



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS
TAIKOMOSIOS MATEMATIKOS KATEDRA

Indrė Drulytė

TANKIŲ VERTINIMAS BRANDUOLINIŲ
METODU: MODELIAVIMO TYRIMAS

Magistro darbas

Vadovas
doc. dr. T. Ruzgas

KAUNAS, 2014



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
MATEMATIKOS IR GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETAS
TAIKOMOSIOS MATEMATIKOS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas
doc. dr. N. Listopadskis
2014 06 05

TANKIŲ VERTINIMAS BRANDUOLINIŲ
METODU: MODELIAVIMO TYRIMAS

Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas

Vadovas
doc. dr. T. Ruzgas
2014 05 28

Recenzentas
prof. dr. Kęstutis Dučinskas (KU)
2014 06 01

Atliko
FMMM-2 gr. stud.
I. Drulytė
2014 05 27

KAUNAS, 2014

KVALIFIKACINĖ KOMISIJA

Pirmininkas – Juozas Augutis, profesorius (VDU).

Sekretorius – Eimutis Valakevičius, profesorius (KTU).

Nariai:

- Jonas Valantinas, profesorius (KTU),
- Vytautas Janilionis, docentas (KTU),
- Kristina Šutienė, docentė (KTU),
- Zenonas Navickas, profesorius (KTU),
- Arūnas Barauskas, dr., direktoriaus pavaduotojas (UAB „Danet Baltic“).

Drulytė I. Research of Kernel density estimation method: simulation study: Master's work in applied mathematics / supervisor Dr. T. Ruzgas; Department of Applied mathematics, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Kaunas University of Technology. – Kaunas, 2014. – 113p.

SUMMARY

The problem which is pending on this Master's degree scientific investigation is closely related to multi-dimensional analysis of the distribution of observations - one of the main branches of data analysis, which is based on the practical application of many mathematical systems challenges, such as distributions of the compatibility, data homogeneity hypothesis testing, discriminant analysis and others. The methodology of density evaluation gets more and more emphasis on the emerging application areas such as genetic information processing, analysis of astronomical research facilities, computer hardware and its periphery of data expertise and so on.

Let $X(1), \dots, X(n)$ are monitored by independent random variables with unknown distribution density $f(x)$. If the function $f(x)$ is not parametrized, it is applied to evaluate the problem by using the non-parametric methods. Even nowadays in data analysis, there are plenty methods of distribution density estimation, in practice it is not so easy to choose an efficient evaluation procedure if the density of data distribution is multimode and the sample volume is not large. The latter situation is often found in practise research and it is often based on the mixture model of Gaussian distributions, which applications are quite popular and used in various scientific fields relevant to the examination the problems in medicine, science or sociology. Non-parametric methods make the complexity of the fitted model depend upon the sample. The more information is in the sample (i.e., the larger the sample size), the greater the degree of complexity of the fitted model. Among the methods of non-parametric density there are widespread usable the kernel estimates. Non-parametric methods are typically indexed by a bandwidth or tuning parametre which controls the degree of complexity. The optimal smoothing parameter selection of this estimator depends on the unknown bandwidth point $X(t)$ of distribution density $f(x)$, what is almost impossible to determine if the volume of sample is not large. Often in these cases the bandwidth is selected based on a related statistical problem.

In Master's thesis topic there are published three publications and prepared three announcements for Lithuanian scientific conferences.

TURINYS

ĮVADAS	7
1. TEORINĖ DALIS.....	9
1.1. STATISTINIAI SPRENDIMAI UŽDAVINIŲ REALIZAVIMUI.....	9
1.2. NEPARAMETRINIŲ TANKIŲ VERTINIMO METODŲ PALYGINIMAS.....	10
1.2.1. HISTOGRAMA	10
1.2.2. BRANDUOLINIO TANKIO VERTINIMO METODAS	11
1.3. GLODUMO PARAMETRO PARINKIMAS.....	14
1.4. BRANDUOLIO FUNKCIJOS.....	17
2. TIRIAMOJI DALIS.....	20
2.1. MODELIAVIMO TYRIMAS.....	20
2.2. SKIRSTINIŲ MIŠINIAI IR PAKLAIDOS.....	21
2.3. TYRIMO REZULTATAI.....	24
2.3.1. GAUTŲ REZULTATŲ INTERPRETACIJA.....	24
2.3.2. EMPIRINIS TYRIMAS	40
3. PROGRAMINĖ REALIZACIJA IR INSTRUKCIJA VARTOTOJUI.....	42
3.1. PROGRAMINĖS ĮRANGOS PRINCIPINĖ SCHEMA.....	42
3.2. SAŠAJA SU VARTOTOJU	43
IŠVADOS	47
LITERATŪROS SĄRAŠAS	48
AUTORĖS PUBLIKACIJŲ SĄRAŠAS	50
1 PRIEDAS. BRANDUOLIO FUNKCIJŲ PAVIDALAI.....	51
2 PRIEDAS. GAUSO MIŠINIŲ SKIRSTINIŲ PAVIDALAI	55
3 PRIEDAS. DETALŪS REZULTATAI.....	70
4 PRIEDAS. PAKLAIDOS DIDĖJANT DIMENSIJAI	77
5 PRIEDAS. ATLIEKŲ PASISKIRSTYMAS KAUNO MIESTE.....	79

6 PRIEDAS. PROGRAMOS TEKSTAS	90
------------------------------------	----

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1.1. pav. Normaliojo skirstinio funkcijos pavidalai esant skirtingoms parametru reikšmėms	9
1.2. pav. Histogramos (viršuje) ir branduolinio tankio įvertinio (apačioje) grafinis vaizdavimas	14
1.3. pav. Mažas branduolio glodinimo plotis.....	15
1.4. pav. Didelis branduolio glodinimo plotis	15
2.1. pav. Modeliavimo tyrimo atlikimo schema	20
2.2. pav. Grafikas - Gauso MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2	26
2.3. pav. Grafikas - Gauso MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5	26
2.4. pav. Grafikas - Iškreiptas vienamodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2	27
2.5. pav. Grafikas – Iškreiptas vienamodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5.....	28
2.6. pav. Grafikas - Itin iškreiptas MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2.....	28
2.7. pav. Grafikas – Itin iškreiptas MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5.....	29
2.8. pav. Grafikas - Lėkštas vienamodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2.....	29
2.9. pav. Grafikas – Lėkštas vienamodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5	30
2.10. pav. Grafikas - Išsiskiriantis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2	30
2.11. pav. Grafikas - Išsiskiriantis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5	31
2.12. pav. Grafikas - Dvimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2.....	31
2.13. pav. Grafikas - Dvimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5.....	32
2.14. pav. Grafikas - Suskaidytas dvimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2	33
2.15. pav. Grafikas – Suskaidytas dvimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5.....	33
2.16. pav. Grafikas - Glotnių šukų MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2.....	34
2.17. pav. Grafikas – Glotnių šukų MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5	35
2.18. pav. Grafikas - Diskrečių šukų MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2	36
2.19. pav. Grafikas – Diskrečių šukų MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5.....	36
2.20. pav. Gauso mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 512	37
2.21. pav. Gauso mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 1024	37
2.22. pav. Trimodalinis mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 512.....	38
2.23. pav. Trimodalinis mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 1024.....	38
2.24. pav. Asimetrinių dvigubų žnyplių mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 512	39
2.25. pav. Asimetrinių dvigubų žnyplių mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 1024	39

2.26. pav. Vidutiniškai vienam gyventojui per savaitę tenkančio komunalinių atliekų kiekio pasiskirstymo tankis, 2000 – 2007 metų laikotarpiu	40
2.27. pav. Vidutiniškai vienam gyventojui per mėnesį tenkančio komunalinių atliekų kiekio pasiskirstymo tankis, 2000 – 2007 metų laikotarpiu	41
3.1. pav. Programinės įrangos principinė schema	43
3.2. pav. Pagrindinis vartotojo sąsajos langas	44
3.3. pav. Langas skirtas neparimetrinių tankių generavimui	44
3.4. pav. Langas skirtas neparimetrinių tankių vertinimui	45

ĮVADAS

Šiame darbe nagrinėjamoji problema yra glaudžiai susijusi su daugiamačių stebinių pasiskirstymo analize – viena iš pagrindinių duomenų analizės šakų, kurios taikymu praktikoje remiasi daugelio matematinių sistemų uždavinių sprendimas, tokių kaip skirstinių suderinamumo, duomenų homogeniškumo hipotezių tikrinimas, diskriminantinė analizė ir kt. Pasiskirstymo tankių vertinimo metodologija sulaukia vis daugiau dėmesio dėl naujai atsiradusių taikymo sričių: genetinės informacijos apdorojimo, astronomijos tyrimų objektų analizės, kompiuterinės technikos bei jos periferijos duomenų tyrimo ir t. t.

Tegul $X(1), \dots, X(n)$ yra stebimi nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai su nežinomu pasiskirstymo tankiu $f(x)$. Jei funkcija $f(x)$ nėra parametrizuota, jai įvertinti taikomi neparametriniai metodai. Nors šiuolaikinėje duomenų analizėje žinoma gausybė pasiskirstymo tankio įvertinimo metodų, praktikoje nėra lengva parinkti efektyvią įvertinimo procedūrą, jei imties tūris nėra didelis, duomenys yra daugiamačiai, jų pasiskirstymo tankis daugiamodalinis. Pastaroji situacija neretai sutinkama praktiniuose tyrimuose ir dažnai remiasi Gauso skirstinių mišinio modeliais, kurių taikymai yra gana populiarūs ir sutinkami įvairiose mokslo kryptyse nagrinėjant aktualias problemas: medicinoje, gamtos moksluose, sociologijoje. Neparametrinų metodų modelių taikymo sudėtingumas priklauso nuo imties, t.y. kuo didesnis imties tūris, tuo sudėtingiau įvertinti modelio tinkamumą. Tarp neparametrinų tankio vertinimo metodų ypač plačiai paplitę branduoliniai įvertiniai. Neparametriniai metodai paprastai yra apibūdinami atsižvelgiant į glodinimo parametą, kuris kontroliuoja modeliavimo kompleksiskumą. Branduolinio įvertinio optimalaus glodinimo parametro parinkimas priklauso nuo nežinomo pasiskirstymo tankio $f(x)$ glodumo taško $X(t)$ aplinkoje, ką nustatyti beveik neįmanoma jei imtis nėra didelė. To pasekoje optimalus glodinimo parametras yra parenkamas priklausomai nuo nagrinėjamo statistinio uždavinio.

Tikslas ir uždaviniai.

Darbo tikslas – Monte Karlo metodu atlikti branduolinio tankio įvertinio lyginamąją analizę naudojant neparametriniam tankių vertinime taikomas branduolio funkcijas.

Darbo uždaviniai:

- atlikti geriausius rezultatus vienamačiu atveju [1A] tyrime davusių branduolio funkcijų statistinių įverčių tikslumo lyginamąją analizę daugiamodaliniu atveju;
- ištirti naujai pasiūlyto pasiskirstymo tankio tinkamumą branduolinio tankio įvertiniui;

- palyginti branduolio funkcijų taikymo efektyvumą skirtingų tūrių imtims bei skirtingų dimensių dydžiams vertinti;
- atlikti empirinį tyrimą komunalinių atliekų kiekiams įvertinti.

Mokslinis naujumas.

1. Atlikta skirtingų tipų statistikų, skirtų branduolinio tankio vertinimui, lyginamoji analizė daugiamodaliniu atveju, siekiant, kad branduolio funkcijos atstovautų populiarių įverčių klasėms.
2. Geriausius rezultatus vienamačiu atveju davusios Epanechnikovo, Gauso bei trisvorė branduolio funkcijos iširtos esant skirtingų dimensių imtims.
3. Pasiūlytas naujas daugiamatis pasiskirstymo tankis bei iširtas jo taikymo efektyvumas neparametriniame tankio įvertinyje.
4. Palyginti rezultatai, gauti anksčiau minėtu būdu, vertinant penkiolikos tipų Gauso skirstinių mišinius.

Magistrinio darbo struktūra. Darbą sudaro:

- *Įvadas;*
- *Teorinėje dalyje* pateikiamas metodų, taikytinų neparametrinių tankių vertinimui atlikti, palyginimas bei aptariami konkretūs būdai ir principai, kuriais remiantis atliekama neparametrinių tankių vertinimo lyginamoji analizė Monte Karlo metodu;
- *Tiriamoji dalis ir rezultatai* atspindi gautų eksperimentinio ir empirinio tyrimo rezultatų interpretaciją;
- *Programinė realizacija ir instrukcija vartotojui* - aprašytas sąsajos su vartotoju realizavimas;
- *Išvados;*
- *Literatūros sąrašas;*
- *Priedai* – kuriuose pateikiami branduolio funkcijų bei Gauso skirstinių mišinių grafikai, rezultatų lentelės ir programos tekstas.

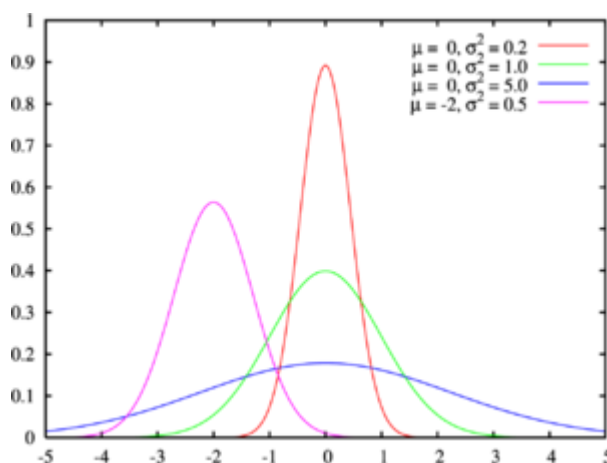
1. TEORINĖ DALIS

1.1. STATISTINIAI SPRENDIMAI UŽDAVINIŲ REALIZAVIMUI

Statistiniai sprendimai – metodų grupė, įgalinanti imties statistinių rodiklių (parametrų) analizės pagrindu su apibrėžta klaidos tikimybe nustatyti atitinkamų parametrų reikšmes populiacijoje (generalinėje aibėje).

Yra išskiriami du statistiniai kriterijai - parametriniai ir neparametriniai.

Parametriniai kriterijai susieti su teoriniu normaliuoju skirstiniu – Gauso kreive, kurios grafikas primena varpo formą (žiūrėti 1.1. pav. Normaliojo skirstinio funkcijos pavidalai esant skirtingoms parametrų reikšmėms)



1.1. pav. Normaliojo skirstinio funkcijos pavidalai esant skirtingoms parametrų reikšmėms

Normaliojo skirstinio tikimybių tankio funkcija apibrėžiama formule:

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.1)$$

Šis teorinis skirstinys statistikoje labai gerai išnagrinėtas, todėl, jeigu įrodoma, kad gauti empiriniai skirstiniai nuo jo mažai tesiskiria, galima pritaikyti precizinį šio skirstinio matematinį aparatą ir operuoti matavimų duomenimis formaliame matematiniam modelyje.

Vis dėlto parametrinių metodų galimybes mokslinių tyrimų praktikoje riboja dvi priežastys:

- Retai kada pavyksta sukonstruoti algebriniu požiūriu nepriekaištingą kiekybinę skalę (santykių arba intervalinę), išskyrus galbūt tik tuos atvejus, kai matuojama standartizuotais testais arba kai matuojami respondentų antropometriniai ir fiziniai duomenys.
- Ne visi empiriniai dėsningumai atitinka normaliojo skirstinio teorinį modelį. Tuo tarpu nepriekaištinga kiekybinė skalė ir pagrįsta empirinio skirstinio aproksimacija į normalųjį teorinį skirstinį yra pagrindinės korektiško parametrinių metodų naudojimo sąlygos.

Būtent todėl taikomųjų tyrimų praktikoje reikšmingi neparametriniai statistiniai kriterijai, kurie leidžia operuoti įvairių skalių (intervalinės, tvarkos, vardų) duomenimis ir neatsižvelgti į empirinio skirstinio tipą.

Praktikoje yra naudojami neparametriniai modeliai, tokie kaip:

- Histograma - paprastas tikimybių empirinio pasiskirstymo neparametrinis vertinimas;
- Branduolinis tankių vertinimas, atspindintis geresnius rezultatus nei histograma;
- Neparametrinės ir pusiau parametrinės regresijos metodai, sukurti remiantis branduoliais, splainais ir bangomis;
- Duomenų apjungimo (angl. Envelopment) analizė, kurios metu gaunami koeficientai yra labai artimi tiems, kurie randami taikant regresijos metodą be pasiskirstymo prielaidos.

1.2. NEPARAMETRINIŲ TANKIŲ VERTINIMO METODŲ PALYGINIMAS

1.2.1. HISTOGRAMA

Histograma – vienas paprasčiausių ir seniausių tankio įvertinių. Kiek žinoma, duomenys histogramos pavidalu (be grafinio vaizdavimo) pirmą kartą buvo pateikti 1661 metais nustatant mirtingumo tikimybes skirtingose amžiaus grupėse [1]. John Graunt tyrinėjo žmonių mirtingumą maro metu sudarydamas histogramas. John Graunt (1662) pastebėjo, kad 36% vaikų mirė prieš jiems sukankant šešeriems metams. John Graunt buvo vienaamžis su gerai žinomu William Petty, kuriam dauguma šios idėjos nuopelnų buvo priskirtos be priežasties. Netiesioginiai įrodymai liudija, kad J. Graunt iš tiesų išrado histogramą, nors mirtingumo duomenys buvo gana neįtikimi, tačiau tai yra pagrindas daryti teigiamą išvadą, nes Galileo šias histogramas pradėjo naudoti kaip diagramas jau daug ankščiau. Hald (1990) perskaičiavo dalį Galileo skaičiavimų aprašytų 1632 metais išleistame

„*Dialogue*“, kuriame Galileo apibendrinio žvaigždžių stebėjimus užfiksuotus 1572 metais. Pasak Hald, Galileo pastebėjo „stebėjimų paklaidos“ simetriškumą ir tai, kad mažų paklaidų dažnis yra didesnis, nei didelių paklaidų. To pasekoje Galileo nubraižė dažnuminę diagramą rezultatų pagrindimui. Patį histogramos terminą pirmasis pradėjo vartoti Karl Pearson [2] nuo 1891 metų. Aproximuojant tankį $f(x)$ srityje Ω , skaičiuojamas stebinių $X(t)$ skaičius, patenkantis į Ω , ir dalijamas iš n bei srities Ω tūrio. Konstruojant įvertinį, pirmiausia randama erdvės sritis, į kurią patenka visi stebiniai, t. y. randami visų X projekcijų į ašis $X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(d)}$ svyravimo intervalai. Stebinių svyravimo intervalai padalijami į l dalinių intervalų ir jais apribotuose hiperkubuose Ω_j ($j = 1, \dots, r$) apskaičiuojamas tankio įvertis:

$$f(x) = \frac{n(\Omega_j)}{n \cdot h_1 \cdot h_2 \dots \cdot h_d}, \quad (1.2)$$

čia $n(\Omega_j)$ – į hiperkubą Ω_j patenkančių stebinių skaičius, o $h_j, j = 1, \dots, d$ yra hiperkubo kraštinės [3, 4, 5]. Hiperkubų skaičių rekomenduojama (žr. [6, 7, 8] ir juose esančias nuorodas) parinkti $r \cong 1 + 3,32 \log n$, be to $l = \sqrt[d]{r}$ turi būti sveikasis skaičius, tai r yra parenkamas taip $\lceil \sqrt[d]{1 + 3,32 \log n} \rceil^d$, čia $\lceil \cdot \rceil$ žymi sveiką, suapvalintą į didesnę pusę, skaičių.

Histograma yra viena iš paprasčiausių duomenų pateikimo priemonių, kuri lengvai suprantama ir patogi. Šis įvertis yra funkcija, įgyjanti neneigiamas reikšmes, o jos integralas lygus vienetui. Tačiau jis nėra tolydus. Dėl to kyla problemų, kai svarbu žinoti tankio įverčio išvestines ir ypač, kai tankio vertinimas naudojamas tarpiniuose kitų metodų žingsniuose, pavyzdžiui, klasterizavimui taikant gradientinį algoritmą ar formuojant didelio matavimo duomenų lygio linijų grafiką.

1.2.2. BRANDUOLINIO TANKIO VERTINIMO METODAS

Anksčiau minėtos problemos nesunkiai galima išvengti bei pagerinti įvertinio tikslumą. Formuojant histogramą, reikia kiekvieną $X(t)$ įsivaizduoti kaip atskirą stulpelį, kurio aukštis $1/n$. Tada logiška stulpelio centrą pakeisti pačiu $X(t)$ ir gauti šią funkciją:

$$f(x) = \frac{1}{n \cdot h_1 \cdot h_2 \dots \cdot h_d} \sum_{t=1}^n I_{C_h(X(t))}(x), \quad (1.3)$$

čia C_h yra hiperkubas, kurio centras $X(t)$, o jo kraštinių ilgių – h_1, \dots, h_d . Ši statistika dažnai vadinama paprastuoju įvertiniu. Apibendrinant vietoj indikatorinės funkcijos kiekviename stebėtame taške

galima naudoti glodujį „iškilumą“ – branduolio funkciją. Tuomet d - matis fiksuoto pločio branduolinis tankio įvertinys FK su branduolio funkcija K ir fiksuotu (globaliu) branduolio pločio parametru h , kuriuo galima įvertinti daugiamačių duomenų $X \in R^d$ tankį $f(x)$, apibrėžiamas taip:

$$f(x) = \frac{1}{nh^d} \sum_{t=1}^n K\left(\frac{x-X(t)}{h}\right). \quad (1.4)$$

Iš tiesų branduolinio tankio įvertinys apima brėžiamus simetrinius paviršius per kiekvieną tašką, sulyginant atstumą nuo taško iki orientacinės (angl. Reference) vietos, remiantis matematinėmis funkcijomis ir susumuojant visų paviršių reikšmes. Šis metodas buvo išrastas vėlaisiais 1950 metais (Rosenblatt 1956, Whitt 1958, Parzen 1962), kaip alternatyvus metodas, pakeičiantis iki tol naudotinas histogramas tankių vertinimui [9].

Rosenblatt – Parzen branduolinis įvertis apibrėžiamas formule:

$$f_{\lambda,n}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \lambda K(\lambda(x - x_i)) \quad (1.5)$$

kur K yra fiksuotas tikimybinis tankis (dažniausiai naudojama Gauso funkcija su vidurkiu lygiu 0), o $1/\lambda$ yra „lango plotis“ – įverčio glodumo parametras. Branduoliniams įvertiniams Silverman (1978) pastebėjo, kad „būtina surasti objektyvų metodą, įgalinantį nustatyti branduolio plotį atitinkamam imties dydžiui“. Tuo tarpu, Wahba (1981) pastebėjo, kad „pagrindinė problema su kuria susiduriama tankių vertinime yra glodumo parametro parinkimas, kuris iš tiesų yra kiekvieno tankio įverčio dalis“. Taigi labiausiai tikėtinaje įvertyje (Good ir Gaskin, 1972) svorio funkcija turi būti žymima atskiru „atperkamuju“ (angl. Penalty) terminu, ortogonalūs įverčiai turi būti atitinkamai sutrumpinti (angl. Orthogonal series estimators must be suitably truncated) (Kronmal and Tarter, 1968) arba „riboto dydžio“ (Wahba, 1981), o filtro (angl. Sieve) įverčiai turi būti pažymėti tinklinio filtro dydžiu (Geman ir Hwang, 1982, Grenander, 1981). Splainams, branduoliams bei naujosioms „pasikartojančioms dalims“ (angl. Recursive partitions) (pavyzdžiui Gordon ir Olshen, 1980) neparametrinėje regresijoje ir tinkliniams filtrams (angl. Sieves) (Grenander, 1981) kaip bendru požiūriu į vertinimo parametrus abstrakčioje erdvėje svarbiausia yra pilnai apibrėžti glodumo parametą [10].

