, \quad U_{12} = \sum_{i=1}^n x_{1i} x_{2i} - n \bar{x}_1 \bar{x}_2, \quad U_{22} = \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 - n \bar{x}_2^2 \quad (2.2.6)$$

$$U_{1y} = \sum_{i=1}^n x_{1i} y_i - n \bar{x}_1 \bar{y}, \quad U_{2y} = \sum_{i=1}^n x_{2i} y_i - n \bar{x}_2 \bar{y} \quad (2.2.7)$$

Paprasciausias būdas įvertinti prognozių tikslumą – pasižiūrėti, ar stebimos priklausomojo kintamojo reikšmės labai skiriasi nuo tų, kurias gautume prognozei naudodami regresijos funkciją (žr. 2.2.1 formulę).

Kuo didesnė liekamoji paklaida $\hat{\epsilon}_i$, tuo labiau prognozuojama reikšmė $\hat{y}(x_i)$ skiriasi nuo stebimos reikšmės y_i .

Vienas iš svarbiausių daugialypės regresijos modelio tinkamumo matų yra determinacijos koeficientas. Jis naudojamas norint įvertinti nepriklausomų kintamųjų įtaką Y įgyjamoms reikšmėms. Determinacijos koeficientas žymimas r^2 ir apibūdinamas santykiu:

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}(x_i) - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.2.8)$$

Determinacijos koeficientas $0 \leq r^2 \leq 1$. Kuo r^2 reikšmė didesnė, tuo regresinė kreivė geriau tinka eksperimentiniams duomenims, tuo daugiau informacijos apie Y reikšmes glūdi kintamuosiuose $X_1 = x_{1i}, \dots, X_k = x_{ki}$ [8]. Taigi tuo geriau tinka ir pasirinktas regresijos modelis. Tiesinis determinacijos koeficientas reiškia, kad stebėjimai yra labiau koncentruoti apie mažiausiųjų kvadratų metodu gautą tiesę. Taikant regresinę analizę, dažniausiai reikalaujama, kad $r^2 \geq 0,25$. Jeigu $r^2 < 0,25$, labai abejotina, ar tiesinės regresijos modelis tinka. Jeigu kintamųjų skaičius k nedaug skiriasi nuo stebėjimų skaičiaus n , tai vien todėl determinacijos koeficientas yra arti vieneto. Todėl į r^2 rekomenduojama atsižvelgti tik tada, kai k daug kartų mažesnis už n .

Kitais atvejais skaičiuojamas koreguotasis determinacijos koeficientas r_{adj}^2 . Jį skaičiuojant, atsižvelgiama ir į imties didumą, ir į nepriklausomų kintamųjų skaičių. Koreguotas determinacijos koeficientus r_{adj}^2 skaičiuojamas pagal formulę:

$$r_{adj}^2 = 1 - (1 - r^2) \cdot \frac{n-1}{n-2} \quad (3.3.9)$$

Kuo koreguotas determinacijos koeficientas didesnis, tuo geriau Y reikšmes aprašo regresijos modelyje esančių nepriklausomų kintamųjų elgesys.

Kvadratinė šaknis iš determinacijos koeficiento vadinama daugialypės koreliacijos koeficientu. Šis koeficientas parodo, kaip stipriai prognozuojamas kintamasis priklauso nuo visų nepriklausomų kintamųjų.

2.4. KORELIACINĖ ANALIZĖ

Kada mus domina priklausomybės stiprumas tarp nagrinėjamų kintamųjų, naudojame koreliaciją. Didžioji dalis koreliacinių metodų ir koreliacijos stiprumo matų yra susiję su regresine analize. Koreliacijos tarp kintamųjų stiprumo matas vadinamas koreliacijos koeficientu. Jis žymimas raide r ir apibrėžiamas, kaip kvadratinė šaknis iš determinacijos koeficiento. Jis gali įgyti teigiamas ir neigiamas reikšmes intervale $[-1;1]$. Kuo koreliacijos koeficientas absoliučiu didumu arčiau 1, tuo tiesinė Y priklausomybė nuo X stipresnė. Teigiamas koreliacijos koeficientas rodo tiesioginę kintamųjų priklausomybę, neigiamas – atvirkštinę.

Vienas iš tiesinės sąveikos stiprumo įverčių yra empirinis koreliacijos (Pirsono koreliacijos) koeficientas:

$$r = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{s_x s_y} \quad (2.3.1)$$

čia s_x ir s_y atitinkamai x ir y stebėjimų standartiniai nuokrypiai.

Jei kintamųjų normalumo prielaida nėra tenkinama arba duomenų mažai (< 20 stebėjimų), šiuo koreliacijos koeficientu naudotis negalima. Tuo atveju naudojame Spirmeno koreliacijos koeficientą. Spirmeno koreliacijos koeficientas ir Pirsono koreliacijos koeficientas, apskaičiuotas ne pačioms kintamųjų reikšmėms, o jų rangams. Šiam koeficientui skaičiuoti yra naudojama tvarkos skalė, kuomet galima nustatyti objektų tiriamo požymio skirtumus ir pagal tai objektus išrikiuoti į eilę. Po rangavimo duomenis sudaro poros $(R_{x1}, R_{y1}), \dots, (R_{xn}, R_{yn})$. Spirmeno koreliacijos koeficientas:

$$r_s = \frac{\sum_{i=1}^n \left(R_{xi} - \frac{n+1}{2} \right) \left(R_{yi} - \frac{n+1}{2} \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(R_{xi} - \frac{n+1}{2} \right)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(R_{yi} - \frac{n+1}{2} \right)^2}} \quad (2.3.2)$$

čia R_{xi} yra x_i rangas, o R_{yi} – y_i rangas.

Kendalo koeficientas, kaip ir Spirmen'o, naudojamas ranginių kintamųjų ryšio stiprumui įvertinti. Kendalo koeficientas:

$$\tau = \frac{S}{\frac{n(n-1)}{2}} \quad (2.3.3)$$

2.5. PROGRAMINĖ ĮRANGA

Šio darbo tikslams įgyvendinti, konkrečiau daugialypei regresinei analizei ir laiko eilučių prognozavimui atlikti, pasirinktas statistinis paketas SPSS. Tokį pasirinkimą nulėmė daugybė paketo sprendžiamų problemų, puikios grafinio rezultatų pateikimo galimybės, patogi vartotojo aplinka ir geras paketo aprašymas. Taip pat labai svarbu skaičiavimų tikslumas ir greitis, nagrinėjamų statistinių metodų gausa, vidinės komandinės programavimo kalbos egzistavimas, leidžiantis atlikti reikalingą duomenų analizę. Kitaip tariant SPSS – tai kompleksinė integruota sistema, skirta duomenų masyvų statistinei analizei, grafikų ir diagramų braižymui, informacijos masyvų valdymui bei turinti platų pasirinkimą bazinių analitinių procedūrų, skirtų moksliniams, verslo ar inžineriniams skaičiavimams.

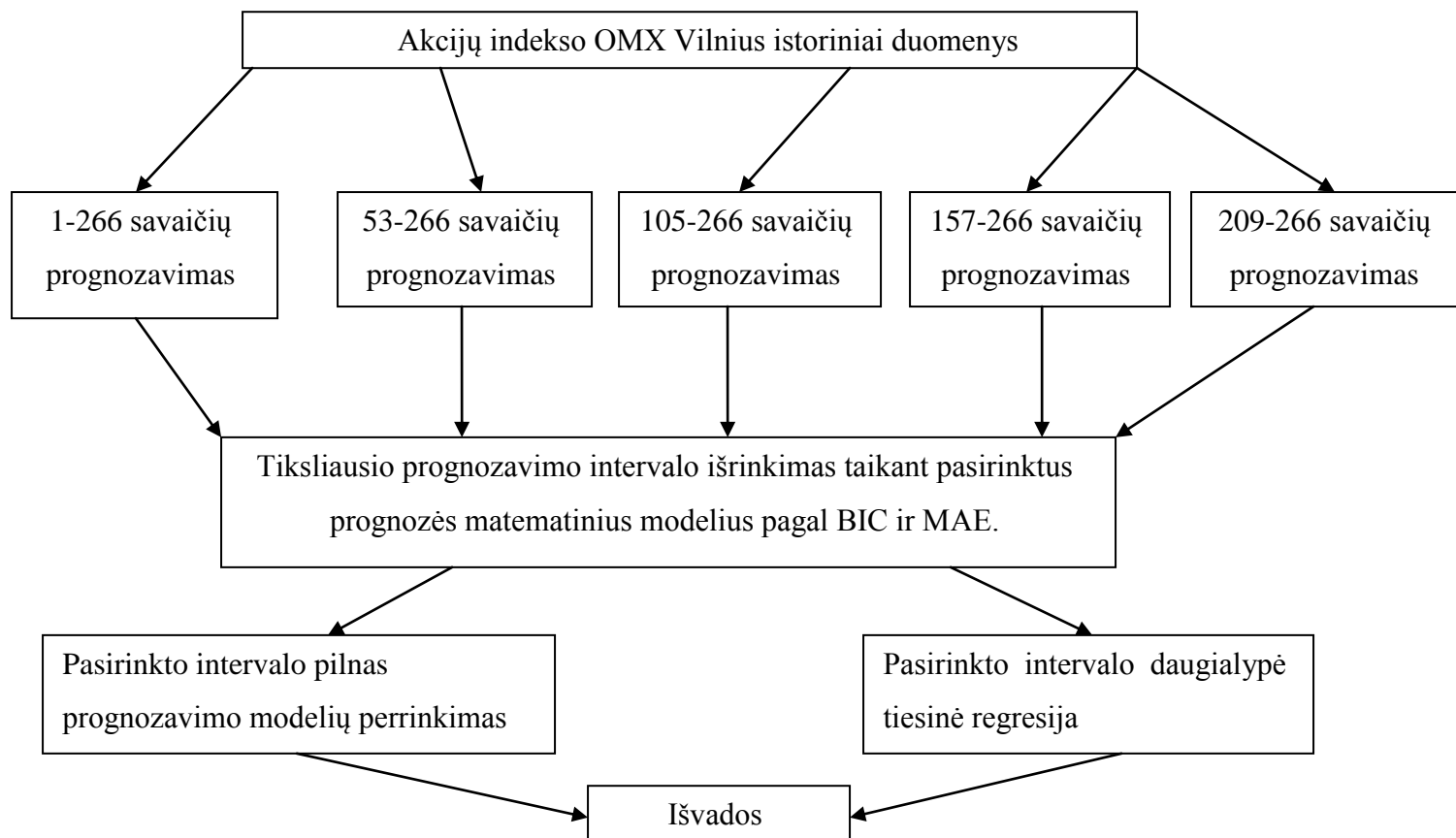
3. TIRIAMOJI DALIS

3.1. TIRIAMOSIOS DALIES APŽVALGA.

Baigiamojo darbo pagrindiniai tikslai yra:

1. Remiantis realią situaciją Baltijos akcijų rinkoje, sukurti prognozavimo modelius remiantis skirtingomis prognozavimo metodikomis bei išrinkti geriausiai tinkančią metodiką (geriausią modelį).
2. Patikrinti, kaip tiksliai klasikiniai prognozavimo modeliai spėja reikšmes paskutiniaisiais metais esant stabiliam ekonominiam Lietuvos kilimui.
3. Palyginti sukurtų modelių prognozių tikslumą.
4. Laiko intervalo paieška, kuriame modeliai tiksliausiai prognozuoja.

Tyrimo schema pateikta 5 paveiksle

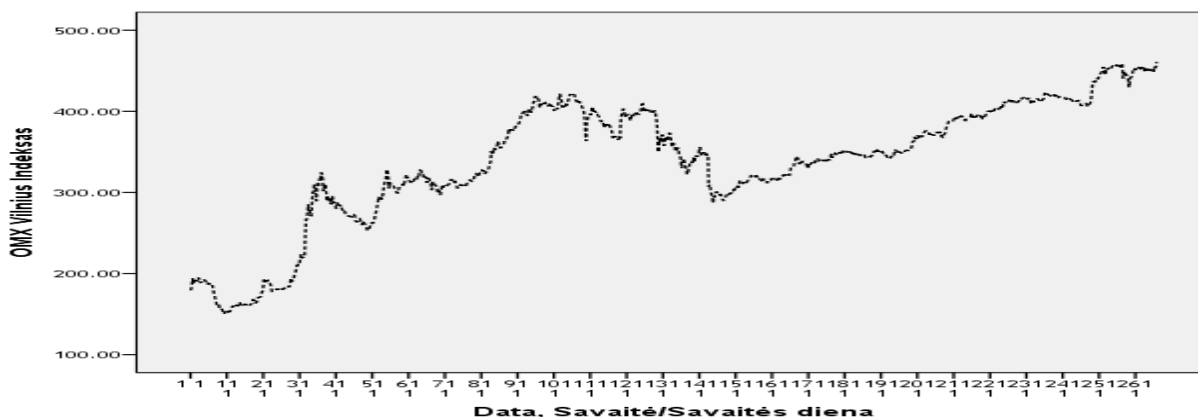


5 pav. Darbo tyrimo schema.

3.2. AKCIJŲ INDEKSO „OMX VILNIUS“ LAIKO EILUČIŲ ANALIZĖS IR PROGNOZAVIMO DUOMENŲ BAZĖ

Skaičiavimams apdoroti buvo pasirinktas SPSS V.20 matematinis statistinis paketas. Vertybinių popierių biržos NASDAQ OMX akcijų indekso „OMX Vilnius“ laiko eilučių analizei buvo pasitelkta istoriniai duomenys nuo 2009-01-01 iki 2014-05-12. (viso : duomenų imtis iš 1330 stebėjimų. Kadangi, NASDAQ OMX Group Inc. istorinių duomenų bazėje prieinama duomenų imtis yra tik darbo dienomis, taigi kiekvienai reikšmei (viso 1330 stebėjimų) buvo priskirta eilės numeris dienomis nuo 1 iki 5 ir pilna penkių dienų narių seka priskirta savaitei. Gavome atskirų savaitių imtį, kurios buvo sunumeruotos nuo 1 iki 266 (išmetus nedarbo dienas (šventines) ir savaitgalius). Visos duomenų imties grafiką matome 6 paveiksle. Pasirinkti prognozavimo metodai bus taikomi NASDAQ „OMX Vilnius“ akcijų indeksui, į kurį įtrauktos visos akcijos paminėtos pagrindiniame ir antriniame sąrašuose Vilniaus akcijų biržoje. Išskyrus akcijų, kurios priklauso kompanijoms kur vienintelis akcininkas kontroliuoja ne mažiau kaip 90% tos firmos akcijų. Į indeksą įeina 25 įmonės, tai yra :

„AmberGrid“, „Apranga“, „Agrowill Group“, „City Service“, „Grigiškės“, „Gubernija“, „Invalda LT“, „Klaipėdos Baldai“, „Klaipėdos Nafta“, „Lietuvos Dujos“, „Lesto“, „Lietuvos Jūrų Laivininkystė“, „Limarko Laivininkystės kompanija“, „Linas Agro Group“, „Linas“, „Panevėžio Statybos Trestas“, „Pieno Žvaigždės“, „Rokiškio Sūris“, „Šiaulių Bankas“, „Teo LT“, „Utenos Trikotažas“, „Vilniaus Baldai“, „Vilniaus Degtinė“, „Vilkyškių Pieninė“, „Žemaitijos Pienas“.



6 pav. Akcijų indekso OMX Vilnius visos tiriamos imtis duomenų grafikas

Pagal 2013 metų Nobelio premijos laureatų teoriją: prognozavimo tikslumas priklauso tik nuo pasirinktų teorinių duomenų. Esant svyravimams nuo vidurkio į abi puses, skirtingiems laikotarpiams, imamos imtys duos skirtingus rezultatus, nepriklausomai nuo duomenų prigimties, t.y. modelis tinkantis trumpalaikiam prognozavimui gali turėti neteisingas ilgalaikes prognozavimo savybes ir atvirkščiai [10]. Dėl šios priežasties, tiriamojoje dalyje, buvo pasirinkta imti skirtingas duomenų imtis iš visos sekos, mažinant duomenų imtį nuo 5 metų iki 1-nerių metų (iš kairės pridedant po 52 savaites (6 paveikslas), ieškant tiksliausio intervalo ir modelio ir kiekvieną modelį nagrinėti atskirai. Prognozavimo modelio patikrinimui bus skiriama 20-25 proc. pasirinkto intervalo duomenų imties.

Skirtingų intervalų ir skirtingų modelių palyginimui buvo pasirinkta prognozavimo modelio tikslumo absoliutinio paklaidų vidurkio metrika ir informacinį Beye's'o kriterijų BIC.

Kiekviename prognozavimo etape bus naudojami 4 etapai :

1. Aprašyti duomenų imties statistinę analizę (*Duomenų paruošimas*);
2. Patikrinti duomenų imties pagrindines prognozavimui sąlygas (*Modelio parinkimas*):
 - a. Nustatyti ar seka turi atspindi ilgalaikes raidos tendencijas, kurios yra vadinamos trendo funkcija;
 - b. Nustatyti ar pasireiškia sezoniškumas;
 - c. Nustatyti ar laiko eilutės tenkina stacionarumo sąlygas;
 - d. Nustatyti modelio parametrus, kad seka tenkintų stacionarumą.
3. Išanalizuoti ir atlikti eksponentinį laiko eilučių glodinimą;
 - a. Eksponentinis *Holt* modelis yra tinkamas laiko eilutėje ,kai turi tiesinę ilgalaikę raidos tendenciją (*tiesinis trendas*);
 - b. Eksponentinis *Damped Trend* modelis yra tinkamas laiko eilutėj, kurioje pasireiškia ilgalaikės raidos tendencijas bet jis yra gęstantis (*gęstantis trend'as*);
 - c. Eksponentinis *Brown* modelis yra tinkamas laiko eilutėi, kurioje pasireiškia ilgalaikės raidos tendencijas (*trend'as*).
 - d. Išpildžius sezoninės komponentės sąlygą naudojami *Holt*, *Brown*, *Damped Trend* modeliai su sezonine komponente.

4. Nustatyti tinkamiausią ARIMA (p,d,q) modelį (*Parametru įvertinimas*), t.y. tinkamai parinkti parametrus p (autoregresijos eilė), d (diferencijavimo eilė) ir q (slenkamųjų vidurkių narių skaičius) reikšmes
5. Nustačius modelį tikrinti autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos paklaidos (*Modelio tikrinimas*);
 - a. Modelis turi tenkinti sąlygas, kad autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijos neturi reikšmingai skirtis nuo 0;
 - b. Paklaidų reikšmės turi atitikti baltąjį triukšmą (turi būti atsitiktinės). Ši sąlyga tikrinama Ljung-Box'o kriterijumi (Ljung-Box'o (Q) statistika naudojama testuoti reikšmingas paklaidų koreliacijas didėjant vėlavimui (lag.), jeigu apskaičiuota Q statistikos reikšmė yra didesnė už pasirinktą reikšmingumo lygmenį tada daroma išvada, kad paklaidos neautokoreliuoja tarpusavyje ir ARIMA modelis sudarytas adekvačiai [7]).
6. *Prognozavimas*. Kai yra parinktas ir įvertintas tinkamas modelis, tuomet galima skaičiuoti laiko eilutės prognozuojamas reikšmes.
7. Parinkti pasirinktai duomenų imti geriausią modelį remiantis vidutine absoliutine paklaida (MAE) ir Bajeso informaciniu kriterijumi (BIC).

3.3. PROGNOZĖS MODELIAI SKIRTINGIEMS LAIKO INTERVALAMS

3.3.1. PROGNOZĖS MODELIO SUDARYMAS [1-266] SAVAITĖS.

Pirmajam prognozės modeliui ir jo sudarymui buvo pasirinkta akcijų indekso OMX Vilnius 1-213 savaitių reikšmės, o modelio testavimui pasirinktas (213:266) savaitių intervalas (20 proc. visos imties). Duomenų aprašomoji statistika pateikiama 1 lentelėje. Imtis sudaryta iš 1065 narių, su 318,715 duomenų vidurkiu (kvadratinis vidurkis nuo vidurkio 2,134). Duomenų imtis įgyja reikšmes nuo 149,92 iki 421,72.

1 lentelė

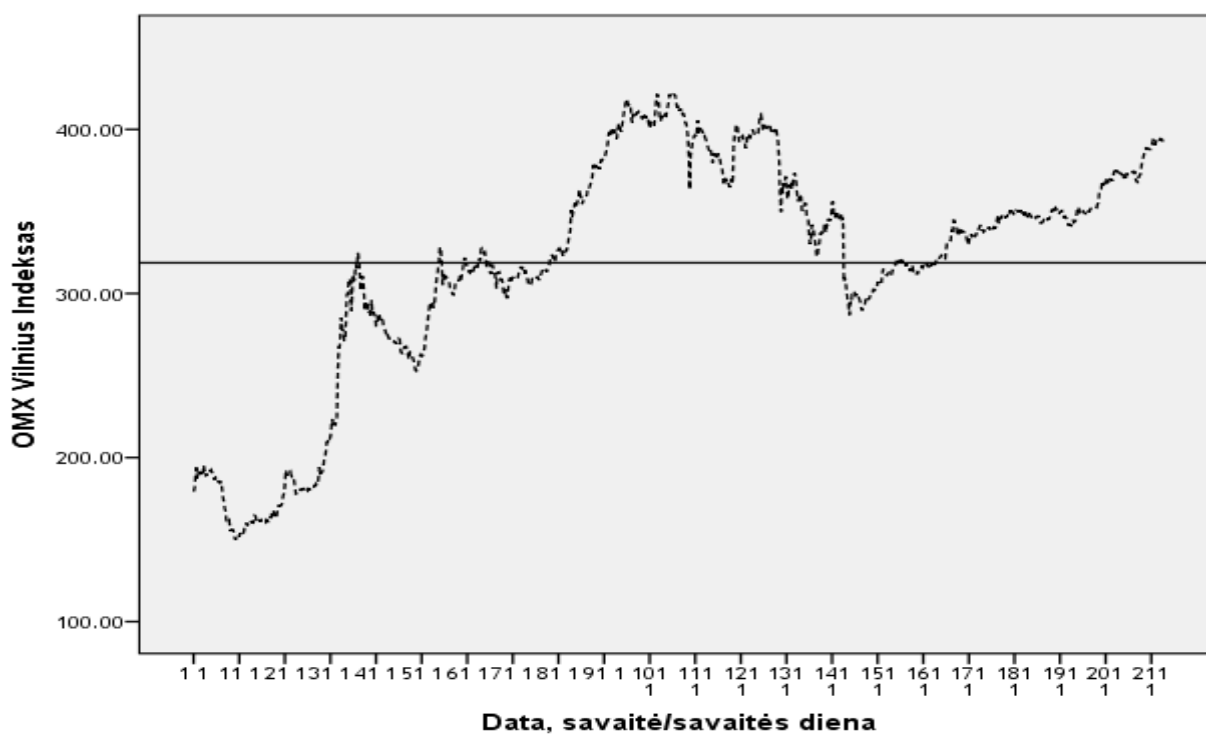
[1:213] Savaitių intervalo aprašomoji duomenų statistika

Aprašomoji statistika		
OMX Vilnius Indeksas		
N	Galiojančios reikšmės	1065
	Negaliojančios reikšmės	0
Imties vidurkis		318.7147
Imties vidurkio standartinė paklaida		2.13898
Mediana		330.7200
Moda		294.79^a
Standartinis nuokrypis		69.80417
Nuokrypis nuo vidurkio		4872.622
Minimali reikšmė		149.92
Maximum		421.72
Sum		339431.18
Procentiliai	25	297.6150
	50	330.7200
	75	368.2100
a. Egzistuoja kelios reikšmės. Mažiausia parodyta.		

Prognozės modelį sudarysime pagal ARIMA sudarymo planą žr. 3.2.1 skyrelį. Pirmas žingsnis taikant ARIMA modelį, yra procesų, apsprendžiančių laiko eilučių pobūdį, identifikaciją. Turi būti

nustatytos modelio ARIMA (p, d, q) parametrų p, d, q reikšmės. Pirmiausia, pagal nubraižytą grafiką yra nustatomos laiko eilutę generuojančio proceso stacionarumas – procesas yra laikomas stacionariu, kai proceso vidurkis bei dispersija nesikeičia keičiantis laikui. Jeigu procesas yra nestacionarus, reikia naudoti transformacijas, kurios suveda jį į stacionarų pavidalą. Labiausiai paplitęs metodas – proceso diferencijavimas, kada kiekviena eilutės reikšmė yra pakeičiama šios reikšmės ir ankstesnės reikšmės skirtumu. Jeigu po diferencijavimo procesas nepasidaro stacionariu, diferencijavimas kartojamas. Galimos ir logaritminės bei kvadratinės šaknies transformacijos.

