



**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS**  
**MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS**  
**TAIKOMOSIOS MATEMATIKOS KATEDRA**

**Agnė Juknaitė**

**NEDARBO LYGIO MODELIAVIMAS**  
**NETIESINIU ILGOS ATMINTIES**  
**MODELIU**

Magistro darbas

**Vadovas**  
**doc. dr. G. Račkauskas**

**KAUNAS, 2014**



**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS**  
**MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS**  
**TAIKOMOSIOS MATEMATIKOS KATEDRA**

**TVIRTINU**  
**Katedros vedėjas**  
**doc. dr. N. Listopadskis**

**NEDARBO LYGIO MODELIAVIMAS**  
**NETIESINIU ILGOS ATMINTIES**  
**MODELIU**

Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas

**Vadovas**  
**doc. dr. G. Račkauskas**  
**2014 06 05**

**Recenzentas**  
**doc. dr. K. Lukoševičiūtė**  
**2014 06 05**

**Atliko**  
**FMMM 8/2 gr. stud.**  
**A. Juknaitė**  
**2014 06 05**

**KAUNAS, 2014**

## KVALIFIKACINĖ KOMISIJA

**Pirmininkas:** Juozas Augutis, profesorius (VDU)

**Sekretorius:** Eimutis Valakevičius, profesorius (KTU)

**Nariai:** Jonas Valantinas, profesorius (KTU)

Vytautas Janilionis, docentas (KTU)

Kristina Šutienė, docentė (KTU)

Zenonas Navickas, profesorius (KTU)

Arūnas Barauskas, dr., direktoriaus pavaduotojas (UAB „Danet Baltic“)

**Juknaitė A. Nedarbo lygio modeliavimas ilgos atminties modeliu: Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas / mokslinis vadovas doc. Dr. G. Račkauskas; Kauno technologijos universitetas, Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas, Taikomosios matematikos katedra. – Kaunas, 2014. 54 – p.**

## **SANTRAUKA**

Darbe nagrinėjamos nedarbo lygio modeliavimo galimybės, analizuojamos teorinės bei praktinės vertinimo galimybės. Tiriamas ne tik Lietuvos, bet ir Airijos, Danijos, Didžiosios Britanijos, Estijos, Islandijos, JAV ir Latvijos nedarbo lygio pasikeitimai 2003 – 2013 metais (132 mėnesiai), apimant 2008 metų pasaulinę ekonominę krizę. Norint gauti patikimus rezultatus, darbe atliktas modeliavimo metodų palyginimas. Darbo tyrimų objektas – laiko eilutės turinčios ilgą atmintį.

Šiame darbe nagrinėjamos teorinės ir empirinės ilgos atminties ir ARFIMA modelių problemos. Ryšys tarp ekonomikos teorijos ir ilgos atminties kol kas dar yra tyrinėjamas, todėl darbe naudojami keletas metodų ilgos atminties buvimui nustatyti.

Atliekant JAV nedarbo lygio analizę (laikotarpiu nuo 1968 liepos iki 1999 spalio) naudojantis netiesiniu ilgos atminties modeliu (Van Dijk, 2000), buvo pastebėta, kad nedarbas greičiau auga recesijos metais nei mažėja ekonomikos augimo metais. Remiantis JAV aukščiau paminėta analize, buvo atliktas Slovakijos nedarbo lygio modeliavimas netiesiniu ilgos atminties modeliu (Komornik, 2005). Remiantis šiomis dviem analizėmis ir laiko eilučių moderniais modeliavimo principais (Philip Hans Franses, 1998) modeliuojamas nedarbo lygis aštuonioms ankščiau paminėtoms šalims. Nustatyta, kad Airijos, Didžiosios Britanijos, JAV ir Lietuvos nedarbo lygio laiko eilutės pasižymi ilgą atmintimi.

Pagrindinis keliamas darbo tikslas – nustatyti nedarbo lygio pokyčius vertinantį dinamikos modelį, kurį naudojant būtų galima vertinti esamą nedarbo lygio būklę ir ateities perspektyvas. Tai labai svarbu, nes jei nedarbo lygis šalies mastu kyla, vadinasi ekonomika traukiasi.

Dalis magistro darbo rezultatų buvo paskelbti konferencijoje „Matematika ir matematikos dėstymas – 2014“.

**Juknaitė A. Modeling unemployment data by a nonlinear long memory model: Master's work in applied mathematics / supervisor doc. dr. G. Račkauskas; Department of Applied mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Kaunas University of Technology. – Kaunas, 2014. – 54 p.**

## **SUMMARY**

The paper dealt with the unemployment rate modeling opportunities, analyzing the theoretical and practical assessment. Studied not only in Lithuania, but also in Ireland, Denmark, Great Britain, Estonia, Iceland, Latvia and the U.S. unemployment rate changes in 2003 – 2013 years (132 months), including the 2008 global economic crisis. In order to obtain reliable results, the work carried out comparison of modeling techniques. Object of the research – the time series with long memory. This work examines the theoretical and empirical long memory ARFIMA models and problems. The relationship between economic theory and a long memory is not yet studied, in this thesis used several methods to determine the presence of long memory.

The U.S. unemployment rate analysis (for the period from July 1968 to October 1999) using the nonlinear long memory model (Van Dijk, 2000), it was observed that the unemployment rate is growing faster than the decline in the recession year of economic growth. According to the U.S. above mentioned analysis was performed Slovak unemployment rate modeling nonlinear long memory model (Komorník, 2005). Based on these two analyzes and modeling of time series with modern principles (Philip Hans-France, 1998) modeled the unemployment rate for the eight countries mentioned above. It was found that the Irish, British, U.S. and Lithuanian unemployment rate time series has a long memory.

Stated main goal - to identify changes in the unemployment rate really value the dynamics of the model, which can be assessed using the current unemployment rate in the state. This is very important because if the unemployment rate rise nationwide, so the economy shrinks.

Part of the master's work was published in the conference "Mathematics and Mathematics Teaching – 2014".

## TURINYS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS.....	7
LENTELIŲ SĄRAŠAS.....	8
ĮVADAS.....	9
1. TEORINĖ DALIS .....	11
1.1. NEDARBO LYGIS.....	11
1.2. LYGIO POSTŪMIO MODELIAVIMAS.....	13
1.3. NESTEBIMŲ KOMPONENČIŲ IDENTIFIKAVIMAS.....	13
1.4. ILGOS ATMINTIES PROCESAI IR ARFIMA.....	14
1.4.1. HURSTO INDEKSAS .....	16
1.4.2. ILGOS ATMINTIES VIZUALUS IDENTIFIKAVIMAS .....	17
1.4.2.1. ACF GRAFIKAS.....	17
1.4.2.2. R/S GRAFIKAS.....	18
1.5. ARFIMA APSKAIČIAVIMO METODAI.....	19
1.5.1. DIDŽIAUSIO TIKĖTINUMO METODAI.....	19
1.5.1.1. TIKSLI MAKSIMALI TIKIMYBĖ .....	20
1.5.1.2. MODIFIKUOTA PROFILIO TIKIMYBĖ.....	20
1.5.1.3. SĄLYGINĖ KVARDATŲ SUMA.....	21
1.6. ARFIMA MODELIO ALTERNATYVOS.....	21
2. TIRIAMOJI DALIS .....	22
2.1 DUOMENYS .....	22
2.2 NEDARBO LYGIO PASIKEITIMŲ MODELIAVIMAS.....	23
2.3 SEZONINĖS IR CIKLINĖS KOMPONENTĖS IDENTIFIKAVIMAS.....	25
2.4 ILGOS ATMINTIES NUSTATYMAS .....	29
2.5 ARFIMA TAIKYMAS .....	32
3. PROGRAMINĖ REALIZACIJA IR INSTRUKCIJA VARTOTOJUI.....	40
DISKUSIJOS .....	42
IŠVADOS.....	43
LITERATŪRA.....	44
PRIEDAI.....	46
1 priedas. Stabilios paklaidų laiko eilučių sezoninės komponentės.....	46
2 priedas. Furjė laiko eilučių modelių koeficientai ir cikliškumo grafikai .....	47
3 priedas. Sistematiinių komponentių ir nedarbo lygio laiko eilučių paklaidos.....	48
4 priedas. Laiko eilučių, turinčių trumpą atmintį, R/S grafikai.....	49
5 priedas. MATLAB kodai.....	50

## PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

<b>1.1 pav.</b> Laiko eilutės, kai Hursto indeksas $H = 0,1$ ; $H = 0,5$ ; $H = 0,9$ .....	17
<b>1.2 pav.</b> Ilgos atminties laiko eilutės ACF grafikas (kairėje) ir trumpos atminties laiko eilutės ACF grafikas (dešinėje) .....	18
<b>2.1 pav.</b> Airijos, Danijos, Didžiosios Britanijos, Estijos, Islandijos, JAV, Latvijos ir Lietuvos nedarbo lygis 2003 – 2013 metais (132 mėnesiai).....	23
<b>2.2 pav.</b> Airijos, Danijos, Didžiosios Britanijos, Estijos, Islandijos, JAV, Latvijos ir Lietuvos nedarbo lygio originalios laiko eilutės ir lygio postūmio funkcijos. Nedarbo lygis $\dots\dots$ , lygio postūmio funkcija —25	25
<b>2.3 pav.</b> Airijos, Danijos, Didžiosios Britanijos, Estijos, Islandijos, JAV, Latvijos ir Lietuvos nedarbo lygio laiko eilučių ir lygio postūmio funkcijų paklaidos.....	26
<b>2.4 pav.</b> Didžiosios Britanijos nedarbo lygio laiko eilutės ir lygio postūmio funkcijos paklaidos ( $\dots$ ) ir Furjė eilutės modelis (-), kai $\omega = 0,029$ .....	26
<b>2.5 pav.</b> Didžiosios Britanijos nedarbo lygio laiko eilutės ir lygio postūmio funkcijos paklaidos ( $\dots$ ) ir Furjė eilutės modelis (-), kai $\omega = 0,131$ .....	27
<b>2.6 pav.</b> Airijos, Danijos, Didžiosios Britanijos, Estijos, Islandijos, JAV, Latvijos ir Lietuvos nedarbo lygio laiko eilutės (—) ir sisteminės komponentės (-----).....	28
<b>2.7 pav.</b> Airijos, Danijos, Didžiosios Britanijos, Estijos, Islandijos, JAV, Latvijos ir Lietuvos nedarbo lygio laiko eilučių ir sisteminių komponentių paklaidų ACF grafikai .....	30
<b>2.8 pav.</b> Airijos, Didžiosios Britanijos, JAV ir Lietuvos sisteminių komponentių ir nedarbo lygio laiko eilučių paklaidų R/S grafikai.....	31
<b>2.9 pav.</b> Airijos ir Lietuvos sisteminių komponentių ir nedarbo lygio laiko eilučių paklaidų ARFIMA(1,d,0) modeliai.....	33
<b>2.10 pav.</b> Airijos, Lietuvos ir Didžiosios Britanijos sisteminių komponentių ir nedarbo lygio laiko eilučių paklaidų ARFIMA(0,d,1) modeliai .....	33
<b>2.11 pav.</b> Airijos, Didžiosios Britanijos, JAV ir Lietuvos nedarbo lygio laiko eilučių ir modelio paklaidų autokoreliacijos funkcijos.....	34
<b>2.12 pav.</b> Airijos, Didžiosios Britanijos, JAV ir Lietuvos nedarbo lygio laiko eilučių ir modelio paklaidų histogramos.....	35
<b>2.13 pav.</b> Airijos, Didžiosios Britanijos ir Lietuvos nedarbo lygio laiko eilutės ir gautieji modeliai ..	36
<b>2.14 pav.</b> Lietuvos nedarbo lygis 2003 – 2014.03, modelis ir 2014 m. 3 mėnesių prognozė su 95 proc. pasikliautiniu intervalu (viršuje), Lietuvos nedarbo lygis 2011.01 – 2014.03, modelis ir 2014 m. 3 mėnesių prognozė su 95 proc. pasikliautiniu intervalu (apačioje).....	37

<b>2.15 pav.</b> Lietuvos nedarbo lygis 2003 – 2012 m., modelis ir 2013 – 2014.03 m. prognozė su 95 proc. pasikliautinoju intervalu (viršuje), Lietuvos nedarbo lygis 2011.01 – 2014.03, modelis ir 2014 m. 3 mėnesių prognozė su 95 proc. pasikliautinoju intervalu (apačioje).....	38
<b>2.16 pav.</b> Lietuvos nedarbo lygis 2003 – 2013.06 m., modelis ir 2013.06 – 2014.03 m. prognozė su 95 proc. pasikliautinoju intervalu (viršuje), Lietuvos nedarbo lygis 2011.01 – 2014.03, modelis ir 2013.06 – 2014.03 m. prognozė mėnesiais su 95 proc. pasikliautinoju intervalu (apačioje) .....	39
<b>3.1 pav.</b> Matematikos programinė įranga. ....	40

## LENTELIŲ SĄRAŠAS

<b>1.1 lentelė</b> Reikšmės $d$ nustatymas .....	18
<b>2.1 lentelė</b> Lygio postūmio funkcijos parametrų reikšmės .....	24
<b>2.2 lentelė</b> Lygio postūmio funkcijos parametrų reikšmės .....	26
<b>2.3 lentelė</b> Nedarbo lygio laiko eilutės ir lygio postūmio funkcijos paklaidų aproksimavimo, Furjė eilučių modeliais, tikslumo apibendrinimai .....	27
<b>2.4 lentelė</b> Hursto parametro reikšmės .....	30
<b>2.5 lentelė</b> ARFIMA(1,d,0) ir ARFIMA(0,d,1) modelių taikymo rezultatai EML metodu .....	32
<b>2.6 lentelė</b> Modelių taikymo rezultatai MPL metodu .....	34
<b>2.7 lentelė</b> Shapiro – Wilk testas paklaidų normalumui nustatyti .....	35
<b>2.8 lentelė</b> Tinkamumo įvertinimo parametrai .....	37



## IVADAS

Viena iš didžiausių ekonominių, socialinių ir politinių XXI amžiaus problemų beveik visuose pasaulio šalyse yra nedarbo lygio kitimas. Šio makroekonominio rodiklio pasikeitimai yra labai svarbūs ekonominės situacijos indikatoriai.

Ekonominiai modeliai kuriami nacionalinių ar tarptautinių ekonominių procesų analizei bei perspektyvų vertinimui, reakcijos į vienokius ar kitokius ekonominius impulsus tyrimui. Įvairūs politiniai, ekonominiai, socialiniai ir kiti pokyčiai veikia ekonomines laiko eilutes. Dėl prieš tai išvardintų priežasčių gali atsirasti atsitiktiniai ar pastovūs svyravimai, išsiskiriantys stebėjimai, dispersijos nepastovumas laike.

Magistriniame darbe nagrinėjamas ekonominio indikatorius – nedarbo lygio – modeliavimo galimybės, nagrinėjamos teorinės bei praktinės vertinimo prielaidos. Nagrinėjamas ne tik Lietuvos bet ir kitų šalių atvejai. Norint gauti patikimus rezultatus šalių rezultatai lyginami tarpusavyje. Magistrinio darbo tyrimų objektas – dramatiški nedarbo lygio pasikeitimai per 2008 metų pasaulinę ekonominę krizę.

Nedarbo lygio modeliavimui šiame darbe taikomi ilgos atminties modeliai, kurie pradėti nagrinėti visai neseniai. Ilga sekos priklausomybė arba ilga atmintis yra sinoniminės sąvokos, kurios be abejonės yra labai svarbios laiko eilučių analizėje. Šių sąvokų svarbumas nenuginčijamas finansų (Lo, 2001), ekonometrikos (Robinson, 2003), interneto modeliavimo (Karagiannis, 2004), hidrologijos (Painter, 1998), klimato studijų (Varotsos and Kirk-Davidoff, 2006) ir kitose srityse. Ilgos atminties procesai per paskutinius dešimtmečius susilaukė didelio dėmesio ir tapo svarbia laiko eilučių analizės dalimi.

Ilgos sekos priklausomybės procesai yra charakterizuojami lėtai gėstančiomis koreliacijomis – panašiai kaip laipsninė funkcija, kas buvo pastebėta nagrinėjant nedarbo lygį. Ilgalaikę atmintį mėginama pagrįsti įvairiomis hipotezėmis, kurių daugelis remiasi įvairių nestacionarumų (trendų, šokų ir kt.) egzistavimu (Lobato ir Savin, 1998). Šios ypatybės visiškai pakeitė modeliavimo bei prognozavimo statistinę elgseną. Taigi daug teorinių rezultatų ir metodikų taikytų trumpos atminties laiko eilučių analizei, pavyzdžiui ARMA procesai, nėra daugiau tinkami ilgoms atminties modeliavimui. Tačiau tebėra daug neaiškumų, o paaiškinti šį ilgalaikės atminties fenomeną – vienas aktualiausių šiuolaikinės ekonometrijos uždavinių. Kodėl tokia svarbi ilga atmintis, pirmuosius argumentus pateikė B. Mandelbrot (1965) ir jo kolega Wallis (1968). Ilgos atminties ypatybė stochastiniuose procesuose yra tokia, kad nėra konkrečių metodų, kaip ją tiksliai identifikuoti.

Statistikoje autoregresinis dalinės integracijos slenkančio vidurkio modelis ARFIMA, arba literatūroje dar vadinamas FARIMA, yra apibendrintas autoregresinio integruoto slenkančio vidurkio

ARIMA modelio atvejis, kai  $d$  nėra sveikasis skaičius. ARFIMA modelis buvo pasiūlytas Clive W. J. Granger ir Roselyne Joyeux (1980).

Šio darbo tikslai išnagrinėti teoriją ir metodus išvystytus ilgos atminties procesams nagrinėti ir žinoma juos pritaikyti realioms duomenims – nedarbo lygio modeliavimui.

Keliami uždaviniai: ARFIMA modelio taikymas ilgos atminties nedarbo lygio laiko eilutėms. ARFIMA modelių parametrų paieška, jų vertinimas, testavimas ir taikymas. Nedarbo lygio modeliavimo teorinės ir praktinės galimybės, laiko eilučių struktūros bei nestebimų komponentų vertinimo galimybės ir modelio tikslumo aspektai. Prieš taikant ARFIMA modelį atliekama pirminė laiko eilučių analizė ir koregavimas. Nedarbo lygio eilučių koregavimui pasinaudosime Jozef Komornik ir Magda Komornikova (2005) taikytais metodais nagrinėjant Slovakijos nedarbo lygį.

Problemos su kuriomis susidurta – ilgos atminties nustatymas laiko eilutėse bei ARFIMA parametrų nustatymas.

## 1. TEORINĖ DALIS

### 1.1. NEDARBO LYGIS

Lietuvoje naudojami du nedarbo lygio apskaičiavimo būdai. Pirmasis, Lietuvos darbo biržoje, pradėtas taikyti nuo 1991 metų parodo, koks procentas darbingo amžiaus gyventojų yra užsiregistravęs teritorinėse darbo biržose. Antrasis, atliekamas Statistikos departamento, pagrįstas gyventojų užimtumo tyrimų duomenų, gautų naudojant Tarptautinės darbo organizacijos (TDO) pasiūlytą metodiką, analize, kuris pradėtas taikyti nuo 1997 metų: nedarbo lygis apskaičiuojamas kaip bedarbių procentinis dydis nuo bendro darbingų gyventojų (darbo išteklių) skaičiaus. Yra išskiriamos keturios nedarbo lygio rūšys: tekamasis, struktūrinis, ciklinis ir sezoninis:

- Tekamasis nedarbas – tai trumpalaikis, neišvengiamas nedarbas. Terminą „tekamasis“ arba „frikcinis“ nedarbas ekonomistai vartoja kalbėdami apie tokius darbuotojus, kurie ieško darbo arba tikisi jį greitai gauti artimiausioje ateityje.

- Sezoniniai darbuotojai nedirba keletą mėnesių per metus savo noru. Tarp jų yra, pavyzdžiui, virėjų, padavėjų ar pardavėjų, kurie užsidirba gyvenimui vasaros ir žiemos kurortuose. Jų laikinasis nedarbas rudens ir pavasario laikotarpiais taip pat prisideda prie nedarbo statistikos.

- Struktūrinis nedarbas – nedarbo forma, kurią sąlygoja gamybos techninio lygio augimas, kai esamoji dalies darbuotojų kvalifikacija neatitinka darbo paklausos (techninio lygio) reikalavimų.

- Ciklinis nedarbas – nedarbas, sąlygojamas bendro ekonomikos nuosmukio. Tai gamybos mažinimo, nuosmukio laikotarpis, kai visuminė paklausa prekėms, paslaugoms mažėja, krinta užimtumas, nedarbas didėja. Dėl to ciklinis nedarbas kartais dar vadinamas nedarbu, sąlygojamu paklausos deficitu.

Natūralų nedarbo lygį M. Friedmanas apibūdino, kaip nedarbo lygį, atitinkantį realias sąlygas esančias darbo rinkoje. Natūralus nedarbo lygis yra nedarbo lygis, kuris pasireiškia, kai trumpu laikotarpiu neturės įtakos cikliniai faktoriai. Taip yra todėl, kad darbo užmokestis ir kainos susireguliuoja lėtai, o natūralus lygis gali būti traktuojamas kaip nedarbo lygis, kuris pasiekiamas, esant užtektinai laiko darbo užmokesčiui prisitaikyti prie darbo paklausos ir pasiūlos pusiausvyros. Tai priklauso nuo struktūrinių faktorių, charakterizuojančių darbo rinką ir paprastai besikeičiančių gana lėtai. Kadangi tam, kad pasireikštų cikliniai faktoriai reikia laiko, ekonominės politikos vykdytojams (kuriuos domina infliacijos lygis, kuris bus po 1-2 metų) natūralus lygis yra mažiau naudingas. Nedarbas šalies mastu pradeda didėti tuomet kai daugelis įmonių pradeda susidurti su finansiniais

sunkumais. Su finansiniais sunkumais įmonės susiduria tuomet, kai sumažėjus rinkos paklausai, mažėja užsakymų, nebegaunamos įprastos pajamos. Įmonė atleidžia darbuotojus nes jų nebegali išlaikyti, o sumažėjus paklausai, sumažėja ir darbo vietų skaičius. Jeigu nedarbo lygis šalies mastu tendencingai kyla, vadinasi daugelis įmonių turi finansinių sunkumų, sukuriama mažesnė pridėtinė vertė, todėl daugelio kompanijų finansiniai rezultatai prastėja.