Branduolio funkcija parenkama tokia, kad tenkintų sąlygą:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} K(x) dx = 1. \quad (1.6)$$

Kaip branduolys dažnai naudojama standartinio normalinio skirstinio tankio funkcija φ [11,12]:

$$\varphi(x) = (2\pi)^{\frac{-d}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}x'x\right). \quad (1.7)$$

Dažnai stebiniai nebūna vienodai pasiskirstę visomis kryptimis. Todėl pageidautina pakeisti duomenų mastelį panaikinant didžiausius sklaidos skirtumus skirtingose koordinatų kryptyse. Vienas tam tinkamų metodų [13] yra duomenų standartizavimas, t. y. imties paveikimas tokia tiesine transformacija, kad transformuotų duomenų vidurkis būtų lygus nuliui, kovariacinė matrica būtų vienetinė, o $f(x) = \frac{1}{nh^d} \sum_{t=1}^n K\left(\frac{x-X(t)}{h}\right)$ lygybę taikyti jau standartizuotiems duomenims. Tarkim, Z yra standartizuotas atsitiktinis vektorius:

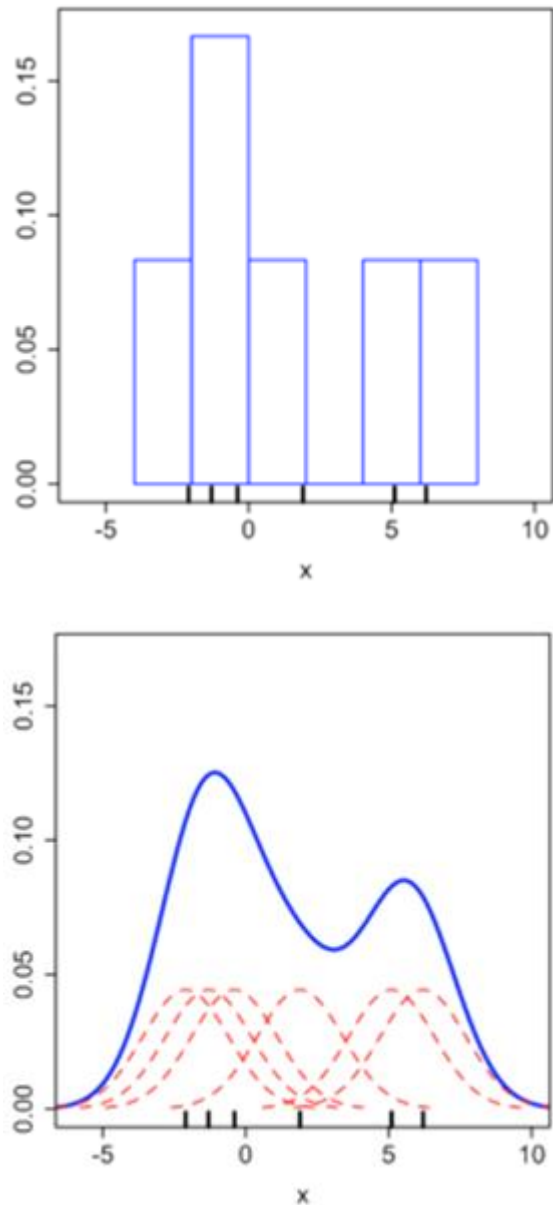
$$Z = S^{\frac{-1}{2}} * (X - \bar{X}), \quad (1.8)$$

čia \bar{X} yra empirinis imties vidurkis, o $S \in R^{d \times d}$ – empirinė kovariacinė matrica. FK pagrindu sukonstruotas jau sudėtingesnis standartizuotų duomenų tankio įvertinys:

$$f_z(z) = \frac{1}{nh^d} \sum_{t=1}^n K\left(\frac{z-Z(t)}{h}\right), \quad (1.9)$$

$$f(x) = \frac{(\det S)^{\frac{-1}{2}}}{nh^d} \sum_{t=1}^n K\left(S^{\frac{-1}{2}} \frac{x-X(t)}{h}\right). \quad (1.10)$$

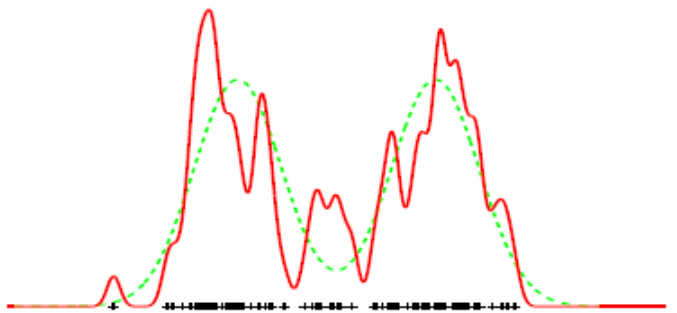
Palyginkime histogramos ir branduolio funkcijos įvertinio grafinius pavidalus tiriant šiuos šešis taškus: $x_1=-2.1$, $x_2=-1.3$, $x_3=-0.4$, $x_4=1.9$, $x_5=5.1$, $x_6=6.2$ (žiūrėti 1.2. pav. Histogramos (viršuje) ir branduolinio tankio įvertinio (apačioje) grafinis vaizdavimas). Akivaizdu, kad histogramai sudaryti horizontali ašis buvo padalinta į atitinkamus intervalus arba kitaip vadinamas dėžutes, “dengiančias” duomenis. Šiuo atveju turime $1 + 3,32 \log_{10} 6$ intervalus, kurių kiekvieno plotis lygus dviems. Kuomet stebimas taškas papuola į kažkurį vieną iš suskirstytų intervalų piešiame bokštelį, kurio aukštis lygus $1/12$. Šnekant apie branduolinio tankio vertinimo metodą, brėžiame normalaus branduolio funkciją, kurios standartinis nuokrypis σ lygus 2,25 kiekvienam stebimam taškui x_i . Toliau branduolių sumavimo būdu gaunamas branduolinio tankio įvertinys. Branduolio funkcijos įvertinio glotnumas yra akivaizdus lyginant su gautos histogramos diskretiškumu.



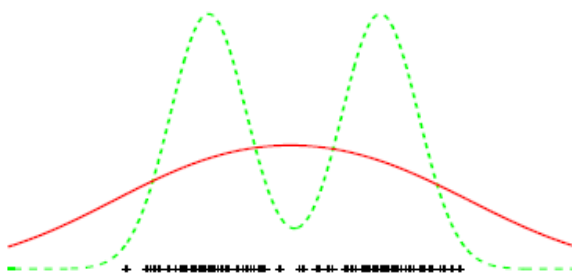
1.2. pav. Histogramos (viršuje) ir branduolinio tankio įvertinio (apačioje) grafinis vaizdavimas

1.3. GLODUMO PARAMETRO PARINKIMAS

Norint gauti tikslus rezultatus naudojant branduolinio tankio vertinimo metodą privalu parinkti optimalų glodinimo (angl. smoothing) parametą h . Sprendžiant praktinius uždavinius šio parametro parinkimas yra labai svarbus. Maža h reikšmė įtakoja didelę įvertinio dispersiją ir mažas paklaidas (žiūrėti 1.3. pav. Mažas branduolio glodinimo plotis). Tuo tarpu parinkus didelę h gauname nedidelį standartinį nuokrypį išaugusiose paklaidose (žiūrėti 1.4. pav. Didelis branduolio glodinimo plotis). [14,15,16,17,18]



1.3. pav. Mažas branduolio glodinimo plotis



1.4. pav. Didelis branduolio glodinimo plotis

Optimalus branduolio plotis priklauso nuo nežinomo dydžio $R(f^{(v)})$. Silverman pasiūlė, kad branduolio plotį galima suskaičiuoti dydį $R(f^{(v)})$ pakeičiant optimaliu dydžiu formulėje (1.10) į $R(g_{\hat{\sigma}}^{(v)})$, kur g_{σ} yra nurodomas (angl. Reference) tankis – tinkamas tankiui f , o $\hat{\sigma}^2$ yra imties standartinis nuokrypis. Įprastas pasirinkimas yra nustatyti $g_{\sigma} = \phi_{\hat{\sigma}}$, $N(0, \hat{\sigma}^2)$ tankį. Pagrindinė idėja yra tai, kad jeigu tikrasis tankis yra normalus, tada apskaičiuotas branduolio plotis bus optimalus. Jeigu tikrasis tankis yra artimas normaliam, tuomet branduolio plotis taip pat bus artimas optimaliam branduolio pločiui.

Taigi, jeigu bet kokiam tankiui g pažymime $g_{\sigma}(x) = \sigma^{-1}g\left(\frac{x}{\sigma}\right)$, tada $g_{\sigma}^{(v)}(x) = \sigma^{-1-v}g^{(v)}\left(\frac{x}{\sigma}\right)$.

Tada,

$$R(g_{\sigma}^{(v)})^{-1/(2v+1)} = \left(\int g_{\sigma}^{(v)}(x)^2 dx\right)^{-1/(2v+1)} = \left(\sigma^{-2-2v} \int g^{(v)}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2 dx\right)^{-1/(2v+1)} = \left(\sigma^{-1-2v} \int g^{(v)}(x)^2 dx\right)^{-1/(2v+1)} = \sigma R(g^{(v)})^{-\frac{1}{2v+1}}. \quad (1.11)$$

Be to,

$$(R(\phi^{(v)}))^{-\frac{1}{2v+1}} = 2 \left(\frac{\frac{1}{\pi^2} v!}{(2v)!} \right)^{\frac{1}{2v+1}}. \quad (1.12)$$

Taigi,

$$(R(\phi_{\hat{\sigma}}^{(v)}))^{-\frac{1}{2v+1}} = 2\hat{\sigma} \left(\frac{\frac{1}{\pi^2} v!}{(2v)!} \right)^{\frac{1}{2v+1}}. \quad (1.13)$$

Tuomet nykščio taisykle apibrėžiamas branduolio plotis yra lygus

$$h = \hat{\sigma} C_v(K) n^{-\frac{1}{2v+1}}, \quad (1.14)$$

kur

$$C_v(K) = (R(\phi^{(v)}))^{-\frac{1}{2v+1}} * A_v(K) = 2 \left(\frac{\frac{1}{\pi^2} (v!)^3 R(K)}{2v * (2v)! T_v^2(K)} \right)^{\frac{1}{2v+1}}, \quad (1.15)$$

čia $R(K) = \int_{-\infty}^{\infty} K(u)^2 du$ yra branduolio nelygumai (angl. Roughness), o $T_v(K) = (\int_{-\infty}^{\infty} K(u) u^v du)$ - branduolio momentai. Kadangi $T_1(K) = 0$, o $T_2(K) > 0$, tai K yra antros eilės branduolio funkcija ir $v = 2$.

Silverman nykščio taisyklė branduolio pločiui rasti išreiškiamą lygybe:

$$h = \hat{\sigma} C_v(K) n^{-\frac{1}{2v+1}}, \quad (1.16)$$

kur $\hat{\sigma}$ yra imties standartinis nuokrypis, v yra branduolio laipsnis, o $C_v(K)$ – atitinkamo branduolio konstanta.

Pateiksime modeliavimo tyrime naudotų branduolio funkcijų optimalaus glodinimo parametro, branduolio pločio h išraiškas, randamas remiantis Silverman nykščio taisykle. Šiame tyrime buvo naudoti standartizuoti dydžiai, todėl imame, kad $\hat{\sigma} = 1$ [19].

- Gauso branduolio funkcijos optimalus branduolio plotis h :

$$h_{Gauso} = \left(\frac{4}{2*d+1}\right)^{1/(d+4)} * n^{-1/(d+4)} \quad (1.17)$$

- Epanechnikov'o branduolio funkcijos optimalus branduolio plotis h :

$$h_{Epanechnikov} = \left(\frac{210}{2*d+1}\right)^{1/(d+4)} * n^{-1/(d+4)} \quad (1.18)$$

- Trisvorės (angl. Triweight) branduolio funkcijos optimalus branduolio plotis h :

$$h_{Triweight} = \left(\frac{930}{2*d+1}\right)^{1/(d+4)} * n^{-1/(d+4)} \quad (1.19)$$

- Naujai pasiūlytos branduolio funkcijos optimalus branduolio plotis h :

$$h_{New} = \left(\frac{4}{2*d+1}\right)^{1/(d+4)} * n^{-1/(d+4)} \quad (1.20)$$

Visose branduolio funkcijos optimalaus branduolio pločio h radimo formulėse d žymi dimensiją, o n – imties tūrį.

Praktiniuose tyrimuose branduolio plotis neretai parenkamas bandymų būdu. Jeigu h reikšmė yra maža, tankio funkcijos įvertis turi daugiau modų, kurios atitinka stebėtų duomenų išsidėstymą. Didesnė h reikšmė reiškia didesnę įvertčio glodinimą. Nors FK yra plačiai naudojami neparametriniam tankiui vertinti, jie dažnai turi ir tam tikrų praktinių trūkumų [20], pavyzdžiui, negali užtikrinti skirstinio galų vientisumo kartu per daug neglodinant pagrindinės tankio dalies.

1.4. BRANDUOLIO FUNKCIJOS

Sąvoka branduolys turi dvi skirtingas reikšmes statistikoje. Šis terminas yra plačiai naudojamas tiek Bejeso statistikoje, tiek neparametrinių tankių įvertinių skaičiavimuose.

Bejeso statistikoje tikimybės tankio funkcijos (angl. probability density function) arba tikimybės masės funkcijos (angl. probability mass function) branduolys yra tam tikra išraiška, kurioje lieka tik kintamieji ir veiksniai, priklausantys nuo pačios funkcijos. Visa kita kas nepriklauso nuo funkcijos

kintamųjų yra neįtraukiama. Tačiau reikia atkreipti dėmesį, kad šie faktoriai gali būti tikimybės tankio funkcijos arba tikimybės masės funkcijos parametrų funkcijos.

Daugeliui skirstinių, branduolys gali būti užrašomas trumpa forma.

Pavyzdžiui, turime normalų pasiskirstymą, kurio tikimybės tankio funkcija yra:

$$p(x|\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (1.21)$$

Tuo tarpu branduolys įgyja tokį pavidalą:

$$p(x|\mu, \sigma^2) \propto e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (1.22)$$

Akivaizdu, kad viskas kas buvo aprašyta prieš eksponentinę funkciją buvo pašalinta, kadangi tai neįtakoja funkcijos kintamojo x .

Neparametrinėje statistikoje branduolys yra svorio funkcija, naudojama neparametriniuose vertinimo metoduose. Branduoliai yra naudojami branduolio tankių įverčiams, norint įvertinti atsitiktinių dydžių tikimybinį pasiskirstymą, taip pat branduolinėje regresijoje siekiant apskaičiuoti atsitiktinio kintamojo sąlyginį priklausomumą. Be viso to, branduoliai naudojami laiko eilučių skaičiavimuose bei periodogramose spektrinio tankio radimui.

Taigi branduolys yra neneigiama realias reikšmes įgyjanti integruojama funkcija K , kuri turi tenkinti du reikalavimus:

- $\int_{-\infty}^{+\infty} K(u) du = 1$;
- $K(-u) = K(u)$, visiems u .

Neparametrinių daugiamačių (kai $d = 2,5$) tankių vertinimo tyrimas atliktas su keturiomis geriausius rezultatus vienamačiu atveju davusiomis branduolio funkcijomis, trys iš jų yra plačiai paplitusios ir dažnai naudojamos matematiniuose skaičiavimuose, likusi - naujadara tarp Koši ir Gauso branduolio funkcijų.

- Gauso (Gaussian) branduolio funkcija;

$$K(u) = \varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}u^2} \quad (1.23)$$

- Epanechnikovo branduolio funkcija;

$$K(u) = \frac{d+2}{2C_d} (1 - u^2) \quad (1.24)$$

- Trisvorė (angl. Triweight) branduolio funkcija;

$$K(u) = \frac{(d+4)(d+6)(d+2)}{24} \frac{(d+2)}{2C_d} (1 - u^2)^3 \quad (1.25)$$

čia d – dimensija, o dydis $C_d = \frac{\pi^{d/2}}{\Gamma(\frac{d}{2}+1)}$.

- Nauja branduolio funkcija;

$$K(u) = \varphi(|u|^{\frac{1}{\alpha}}) \cdot \frac{1}{\alpha^d} \cdot (|u_1 \cdot \dots \cdot u_d|^{1/\alpha})^{1-\alpha}, \text{ kur } x \in R^d, \alpha = 0,75. \quad (1.26)$$

Visų aukščiau aprašytų branduolio funkcijų grafikai, kai dimensija $d = 1,2$ pateikti 1 priedo paveiksluose.

2. TIRIAMOJI DALIS

2.1. MODELIAVIMO TYRIMAS

Pirmoje darbo dalyje aprašytas nparametrinių tankių vertinimo algoritmų taikymo ir jų efektyvumo tyrimas atliktas Monte Karlo metodu. Pastarasis metodas yra naudingas ne tik fizikinių, bet ir matematinių sistemų modeliavimui, kadangi norint atlikti sudėtingus skaičiavimus, reikalaujančius ištirti didelę duomenų erdvę, ta patį galima atlikti tik su keletu atsitiktinai pasirinktų duomenų. Be to, atsitiktinai parinkti duomenys paprastai būna „tipiški“, todėl viso to rezultate gaunami skaičiavimai bus artimi tikslams. Taigi atlikus skaičiavimus laikantis tokio principo buvo išmatuotos tikrosios tankių reikšmės kiekviename stebėtos imties taške ir taip nustatytas algoritmų vertinimo tikslumas ir patikimumas daugiamačiu atveju kai dimensija atitinkamai lygi 2 ir 5. Tyrimas buvo atliktas penkių žingsnių pagalba (žiūrėti 2.1. pav. Modeliavimo tyrimo atlikimo schema):

- Skaičiavimams pasirenkamas nuosaikus imčių skaičius su atitinkamu imties tūriu bei atitinkama dimensija;
- Sekančiu žingsniu vykdomas tankių generavimas priskirtoms imtis;
- Paklaidų nustatymui bei tankio įvertinių palyginimui atliekamas tankių vertinimas.



2.1. pav. Modeliavimo tyrimo atlikimo schema

2.2. SKIRSTINIŲ MIŠINIAI IR PAKLAIDOS

Šiame darbe atliekant visapusę modeliavimo analizę, lyginamajame tyrime kaip atskaitinius tankius naudojome Gauso skirstinių mišinius, kuriuos savo darbe įvedė J.S.Marron ir M.P.Wand [21]. Skaičiavimai buvo atliekami su penkiolika skirtingų mišinių, su atitinkamais normaliojo skirstinio parametrais, vidurkiais M_i ir kovariacinėmis matricomis $R_i, i = 1, 2, \dots, q$, t.y. $f(x) = \sum_{i=1}^q p_i \varphi_i(x) = f(x, \theta), x \in R^d, \theta = (p_i, M_i, R_i, i = 1, 2, \dots, q)$.

- „Gauso“ (angl. Gaussian) skirstinio tankis:

$$N((0, \dots, 0), I = \text{diag}([1, \dots, 1]));$$

- „Iškreiptas vienamodalinis“ (angl. Skewed Unimodal):

$$\frac{1}{5}N((0, \dots, 0), I = \text{diag}([1, \dots, 1])) + \frac{1}{5}N\left(\left(\frac{1}{2}, 0, \dots, 0\right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2, \dots, \left(\frac{2}{3}\right)^2\right]\right) + \frac{3}{5}N\left(\left(\frac{13}{12}, 0, \dots, 0\right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{5}{9}\right)^2, \dots, \left(\frac{5}{9}\right)^2\right]\right)\right);$$

- „Itin iškreiptas“ (angl. Strongly Skewed):

$$\sum_{l=0}^7 \frac{1}{8}N\left(\left(3\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^l - 1\right\}, 0, \dots, 0\right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{2l}, \dots, \left(\frac{2}{3}\right)^{2l}\right]\right)\right);$$

- „Lėkštas vienamodalinis“ (angl. Kurtotic Unimodal):

$$\frac{2}{3}N((0, \dots, 0), I = \text{diag}([1, \dots, 1])) + \frac{1}{3}N\left((0, \dots, 0), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{1}{10}\right)^2, \dots, \left(\frac{1}{10}\right)^2\right]\right)\right);$$

- „Išsiskiriantis“ (angl. Outlier):

$$\frac{1}{10}N((0, \dots, 0), I = \text{diag}([1, \dots, 1])) + \frac{9}{10}N\left((0, \dots, 0), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{1}{10}\right)^2, \dots, \left(\frac{1}{10}\right)^2\right]\right)\right);$$

- „Dvimodalinis“ (angl. Bimodal):

$$\frac{1}{2}N\left((-1, 0, \dots, 0), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2, \dots, \left(\frac{2}{3}\right)^2\right]\right)\right) + \frac{1}{2}N\left((1, 0, \dots, 0), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2, \dots, \left(\frac{2}{3}\right)^2\right]\right)\right);$$

- „Suskaidytas dvimodalinis“ (angl. Separated Bimodal):

$$\frac{1}{2}N\left(\left(-\frac{3}{2}, 0, \dots, 0\right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2, \dots, \left(\frac{1}{2}\right)^2\right]\right)\right) + \frac{1}{2}N\left(\left(\frac{3}{2}, 0, \dots, 0\right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2, \dots, \left(\frac{1}{2}\right)^2\right]\right)\right);$$

- „Iškreiptas dvimodalinis“ (angl. Skewed Bimodal):

$$\frac{3}{4}N((0, \dots, 0), I = \text{diag}([1, \dots, 1])) + \frac{1}{4}N\left(\left(\frac{3}{2}, 0, \dots, 0\right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2, \dots, \left(\frac{1}{3}\right)^2\right]\right)\right);$$

- „Trimodalinis“ (angl. Trimodal):

$$\frac{9}{20}N\left(\left(-\frac{6}{5}, 0, \dots, 0\right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{3}{5}\right)^2, \dots, \left(\frac{3}{5}\right)^2\right]\right)\right) + \frac{9}{20}N\left(\left(\frac{6}{5}, 0, \dots, 0\right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{3}{5}\right)^2, \dots, \left(\frac{3}{5}\right)^2\right]\right)\right) + \frac{1}{10}N\left((0, \dots, 0), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{1}{4}\right)^2, \dots, \left(\frac{1}{4}\right)^2\right]\right)\right);$$

- „Žnyplės“ (angl. Claw):

$$\frac{1}{2}N((0, \dots, 0), I = \text{diag}([1, \dots, 1])) + \sum_{l=0}^4 \frac{1}{10}N\left(\left(\frac{l}{2-1}, 0, \dots, 0\right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{1}{10}\right)^2, \dots, \left(\frac{1}{10}\right)^2\right]\right)\right);$$

- „Dvigubos žnyplės“ (angl. Double Claw):

$$\frac{49}{100}N\left(\left(-1, 0, \dots, 0\right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2, \dots, \left(\frac{2}{3}\right)^2\right]\right)\right) + \frac{49}{100}N\left(\left(1, 0, \dots, 0\right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2, \dots, \left(\frac{2}{3}\right)^2\right]\right)\right) + \sum_{l=0}^6 \frac{1}{350}N\left(\left(\frac{(l-3)}{2}, 0, \dots, 0\right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{1}{100}\right)^2, \dots, \left(\frac{1}{100}\right)^2\right]\right)\right);$$

- „Asimetrinės žnyplės“ (angl. Asymmetric Claw):

$$\frac{1}{2}N((0, \dots, 0), I = \text{diag}([1, \dots, 1])) + \sum_{l=-2}^2 (2^{1-l} / 31)N\left(\left(l + \frac{1}{2}, 0, \dots, 0\right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{2^{-l}}{10}\right)^2, \dots, \left(\frac{2^{-l}}{10}\right)^2\right]\right)\right);$$

- „Asimetrinės dvigubos žnyplės“ (angl. Asymmetric Double Claw):

$$\begin{aligned} & \sum_{l=0}^1 \frac{46}{100} N \left((2l - 1, 0, \dots, 0), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{2}{3} \right)^2, \dots, \left(\frac{2}{3} \right)^2 \right] \right) \right) + \\ & \sum_{l=1}^3 \frac{1}{100} N \left(\left(-\frac{l}{2}, 0, \dots, 0 \right), \text{diag} \left(\left[\left(\frac{1}{100} \right)^2, \dots, \left(\frac{1}{100} \right)^2 \right] \right) \right) + \\ & \sum_{l=1}^3 \frac{7}{100} N \left(\left(\frac{l}{2}, 0, \dots, 0 \right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{7}{100} \right)^2, \dots, \left(\frac{7}{100} \right)^2 \right] \right) \right); \end{aligned}$$

- „Glotnios šukos“ (angl. Smooth Comb):

$$\sum_{l=0}^5 (2^{5-l}/63) N \left(\left(\left(\frac{\{65-96(\frac{1}{2})^l\}}{21}, 0, \dots, 0 \right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{32}{2^{2l}} \right)^2, \dots, \left(\frac{32}{2^{2l}} \right)^2 \right] \right) \right) \right);$$

- „Diskrečios šukos“ (angl. Discrete Comb):

$$\begin{aligned} & \sum_{l=0}^2 \frac{2}{7} N \left(\left(\frac{(12l-15)}{7}, 0, \dots, 0 \right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{2}{7} \right)^2, \dots, \left(\frac{2}{7} \right)^2 \right] \right) \right) + \\ & \sum_{l=8}^{10} \frac{1}{21} N \left(\left(\frac{2l}{7}, 0, \dots, 0 \right), \text{diag} = \left(\left[\left(\frac{1}{21} \right)^2, \dots, \left(\frac{1}{21} \right)^2 \right] \right) \right). \end{aligned}$$

Visų aukščiau aprašytų Gauso skirstinių mišinių pavidalai, kai dimensija $d = 1, 2$ pateikti 2 priedo paveiksluose.

Kaip žinome, jog atliekant statistinę analizę bei taikant Monte Karlo metodą duomenys yra parenkami atsitiktinai, tai to pasekoje šiame darbe modeliavimui naudotos mažos ir vidutinio tūrio imtys (16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024). Kiekvienu atveju generuota po 10000 nepriklausomų imčių. Taip pat, modeliavimas atliktas su skirtingomis imčių dimensijomis: $d = 2, d = 5$.

Be ką tik aukščiau aprašytų mišinių skirstinių ir pradinių parametų, tankių vertinimo tikslumui išreikšti buvo skaičiuota vidutinė procentinė absoliutinė paklaida (MAPE – angl. Mean Absolute Percentage Error), kuri apskaičiuojama remiantis formule:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{f(X(t)) - \hat{f}(X(t))}{f(X(t))} \right| \cong \int |f(x) - \hat{f}(x)| dx, \quad (2.1)$$

čia $f(X(t))$ tankio tikroji reikšmė, o $\hat{f}(X(t))$ – tankio įvertis.

2.3. TYRIMO REZULTATAI

2.3.1. GAUTŲ REZULTATŲ INTERPRETACIJA

Kaip žinome iš aukščiau aprašytų skyrių šio darbo pagrindinis tikslas buvo Monte Karlo metodu atlikti branduolinio tankio įvertinio lyginamąją analizę naudojant neparametriniame tankių vertinime taikomas branduolio funkcijas. Tyrimas atliktas taikant fiksuoto branduolio metodą su keturiomis branduolio funkcijomis. Tankių vertinimui naudota penkiolika skirtingų Gauso skirstinių mišinių, o jų tikslumui nustatyti skaičiuota vidutinė procentinė absoliutinė paklaida (MAPE - Mean Absolute Percentage Error). Šio tyrimo tikslas buvo ištirti vienamačiu atveju geriausius rezultatus davusių branduolio funkcijų tinkamumą didesnių dimensijų imtims, atsižvelgiant į gautas paklaidas prie atitinkamo imties tūrio ir Gauso skirstinių mišinio.