Pirmiausia nustatome duomenų imties stacionarumą :



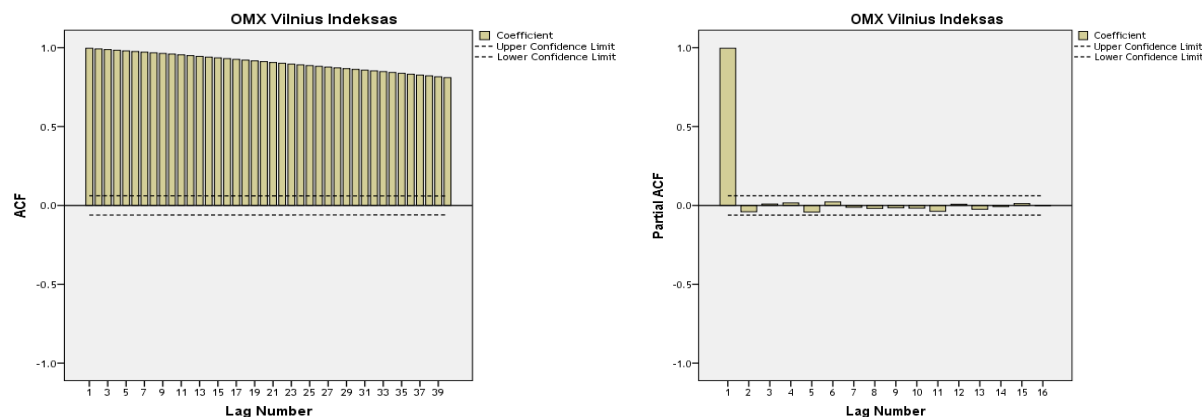
7 Pav. [1:213] savaitių intervale duomenų funkcijos grafikas.

Akcijų indekso „OMX Vilnius“ penkerių metų laikotarpio autoregresijos funkcijos ir dalinės autoregresijos funkcijos grafikus matome 8 paveiksle. Šiuos autokoreliacijos funkcijos tikrinimui buvo

pasirinkta $n/25$ poslinkių skaičius (angl. lag), taip pat parinktas poslinkių skaičius turintis dalmens požymį iš 5. Poslinkis (angl. lag), tai laiko intervalų skirtumas, kuriems apskaičiuojamas autokoreliacijos koeficiento įvertis.

Iš 7 paveikslo matome, kad akcijos indekso kurso kitimo grafikas (kartu su vidurkį rodančia tiese) svyruoja į abi puses nuo vidurkio ir pastebimai keičiasi trumpalaikis vidurkis, o tai rodo, kad seka nėra stacionari, taip pat pagal 8 paveikslo a dalį pastebime, kad autokoreliacijos funkcija lėtai mažėja, o tai taip pat reiškia, kad seka nėra stacionari.

Dalinės autoregresijos funkcijos grafike (8 paveikslas, b dalis) pastebime aiškiai išsiskiriančia pirmąją reikšmę, o tai nurodo, kad ARIMA modelis turės autoregresijos reikšmę p . ARIMA (p, d, q), reikšmę p reikės tikrinti mechaniniu būdu, lyginant galimus modelius pagal modelio pasirinktą modelio tinkamumo kriterijų (pagal *Bayes'o* informacinį kriterijų *BIC*) atsitiktinės atrankos metodu ir pagal modelio tikslumo metriką MAE. Galimos parametro p įgijimo reikšmės yra 1,2.

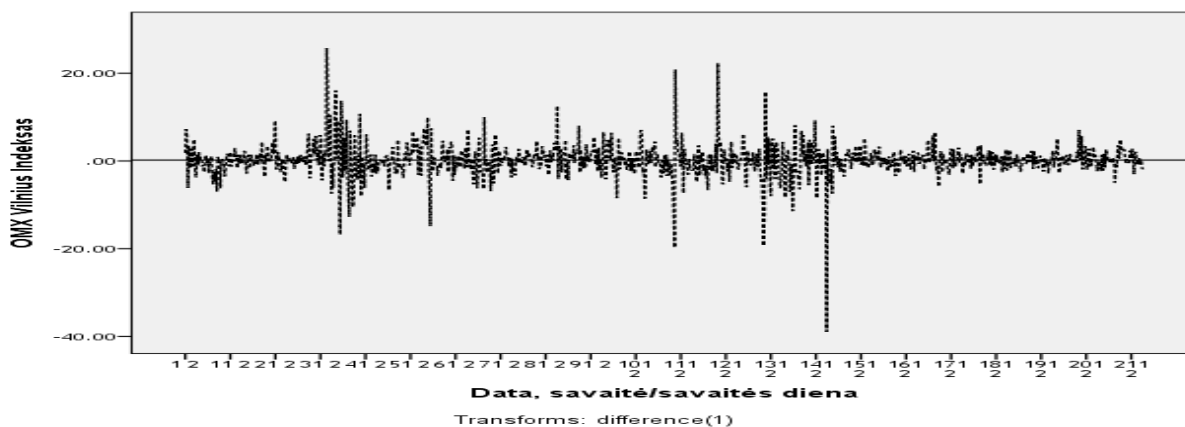


a)

b)

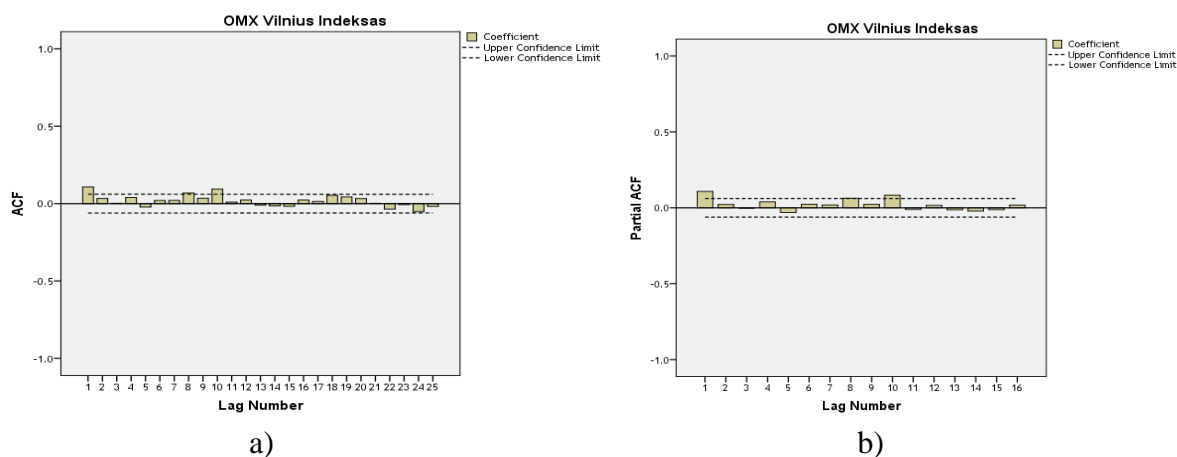
8 Pav. [1:213] savaitių intervale savaitės autoregresijos funkcijos grafikas.

Diferencijuojame seką vieną kartą, kad duomenų imtis įgytų stacionarumą ir parenkame ARIMA (p, d, q) modelio d reikšmę.



9 Pav. Duomenų grafikas diferencijuoti vieną kartą, [1:213] savaitių intervale.

Dabar 9 paveiksle yra pavaizduota seka, kuri yra diferencijuota vieną kartą, su linija žyminčia trumpalaikį vidurkį. Grafike pastebime, kad seka svyruoja apie tą pačią reikšmę – 0, o nulinė vidurkio reikšmė nurodo, kad pradinė mūsų duomenų seka (nediferencijuota) neturi trendo komponentės. Diferencijuotos akcijų indekso OMX Vilnius sekos autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijos grafikus matome 10 paveiksle, darome išvadą, kad modeliui tinka d koeficiento reikšmė “1”.



10 Pav. Autoregresijos ir dalinės autoregresijos funkcijų grafikai, diferencijavus vieną kartą [1:213] savaitių intervale.

Iš 10 paveikslo a) ir b) dalies pastebime, kad autokoreliacijos reikšmės artimos nuliui, bet kai kurios viršija dvigubos standartinės paklaidos reikšmes, t.y. išeina už punktyrinių linijų esančioms. Ljung-Box'o kriterijus nurodo modelio tinkamumą, t.y. paklaidų reikšmės turi atitikti baltąjį triukšmą

(turi būti atsitiktinės), kad išpildyti šią sąlygą Ljung-Box'o kriterijus turi būti nereikšmingas visiems postūmiams t.y. $p > \alpha$, kai $\alpha = 0,01$, tada laiko eilutė atitiks baltąjį triukšmą. Iš autokoreliacijos funkcijos 2 priedas lentelė 1 reikšmių matome, kad ši sąlyga yra pažeidžiama taigi ARIMA modelis yra statistiškai nereikšmingas. Kadangi Glodinimo algoritmas pakoreguoja naujausią eilutės reikšmę pagal eilutės reikšmių vidurkį arba pagal trendą, o ši seka neturi nei trendo nei sezoniškumo komponentės, todėl prognozuoti šios sekos mūsų pasirinktais modeliais neįmanoma. Reikia mažinti duomenų seką.

3.3.2. PROGNOZĖS MODELIO SUDARYMAS [53-266] SAVAITĖS.

Antroje testavimo dalyje buvo pasirinktas keturių metų laikotarpis. Nuo pradinio intervalo pridedama 52 savaitės iš kairės, ir nustatytas 53-223 savaitių intervalas (11 paveikslas), likę 20 proc. skirti modelio testavimui, t.y. [223:266] savaitės. Kaip matome iš 2 lentelės akcijų indekso duomenų seka sudaryta iš 855 narių, pasirinktų duomenų vidurkio reikšmė yra lygi 353.7801 su esamu standartiniu nuokrypiu 35.76588 (standartinis nuokrypis nuo vidurkio 1.22317) ir įgyjant reikšmes nuo 286.86 iki 421.72. Imties Mediana lygi 349.240.

1 lentelė

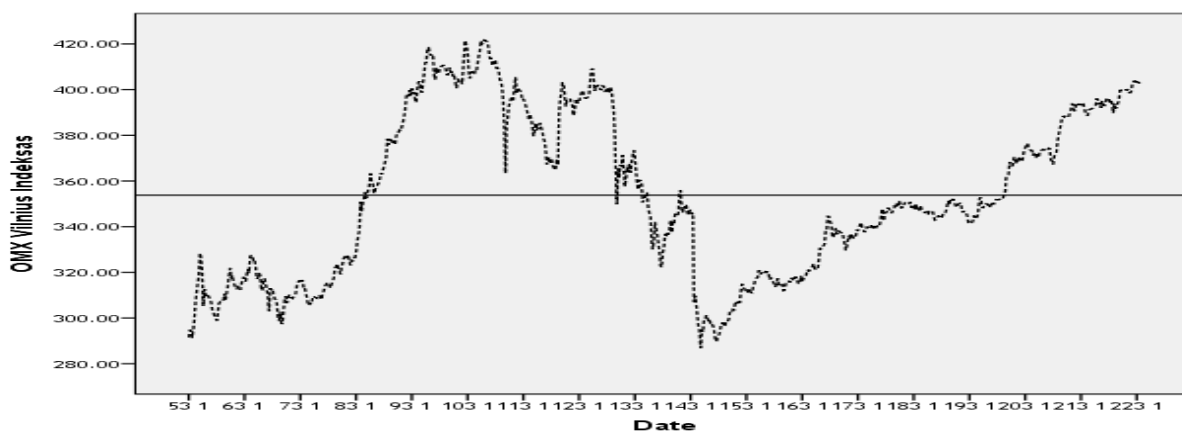
Aprašomoji duomenų statistika [53:233] savaitių intervale.

Aprašomoji statistika		
OMX Vilnius Indeksas		
N	Galiojančios reikšmės	855
	Negaliojančios reikšmės	0
Imties vidurkis		353.7801
Imties vidurkio standartinė paklaida		1.22317
Mediana		349.2400
Moda		346.90
Standartinis nuokrypis		35.76588
Nuokrypis nuo vidurkio		1279.198
Minimali reikšmė		286.86
Maksimali reikšmė		421.72
Suma		302482.00
Procentiliai	25	319.6500
	50	349.2400
	75	390.6100

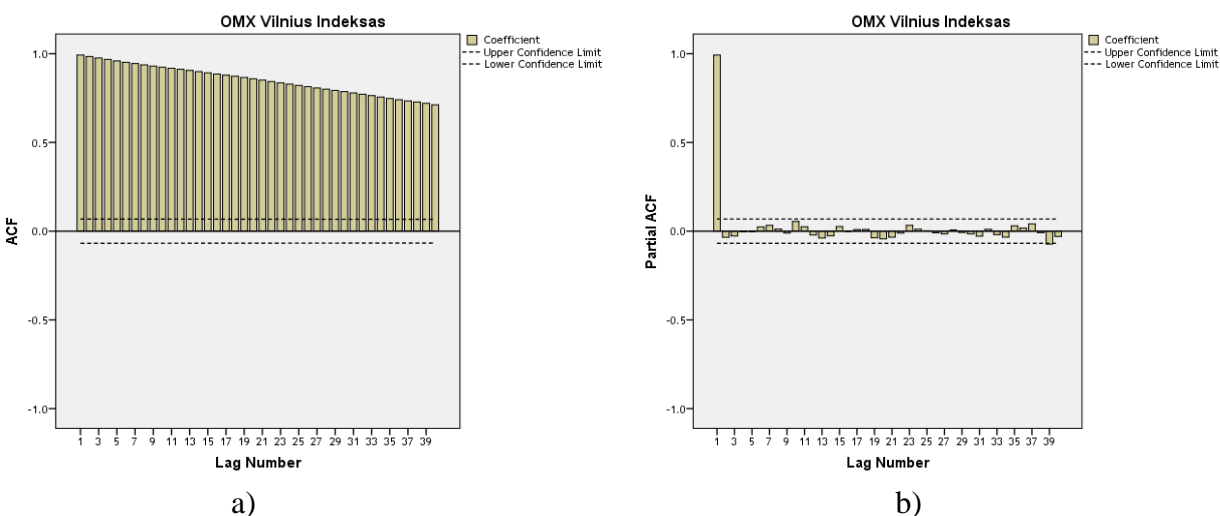
Pagal 11 paveikslą, kuriame nurodytas duomenų imties grafikas su vidurkį nurodančia tiese, matome, kad seka nėra stacionari. Akcijos indekso kurso kitimo grafikas (kartu su vidurkį rodančia

tiese) svyruoja į abi puses nuo vidurkio ir pastebimai keičiasi trumpalaikis vidurkis. Tą rodo ir lėtai mažėjantis autokoreliacijos funkcijos 12 pav. a) grafike. Aiškiai išsiskirianti pirmoji dalinės autokoreliacijos reikšmė funkcijos grafike 12 paveikslo b dalyje. Pagal autokoreliacijos funkcijos paveikslus darome išvadą, kad ARIMA modelis turės autoregresijos komponentę p .

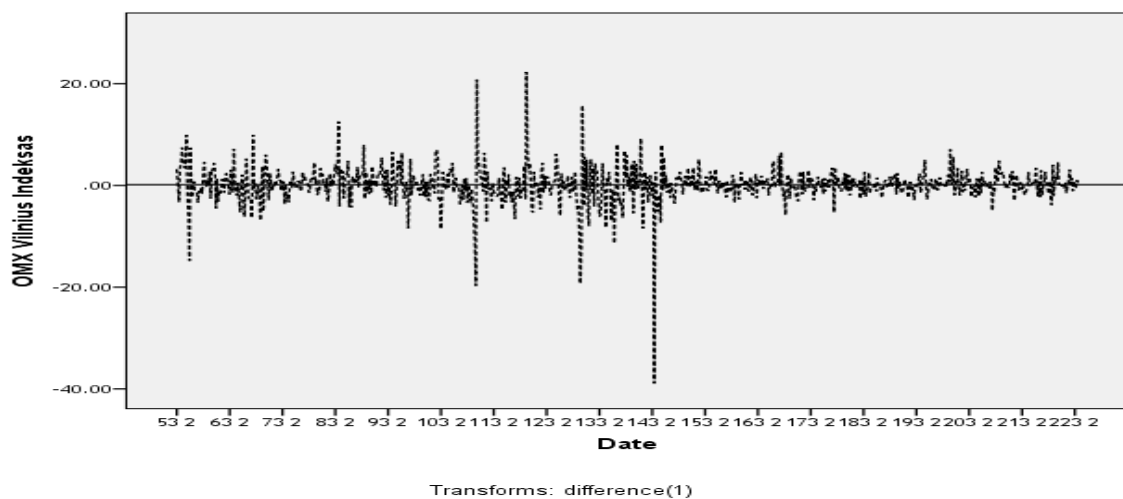
Seką reikia diferencijuoti ir parinkti prognozavimo modelį.



11 Pav. Duomenų grafikas [53:233] savaitių intervale.

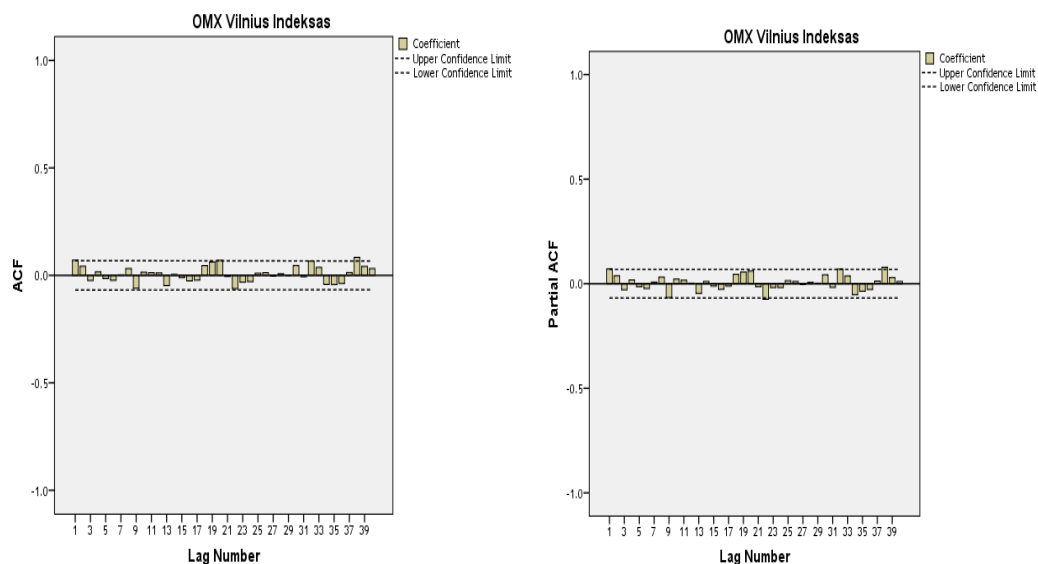


12 Pav. Autoregresijos ir dalinės autoregresijos funkcijų grafikai [53:233] savaitių intervale.



13 pav. Duomenų grafikas diferencijavus vieną kartą [53:233] savaitių intervale.

Priede 13 paveikslo matome OMX Vilnius duomenų seką 55-223 savaitių laikotarpiu diferencijuotą vieną kartą. Matyti, kad seka svyruoja apie tą pačią reikšmę – 0, o nulinė vidurkio reikšmė nurodo, kad pradinė mūsų duomenų seka (nediferencijuota) neturi trendo komponentės.



14 Pav. Autoregresijos ir dalinės autoregresijos funkcijų grafikai po diferencijavimo [53:233] savaitių intervale.

Pradinės mūsų duomenų imties, diferencijuotos vieną kartą, autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafikus matome 14 paveiksle. Autokoreliacijos funkcijos reikšmės yra artimos nuliui ir neviršija dvigubos standartinės paklaidos reikšmių. Šių grafikų funkcijų reikšmių rezultatų lentelės yra 3 priedo 1 lentelėje. Ljung-Box'o kriterijus yra nereikšmingas visiems postūmiams t.y. $p > \alpha$, kai $\alpha = 0,01$, tai reiškia, kad laiko eilutė atitinka baltąjį triukšmą. Kadangi paklaidos nekoreliuoja darome išvadą, kad ARIMA modeliai sudaryti adekvačiai. Nustačius diferencijavimo komponentę d reikšmę lygią "1". Autoregresijos modelio reikšmę p parinksime atsitiktiniu būdu ir tikrinsime modelio statistinio reikšmingumo lygmenį pagal BIC reikšmę. Slenkamųjų vidurkio modelio reikšmė q įgyja reikšmę „0“.

Išpildžius prognozavimo sąlygas ARIMA modeliai ARIMA ($p,1,0$) yra statistiškai reikšmingas ir tinkamas prognozavimui. Prognozavimo modelių ARIMA (1,1,0) ir ARIMA (2,1,0) tinkamumas yra tikrinamas pagal Ljung-Box'o kriterijaus reikšmę $\alpha > 0,01$ ir modeliai palyginami pagal tikslumo metriką $MAPE = \beta < 10\%$, kas nurodo, kad prognozavimas yra labai tikslus. Išpildžius šiai sąlygai, modeliai lyginamas pagal MAE reikšmes.

Lentelė 3

ARIMA (1,1,0) modelio aprašomoji statistika [53:233] savaitių intervale;

ARIMA (1,1,0)							
Modelis	Modelio Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)		
	RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji liekanų statistika	DF	Sig.
OMX Vilnius Indeksas- Model_1	3.314	0.573	2.027	2.404	15.260	18	0.644

Lentelė 4

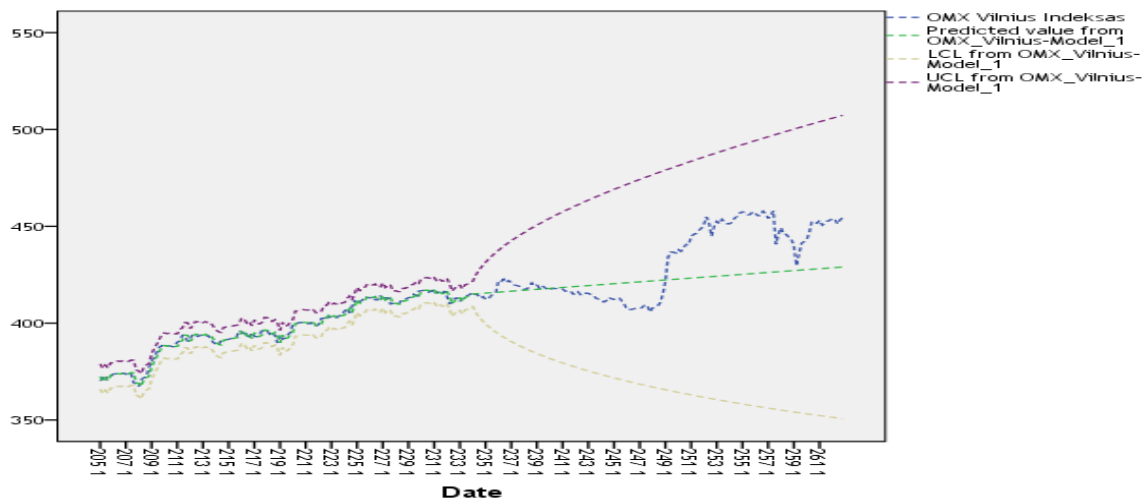
ARIMA (2,1,0) modelio aprašomoji statistika [53:233] savaitių intervale;

ARIMA (2,1,0)							
Modelis	Modelio aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)		
	RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji paklaidų statistika	DF	Sig.
OMX Vilnius Indeksas- Model_1	3.406	0.598	2.095	2.467	11.897	16	0.751

Modelio yra išrenkamas pagal MAE (absoliutinių paklaidų vidurkis) ir BIC (Bayesian information criterion) reikšmes. Kuo mažesnės šios reikšmės tuo modelis yra tinkamesnis. Atitinkamai lyginant ARIMA (2,1,0) ir ARIMA (1,1,0) MAE 2.095 > 2.207 ir 2.467 > 2.404. Todėl autoregresijos reikšmė šiai duomenų imčiai imame reikšmę „1“ ir nagrinėjame ARIMA (1,1,0) modelį, kurio aprašomąją statistiką matome Lentelė 3, a) dalyje.

Kadangi paklaidų autokoreliacijos funkcijos skaičiavimo rezultatuose Box'o-Ljung'o kriterijus yra statistiškai nereikšmingas visiems postūmiams kai $\alpha = 0,01$ (3 priedas 2 Lentelė). Tai reiškia, kad sudaryti modeliai yra statistiškai reikšmingi ir pradinė seka yra atsitiktinio klajavimo tipo, nes liekamosios paklaidos atitinka baltąjį triukšmą, darome išvadą, kad ARIMA modelis ARIMA(1,1,0) OMX Vilnius akcijų indekso prognozavimui 4 metų laikotarpiui yra tinkamiausias iš mūsų tiriamų modelių.