Nedarbo lygis ir BVP yra glaudžiai susiję rodikliai: kuo daugiau darbuotojų, tuo daugiau paslaugų ir produkcijos ekonomika gali pagaminti. Augant nedarbui BVP mažėja. Kai kurie specialistai skeptiškai vertina BVP rodiklį, nes jis atspindi praėjusių kelių mėnesių ekonominę situaciją, tuo tarpu nedarbo lygis yra esamos ekonomikos būklės indikatorius.

Nedarbo rodikliai investuotojams yra svarbūs, nes jie parodo, kokia šiuo metu yra verslo ciklo fazė. Didėjant nedarbui mažėja ir bendra gyventojų perkamoji galia, nes mažesnė visuomenės dalis gauna pajamas. Mažesnė gyventojų perkamoji galia reiškia mažesnes pajamas ne pirmo būtinumo prekėmis ir paslaugomis prekiaujančioms kompanijoms. Uždaras ratas: kompanijos atleidžia darbuotojus, nes mažėja paklausa, o paklausa mažėja, nes atleisti darbuotojai praranda perkamąją galią.

Nedarbo lygis yra glaudžiai susijęs su bazinėmis palūkanų normomis. Kai kurių centrinių bankų (pvz. JAV) viena iš užduočių yra didelis gyventojų užimtumas, todėl didėjant nedarbui galima tikėtis palūkanų normų mažinimo. Pagerėjusios skolinimosi sąlygos, duoda teigiama impulsą ekonomikai ir mažina bedarbių skaičių.

Tarptautinėms rinkoms didžiausią įtaką daro JAV nedarbo rodikliai, tokie kaip išankstinio nedarbo ne žemės ūkio sektoriuje lygio pokytis (angl. *ADP Non-Farm Employment Change*), pirmą kartą besikreipiančių bedarbių kiekis (angl. *Unemployment claims*) ir bedarbystės lygis (angl. *Unemployment rate*). Europoje svarbiausi yra Vokietijos bedarbystės lygio pokytis (angl. *German Unemployment Change*) bei ES nedarbo lygis (angl. *Unemployment rate*).

Nedarbo lygio didėjimas pramonės šakoms daro skirtingą poveikį. Pavyzdžiui, finansų sektorius gali be didesnio skausmo sumažinti darbuotojų skaičių ir nedidinti žmonių skaičiaus, kol ekonominė situacija nepasikeis. Mažiau kapitalui lanksčioms pramonės šakoms pvz. gamybos sektoriui (kurio galimybės mažinti produkcijos savikainą yra ribotos) darbuotojų mažinimas reiškia daug didesnius nuostolius.

Nedarbui augant, paprastai krenta akcijų kaina, kadangi investuotojai tikisi kompanijų pelno mažėjimo. Investuotojai pereina prie mažiau rizikingų vertybinių popierių – obligacijų, kurių kaina prastėjant ekonominiams rodikliams, paprastai auga.

Nedarbo mažėjimas reiškia, kad kompanijos pradeda plėsti savo veiklą. Kompanijoms didina darbuotojų skaičių, siekdamos patenkinti išaugusią paklausą. Kompanijų pelnas didėja. Nedarbo mažėjimas yra teigiama žinia akcijų rinkoms, kadangi, didėjant kompanijų pelnui, auga ir jų akcijų

kaina. Investuotojai pereina prie labiau rizikingų turto klasių, mažina obligacijų kiekį portfelyje, todėl obligacijos pinga.

## 1.2. LYGIO POSTŪMIO MODELIAVIMAS

Įvairūs ekonominiai, politiniai, socialiniai, demografiniai ir kiti faktoriai veikia ekonomines laiko eilutes – atsiranda pastovūs ir atsitiktiniai svyravimai, įvairios išskirtys, struktūriniai lūžiai, reikšmingas dispersijos kitimas. Todėl tokias laiko eilutes sudėtinga vertinti, aprašyti taikant įprastus laiko eilučių modeliavimo metodus. Taip pat sudėtinga ekonominė šalių raida reikalauja kitokio ekonometrinio požiūrio. Vizualiai vertinant pasirinktų šalių nedarbo lygio kitimą 2003 – 2013 metų laikotarpiu, stebimas šokas maždaug apie 2008 metus. Šiuos šokus aprašyti tinka deterministinė funkcija, kurią vadinsime lygio postūmiu.

Lygio postūmiai, tai išskirtys, kai konkrečiu laiko momentu ženkliai pasikeičia laiko eilutės reikšmių vidurkis. Šis pokytis veikia visas laiko eilutės reikšmes nuo tam tikro momento. Pokyčiai gali atsirasti dėl pakitusio mokesčių tarifo, ekonominės krizės, struktūros pokyčio, teisės aktų pasikeitimo, tradicijų ar kitų priežasčių. Kaip minėta anksčiau, šiuo atveju staigų nedarbo lygio pasikeitimą lėmė 2008 m. pasaulinė ekonominė krizė.

Šiems pasikeitimams modeliuoti konstruojame lygio postūmio funkciją,

$$L(t) = a + bG(t, c, \gamma) \quad (1.1)$$

kur

$$G(t, c, \gamma) = \frac{1}{1 + e^{-\gamma(t-c)}} \quad (1.2)$$

yra logistinė funkcija.

## 1.3. NESTEBIMŲ KOMPONENČIŲ IDENTIFIKAVIMAS

Ne visas laiko eilutes galima suvesti į stacionarias, kaip šiame darbe nagrinėjamas nedarbo lygio laiko eilutes. Tokių laiko eilučių modeliavimui taikomi įvairūs koregavimai, transformacijos ar sudėtingesni modeliai.

Norint gauti tinkamus rezultatus, reikia išsiaiškinti, kokia yra laiko eilutės struktūra bei nustatyti nestebimas komponentes. Taigi būtina įvertinti laiko eilutės tendą, sezoniškumą, cikliškumą.

Priklausomai nuo jų prigimties laiko eilutėms taikomi adityvūs, multiplikatyvūs ar pseudo-adityvūs modeliai. Šiame darbe naudojamas adityvusis modelis:

$$X_t = \sum_i U_i(t)$$

čia  $U_i(t)$  – nestebimos laiko eilučių komponentės.

Trendas parodo ilgalaikę kitimo tendenciją. Dažnai šią tendenciją galima aprašyti kokia nors monotoniška funkcija. Naudojami parametriniai ir neparimetriniai trendo įverčiai.

Sezoninė komponentė, kuri aprašo periodiškai pasikartojančius tam tikrais metų laikotarpiais eilutės reikšmių svyravimus.

Ciklo komponentė nusako atsitiktinius pokyčius. Šiame darbe cikliškumo nustatymui bus naudojamos Furjė eilutės.

## 1.4. ILGOS ATMINTIES PROCESAI IR ARFIMA

Svarbi stacionarių procesų klasė yra ilgos atminties procesai. Jie pasirodo įvairiose srityse: hidrologijoje, ekonomikoje, finansuose, fizikoje ir t.t.. Šiame skyriuje aptarsime ilgos atminties modeliavimo būdą – ARFIMA procesus.

Modelis ARFIMA (autoregresinis dalinės integracijos slenkančio vidurkio) yra apibendrintas ARIMA modelis, kai  $d$  reikšmė nėra sveikasis skaičius ir ši reikšmė ilgos atminties atveju turi būti  $0 < d < 0,5$ . Ilgos atminties procesai, ir ypač ARFIMA procesai, pridėjo didelio susidomėjimo tiek teorinėje tiek empirinėje literatūroje, pavyzdžiui Ray&Tsay (2000), Bollerslev&Jubinski (1999), Michelacci & Zaffaroni (2000) ir Hauser & Kunst (1998). Ekonomikos teorijoje, ilgos atminties empiriniai įrodymai yra labai svarbūs dėl šių procesų specifinių savybių. Pavyzdžiui, šokų efektai yra labai skirtingi ilgos atminties ir trumpos atminties procesuose. Ekonometriniu požiūriu, prognozės elgsenos neapibrėžtumas ir stacionarios reikšmės priklauso nuo duomenų kiekio (Diebold & Lindner (1996) ir Tsay & Chung (2000)).

Ekonomikos prognozavimo teorija labai priklauso nuo stochastinių procesų specifikacijų trumpos/ ilgos atminties terminų, (Backus & Zin (1993)). Net jeigu ekonomikos teorija nepateiks ilgos atminties buvimo pavyzdžio, empirinis darbas nagrinėjantis ilgos atminties procesus gali padėti vystyti ekonomikos teoriją. Tai pagrindinė motyvacija dirbti su šiuo klausimu: potencialus ilgos atminties ekonometrinis įrodymas turi svarbios įtakos ekonomikos ir ekonometrijos mokslui. Dar vienas darbo tikslas, parodyti ilgos atminties proceso aktualumą teoriškai ir empiriškai.

*Apibrėžimas.* Stacionarus procesas  $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$  vadinamas trumpos atminties procesu, jeigu

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |r(k)| < \infty \text{ ir } \sum_{k=-\infty}^{\infty} |r(k)| > 0 \quad (1.3)$$

Vadinamas ilgos atminties procesu, jeigu

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |r(k)| = \infty \quad (1.4)$$

Ir vadinamas neigiamos atminties procesu, jeigu

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |r(k)| < \infty \text{ ir } \sum_{k=-\infty}^{\infty} |r(k)| = 0 \quad (1.5)$$

Pateikti apibrėžimai yra labai bendri ir norint aprašyti tokių procesų asimptotinę teoriją bei statistines išvadas, reikia sukonkretinti kovariacijos  $r(k)$  elgesį. Ilgos atminties procesų atveju reikalaujame, kad kovariacinė funkcija tenkintų lėto (hiperboliško) gesimo sąlygą

$$r(k) \sim ck^{2d-1}, c > 0, 0 < d < \frac{1}{2} \quad (1.6)$$

kai  $k \rightarrow \infty$ . Panašiai, neigiamos atminties atveju reikalaujame, kad kažkuriems  $c < 0$  ir  $-\frac{1}{2} < d < 0$  galiotų

$$r(k) \sim ck^{2d-1} \text{ ir } \sum_{k=-\infty}^{\infty} |r(k)| = 0 \quad (1.7)$$

Įvestas parametras  $d$  yra vadinamas *atminties parametru*. Trumpa atmintis dažnai postuluojuama, kaip atvejis  $d = 0$ .

Žinoma, kad ARMA( $p, q$ ) procesai yra trumpos atminties procesai. Pavyzdžiui, AR(1) sekos  $X_t = \phi X_{t-1} + Z_t, t \in \mathbb{Z}$  atveju turime

$$r(k) = \begin{cases} \frac{\sigma^2}{1 - \phi^2} \phi^{|k|}, & \text{kai } |\phi| < 1, \\ \frac{\sigma^2}{\phi^2 - 1} \phi^{-|k|}, & \text{kai } |\phi| > 1. \end{cases} \quad (1.8)$$

Taigi galioja (1.3). Bendrai, visiems ARMA procesams galioja

$$|r(k)| \leq C a^{|k|}, k \in \mathbb{Z} \quad (1.9)$$

su konstantomis  $C > 0$  ir  $0 < a < 1$ .

Toliau aptarsime, kaip aprašyti modelius, kurie pasižymi (1.4) ir (1.5) savybėmis. Apibrėžkime operatorių

$$\nabla^d \equiv (1 - B)^d \quad (1.10)$$

formalia eilute

$$(1 - B)^d = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j B^j \quad (1.11)$$

kur koeficientai  $\alpha_j$  gaunami iš binominės eilutės

$$(1 - z)^d = \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j z^j. \quad (1.12)$$

Pastaroji eilutė konverguoja visiems  $|z| \leq 1, z \neq 1$  tada ir tik tada, kai  $d > -1$ . Koeficientai  $\alpha_j, j = 0, 1, \dots$  yra randami iš lygybių  $\alpha_0$  ir

$$\alpha_j = \frac{(-d + j - 1)(-d + j - 2) \cdots (-d + 1)(-d)}{j!} = \frac{\Gamma(j - d)}{\Gamma(j + 1)\Gamma(-d)}, j = 1, 2, \dots; \quad (1.13)$$

čia  $\Gamma(x)$  yra gama funkcija

$$\Gamma(x) = \begin{cases} \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt, & x > 0, \\ \infty, & x = 0, \\ x^{-1}\Gamma(x + 1), & x < 0. \end{cases} \quad (1.14)$$

Toliau laikysime, kad  $|d| < \frac{1}{2}$ ,  $d \neq 0$ . Iš Stirlingo formulės turime, kad

$$\alpha_j \sim \frac{1}{\Gamma(-d)} j^{-d-1}, j \rightarrow \infty. \quad (1.15)$$

Vadinasi,  $\sum_{j=0}^\infty \alpha_j^2 < \infty$  ( $d > 1/2$ ).

Analogiškai, skleidinio  $(1 - z)^{-d} = \sum_{j=0}^\infty \psi_j z^j$  (čia  $|z| \leq 1, z \neq 1, d \leq 1$ ) atveju turime

$$\psi_j = \frac{\Gamma(j + d)}{\Gamma(j + 1)\Gamma(d)} \sim \frac{1}{\Gamma(d)} j^{d-1}, j \rightarrow \infty, \quad (1.16)$$

ir  $\sum_{j=0}^\infty \psi_j < \infty$  ( $d < 1/2$ ).

Toliau apibrėžkime seką  $\{X_t\}$  lygtimi

$$(1 - B)^d X_t = Z_t, \quad Z_t \sim BT(0, \sigma^2). \quad (1.17)$$

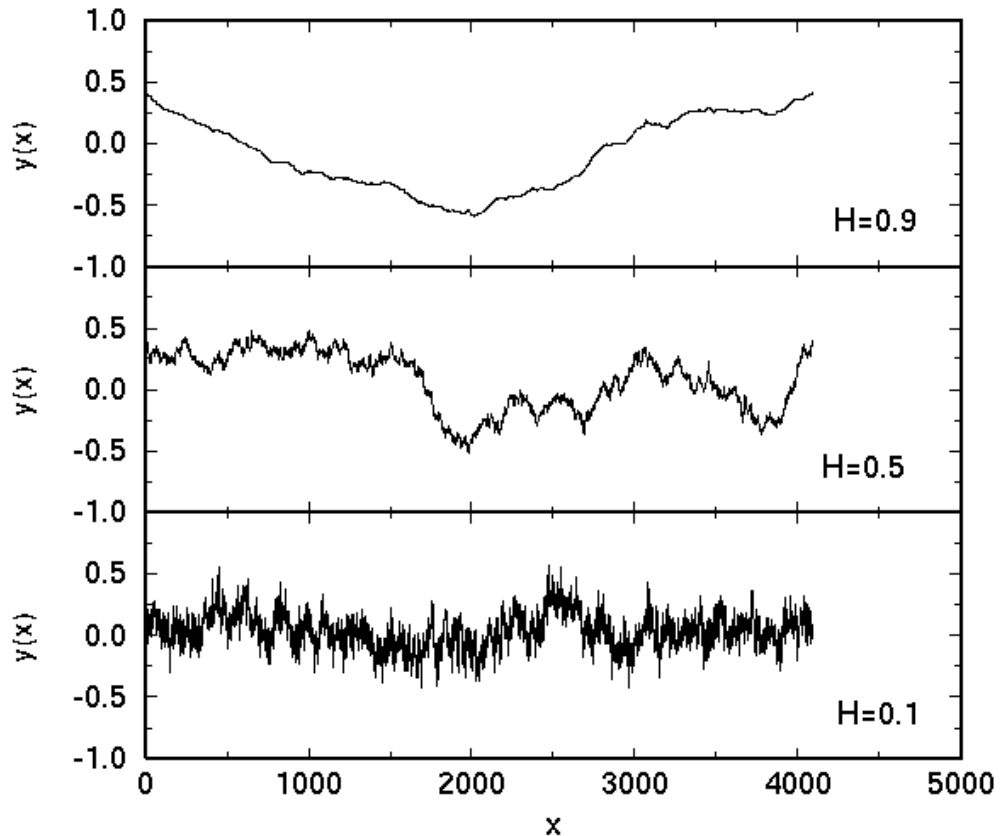
Laikome, kad kairėje esanti eilutė  $(1 - B)^d X_t \equiv \sum_{j=0}^\infty \alpha_j X_{t-j}$  konverguoja vidutinių kvadratų prasme.

Vadinasi, jei  $d > -\frac{1}{2}$ , tai tokia eilutė yra korektiškai nusakyta, nes  $\sum_{j=0}^\infty \alpha_j^2 < \infty$ . Tokią seką vadiname ARFIMA(0, d, 0) procesu.

### 1.4.1. HURSTO INDEKSAS

Stochastinis procesas  $Y(t), t \geq 0$  yra savastingasis (Samorodnitsky, 2006), jei galima rasti tokį  $H$ , kad visiems  $b > 0$ , būtų tenkinama lygybė  $(Y(bt), t \geq 0) \stackrel{\text{def}}{=} (b^H Y(t), t \geq 0)$ , čia  $\stackrel{\text{def}}{=}$  reiškia, kad lygybė galioja visuose funkcijos taškuose, išskyrus trūkio taškus. Jei procesas  $X = (X_1, X_2, \dots)$  yra ilgos atminties, tai dalinės sumos  $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ , čia  $n = 1, 2, \dots$ , kai  $n \geq 1$ , o  $X_n = Y(i) - Y(i - 1)$ ,  $i = 1, 2, \dots$  tenkina lygybę  $S_n \stackrel{\text{def}}{=} n^H S_1$ . Eksponentės rodiklis  $H$  nusako stacionaraus proceso  $X$  pasiskirstymo savastingumą ir vadinamas Hursto indeksu arba Hursto eksponente.





**1.1 pav. Laiko eilutės, kai Hursto indeksas  $H = 0,1$ ;  $H = 0,5$ ;  $H = 0,9$**

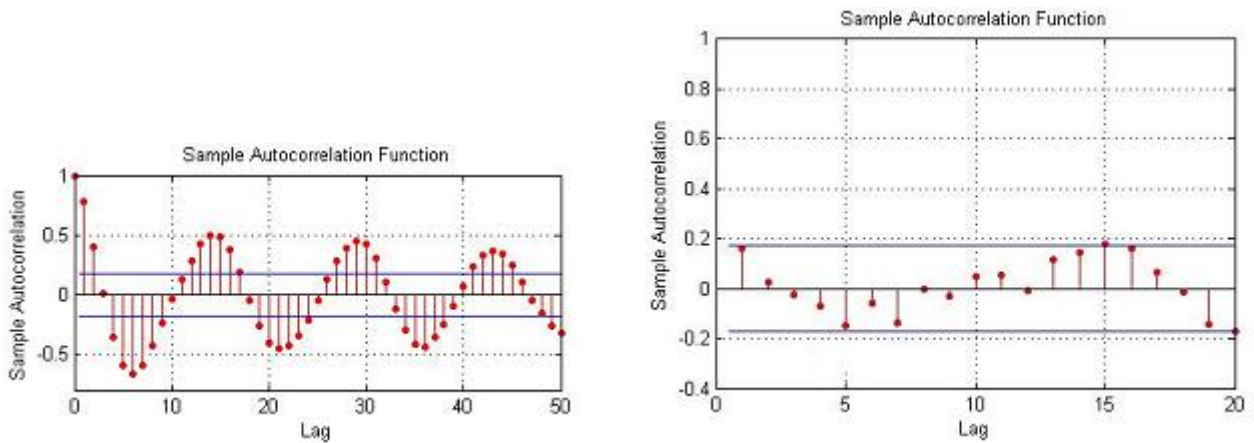
Šio koeficiento reikšmė apibūdina laiko eilutės atminties tipą:  $0 < H < 0,5$  – laiko eilutė pasižymi trumpalaikėmis atmintimi ir aprašo antipersistentinį procesą, t.y. jei vienu laiko momentu eilutės reikšmės didėjo, tai kitu tolesniu laiko momentu jos būtinai mažės, atveju  $0,5 < H < 1$  – laiko eilutės pasižymi ilgalaikėmis atmintimi ir aprašo persistentinį procesą, t.y., jei laiko eilutės reikšmės didėja, tai ateityje jos išsaugos tą pačią tendenciją. Hursto indekso reikšmei artėjant prie 0,5, laiko eilutėje daugėja triukšmų, o jos pokyčiai yra sunkiai prognozuojami, todėl 0,5 reikšmė yra laikoma baltuoju triukšmu.

## **1.4.2. ILGOS ATMINTIES VIZUALUS IDENTIFIKAVIMAS**

Literatūroje aprašomi keletas grafinių būdų, kaip apskaičiuoti atminties parametą  $d$ . Šiame skyriuje aprašysime labiausiai paplitusius ACF ir R/S grafikus. Taip pat literatūroje dar paplitę nustatymo būdai: skirtuminis grafikas ir variograma.

### **1.4.2.1. ACF GRAFIKAS**

ACF grafikas dažniausiai naudojamas preliminariai nustatyti ilgos atminties buvimą. ACF grafikas ir kiti išvardinti būdai yra euristiniai ir yra skirti galimam ilgoms atminties nustatymui ir nėra tinkami daryti tikslias statistines išvadas.



### 1.2 pav. Ilgos atminties laiko eilutės ACF grafikas (kairėje) ir trumpos atminties laiko eilutės ACF grafikas (dešinėje)

Šių grafikų objektyvios interpretacijos negali būti pripažintos visiškai tikslomis, nes:

- Grafikai yra subjektyvūs, dėl didelio parametrų pasirinkimo;
- Atminties parametras  $d$  yra nustatomas „iš akies“;

Kaip paminėta aukščiau, dažnai ACF grafikas yra naudojamas nustatyti ilgos atminties buvimą: lėtas ACF grafiko gesimas yra ilgos atminties indikatorius. Jei duomenys turi  $I(d)$ , autokoreliacijos yra nuoseklūs įvertiniai su konvergavimo koeficientais (Brokvelas ir Davisas (1995), Bailis (1996)):

#### 1.1 lentelė

Reikšmės  $d$  nustatymas

$d$	Konvergavimo koeficientai
$-0,5 < d < 0,25$	$T^{0,5}$
$d = 0,25$	$\left(\frac{T}{\ln(T)}\right)^{0,5}$
$0,25 < d < 0,5$	$T^{0,5-d}$

Šiuo atžvilgiu, ilgos atminties identifikavimas naudojantis ACF grafiku yra pagrįstas. Paveiksle 1.2 matome, kuo skiriasi ilgos atminties grafikas ir trumpos atminties ACF grafikas.