Pagrindiniai aspektai, kuriuos išryškinome iš gautų rezultatų kaip svarbiausią informaciją nešančius rodiklius:

- Mažiausios paklaidos prie atitinkamo imties tūrio,
- Branduolio funkcijų tinkamumas esant skirtingo dydžio dimensijoms.

Neparametrinių tankių vertinimo branduoliniu metodu įvertinių tikslumui nustatyti skaičiuotų paklaidų rezultatai pateikti 3 priedo lentelėse. Kadangi tankių generavimui buvo naudota penkiolika Gauso skirstinių mišinių su skirtingomis dimensijomis ir paklaida, aprašyta 2.2 skyriuje „Skirstinių mišiniai ir paklaidos“, todėl rezultatai pateikti išskiriant atitinkamą mišinio numerį bei imties dimensiją. Lentelėse surašytos keturių, vienamačiu atveju geriausius rezultatus davusių ir daugiamačiu atveju tirtų branduolio funkcijų minimaliausių bei medianinių paklaidų reikšmės. Dar vienas svarbus parametras, kuris įtakoja rezultatus yra imties tūris. Kadangi skaičiavimai buvo atliekami su 10000 nepriklausomų imčių, todėl rezultatuose pateikta 10000 imčių paklaidų mažiausios reikšmės bei medianos reikšmės.

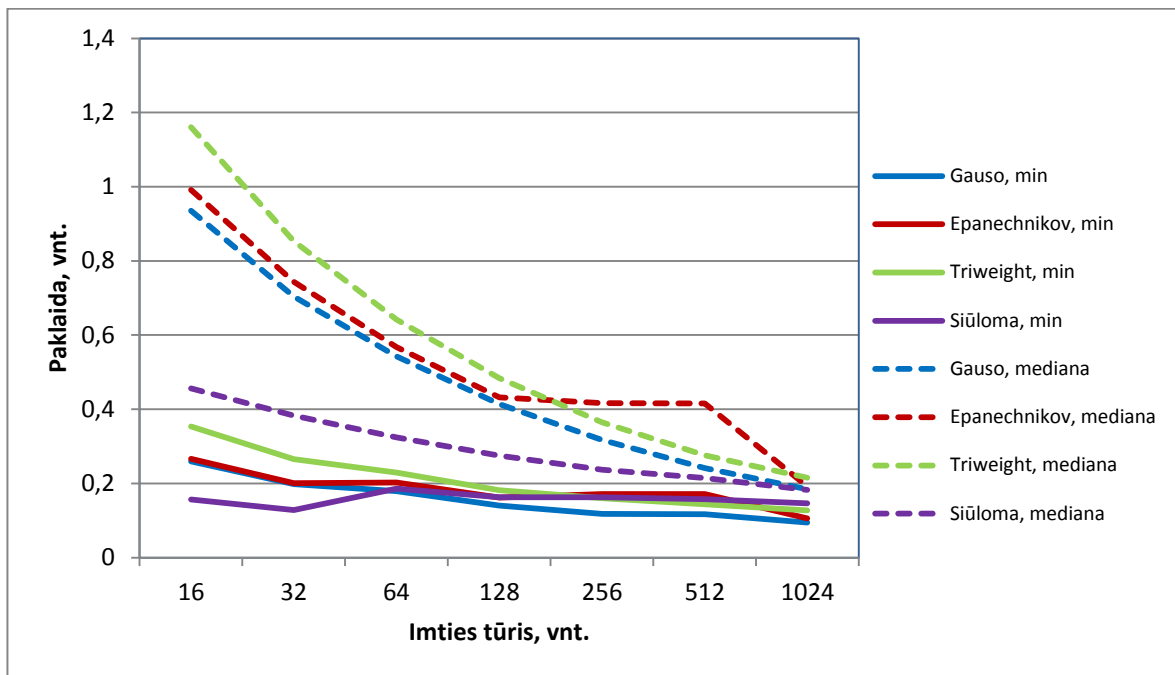
Kadangi tankių vertinimui taikytina sąlyga buvo kaip įmanoma mažesnės paklaidos, tai to pasekoje visose rezultatų lentelėse pajuodintu šriftu išskyrėme mažiausias paklaidas, o pasvirusiu šriftu mažiausias medianų liekanas konkrečiai branduolio funkcijai daugiamačiu atveju prie atitinkamo imties tūrio. Akivaizdu, kad kai kurios branduolio funkcijos su keliais skirstinių mišiniais sąlygoja ypač gerus rezultatus. Pavyzdžiui Trisvorė branduolio funkcija pasižymi kaip viena iš efektyviausių tada, kai tyrimas atliekamas naudojant „Diskrečių šukų“ mišinį imties tūriui didesniai nei 256, dimensijai $d = 2$. Rezultati gauti su Epanechnikov'o branduolio funkcija parodė, kad šią funkciją tikslinga naudoti tada kai skaičiavimai atliekami su vidutinio didumo imties tūriais „Dvimodalinio“, „Suskaidyto dvimodalinio“ bei „Glotnių šukų“ mišinių atveju, kai dimensija $d = 2$. Be to šiame darbe buvo pasiūlyta naujos formos branduolio funkcija „Siūloma“ aprašyta antro skyriaus 1.4. skyriuje

„Branduolio funkcijos”. Skaičiavimai atlikti su šia funkcija davė gana netikėtus rezultatus. Mažiausios median paklaidos su visais imties tūriais, kai dimensija $d = 2$, gautos tankių vertinimui naudojant vidutines procentines absoliutines paklaidas (MAPE) net prie penkių skirtingų Gauso skirstinių mišinių: „Gauso”, „Iškreipto vienamodalinio“, „Itin iškreipto”, „Lėkšto vienamodalinio“, „Išsiskiriantis“. Tuo tarpu kai imties tūris yra atitinkamai lygus 256 arba mažesnis, mažiausios medianų paklaidos gautos su „Dvimodaliniu“, „Suskaitytu dvimodaliniu“, „Glotnių šukų“ bei „Diskrečių šukų“ mišiniais. Kitas svarbus momentas yra tas, kad modeliavimą atlikus ir su dimensija $d = 5$, gauti rezultatai parodė, jog naujai Siūloma branduolio funkcija su visais Gauso skirstinių mišiniais ir prie visų imties tūrių duoda mažiausias paklaidas, palyginus su kitomis branduolio funkcijomis. Nuo naujai siūlomos branduolio funkcijos nedaug nutolusi Gauso branduolio funkcija. Likusios branduolio funkcijos yra neefektyvios atlikti skaičiavimus su didesnėmis dimensijomis.

Tirtos branduolio funkcijos atvaizduotos grafiniu būdu, išskiriant skirtingų dimensijų imčių paklaidas, t.y. vizualizacija pateikiama kai dimensija $d = 2$ ir $d = 5$. Mažiausios paklaidos grafikuose atvaizduotos tiesia linija, tuo tarpu medianinės paklaidos – brūkšnine linija. Medianų paklaidų vizualizacija nėra pateikta penkiamačiams stebiniams dėl įgytų didelių reikšmių, tačiau visas liekanų reikšmes galima rasti 3 priede.

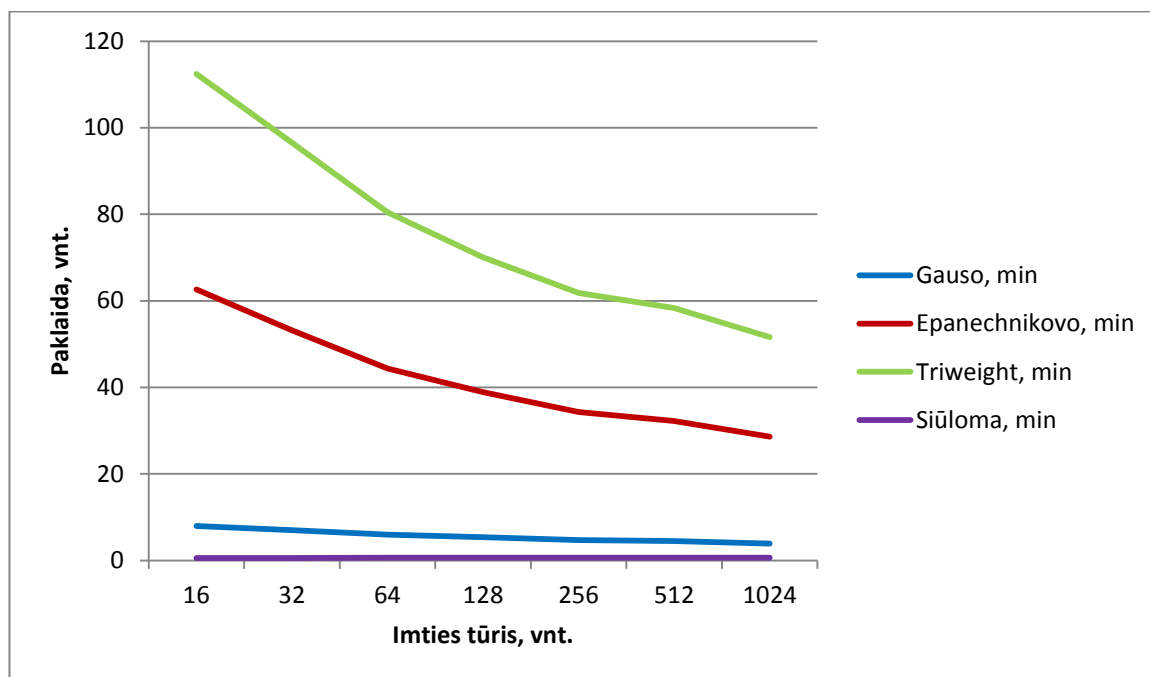
Grafikuose vidutinė procentinė absoliutinė paklaida MAPE žymima „MAPE Paklaida”.

Brėžiant „Gauso“ mišinio fiksuoto branduolio FK tankio vertinimo metodu gautas paklaidas kai dimensija $d = 2$ (žiūrėti 2.2. pav. Grafikas - Gauso MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2) akivaizdu, kad mažiausios medianų paklaidos, skaičiuojamos vidutinės absoliutinės paklaidos metodu gaunamos tada, kai tankių vertinimui pasirenkame naujai Siūlomą branduolio funkciją. Tuo tarpu didžiausios medianų paklaidos imties tūriui esant mažesniui nei 256 gaunamos su Trisvore (angl. Triweight) branduolio funkcija, o imties tūriui atitinkamai lygiam 512 ir daugiau didžiausios paklaidos gaunamos su Epanechnikov'o branduolio funkcija.



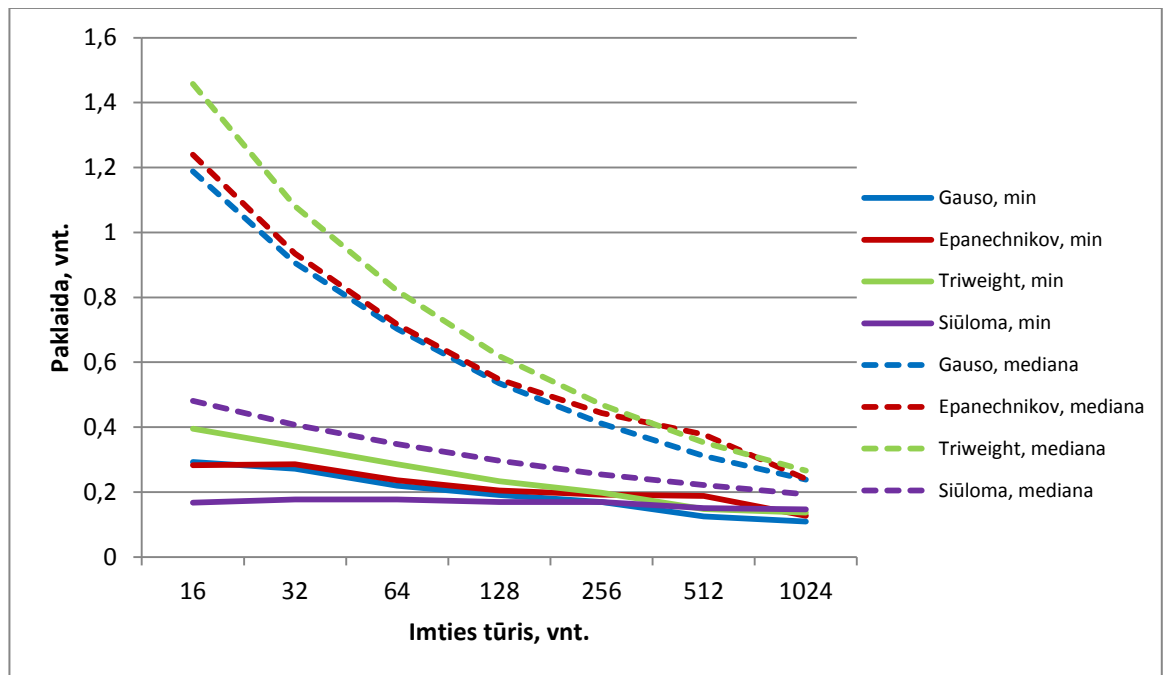
2.2. pav. Grafikas - Gauso MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2

Kai imties dimensija $d = 5$, akivaizdu, kad mažiausios paklaidos gaunamos su naujai Siūloma branduolio funkcija (žiūrėti 2.3. pav. Grafikas - Gauso MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5). Tuo tarpu didžiausios liekanos, skaičiuojamos vidutinės absoliutinės paklaidos metodu, gaunamos tada, kai skaičiavimai atliekami su Trisvore (angl. Triweight) branduolio funkcija.



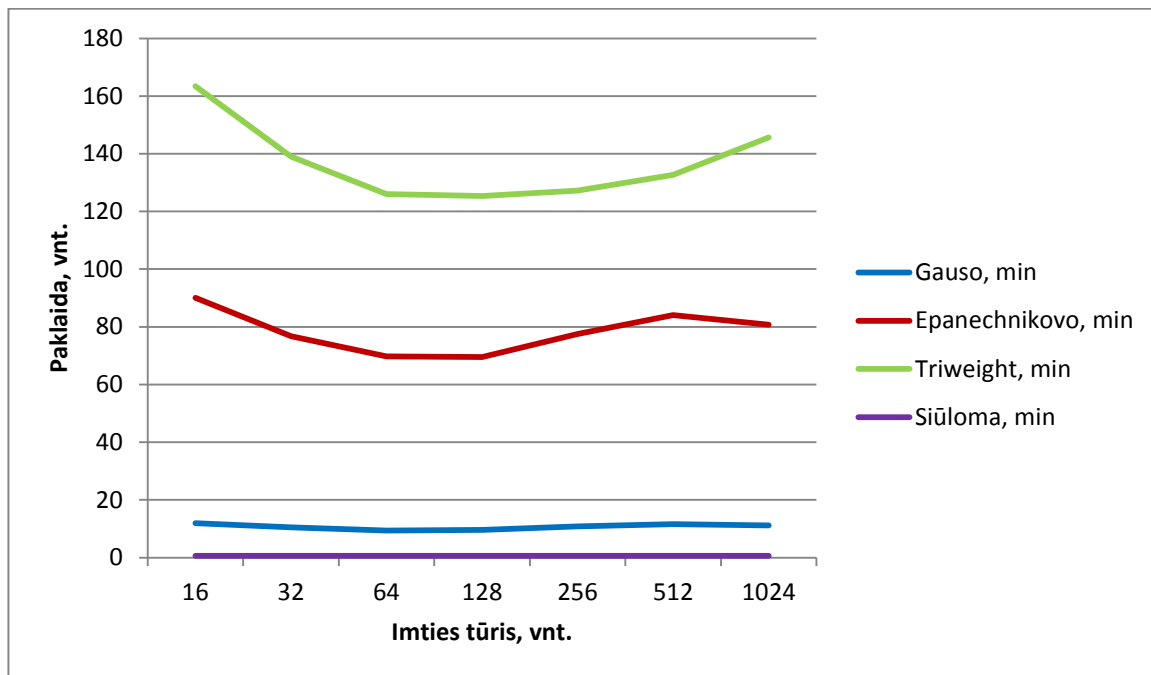
2.3. pav. Grafikas - Gauso MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5

Kaip matyti iš šio grafiko (žiūrėti 2.4. pav. Grafikas - Iškreiptas vienamodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2) didžiausios medianų paklaidos, skaičiuotos MAPE metodu, kai imties tūris yra mažesnis nei 256, gautos skaičiavimus atlikus su Trisvore (angl. Triweight) branduolio funkcija. Imties tūriui pasiekus 512 didžiausia atotrūkis nuo geriausių rezultatų davusios naujai Siūlomos branduolio funkcijos matomas su Epanechnikov'o branduolio funkcija.



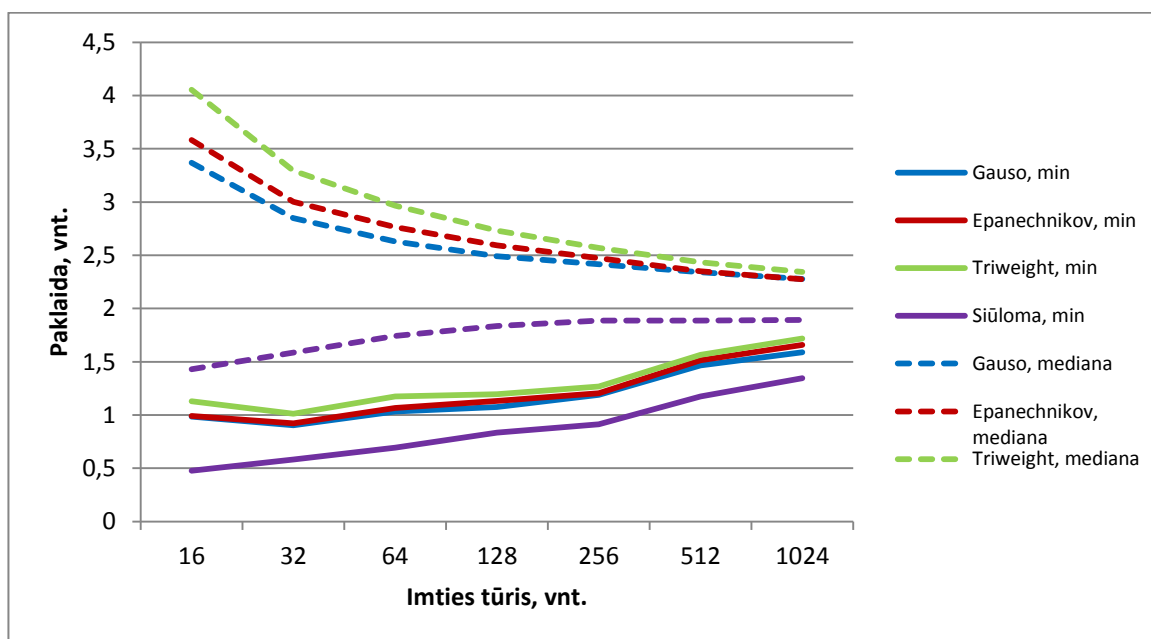
2.4. pav. Grafikas - Iškreiptas vienamodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2

Iš šio grafiko (žiūrėti 2.5. pav. Grafikas - Iškreiptas vienamodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5) matyti, kad kuomet dimensija $d = 5$ mažiausios paklaidos prie visų imties tūrių gaunamos su naujai Siūloma branduolio funkcija. Antra pagal tankių vertinimo efektyvumą išlieka Gauso branduolio funkcija. Didžiausios liekanos skaičiuotos MAPE metodu gaunamos su Trisvore (angl. Triweight) branduolio funkcija.

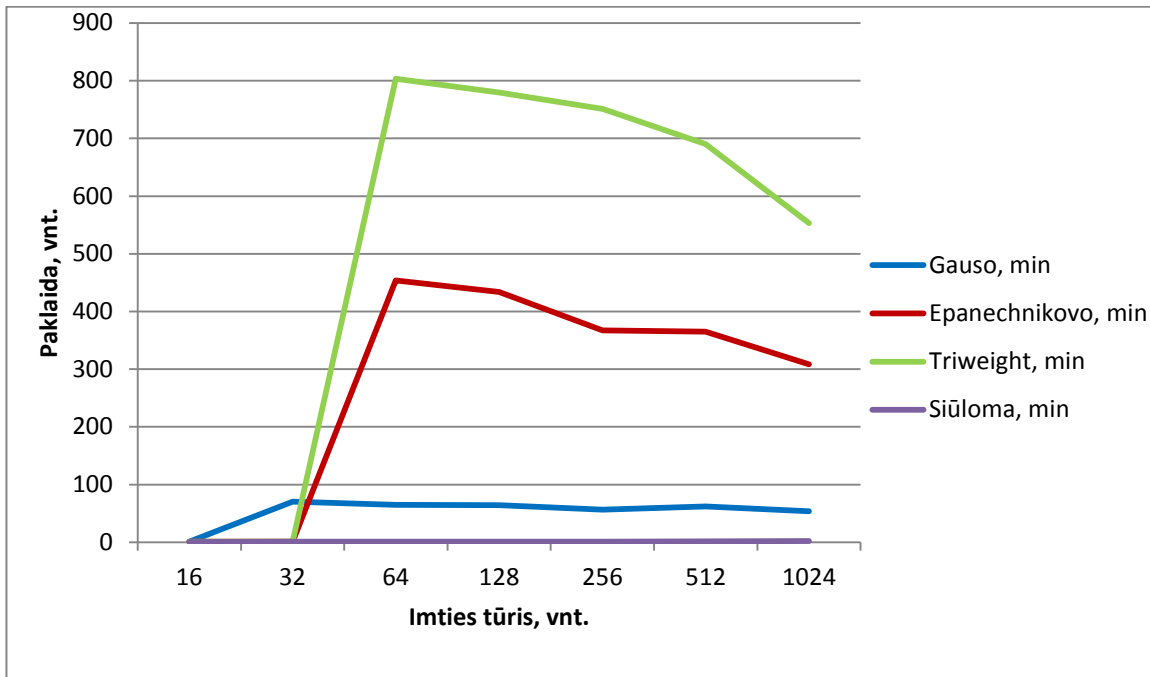


2.5. pav. Grafikas – Iškreiptas vienamodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5

Tankių generavimą atlikus su itin iškreiptu mišiniu pastebėjome, kad esant skirtingoms dimensijoms (t.y. kai $d = 2$ ir $d = 5$) geriausi rezultatai vienareikšmiškai gaunami su naujai Siūloma branduolio funkcija (žiūrėti 2.6. pav. Grafikas - Itin iškreiptas MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2 ir 2.7. pav. Grafikas - Itin iškreiptas MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5). Tuo tarpu didžiausios paklaidos abejais atvejais gautos su Trisvore (angl. Triweight) branduolio funkcija.