Modelio tikrinimui imamas 53-262 savaitių laikotarpis (3 priedas 2 paveikslas). 15 Paveiksle matome, duomenų grafiką nuo 205 iki 262 savaitės, su prognozuojamomis reikšmėmis. Grafike matome realius OMX Vilnius duomenis, su papildomomis prognozavimo linijomis, t.y. viršutinė (UCL) ir apatinė (LCL) pasikliautino intervalo funkcija, bei prognozuojamomis reikšmėmis (Predicted value from OMX Vilnius_1).



15 pav. ARIMA (1,1,0) prognozės modelis su tikrosiomis reikšmėmis 53-266 laikotarpiui.

3.3.3. PROGNOZĖS MODELIO SUDARYMAS [105-266] SAVAITĖS.

Trečiojoje prognozės modelio sudarymui buvo pasirinktas akcijų indekso „OMX Vilnius“ trijų metų istoriniai duomenys. Prie antrojo periodo, iš kairės, pridedamas 52 savaitės. Modelio sudarymui parinktas 105-233 savaitių periodas (16 paveikslas), o likę 20 proc. duomenų buvo palikti prognozės modelio tikrinimui, t.y. (233:266] savaitių intervalas. Lentelėje 5, matome modelio sudarymo duomenų aprašomąją statistiką. Akcijų indekso „OMX Vilnius“ duomenų seka yra sudaryta iš 645 narių, pasirinktų duomenų vidurkio reikšmė yra lygi 361,7693 su esamu standartiniu nuokrypiu 34,43783 (standartinis nuokrypis nuo vidurkio 1,35599) ir įgyjant reikšmes nuo 286,86 iki 421,72. Imties Mediana yra lygi 354,8400 reikšmei.

5 lentelė

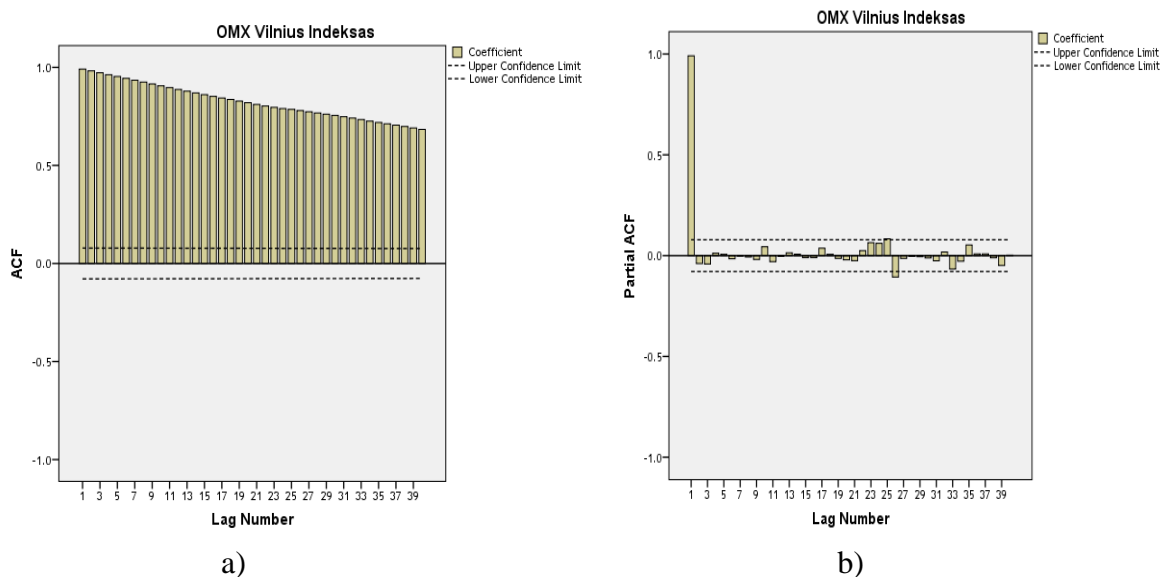
Aprašomoji duomenų statistika [105:266] savaitių intervale.

Aprašomoji statistika		
OMX Vilnius Indeksas		
N	Galiojančios reikšmės	645
	Negaliojančios reikšmės	0
Imties vidurkis		361.7693
Imties vidurkio standartinė paklaida		1.35599
Mediana		354.8400
Moda		346.90
Standartinis nuokrypis		34.43783
Nuokrypis nuo vidurkio		1185.964
Minimali reikšmė		286.86
Maksimali reikšmė		421.72
Suma		233341.23
Procentiliai	25	338.6900
	50	354.8400
	75	394.1450



16 Pav. Duomenų grafikas [105:266] savaitių intervale.

Nediferencijuotai duomenų imčiai negalime pastebėti sekos stacionarumo nei iš pagrindinio duomenų grafiko nei iš autokoreliacijos funkcijų (17 paveikslas). Seką reikia diferencijuoti.



17 Pav. Autoregresijos ir dalinės autoregresijos funkcijų grafikai [105:266] savaitių intervale.

Diferencijuoti duomenų, autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijos grafikus matome 4 priede, 1 paveikslo, a ir b dalyse. Dalinės autokoreliacijos funkcijos grafike pastebima pirmoji, išsiskirianti reikšmė, todėl ARIMA modelis turės autoregresijos komponentę p . Akcijų indekso „OMX Vilnius“ duomenų seka įgauna stacionarumą vieną kartą diferencijavus (4 priedas, 2 paveikslas), konstatuojama, kad modelio komponentė d įgyja reikšmę „1“. Trumpalaikis vidurkis svyruoja apie nulį, todėl netinka eksponentinio glodinimo metodai. Pagal Ljung-Box'o kriterijaus reikšmes (4 priedas 1 lentelė) matome, kad ARIMA $(p,1,0)$ modelis yra statistiškai reikšmingas (Ljung-Box'o kriterijus yra nereikšmingas visiems postūmiams t.y. $p > \alpha$, kai $\alpha = 0,01$) ir sudarytas adekvačiai.

6 lentelė

ARIMA (1,1,0) modelio aprašomoji statistika [105:266] savaitių intervale.

ARIMA (1,1,0)							
Modelis	Modelio aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)		
	RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Paklaidų aprašomoji statistika	DF	Sig.
OMX Vilnius Indeksas- Model_1	3.410	0.549	1.961	2.463	12.576	17	0.764

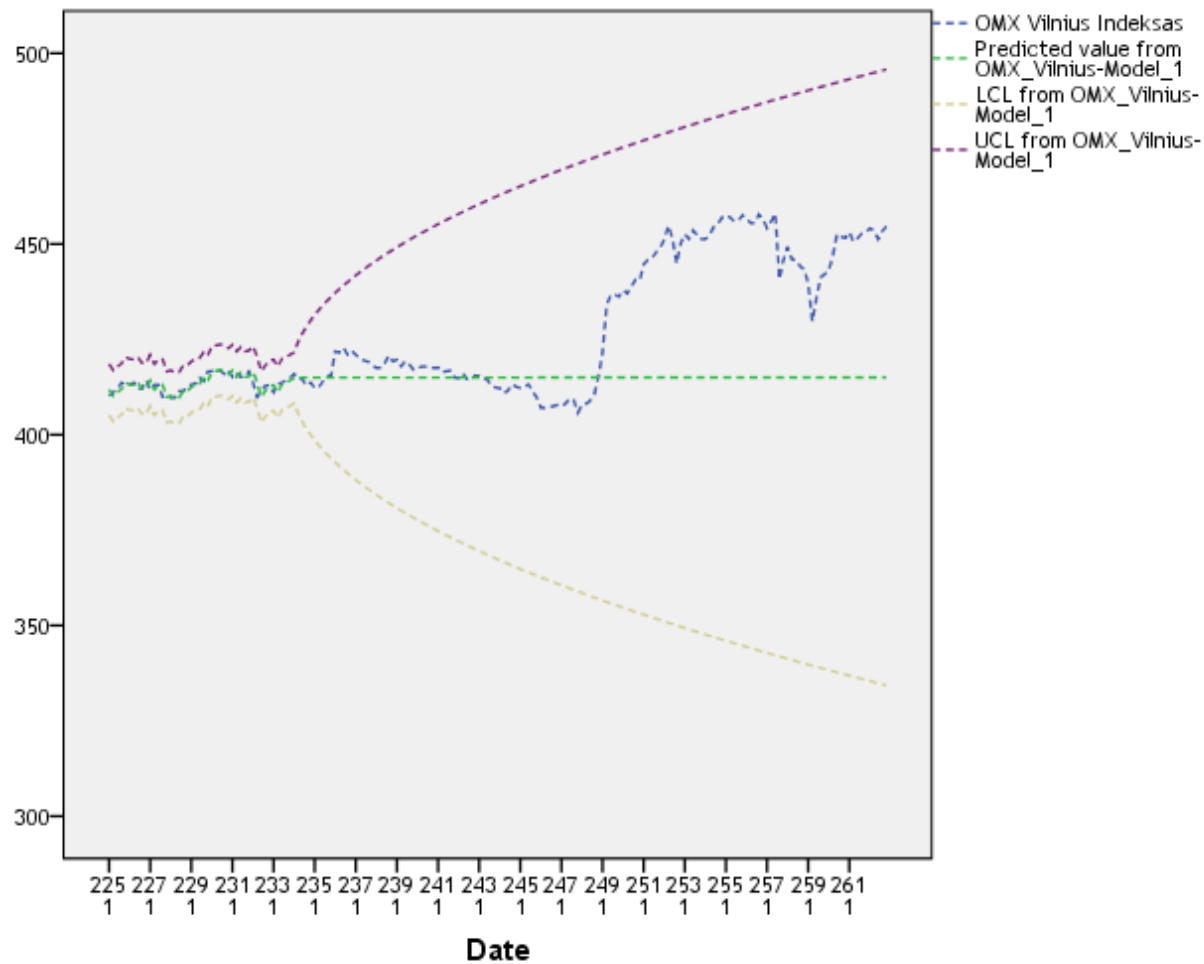
7 lentelė

ARIMA (2,1,0) modelio aprašomoji statistika [105:266] savaitių intervale.

ARIMA (2,1,0)							
Modelis	Modelio aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)		
	RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Paklaidų aprašomoji statistika	DF	Sig.
OMX Vilnius Indeksas- Model_1	3.410	0.550	1.964	2.474	11.883	16	0.752

Naudojantis mūsų pasirinktais kriterijais modelių palyginimui matome, kad ARIMA (1,1,0) modelis (MAE = 1.961 ir BIC = 2.463) yra tikslesnis prognozavimui negu ARIMA (2,1,0) (MAE = 0.1964 ir BIC = 2.474). Pasirinkę Autoregresijos komponentę p reikšmę „1“ piešiame ARIMA modelio

prognozavimo grafiką su viršutine (UCL) ir apatine (LCL) pasikliautino intervalo tiese, bei prognozuojamomis reikšmėmis (Predicted value from OMX Vilnius_1).



18 pav. Prognozės modelis ARIMA (1,1,0) [105:266] savaitėms.

Mažiname duomenų kiekį imtį.

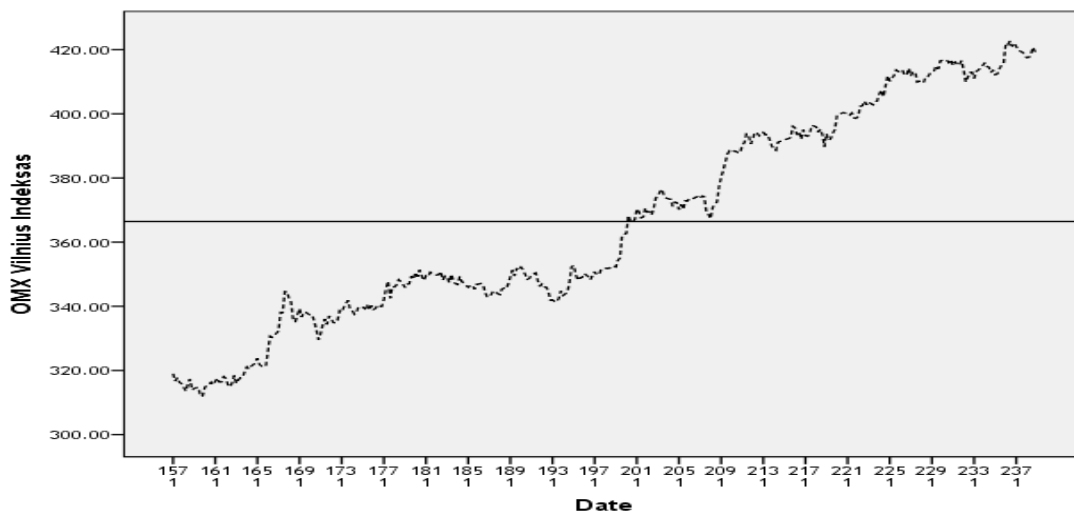
3.3.4. PROGNOZĖS MODELIO SUDARYMAS [157-266] SAVAITĖS.

Ketvirtojoje prognozės modelio sudarymo dalyje buvo pasirinktas ketverių metų laikotarpis. Parinktas periodas 157-238 savaitės (19 paveikslas), likę 25 proc. duomenų buvo palikti prognozės modelio tikrinimui, t.y. (238:266] savaitių intervalas. Prognozavimo diapazonas padidintas, dėl modelio tikslumo realizacijos, siekiant išpildyti Nobelio laureatų sąlygą, kad galima numatyti tik tolimesnes ateities reikšmes. Kaip matome iš 8 lentelės akcijų indekso „OMX Vilnius“ duomenų seka sudaryta iš 410 narių, pasirinktu duomenų vidurkio reikšmė yra lygi 366,4260 su esamu standartiniu nuokrypiu 32,50617 (standartinis nuokrypis nuo vidurkio 1,60537) ir įgyjant reikšmes nuo 311,93 iki 422,73. Imties Mediana lygi 351,4260. Duomenų pasiskirstymo grafiką su vidurkį nurodančia tiese matome pav.

8 lentelė

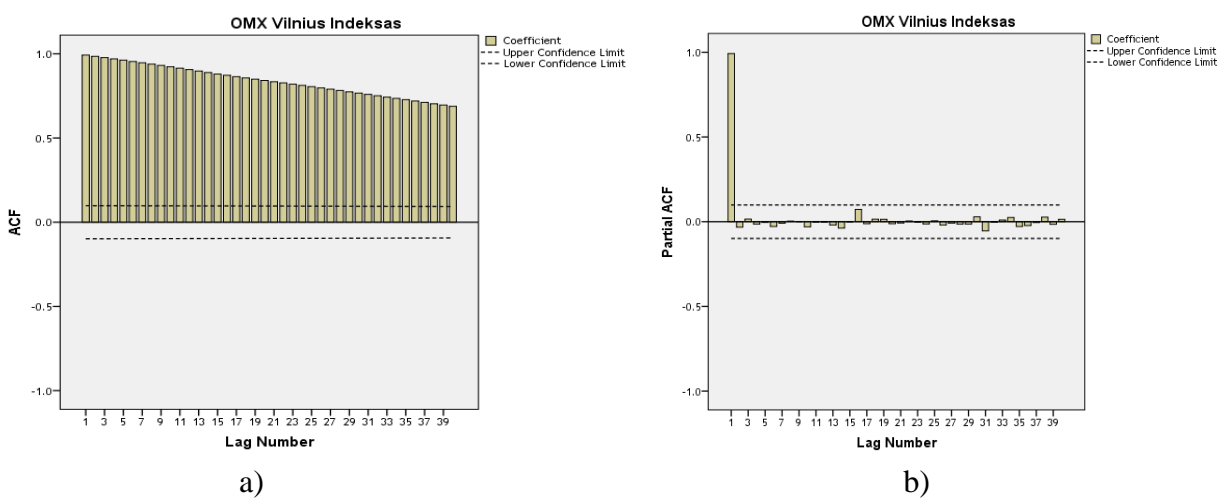
Aprašomoji duomenų statistika [157:238] savaitių intervale.

Aprašomoji statistika		
OMX Vilnius Indeksas		
N	Galiojančios reikšmės	410
	Negaliojančios reikšmės	0
Imties vidurkis		366.4260
Imties vidurkio standartinė paklaida		1.60537
Mediana		351.9650
Moda		346.90
Standartinis nuokrypis		32.50617
Nuokrypis nuo vidurkio		1056.651
Minimali reikšmė		311.93
Maksimali reikšmė		422.73
Suma		150234.65
Procentiliai	25	342.3300
	50	351.9650
	75	395.0725



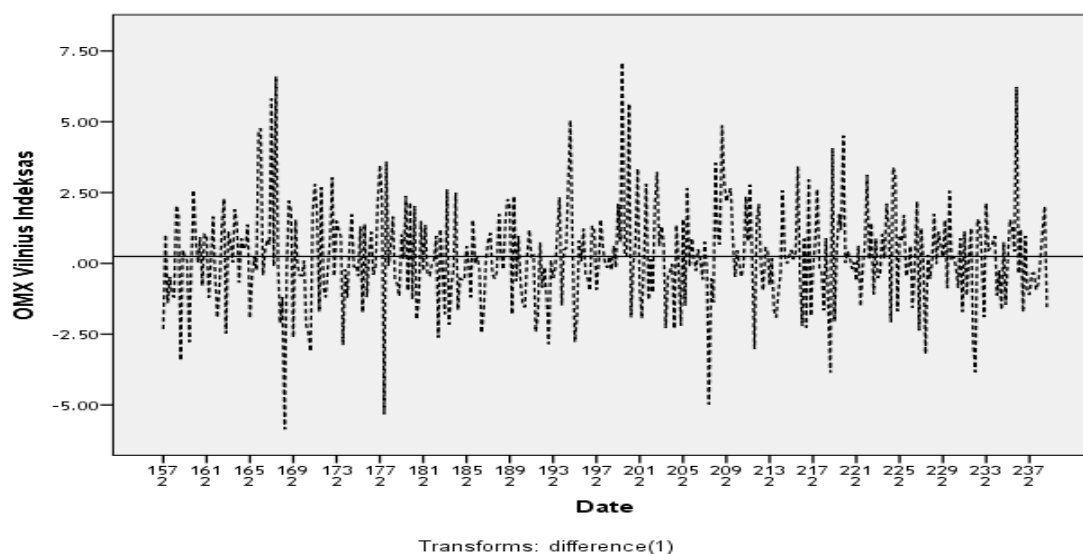
19 Pav. Duomenų grafikas su vidurkį nurodančia tiese [157:238] savaitių intervale..

Iš grafiko matyti, kad duomenų stacionarumo nėra (19 paveikslas). Todėl seką reikia diferencijuoti. Šią veiksmų seką rodo ir lėtai mažėjančios autokoreliacijos funkcijos grafiko reikšmės 20 pav. a) dalis .



20 pav. Autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijų grafikai [157:238] savaitių intervale.

21 Pav. matome akcijų indekso OMX Vilnius vieną kartą diferencijuotą grafiką, matyti, kad seka svyruoja apie tą pačią reikšmę, o nenulinė vidurkio reikšmė nurodo, kad pradinė mūsų duomenų seka (nediferencijuota) turi didėjimo tendenciją (trendo komponentę). Darome išvadą, kad šiai duomenų sekai tiks ir eksponentinio glodinimo metodai, kurie bus lyginami su ARIMA nustatytuoju pagal duomenis prognozavimo modeliu.



21 Pav. Vieną kartą diferencijuota duomenų seka [157:238] savaitių intervale.

Autokoreliacijos grafikas (5 priedas 1 lentelė) rodo, kad autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijos reikšmės yra pasiskirsčiusios atsitiktinai ir tik pavienės reikšmės nežymiai viršija pasikliautiną intervalą (linijos nurodo dvigubą standartinės paklaidos reikšmę), o Ljung-Box'o kriterijaus reikšmės reiškia (nes $p > \alpha$, kai $\alpha = 0,01$), kad diferencijuota akcijos indekso kurso sekos paklaidos atitinka baltąjį triukšmą, o pradinė seka yra atsitiktinio klajojimo tipo (5 priedas 2 lentelė).

ARIMA modelio d reikšmė lygi "1". Kadangi 20 paveikslo b dalyje matome aiškiai išsiskiriančią reikšmę todėl autoregresijos reikšmę p patikrinsime atsitiktinai o slenkamųjų vidurkių komponentių egzistavimo nėra. Pagal magistrinio darbo prognozavimo modelio sudarymo algoritmo metodiką

darome prielaidą, kad tiksliausias yra ARIMA ($p, I, 0$) modelis. ARIMA ($p, I, 0$) prognozavimo modelis yra statistiškai reikšmingas [157:238] intervalo reikšmėms. Sudarius modelį reikia patikrinti ACF ir PACF reikšmes (prognozės modelio autokoreliacijos funkcijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijas). Duomenų imčiai sudaromi ARIMA ($p, I, 0$) ir eksponentinio glodinimo modeliai, kurių aprašomosios statistikos pateikiamos 9,10,11,12,13 lentelėse.

9 lentelė

ARIMA (2,1,0) modelio aprašomoji statistika [157:238] savaitių intervale

ARIMA (2,1,0) modelis							
Modelis	Modelio aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)		
	RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	1,728	0,294	1,151	1,109	13,531	18	0,759

10 lentelė

ARIMA (1,1,0) modelio aprašomoji statistika [157:238] savaitių intervale

ARIMA (1,1,0) modelis							
Modelis	Modelio aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)		
	RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	1,745	0,351	1,275	1,129	13,255	17	0,719

11 lentelė

Eksponentinio Brown'o modelio aprašomoji statistika [157:238] savaitių intervale

Eksponentinio glodinimo Brown modelis							
Modelis	Modelio aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)		
	RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	1,874	0,387	1,405	1,270	39,148	17	0,000

12 lentelė

EkspONENTINIO DAMPED'Ų TREND'Ų MODELIO APRAŠOMOJI STATISTIKA [157:238] SAVAIČIŲ INTERVALE

EkspONENTINIO GLODINIMO DAMPED'Ų TREND'Ų MODELIS							
Modelis	Modelio Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)		
	RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	1,730	0,350	1,269	1,140	12,943	15	0,607

13 lentelė

EkspONENTINIO HOLT'Ų MODELIO APRAŠOMOJI STATISTIKA [157:238] SAVAIČIŲ INTERVALE

EkspONENTINIO GLODINIMO HOLT'Ų MODELIS							
Modelis	Modelio Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)		
	RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	1,728	0,351	1,273	1,123	13,414	16	0,642

Lentelėse 11,12,13 pateiktos eksponentinio glodinimo modelių *Brown'o*, *Damped'o Trend'o* ir *Holt'o* aprašomosios statistikos. Pagal Ljung-Box'o reikšmę matome, kad Brown'o modelis neatitinka Ljung-Box'o reikšmingumo sąlygos, t.y. $p \geq \alpha$, $\alpha = 0,01$. Darome išvadą, kad eksponentinis Brown'o modelis netinka šiai duomenų imčiai (*Brown* modelis yra tinkamas laiko eilutei, kurioje pasireiškia ilgalaikės raidos tendencijas (*trend'as*)). Iš likusių modelių išrenkamas tiksliausias modelis, kuris yra statistiškai reikšmingas ir turi mažiausias *MAE* ir Informacinio Bayes'o kriterijaus *BIC* reikšmes.

14 lentelė

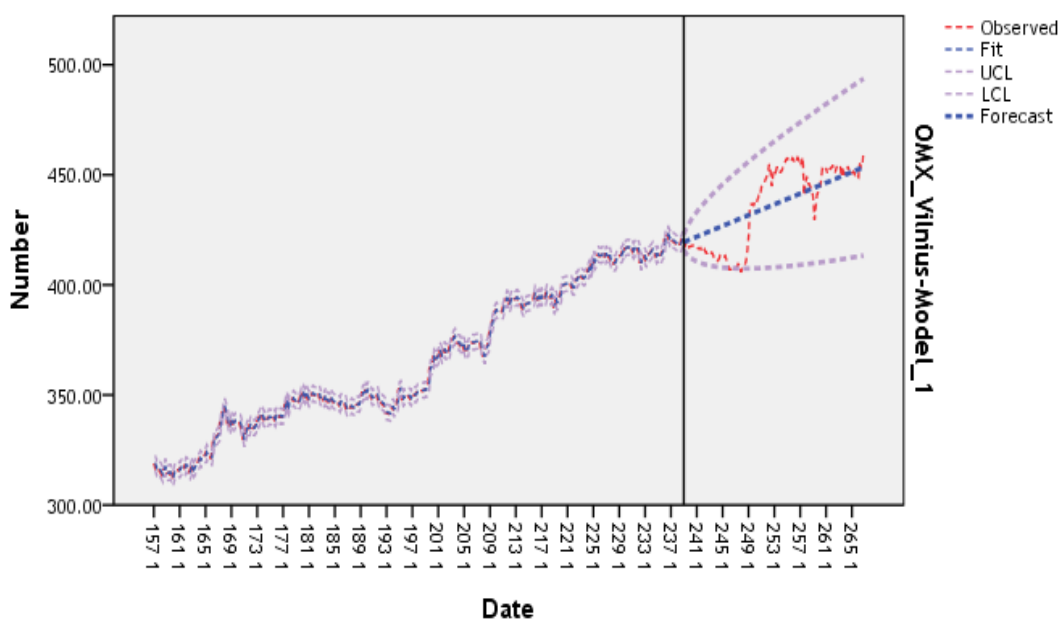
Prognozavimo modelių palyginimas pagal MAE ir BIC [157:238] savaičių intervale.