### 1.4.2.2. R/S GRAFIKAS

R/S statistika yra naudojama kaip ilgos atminties buvimo testas. Ji yra apibrėžiama kaip

$$\ln[Q(t, k)] = \ln \left[ \frac{R(t, k)}{S(t, k)} \right] \quad (1.18)$$

kur

$$Y_j = \sum_{i=1}^j X_i \quad (1.19)$$

$$R(t, k) = \max_{0 \leq i \leq k} \left[ Y_{t+i} - Y_t - \frac{i}{k} (Y_{t+k} - Y_t) \right] - \min_{0 \leq i \leq k} \left[ Y_{t+i} - Y_t - \frac{i}{k} (Y_{t+k} - Y_t) \right] \quad (1.20)$$

$$\bar{X}_{t,k} = \frac{\sum_{i=t+1}^{t+k} X_i}{k} \quad (1.21)$$

$$S(t,k) = \sqrt{\frac{\sum_{i=t+1}^{t+k} (X_i - \bar{X}_{t,k})^2}{k}} \quad (1.22)$$

ir buvo pasiūlyta hidrologų (Mandelbrot ir Wallis, 1969). Šią statistiką taikysime ryšyje su R/S grafiku. Tiesi linija su perkirtimu yra apskaičiuota naudojantis mažiausių kvadratų metodu, apskaičiuojant santykį tarp  $\ln[Q(t,k)]$  ir  $\ln[k]$ . Trumpai tariant šios linijos nuožulnumas turi tendenciją į  $\frac{1}{2}$  trumpos atminties procesams, tuo tarpu, jei procesas turi savyje ilgą atmintį, nuožulnumas turi tendenciją į konstantą  $\alpha = \left(d + \frac{1}{2}\right) > \frac{1}{2}$ . To priežastis yra ta, kad  $Q(t,k)$  turi skirtingus konvergavimo rodiklius trumpos ir ilgos atminties atveju. Kaip tvirtina Lo (1991), R/S statistika nėra tvirta trumpos atminties atveju, be to, buvo parodyta, kad AR(1) proceso atveju R/S statistika visiškai neveikia.

## 1.5. ARFIMA APSKAIČIAVIMO METODAI

Daug ARFIMA apskaičiavimo metodų buvo pasiūlyta Bailio (1996), Omso ir Dorniko (1999) ir Bareno (1994). Pagrindinius galima suskirstyti į dvi grupes:

- Didžiausio tikėtimumo metodai.
  - EML: Tiksliai maksimali tikimybė
  - MPL: Modifikuota profilio tikimybė
  - CSS: Kvadratų sąlyginės sumos
- Logaritminių periodogramų regresijos.

### 1.5.1. DIDŽIAUSIO TIKĖTINUMO METODAI

ARFIMA modelio apskaičiavimas EML metodu buvo laikomas per daug sudėtingu ir nepatogu. Naujų didžiausio tikėtimumo procedūrų poreikis inicijavo kitokias tikėtimumo aproksimavimo procedūras, asimptotiškai ekvivalenčias. Sujungus ribotų pavyzdžių savybes, susijusius darbų rezultatai buvo gauti Monte Karlo metodu (Beveridge, Oickle (1993), Houser (1999), Chung, Bailie (1993), Cheung, Diebold (1994), Sowell (1992a), Beran(1995)). EML, MPL ir CSS procedūra buvo atrinkti remiantis šiais rezultatais: naudojantis šiais metodais buvo gauti ARFIMA modelio tikslūs įverčiai. Praktinis didžiausio tikėtimumo metodų panaudojimas pateikiamas tiriamojoje dalyje.

### 1.5.1.1. TIKSLI MAKSIMALI TIKIMYBĖ

Sowell (1992a) išvedė stacionaraus vienmačio ARFIMA modelio, besąlyginę tikėtinumo funkciją

$$\Phi(L)(1-L)^d y_t = \Theta(L)\epsilon_t \quad (1.23)$$

leidžiančią tikslaus didžiausio tikėtinumo apskaičiavimą modeliui ARFIMA, bet dėl didelio apskaičiavimo sudėtingumo ši procedūra buvo laikoma nepritaikoma. Modelio ARFIMA(p, d, q) tikėtinumo aprašymas su pastoviu vidurkiu  $\mu$

$$\Phi(L)(1-L)^d (y_t - \mu) = \Theta(L)\epsilon_t \quad (1.24)$$

$$\Phi(L) = 1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p \quad (1.25)$$

$$\Theta(L) = 1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2 + \dots + \theta_q L^q \quad (1.26)$$

yra (Ooms ir Doornik (1999))

$$\ln L(d, \phi, \theta) = c - \frac{1}{2} \ln |\mathbf{R}| - \frac{T}{2} \ln [\hat{\mathbf{z}}' \mathbf{R}^{-1} \hat{\mathbf{z}}] \quad (1.27)$$

kur  $T \times T$  kovariacijų matrica yra  $\Sigma = \sigma^2 \mathbf{R}$ , stebėjimų vektorius yra  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{z} = \mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}$ ,  $\mu$  yra skaliaras,  $\boldsymbol{\iota}$  yra  $T \times 1$  vienetinis vektorius,  $\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{y} - \boldsymbol{\iota} \hat{\mu}$ , ir  $\hat{\mu} = (\boldsymbol{\iota}' \mathbf{R}^{-1} \boldsymbol{\iota})^{-1} \boldsymbol{\iota}' \mathbf{R}^{-1} \mathbf{y}$ . Dahlhaus (1989) įrodė, kad EML gautos reikšmės yra pasiskirsčiusios pagal normalųjį skirstinį.

Su paketu STATA nesudėtingai galima gauti ARFIMA modelį EML metodu.

### 1.5.1.2. MODIFIKUOTA PROFILIO TIKIMYBĖ

EML apytikrių apskaičiavimų šališkumas kyla daugiausia dėl neapibrėžtų parametrų buvimo (ARFIMA modelyje  $\mu$ , ir alternatyvūs regresoriai yra neapibrėžti parametrai), tai yra todėl, kad Fišerio informacinė matrica nėra diagonali. Šis efektas yra matomas Cheug ir Diebold (1994) darbe:  $d$  dramatiškai didėja, kai aritmetinis vidurkis yra pakeičiamas tikroju vidurkiu tikimybinėje funkcijoje.

Modifikuoto profilio tikėtinumo metodo tikslas (Barndorff-Nielsen (1983)) yra sureguliuoti EML apskaičiavimą. Ooms ir Doornik (1999) pateikė modifikuoto profilio tikėtinumo metodą

$$\ln L_M(d, \phi, \theta) = c + \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{2} \right) \ln |\mathbf{R}| - \frac{1}{2} \ln |\mathbf{X}' \mathbf{R}^{-1} \mathbf{X}| - \frac{T - k - 2}{2} \ln [\hat{\mathbf{z}}' \mathbf{R}^{-1} \hat{\mathbf{z}}]. \quad (1.28)$$

Hauser (1999) bandymai parodė, kad geriausi rezultatai gaunami, kai imties dydis yra 100 stebėjimų. EML ir MPL procedūros reikalauja, kad būtų apskaičiuota reikšmių vektoriaus  $\mathbf{y}$  koreliacijų matrica  $\mathbf{R}$ .  $\mathbf{R}$  negali būti korektiškai apskaičiuota, kai  $d > 0,5$ , taigi laiko eilutė būtinai turi būti stacionari.

Toliau panagrinėsime sąlyginį kvadratų sumos metodą.

### 1.5.1.3. SAŁYGINĖ KVARDATŲ SUMA

Baren (1995) išvystė apytikslį tikėtinumo statistinį įvertinimą remiantis žemiau pateiktos išraiškos minimizavimu

$$\ln L_C(d, \phi, \theta, \mu) = c - \frac{1}{2} \ln \frac{1}{T-k} \sum_{t=2}^T \hat{e}_t^2 \quad (1.29)$$

$$(y_t - \mu) = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j(d, \phi, \theta)(y_{t-j} - \mu) + \hat{e}_t, \quad y_i = 0 \text{ visiems } i < 0 \quad (1.30)$$

įrodydamas efektyvumą ir normalumą. Šios procedūros rezultatai labai dvejopi: Beveridge ir Oickle (1993) nerekomenduoja CSS modelio, kurio duomenų apimtis 100 stebėjimų, tačiau Chung ir Bailie (1993) pritaria CSS modeliui, kai stebėjimų skaičius didesnis nei 150.

CSS metodas yra palyginus paprastas, tačiau jis nėra tinkamas esant heteroskedastiškumui ir jei duomenys nėra pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį.

## 1.6. ARFIMA MODELIO ALTERNATYVOS

Modelis ARFIMA yra vienas iš keleto galimų modelių taikomų ilgos atminties laiko eilutėms. Gegenbauer ARMA procesas (GARMA), turi parametrus  $(\phi, \theta, \xi, \lambda, \mu)$

$$\phi(L)(1 - 2\xi + L^2)^\lambda (y_t - \mu) = \theta(L)\varepsilon_t \quad (1.31)$$

yra apibendrintas ARFIMA procesas. Kai  $\xi = 1$ , tai procesas tampa ARFIMA procesu su  $d = 2\lambda$ . Tačiau šis modelis nėra taip plačiai nagrinėjamas, kaip ARFIMA modelis.

Robinson (1994) propagavo naudoti eksponentinį spektro modelį

$$g(\lambda; \tau) = \exp\left(2 \sum_{j=1}^q \tau_j \cos(j\lambda)\right), \quad -\pi < \lambda \leq \pi \quad (1.32)$$

modeliuoti trumpos atminties dinamines eilutes vietoje ARMA modelio. Šis modelis nebuvo tinkamas ilgos atminties procesams, tačiau pasiūlė naują formuluotę trumpos atminties dinamikai palyginti su ARFIMA modeliu. Tačiau eksponentinio spektro modelis nėra labai patogus turint nuo laiko priklausančius duomenis, o tai didelis modelio trūkumas.

ARFIMA modelio teorinis pagrindas labiau išvystytas lyginant su alternatyviais modeliais. Empirinėje literatūroje, modelio pritaikymas ekonominiams duomenims atrodo perspektyvus. ARMA modeliai yra plačiai naudojami laiko eilučių analizėje ir geriausias būdas išplėsti šiuos modelius, tai jų taikymas ilgos atminties kryptimi.

## 2. TIRIAMOJI DALIS

Šiame skyriuje pateikta duomenų su ilga priklausomybe laike modeliavimo rezultatai, naudojant ARFIMA modelius. Modeliavimas atliekamas Lietuvos, Airijos, Danijos, Estijos, Islandijos, Latvijos, Didžiosios Britanijos, JAV nedarbo lygio duomenims. Tiriamojoje dalyje nedarbo lygio analizei atlikti naudojami šie žingsniai:

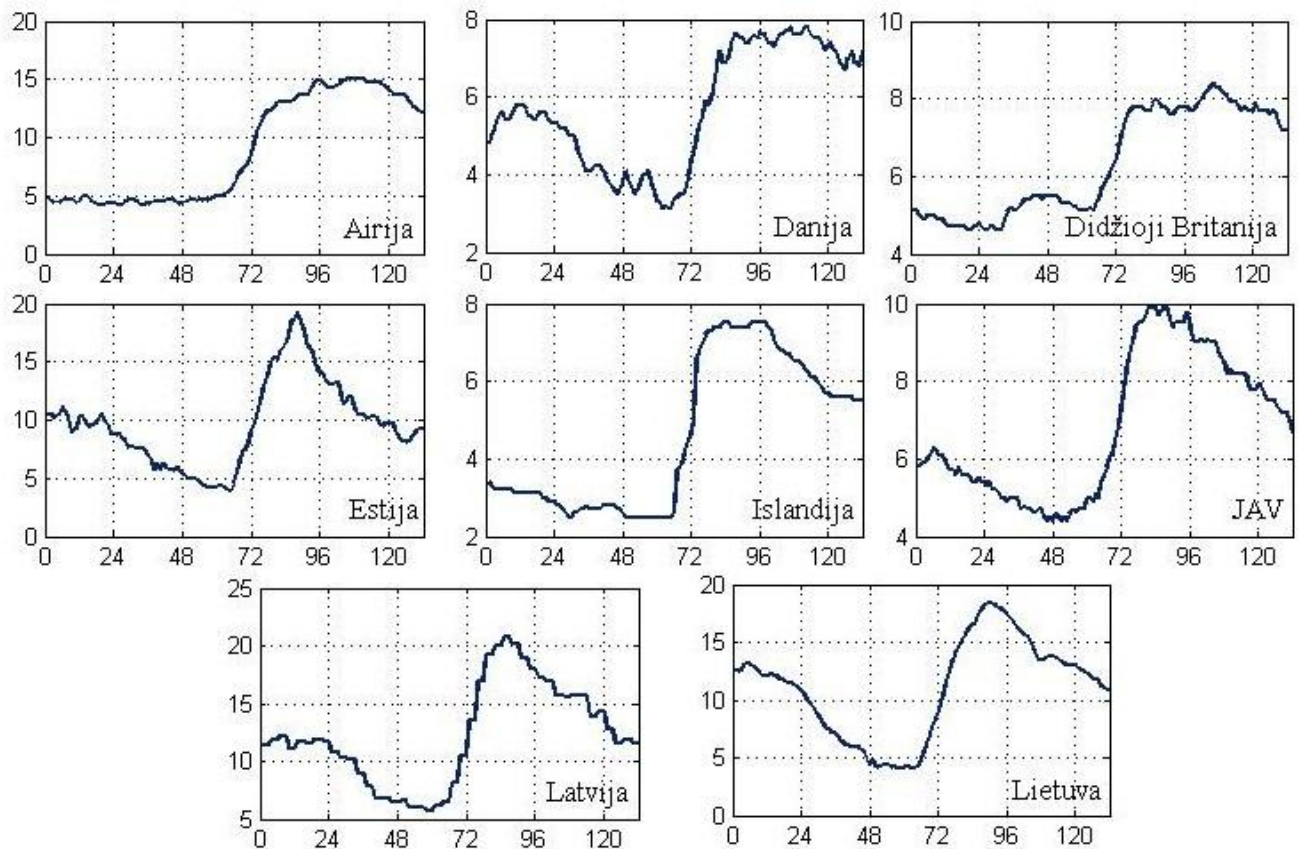
- Vizualiai ir statistiškai įvertinamas laiko eilutės stacionarumas;
- Modeliuojamas lygio postūmio pasikeitimas;
- Identifikuojamos, originalios laiko eilutės ir lygio postūmio funkcijos, paklaidų sezoninės ir ciklinės komponentės ir įvertinama, kaip gautoji sisteminė komponentė tiksliai nusako nedarbo lygio laiko eilutes;
- Nagrinėjamos sisteminės komponentės ir nedarbo lygio laiko eilutės paklaidos;
- Jei nustatoma, kad paklaidų laiko eilutė turi ilgą atmintį, taikomas ARFIMA modelis. Pateikiami dviejų taikytų, didžiausio tikėtumo ir modifikuoto profilio didžiausio tikėtumo, metodų rezultatai ir jų palyginimas tarpusavyje.
- Įvertinamas ARFIMA modelio tinkamumas duomenims.

### 2.1 DUOMENYS

Per 2008 m. pasaulinę ekonominę krizę daugeliui šalių teko susidurti su aukštu nedarbo lygiu (2.1 pav.). Nagrinėjami 2003 – 2013 metų (132 mėnesių) Airijos, Danijos, Didžiosios Britanijos, Estijos, Islandijos, JAV, Latvijos ir Lietuvos nedarbo lygio pasikeitimai. Duomenys paimti iš Eurostat šaltinių. Šių šalių laiko eilutės buvo pasirinktos dėl panašios nedarbo lygio kitimo tendencijos 2003 – 2013 laikotarpiu. Visų šalių nedarbo lygio pasikeitimus stebime maždaug tuo pačiu laiko momentu.

Vizualiai ir statistiškai įvertinus gauta, kad ekonominis indikatorius – nedarbo lygis nėra stacionari eilutė, nes laiko eilutės vidurkis nėra pastovus, t.y. suskaidžius stebėjimus į atskiras grupes, kiekvienos grupės vidurkiai skiriasi. Taip pat Dickeu-Fuler testu patikrinus, gauta, kad šios laiko eilutės yra vienetinės šaknies procesai.

Atliekant JAV nedarbo lygio analizę (laikotarpiu nuo 1968 liepos iki 1999 spalio) naudojantis netiesiniu ilgą atminties modeliu (Van Dijk, 2000), buvo pastebėta, kad nedarbas greičiau auga recesijos metais nei mažėja ekonomikos augimo metais. Remiantis JAV aukščiau paminėta analize, buvo atliktas Slovakijos nedarbo lygio modeliavimas netiesiniu ilgą atminties modeliu (Komornik, 2005). Remiantis šiomis dviem analizėmis ir laiko eilučių moderniais modeliavimo principais (Philip Hans Franses, 1998) bus modeliuojamas nedarbo lygis anksčiau paminėtomis šalims.



**2.1 pav. Airijos, Danijos, Didžiosios Britanijos, Estijos, Islandijos, JAV, Latvijos ir Lietuvos nedarbo lygis 2003 – 2013 metais (132 mėnesiai)**

## 2.2 NEDARBO LYGIO PASIKEITIMŲ MODELIAVIMAS

Lygio postūmiai, tai išskirtys, kai konkrečiu laiko momentu ženkliai pasikeičia laiko eilutės reikšmių vidurkis. Šis pokytis veikia visas laiko eilutės reikšmes nuo tam tikro momento. Pokyčiai gali atsirasti dėl pakitusio mokesčių tarifo, ekonominės krizės, struktūros pokyčio, teisės aktų pasikeitimo, tradicijų ar kitų priežasčių. Šiuo atveju staigų nedarbo lygio pasikeitimą lėmė 2008 m. pasaulinė ekonominė krizė.

Iš nedarbo lygio grafikų, intuityviai spėjame, kad staigaus pasikeitimo momentas yra  $t = 70$ . Konstruojame lygio postūmio funkciją

$$L(t) = a + bG(t, c, \gamma) \quad (2.1)$$

kur

$$G(t, c, \gamma) = \frac{1}{1 + e^{-\gamma(t-c)}} \quad (2.2)$$

yra logistinė funkcija.

Pritaikius mažiausių kvadratų metodą optimaliai lygio postūmio funkcijai nustatyti, gauti rezultatai pateikiami 2.1 lentelėje. Čia pateiktos modelio parametrų reikšmės bei modelio tinkamumo parametrai, kurie parodo, kaip lygio postūmio funkcija nusako realius laiko eilučių duomenis.

Parametras  $c$  parodo laiko momentą, kada įvyksta staigus nedarbo lygio didėjimas. Iš 2.1 lentelėje pateiktų duomenų matome, kad visų nagrinėjamų šalių nedarbo lygio pasikeitimai pasireiškia panašiu laiko momentu. Parametras  $\gamma$  yra nuolydžio komponentė. Ji parodo nuolydžio statumą.

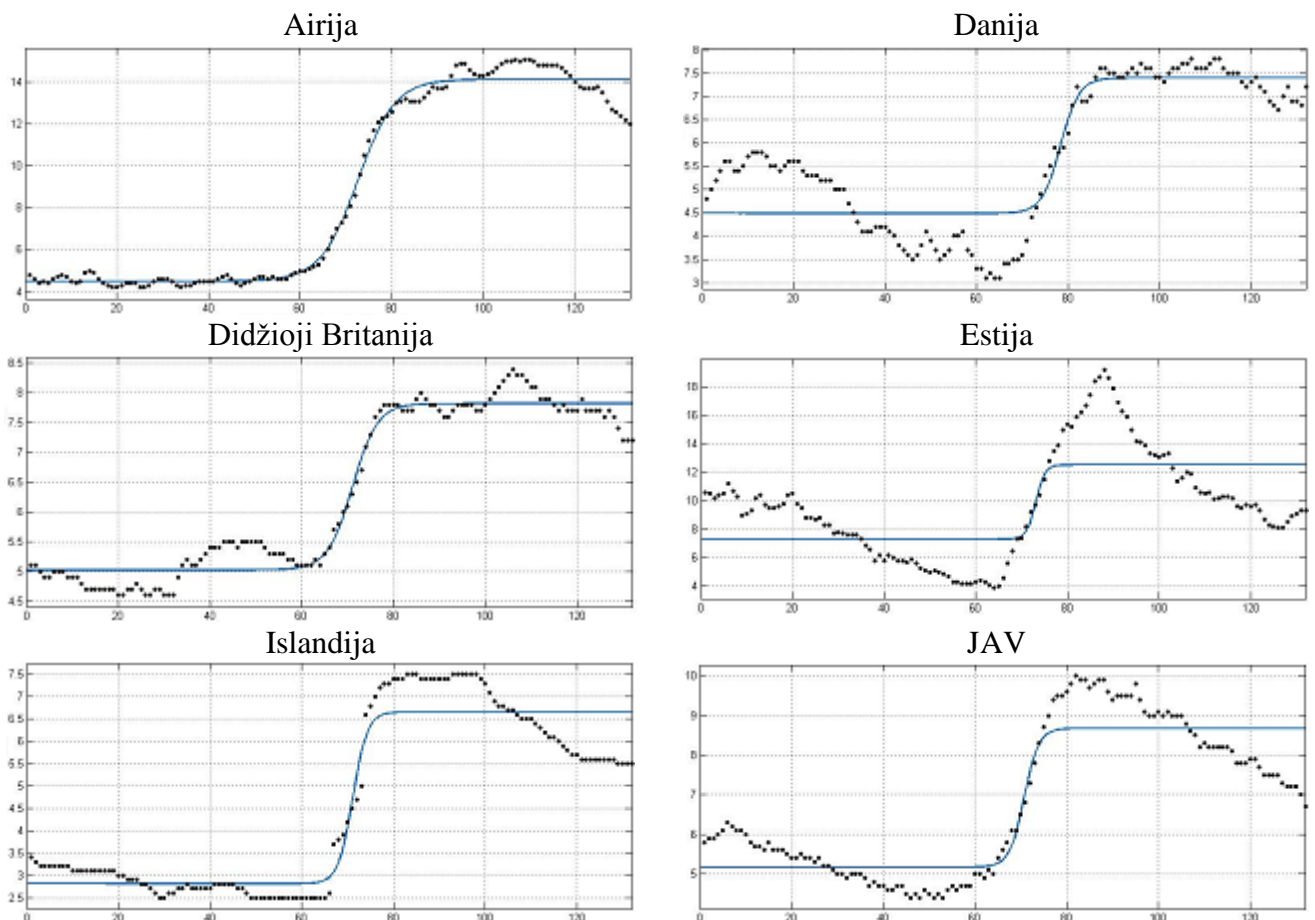
## 2.1 lentelė

Lygio postūmio funkcijos parametrų reikšmės

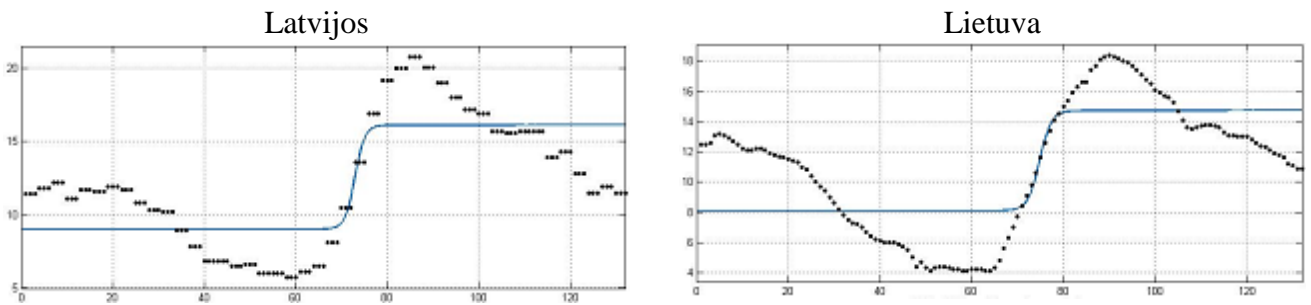
Duomenys	Modelio parametrai				Modelio tinkamumo parametrai		
	a	b	c	$\gamma$	Kvadratinių paklaidų suma	Determinacijos koef.	Vidutinė kvadratinė paklaida
Airija	14,140	-9,652	72,58	-0,245	9,388	0,962	0,271
Danija	7,393	-2,909	78,36	-0,487	59,294	0,810	0,681
Didžioji Britanija	7,819	-2,795	71,07	-0,366	9,388	0,962	0,271
Estija	7,298	5,223	73,09	1,002	941,775	0,479	2,173
Islandija	6,657	-3,846	71,15	-0,631	40,835	0,919	0,565
JAV	5,169	3,506	70,73	0,624	67,961	0,850	0,729
Latvija	8,993	7,134	72,94	0,930	874,346	0,648	2,614
Lietuva	8,100	6,617	74,80	0,792	1036,700	0,569	2,846

Kaip matome praščiausiai modelis aprašo Estijos, Lietuvos ir Latvijos nedarbo lygio laiko eilutes. Tačiau šiuo modeliu siekiame įvertinti staigų laiko eilučių pasikeitimą tam tikru laiko momentu, todėl toliau vertinsime originalių laiko eilučių ir sumodeliuoto lygio postūmio paklaidas.