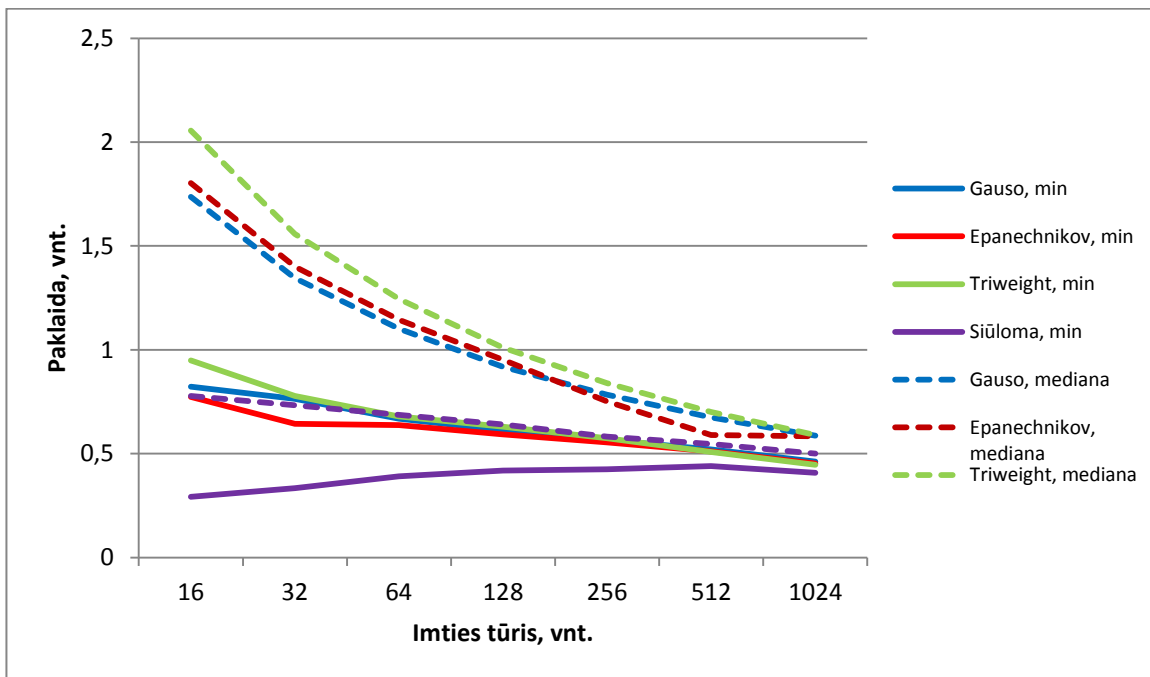


2.6. pav. Grafikas - Itin iškreiptas MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2

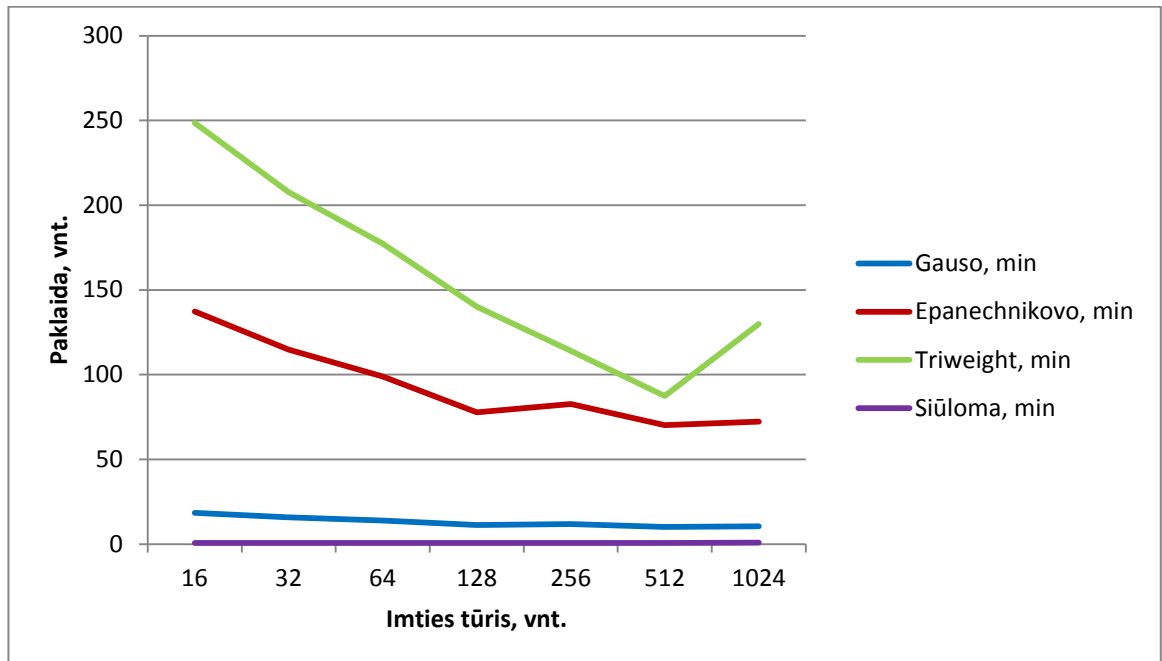


2.7. pav. Grafikas – Itin iškreiptas MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5

Nagrinėjant rezultatus, gautus skaičiavimus atlikus su „Lėkštu vienamodaliniu“ mišiniu ir skaičiuojant vidutinę absoliutinę procentinę paklaidą MAPE skirtingų dimensijų imtims, akivaizdu, kad mažiausios medianų paklaidos su visais imties tūriais gautos su naujai Siūloma branduolio funkcija (žiūrėti 2.8. pav. Grafikas - Lėkštas vienamodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2 ir 2.9. pav. Grafikas - Lėkštas vienamodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5).

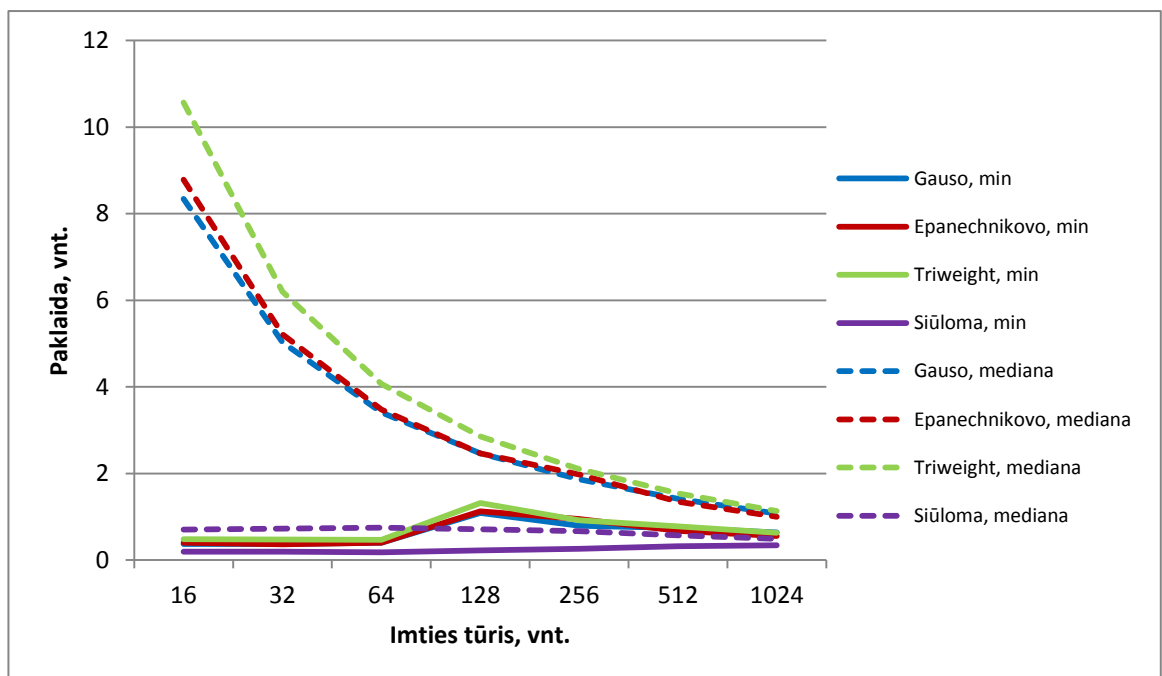


2.8. pav. Grafikas - Lėkštas vienamodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2

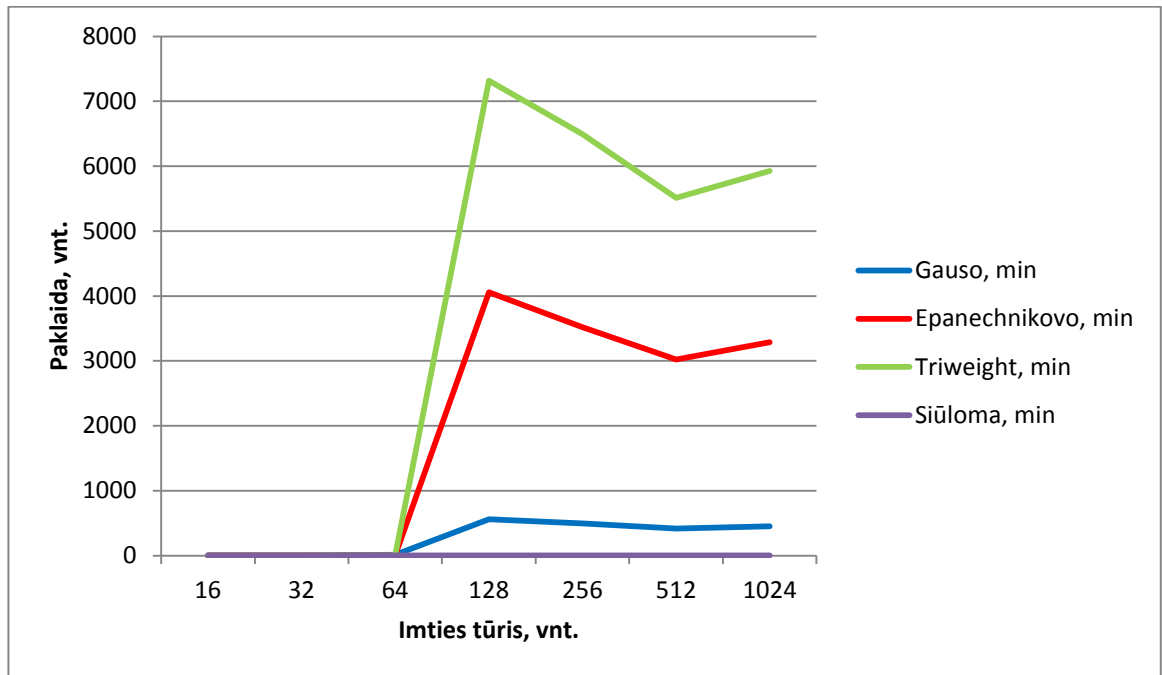


2.9. pav. Grafikas – Lėkštas vienamodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5

Iš šių grafikų matyti (žiūrėti 2.10. pav. Grafikas - Išsiskiriantis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2 ir 2.11. pav. Grafikas - Išsiskiriantis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5), kad mažiausios medianų paklaidos prie visų imties tūrių, esant skirtingoms dimensijoms, gaunamos su naujai Siūloma branduolio funkcija. Prasčiausi rezultatai gaunami su Trisvore (angl. Triweight) branduolio funkcija.

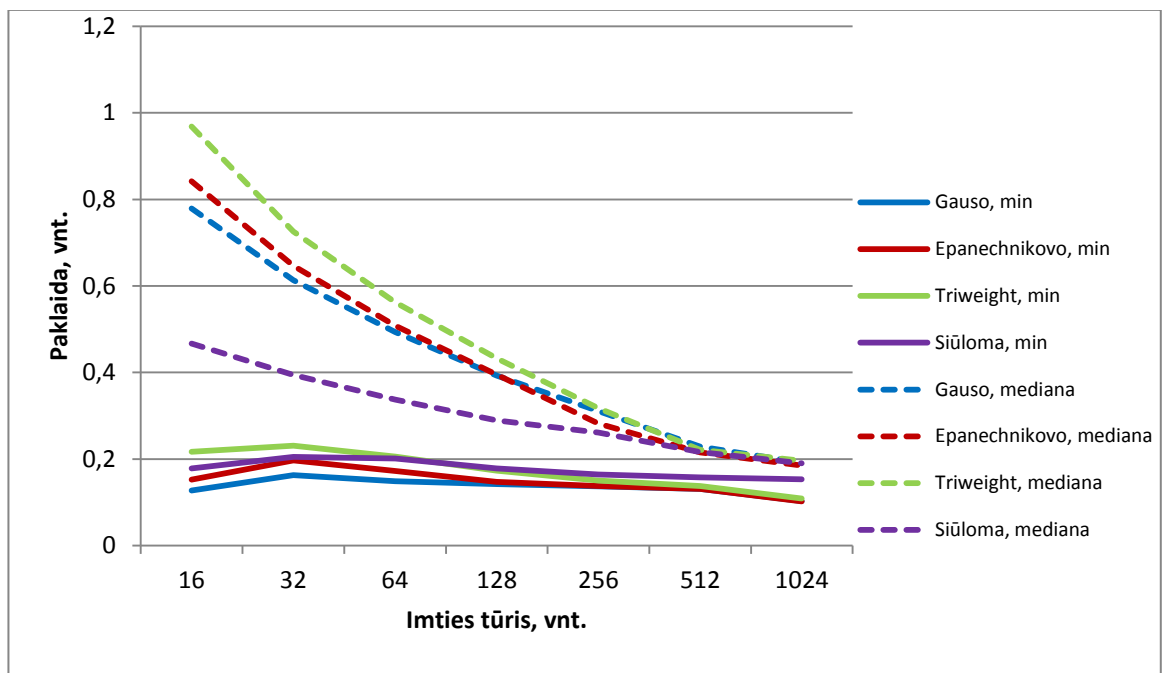


2.10. pav. Grafikas - Išsiskiriantis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2



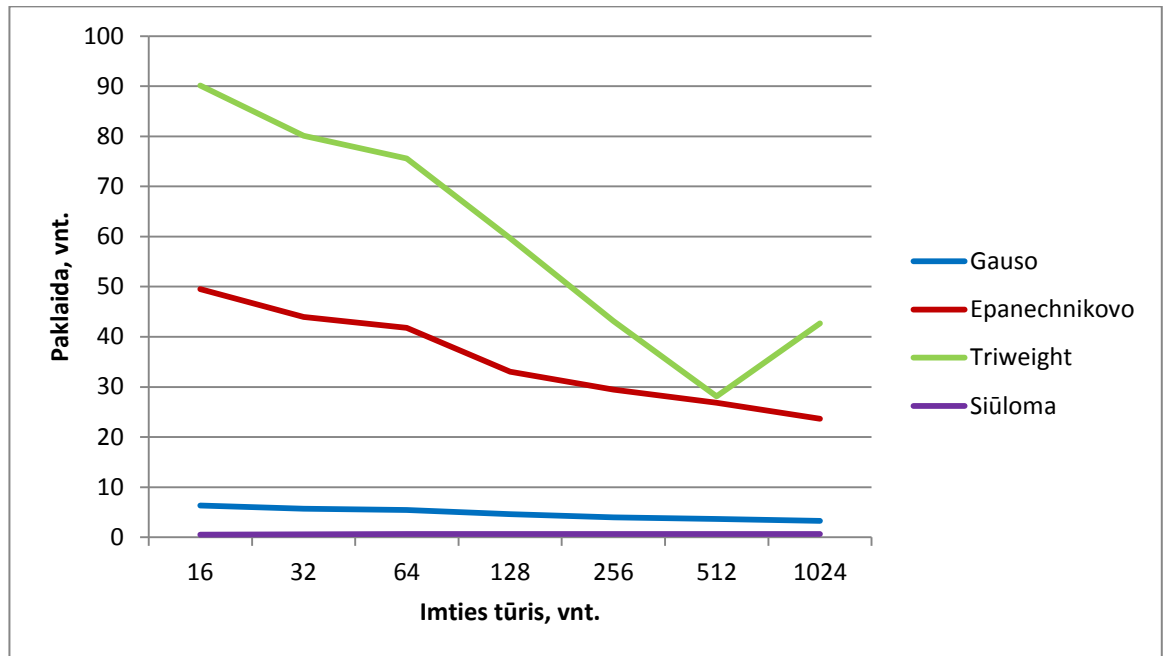
2.11. pav. Grafikas - Išsiskiriantis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5

Nagrinėjant rezultatus gautus su „Dvimodaliniu“ mišiniu akivaizdu, kad kai dimensija $d = 2$, mažiausios medianų paklaidos imties tūriui esant mažesniame nei 256 gautos su naujai Siūloma branduolio funkcija, o kai imties tūris tampa lygus 512 ir daugiau, geriausi rezultatai gaunami su Epanechnikov'o branduolio funkcija (žiūrėti 2.12. pav. Grafikas - Dvimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2). Tuo tarpu didžiausios paklaidos gautos su Trisvore (angl. Triweight) branduolio funkcija.



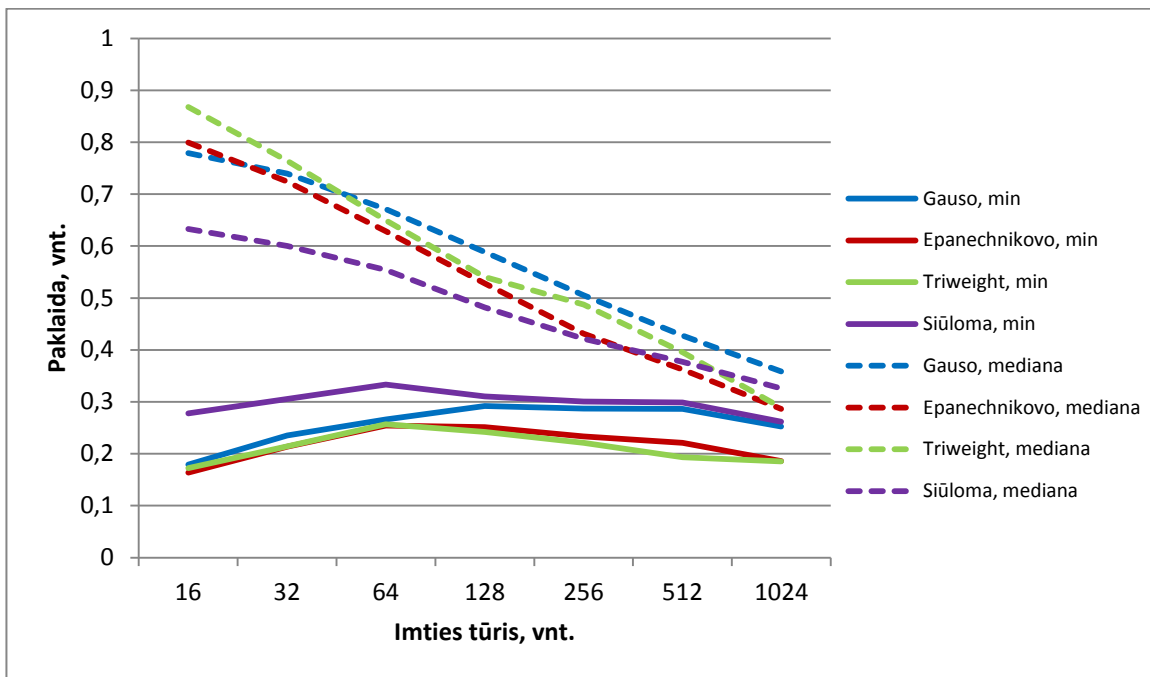
2.12. pav. Grafikas - Dvimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2

Iš šio grafiko matyti, kad kai dimensija $d = 5$, mažiausios paklaidos gautos su naujai Siūloma branduolio funkcija (žiūrėti 2.13. pav. Grafikas - Dvimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5). Tuo tarpu prasčiausi rezultatai gauti su Trisvore (angl. Triweight) branduolio funkcija.



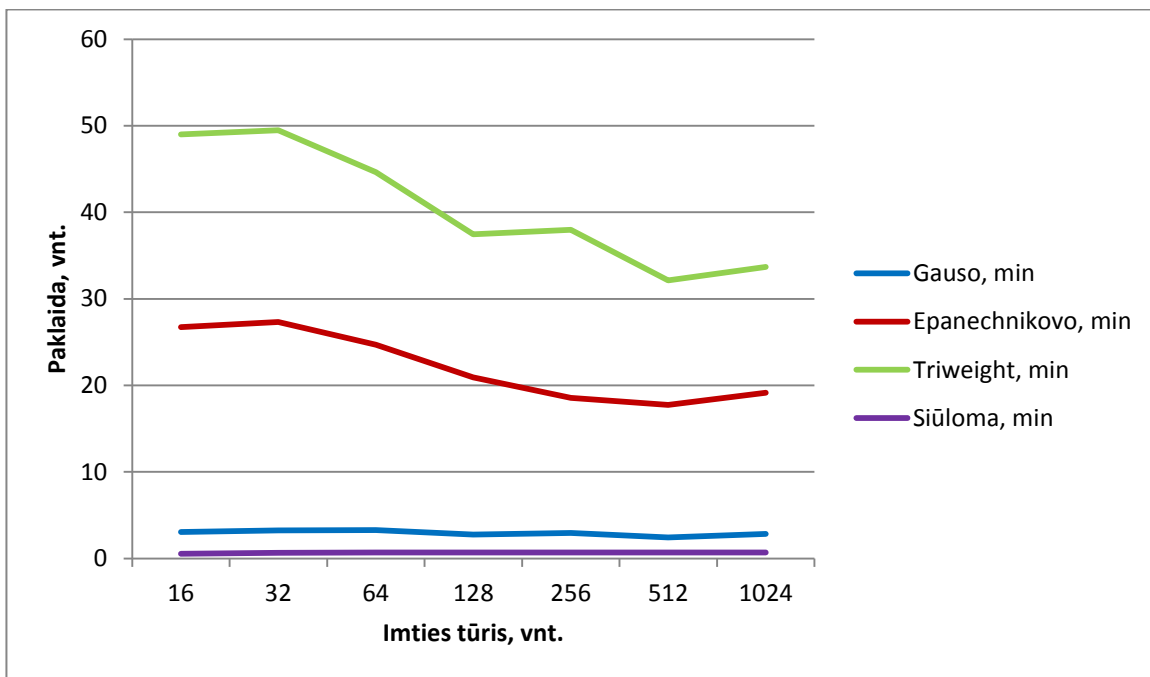
2.13. pav. Grafikas - Dvimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5

Rezultatai gauti tankius generuojant su „Suskaidytu dvimodaliniu“ mišiniu (žiūrėti 2.14. pav. Grafikas - Suskaidytas dvimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2) kai dimensija $d = 2$ parodė, kad esant vidutinio didumo imties tūriui mažiausios medianų paklaidos gautos su naujai Siūloma branduolio funkcija, o imties tūriui lygiam 512 ir daugiau minimalios medianų liekanos gautos su Epanechnikov'o branduolio funkcija. Tuo tarpu didėjant imties tūriui didžiausios medianų paklaidos gautos su Gauso branduolio funkcija.



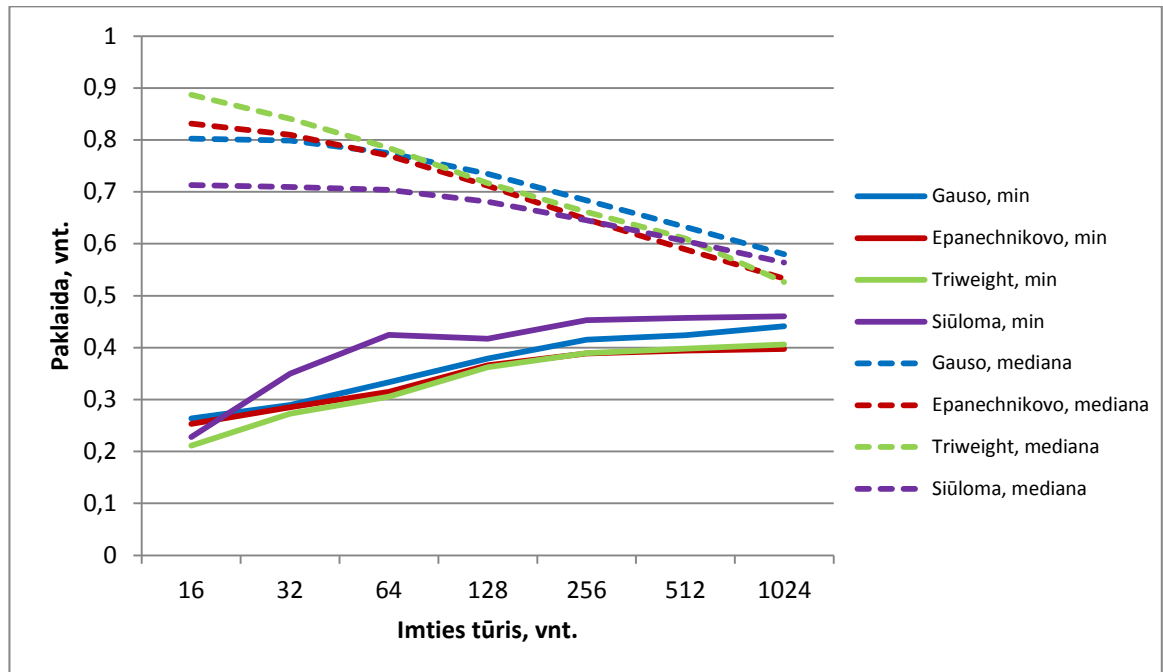
2.14. pav. Grafikas - Suskaidytas dvimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2

Iš šio grafiko matyti, kad dimensijai $d = 5$, mažiausios paklaidos gautos su naujai Siūloma branduolio funkcija nuo kurios nedaug atsilieka ir Gauso branduolio funkcija, tačiau didžiausios paklaidos išlieka su Trisvore (angl. Triweight) branduolio funkcija (žiūrėti 2.15. pav. Grafikas - Suskaidytas dvimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5).



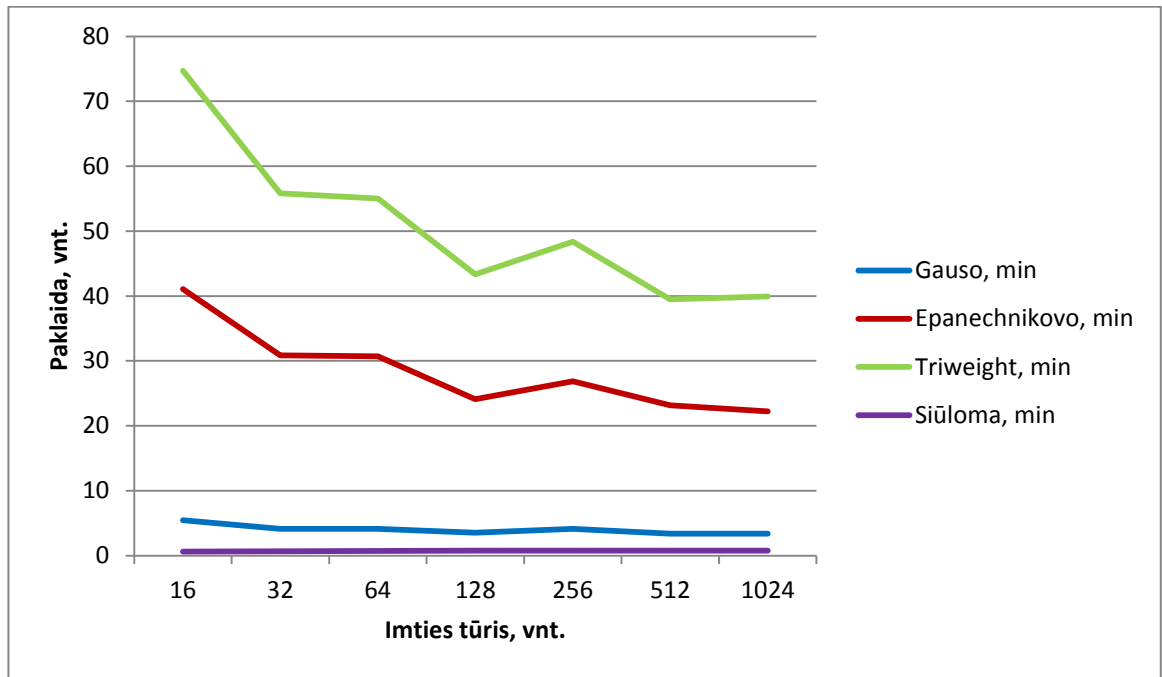
2.15. pav. Grafikas – Suskaidytas dvimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5

Iš šio grafiko (žiūrėti 2.16. pav. Grafikas - Glotnių šukų MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2) akivaizdu, kad kai dimensija $d = 2$ ir imties tūris kinta nuo 16 iki 256, mažiausios medianų paklaidos gaunamos su naujai Siūloma branduolio funkcija. Tuo tarpu kai imties tūris atitinkamai lygus 512 – 1024, geriausi rezultatai gaunami su Epanechnikov'o branduolio funkcija.