Modelis	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Ljung-Box Sig.
Holt	1,273	1,123	0,642
Damped trend	1,269	1,140	0,607
ARIMA (1,1,0)	1,275	1,129	0,719
ARIMA (2,1,0)	1,151	1,101	0,788

157-238 savaičių duomenų imčiai OMX Vilnius akcijų indekso prognozavimui, tiksliausias buvo ARIMA (2,1,0) modelis. Modelio tinkamumas renkamas pagal reikšmes MAE, kuri lygi 1,151 ir *Informacinio Bayes'o kriterijaus BIC* reikšmę, kuri lygi 1,101. Nuodugniai ištiriamas ARIMA (2,1,0) prognozavimo modelis.

Prognozavimo paklaidų autokoreliacijos funkcijos matome 5priedas 2 lentelė. Pagal Ljung-Box'o kriterijaus reikšmes akivaizdu, kad modelis yra statistiškai reikšmingas. Tą rodo ir *Ljung-Box Q(18)* $p = 0,759$ reikšmė (lentelė 9 dalis). Primename, kad modelis yra statistiškai reikšmingas, kai $p \geq \alpha$, $\alpha = 0,01$.

Modelio tinkamumui ir įrodymui pasitelkiame likusias akcijų indekso OMX Vilnius reikšmes ir braižome grafiką [157:266] savaičių intervale. Grafike matome realius OMX Vilnius duomenis, su papildomomis prognozavimo linijomis, t.y. viršutinė (UCL) ir apatinė (LCL) pasikliautino intervalo tiesės, bei prognozuojamomis reikšmėmis (Predicted value from OMX Vilnius_1).



22 Pav. ARIMA (2,1,0) modelio prognozavimo grafikas [157:266] savaičių intervale.

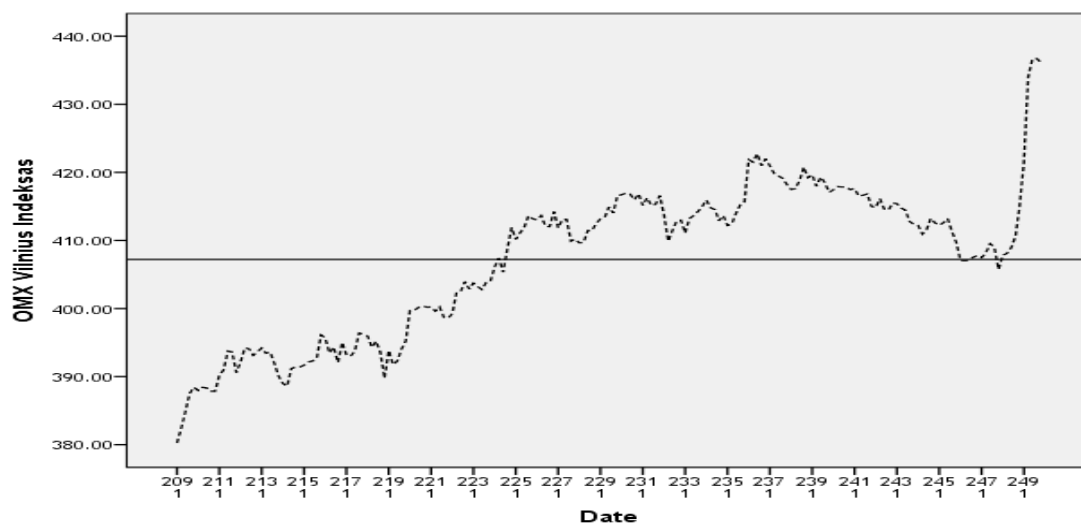
3.3.5. PROGNOZĖS MODELIO SUDARYMAS [209-266] SAVAITĖS.

Penktojoje prognozės modelio sudarymo dalyje buvo pasirinktas 206-266 savaitių intervalas, iš jų 25 proc. duomenų buvo palikti prognozės modelio tikrinimui (250:266). Prognozavimo diapazonas padidintas, dėl tikslumo lyginant skirtingus intervalus. Kaip matome iš 15 lentelės akcijų indekso „OMX Vilnius“ duomenų seka sudaryta iš 205 narių, pasirinktu duomenų vidurkio reikšmė yra lygi 407,2085 su esamu standartiniu nuokrypiu 11,147 (standartinis nuokrypis nuo vidurkio 0,7786) ir įgyjant reikšmes nuo 380,25 iki 436,72. Imties Mediana lygi 411,12. Duomenų pasiskirstymo grafiką su vidurki nurodančia tiese matome 23 pav.

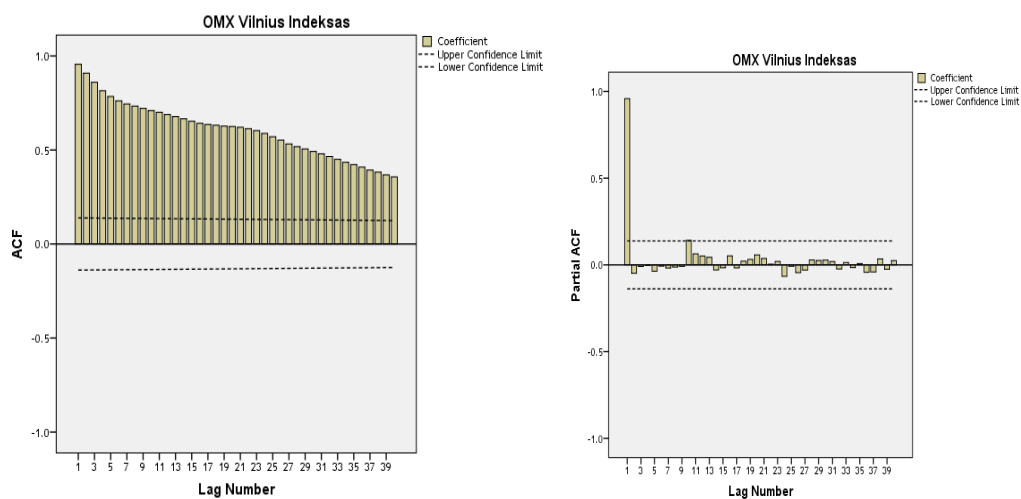
15 lentelė.

Aprašomoji duomenų statistika [209:250] savaitių intervale.

Aprašomoji statistika		
OMX Vilnius Indeksas		
N	Galiojančios reikšmės	205
	Negaliojančios reikšmės	0
Imties vidurkis		407,2085
Imties vidurkio standartinė paklaida		0,77855
Mediana		411,1200
Moda		395.20 ^a
Standartinis nuokrypis		11,14707
Nuokrypis nuo vidurkio		124,257
Minimali reikšmė		380,25
Maksimali reikšmė		436,72
Suma		83477,74
Procentiliai	25	395,8250
	50	411,1200
	75	415,1350



23 Pav. Duomenų grafikas [209-250] savaitių intervale su vidurkį nurodančia tiese .



24 Pav. Autoregresijos ir dalinės autoregresijos funkcijų grafikai [209:250] savaitių intervale.

Iš 23 ir 24 paveikslų nematyti duomenų stacionarumo todėl seka reikia diferencijuoti.

Diferencijuotos duomenų imties grafiką ir autokoreliacijos bei dalinės autokoreliacijos funkcijos grafikus bei jų reikšmes matome 6 priede 1 pav. ir 2 pav.

Diferencijavus vieną kartą matome, kad seka įgauna stacionarumą ir sekos vidurkis svyruoja ne apie 0-linę reikšmę, todėl įžvelgiama didėjimo tendenciją. Iš diferencijuotos autokoreliacijos funkcijos, pagal Ljung-Box'o reikšmes konstatuojame, kad vėl teisingiausias yra ARIMA ($p,1,0$) modelis. ARIMA ($p,1,0$) prognozavimo modelis yra statistiškai reikšmingas [209;250] intervalo reikšmėms. Duomenų imčiai sudaromi ARIMA ($p,1,0$) modeliai ir eksponentinio glodinimo modeliai.

16 lentelė.

ARIMA (2,1,0) prognozavimo modelis [209-250] savaitių intervalui.

ARIMA (2,1,0)							
Modelis	Modelio aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)		
	RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Paklaidų aprašomoji statistika	DF	Sig.
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	1,800	0,297	1,213	1,202	22,139	18	0,226

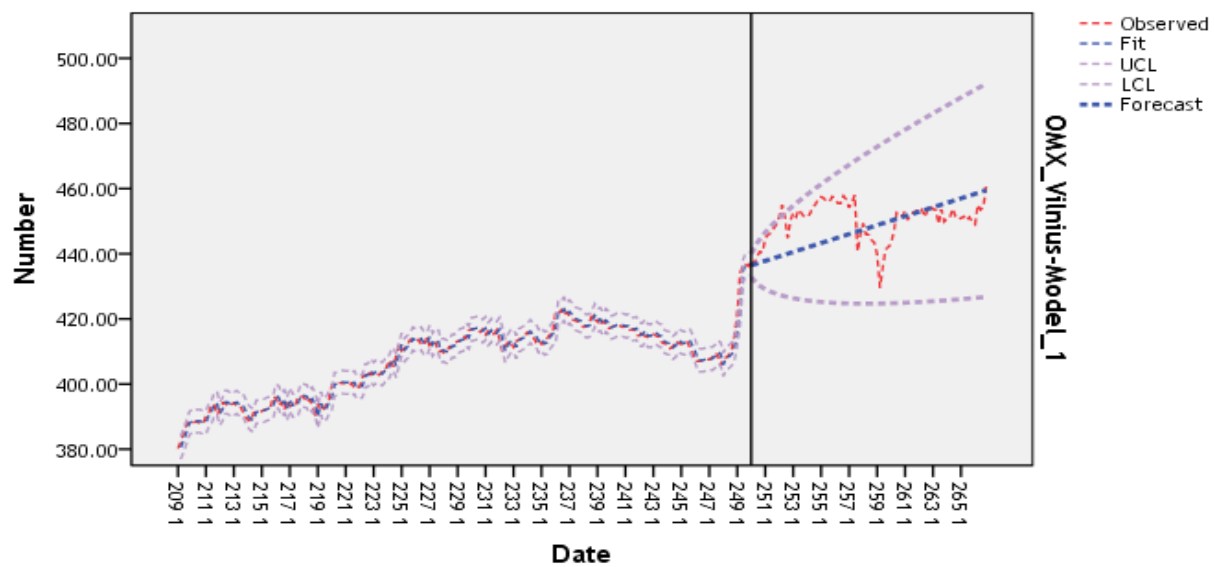
17 lentelė.

ARIMA (1,1,0) prognozavimo modelis [209-250] savaitių intervalui.

ARIMA(1,1,0)							
Modelis	Modelio aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)		
	RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Paklaidų aprašomoji statistika	DF	Sig.
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	2,779	0,367	1,592	2,180	17,933	17	0,393

Sudarius modelį reikia patikrinti paklaidų ACF ir PACF reikšmes (prognozės modelio paklaidų autokoreliacijos funkcijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijas), kurias matome 6 priedas 2 lentelė.

Kadangi ARIMA ($2,1,0$) modelis yra statistiškai reikšmingas ir pagal mūsų pasirinktus kriterijus, modelis ARIMA ($2,1,0$) yra tikslesnis už ARIMA ($1,1,0$) piešiamą prognozuojamas ir tikrąsias reikšmes kartu su papildomomis prognozavimo linijomis, t.y. viršutinė (UCL) ir apatinė (LCL) pasikliautino intervalo tiesė, bei prognozuojamomis reikšmėmis (Predicted value from OMX Vilnius_1).



25 Pav. ARIMA (2,1,0) prognozavimo modelis [209-250] savaitių intervalui.

3.3.6. SKIRTINGŲ LAIKO INTERVALŲ GAUTŲ REZULTATŲ PALYGINIMAS.

Magistriniame darbe buvo atlikta akcijų indekso „OMX Vilnius“ laiko eilučių analizė ieškant tiksliausio duomenų intervalo, kuriame prognozės modeliai tiksliausiai atkartotu realias reikšmes. Buvo aprašyti ir, jeigu įmanoma, sukurti prognozavimo modeliai penkiems skirtingiems intervalams: [1:266],[53-266],[105-266],[157-266],[209-266]. Nuo pirminės imties, mažinama imtis iš kairės ir pridodant po 52 savaites.

Visi modeliai buvo sudaromi pagal tą patį modelio parinkimo algoritmą ir lyginami pagal prognozavimo tikslumo metriką MAE ir informacinį Bayes'o kriterijų BIC. Atlikus išsamią analizę, buvo pastebėta šios reikšmės iki tam tikro intervalo mažėjo, o vėliau pradėjo augti. Tą matome 18 Lentelėje, kurioje papildomai įtrauktas dar vieno intervalo [237-266] imties prognozavimas, kuris yra apžvelgiamas 7 priede.

18 lentelė.

Visų sukurtų prognozės modelių intervalų palyginimai pagal MAE ir BIC.

Intervalas	Modelis	MAPE	MAE	BIC	Ljung-Box'o p
1-266	-	-	-	-	-
53-266	ARIMA (1,1,0)	0,573	2,027	2,404	0,644
105-266	ARIMA (1,1,0)	0,547	1,956	2,466	0,769
157-266	ARIMA (2,1,0)	0,294	1,151	1,109	0,759
209-266	ARIMA (2,1,0)	0,297	1,213	1,202	0,226
237-266	ARIMA (1,1,0)	0,367	1,592	2,130	0,393

Iš 18 lentelės matyti, kad tiksliausias iš mūsų pasirinktų intervalų yra [157-266], su modeliu ARIMA (2,1,0), kuris įgyja MAE = 1,151 ir BIC = 1.109 reikšmes, kurios nusako modelio tikslumą. Nustatyti kriterijai yra atvirkščiai proporcingi modelio tikslumui (kuo mažesnės reikšmės to tikslesnis modelis). Akivaizdžiai matyti, kad mūsų pasirinktų kriterijų reikšmės mažėja iki [157-266], o vėliau vėl

pradedą didėti. Išrinkus tiksliausią intervalą bus atlikta išsami modelio sudarymo algoritmo analizė. Ši analizė skirta nustatyti ar tikrai visuose intervaluose buvo pasirinkti tiksliausi modeliai. Ji plačiau yra apžvelgiama 3.3.7 skyriuje.

Magistrinio darbo pilna tiriama imtis buvo nuo 2009-01-01 iki 2012-05-12d. Kadangi tiksliausia duomenų imtis prognozavimui yra nuo 157 savaitės iki 266 savaitės penktos dienos tai tiksliausio prognozavimo tikslus yra 2012-02-22 iki 2012-05-12d. Vienas iš mūsų darbo tikslų buvo nustatyti ekonomikos sektorius, nuo kurių kitimo, tiesiogiai priklauso akcijų indeksas „OMX Vilnius“ ir sukurti daugialypės tiesinės regresijos modelį, kuris yra apžvelgiamas 3.3.8 skyriuje.

Jeigu mūsų prognozavimo modelio sudarymo algoritmas yra teisingas, tai darome išvadą, kad pagal 2013 ekonomikos Nobelio laureatų Eugene'o F. Famos, Larso Peterio Hanseno ir Roberto J. Shillerio teoriją, akcijų indeksui „OMX Vilnius“ sudaromiems prognozavimo modeliams tiksliausias yra 2-3 metų intervalas.

3.3.7. MODELIO SUDARYMO ALGORITMO PATIKRINIMAS

Buvo nustatyta, kad tiksliausias iš visos tirtos imties yra [157:266] savaitių intervalas, su modeliu ARIMA (2,1,0). Tarkime priešingai : ARIMA(2,1,0) nėra tiksliausias. Įrodymui reikia patikrinti visus kitus magistriniame darbe įmanomus prognozavimo modelius ir palyginti gautus rezultatus.

Mechaninių būdu buvo perrinkti visi mūsų darbe naudojami modeliai, kurių gautus ir sukonspektuotus rezultatus matome 19 lentelėje. Akivaizdžiai matyti, kad pagal Ljung-Box'o kriterijų t.y. *Ljung-Box* $Q(n)$ $p = 0,000$ reikšmes, statistiškai nereikšmingi yra Brown'o eksponentinio glodinimo modelis, ARIMA (0,2,0) ir ARIMA (1,2,0) modeliai. Kaip minėjome, kad prognozavimo modelis yra adekvatus, kai $p \geq \alpha$, $\alpha = 0,01$. Apžvelgus visus įmanomus prognozavimo modelius šiai imčiai, akivaizdžiai matyti, kad ARIMA (2,1,0) modelis yra tiksliausias prognozuoti pagal mūsų pasirinktus kriterijus šiai reikšmei, todėl prielaida, kad modelis nėra tiksliausias yra klaidinga. Darome išvadą, kad

modelio sudarymo algoritmas visiems intervalas yra teisingas ir 3.3.6 skyriuje 18 lentelėje yra visi tiksliausi modeliai skirtingais intervalais.

Pilnos 19 lentelės prognozavimo modelių statistikos yra pateikiamos 8 priede.

19 lentelė

Mūsų tiriamų modelių palyginimas [157:266] intervalui.

Modelis	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	<i>Ljung-Box p Sig.</i>
Holt	1,273	1,123	0,642
Brown	1,405	1,270	0,000
Damped trend	1,269	1,140	0,607
ARIMA (0,1,0)	1,274	1,109	0,759
ARIMA (0,1,1)	1,272	1,125	0,748
ARIMA(0,1,2)	1,271	1,142	0,690
ARIMA (1,1,0)	1,275	1,129	0,719
ARIMA(1,1,1)	1,271	1,142	0,687
ARIMA(1,1,2)	1,270	1,151	0,652
ARIMA (2,1,0)	1,151	1,101	0,788
ARIMA (2,1,1)	1,270	1,150	0,665
ARIMA(2,1,2)	1,274	1,174	0,449
ARIMA (0,2,0)	1,884	1,829	0,000
ARIMA(0,2,1)	1,291	1,145	0,750
ARIMA(0,2,2)	1,302	1,168	0,448
ARIMA(1,2,0)	1,627	1,534	0,000
ARIMA(1,2,1)	1,289	1,161	0,734
ARIMA(1,2,2)	1,294	1,180	0,608
ARIMA(2,2,0)	1,526	1,423	0,000
ARIMA(2,2,1)	1,289	1,179	0,657
ARIMA(2,2,2)	1,296	1,193	0,638

3.4. DAUGIALYPĖ TIESINĖ REGRESIJA

Regresinė analizė – tai statistinis metodas, skirtas regresijos modeliui sudaryti, patikrinti, ar jis tinkamas, ir taikyti prognozėms. Kintamasis modelyje, kurio reikšmės bus prognozuojamos, vadinamas priklausomuoju kintamuoju, kintamasis pagal kurio reikšmės bus prognozuojamos priklausomojo kintamojo reikšmės, vadinamas nepriklausomuoju kintamuoju.

Patikrinome hipotezę apie prognozuojamo kintamojo ir nepriklausomųjų kintamųjų tarpusavio priklausomybės tiesiškumą. Dabar nagrinėsime tiesinės regresijos metodą. Apdoroję duomenis SPSS programų paketu pritaikytu statistiniams duomenims, apskaičiavome determinacijos koeficientą (R), kurio kvadratas paprastosios tiesinės regresijos atveju sutampa su Pirsono koreliacijos koeficiento kvadratu. Determinacijos koeficientas naudojamas regresijos modelio tinkamumui įvertinti.

20 lentelė

Modelio determinacijos koeficiento rezultatai.

Modelio apžvalga ^a				
Modelis	Determinacijos koeficientas	Determinacijos koeficiento kvadratas	Pakoreguotas determinacijos koeficientas kvadratas	Įvertinio standartinė paklaida
1	0.983^a	0.966	0.966	7.88526
a. nepriklausomi kintamieji: (Constant), Telekomunikaciju_sektorius, Technologiju_sektorius, Chemijos_sektorius, Pramoniniu_gamyniu, Transporto_sektorius, Zaliavu_Sektorius, Nekilnojamojo_turto_sektorius, Buities_apyvokos_sektorius, Statybos_sektorius, Banku_sektorius, Sveikatos_sektorius, Maisto_produkta, Pagrindiniu_istekliu				
b. priklausomas kintamasis: OMX Vilnius Indeksas				

- Jei determinacijos koeficiento kvadratas didesnis arba lygus 0,25, tai tiesinės regresijos modelis laikomas tinkamu
- Jei determinacijos koeficiento kvadratas mažesnis už 0,25, tai tiesinės regresijos modelio tinkamumu tenka abejoti.

Mūsų tiriamu atveju determinacijos koeficiento reikšmė yra „0,966“ (20 lentelė), taigi darome išvadą kad regresijos modelis yra tinkamas tiriamiems duomenims.

Apie metodo tinkamumą mus informuoja ir penktoji rezultatų lango lentelė „ANOVA“ (21 lentelė), jei p reikšmė mažesnė už reikšmingumo lygmenį, tai sakome, kad teorinis modelis ir stebėjimai yra suderinti, t.y. regresijos modelis pasirinktas teisingai.

21 lentelė.

ANOVA modelio rezultatai

ANOVA ^a						
Modelis	Kvadratų suma	df	Imties kvadrato vidurkis	F	Sig. p	
1	Regresinis modelis	956448.296	13	73572.946	1183.278	.000^b
	Paklaidų modelis	33327.006	536	62.177		
	Viso	989775.302	549			
a. Priklausomas kintamasis: OMX Vilnius Indeksas						
b. Nepriklausomi kintamieji : (Constant), Telekomunikaciju_sektorius, Technologiju_sektorius, Chemijos_sektorius, Pramoniniu_gamyniu, Transporto_sektorius, Zaliavu_Sektorius, Nekilnojamojo_turto_sektorius, Buities_apyvokos_sektorius, Statybos_sektorius, Banku_sektorius, Sveikatos_sektorius, Maisto_produkta, Pagrindiniu_istekliu						

Mūsų tiriamajame modelyje determinacijos koeficiento kvadratas lygus 0,966 o „ANOVA“ lentelėje (21 lentelė) esanti *Sig. p* reikšmė yra 0. Vadinasi darome išvadą, kad tiesinis modelis mūsų duomenims yra tinkamas. Taip pat po lentele aprašomas kintamasis OMX Vilnius, ir nepriklausomi kintamieji.

22 lentelėje matome regresijos tiesės koeficientus : laisvąją konstantą (b stulpelyje, eilutėje Constant – akcijų indeksas OMX_Vilnius regresinio modelio pirminio taško reikšmė) ir nepriklausomojo kintamojo daugiklius (B stulpelyje eilutėse „Žaliavų sektorius“, „Chemijos sektorius“, „Pagrindinių išteklių sektorius“, „Statybos sektorius“, „Maisto produktų sektorius“, „Transporto sektorius“, „Buities apyvokos sektorius“, „Sveikatos sektorius“, „Bankų sektorius“, „Nekilnojamojo

turto sektorius“, „Technologijų sektorius“). Vadinasi galime parašyti tiesinės regresijos lygtį, išreiškiančią kintamojo OMX Vilnius tiesinę priklausomybę nuo .

22 Lentelė.

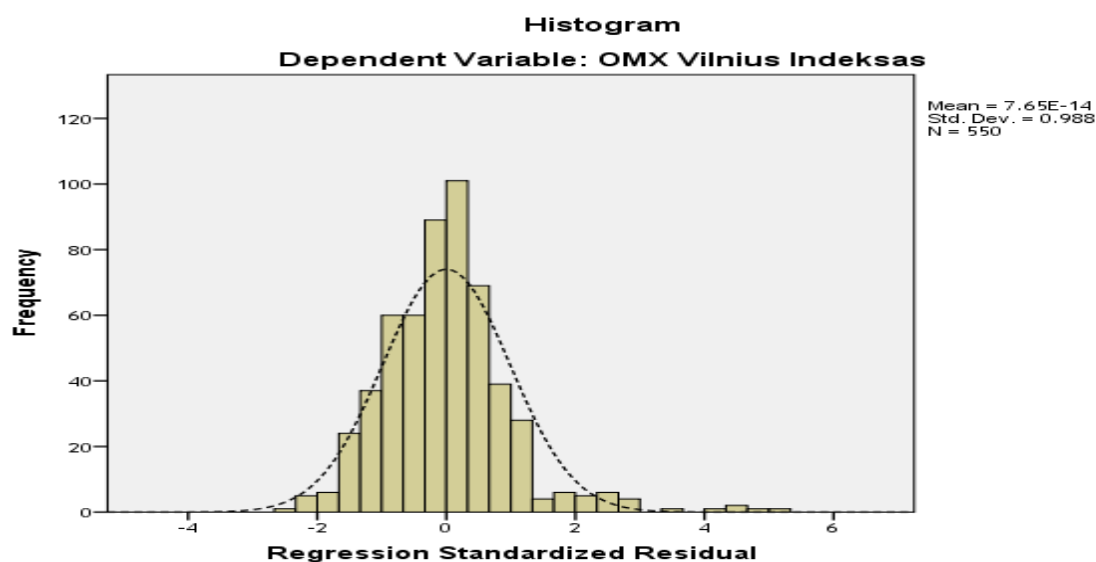
Tiesinės regresijos modelio priklausomybės koeficientai.