Sumodeliuotų lygio postūmio funkcijų grafikai pateikti žemiau 2.2 paveiksle. Čia vizualiai galime įvertinti kaip lygio postūmio funkcija nusako nedarbo lygio šokus.



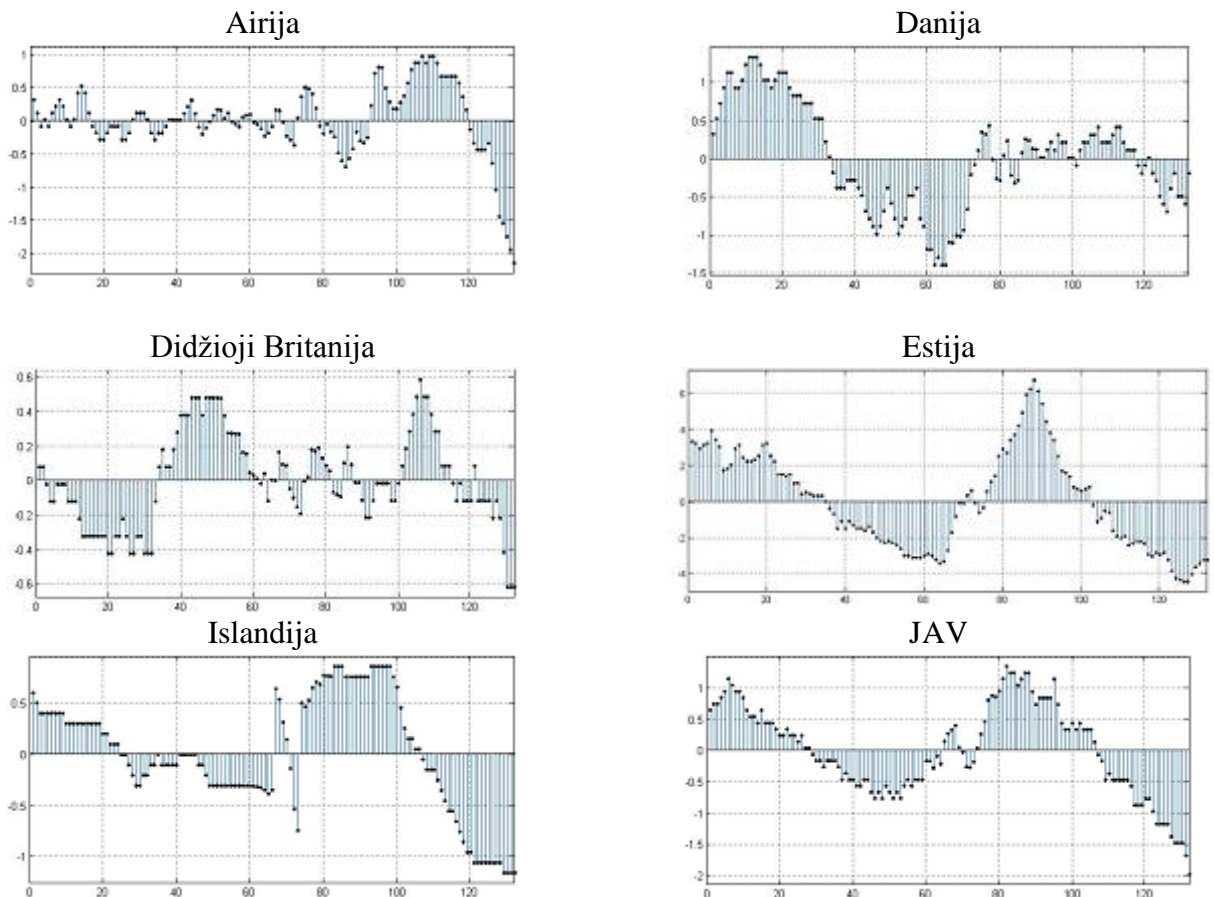


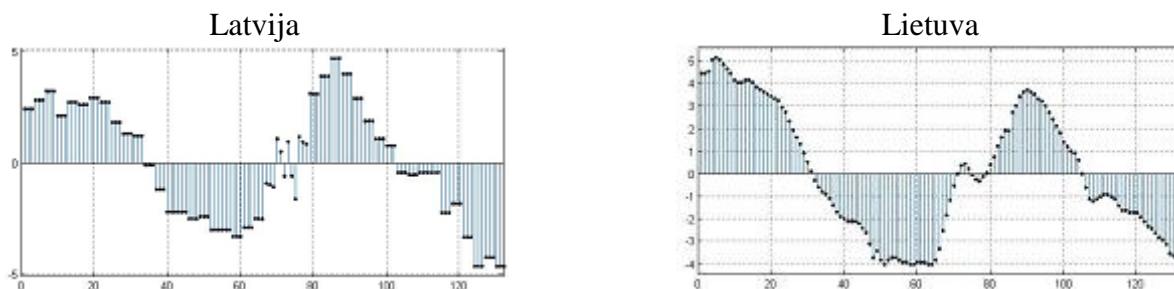


2.2 pav. Airijos, Danijos, Didžiosios Britanijos, Estijos, Islandijos, JAV, Latvijos ir Lietuvos nedarbo lygio originalios laiko eilutės ir lygio postūmio funkcijos. Nedarbo lygis  $\cdots$ , lygio postūmio funkcija  $\text{—}$

### 2.3 SEZONINĖS IR CIKLINĖS KOMPKONENTĖS IDENTIFIKAVIMAS

Žemiau (2.3 pav.) pateikti Airijos, Danijos, Didžiosios Britanijos, Estijos, Islandijos, JAV, Latvijos ir Lietuvos nedarbo lygio ir lygio postūmio funkcijų paklaidų grafikai. Grįžtama prie klasikinės laiko eilučių analizės ir išskiriame stabilias sezonines komponentes kiekvienai paklaidų laiko eilutei. Stabilios paklaidų laiko eilučių sezoninės komponentės pateikiamos 1 priede. Pašalinus sezoniškumą nagrinėjame paklaidų cikliškumus. Cikliškumui nustatyti naudosime Furjė eilučių modelius.





**2.3 pav. Airijos, Danijos, Didžiosios Britanijos, Estijos, Islandijos, JAV, Latvijos ir Lietuvos nedarbo lygio laiko eilučių ir lygio postūmio funkcijų paklaidos**  
Furjė eilutės yra sinuso ir kosinuso funkcijų suma, kuri apibūdina periodinį signalą

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cos(n\omega x) + a_i \sin(n\omega x) \quad (2.3)$$

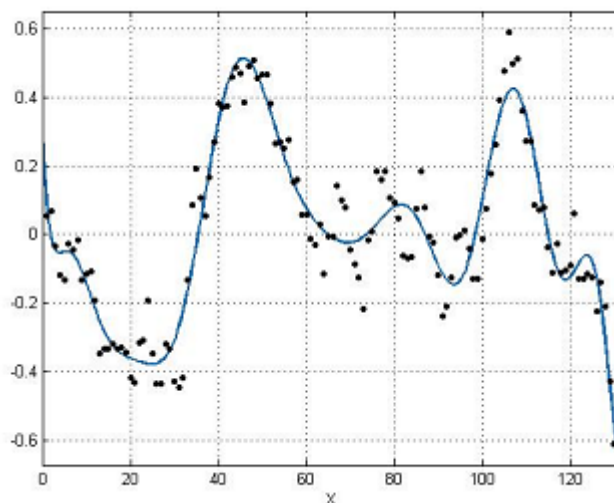
kur  $a_0$  yra modelio konstanta susijusi su kosinusu, kai  $i = 0$ ,  $\omega$  yra signalo dažnis,  $n$  yra harmonikų skaičius eilutėje,  $1 \leq n \leq 8$ .  $\omega$  yra periodo reikšmė.  $2\pi/\omega$  paverčia periodą mėnesiais, nes sinuso ir kosinuso periodas yra  $2\pi$ . Periodo pikai turi matytis grafike, atitinkamai kas laikotarpį gautą apskaičiavus išraišką  $2\pi/\omega$ . Norėdami rasti svarbiausius laikotarpius, nagrinėjame koeficientus, kurių reikšmės gautos didžiausios. Įvertinus Didžiosios Britanijos paklaidų sezoniškumą, su tikslumo parametrais determinacijos koeficientu  $R^2$  lygiu 0,904 ir šaknimi iš vidutinės kvadratinės paklaidos  $RMSE$  lygia 0,089, gauti tokie koeficientai, kai  $\omega = 0,029$ :

**2.2 lentelė**

Lygio postūmio funkcijos parametru reikšmės

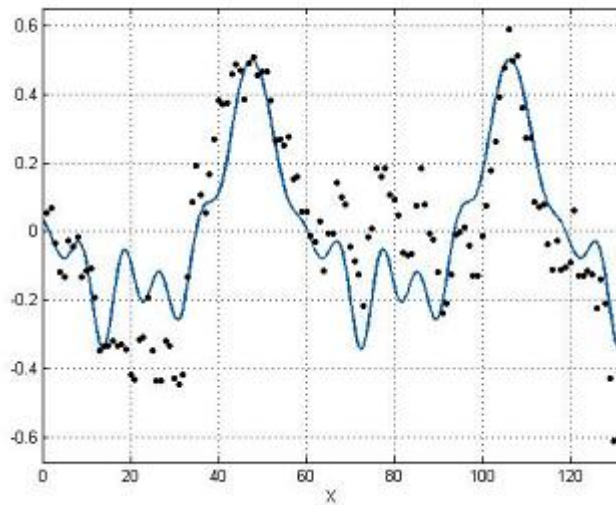
a1	b1	a2	b2	a3	b3	a4	b4
129,50	-394,00	-275,90	-203,00	-200,60	143,80	<b>47,14</b>	<b>145,50</b>
a5	b5	a6	b6	a7	b7	a8	b8
<b>79,74</b>	<b>-0,62</b>	9,50	-31,95	-8,77	-5,49	-1,31	1,25

Gauname, kad reikšmingiausi yra 54 ir 43 mėnesių ciklai, vidutiniškai 48,5 mėnesių ciklas.



**2.4 pav. Didžiosios Britanijos nedarbo lygio laiko eilutės ir lygio postūmio funkcijos paklaidos**  
( $\dots$ ) ir Furjė eilutės modelis ( $-$ ), kai  $\omega = 0,029$

Tačiau Furjė laiko eilučių modeliai yra labai jautrūs pradinio taško parinkimui. Patikriname ar dviejų metų ciklas yra reikšmingas  $(2 \cdot \pi)/48 = 0,131$ . Kaip matome iš grafiko



**2.5 pav. Didžiosios Britanijos nedarbo lygio laiko eilutės ir lygio postūmio funkcijos paklaidos (···) ir Furjė eilutės modelis (—), kai  $\omega = 0,131$**

duomenys nėra nusakomi geriau nei pirmuoju atveju pavaizduoti 2.4 paveiksle, kai  $\omega = 0,029$ .

Analogiškas cikliškumo įvertinimas atliekamas kitų šalių laiko eilučių paklaidoms. Airijos atveju reikšmingi yra 60 ir 84, Danijos – 24, Estijos – 72, 24 ir 12, Islandijos – 72, 36 ir 12, JAV – 72, 48 ir 36, Latvijos – 66 ir 24, Lietuvos – 72, 48 ir 24 mėnesių ciklai. Koeficientų reikšmės ir grafikai pateikti 2 priede. Lentelėje 2.3 pateikti apibendrinimai, kurie įvertinta aproksimavimo tikslumą.

### 2.3 lentelė

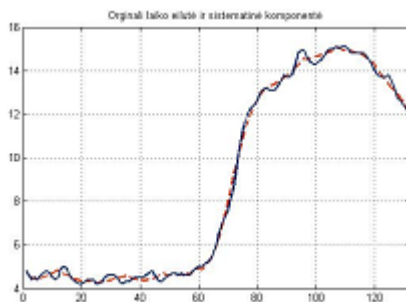
Nedarbo lygio laiko eilutės ir lygio postūmio funkcijos paklaidų aproksimavimo, Furjė eilučių modeliais, tikslumo apibendrinimai

Šalis	Determinacijos koeficientas, $R^2$	Šaknis iš vidutinės kvadratinės paklaidos, RMSE
Airija	0,85	0,21
Danija	0,95	0,16
Didžioji Britanija	0,90	0,09
Estija	0,98	0,42
Islandija	0,93	0,16
JAV	0,97	0,13
Latvija	0,97	0,48
Lietuva	0,99	0,29

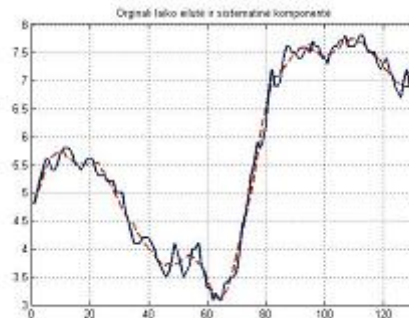
Įvertinus lygio postūmio funkciją, sezoniškumą bei cikliškumą gauname deterministinę funkciją (sisteminę komponentę). Kaip šios sisteminės komponentės nusako nagrinėjamų šalių nedarbo

lygio laiko eilučių duomenis galime vizualiai įvertinti žemiau pateiktuose grafikuose 2.6 paveiksle. Raudona punktyrinė linija žymi sisteminę komponentę.

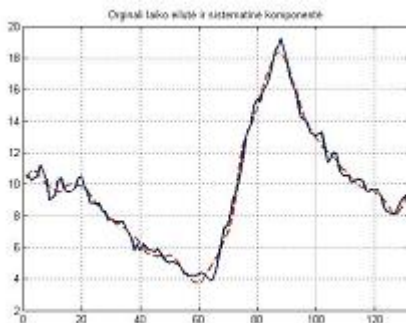
Airijos nedarbo lygio paklaidos,  
MSE = 0.039 NMSE = 0.998



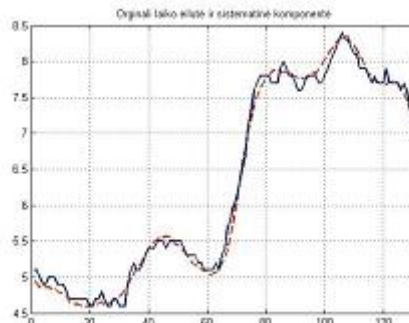
Danijos nedarbo lygis  
MSE = 0.024 NMSE = 0.990



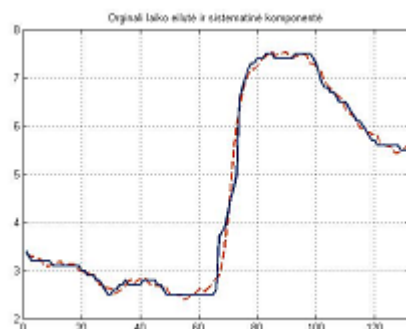
Estijos nedarbo lygis  
MSE = 0.164 NMSE = 0.988



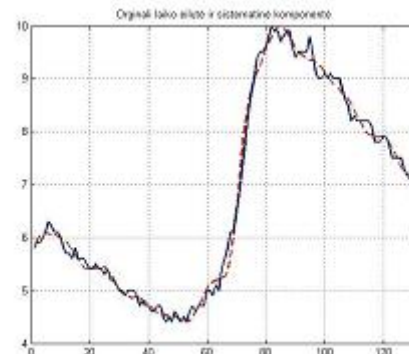
Didžiosios Britanijos nedarbo lygis  
MSE = 0.0120 NMSE = 0.994



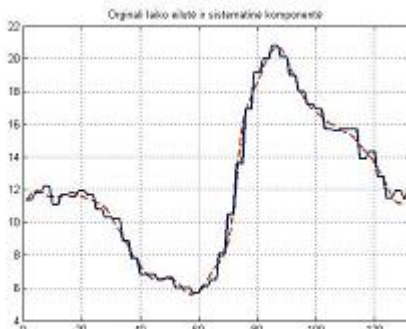
Islandijos nedarbo lygis  
MSE = 0.025 NMSE = 0.994



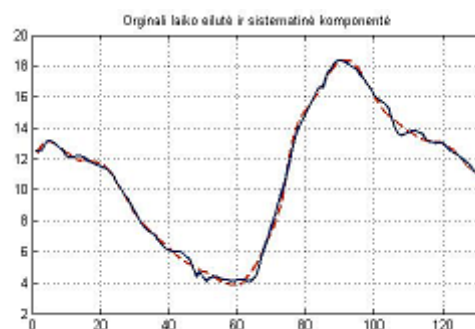
JAV nedarbo lygis  
MSE = 0.017 NMSE = 0.995



Latvijas nedarbo lygis  
MSE = 0.209 NMSE = 0.989



Lietuvos nedarbo lygis  
MSE = 0.072 NMSE = 0.996



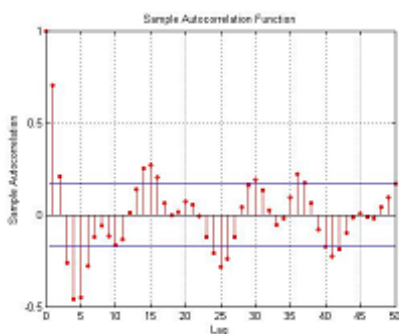
2.6 pav. Airijos, Danijos, Didžiosios Britanijos, Estijos, Islandijos, JAV, Latvijos ir Lietuvos nedarbo lygio laiko eilutės (—) ir sisteminės komponentės (-----)

Nustatyti, kaip sisteminė komponentė atitinka originalias laiko eilutes, apskaičiuotos vidutinė kvadratinė paklaida MSE (standartinis nuokrypis) ir normuota vidutinė kvadratinė paklaida NMSE. Visų šalių NMSE gautos reikšmės labai artimos vienetui, o tai reiškia, kad modelis labai gerai nusako nedarbo lygio laiko eilutes. Vidutinės kvadratinės paklaidos taip pat gautos artimos nuliui, išskyrus didesnės reikšmės gautos Latvijos ir Estijos atveju.

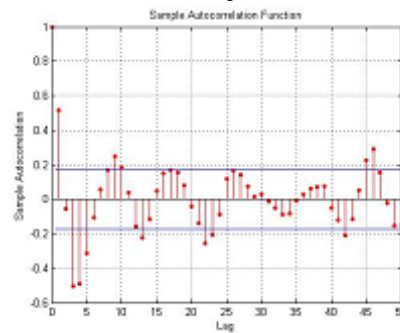
## 2.4 ILGOS ATMINTIES NUSTATYMAS

Toliau nagrinėjame sisteminės komponentės ir nedarbo lygio laiko eilučių paklaidas. Šių paklaidų grafikai pateikiami 3 priede. Autokoreliacijos funkcijos pateikiamos 2.7 paveiksle. Iš pateiktų autokoreliacijos funkcijų grafikų galime daryti prielaidą, kad kai kurios sisteminės komponentės ir nedarbo lygio laiko paklaidų laiko eilutės turi ilgą atmintį t.y. stebime koreliacijų lėtą gesimą. Lėčiausias gesimas stebimas Airijos, Didžiosios Britanijos, JAV ir Lietuvos paklaidų autokoreliacijų funkcijų grafikuose. Apie kitų šalių paklaidas sudėtinga daryti išvadas, todėl, kad įsitikintumėme, kurios laiko eilutės pasižymi ilga atmintimi, apskaičiuojame Hursto parametro reikšmę kiekvienai paklaidų laiko eilutei ir braižome R/S grafikus.