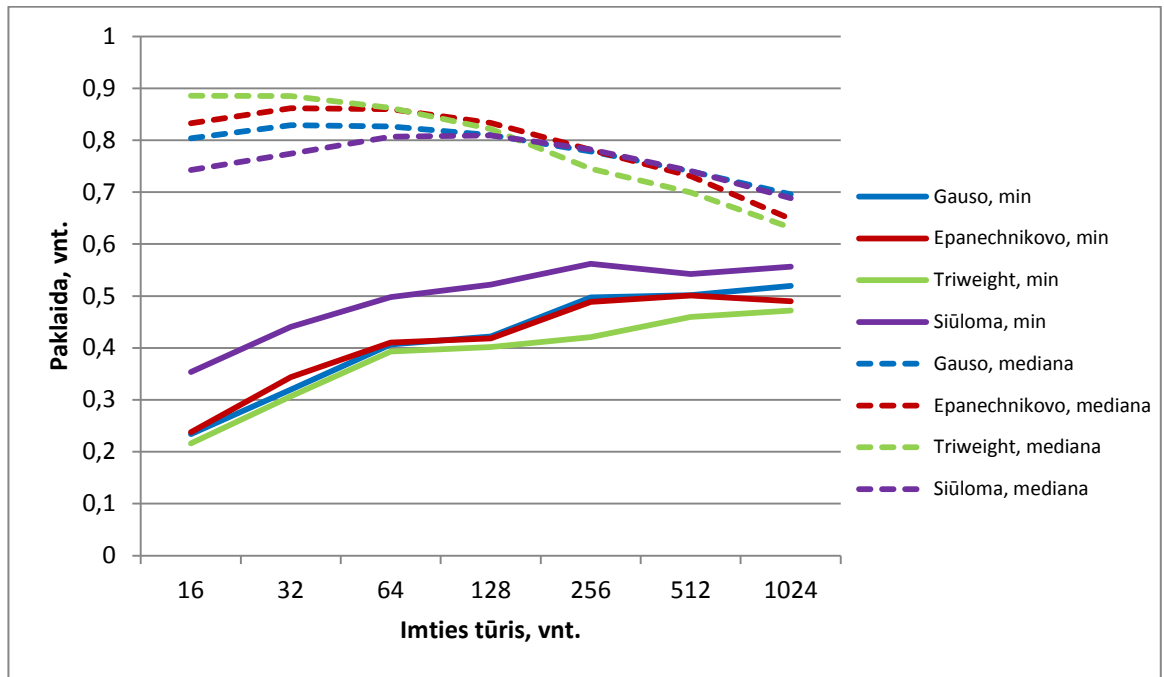
2.16. pav. Grafikas - Glotnių šukų MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2

Iš šio grafiko (žiūrėti 2.17. pav. Grafikas - Glotnių šukų MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5) matyti, kad kai dimensija $d = 5$, mažiausios paklaidos gautos su naujai Siūloma branduolio funkcija, o didžiausios su Trisvore (angl. Triweight) branduolio funkcija.

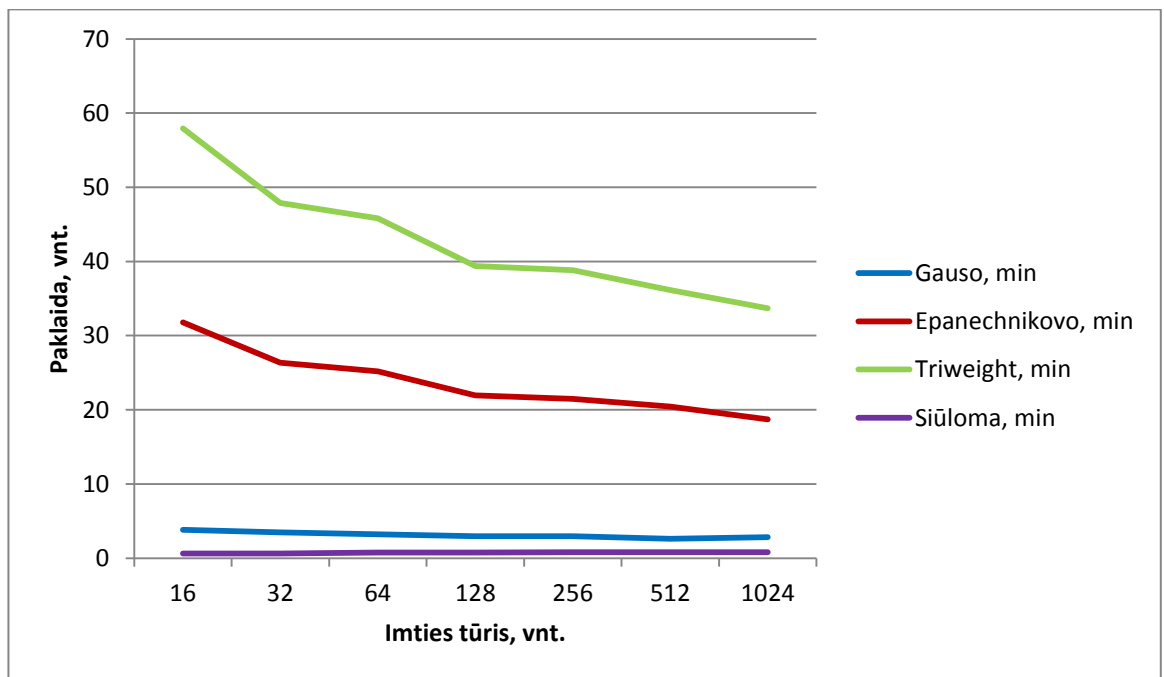


2.17. pav. Grafikas – Glotnių šukų MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5

Skaičiavimus atlikus su tankių generavimui naudotinu „Diskrečių šukų“ mišiniu pastebėjome, kad esant dimensijai $d = 2$ mažiausios medianų paklaidos kai imties tūris yra ne didesnis nei 256 gaunamos su naujai Siūloma branduolio funkcija, tuo tarpu imties tūriui didėjant geriausi rezultatai gaunami su Trisvore (angl. Triweight) branduolio funkcija (žiūrėti 2.18. pav. Grafikas - Diskrečių šukų MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2). Tuo tarpu kai dimensija $d = 5$, gauname kad mažiausios paklaidos prie visų imties tūrių gautos su naujai Siūloma branduolio funkcija, o didžiausios su Trisvore (angl. Triweight) branduolio funkcija (žiūrėti 2.19. pav. Grafikas - Diskrečių šukų MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5).



2.18. pav. Grafikas - Diskrečių šukų MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 2



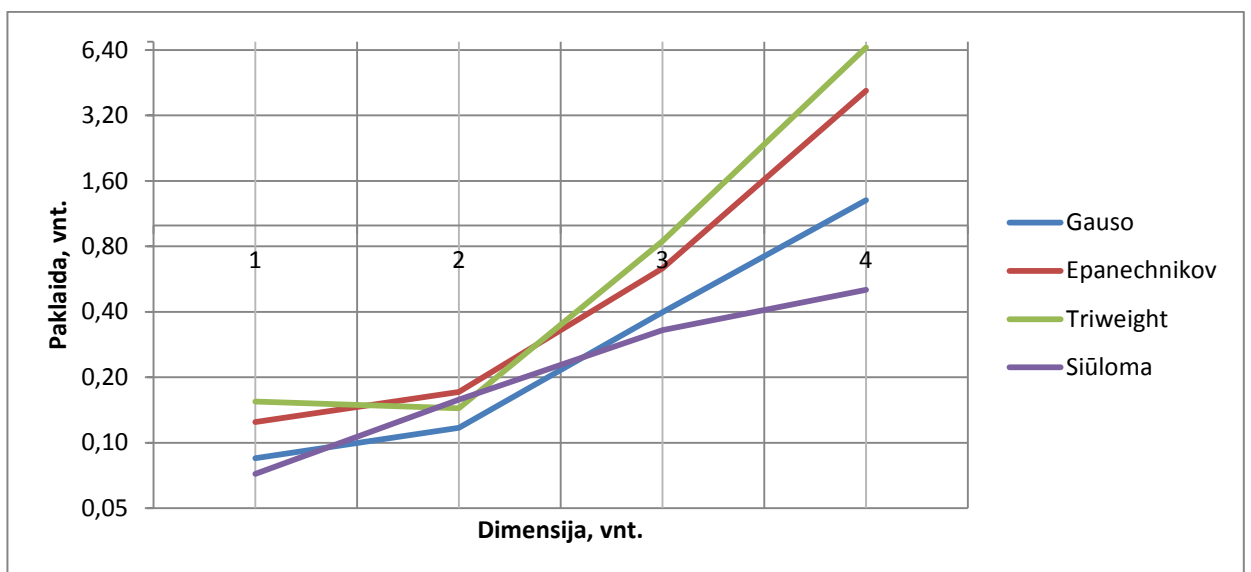
2.19. pav. Grafikas – Diskrečių šukų MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA. Dim 5

Detalūs šiame skyrelyje nenagrinėtų mišinių rezultatai pateikta 3 priede.

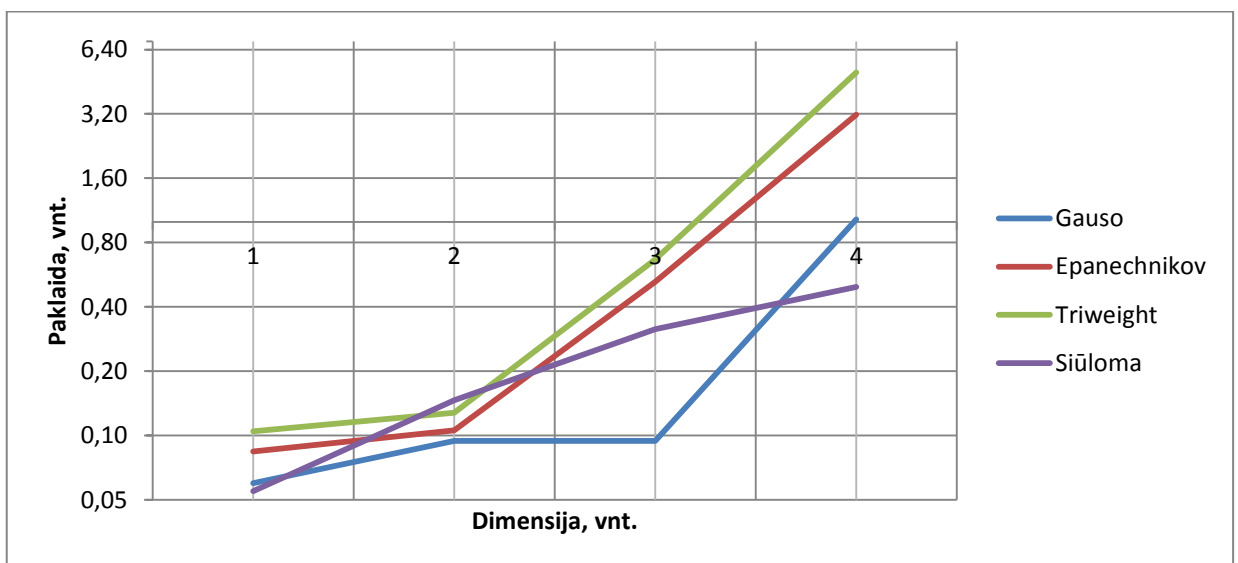
Toliau pateiksiu keturių branduolio funkcijų tinkamumo neparimetriniam tankiui vertinti lyginamąją analizę vidutinio didumo imčių tūriams (512 ir 1024), trims skirtingiems mišiniams, daugiamodaliniu atveju su dimensijomis $d = 1,2,3,4,5,6$. Šios analizės tikslas išsiaiškinti iki kokios

dimensijos, kokias branduolio funkcijas tikslinga naudoti. Branduolio funkcijų efektyvumui įvertinti naudojama vidutinė procentinė absoliutinė paklaida MAPE.

Tankių generavimui naudojant „Gauso“ skirstinio mišinį, akivaizdu, kad mažiausios paklaidos gaunamos su naujai Siūloma branduolio funkcija (žiūrėti 2.20. pav. Gauso mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 512 ir 2.21. pav. Gauso mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 1024), t.y. skirtingų tūrių imtims paklaidos išlieka mažesnės už 1. Kitas branduolio funkcija tikslinga naudoti tada, kai dimensija yra ne didesnė nei 4 Gauso branduolio funkcijos atveju, ir ne didesnė nei 3 Epanechnikov‘o ir Trisvorės (angl. Triweight) branduolio funkcijų atveju.

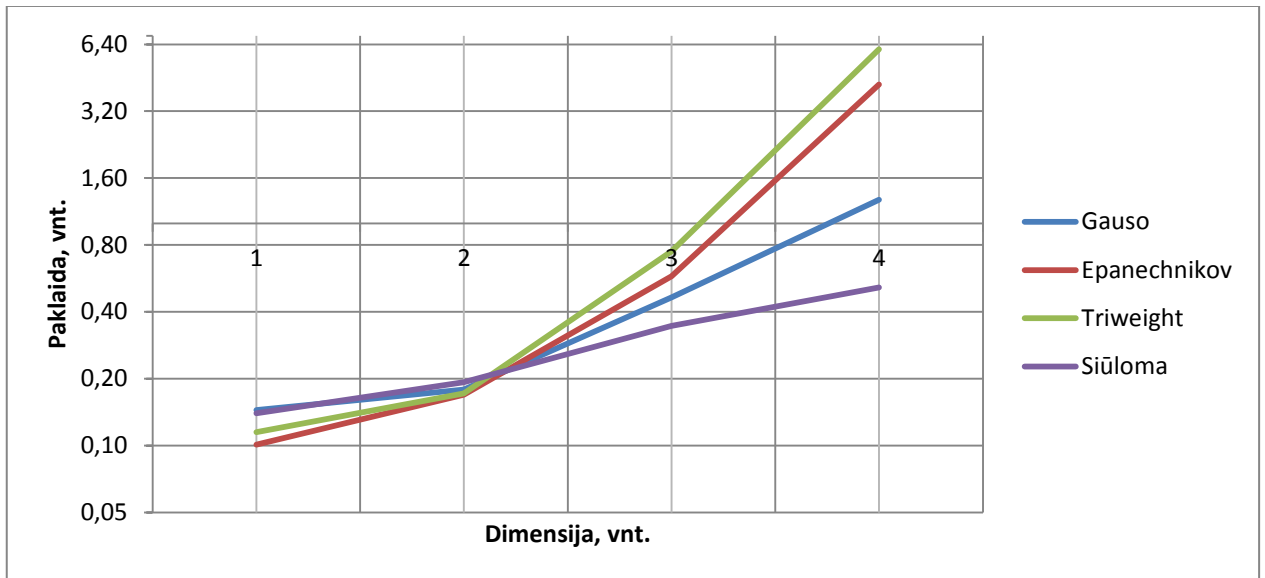


2.20. pav. Gauso mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 512

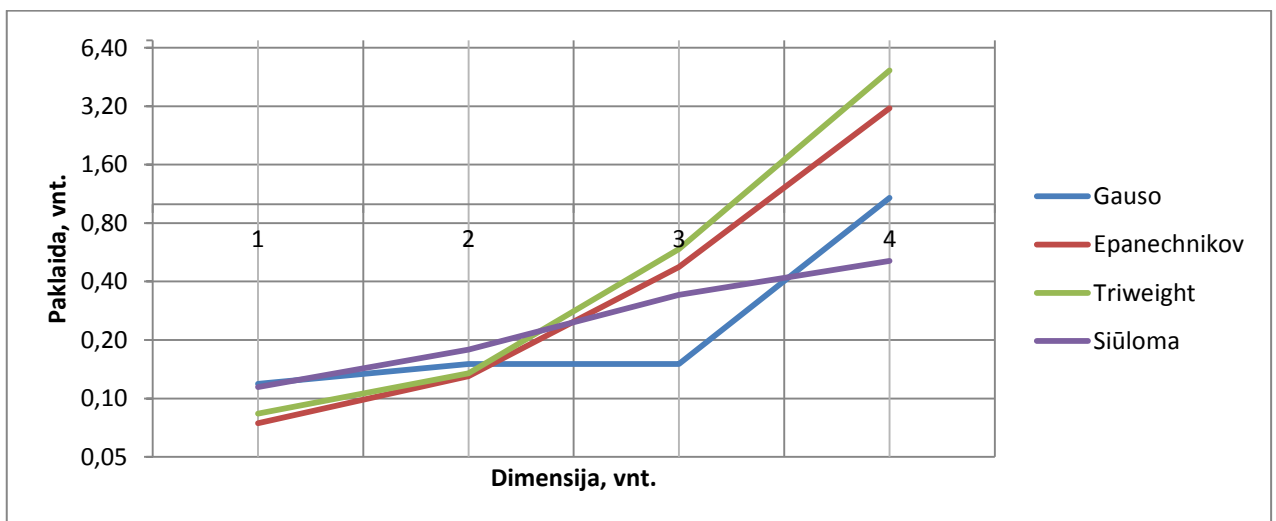


2.21. pav. Gauso mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 1024

Iš grafikų matyti (žiūrėti 2.22. pav. Trimodalinis mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 512 ir 2.23. pav. Trimodalinis mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 1024), kad mažiausios paklaidos kaip ir „Gauso“ mišinio atveju yra gaunamos su naujai Siūloma branduolio funkcija. Kitas branduolio funkcijas tikslinga naudoti tada, kai dimensija d yra ne didesnė nei 4 Gauso branduolio funkcijos atveju ir ne didesnė nei 3 Epanechnikov‘o ir Trisvorės (angl. Triweight) branduolio funkcijų atveju.



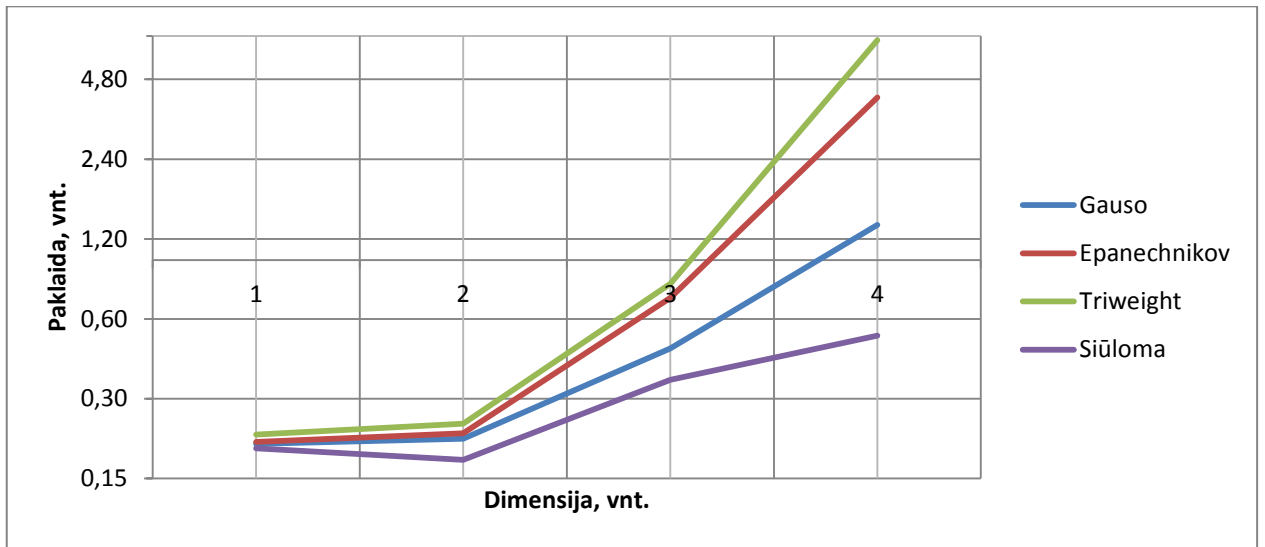
2.22. pav. Trimodalinis mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 512



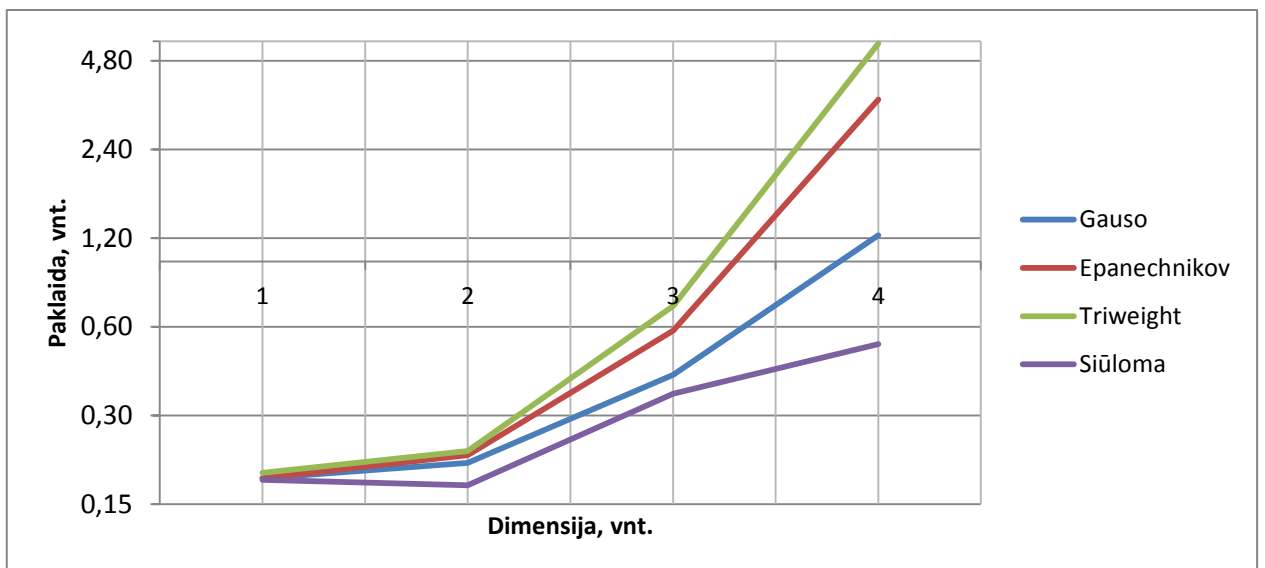
2.23. pav. Trimodalinis mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 1024

Skaičiavimus atlikus su „Asimetrinių dvigubų žnyplių“ mišiniu matyti, kad su naujai Siūloma branduolio funkcija gaunamos paklaidos yra mažiausios ir išlieka mažos dimensijai kintant nuo 1 iki 6. Tuo tarpu kitų branduolio funkcijų paklaidos stipriai didėja kai dimensijai pasidaro lygi 4 (žiūrėti 2.24.

pav. Asimetrinių dvigubų žnyplių mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 512 ir 2.25. pav. Asimetrinių dvigubų žnyplių mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 1024).