Modelis	koeficientai ^a				Sig.
	Nestandardizuotų liekanų koeficientai		Standartizuotų liekanų koeficientai	t	
	B	Standartinė paklaida	Beta		
(Constant)	-1.956	19.879		-0.098	0.922
Zaliavu_Sektorius	0.052	.028	.063	1.860	0.063
Chemijos_sektorius	0,000299	.000	.005	.638	0.524
Pagrindiniu_istekliu	-0.014	.022	-.040	-.631	0.528
Pramoniniu_gamyniu	-0.216	.026	-.133	-8.398	0.000
Statybos_sektorius	0.169	.022	.224	7.821	0.000
Maisto_produkta	0.219	.026	.484	8.583	0.000
Transporto_sektorius	0.019	.002	.096	9.107	0.000
Buities_apyvokos_sektorius	-0.072	.017	-.099	-4.243	0.000
Sveikatos_sektorius	0.027	.009	.146	2.960	0.003
Banku_sektorius	0.136	.031	.152	4.436	0.000
Nekilnojamojo_turto_sektorius	0.023	.009	.043	2.723	0.007
Technologiju_sektorius	0.002	.007	.003	.247	0.805
Telekomunikaciju_sektorius	0.110	.008	.425	13.959	0.000

a. Priklausomas kintamasis: OMX Vilnius Indeksas

Iš 22 lentelės matome, kad su reikšmingumo lygmeniu $\alpha = 0,05$ iš visų modelio parametru statistiškai reikšmingi yra tik Žaliavų, technologijos, sveikatos, pagrindinių išteklių, nekilnojamojo turto ir chemijos ekonominiai sektoriai. Tą rodo ir dalinis regresijų liekanų grafikai (9 priedas 1,2,7,8,9,12Pav.), kuriuose standartizuotosios liekanos turėtų būti nelabai didelės ir beveik vienodai išsibarsčiusios apie tiesę $y = 0$. Iš R , R^3 ir R^4 grafikų, matome, kad modelis bus tiesinis, nes R Linear reikšmės yra mažiausios.

Standartizuotųjų liekanų histograma kartu su normaliąja kreive pateikiama 26 paveiksle. Greta – gautas vidurkis ir standartinis nuokrypis. Viena iš sąlygų sudaryti modelį yra, kad tiriamųjų duomenų standartizuotųjų liekanų skirstinio aproksimavimas būtų panašus į normaliojo skirstinio, tą mes ir matome 26 paveiksle.



26 Pav. Standartizuotųjų liekanų histograma.

Todėl sudarome daugialypės tiesinės regresijos modelį :

$$\text{Regresijos modelis} = -1,956 + 0,52A + 0,000023B - 0,14C + 0,27D + 0,23E + 0,02F \quad (4.4.1.1)$$

Čia: *A* – Žaliavų sektorius (mineralinės, augalinės, gyvulininkystės žaliavos)

B – Chemijos sektorius (formacija, chemija ir kt.)

C – Pagrindinių išteklių sektorius (energetikos, gamtiniai ir kt.)

D – Sveikatos apsaugos sektorius (tiek privatus, tiek viešasis sektorius);

E – Nekilnojamojo turto sektorius (statyba, prekyba, investicijos ir t.t.);

F – Technologijų sektorius (technikos gamyba, prekybą ir t.t.)

IŠVADOS

- Diplominiame darbe apžvelgta vertybinių popierių biržos NASDAQ OMX Group, Inc. akcijų indeksas OMX Vilnius, nustatyta jo sudarymo principai, sudėtis. Iš internetinės duomenų bazės gauti akcijų indekso 1330 stebėjimai, kurie apima 2009-01-01 – 2014-05-12 laikotarpį. Akcijų indekso stebėjimų imtis buvo suskirstyta atskirais intervalais ieškant geriausio intervalo pasitelkus laiko eilučių prognozavimo metodus.
- Vertybinių popierių biržos NASDAQ OMX akcijų indekso "OMX Vilnius" laiko eilučių analizei prognozavimui buvo išskirti šeši intervalai [1:266], [53:266], [105:266], [157:266] [209:266] ir [230:266], kuriuos išanalizavus atskirai buvo palyginti pagal vidutines absoliutines paklaidas (MAE) ir informacinį Bayes'o kriterijų (BIC). Gauti skaičiavimai parodė, kad tiksliausias yra [157:266] savaičių intervalas. Tiksliausias prognozavimo modelis šiai sekai buvo ARIMA(2,1,0), kuris įgijo MAE=1,151, o BIC=1,101 reikšmes.
- Buvo patikrinta prognozavimų modelių sudarymo algoritmas, pagal prielaidą, kad sudarytas ARIMA (2,1,0) modelis nėra tiksliausias intervalui [157:266] ir perrinkti mechanškai visi kiti darbe pasirinkti laiko eilučių prognozavimo modeliai. Paneigus prielaidą, kad parinktas modelis [157:266] intervalui nėra tiksliausias, padarėme išvadą, kad skirtingiems intervalams sudaromi modeliai buvo parinkti teisingai.
- Mūsų taikytiems prognozavimo modeliams tiksliausiai duomenų imčiai buvo sudaryta daugialypė tiesinė regresija, tiriant akcijų indekso OMX Vilnius priklausomybę nuo ekonominių sektorių. Iš analizei pasirinktų sektorių statistiškai reikšmingi buvo tik žaliavų, technologijos, sveikatos, pagrindinių išteklių, nekilnojamojo turto ir chemijos sektoriai. Pagal šią statistiką buvo sudarytas daugialypės tiesinės regresijos modelis, kuris priklauso nuo chemijos, žaliavų, pagrindinių išteklių, sveikatos apsaugos, nekilnojamojo turto ir technologijų sektorių.
- Pagal 2013 ekonomikos Nobelio laureatų Eugene'o F. Famos, Larso Peterio Hanseno ir Roberto J. Shillerio teoriją, akcijų indeksui „OMX Vilnius“ sudaromiems prognozavimo modeliams tiksliausias yra 2-3 metų intervalas, o investuojant reikia stebėti veiksnius (politinius, geopolitinius, reinžineringo, atnaujinimo procesus, susijungimus ir kt.) įtakančius agrokultūros, chemijos, energetikos, sveikatos, nekilnojamojo turto ir technologijos ekonominius sektorius.

LITERATŪROS SĄRAŠAS

1. www.nasdaqomxbaltic.com
2. Aksomaitis A., Tikimybių teorija ir statistika, Kaunas: Technologija, 2002. (pataisytas leidimas).
3. Nerutė Kligienė. Įvadas į atsitiktinių sekų analizę. Vilnius “Technika”, 1998.
4. Kazimieras Pūkėnas. *Laiko eilučių prognozavimas su SPSS, decision time & What if?*. LIETUVOS KŪNO KULTŪROS AKADEMIJA, 2006.
5. Mindaugas Kavaliauskas, Rimantas Rudzkis. *Laiko eilučių analizė. Paskaitų konspektas*. Kauno technologijos universitetas, 2013.
6. Fisher, T. J. Testing Adequacy of ARMA Models using a Weighted Portmanteau Test on the Residual Autocorrelations. Prieiga per internetą:
<http://support.sas.com/resources/papers/proceedings11/237-2011.pdf>.
7. Fama, E. F., „My life in finance“ (2011).
8. Hansen, L. P., „Generalized method of moments estimation“ (2008).
9. Robert J. Shiller „Irrational Exuberance“ (2000).
10. Kristina Lukoševičiūtė. *Chaotinių procesų rekonstravimo bei algebrinių sekų modeliai laiko eilučių prognozavime*. Daktaro disertacija, KTU, Kaunas (2012)
11. Bačinskas A., Janilionis V., Jokimaitis A., Tikimybių teorijos ir statistikos praktikumas, Kaunas: Technologija, (2002).

PRIEDAI

1 Priedas

Lentelė 1.

Pradiniai duomenys

Date	OMXV Value
2009.01.01	179,25
2009.01.05	181,08
2009.01.06	188,33
2009.01.07	193,88
2009.01.08	187,76
2009.01.09	191,26
2009.01.12	191,17
2009.01.13	189,55
2009.01.14	192,27
2009.01.15	191,17
2009.01.16	190,31
2009.01.19	195,24
2009.01.20	192,38
2009.01.21	188,63
2009.01.22	190,15
2009.01.23	189,06
2009.01.26	191,09
2009.01.27	190,93
2009.01.28	191,76
2009.01.29	192,52
2009.01.30	191,26
-----	-----
2014.04.22	451,11
2014.04.23	453,89
2014.04.24	451,47
2014.04.25	450,59
2014.04.28	450,96
2014.04.29	451,46

2014.04.30	450,22
2014.05.02	451,21
2014.05.05	449,71
2014.05.06	449,02
2014.05.07	455,07
2014.05.08	453,52
2014.05.09	454,37
2014.05.12	461,01

2 PRIEDAS.**Lentelė. 1****Diferencijuotos autokoreliacijos funkcijos reikšmės [1:223] savaitių intervale.**

Autocorrelations					
Series: OMX Vilnius Indeksas					
Lag	Autocorrelation	Standartinė paklaida ^a	Ljung-Box'o Statistic		
			Value	df	Sig. ^b
1	.108	.031	12.451	1	.000
2	.034	.031	13.659	2	.001
3	.002	.031	13.664	3	.003
4	.039	.031	15.331	4	.004
5	-.022	.031	15.860	5	.007
6	.020	.031	16.287	6	.012
7	.021	.031	16.762	7	.019
8	.069	.031	21.869	8	.005
9	.035	.030	23.178	9	.006
10	.094	.030	32.659	10	.000
11	.009	.030	32.756	11	.001
12	.024	.030	33.360	12	.001
13	-.010	.030	33.472	13	.001
14	-.015	.030	33.707	14	.002
15	-.018	.030	34.043	15	.003
16	.023	.030	34.633	16	.004
17	.014	.030	34.838	17	.007
18	.053	.030	37.923	18	.004
19	.043	.030	39.945	19	.003
20	.033	.030	41.132	20	.004
21	.003	.030	41.139	21	.005
22	-.035	.030	42.496	22	.005
23	-.007	.030	42.545	23	.008
24	-.051	.030	45.416	24	.005
25	-.018	.030	45.780	25	.007
26	-.013	.030	45.975	26	.009

27	.007	.030	46.026	27	.013
28	.003	.030	46.037	28	.017
29	-.034	.030	47.289	29	.017
30	.018	.030	47.655	30	.021
31	-.017	.030	47.988	31	.026
32	.034	.030	49.255	32	.026
33	.034	.030	50.493	33	.026
34	-.032	.030	51.635	34	.027
35	-.043	.030	53.635	35	.023
36	-.032	.030	54.763	36	.023
37	.025	.030	55.441	37	.026
38	.041	.030	57.332	38	.023
39	.015	.030	57.585	39	.028
40	.011	.030	57.728	40	.034
a. The underlying process assumed is independence (white noise).					
b. Based on the asymptotic chi-square approximation.					

3 PRIEDAS

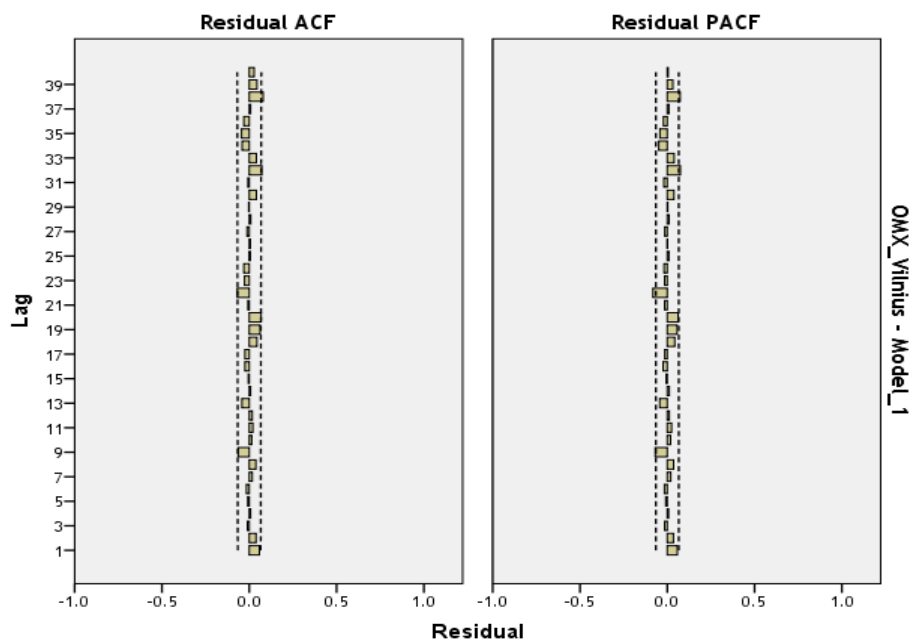
53-266 savaitės prognozės modelis.

Lentelė 1.

Diferencijuotos autokoreliacijos funkcijos reikšmės.

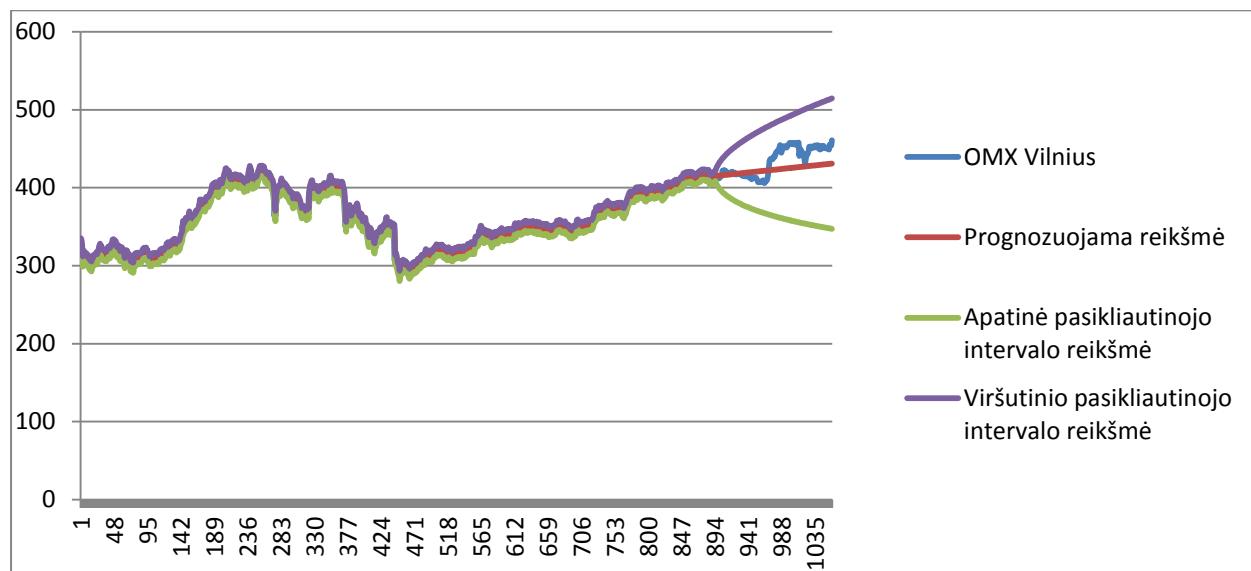
Autocorrelations					
Series: OMX Vilnius Indeksas					
Lag	Autocorrelation	Standartinė paklaida ^a	Ljung-Box'o Statistic		
			Value	df	Sig. ^b
1	,070	,034	4,219	1	,040
2	,043	,034	5,776	2	,056
3	-,023	,034	6,245	3	,100
4	,016	,034	6,467	4	,167
5	-,014	,034	6,631	5	,250
6	-,023	,034	7,084	6	,313
7	,002	,034	7,088	7	,420
8	,031	,034	7,936	8	,440
9	-,060	,034	11,067	9	,271
10	,015	,034	11,257	10	,338
11	,013	,034	11,398	11	,411
12	,011	,034	11,506	12	,486
13	-,047	,034	13,455	13	,413
14	,004	,034	13,469	14	,490
15	-,011	,034	13,568	15	,558
16	-,026	,034	14,137	16	,588
17	-,023	,034	14,581	17	,626
18	,046	,034	16,399	18	,565
19	,062	,034	19,763	19	,409
20	,070	,034	24,032	20	,241
21	-,005	,034	24,054	21	,290
22	-,062	,034	27,424	22	,196
23	-,032	,034	28,324	23	,204
24	-,029	,034	29,085	24	,217
25	,010	,034	29,166	25	,257

26	,012	,034	29,298	26	,298
27	-,003	,034	29,307	27	,346
28	,007	,034	29,356	28	,395
29	,001	,034	29,357	29	,447
30	,046	,034	31,238	30	,404
31	-,006	,034	31,273	31	,453
32	,066	,034	35,198	32	,319
33	,037	,034	36,441	33	,312
34	-,042	,033	38,009	34	,292
35	-,043	,033	39,641	35	,271
36	-,038	,033	40,948	36	,262
37	,013	,033	41,100	37	,296
38	,083	,033	47,337	38	,142
39	,042	,033	48,884	39	,133
40	,031	,033	49,767	40	,138
a. The underlying process assumed is independence (white noise).					
b. Based on the asymptotic chi-square approximation.					



1 pav. ARIMA (1,1,0) Modelio paklaidų autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafikai.

Lag 38	,079		,079	,079	,079	,079	,079	,079	,079	,079	,079
Lag 39	,044		,044	,044	,044	,044	,044	,044	,044	,044	,044
Lag 40	,028		,028	,028	,028	,028	,028	,028	,028	,028	,028



2 pav. Prognozės modelio grafikas 53-266 savaitės.

4 Priedas

105-266 savaitės.

1 lentelė

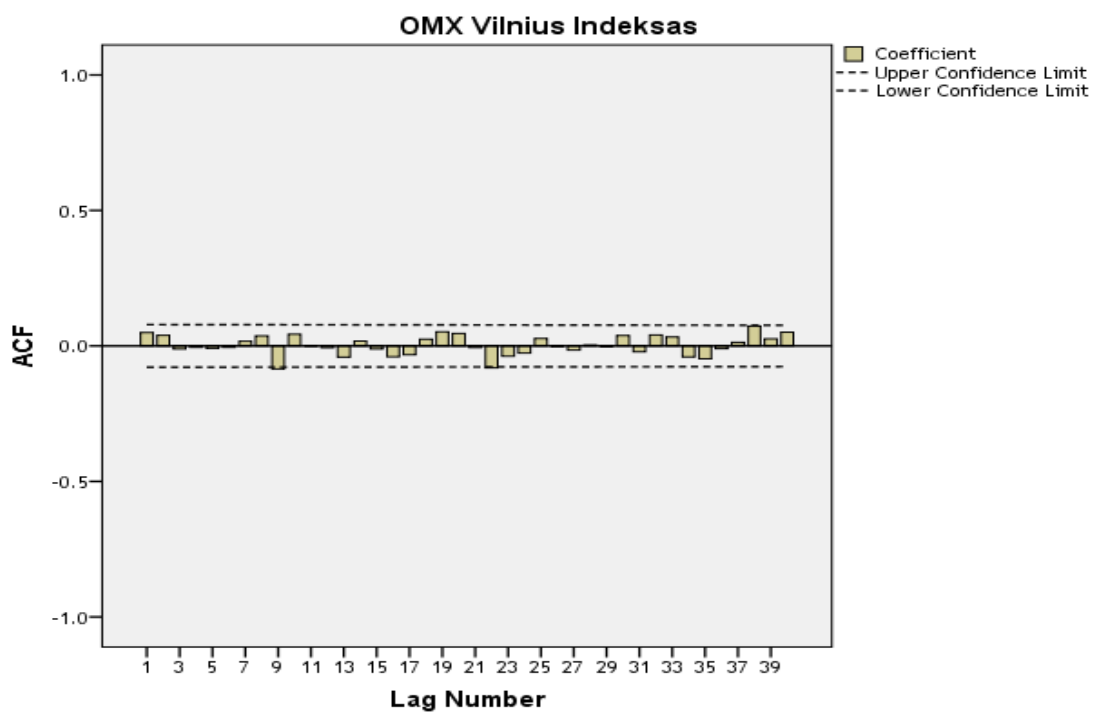
Autokoreliacijos funkcijų reikšmės po diferencijavimo.

Autocorrelations					
Series: OMX Vilnius Indeksas					
Lag	Autocorrelation	Standartinė paklaida ^a	Ljung-Box'o Statistic		
			Value	df	Sig. ^b
1	,049	,039	1,583	1	,208
2	,039	,039	2,559	2	,278
3	-,012	,039	2,646	3	,450
4	-,005	,039	2,664	4	,615
5	-,009	,039	2,715	5	,744
6	-,005	,039	2,730	6	,842
7	,017	,039	2,928	7	,892
8	,037	,039	3,815	8	,873
9	-,085	,039	8,548	9	,480
10	,043	,039	9,773	10	,461
11	-,001	,039	9,774	11	,551
12	-,007	,039	9,803	12	,633
13	-,041	,039	10,927	13	,617
14	,018	,039	11,138	14	,675
15	-,012	,039	11,226	15	,736
16	-,040	,039	12,276	16	,725
17	-,032	,039	12,977	17	,738
18	,025	,039	13,377	18	,769
19	,052	,039	15,172	19	,712
20	,046	,039	16,592	20	,679
21	-,006	,039	16,616	21	,734
22	-,081	,039	21,029	22	,519
23	-,038	,039	21,978	23	,522
24	-,027	,039	22,449	24	,552
25	,028	,039	22,966	25	,580
26	-,002	,039	22,968	26	,635

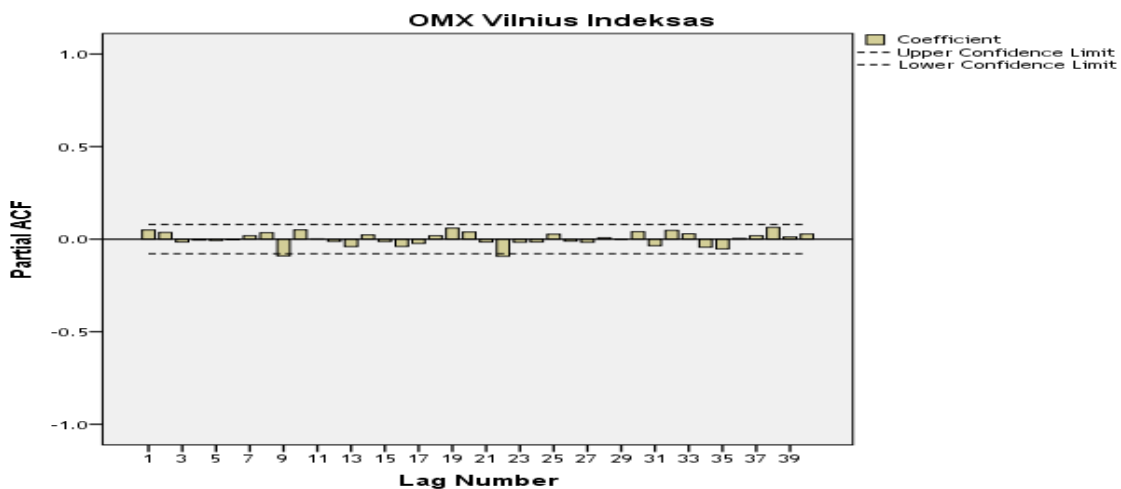
27	-,015	,039	23,124	27	,678
28	,004	,038	23,135	28	,726
29	-,004	,038	23,144	29	,770
30	,039	,038	24,154	30	,765
31	-,022	,038	24,468	31	,791
32	,040	,038	25,573	32	,782
33	,033	,038	26,321	33	,789
34	-,041	,038	27,449	34	,779
35	-,047	,038	28,989	35	,753
36	-,010	,038	29,053	36	,788
37	,013	,038	29,176	37	,817
38	,073	,038	32,838	38	,707
39	,026	,038	33,309	39	,726
40	,051	,038	35,087	40	,691

a. The underlying process assumed is independence (white noise).

b. Based on the asymptotic chi-square approximation.