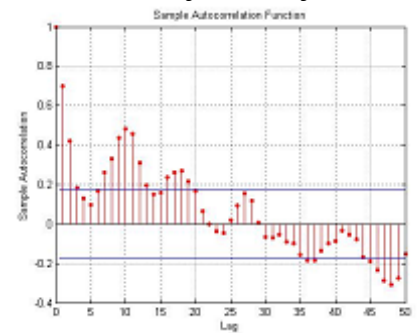
Airija



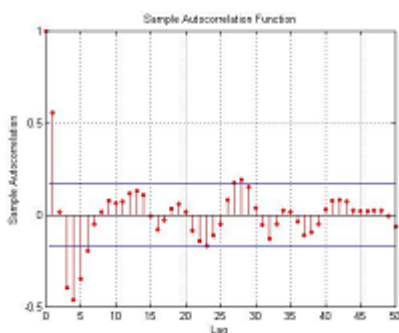
Danija



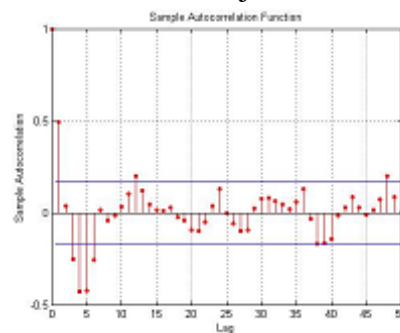
Didžioji Britanija



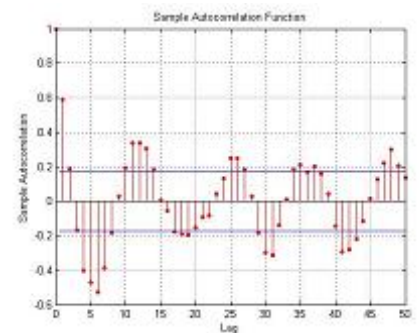
Estija

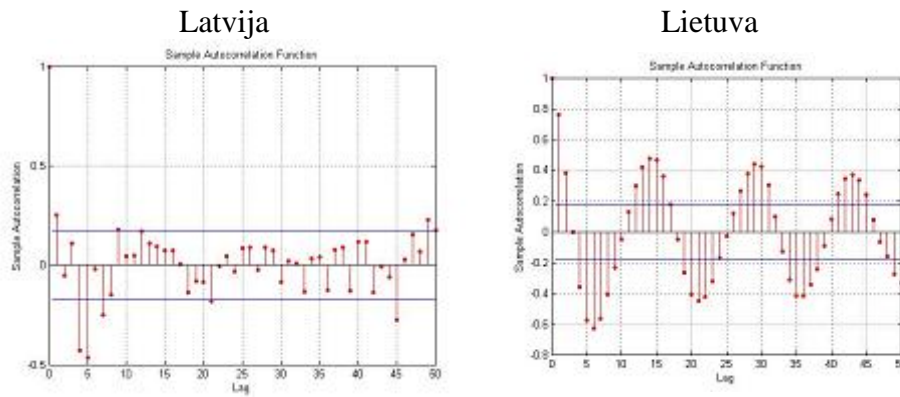


Islandija



JAV





**2.7 pav. Airijos, Danijos, Didžiosios Britanijos, Estijos, Islandijos, JAV, Latvijos ir Lietuvos nedarbo lygio laiko eilučių ir sistematiųjų komponentių paklaidų ACF grafikai**

Parametro  $H$  apskaičiavimui atliekami šie žingsniai (Millen ir Beard, 2003):

Pirmiausia laiko eilutė padalinama į  $D$  ilgio  $n$  laiko eilučių, kur  $D \times n = N$ . Kiekvienai šiai gautai laiko eilutei, kur  $m = 1, \dots, D$ ;

Apskaičiuojamas vidurkis  $E_m$ ;

Standartinis nuokrypis  $S_m$ ;

Normuojame laiko eilutę  $\{Z_{i,m}\}$  atėmus vidurkius iš kiekvieno elemento

$$X_{i,m} = Z_{i,m} - E_m, \text{ kur } i = 1, \dots, n; \quad (2.4)$$

Naudojant normuotą laiko eilutę, sukuriame augančią laiko eilutę sumuojant duomenis

$$Y_{i,m} = \sum_{j=1}^i X_{j,m} \text{ kur } i = 1, \dots, n; \quad (2.5)$$

Naudojant gautąsias laiko eilutes randame  $R_m$  iš maksimalios reikšmės atėmę minimalią

$$R_m = \max\{Y_{1,m}, \dots, Y_{n,m}\} - \min\{Y_{1,m}, \dots, Y_{n,m}\}; \quad (2.6)$$

Apskaičiuojame  $\frac{R_m}{S_m}$ ;

Apskaičiuojame vidurkį visoms ilgio  $n$  laiko eilutėms

$$\left(\frac{R}{S}\right)_n = \frac{1}{D} \sum_{m=1}^D \frac{R_m}{S_m}; \quad (2.7)$$

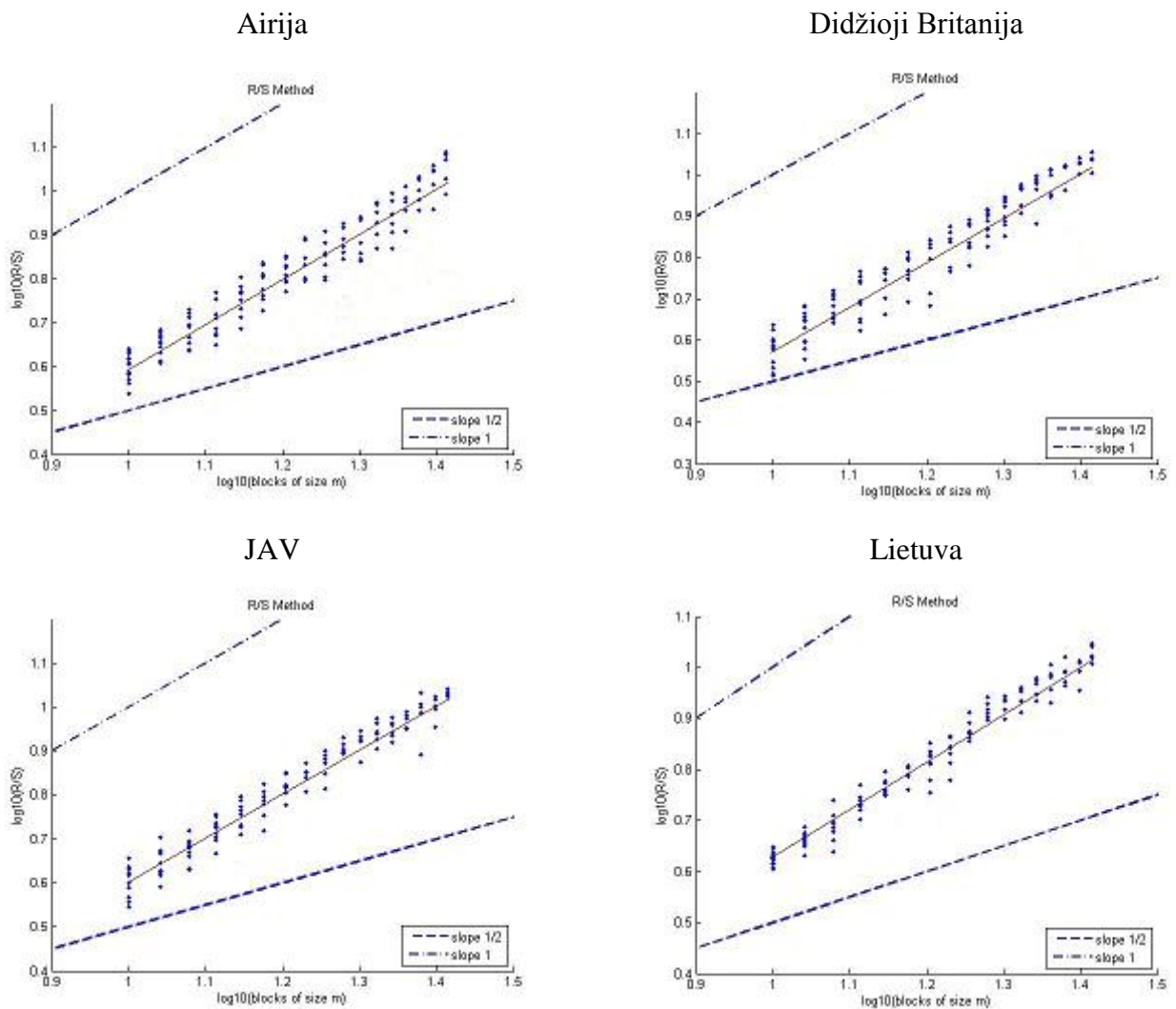
**2.4 lentelė**

Hursto parametro reikšmės

Šalis	Hursto indekso reikšmė
<i>Airija</i>	0,886
Danija	0,473
<i>Didžioji Britanija</i>	0,773
Estija	0,305
Islandija	0,355
JAV	0,890
Latvija	0,013
<i>Lietuva</i>	0,815

Žingsniai kartojami kol  $n = N/2$ . t.y. laiko eilutę padaliname į dvi dalis.

Danijos, Estijos, Islandijos, Latvijos Hursto parametras  $0 < H < 0,5$  tai reiškia, kad laiko eilutę pasižymi trumpalaikėmis atmintimi. Airijos, JAV, Lietuvos, Didžiosios Britanijos atveju  $0,5 < H < 1$ , tai reiškia, kad laiko eilutės pasižymi ilga atmintimi. Danijos laiko eilutė arti 0,5 reikšmės, tokiu atveju Hursto indekso reikšmei artėjant prie 0,5, laiko eilutėje daugėja triukšmų, o jos pokyčiai yra sunkiai prognozuojami. Paveiksle 2.8 pateikiami R/S grafikai, patvirtinantys, kad Lietuvos, Airijos, Didžiosios Britanijos ir JAV laiko eilutės pasižymi ilgąja atmintimi.



**2.8 pav. Airijos, Didžiosios Britanijos, JAV ir Lietuvos sistematiųjų komponentių ir nedarbo lygio laiko eilučių paklaidų R/S grafikai**

R/S grafikai trumpos atminties laiko eilutėms pateikiami 4 priede. Kaip matyti iš grafikų, ilga atmintimi pasižyminčių laiko eilučių grafikai yra išsidėstę virš tiesės su  $\frac{1}{2}$  krypties koeficientu. Trumpos atminties atveju, taškai išsidėstę ant tiesės su mažesniu nei  $\frac{1}{2}$  krypties koeficientu.

Taigi apskaičiavus Hursto parametą ir įvertinus R/S grafikus, ilgą atmintį turi Lietuvos, Airijos, Didžiosios Britanijos ir JAV paklaidų laiko eilutės. Toliau šalių sistematiinių komponentių ir nedarbo lygio laiko eilučių paklaidų laiko eilutėms, kurioms buvo identifikuota ilga atmintis, taikysime ARFIMA modelius, tam naudosime tikslų didžiausio tikėtinumo metodą ir modifikuoto profilio didžiausio tikėtinumo metodą, ir palyginsime šiais metodais gautus rezultatus.

## 2.5 ARFIMA TAIKYMAS

Pastovumas, asimptotinio normalumo būklė ir tikslios maksimalios tikimybės ir pakeistos profilio tikimybės efektyvumas buvo įrodytas, tokiu būdu perspektyvos vertinti ARFIMA modelius atrodo tinkamos. Šitie rezultatai yra teisingi, tik jei ARFIMA modelio specifikacija yra teisinga, apimdama teisingą dinamiško trumpas atminties specifikaciją. Praktinėse situacijose, teisinga specifikacija nėra niekada žinoma, tokiu būdu rezultatas yra apriboto naudojimo praktiškai, ir statistinės ypatybės yra abejotinos. Pavyzdinis pasirinkimas yra iš esmės svarbi svarstoma problema ryšyje su šitomis procedūromis, kadangi joms reikalingos pilnos modelio specifikacijos.

Atrodo, jokie nurodymai neegzistuoja, nors Sowell (1992b) taikė kelis informacijos kriterijus, AIC, BIC ir kt., kad išrinktų empirinį modelį ketvirtinio Amerikos bendrojo vidaus produkto įvertinimui. Norint parodyti, kad modelio pasirinkimas yra labai svarbus parametro  $d$  reikšmės apskaičiavimui, žemiau pateikiami pavyzdžiai, kaip keičiasi  $d$  reikšmė keičiant  $p$  ir  $q$  reikšmes. Nagrinėjami Airijos, JAV, Lietuvos, Didžiosios Britanijos paklaidų laiko eilutės.

### 2.5 lentelė

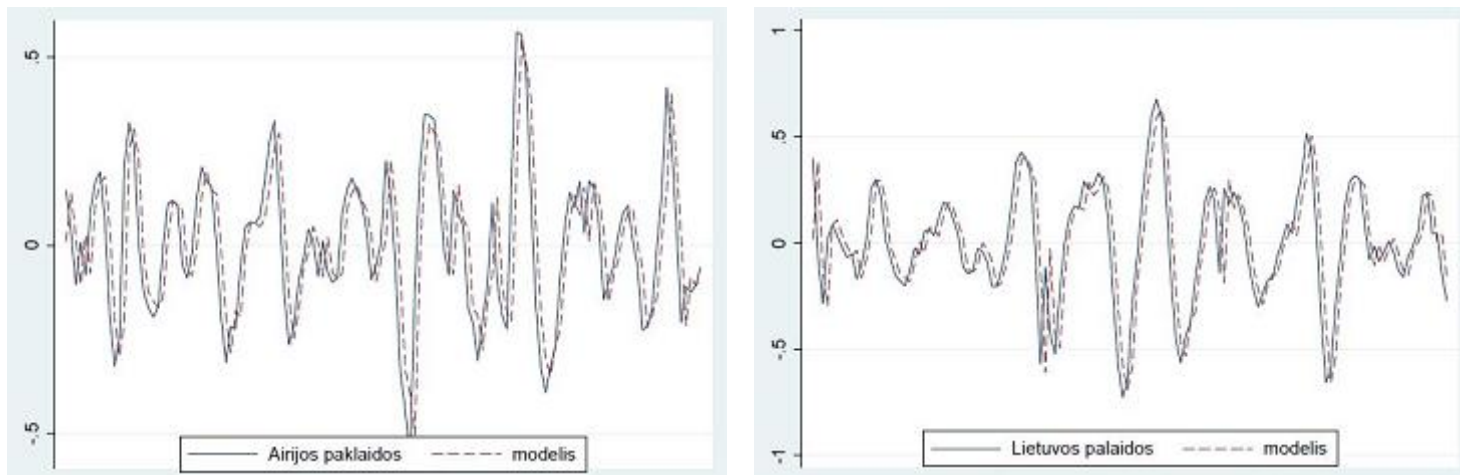
ARFIMA(1,d,0) ir ARFIMA(0,d,1) modelių taikymo rezultatai EML metodu

ARFIMA(1,d,0)				
	Airija	JAV	Lietuva	Didžioji Britanija
d reikšmė	0,381	-0,235	0,401	0,147
p reikšmė	0,001	0,122	0,000	0,405
Dispersija	0,017	0,012	0,025	0,006
AIC	-151	-196	-99	-288
BIC	-140	-184	-88	-277
ARFIMA(0,d,1)				
	Airija	JAV	Lietuva	Didžioji Britanija
d reikšmė	0,423	-0,1568	0,463	0,380
p reikšmė	0,000	0,306	0,000	0,000
Dispersija	0,015	0,013	0,027	0,006
AIC	-146	-194	-89	-284
BIC	-134	-183	-77	-272

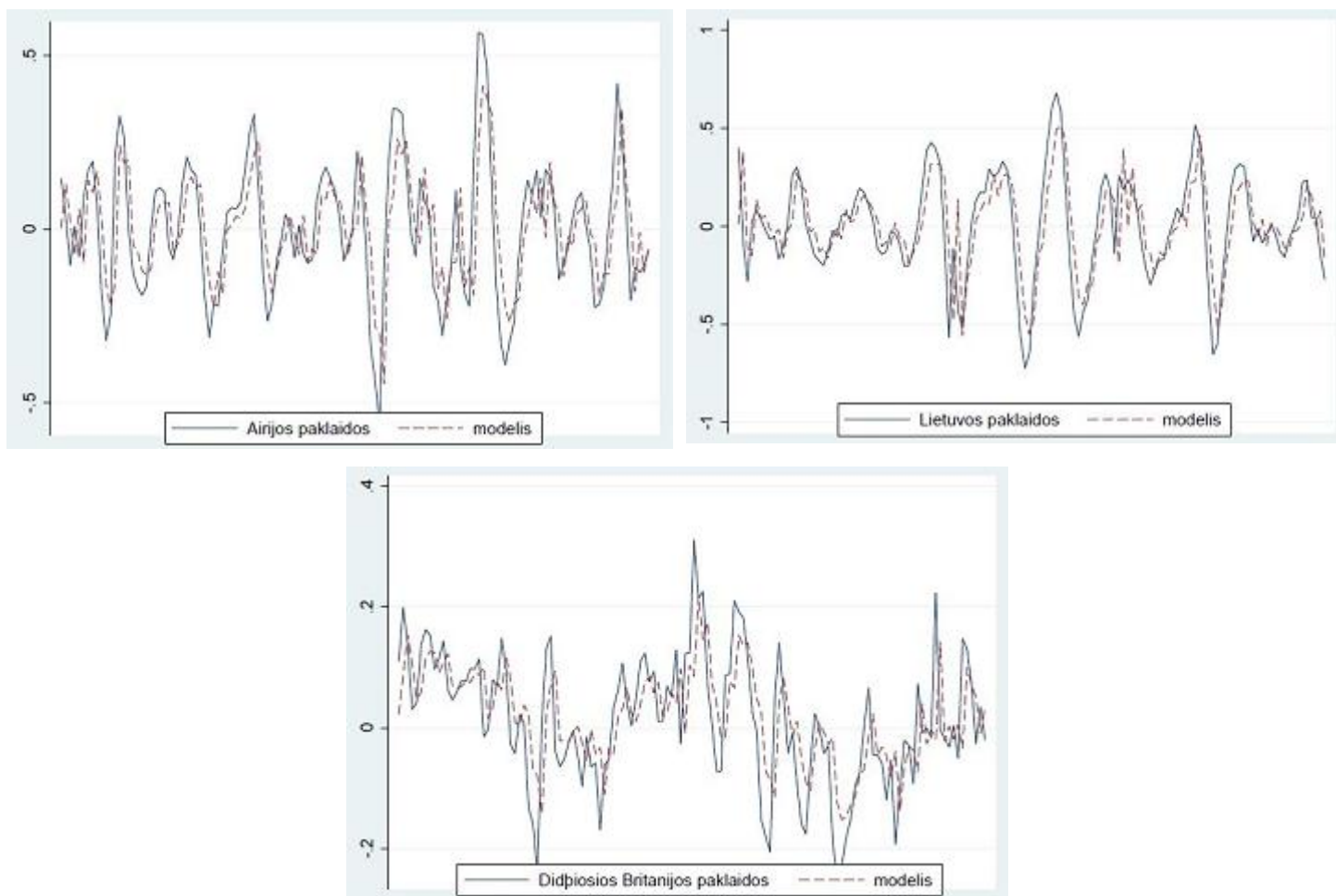
Iš pateiktų ARFIMA(1,d,0) ir ARFIMA(0,d,1) modelių rezultatų matome,  $d$  reikšmė priklauso nuo  $p$  ir  $q$  reikšmių parinkimo. Gauta, kad ARFIMA(1,d,0) modelis tinka Lietuvos ir Airijos



paklaidoms, o ARFIMA(0,d,1) tinkamas Airijos, Lietuvos ir Didžiosios Britanijos paklaidoms. Kuris modelis geresnis nustatome iš AIC ir BIC reikšmių. Paveiksluose 2.9 ir 2.10 pateikta, kaip ARFIMA(1,d,0) ir ARFIMA(0,d,1) modeliai nusako originalios nedarbo lygio laiko eilutės ir sisteminės komponentės paklaidas.



**2.9 pav. Airijos ir Lietuvos sisteminių komponentių ir nedarbo lygio laiko eilučių paklaidų ARFIMA(1,d,0) modeliai**



**2.10 pav. Airijos, Lietuvos ir Didžiosios Britanijos sisteminių komponentių ir nedarbo lygio laiko eilučių paklaidų ARFIMA(0,d,1) modeliai**

JAV paklaidoms geriausias modelis gautas ARFIMA(2,d,2), Airijos, Lietuvos, Didžiosios Britanijos ARFIMA(0,d,1).

Toliau  $d$  reikšmei apskaičiuoti naudosime MPL metodą. Hauser (1999) palygino EML ir MPL ir parodė, kad MPL dominuoja prieš EMP, kai AR ir MA polinomų dimensiųjų suma viršija 1. Taigi palyginimui pateikiami gauti geriausi gauti modeliai MPL metodu.