2.24. pav. Asimetrinių dvigubų žnyplių mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 512



2.25. pav. Asimetrinių dvigubų žnyplių mišinys. MAPE paklaida. Imties tūris – 1024

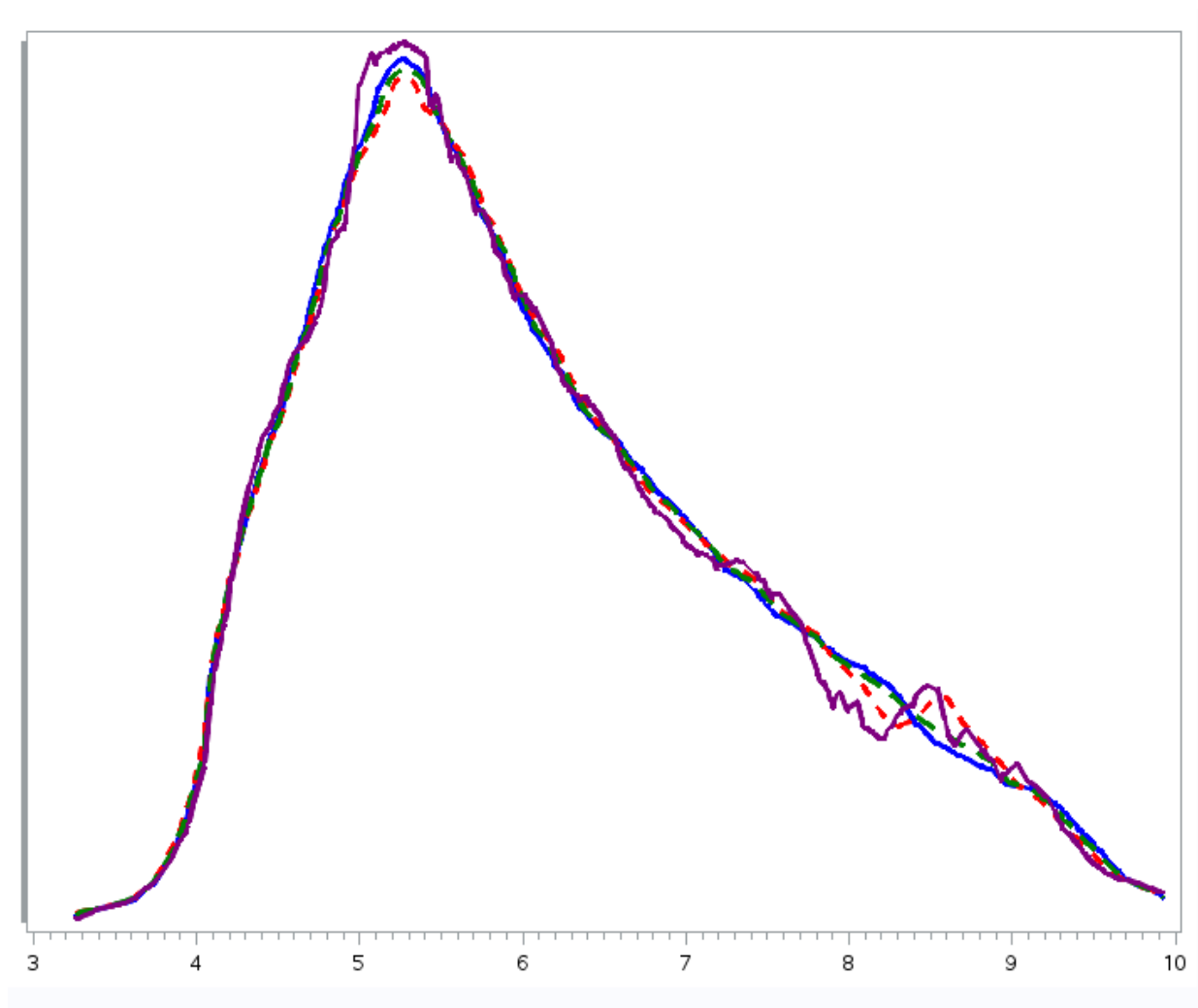
Trijų skirtingų mišinių analizė parodė, kad Gauso branduolio funkciją tikslinga naudoti tada, kai dimensija d yra ne didesnė nei 4. Tuo tarpu Epanechnikov'o ir Trisvorė (angl. Triweight) branduolio funkcijos yra efektyvios kai dimensija yra lygi 3 arba mažesnė. O naujai Siūloma branduolio funkcija visais atvejais duoda itin mažas paklaidas, todėl yra efektyvi norint įvertinti vidutinio didumo imtis keičiant dimensiją nuo 1 iki 6 (žiūrėti 4 priedo lenteles).

2.3.2. EMPIRINIS TYRIMAS

Kauno miesto gyventojų komunalinių atliekų empirinis tyrimas atliktas, remiantis AB „Kauno švara“ 2000 – 2007 metų duomenimis. Šiame kontekste atliekas sudaro buitinės atliekos, popierius, stiklas, metalas bei kitos degios ir nedegios atliekos. Analizuojamas vienam gyventojui tenkantis atliekų kiekis per savaitę (žiūrėti 5 priedo 1 lentelę ir 5 priedo 2 lentelę).

Empirinis tyrimas atliktas, naudojant neparаметrinį tankių vertinimą branduoliniu metodu su keturiomis, 1.4. skyriuje aprašytomis branduolio funkcijomis. Atlikus tankių vertinimą gautos įverčių nuo tikrosios reikšmės priklausomybės pavaizduotos grafiškai (žiūrėti 2.26. pav. Vidutiniškai vienam gyventojui per savaitę tenkančio komunalinių atliekų kiekio pasiskirstymo tankis, 2000 – 2007 metų laikotarpiu ir 2.27. pav. Vidutiniškai vienam gyventojui per mėnesį tenkančio komunalinių atliekų kiekio pasiskirstymo tankis, 2000 – 2007 metų laikotarpiu).

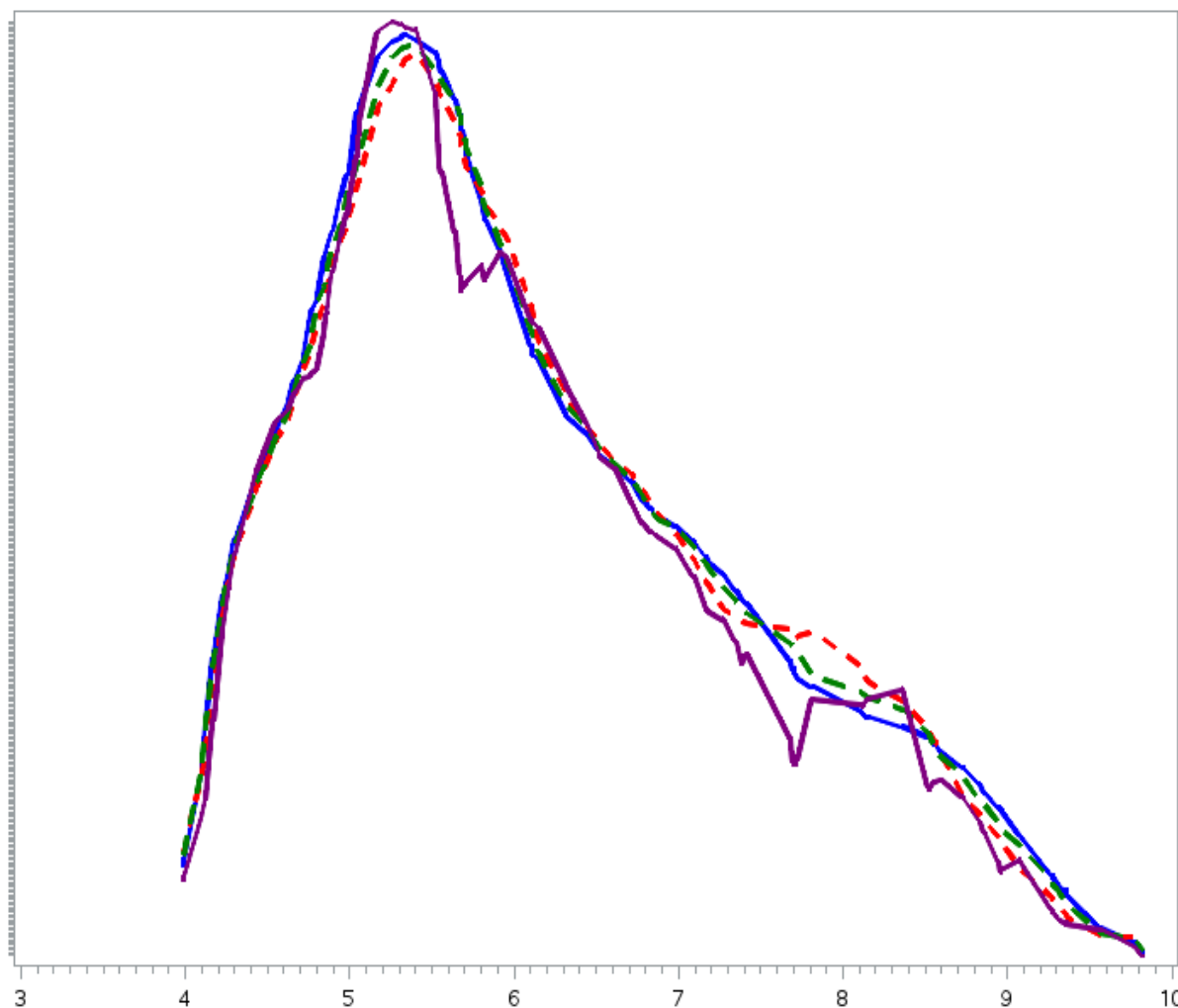
f



x

2.26. pav. Vidutiniškai vienam gyventojui per savaitę tenkančio komunalinių atliekų kiekio pasiskirstymo tankis, 2000 – 2007 metų laikotarpiu

f



x

2.27. pav. Vidutiniškai vienam gyventojui per mėnesį tenkančio komunalinių atliekų kiekio pasiskirstymo tankis, 2000 – 2007 metų laikotarpiu

2.26. ir 2.27, paveiksluose tiesi mėlyna linija atvaizduoja įverčius, gautus su Gauso branduolio funkcija, brūkšninė raudona linija žymi įverčių priklausomybę, tankius vertinant su Epanechnikov'o branduolio funkcija, brūkšninė žalia linija – su Trisvore (angl. Triweight) branduolio funkcija, o tiesi violetinė – su naujai Siūloma branduolio funkcija.

Iš grafikų matyti, kad tankio funkcijos forma labai panaši į Gauso branduolio funkciją, todėl yra rekomenduojama norint įvertinti Kauno miesto atliekų kiekio, tenkančio vienam gyventojui, pasiskirstymą.

3. PROGRAMINĖ REALIZACIJA IR INSTRUKCIJA VARTOTOJUI

3.1. PROGRAMINĖS ĮRANGOS PRINCIPINĖ SCHEMA

Tankių vertinimo branuoliniu metodu modeliavimo tyrimui buvo pasirinkta SAS programinė įranga. SAS yra integruota programinė įranga, licencijuota SAS Institute Inc, kuri suteikia tokias galimybes kaip:

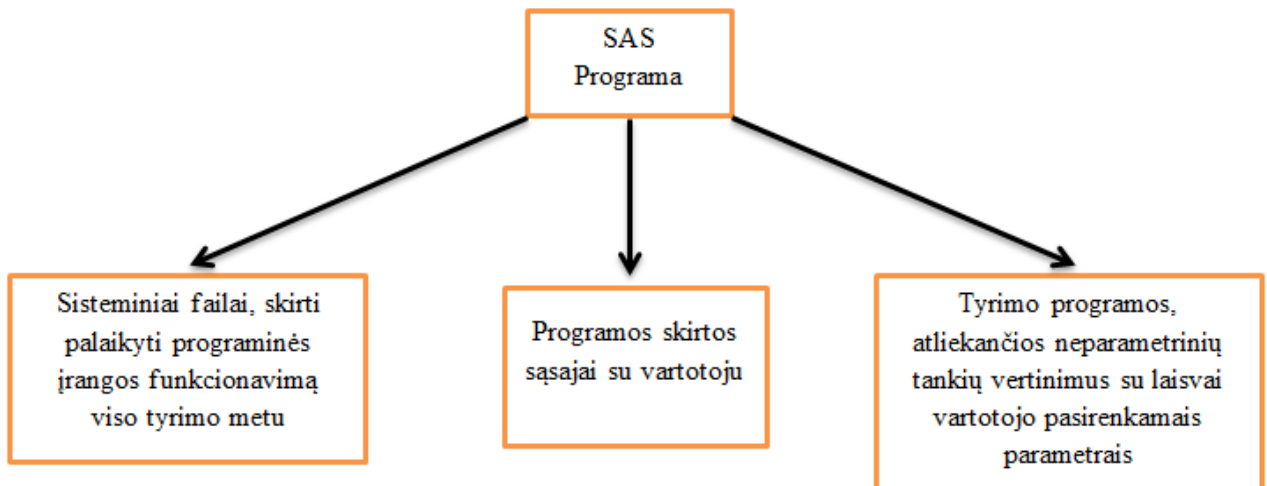
- Ataskaitų ruošimas raštu bei grafiniu ir vaizdiniu būdu;
- Statistinės analizės tyrimai;
- Verslo planavimo, prognozavimo bei sprendimų ieškojimo galimybės;
- Projektų valdymo, įvairių operacijų tyrimų realizavimas ir kt.

Be viso to, SAS turi daug verslo sprendimų, kuriuos galima pritaikyti daugelyje sričių, tokių kaip IT valdymo, žmoniškųjų išteklių vadymo, finansų valdymo, ryšių su klientais valdymo ir dar daugiau.

SAS programa turi tris pagrindines dalis:

- Duomenų žingsnis;
- Procedūros (viskas kas neįeina į duomenų žingsnį);
- Makro kalba.

Šio darbo tikslas buvo ne tik atlikti eksperimentinį tyrimą, bet ir sukurti parankias priemones sprendžiamos problemos realizavimui. Mūsų sukurtas produktas pasižymi tuo, kad yra suteikiama galimybė atlikti sudėtingus skaičiavimus lengvai operuojamais metodais. Be to, kuriant programinę įrangą yra pagalvota ir apie vartotoją, kuris nebūtinai turi pasižymėti geromis programavimo žiniomis, tačiau taip pat yra suinteresuotas kuo lengvesniu būdu atlikti eksperimentinius tyrimus, vertinant neparimetrinius tankius. To pasekoje, sukurta vartotojo erdvė pasižymi ypatingu lankstumu, nes leidžia skaičiavimus atlikti su pasirinktais parametrais. Šios idėjos įgyvendinimas aprašytas 3.2 skyriuje „Sąsaja su vartotoju“. Taip pat programos sukurtos su SAS rezultatus atvaizduoja lentelių pavidalu arba grafiniu būdu, kas labai patogiu ir leidžia vartotojui greičiau susiorientuoti ir tęsti tolimesnius skaičiavimus. 3.1. paveiksle pavaizduota tyrimui sukurtos programinės įrangos principinė schema.

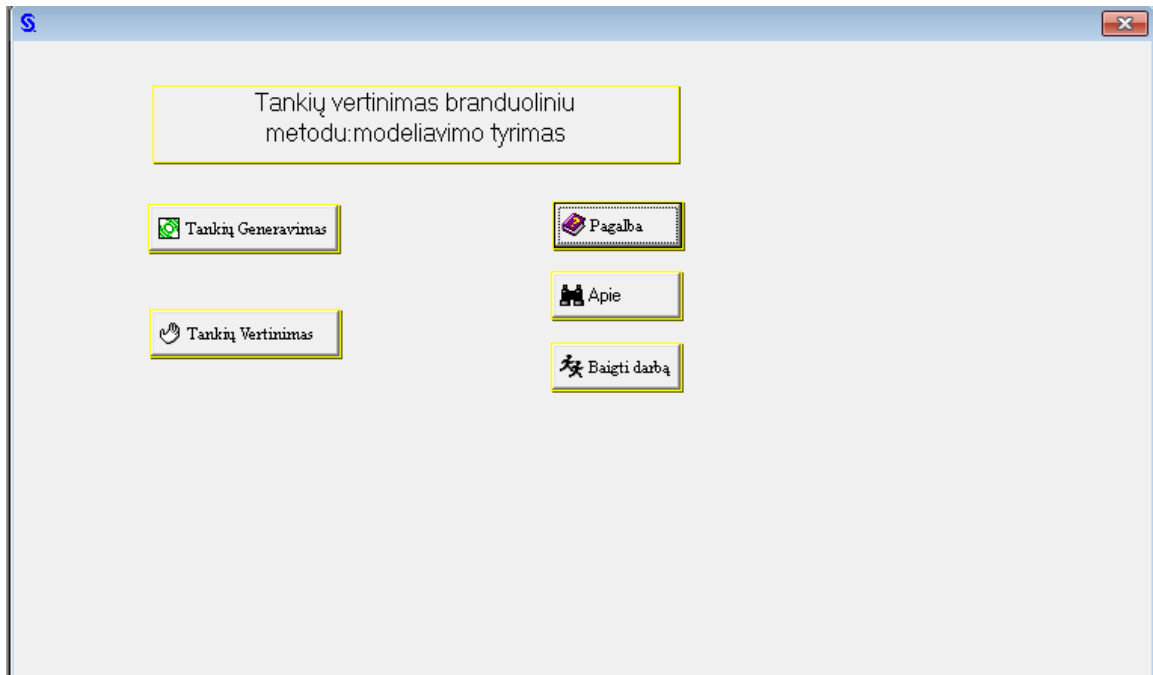


3.1. pav. Programinės įrangos principinė schema

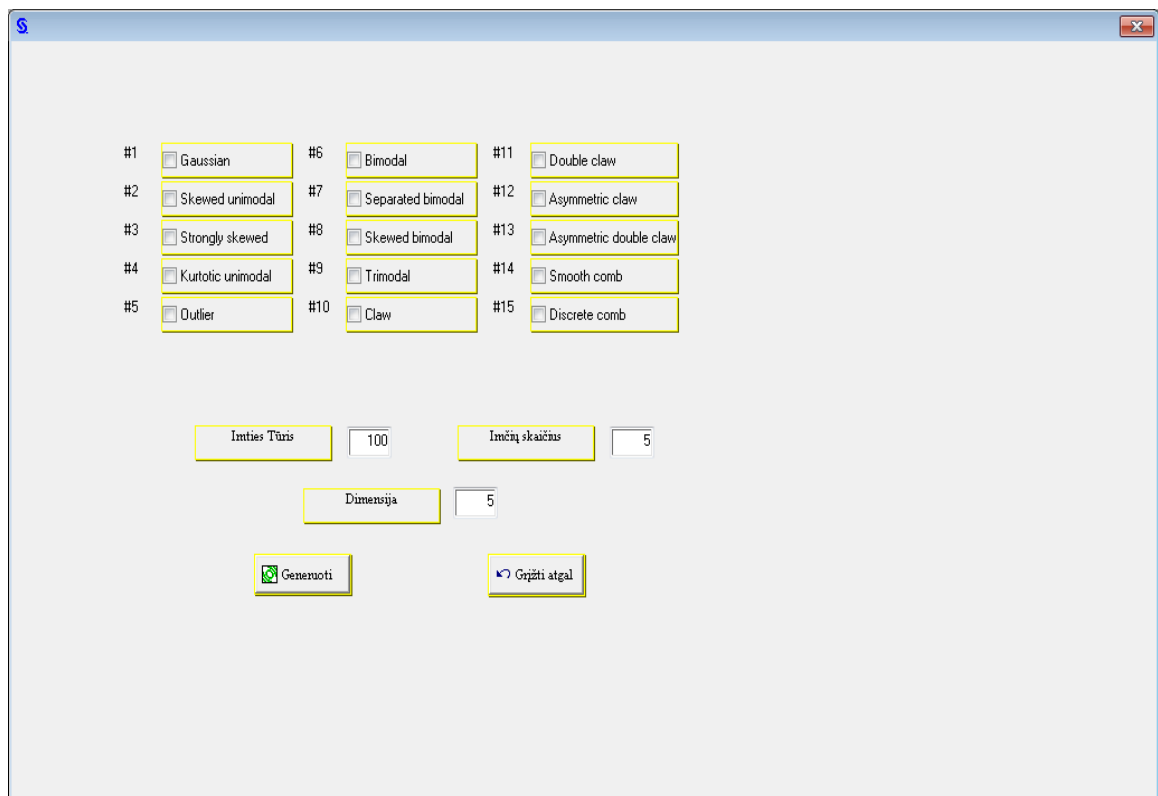
3.2. SĄSAJA SU VARTOTOJU

Vartotojo sąsaja turi gana konkretų apibrėžimą. Ji nusakoma kaip dalykinės srities informacinis modelis, priemonės ir būdai, kurių pagalba vartotojas sąveikauja su informaciniu modeliu. Taigi šiame darbe sąsajos su vartotoju paskirtis yra užtikrinti lengvą SAS makro programų valdymą ir tokiu būdu suteikti galimybes mažai suprantančiam vartotojui lengvai įvykdyti visas funkcijas, reikalingas tankių vertinimo branduoliniu metodu modeliavimo tyrimui atlikti. Sąsaja su vartotoju sukurta laikantis paprastumo, estetiškumo bei aiškumo principų.

Vartotojo sąsają sudaro trys langai, skirti įvykdyti neparimetrinių tankių vertinimą ir du informaciniai langai, padedantys vartotojui susipažinti su darbo autore ir įsisavinti programos valdymo instrukciją.



3.2. pav. Pagrindinis vartotojo sąsajos langas



3.3. pav. Langas skirtas neparametrinių tankių generavimui



3.4. pav. Langas skirtas neparimetrinių tankių vertinimui

Vartotojui, norinčiam atlikti neparimetrinių tankių vertinimą reikia atlikti keletą žingsnių:

- Atsidariusiame „Pagrindiniame“ programos lange, reikia pasirinkti funkciją „Tankių generavimas“;
- Kitame lange „Generavimas“ vartotojas turi pasirinkti vieną iš Gauso skirstinių mišinių, suvesti norimą imčių skaičių, imties tūrį bei dimensijos dydį ir spustelti mygtuką „Generuoti“;
- Įvykdęs operaciją „Tankių generavimas“, atsidariusiame kitame lange „Vertinimas“ reikia pasirinkti vieną iš siūlomų branduolio funkcijų ir paklaidą, skirtą tankių vertinimo tikslumui nustatyti. Įvykdžius paskutinį žingsnį gauname lentelių pavidalu suformuluotus rezultatus.

Jeigu vartotojas nori atlikti tyrimą nepasirinkęs nė vienos funkcijos ir tam reikalingų parametų, programos lange pasirodys „Ispėjamas“ pranešimas ir programos paleidimas bus sustabdytas iki kol bus imtasi „Pagalbos“ lange nurodytų veiksmų.

Sukurtos SAS programos ir jų naudojimo paskirtis

- *TVM*. - programa, skirta užtikrinti sąsają su vartotoju bei valdyti visus SAS makro programų sisteminius failus;
- *FKDE.sas* - įvykdomas fiksuoto branduolio tankių vertinimo metodas;
- *Misiniai.sas* – programa, skirta generuoti tankius, naudojant Gauso skirstinių mišinius kaip atskaitinius tankius;
- *Paklaidos.sas* – atliekamas neparimetrinių tankių vertinimas, jų tikslumui nusakyti skaičiuojama vidutinė procentinė absoliutinė MAPE paklaidos;
- *Pagalba* – užtikrina vartotojui lengvą programos valdymo įvykdymą;
- *Apie* – informuoja vartotoją apie autorių ir programą.

SAS programos diegimas ir paleidimas

Norint pradėti darbą su programa ir atlikti tankių vertinimo branduoliniu metodu modeliavimo tyrimą reikia programos „TVM“ („*Tankių vertinimo metodai*“) katalogą nukopijuoti į C diską. Programa iškviečiama su „*Tankių vertinimas.lnk*“ šaukinio failo pagalba. Šio failo „*Properties*“ laukelyje „*Target*“ nurodomas programos paleidimas:

```
"C:\ProgramFiles\SASHome\x86\SASFoundation\9.3\sas.exe"-initcmd "afa  
c=tvm.tvm.pagrindinis.frame" -config "D:\magistrinis\TVM\_config.cfg", t.y., SAS.exe su  
konfigūraciniu failu, tuo pačiu ir įvykdoma pradinė komanda, iškviečianti vartotojo sąsają.
```


IŠVADOS

- Pasiūlyta nauja branduolio funkcija daugumoje Gauso skirstinių mišinių atvejų, kai turimas asimetriškumas su sunkiomis uodegomis, ar esant sudėtingai modų struktūrai, buvo geresnė už kitas tirtas branduolio funkcijas esant dimensijai $d = 2$.
- Tyrimą atlikus penkiamačiams stebiniams, pasiūlyta nauja branduolio funkcija buvo efektyviausia, ką galima paaiškinti šios funkcijos mažesniu poslinkiu, lyginant su kitomis populiariomis branduolio funkcijomis.
- Gauso branduolio funkciją tikslinga naudoti tada, kai skaičiavimai atliekami su stebėjimais, kurių dimensija mažesnė arba lygi 4, o Epanechnikov'o ir Trisvorè (angl. Triweight) branduolio funkcijos efektyvios tada, kai $d \leq 3$.
- Pasiūlyta naudoto neparameetrinio tankių vertinimo įvertinio interaktyvioji sąsaja su vartotoju kuri realizuota programiškai panaudojus SAS objektinio programavimo technologiją.
- Sukurtos sistemos testavimas, atliktas naudojant įvairius daugiamačius Gauso skirstinių mišinius bei realius duomenis, parodė, kad sistema yra pajėgi spręsti tankių vertinimo užduotis esant mažo ir vidutinio dydžio imčių tūriams (16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024).

LITERATŪROS SĄRAŠAS

1. Tapia R. A., Thompson J. R., Nonparametric Probability Density Estimation. *Johns Hopkins Series in the Mathematical Sciences. Johns Hopkins University Press, Baltimore and London, 1990.*
2. Scott D. W., Multivariate Density Estimation: Theory, Practice, and Visualization, *New York: John Wiley, 1992.*
3. Hjort N. L., On frequency polygons and average shifted histograms in several dimensions, *Technical Report, Stanford University, Vol. 22, 1986.*
4. Jones M. C., Samiuddin M., Al-Harbey A. H. and Maatouk T. A. H., The edge frequency polygon, *Biometrika, Vol. 85, 1998, p. 235–239.*
5. Simonoff J. S., The anchor position of histograms and frequency polygons: quantitative and qualitative smoothing, *Comm. Statist. Simul. Computat., Vol. 24, 1995, p. 691–710.*
6. Delicato P., del Rio M., A generalization of histogram type estimators, *UPF Economics and Business Working Papers Series, 422, 1999.*
7. Scott D. W., On optimal and data-based histograms, *Biometrika, Vol. 66, 1979, p. 605–610*
8. Scott D. W., Averaged shifted histograms: effective nonparametric density estimators in several dimensions, *Annals of Statistics, Vol. 13, 1985, p. 1024–1040.*
9. <http://www.icpsr.umich.edu/CrimeStat/files/CrimeStatChapter.8.pdf>.
10. Y.S. Chow, S. Geman, L.D. WU, Consistent cross-validated density estimation, *The Annals of Statistics, Vol. 11, No. 1, 1983, p.25 -38.*
11. Marron J. S., Nolan D., Canonical kernels for density estimations, *Statistics and Probability Letters, Vol. 7, No. 3, 1988, p. 195–199.*
12. Gasser T., Müller, H. G., Mammitzsch V., Kernels for nonparametric curve estimation, *Journal of the Royal Statistical Society, B, 47, 1985, p. 238–252.*
13. Fukunaga K., Introduction to Statistical Pattern Recognition. *New York: Academic Press, 1972.*
14. Vikas C. Raykar, Ramani Duraiswami, Fast optimal bandwidth selection for kernel density estimation., *In Proceedings of the sixth SIAM International Conference on Data Mining, Bethesda, April 2006, p. 524-528.*
15. Vikas C. Raykar, Ramani Duraiswami, Very fast optimal bandwidth selection for univariate kernel density estimation., *CS-TR-4774, Department of computer science, University of Maryland, Collegepark.*
16. S.J. Sheather, M.C. Jones, A reliable data-based bandwidth selection method for kernel density estimation, *J. Royal Statist. Soc. B, 53:683 690, 1991.*

17. Scott D.W., On optimal and data-based histograms, *Biometrika*, 1979, **66**: p.605–610.
18. Wand, M.P., Jones M.C., Kernel Smoothing. *London: Chapman & Hall/CRC*, 1995.
19. Bruce E. Hansen, Lecture Notes on Nonparametrics, 2009.
20. Silverman B. W., Density Estimation for Statistics and Data Analysis, *London: Chapman and Hall*, 1986.
21. J.S. Marron, M.P. Wand, Exact mean integrated squared error, *Annals of Statistics*, **20**, 1992, p.712-736.