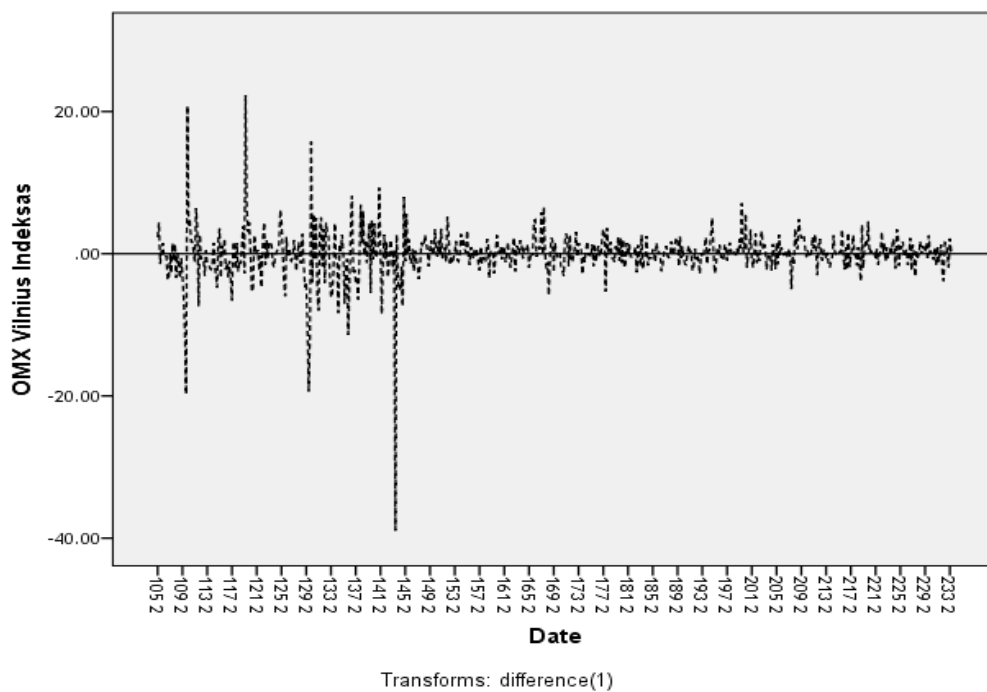


a)



b)

1 pav. diferencijuoti autoregresijos ir dalinės autoregresijos funkcijų grafikai 105-266 savaitių laikotarpyje.



2 Pav. vieną kartą diferencijuotas duomenų grafikas.

Lag 36	-,009		-,009	-,009	-,009	-,009	-,009	-,009	-,009	-,009	-,009
Lag 37	,011		,011	,011	,011	,011	,011	,011	,011	,011	,011
Lag 38	,070		,070	,070	,070	,070	,070	,070	,070	,070	,070
Lag 39	,020		,020	,020	,020	,020	,020	,020	,020	,020	,020
Lag 40	,047		,047	,047	,047	,047	,047	,047	,047	,047	,047

5 Priedas

157-266 savaitės

1 Lentelė.

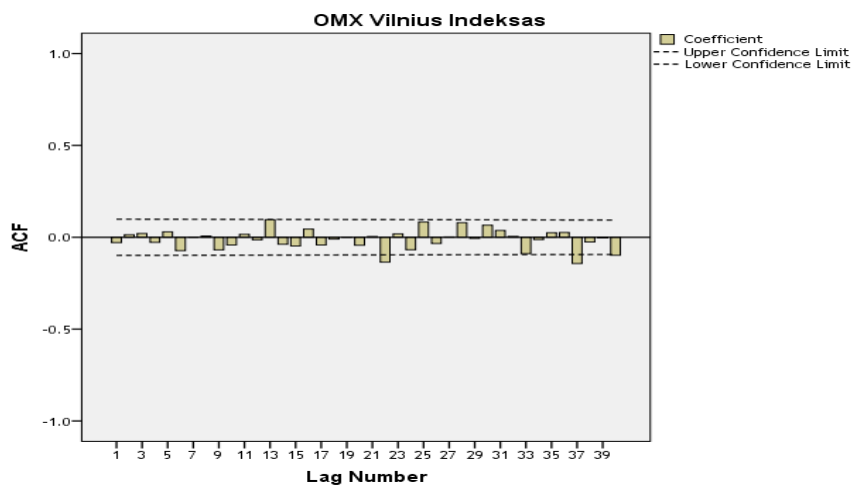
Diferencijuotos autokoreliacijos funkcijos reikšmės.

Autocorrelations					
Series: OMX Vilnius Indeksas					
Lag	Autocorrelation	Standartinė paklaida ^a	Ljung-Box'o Statistic		
			Value	df	Sig. ^b
1	-,029	,049	,352	1	,553
2	,014	,049	,430	2	,807
3	,020	,049	,603	3	,896
4	-,028	,049	,923	4	,921
5	,029	,049	1,282	5	,937
6	-,073	,049	3,500	6	,744
7	,001	,049	3,500	7	,835
8	,007	,049	3,523	8	,897
9	-,068	,049	5,491	9	,790
10	-,042	,049	6,231	10	,795
11	,016	,049	6,342	11	,850
12	-,014	,049	6,423	12	,893
13	,096	,049	10,295	13	,670
14	-,038	,048	10,900	14	,694
15	-,048	,048	11,874	15	,689
16	,045	,048	12,722	16	,693
17	-,042	,048	13,486	17	,703

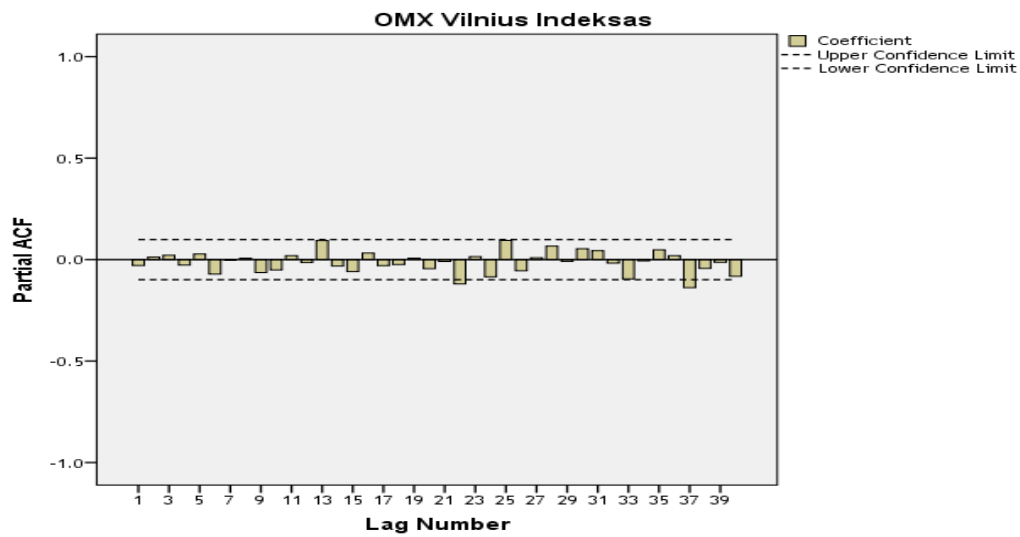
18	-,010	,048	13,531	18	,759
19	,001	,048	13,531	19	,810
20	-,043	,048	14,345	20	,813
21	,004	,048	14,352	21	,854
22	-,136	,048	22,338	22	,440
23	,019	,048	22,493	23	,491
24	-,068	,048	24,499	24	,433
25	,083	,048	27,514	25	,331
26	-,034	,048	28,022	26	,357
27	,003	,048	28,025	27	,410
28	,080	,048	30,815	28	,325
29	-,007	,048	30,835	29	,373
30	,066	,047	32,755	30	,333
31	,037	,047	33,367	31	,353
32	,005	,047	33,380	32	,400
33	-,089	,047	36,946	33	,291
34	-,013	,047	37,022	34	,331
35	,025	,047	37,298	35	,364
36	,026	,047	37,611	36	,395
37	-,143	,047	46,884	37	,128
38	-,025	,047	47,175	38	,146
39	-,004	,047	47,180	39	,173
40	-,098	,047	51,544	40	,104

a. The underlying process assumed is independence (white noise).

b. Based on the asymptotic chi-square approximation.

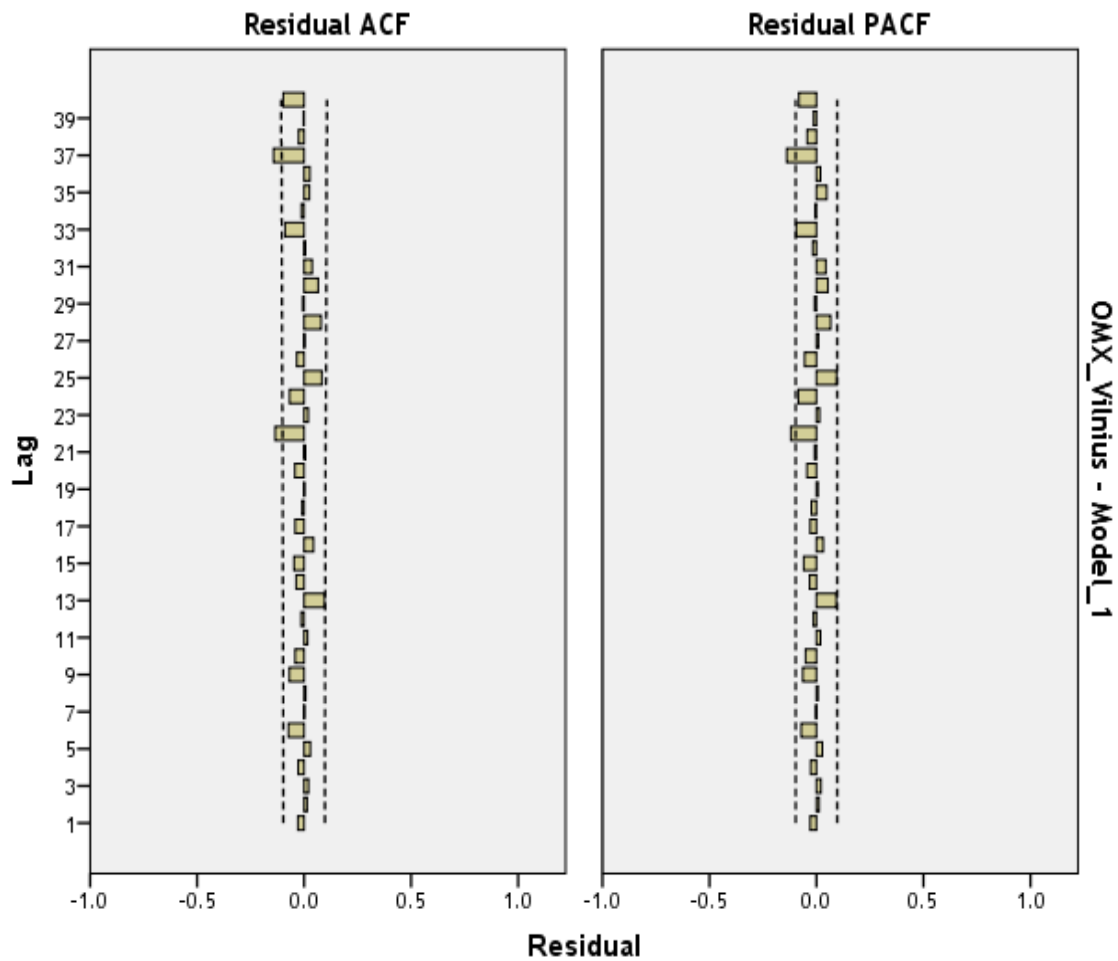


a)

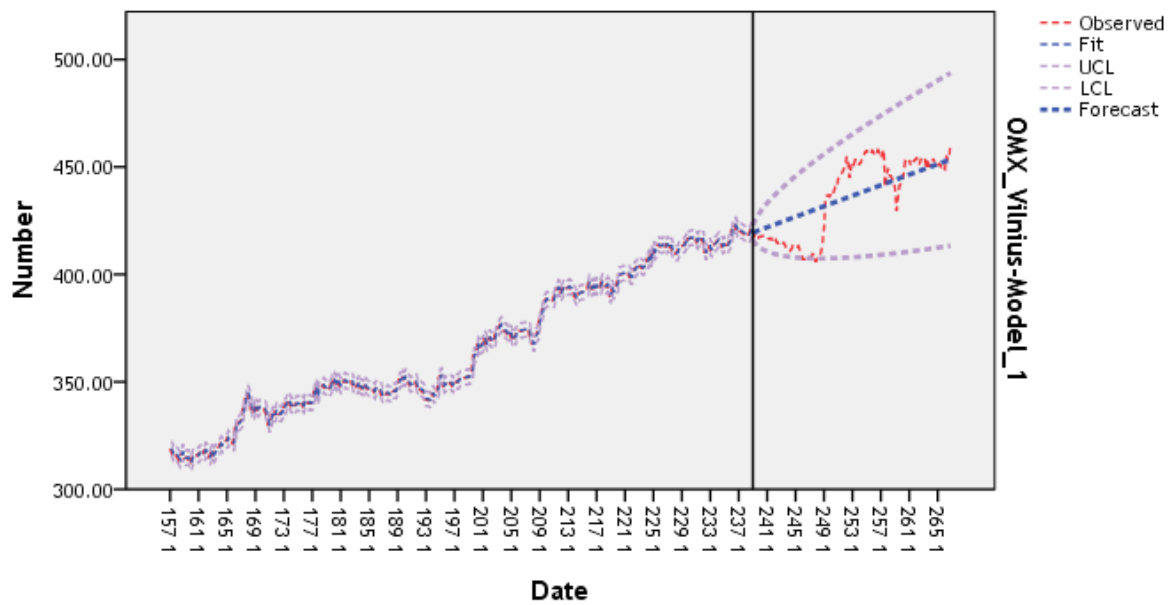


b)

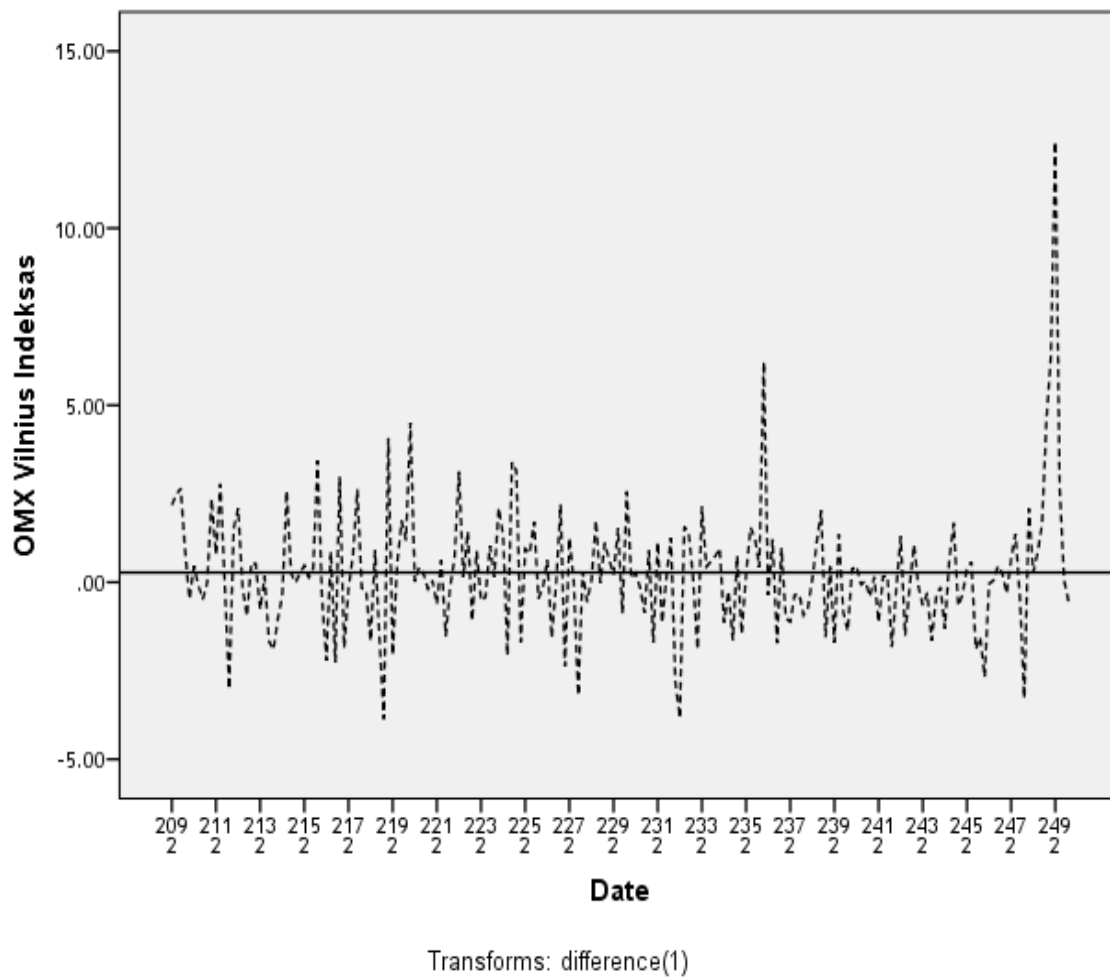
1 pav.



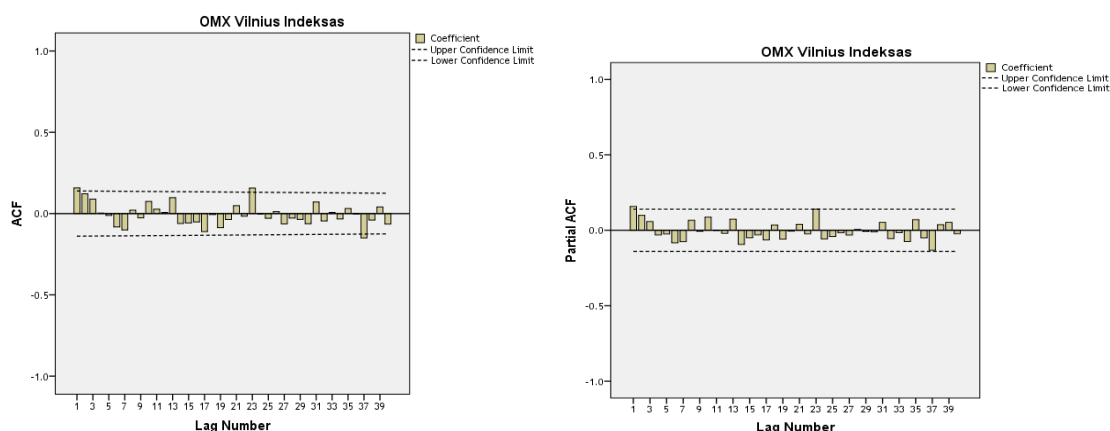
2 Pav. ARIMA (2,1,0) autoregresijos ir dalinės autoregresijos funkcijų grafikai.



4 pav. Bendras prognozės grafikas.

6 PRIEDAS**209-250 SAV**

1 Pav. Vieną kartą diferencijuotas duomenų grafikas [209:250] savaitių intervale.



2 Pav. Vieną kartą diferencijuotos autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijos reikšmės [209:250] savaitių intervale.

1 Lentelė

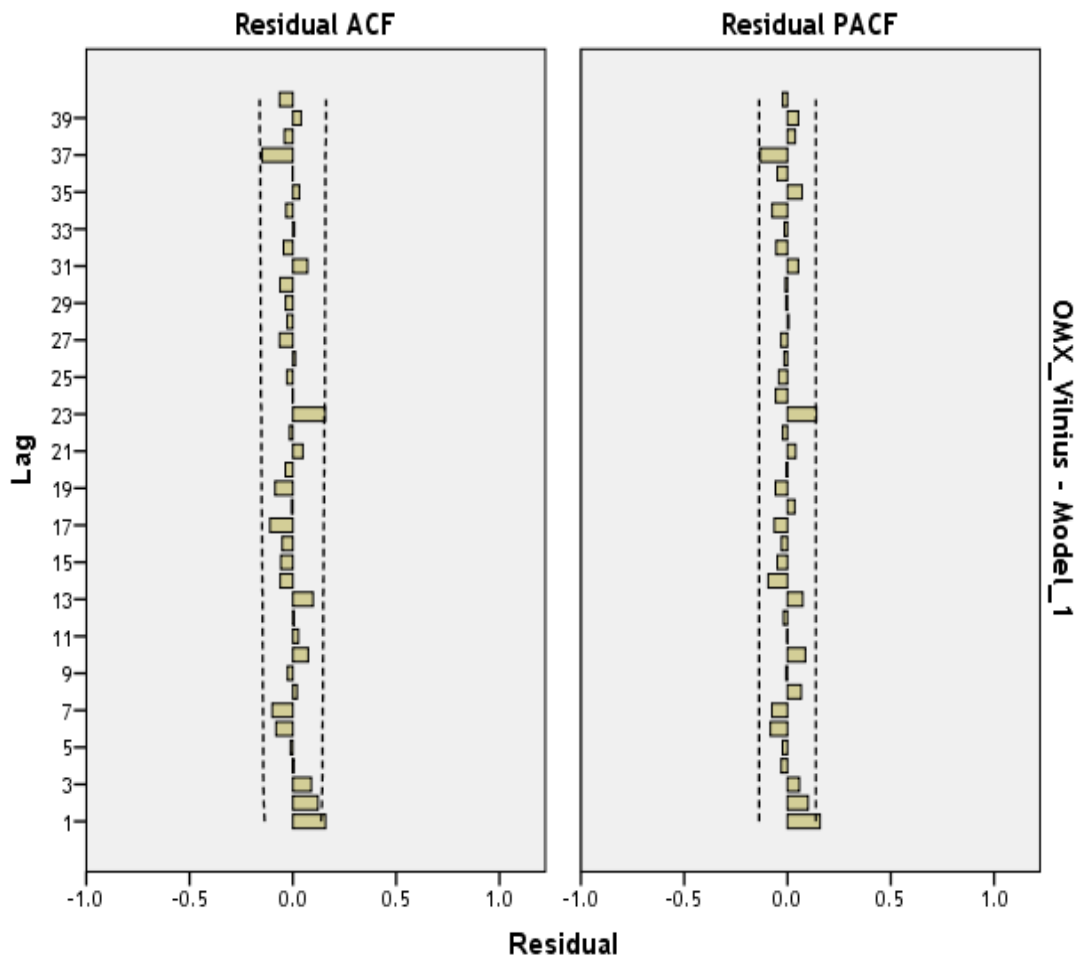
Vieną kartą diferencijuotos autokoreliacijos funkcijos reikšmės

Series: OMX Vilnius Indeksas					
Lag	Autocorrelation	Standartinė paklaida ^a	Ljung-Box'o Aprašomoji statistika		
			Value	df	Sig. ^b
1	,158	,070	5,174	1	,023
2	,122	,069	8,250	2	,016
3	,089	,069	9,898	3	,019
4	,003	,069	9,900	4	,042
5	-,011	,069	9,927	5	,077
6	-,082	,069	11,359	6	,078
7	-,100	,068	13,509	7	,061
8	,021	,068	13,601	8	,093
9	-,026	,068	13,749	9	,132
10	,075	,068	14,952	10	,134
11	,027	,068	15,113	11	,177
12	,007	,068	15,124	12	,235
13	,098	,067	17,223	13	,189
14	-,061	,067	18,051	14	,204

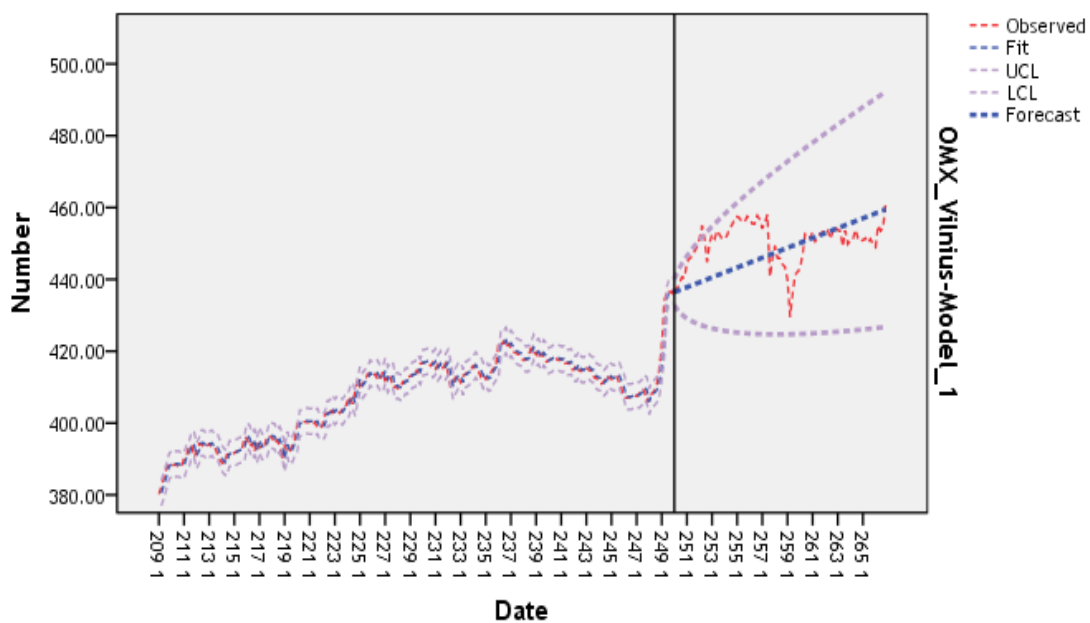
15	-,058	,067	18,787	15	,224
16	-,052	,067	19,380	16	,249
17	-,111	,067	22,131	17	,180
18	-,006	,067	22,139	18	,226
19	-,086	,066	23,836	19	,203
20	-,036	,066	24,137	20	,236
21	,048	,066	24,674	21	,262
22	-,016	,066	24,735	22	,310
23	,157	,066	30,457	23	,137
24	-,002	,065	30,457	24	,170
25	-,029	,065	30,656	25	,201
26	,012	,065	30,691	26	,240
27	-,064	,065	31,664	27	,245
28	-,028	,065	31,851	28	,281
29	-,036	,065	32,159	29	,313
30	-,062	,064	33,092	30	,319
31	,071	,064	34,330	31	,311
32	-,046	,064	34,837	32	,335
33	,007	,064	34,850	33	,380
34	-,033	,064	35,121	34	,415
35	,031	,063	35,364	35	,451
36	-,002	,063	35,364	36	,499
37	-,150	,063	41,003	37	,299
38	-,040	,063	41,414	38	,324
39	,040	,063	41,827	39	,349
40	-,065	,062	42,896	40	,348

a. The underlying process assumed is independence (white noise).

b. Based on the asymptotic chi-square approximation.