2.6 lentelė

Modelių taikymo rezultatai MPL metodu

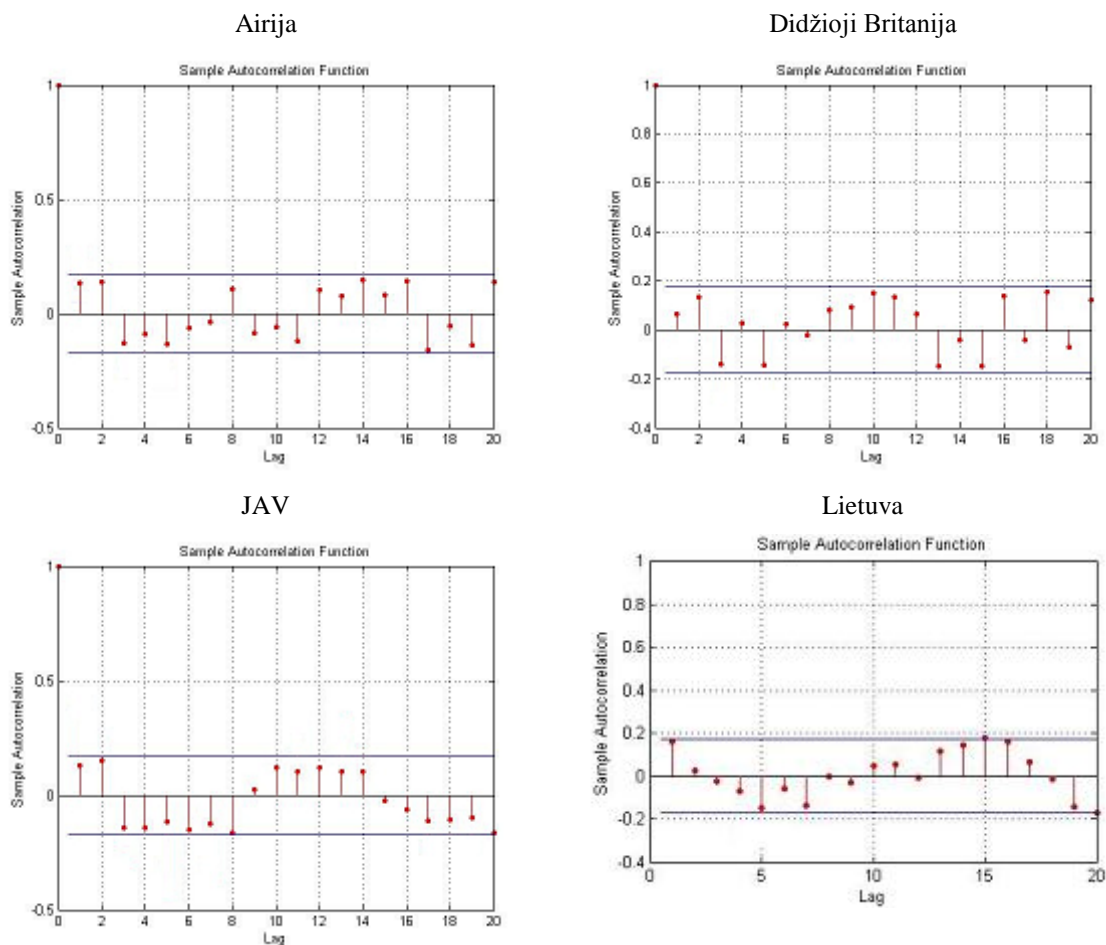
	Airija	JAV	Lietuva	Didžioji Britanija
Modelis	ARFIMA(0,d,1)	ARFIMA(0,d,6)	ARFIMA(0,d,1)	ARFIMA(0,d,1)
p	0,000	0,000	0,000	0,000
d	0,423	0,482	0,463	0,380

Su reikšmingumo lygmeniu  $\alpha = 0,05$  tikrinama hipotezė:

$$H_0: d = 0;$$

$$H_A: d \neq 0;$$

Kadangi  $p < 0,05$ , tai  $H_0$  hipotezė yra atmetama. Gauname, kad  $d \neq 0$  ir šio atminties parametro reikšmės pateikiamos 2.6 lentelėje.



2.11 pav. Airijos, Didžiosios Britanijos, JAV ir Lietuvos nedarbo lygio laiko eilučių ir modelio paklaidų autokoreliacijos funkcijos

Taigi, pritaikius paklaidoms ARFIMA modelius, iš autokoreliacijos grafikų, kad išsiskiriančių autokoreliacijos reikšmių nėra.

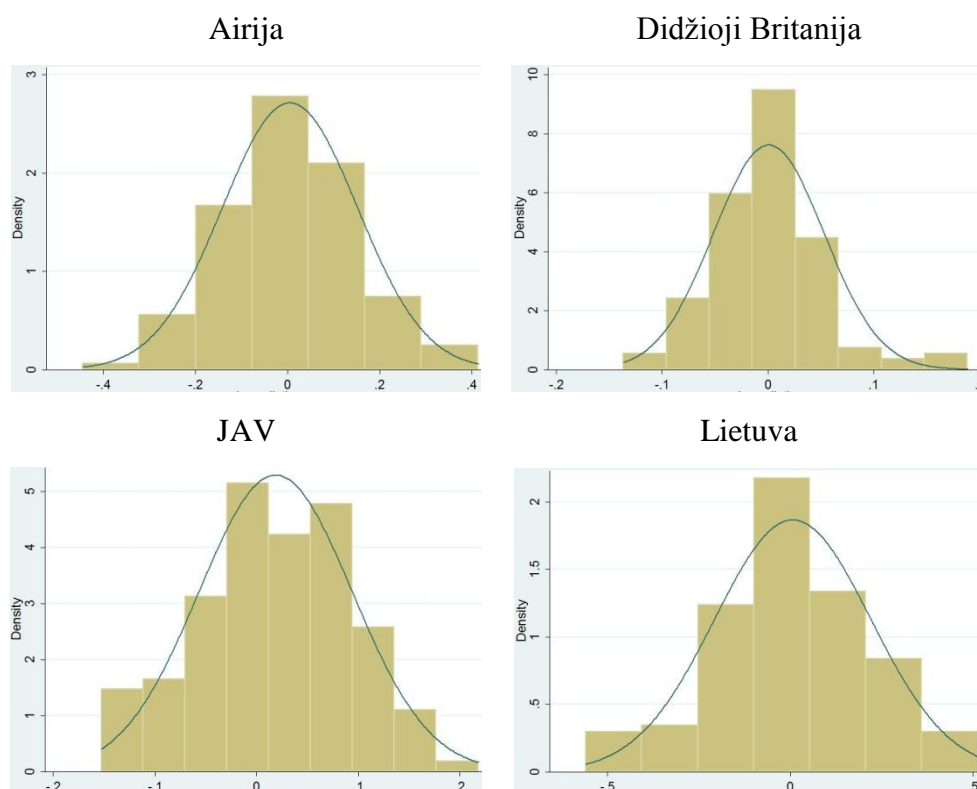
Shapiro-Wilk testu patikriname ar liekanos yra pasiskirsčiusios pagal normalųjį skirstinį:

2.7 lentelė

Shapiro – Wilk testas paklaidų normalumui nustatyti

Variable	Obs	W	V	z	Prob>z
Lietuva01	132	0.98364	1.707	1.204	0.11439
Variable	Obs	W	V	z	Prob>z
Airija01	132	0.99534	0.486	-1.623	0.94766
Variable	Obs	W	V	z	Prob>z
DB01	132	0.99162	0.875	-0.301	0.61845
Variable	Obs	W	V	z	Prob>z
JAV22	132	0.96158	4.009	3.127	0.00088

Žemiau pateikiami Airijos, Didžiosios Britanijos, JAV ir Lietuvos paklaidų histogramos:



## 2.12 pav. Airijos, Didžiosios Britanijos, JAV ir Lietuvos nedarbo lygio laiko eilučių ir modelio paklaidų histogramos

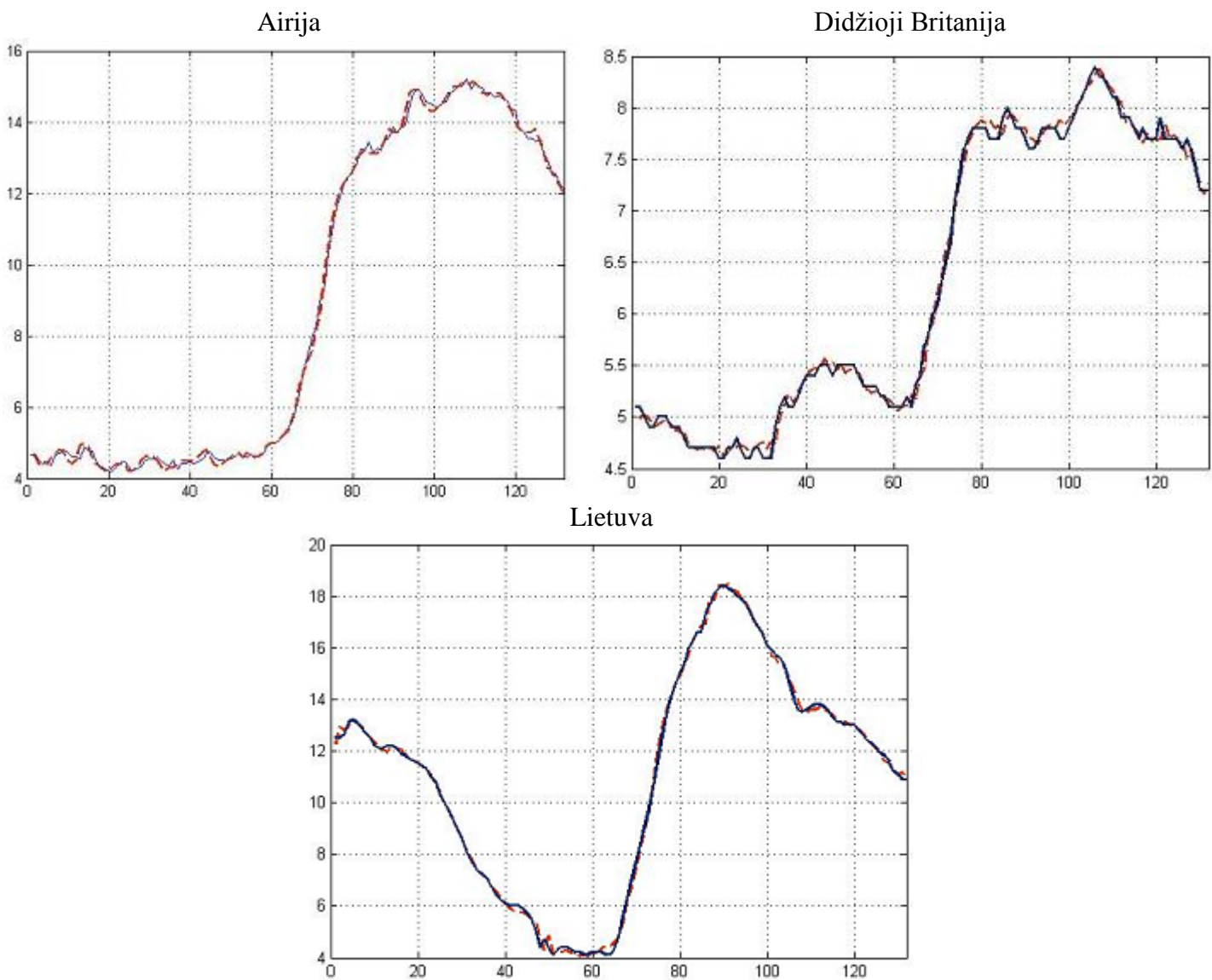
Hipotezė, kad liekanų skirstinys normalusis yra neatmetama, išskyrus JAV atveju. Taigi Lietuvos, Airijos, Didžiosios Britanijos gautieji modeliai yra korektiški.

Žemiau pateikti Airijos, Didžiosios Britanijos ir Airijos gautieji modeliai:

$$X_{t_{Airija}} = 12,647 - \frac{9,652}{1+e^{0,245(t-72,58)}} - 1,837 \cos(t \cdot 0,036) + 2,313 \sin(t \cdot 0,036) + 0,810 \cos(t \cdot 0,072) + 2,663 \sin(t \cdot 0,072) + 2,139 \cos(t \cdot 0,108) + 0,632 \sin(t \cdot 0,108) + 1,249 \cos(t \cdot 0,145) - 0,719 \sin(t \cdot 0,145) + 0,364 \cos(t \cdot 0,181) - 0,938 \sin(t \cdot 0,181) - 0,390 \cos(t \cdot 0,217) - 0,0633 \sin(t \cdot 0,217) - 0,361 \cos(t \cdot 0,253) - 0,109 \sin(t \cdot 0,253) - 0,241 \cos(t \cdot 0,289) + 0,106 \sin(t \cdot 0,289) + \varepsilon_{t_{Airija}};$$

$$X_{t_{Didž.Brit}} = 266,219 - \frac{2,795}{1+e^{0,366(t-71,07)}} + 143,9 \cos(t \cdot 0,029) - 462,8 \sin(t \cdot 0,029) - 329,0 \cos(t \cdot 0,058) - 226,1 \sin(t \cdot 0,058) - 224,4 \cos(t \cdot 0,087) + 178,0 \sin(t \cdot 0,087) + 65,13 \cos(t \cdot 0,116) + 164,0 \sin(t \cdot 0,116) + 90,8 \cos(t \cdot 0,145) - 8,1 \sin(t \cdot 0,145) + 7,158 \cos(t \cdot 0,217) - 37,0 \sin(t \cdot 0,217) - 10,4 \cos(t \cdot 0,253) - 4,9 \sin(t \cdot 0,253) - 1,2 \cos(t \cdot 0,289) + 1,5 \sin(t \cdot 0,289) + \varepsilon_{t_{Didž.Brit}};$$

$$X_{t_{Lietuva}} = 8,080 + \frac{6,617}{1+e^{-0,792(t-74,80)}} + 1,210 \cos(t \cdot 0,044) - 0,190 \sin(t \cdot 0,044) + 0,420 \cos(t \cdot 0,088) + 3,460 \sin(t \cdot 0,088) + 0,500 \cos(t \cdot 0,132) + 0,430 \sin(t \cdot 0,132) + 0,060 \cos(t \cdot 0,176) + 0,530 \sin(t \cdot 0,176) + 0,220 \cos(t \cdot 0,22) + 0,450 \sin(t \cdot 0,22) + 0,670 \cos(t \cdot 0,264) + 0,090 \sin(t \cdot 0,264) + 0,070 \cos(t \cdot 0,308) + 0,110 \sin(t \cdot 0,308) + 0,310 \cos(t \cdot 0,352) + 0,130 \sin(t \cdot 0,352) + \varepsilon_{t_{Lietuva}};$$



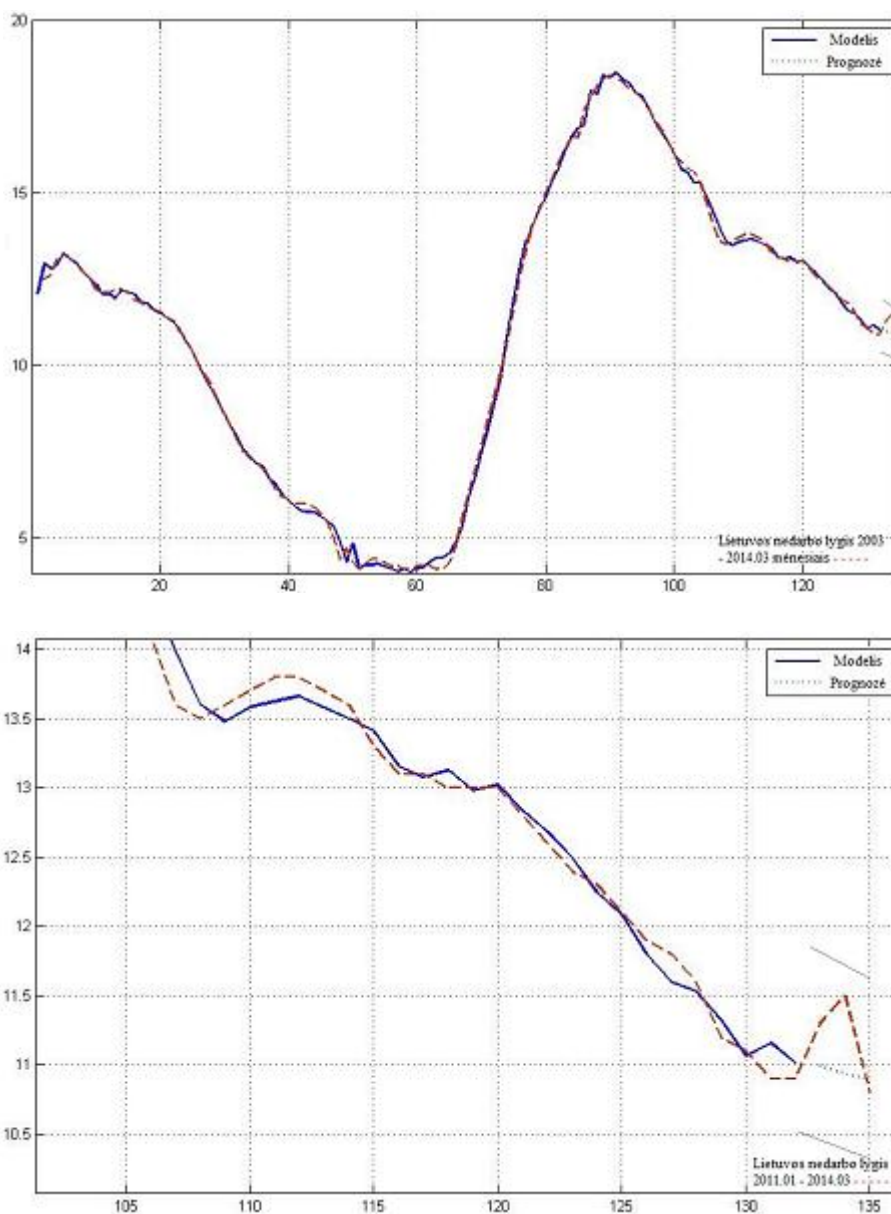
2.13 pav. Airijos, Didžiosios Britanijos ir Lietuvos nedarbo lygio laiko eilutės ir gautieji modeliai

2.8 lentelė

Tinkamumo įvertinimo parametrai

Šalis	Vidutinė kvadratinė paklaida, MSE	Normuota vidutinė kvadratinė paklaida, NMSE
Airija	0,027	0,998
Didžioji Britanija	0,008	0,999
Lietuva	0,050	0,996

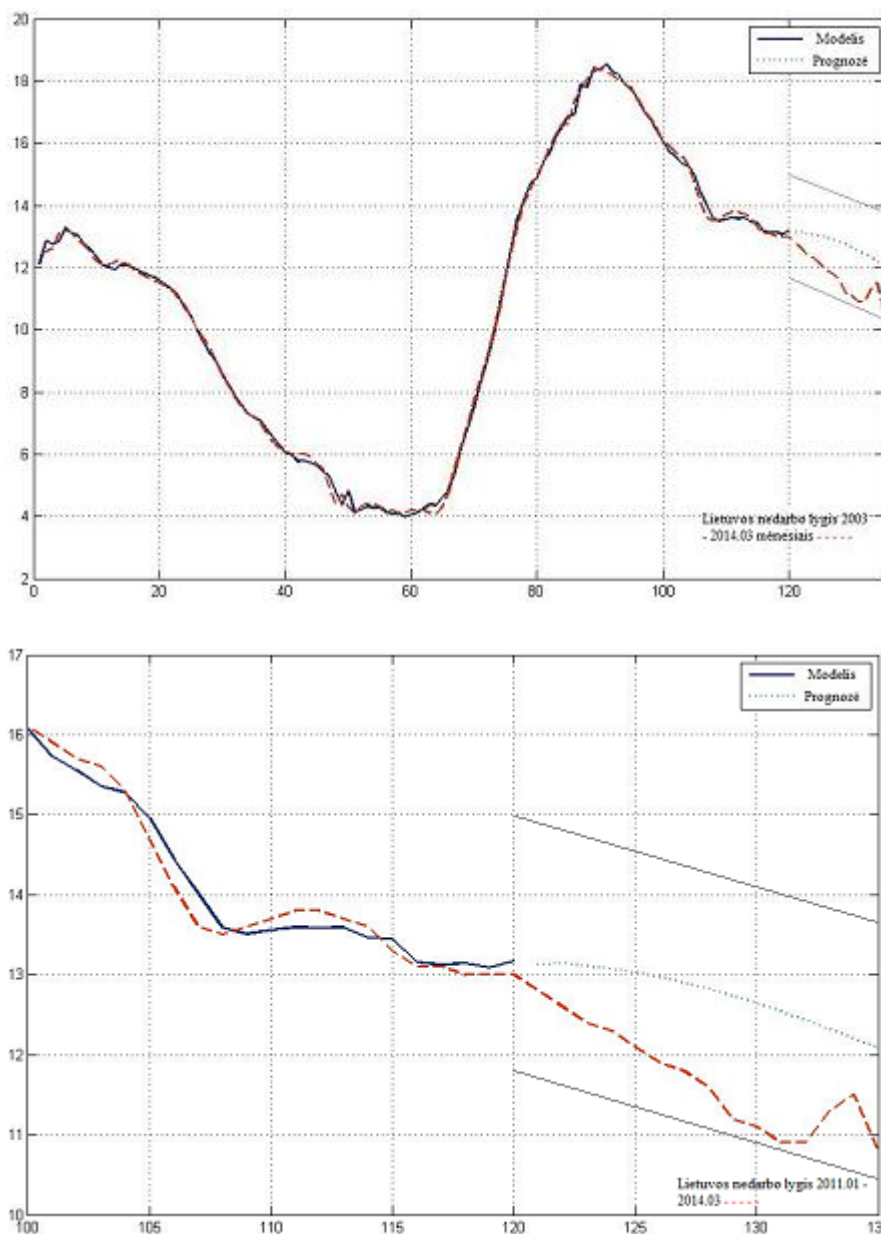
Pritaikius paklaidoms ARFIMA modelį, MSE buvo pagerinta 30 procentų, o NMSE labai artima vienetui. Toliau prognozuojame Lietuvos nedarbo lygi 2014 metų pirmajam ketvirčiui.



**2.14 pav. Lietuvos nedarbo lygis 2003 – 2014.03, modelis ir 2014 m. 3 mėnesių prognozė su 95 proc. pasikliautinoju intervalu (viršuje), Lietuvos nedarbo lygis 2011.01 – 2014.03, modelis ir 2014 m. 3 mėnesių prognozė su 95 proc. pasikliautinoju intervalu (apačioje)**

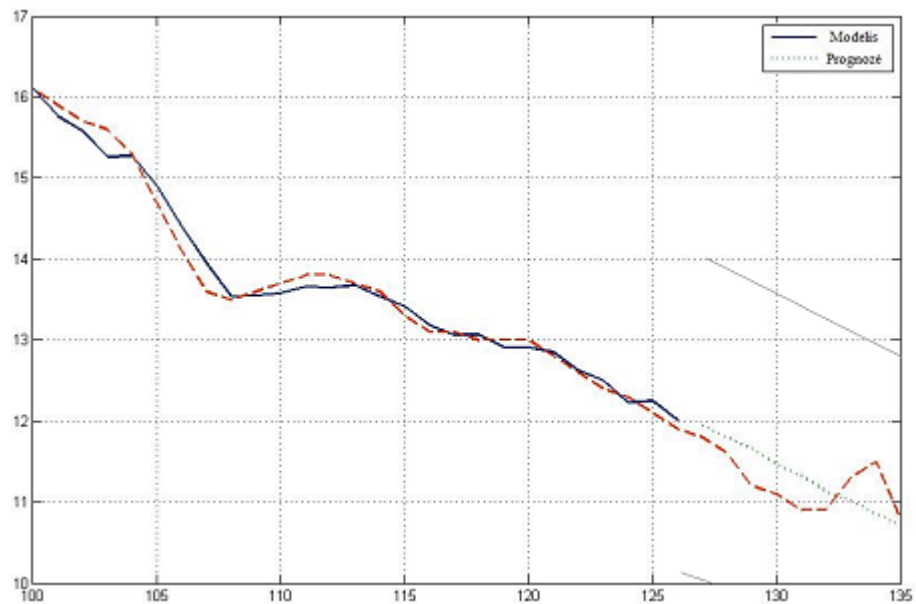
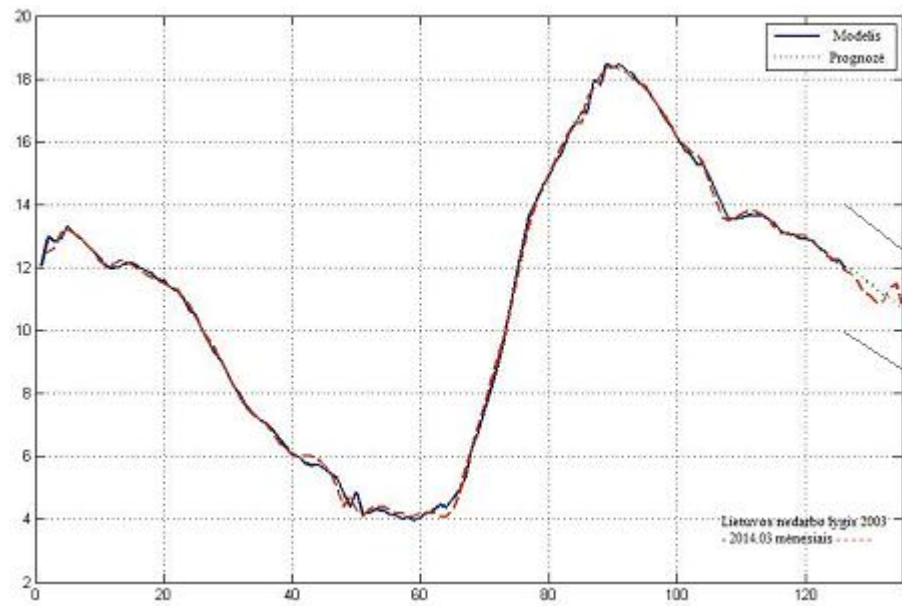
Lietuvos nedarbo lygis 2014m. sausį siekė 11,3, vasarį – 11,5, o kovą – 10,8. Sausio nedarbo lygio prognozė gauta 10,99, vasarį – 10,93, o kovą – 10,75 su 95 proc. pasikliautiniu intervalu. Artimiausia prognozė gauta kovo mėnesiui.