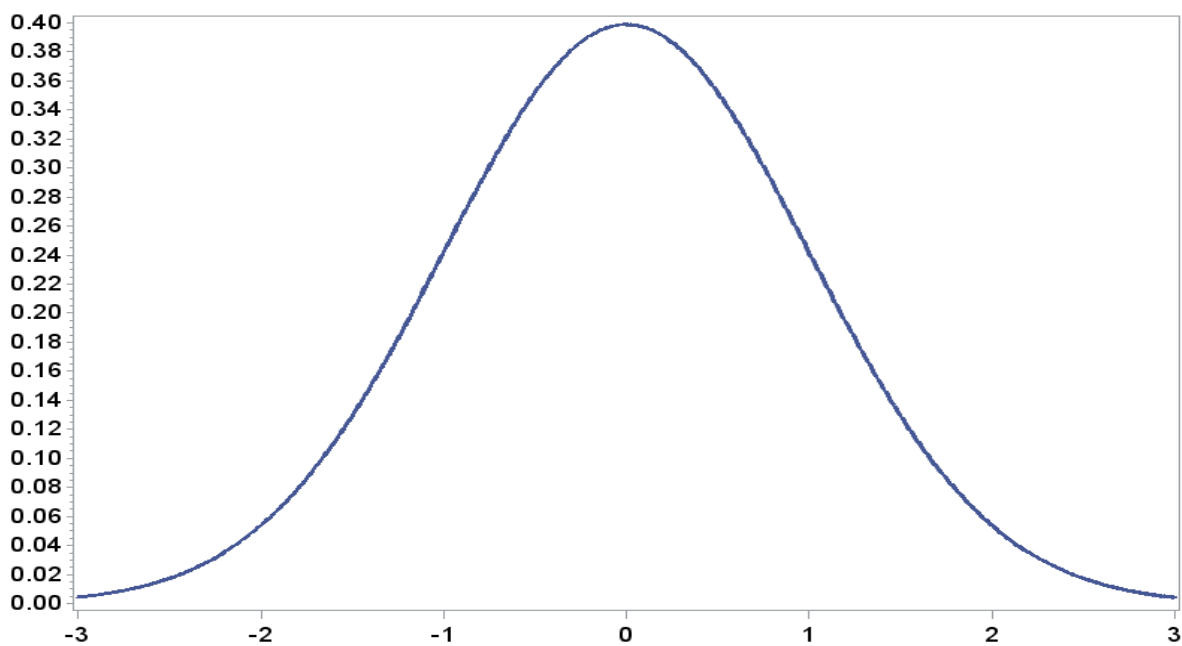
AUTORĖS PUBLIKACIJŲ SĄRAŠAS

1A. Drulytė, Indrė; Ruzgas, Tomas. Nėparametrinių tankio įvertinių lyginamoji analizė Monte Karlo metodu // Lietuvos matematikos rinkinys : Lietuvos matematikų draugijos darbai. Serija B / Lietuvos matematikų draugija, Vilniaus universitetas. Vilnius : Vilniaus universitetas. ISSN 0132-2818. 2013, t. 54, p. 6-11.

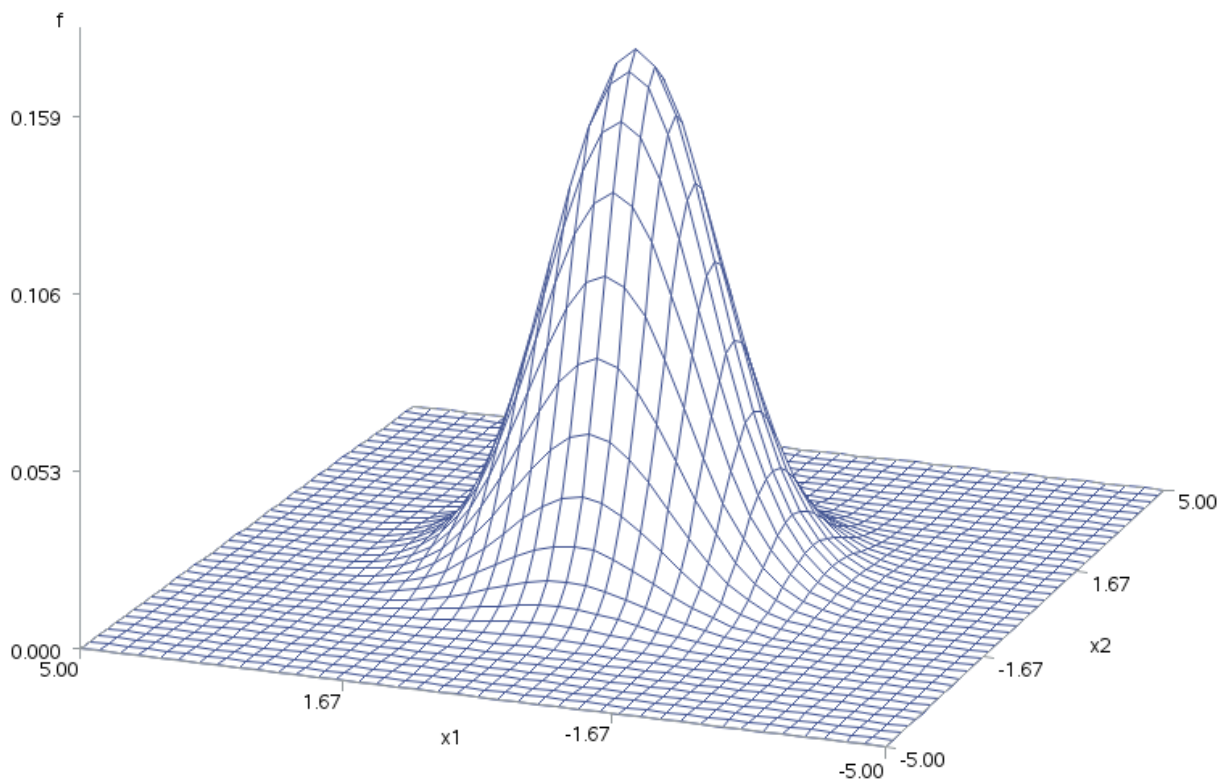
2A. Ruzgas, Tomas; Drulytė, Indrė. Kernel density estimators for Gaussian mixture models // Lithuanian Journal of Statistics = Lietuvos statistikos darbai. Vilnius : Lithuanian Statistical Association. ISSN 1392-642X. 2013, Vol. 52, no. 1, p. 14-21.

3A. Drulytė, Indrė; Ruzgas, Tomas. Nėparametrinių tankio vertinimo algoritmų lyginamasis tyrimas monte karlo metodu // XII Studentų konferencija, Kaunas: Kauno technologijos universitetas, 2012.

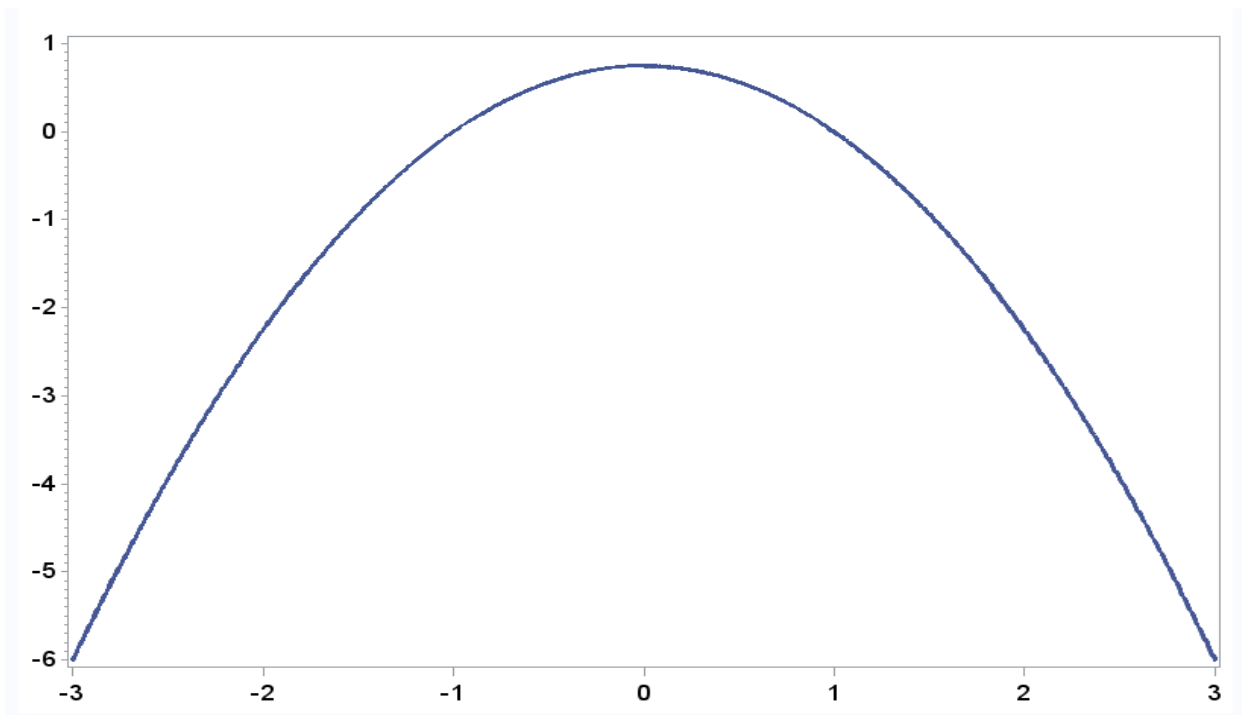
1 PRIEDAS. BRANDUOLIO FUNKCIJŲ PAVIDALAI



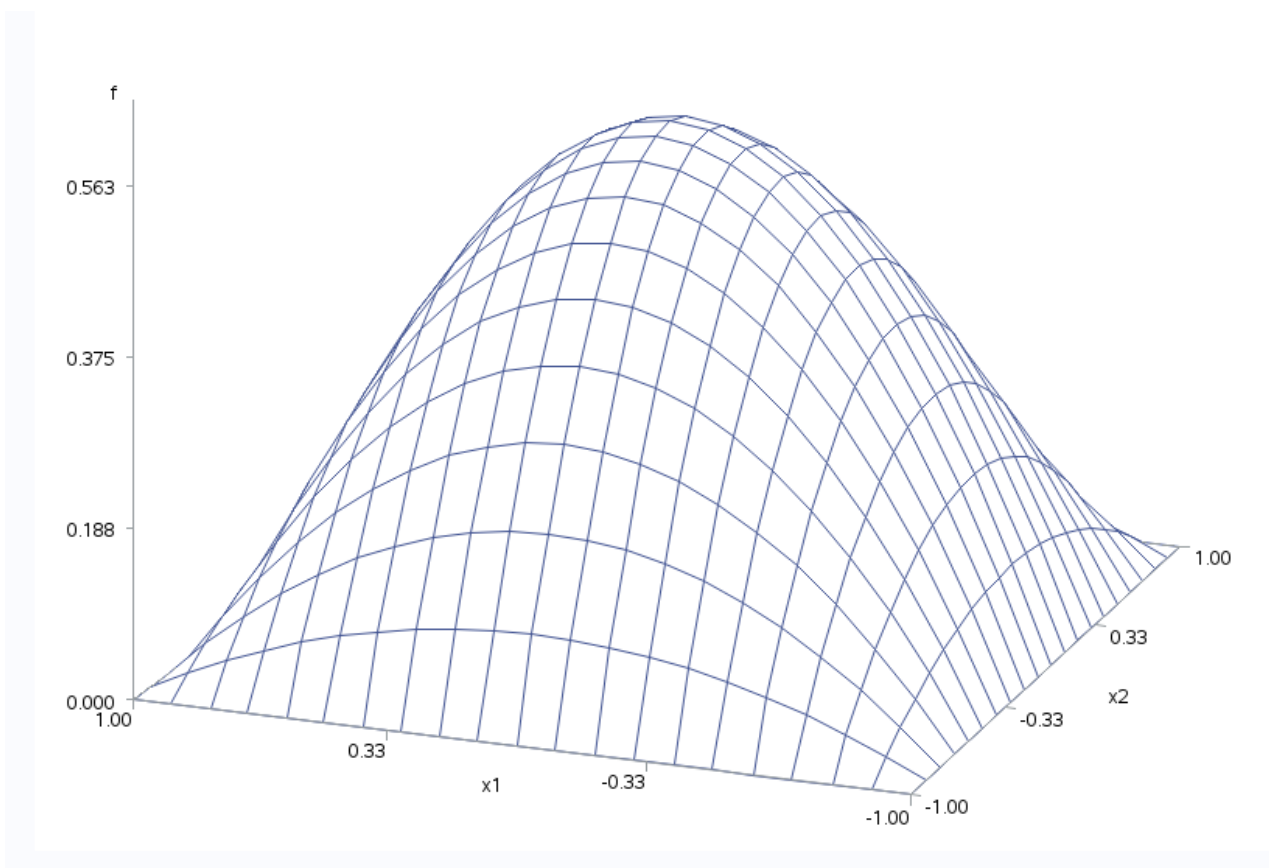
1 priedo 1 pav. Gauso branduolio funkcijos pavidalas, dim 1



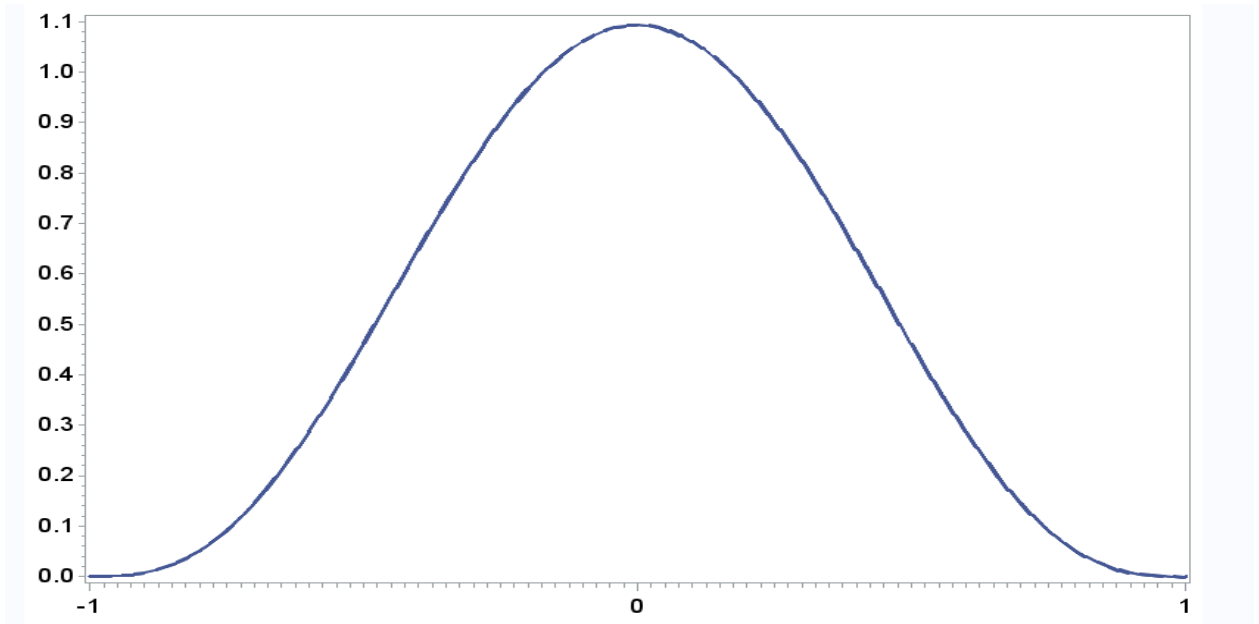
1 priedo 2 pav. Gauso branduolio funkcijos pavidalas, dim 2



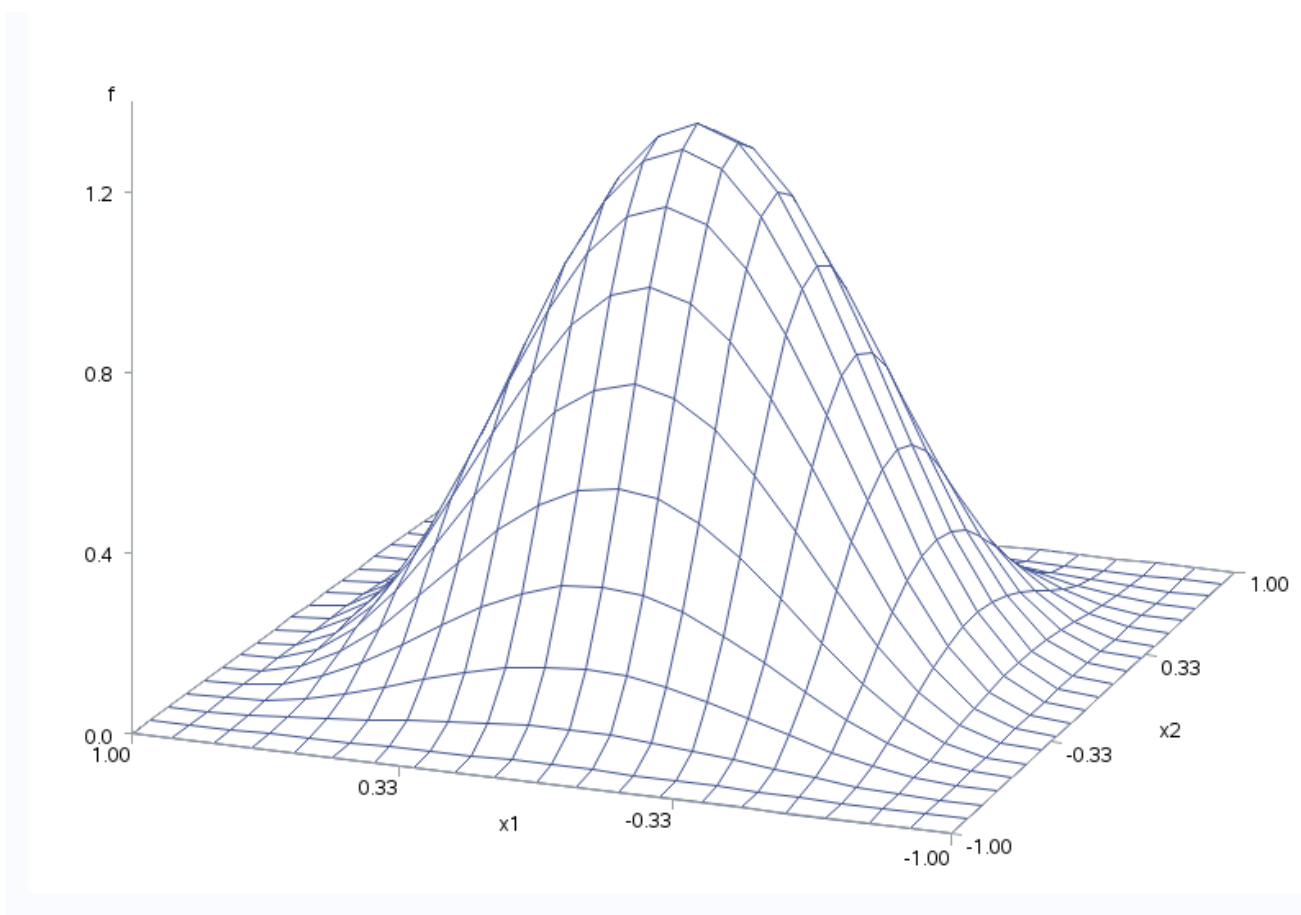
1 priedo 3 pav. Epanechnikov'o branduolio funkcijos pavidalas, dim 1



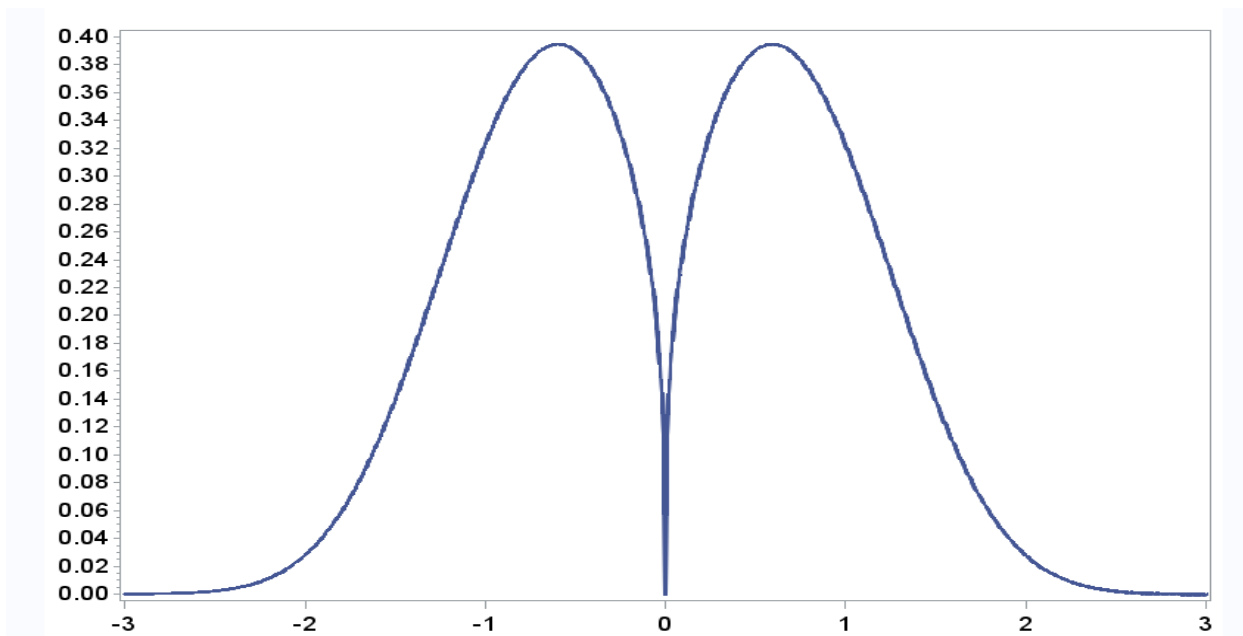
1 priedo 4 pav. Epanechnikov'o branduolio funkcijos pavidalas, dim 2



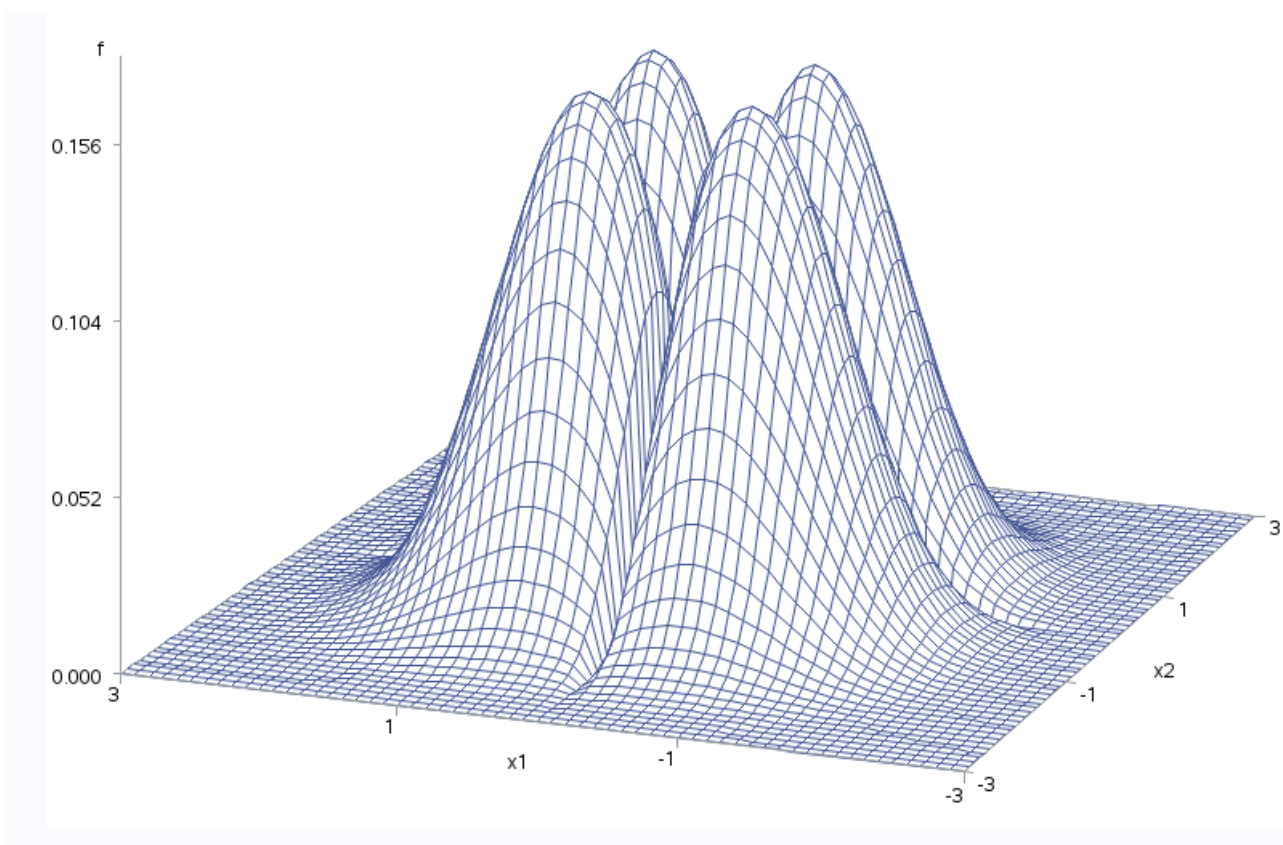
1 priedo 5 pav. Trisvoris branduolio funkcijos grafikas, dim 1