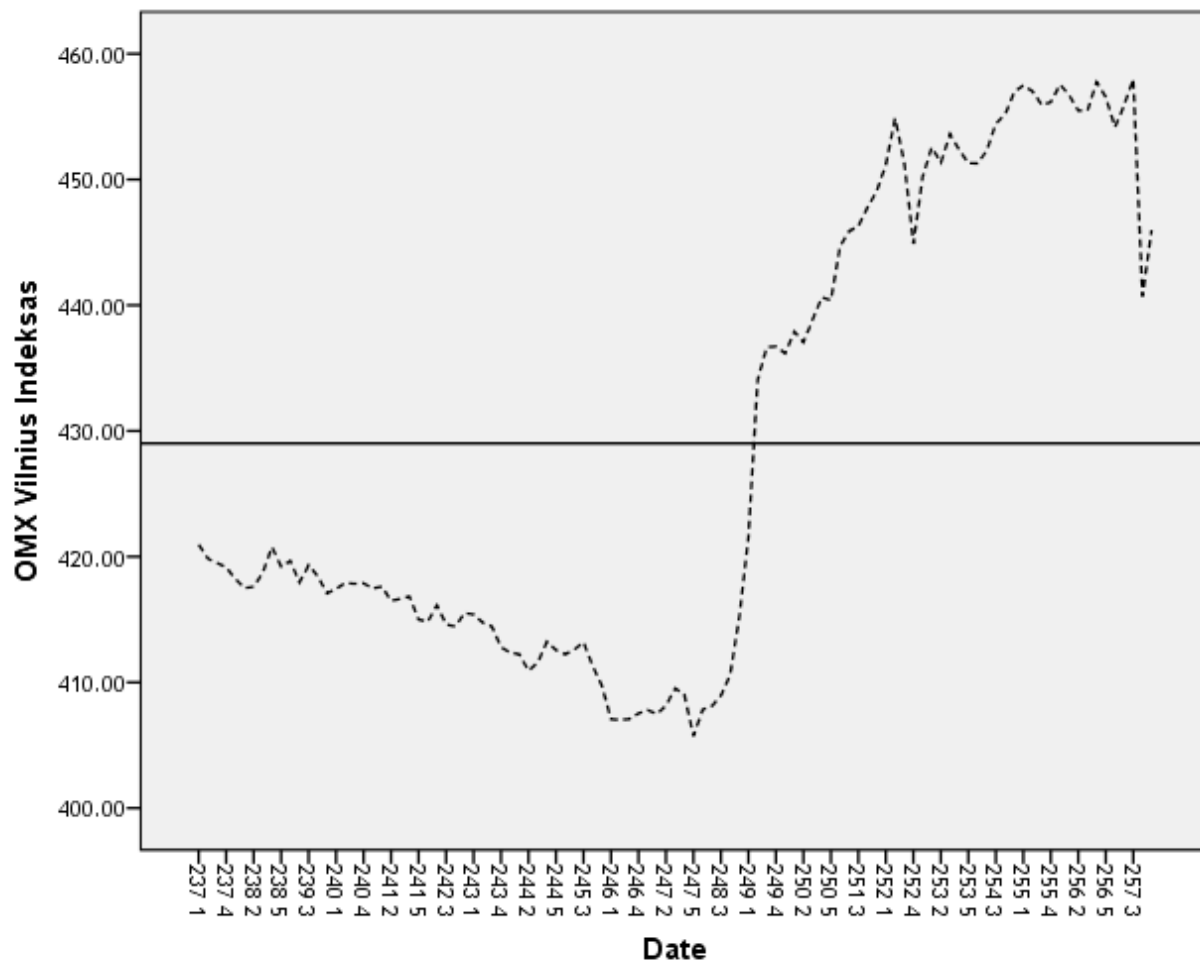
3 Pav. Paklaidų autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijų reikšmės ARIMA (1,1,0) Modeliui.

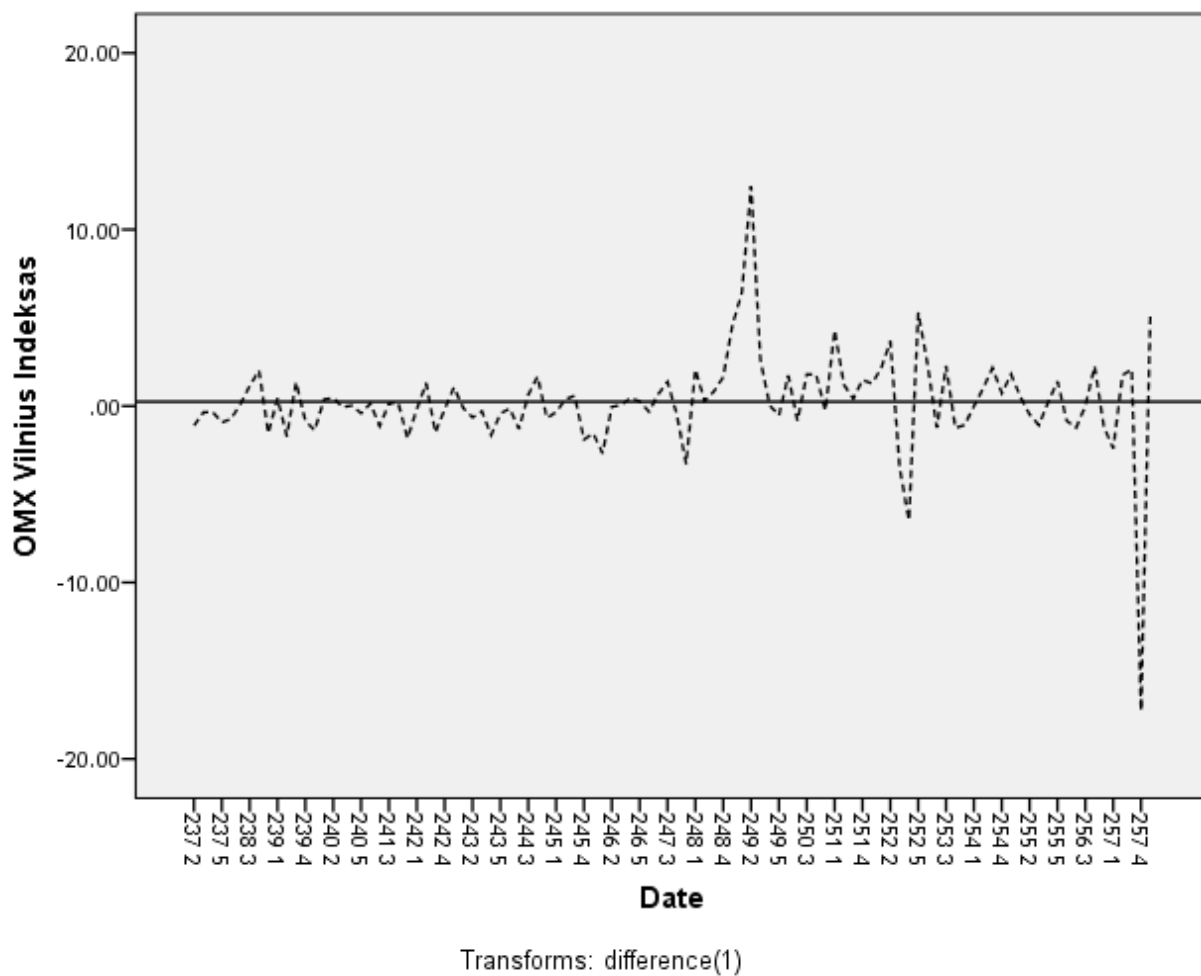


4 Pav. ARIMA (1,1,0) modelio prognozavimo grafikas.

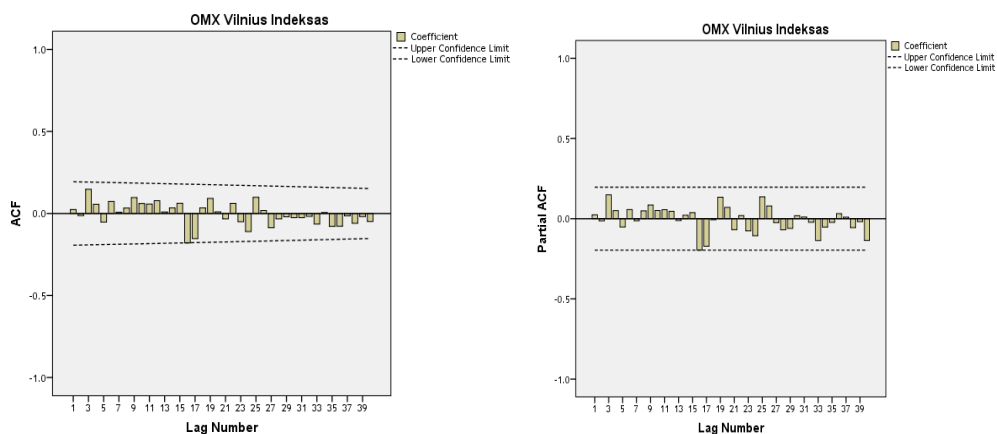
7 PRIEDAS

237-266 savaitės.

**1 pav. Duomenų grafikas su vidurkį nurodančia tiese [237:266] intervale.**



2 pav. Vieną kartą diferencijuotas duomenų grafikas [237:266] savaitių intervale.



3 pav. Autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijų grafikai [237:266] savaitių intervale po diferencijavimo.

Lentelė 1

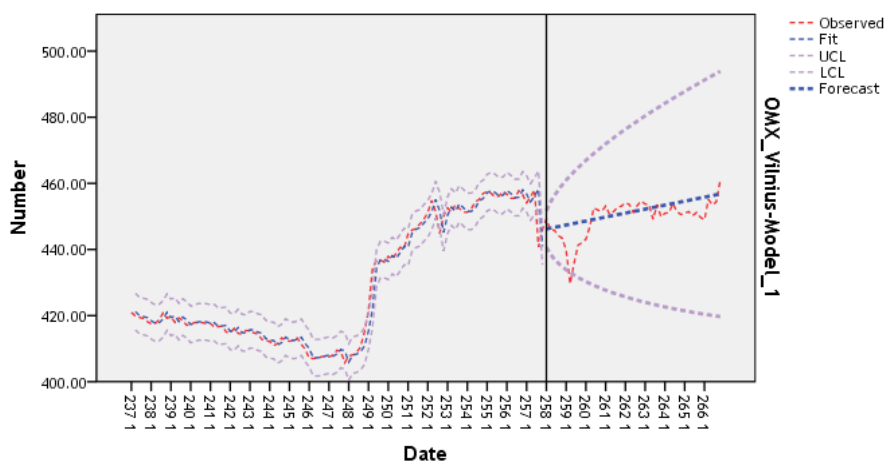
Autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijų reikšmės [237:266] savaitių intervale po diferencijavimo.

Series: OMX Vilnius Indeksas					
Lag	Autocorrelation	Standartinė paklaida ^a	Box-Ljung Statistic		
			Value	df	Sig. ^b
1	,024	,097	,064	1	,801
2	-,013	,096	,081	2	,960
3	,148	,096	2,467	3	,481
4	,056	,095	2,817	4	,589
5	-,052	,095	3,123	5	,681
6	,073	,094	3,725	6	,714
7	,008	,094	3,731	7	,810
8	,033	,093	3,857	8	,870
9	,097	,093	4,954	9	,838
10	,061	,092	5,389	10	,864
11	,058	,092	5,782	11	,888
12	,078	,091	6,507	12	,888
13	,009	,091	6,518	13	,925
14	,033	,090	6,655	14	,947

15	,063	,090	7,141	15	,954
16	-,180	,089	11,203	16	,797
17	-,153	,089	14,181	17	,654
18	,034	,088	14,330	18	,707
19	,091	,088	15,414	19	,696
20	,010	,087	15,426	20	,752
21	-,033	,087	15,574	21	,793
22	,062	,086	16,084	22	,812
23	-,050	,086	16,427	23	,836
24	-,110	,085	18,102	24	,798
25	,098	,085	19,449	25	,775
26	,018	,084	19,495	26	,815
27	-,087	,084	20,586	27	,805
28	-,033	,083	20,743	28	,836
29	-,020	,082	20,803	29	,866
30	-,025	,082	20,899	30	,891
31	-,026	,081	20,998	31	,912
32	-,018	,081	21,045	32	,931
33	-,064	,080	21,688	33	,934
34	,006	,080	21,694	34	,949
35	-,079	,079	22,691	35	,946
36	-,078	,079	23,682	36	,943
37	-,014	,078	23,713	37	,956
38	-,060	,077	24,305	38	,959
39	-,019	,077	24,365	39	,968
40	-,049	,076	24,775	40	,972

a. The underlying process assumed is independence (white noise).

Lag 39	-,019		-,019	-,019	-,019	-,019	-,019	-,019	-,019	-,019	-,019
Lag 40	-,049		-,049	-,049	-,049	-,049	-,049	-,049	-,049	-,049	-,049



5 pav. prognozės modelis.

3 lentelė.

Prognozės modelio ARIMA (1,1,0) aprašomoji statistika.

ARIMA(1,1,0)							
Modelis	Modelio Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)		
	RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	2,779	,367	1,592	2,180	17,933	17	,393

4 lentelė.

Prognozės modelio ARIMA (2,1,0) aprašomoji statistika.

ARIMA(2,1,0)							
Modelis	Modelio Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)		
	RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	2,781	,364	1,580	2,174	16,966	16	,388

8 PRIEDAS

[157:266] Intervalo, visų perrinktų prognozės modelių, aprašamosios statistikos

1 Lentelė.

EkspONENTINIO GLODINIMO HOLT MODELIO STATISTIKA

Holt									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,728	,351	1,273	1,123	13,414	16	,642	0

2 Lentelė.

EkspONENTINIO GLODINIMO BROWN'o MODELIO STATISTIKA

Brown									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,874	,387	1,405	1,270	39,148	17	,000	0

3 Lentelė.

EkspONENTINIO GLODINIMO DAMPED'o TREND'o MODELIO STATISTIKA

Damped trend									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,730	,350	1,269	1,140	12,943	15	,607	0

4 Lentelė.

ARIMA (0,1,0) modelio statistika

ARIMA (0,1,0)										
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika					Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.		
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,728	,351	1,274	1,109	13,531	18	,759	0	

5 Lentelė.

ARIMA (1,1,0) modelio statistika

ARIMA (1,1,0)										
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika					Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.		
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,745	,351	1,275	1,129	13,255	17	,719	0	

6 Lentelė.,

ARIMA (2,1,0) modelio statistika

ARIMA (2,1,0)										
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika					Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.		
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,732	,294	1,151	1,102	12,789	16	,788	0	

7 Lentelė.

ARIMA (2,1,1) modelio statistika

ARIMA (2,1,1)									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,726	,351	1,270	1,150	12,180	15	,665	0

8 Lentelė.

ARIMA (0,1,1) modelio statistika

ARIMA (0,1,1)									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,730	,351	1,272	1,125	12,827	17	,748	0

9 Lentelė.

ARIMA (1,1,1) modelio statistika

ARIMA(1,1,1)									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,732	,351	1,271	1,142	12,804	16	,687	0

10 Lentelė.**ARIMA (1,1,2) modelio statistika**

ARIMA(1,1,2)									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,726	,350	1,270	1,151	12,354	15	,652	0

11 Lentelė.**ARIMA (2,1,2) modelio statistika**

ARIMA(2,1,2)									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,734	,351	1,274	1,174	14,011	14	,449	0

12 Lentelė**ARIMA (0,2,1) modelio statistika**

ARIMA(0,2,1)									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,747	,356	1,291	1,145	12,787	17	,750	0

13 Lentelė.

ARIMA (1,2,0) modelio statistika

ARIMA(1,2,0)									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	2,122	,449	1,627	1,534	73,844	17	,000	0

14 Lentelė.

ARIMA (1,2,1) modelio statistika

ARIMA(1,2,1)									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,748	,356	1,289	1,161	12,147	16	,734	0

15 Lentelė.

ARIMA (1,2,2) modelio statistika

ARIMA(1,2,2)									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,752	,357	1,294	1,180	12,925	15	,608	0

16 Lentelė.

ARIMA (2,2,1) modelio statistika

ARIMA(2,2,1)									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,751	,356	1,289	1,179	12,291	15	,657	0

17 Lentelė.

ARIMA (2,2,2) modelio statistika

ARIMA(2,2,2)									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,750	,358	1,296	1,193	11,610	14	,638	0

18 Lentelė.

ARIMA (0,2,2) modelio statistika

ARIMA(0,2,2)									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,754	,359	1,302	1,168	16,072	16	,448	0

19 lentelė.

ARIMA (2,2,0) modelio statistika

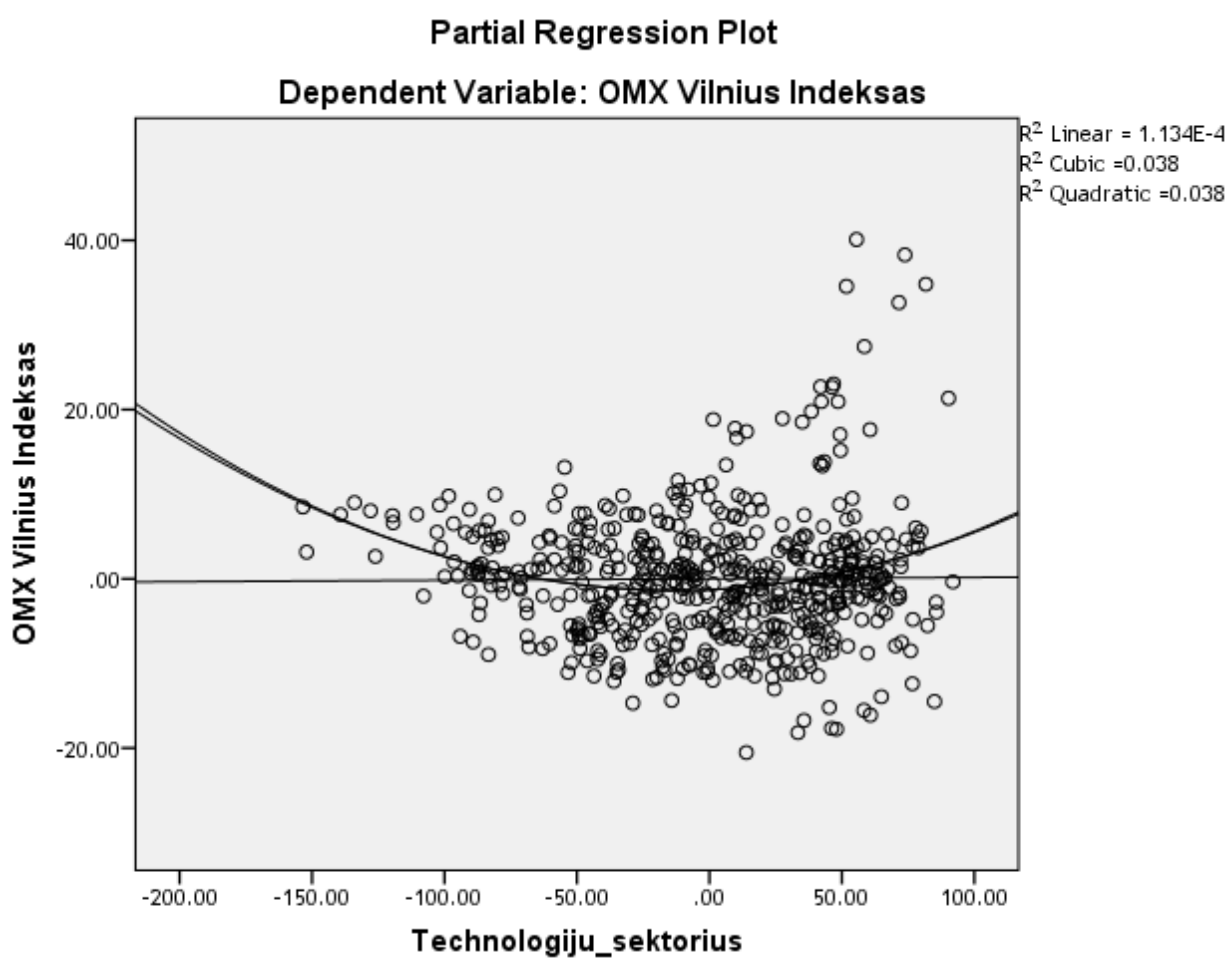
ARIMA(2,2,0)									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	1,992	,421	1,526	1,423	46,866	16	,000	0

20 Lentelė.

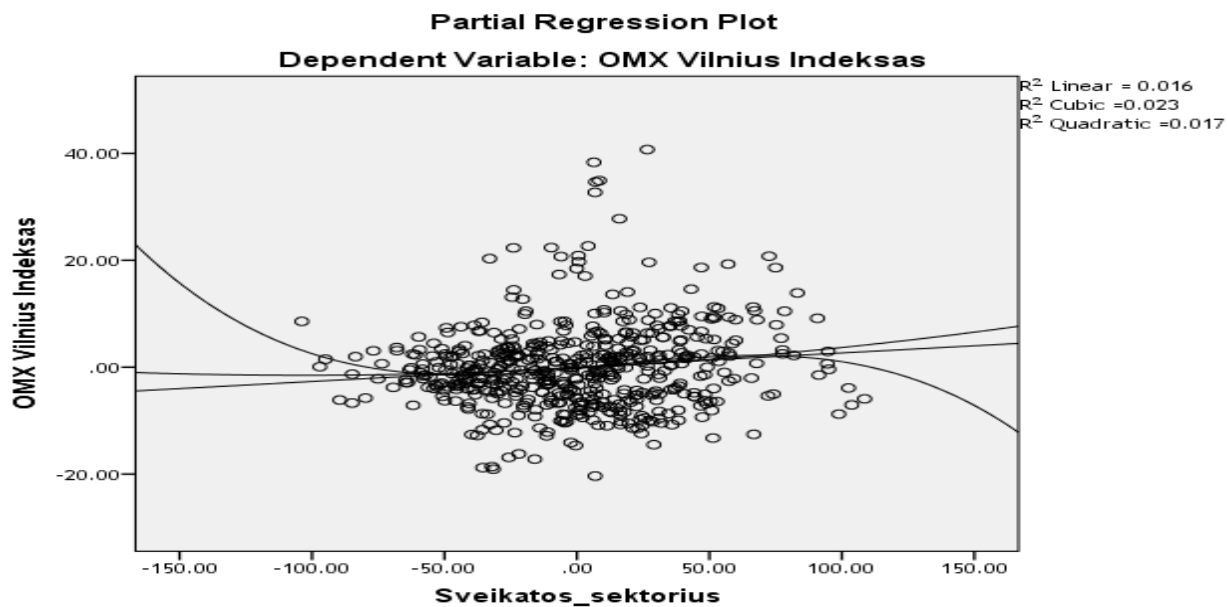
ARIMA (0,2,0) modelio statistika

ARIMA (0,2,0)									
Model	Number of Predictors	Model Fit Aprašomoji statistika				Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
		RMSE	MAPE	MAE	Informacinis Bayes'o kriterijus BIC	Aprašomoji statistika	DF	Sig.	
OMX Vilnius Indeksas-Model_1	0	2,478	,518	1,884	1,829	134,547	18	,000	0

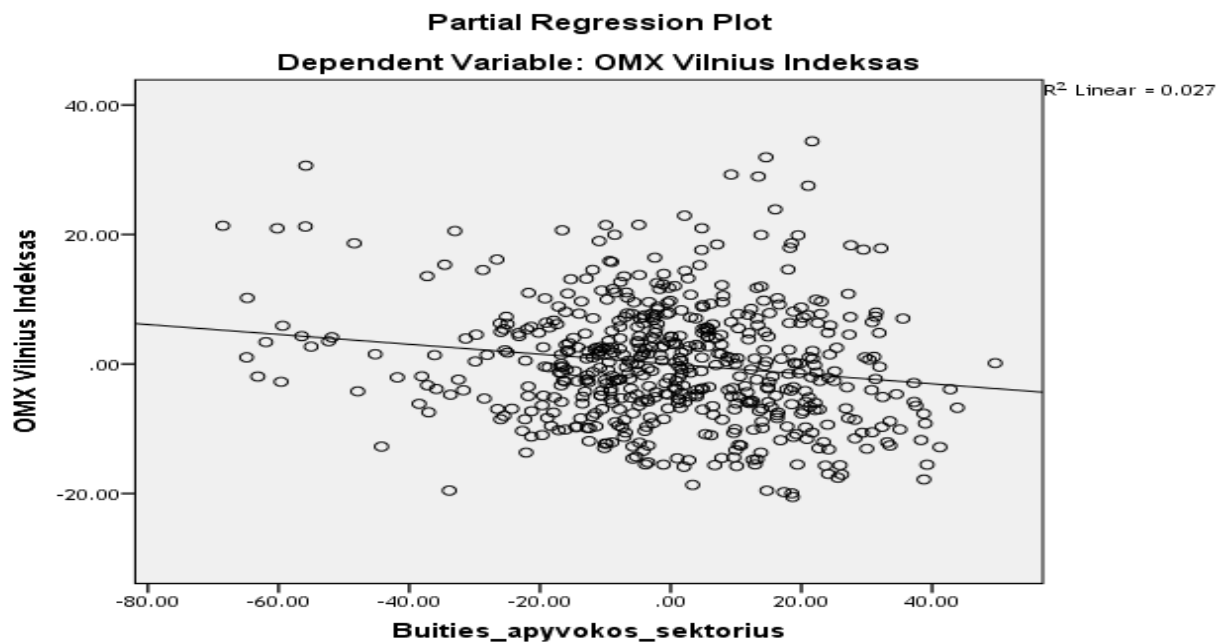
9 PRIEDAS

DAUGIALYPĖ TIESINĖ REGRESRIJA NUO EKONOMINIŲ
SEKTORIŲ.