Toliau paskaičiuosime Lietuvos modelius 120 ir 126 mėnesiams atliekant tuos pačius žingsnius ir pagal juos prognozuosime 2013 ir 2014 metų nedarbo lygį.



**2.15 pav. Lietuvos nedarbo lygis 2003 – 2012 m., modelis ir 2013 – 2014.03 m. prognozė su 95 proc. pasikliautiniu intervalu (viršuje), Lietuvos nedarbo lygis 2011.01 – 2014.03, modelis ir 2014 m. 3 mėnesių prognozė su 95 proc. pasikliautiniu intervalu (apačioje)**

Prognozuojant 2013 – 2014 metų nedarbo lygį, gauta vidutinė kvadratinė paklaida,  $MSE = 1,174$ .



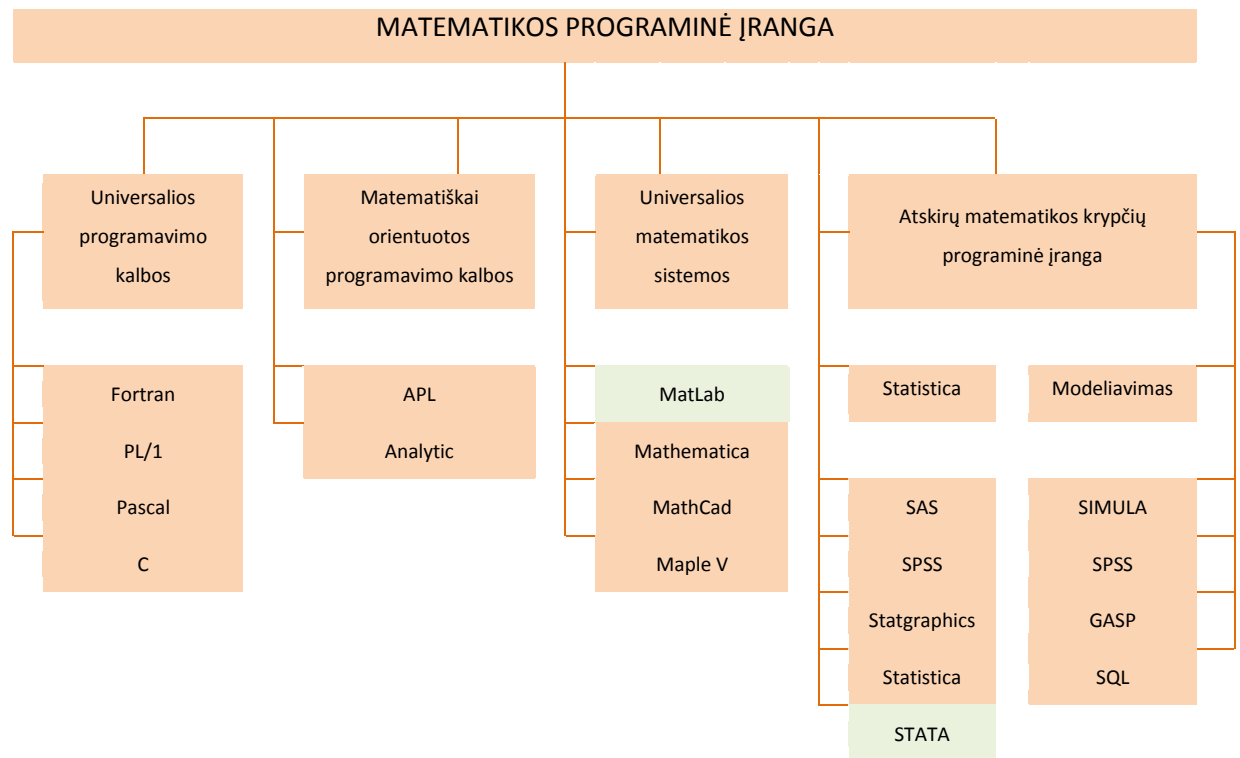
**2.16 pav. Lietuvos nedarbo lygis 2003 – 2013.06 m., modelis ir 2013.06 – 2014.03 m. prognozė su 95 proc. pasikliautinoju intervalu (viršuje), Lietuvos nedarbo lygis 2011.01 – 2014.03, modelis ir 2013.06 – 2014.03 m. prognozė mėnesiais su 95 proc. pasikliautinoju intervalu (apačioje)**

Prognozuojant 2013.06 – 2014.03 metų nedarbo lygį, gauta vidutinė kvadratinė paklaida,  $MSE = 0,123$ .

### 3. PROGRAMINĖ REALIZACIJA IR INSTRUKCIJA VARTOTOJUI

Šiuo metu yra sukurta nemažai duomenų analizės programinių priemonių, kurias galima klasifikuoti pagal įvairius požymius: uždavinių sprendimo automatizacijos lygis, funkcinės galimybės, greitaeigiškumas, kaina, maksimalus apdorojamos imties tūris ir t.t. Pagal uždavinių sprendimo automatizacijos lygį esamas programines priemones galima sugrupuoti į 4 grupes:

1. Duomenų analizės programų bibliotekos, parašytos universaliomis programavimo kalbomis FORTRAN, PL/1, C, PASCAL ir t.t. Jomis gali naudotis vartotojas, turintis atitinkamą kvalifikaciją statistikos ir programavimo srityse.
2. Matematiškai orientuotos programavimo kalbos (APL, Analysis ir kt.), tinka spręsti įvairius matematinius uždavinius.
3. Universalios matematikos uždavinių sprendimo sistemos, kuriose yra duomenų analizės posistemiai (MATHCAD, MATHEMATICA, MAPLE, MATLAB ir t.t.).



**3.1 pav. Matematikos programinė įranga.**

4. Statistinės sistemos (SAS, SPSS, STATGRAPHICS, STATISTICA, STATA ir t.t.). Šios klasės sistemos turi dviejų lygių programines priemones bendravimui su vartotoju:
  - specializuotą programavimo kalbą, skirtą duomenų analizės uždavinių programavimui;
  - tipinių duomenų analizės uždavinių sprendimo posistemį, kurį sudaro dažniausiai naudojamų duomenų analizės procedūrų rinkinys ir programinės priemonės sukuriančios patogią darbo aplinką šių programų vartotojui.



Analizei atlikti buvo pasirinkta STATA programinė įranga bei universali matematikos sistema MatLab.

MatLab sistema apjungia visus iš duomenų informacijos gavimo punktus:

- duomenų tvarkymas,
- duomenų analizė,
- ataskaitų rengimas,
- rezultatų grafinis vaizdavimas,
- informacijos sklaida,
- taikomųjų programų kūrimas.

MatLab programiniu paketu buvo nagrinėjamos pasirinktų šalių laiko eilutės: buvo išskirtas lygio postūmis, sezoniškumas, cikliškumas bei konstruojama sisteminė komponentė. ARFIMA modelio taikymui buvo pasirinktas programinis paketas STATA 12.

## DISKUSIJOS

Darbe buvo nagrinėjami Lietuvos, Airijos, Danijos, Estijos, Islandijos, Latvijos, Didžiosios Britanijos, JAV nedarbo lygio pasikeitimai 2003 – 2013 metais. Pasirinkti šių šalių nedarbo lygiai, nes jų kitimas 2003 – 2013 metais labai panašus. Nors nedarbo lygio laiko eilučių elgsena panaši, t.y. didžiausi pasikeitimai vyksta maždaug tuo pačiu laiko momentu, tačiau modeliuojant rezultatai gauti skirtingi. Danijos, Estijos, Islandijos, Latvijos atveju, buvo atmesta hipotezė apie ilgos atminties buvimą, nors ACF grafikai leido daryti tokią prielaidą. Galbūt situacija pasikeistų paėmus didesnę stebėjimų skaičių. Tai paliksime ateities darbams.

Nustačius, kad Lietuvos, Airijos, Didžiosios Britanijos, JAV paklaidų laiko eilutės turi ilgą atmintį buvo taikytas ARFIMA modelis ilgos atminties pašalinimui. Kad įsitikinti ar paklaidų laiko eilutės tikrai turi ilgą atmintį buvo apskaičiuotas Hursto indeksas, kurio reikšmei esant  $0,5 < H < 1$ , laiko eilutės turi ilgą atmintį, bei braižyti R/S grafikai. Atminties parametrai apskaičiuoti buvo taikomi du metodai: EML ir MPL. Buvo taikyti abu šie metodai, nes įvairiuose straipsniuose ir darbuose pateikiama tiek EML, tiek MPL trūkumų.

Pritaikius ilgos atminties filtrą paklaidoms, reikšmingų koreliacijų neliko, tačiau ne visais atvejais paklaidos pasiskirsčiusios pagal normalųjį skirstinį. JAV atveju gauta, kad paklaidos nėra pasiskirsčiusios normaliai, nors pagal AIC ir BIC kriterijus ARFIMA(2,d,2) modelis buvo tinkamiausias.

Nors buvo pasirinktos panašios laiko eilutės, tačiau rezultatai gauti labai skirtingi, tai reikia, kad modeliavimas priklauso nuo daugybės faktorių ir kiekvienos analizės atveju gauti rezultatai negali būti interpretuojami vienodai.

## IŠVADOS

1. Pagrindinis vizualus Lietuvos, Airijos, Danijos, Estijos, Islandijos, Latvijos, Didžiosios Britanijos, JAV 2003 – 2013 metų nedarbo lygio bruožas, tai staigus pasikeitimas – šokas apie 2008 metus, kurį galima apibrėžti deterministine funkcija. Šį pasikeitimą įtakojo 2008 metų pasaulinė ekonominė krizė. Įvertinus šiuos šokus lygio postūmio funkcija, nustatyta, kad paklaidos turi reikšmingas ciklines komponentes.

2. Nustatyta, kad Lietuvos, Airijos, Didžiosios Britanijos, JAV paklaidų laiko eilutės turi ilgą atmintį su Hursto eksponente svyruojančia nuo 0,8 iki 0,9. R/S grafikai taip pat patvirtino prielaidą, kad Lietuvos, Airijos, Didžiosios Britanijos, JAV paklaidų laiko eilutės pasižymi ilgą priklausomybę laike, nors ACF grafikai leido daryti prielaidą, kad visos laiko eilutės turi ilgą atmintį. Taigi autokoreliacijos funkcijos grafiko negalime laikyti vieninteliu ilgą atminties indikatoriumi.

3. Toliau naudojant STATA 12 programinį paketą modeliuojamas ARFIMA modelis paklaidoms turinčioms ilgą atmintį. Lietuvos, Airijos ir Didžiosios Britanijos atveju, naudojant EML ir MPL metodus gauti tokie patys rezultatai, tačiau JAV ir atveju gauti skirtingi ir čia susiduriama su problema, kurie gauti rezultatai yra „teisingesni“. Buvo pasirinkti EML rezultatai, nes AIC ir BIC kriterijų reikšmės EML atveju buvo didesnės.

4. Pritaikius ARFIMA filtrą paklaidoms, buvo gauti modeliai puikiai nusakantys originalius nedarbo lygio duomenis, ACF grafikai nerodė reikšmingų koreliacijų, o paklaidos buvo pasiskirsčiusios pagal normalųjį skirstinį išskyrus JAV atveju. Nors vizualiai atrodo, kad modelis puikiai tinka JAV duomenims, tačiau kaip jau minėta paklaidos nėra pasiskirsčiusios normaliai. Tokiu atveju reikia ieškoti tinkamesnio ARFIMA modelio, o tai parodo, kad AIC ir BIC kriterijai dar negarantuoja geriausio modelio parinkimo. Atliekant JAV nedarbo lygio analizę (laikotarpiu nuo 1968 liepos iki 1999 spalio) naudojantis netiesiniu ilgą atminties modeliu (Van Dijk, 2000) ir Slovakijos nedarbo lygio modeliavimą netiesiniu ilgą atminties modeliu (Komornik, 2005) paklaidų normalumas nebuvo tikrinamas, nors tai labai svarbi sąlyga.

5. Taigi atlikus tris modeliavimo žingsnius (lygio postūmio modeliavimas, sezoniškumo bei cikliško nustatymas, ARFIMA modelio taikymas) buvo gauti aukšto tinkamumo modeliai Lietuvos, Airijos, Didžiosios Britanijos nedarbo lygiui.

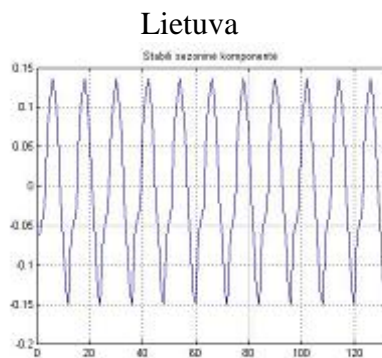
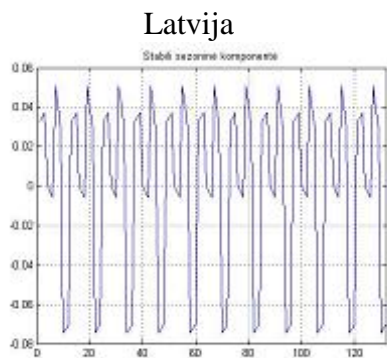
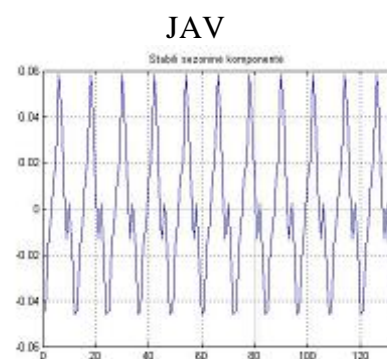
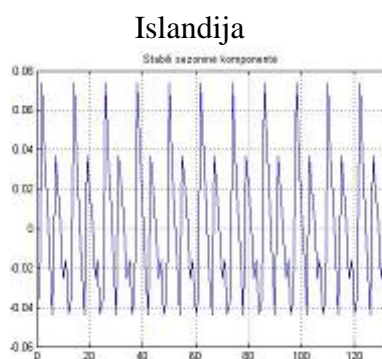
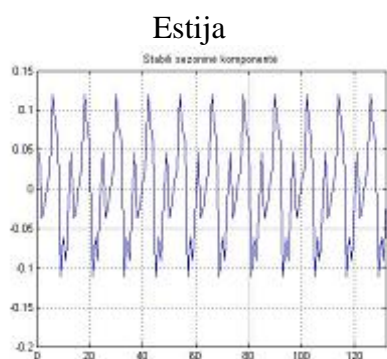
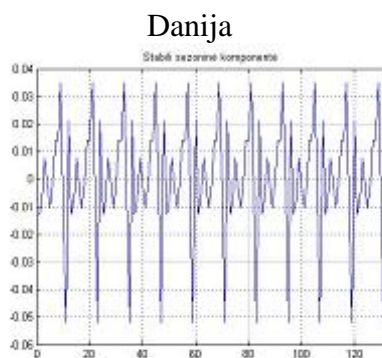
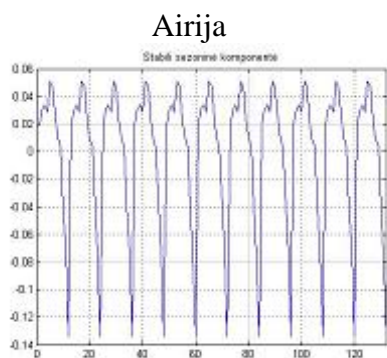
## LITERATŪRA

1. Aghion, P. and P. Howitt / Growth and Unemployment / Review of Economic Studies, 1994, p. 61, 477-494.
2. Aloy, M., Boutahar, M., Gente K. and A. Péguin-Feissolle / Fractional cointegration with regime shifts between equity markets / Working Paper, DEFI, GREQAM, Université d'Aix-Marseille, 2010.
3. Alvarez-Ramirez J., Alvarez J. and R. Solis / Crude oil market efficiency and modeling: insights from the multiscaling autocorrelation pattern / Energy Economics, 2010, p. 32, 5, 993-1000.
4. Anderson, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X., and Vega, C. Micro Effects of Macro Announcements: Real-Time Price Discovery in Foreign Exchange. American Economic Review, March03, 38-62
5. Beran et al. (2013). *Long memory processes: probabilistic properties and statistical methods*. Springer.
6. Beran, J., Bhansali, R.J. and D. Ocker / On unified model selection for stationary and nonstationary short- and long-memory autoregressive processes / Biometrika, 1998, p. 85(4), 921-934.
7. Beran, Jan (1994). *Statistics for Long-Memory Processes*. CRC Press.
8. Blanchard O. J. and L. H. Summers / Hysteresis in unemployment / European Economic Review, 1987, p. 31, 288-295.
9. Boutahar M., Dufrenot G. and A. Péguin-Feissolle, / A simple fractionally integrated model with a time-varying long memory parameter  $d_t$  / Computational Economics, 2008, p. 31, 3, 225-241.
10. Breitung J. / Some simple tests of the moving average hypothesis / Journal of Time Series Analysis, 1998, p. 15, 351-359.
11. Cheng K. M., Durmaz N., Kim H. and M. Stern / Hysteresis vs natural rate of US unemployment / Economic Modelling, 2012, p. 29(2), 428-434.
12. Dahlaus R. / On the Kullback-Leibler information divergence of locally stationary processes. Stochastic Processes and their Applications / 1996, p. 62, 139-168.
13. Dick van Dijk, Philip Hans Franses and Richard Paap / A Nonlinear Long Memory Model for US Unemployment / *Ekonometric Institute Research Report EI2000-30/A*.
14. Doukhan et al. (2003). *Theory and Applications of Long-Range Dependence*. Birkhäuser.
15. Dufrenot G., Guégan D. and A. Péguin-Feissolle / Long-memory Dynamics in a SETAR model - Applications to stock markets / Journal of International Financial Markets, Institutions & Money, 2005b, p. 15, 5, 391-406.
16. Dufrenot G., Guégan D. and A. Péguin-Feissolle / Modelling squared returns using a SETAR model with long memory Dynamics / Economics Letters, 2005a, p. 86, 2, 237-243.

17. Dufrénot, G., Guégan, D. and A. Péguin-Feissolle / Changing-regime volatility: A fractionally integrated SETAR model / *Applied Financial Economics*, 2008, p. 18, 7-9, 519–526.
18. Granger, C. W. J., Joyeux, R. / An introduction to long-memory time series models and fractional differencing / *Journal of Time Series Analysis*, 1980, p. 15–30.
19. Haldrup N. and M. Ø. Nielsen / Directional congestion in a regime switching long memory model for electricity prices / *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 2006b, p. 10, 1-24.
20. Haldrup, N. and M.Ø. Nielsen / A regime switching long memory model for electricity prices / *Journal of Econometrics*, 2006a, p. 135, 349-376.
21. HORVÁTH, L., 2001. Change-Point Detection in Long-Memory Processes. *Journal of Multivariate Analysis*.
22. [http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/employment\\_unemployment\\_lfs/data/database](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/employment_unemployment_lfs/data/database) duomenys iš EUROSTATO
23. <http://www.imf.org/external/index.htm> duomenys, analizės
24. Hurst, H.E., Black, R.P., Simaika, Y.M. (1965) *Long-term storage: an experimental study* Constable, London.
25. Jozef Komornik and Magda Komornikova / Modelling Slovak Unemployment Data by a Nonlinear Long Memory Model / *Proceeding of ALGORITMY 2005*, p. 334-340.
26. Kitagawa G. / Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space models / *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 1998, p. 5(1), 1-25.
27. Koopman S., Ooms M. and M. Camero / Periodic seasonal ARFIMA GARCH models for daily electricity spot prices / *Journal of the American Economic Association*, 2007, p. 102, 16-27.
28. Lahiani, A. and O. Scaillet / Testing for threshold effect in ARFIMA models: Application to US unemployment rate data / *International Journal of Forecasting*, 2009, p. 25, 2, 418-428.
29. ROSE, O., 1996. Estimation of the Hurst Parameter of Long-Range Dependent Time Series. *Research Report*. [Cited by 14] (1.36/year)
30. Samorodnitsky, Gennady (2007). *Long range dependence*. Foundations and Trends® in Stochastic Systems.
31. Wilfredo Palma, Long-Memory Time Series: Theory and Methods, 2007.

## PRIEDAI

### 1 priedas. Stabilios paklaidų laiko eilučių sezoninės komponentės



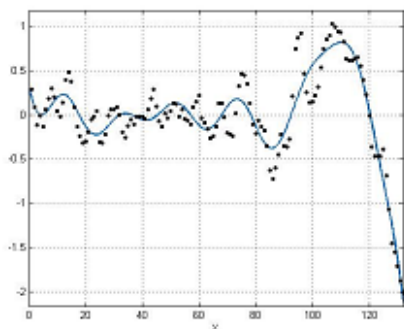
## 2 priedas. Furjė laiko eilučių modelių koeficientai ir cikliškumo grafikai

	a0	a1	b1	a2	b2	a3	b3	a4	b4
Lietuva	-0,020	1,210	-0,190	0,420	3,460	0,500	0,430	0,060	0,530
Airija	-1,493	-1,837	2,313	0,810	2,663	2,139	0,632	1,249	-0,719
Danija	-0,0003	0,574	0,025	-0,210	0,563	-0,119	0,139	-0,145	0,177
Estija	0,015	0,066	-0,105	-0,019	3,353	0,972	0,021	-0,234	0,472
Islandija	-0,084	-0,287	0,206	0,416	0,537	0,162	-0,105	0,081	0,082
Latvija	-0,042	0,108	-0,057	-0,003	3,332	0,265	0,145	0,015	0,616
Didžioji Britanija	258,40	143,90	-462,80	-329,00	-226,10	-224,40	178,00	65,13	164,00
JAV	-0,128	-0,361	0,149	0,392	0,889	0,135	0,173	0,133	0,193

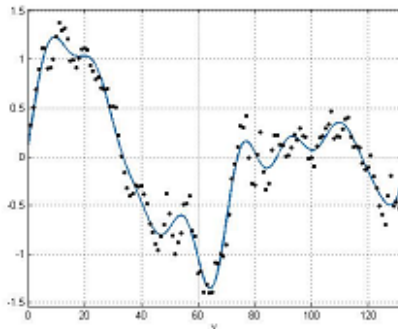
  

	a5	b5	a6	b6	a7	b7	a8	b8	w
Lietuva	0,220	0,450	0,670	0,090	0,070	0,110	0,310	0,130	0,044
Airija	0,364	-0,938	-0,390	-0,633	-0,361	-0,109	-0,241	0,106	0,036
Danija	0,105	0,040	-0,062	0,154	0,068	-0,038	-0,095	0,069	0,047
Estija	0,513	0,428	0,514	-0,038	-0,001	0,169	0,517	0,143	0,045
Islandija	0,019	0,023	0,029	-0,039	0,044	-0,038	0,058	0,004	0,040
Latvija	0,747	0,276	0,357	-0,030	0,040	0,143	0,272	-0,136	0,045
Didžioji Britanija	90,83	-8,109	7,158	-37,02	-10,39	-4,969	-1,244	1,535	0,029
JAV	0,180	0,052	0,032	0,070	0,094	-0,042	-0,050	0,055	0,042

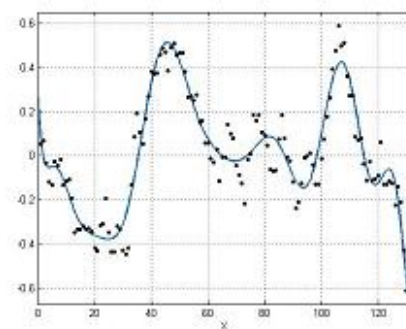
Airija



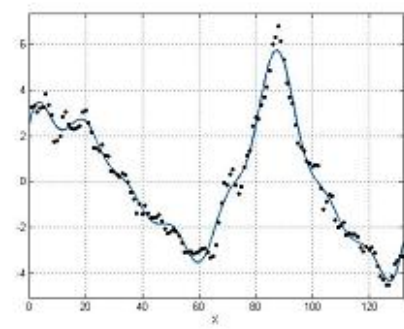
Danija



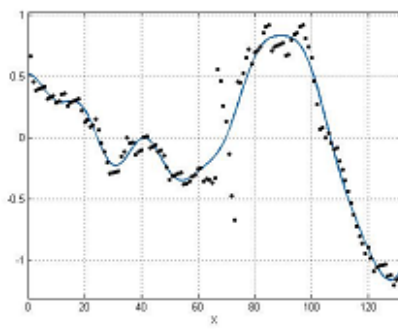
Didžioji Britanija



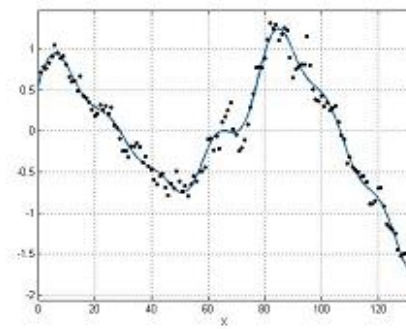
Estija



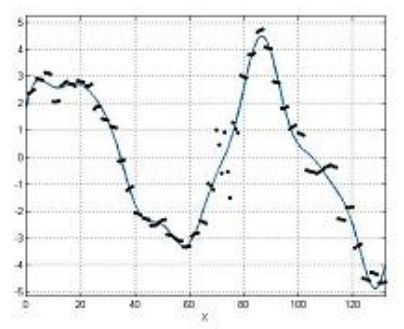
Islandija



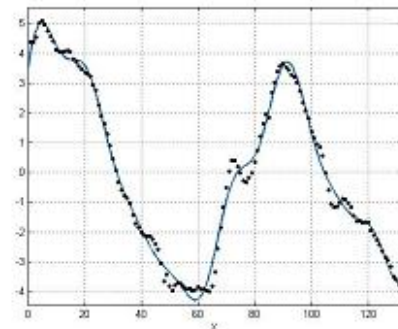
JAV



Latvija

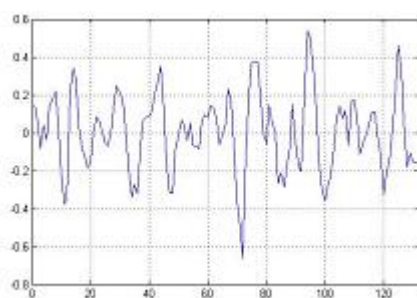


Lietuva

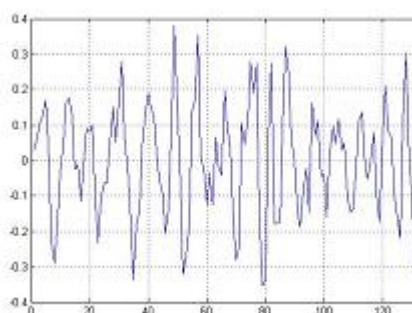


### 3 priedas. Sistematių komponentų ir nedarbo lygio laiko eilučių paklaidos

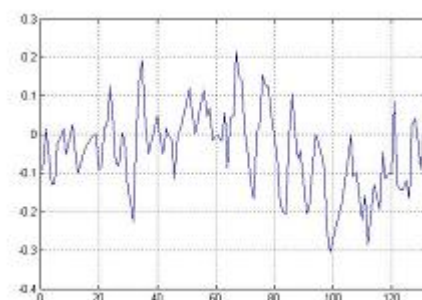
Airija



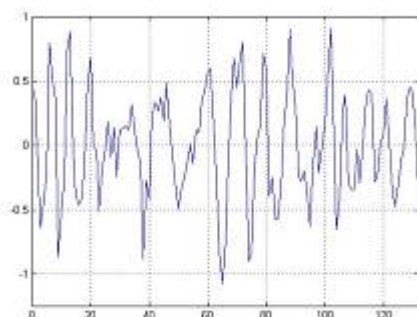
Danija



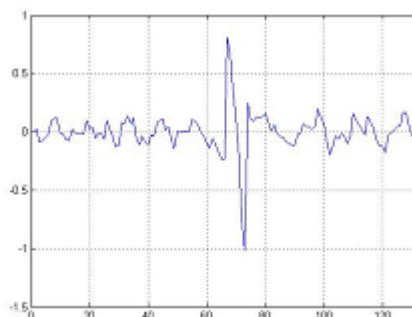
Didžioji Britanija



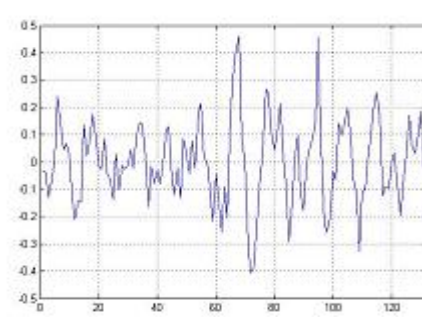
Estija



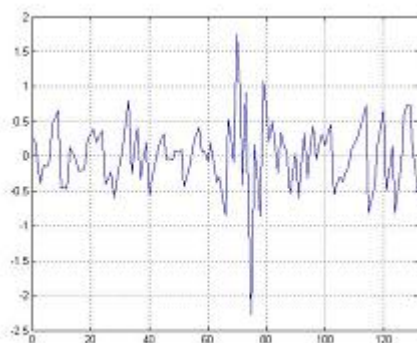
Islandija



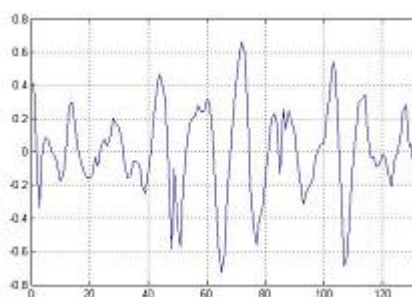
JAV



Latvija



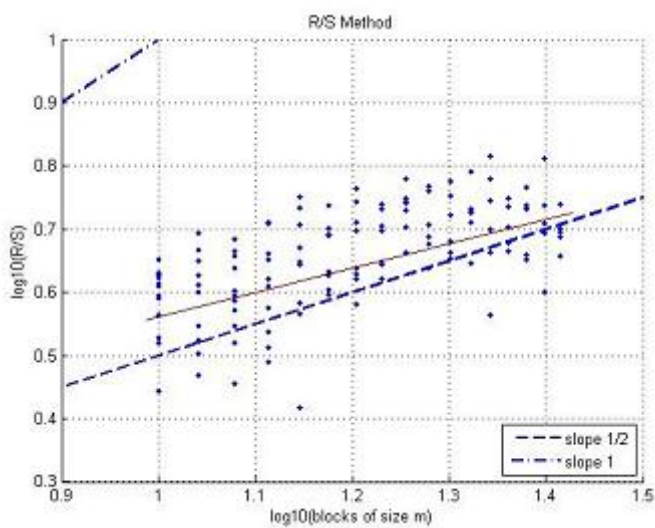
Lietuva



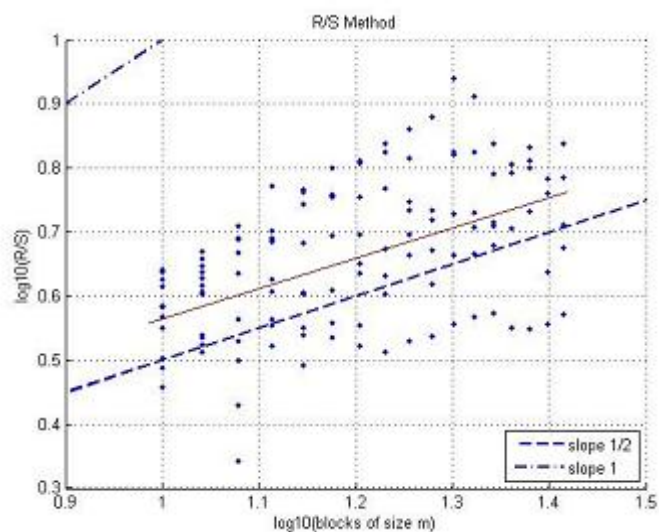


## 4 priedas. Laiko eilučių, turinčių trumpą atmintį, R/S grafikai

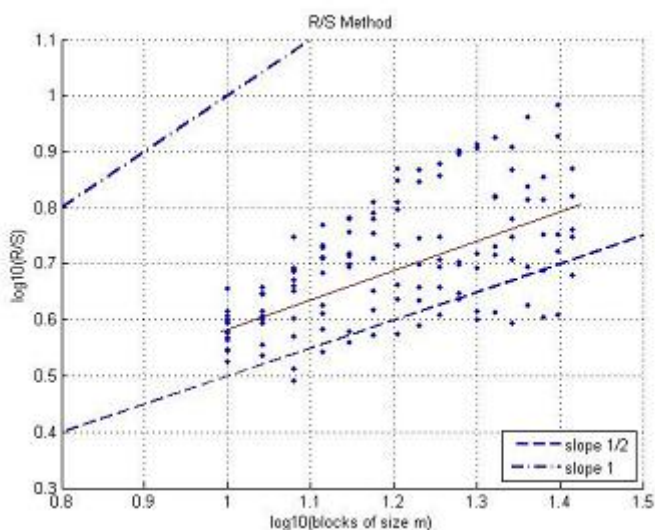
Danija



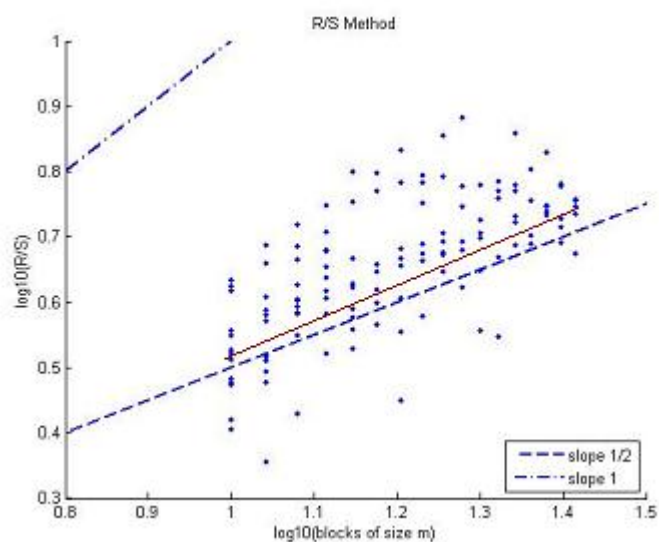
Estija



Islandija



Latvija



## 5 priedas. MATLAB kodai

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Įkeliami duomenys. DUOMENYS IŠ EUROSTAT
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

filename = 'C:\Users\EA\Desktop\Magistrinio paveikslai\I dalis\Lygio funkcijos
modeliavimas\Matlab failai\Duom.txt';
delimiter = '\t';
%% Format string for each line of text:
%   column1: date strings (%s)
%   column2: double (%f)
%   column3: double (%f)
%   column4: double (%f)
%   column5: double (%f)
%   column6: double (%f)
%   column7: double (%f)
%   column8: double (%f)
%   column9: double (%f)
%   column10: double (%f)
% For more information, see the TEXTSCAN documentation.
formatSpec = '%s%f%f%f%f%f%f%f%f%f%[\n\r]';
%% Open the text file.
fileID = fopen(filename,'r');
%% Read columns of data according to format string.
% This call is based on the structure of the file used to generate this
% code. If an error occurs for a different file, try regenerating the code
% from the Import Tool.
dataArray = textscan(fileID, formatSpec, 'Delimiter', delimiter, 'ReturnOnError',
false);
%% Close the text file.
fclose(fileID);
%% Post processing for unimportable data.
% No unimportable data rules were applied during the import, so no post
% processing code is included. To generate code which works for
% unimportable data, select unimportable cells in a file and regenerate the
% script.
%% Convert the contents of column with dates to serial date numbers using date
format string (datenum).
dataArray{1} = datenum(dataArray{1}, 'yyyy-mm-dd');
%% Allocate imported array to column variable names
DATA = dataArray{:, 1};
Danija = dataArray{:, 2};
Estija = dataArray{:, 3};
Airija = dataArray{:, 4};
Latvija = dataArray{:, 5};
Lietuva = dataArray{:, 6};
UK = dataArray{:, 8};
Islandija = dataArray{:, 9};
US = dataArray{:, 10};
%% Clear temporary variables
clearvars filename delimiter formatSpec fileID dataArray ans;
%% GRAFIKAI
FigHandle = figure('Position', [100, 100, 1049, 895]);
subplot(3,3,1);plot(Lietuva); title('Lietuva');xlim([0,132]);xlabel('Nedarbo lygis
2003 - 2013 m. ');grid;
subplot(3,3,2);plot(Airija);title('Airijas');xlim([0,132]);xlabel('Nedarbo lygis
2003 - 2013 m. ');grid;
subplot(3,3,3);plot(Danija);title('Danija');xlim([0,132]);xlabel('Nedarbo lygis
2003 - 2013 m. ');grid;

```

```

subplot(3,3,4);plot(Estija);title('Estija');xlim([0,132]);xlabel('Nedarbo lygis
2003 - 2013 m.');
```

```

subplot(3,3,5);plot(Islandija);title('Islandija');xlim([0,132]);xlabel('Nedarbo
lygis 2003 - 2013 m.');
```

```

subplot(3,3,6);plot(Latvija);title('Latvija');xlim([0,132]);xlabel('Nedarbo lygis
2003 - 2013 m.');
```

```

subplot(3,3,7);plot(UK);title('Dudžioji Britanija');xlim([0,132]);xlabel('Nedarbo
lygis 2003 - 2013 m.');
```

```

subplot(3,3,8);plot(US);title('JAV');xlim([0,132]);xlabel('Nedarbo lygis 2003 -
2013 m.');
```

```

% Ekonominis indikatorius - nedarbo lygis nėra stacionari eilutė, nes laiko
eilutės vidurkis nėra pastovus, t.y. suskaidžius stebėjimus į atskiras grupes,
kiekvienos grupės vidurkiai skiriasi.
% Norint gauti detalesnę informaciją apie nagrinėjamą ekonominį indikatorių,
svarbu žinoti jo struktūrą - nustatyti nestebimas komponentes. Ekonominių
indikatorių laiko eilučių analizės rezultatai yra nestebimų laiko eilutės
komponenčių (trendo, sezoninės, ciklo, atsitiktinės komponentės ir kt.) įverčiai.
% Įverinsime laiko eilučių stacionarumą statistiškai Dickeu-Fuler testu
Lt = adftest(Lietuva)
Air = adftest(Airija)
Dan = adftest(Danija)
Est = adftest(Estija)
Isl = adftest(Islandija)
Lat = adftest(Latvija)
Uk = adftest(UK);
Us = adftest(US)
% h = 0, negalime atmesti, kad laiko eilutė yra vienetinės šaknies
% procesas, t.y. laiko eilutė nėra stacionari.
%% VIZUALUS LAIKO EILUTĖS STACIONARUMO ĮVERTINIMAS
figure('Position', [100, 100, 600, 800], 'name', 'Lietuva');
plot(Lietuva);xlim([0,108]);subplot(2,1,1);autocorr(Lietuva);
subplot(2,1,2);parcorr(Lietuva);

figure('Position', [100, 100, 600, 800], 'name', 'Airija');
plot(Airija);xlim([0,108]);subplot(2,1,1);autocorr(Airija);
subplot(2,1,2);parcorr(Airija);
figure('Position', [100, 100, 600, 800], 'name', 'Danija');
plot(Danija);xlim([0,108]);subplot(2,1,1);autocorr(Danija); subplot(2,1,2);
parcorr(Danija);
figure('Position', [100, 100, 600, 800], 'name', 'Estija');
plot(Estija);xlim([0,108]);subplot(2,1,1);autocorr(Estija); subplot(2,1,2);
parcorr(Estija);
figure('Position', [100, 100, 600, 800], 'name', 'Islandija');
plot(Islandija);xlim([0,108]);subplot(2,1,1);autocorr(Islandija); subplot(2,1,2);
parcorr(Estija);
figure('Position', [100, 100, 600, 800], 'name', 'Latvija');
plot(Latvija);xlim([0,108]);subplot(2,1,1);autocorr(Latvija); subplot(2,1,2);
parcorr(Latvija);
figure('Position', [100, 100, 600, 800], 'name', 'UK');
plot(UK);xlim([0,108]);subplot(2,1,1);autocorr(UK); subplot(2,1,2); parcorr(UK);
figure('Position', [100, 100, 600, 800], 'name', 'US');
plot(US);xlim([0,108]);subplot(2,1,1);autocorr(US); subplot(2,1,2); parcorr(US);
%Vizualiai taip pat gauname, kad eilutės nestacionarios
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Paklaidų duomenys įkeliami pasinaudojant MatLAB duomenų importavimo įrankiu %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Stabilios sezoninės komponentės pašalinimas %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% Įkeliami duomenys
Y1=JAVPakl;
N=length(Y1);
%% Duomenų grafikas
```



```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Hursto eksponentė ir R/S grafikai
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function H = RS(sequence, isplot)
if nargin == 1
    isplot = 0;
end

N = length(sequence);
dlarge = floor(N/5);
dsmall = max(10, log10(N)^2);
D = floor(logspace(log10(dsmall), log10(dlarge), 50));
D = unique(D);
n = length(D);
x = zeros(1, n);
y = zeros(1, n);

R = cell(1, n);
S = cell(1, n);
for i = 1:n
    d = D(i);
    m = floor(N/d);
    R{i} = zeros(1, m);
    S{i} = zeros(1, m);
    matrix_sequence = reshape(sequence(1:d*m), d, m);

    Z1 = cumsum(matrix_sequence);
    Z2 = cumsum(repmat(mean(matrix_sequence), d, 1));
    R{i} = (max(Z1-Z2) - min(Z1-Z2));
    S{i} = std(matrix_sequence);

    if min(R{i}) == 0 || min(S{i}) == 0
        continue;
    end

    x(i) = log10(d);
    y(i) = mean(log10(R{i} ./ S{i}));
end

index = x ~= 0;
x = x(index);
y = y(index);
n2 = length(x);
cut_min = ceil(3*n2/10);
cut_max = floor(9*n2/10);

X = x(cut_min:cut_max);
Y = y(cut_min:cut_max);
p1 = polyfit(X, Y, 1);
Yfit = polyval(p1, X);
H = (Yfit(end) - Yfit(1)) / (X(end) - X(1))

if isplot ~= 0
    figure, hold on;
    bound = ceil(log10(N));
    axis([0 bound 0 0.75*bound]);

    temp = (1:n) .* index;
    index = temp(index);
    for i = 1:n2
        plot(x(i), log10(R{index(i)} ./ S{index(i)}), 'b. ');
    end
end

```

```
end

x = linspace(0,bound,10);
y1 = x;
y2 = x;
h1 = plot(x,y1,'b--','LineWidth',2);
h2 = plot(x,y2,'b-.','LineWidth',2);
plot(X,Yfit,'r-','LineWidth',3);
legend([h1,h2],'slope 1/2','slope 1',4)
xlabel('log10(blocks of size m)'),ylabel('log10(R/S)'),title('R/S Method');
end
```