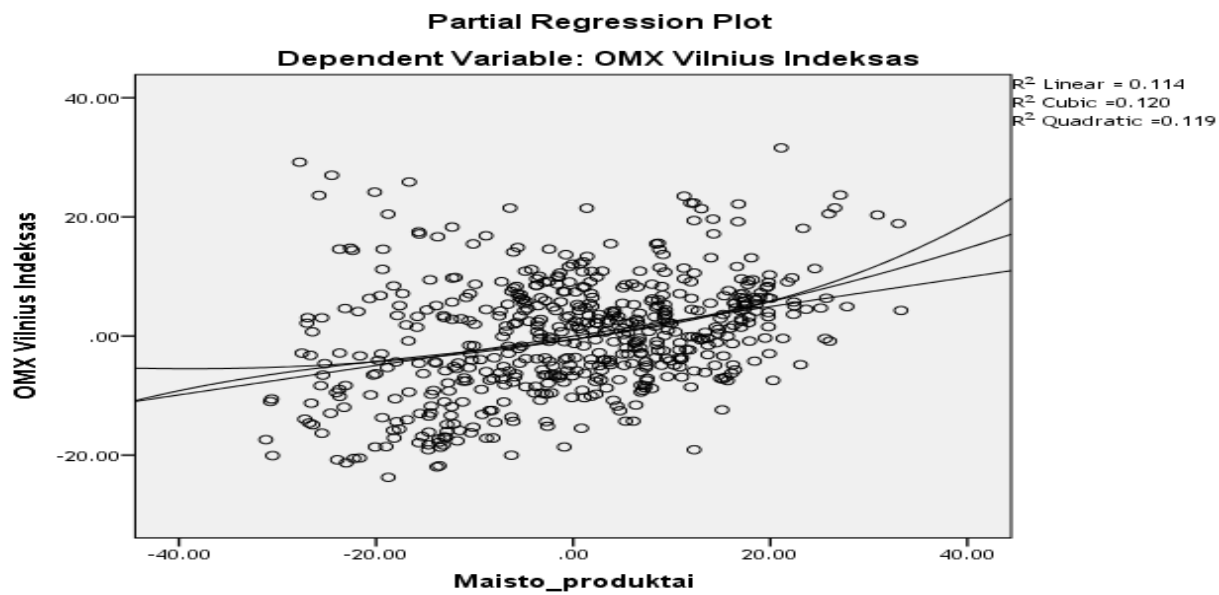
1 Pav.



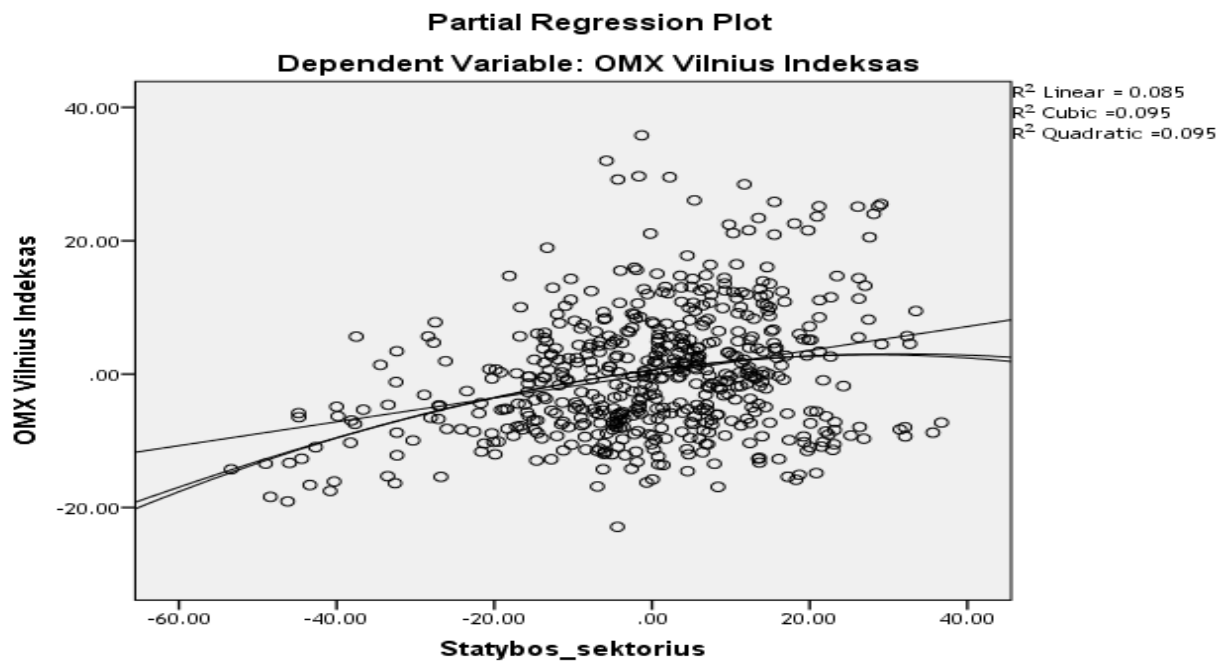
2 Pav.



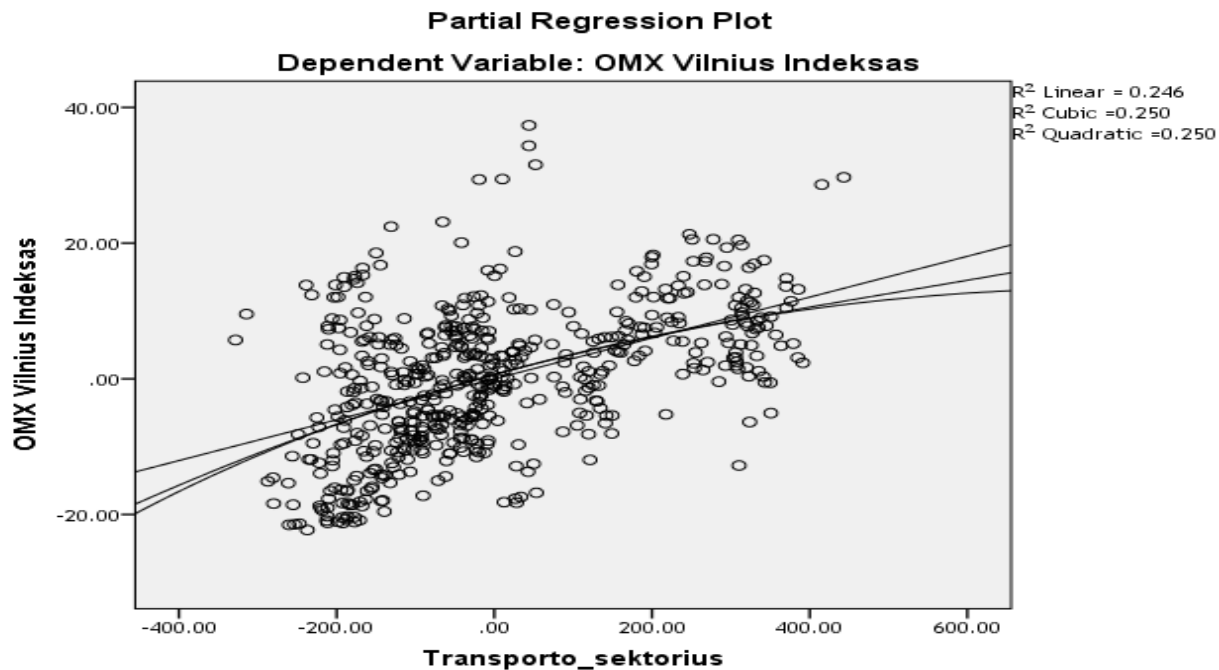
3 Pav.



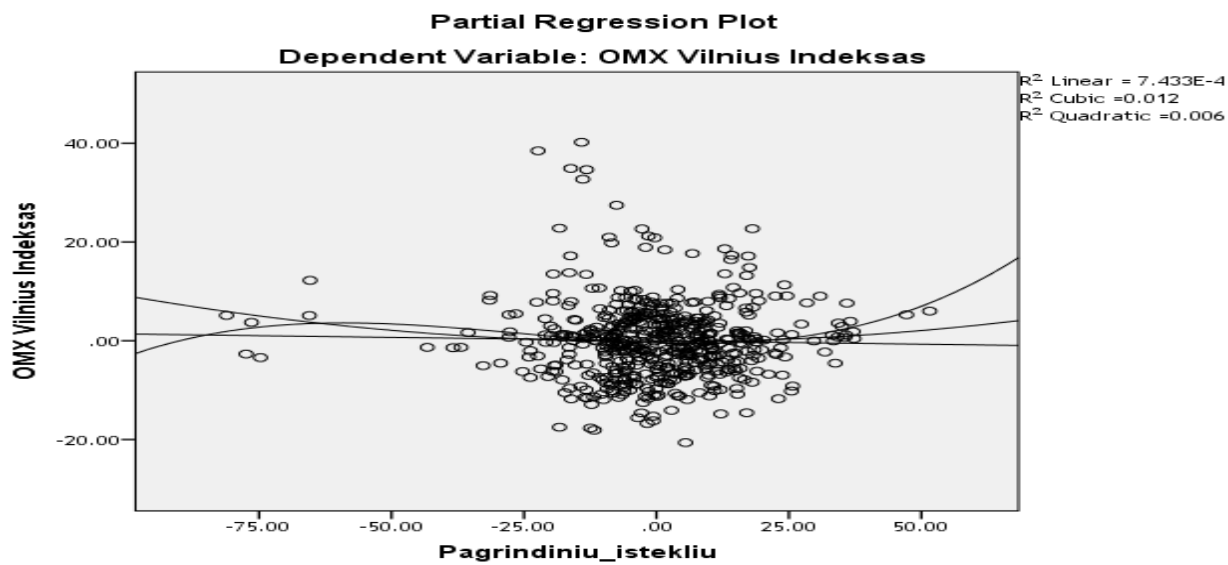
4 Pav.



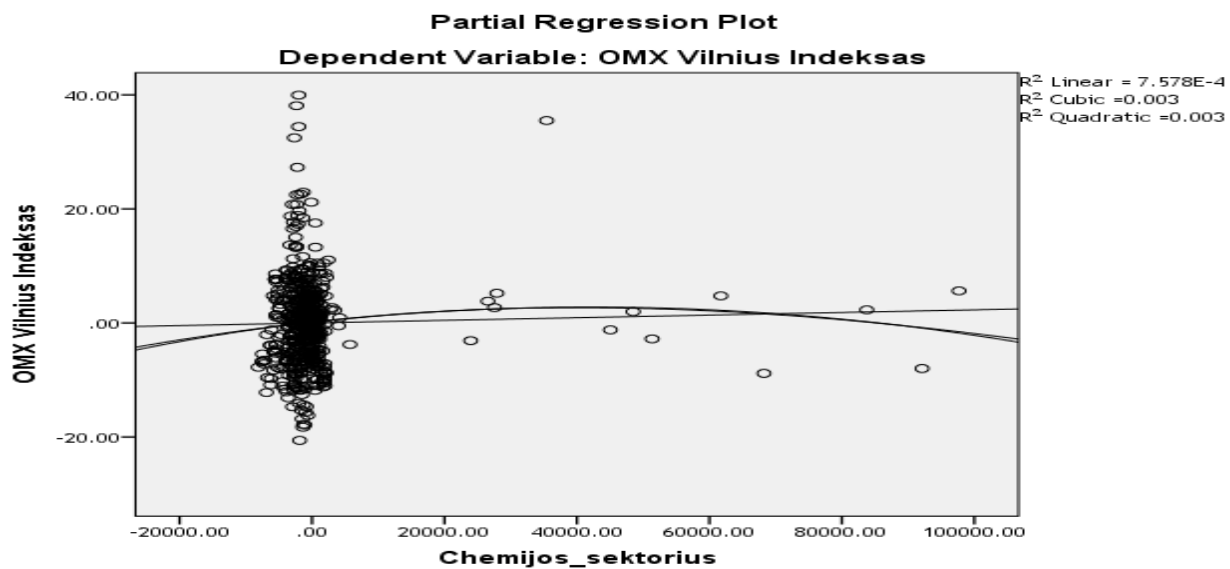
5 Pav.



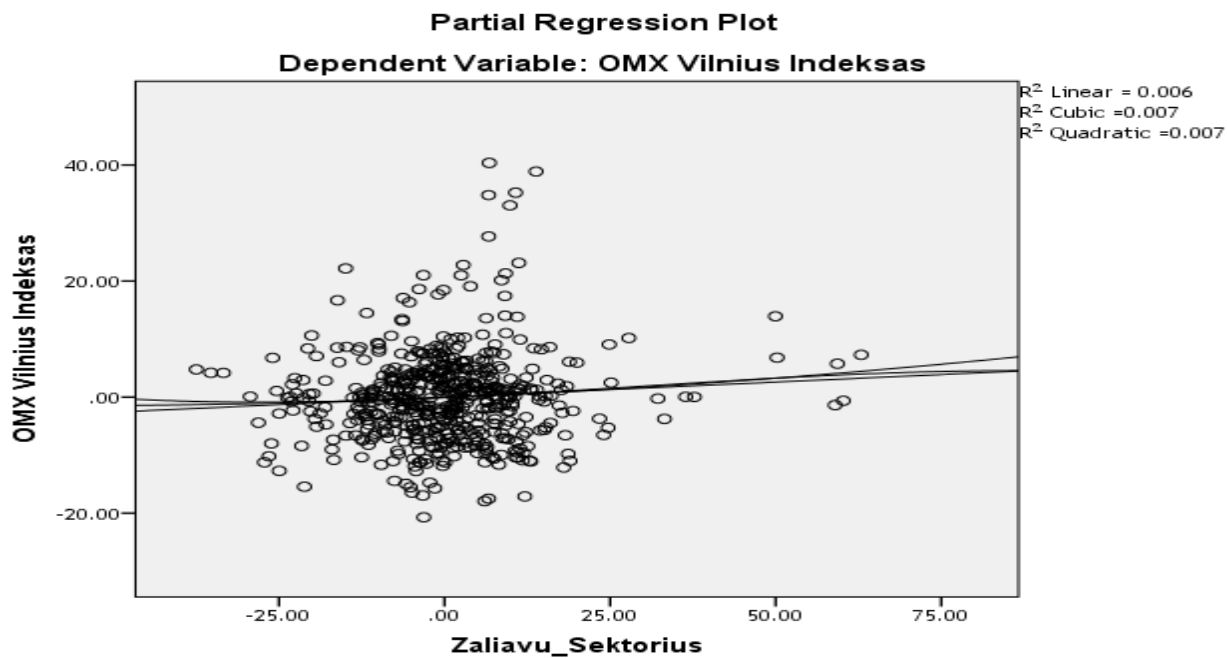
6 Pav.



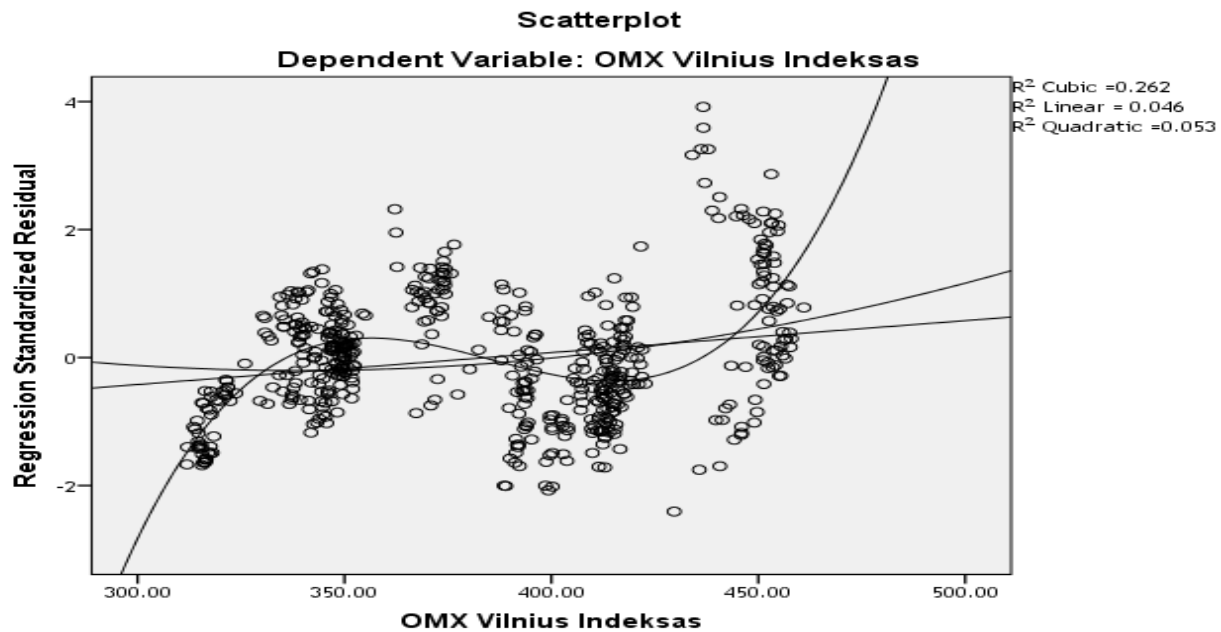
7 Pav.



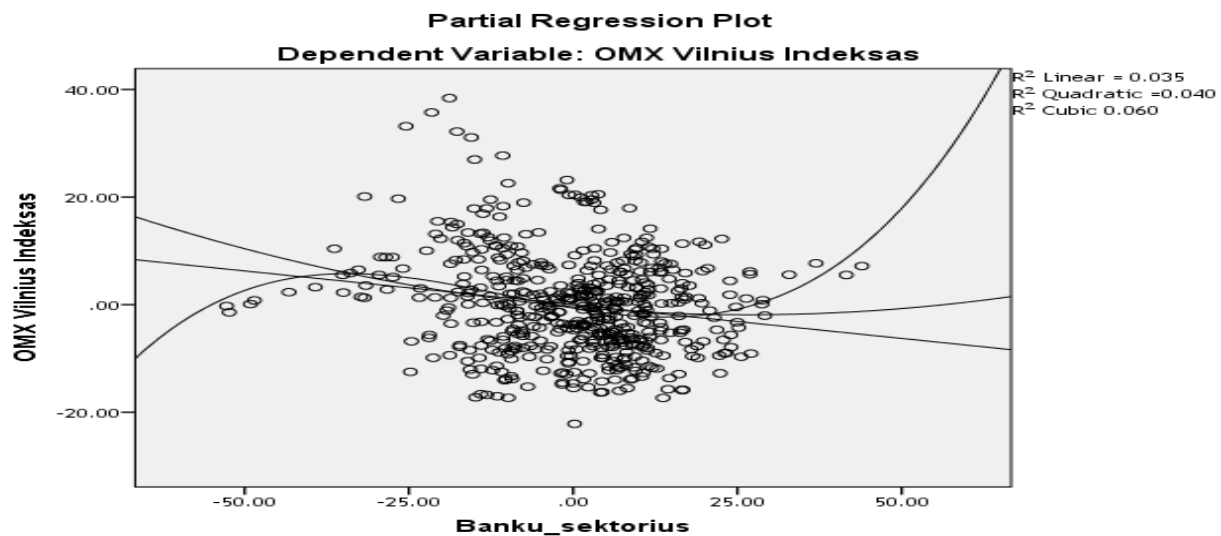
8 Pav.



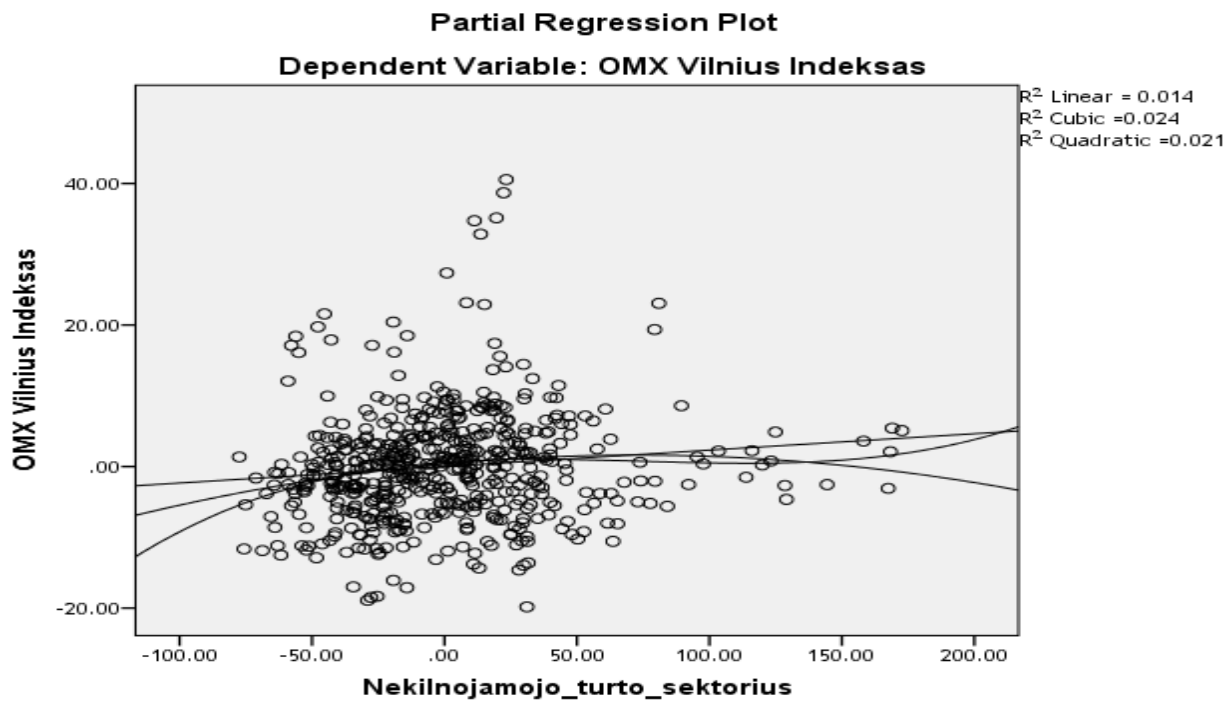
9 Pav.



10 Pav.



11 Pav.



12 Pav.