1 priedo 6 pav. Trisvoris branduolio funkcijos grafikas, dim 2

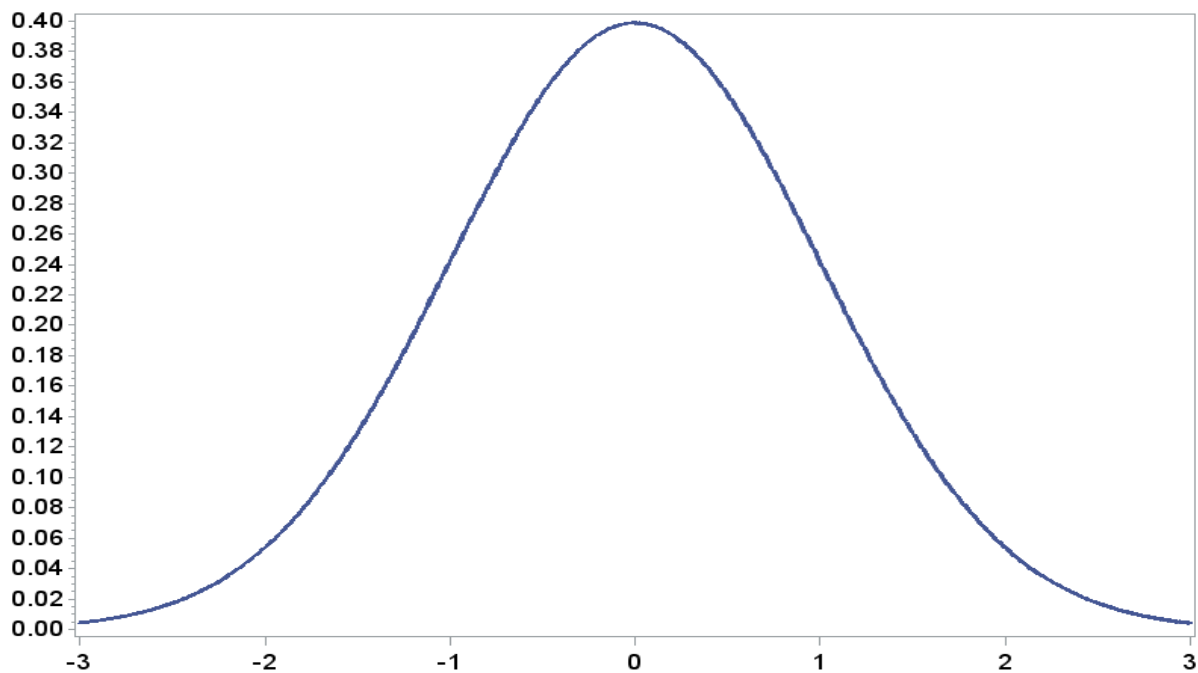


1 priedo 7 pav. Siūlomos branduolio funkcijos, kai parametras $\alpha = 0,75$, grafikas,
dim 1

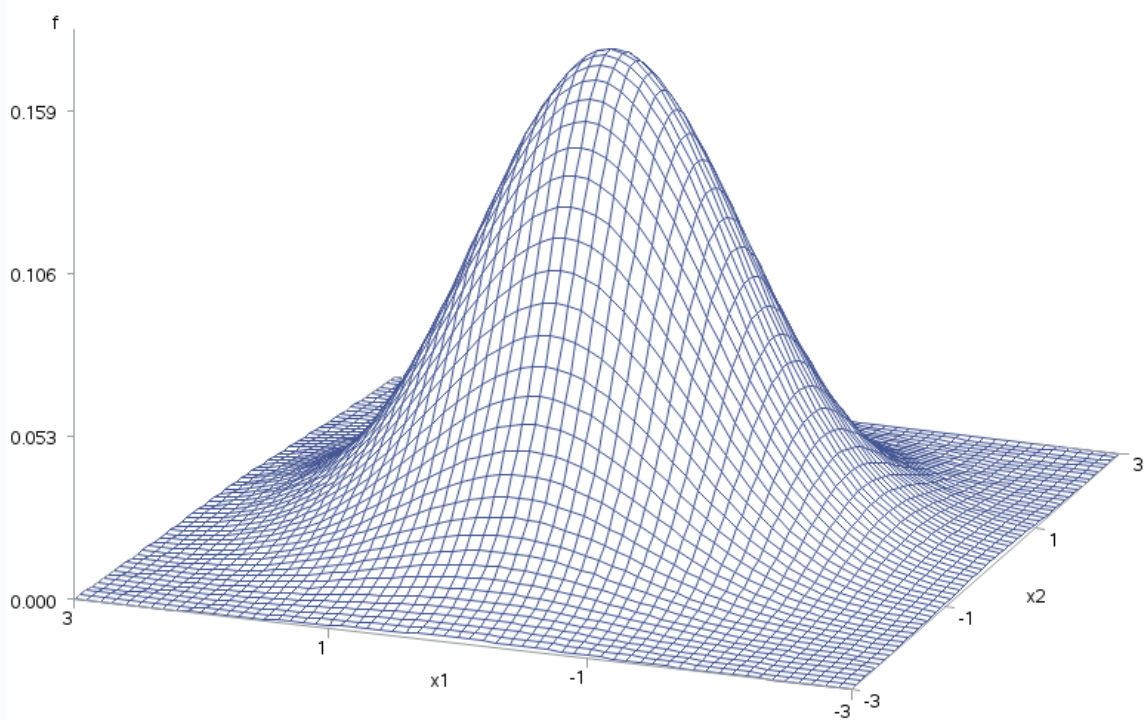


1 priedo 8 pav. Siūlomos branduolio funkcijos, kai parametras $\alpha = 0,75$, grafikas,
dim 2

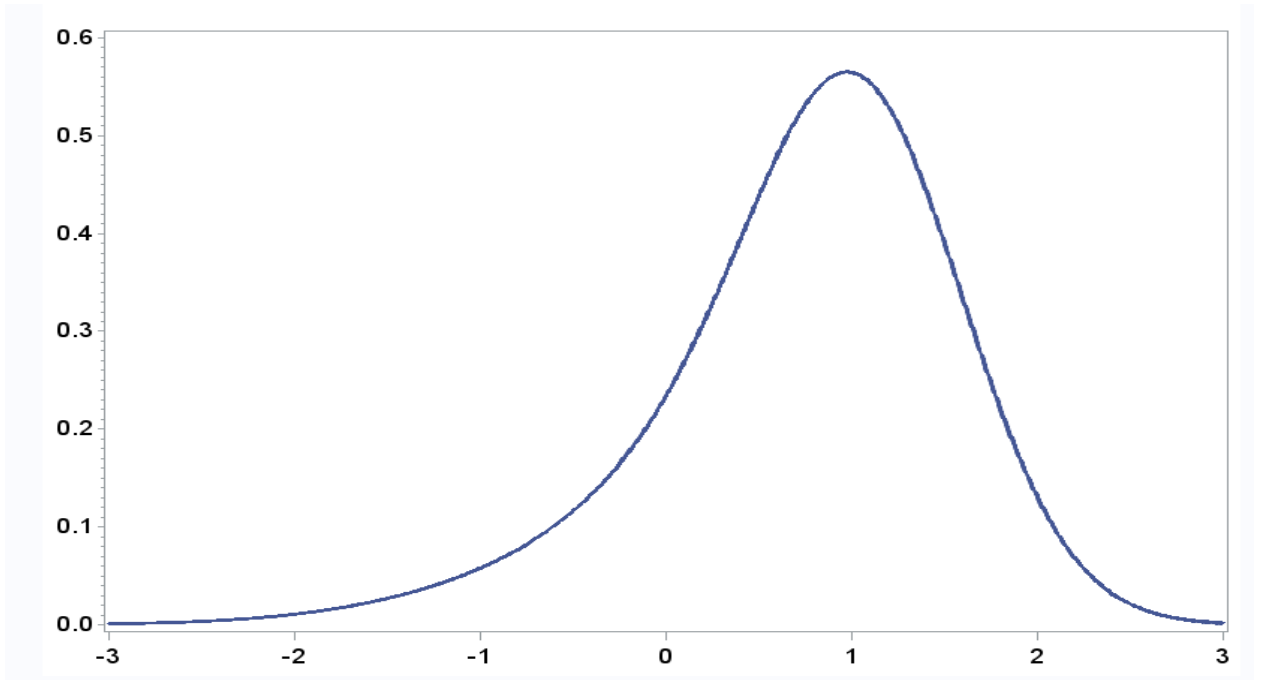
2 PRIEDAS. GAUSO MIŠINIŲ SKIRSTINIŲ PAVIDALAI



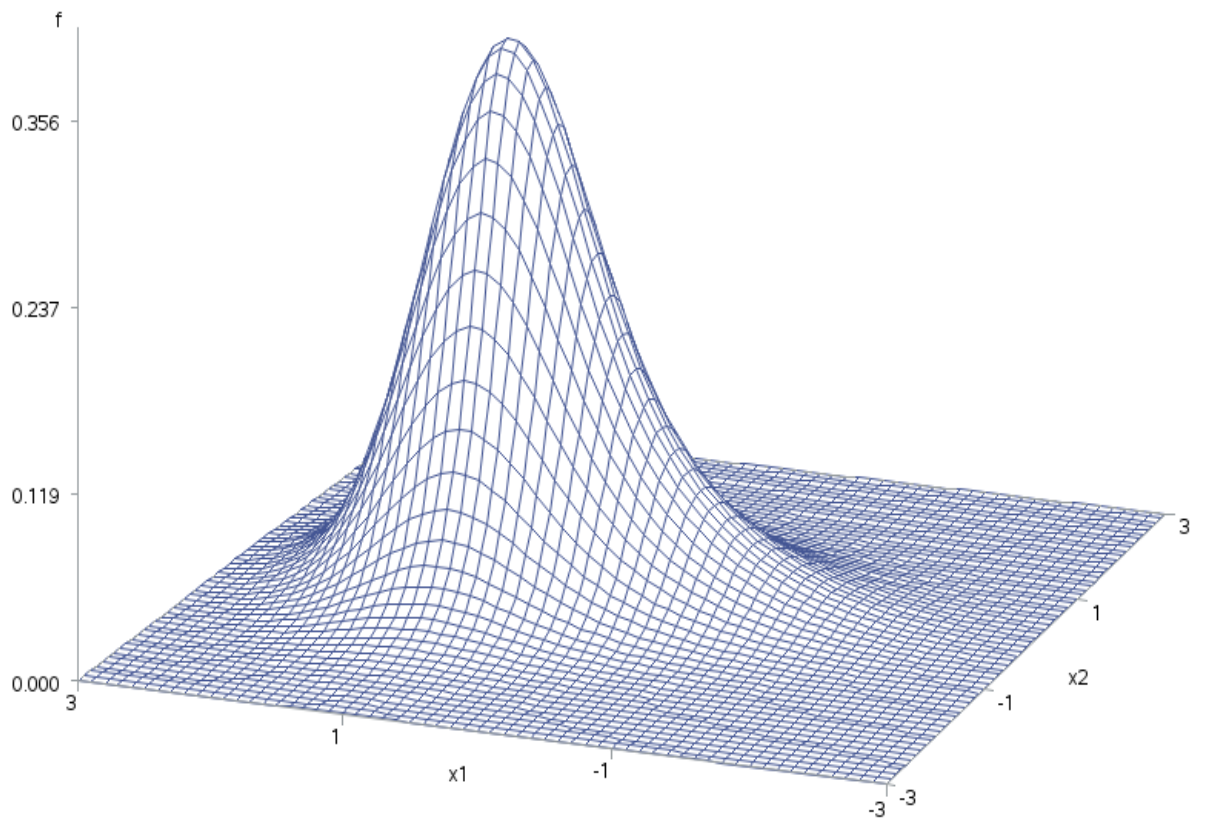
2 priedo 1 pav. „Gauso“ skirstinio grafikas, dim 1



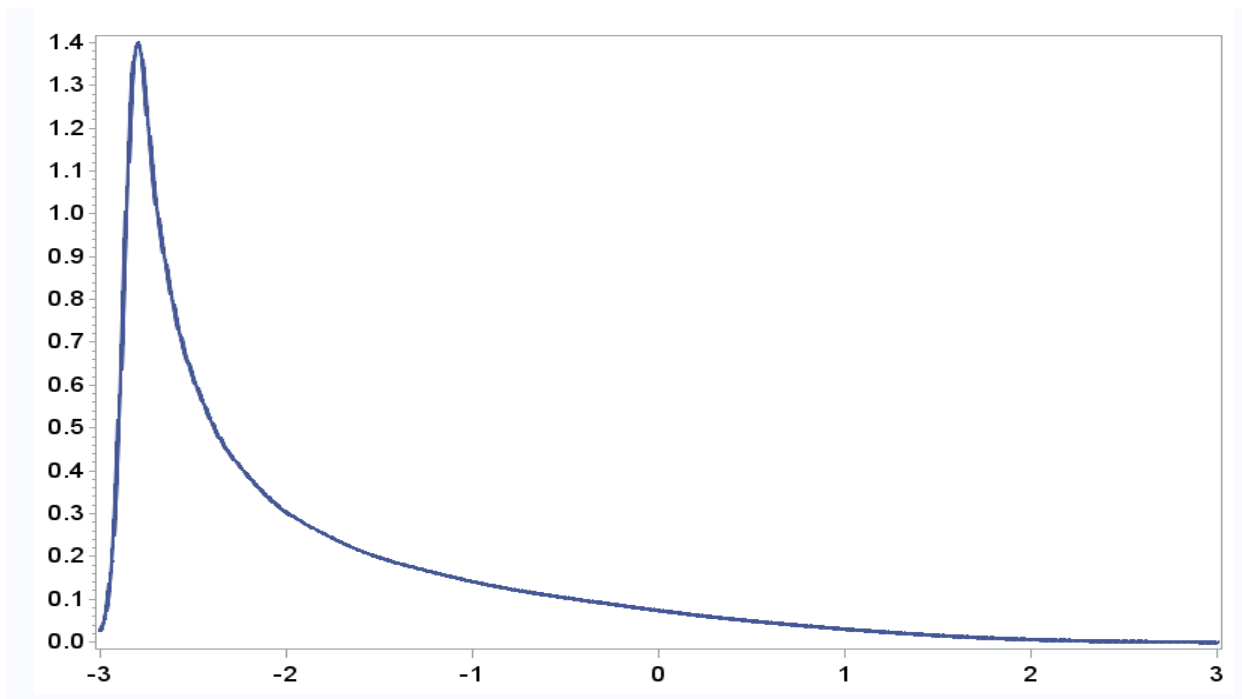
2 priedo 2 pav. „Gauso“ skirstinio grafikas, dim 2



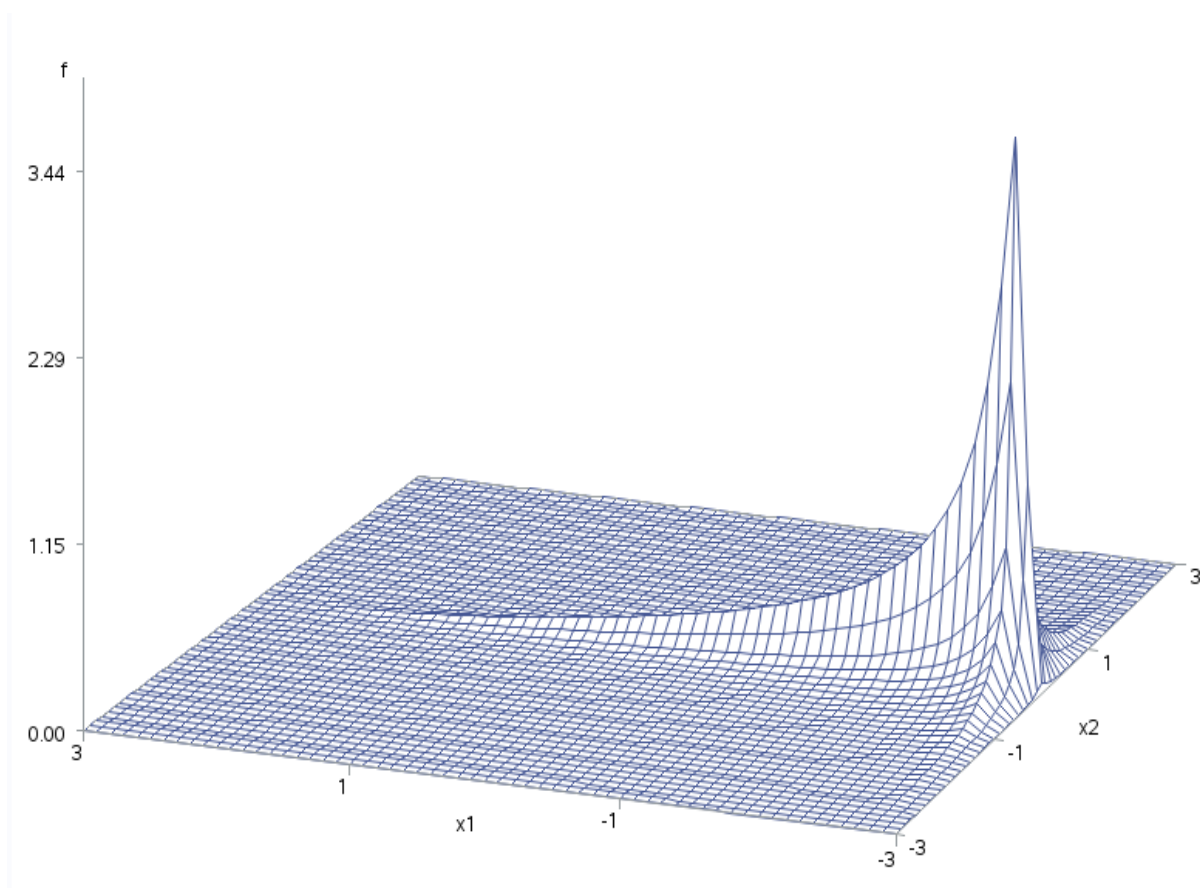
2 priedo 3 pav. „Iškreipto vienamodalinio“ mišinio grafikas, dim 1



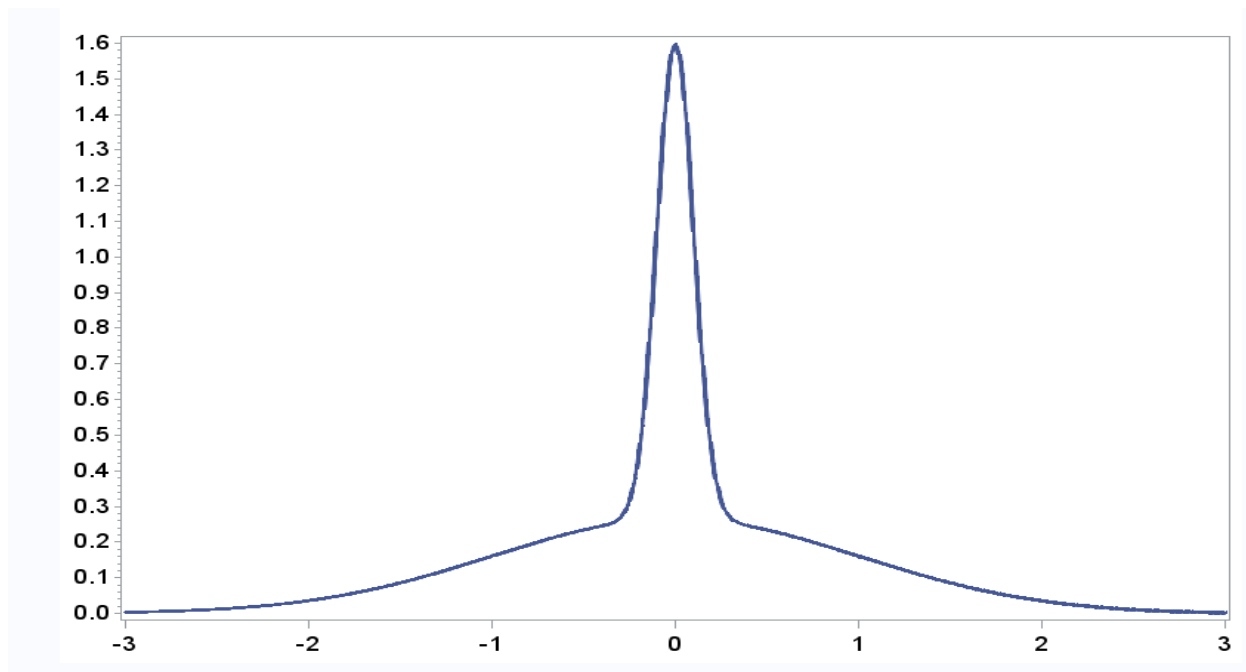
2 priedo 4 pav. „Iškreipto vienamodalinio“ mišinio grafikas, dim 2



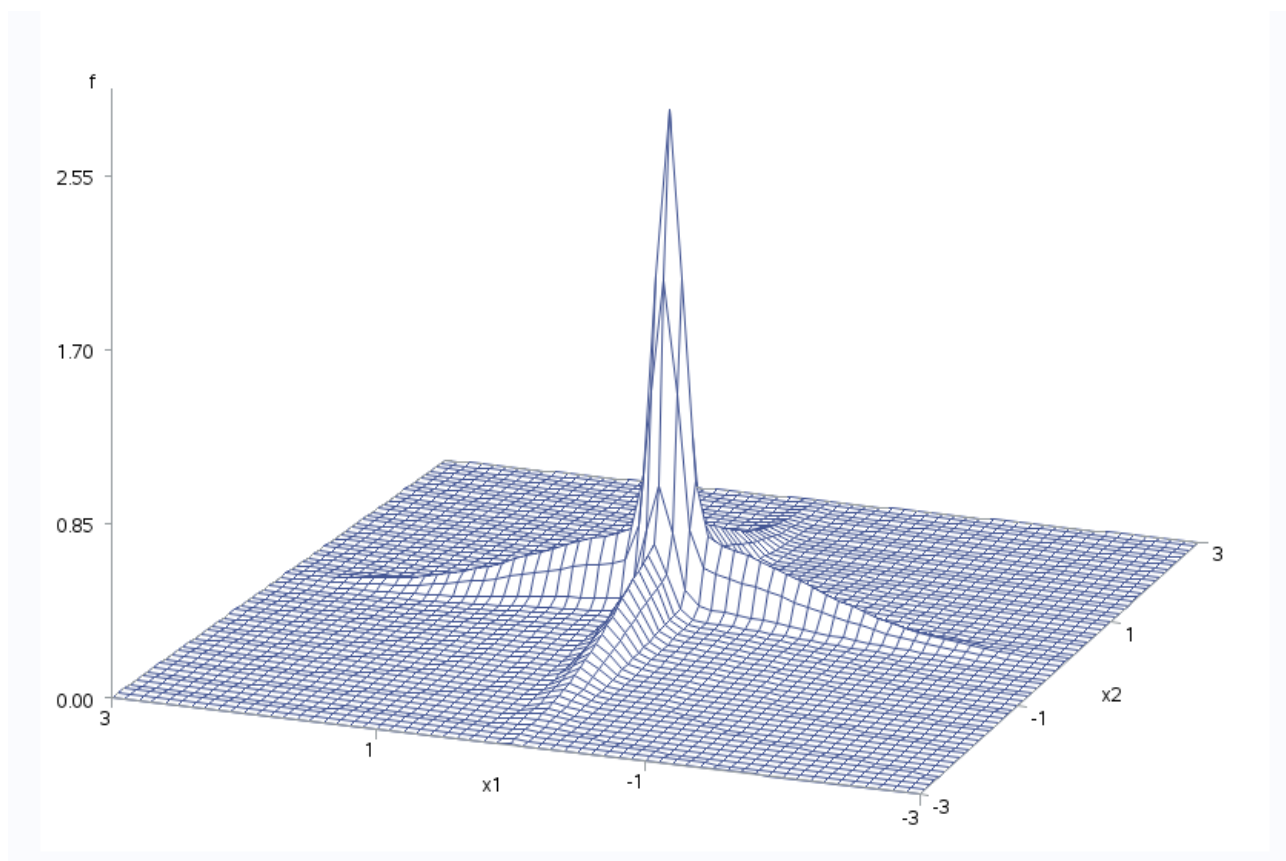
2 priedo 5 pav. „Itin iškreipto“ mišinio grafikas, dim 1



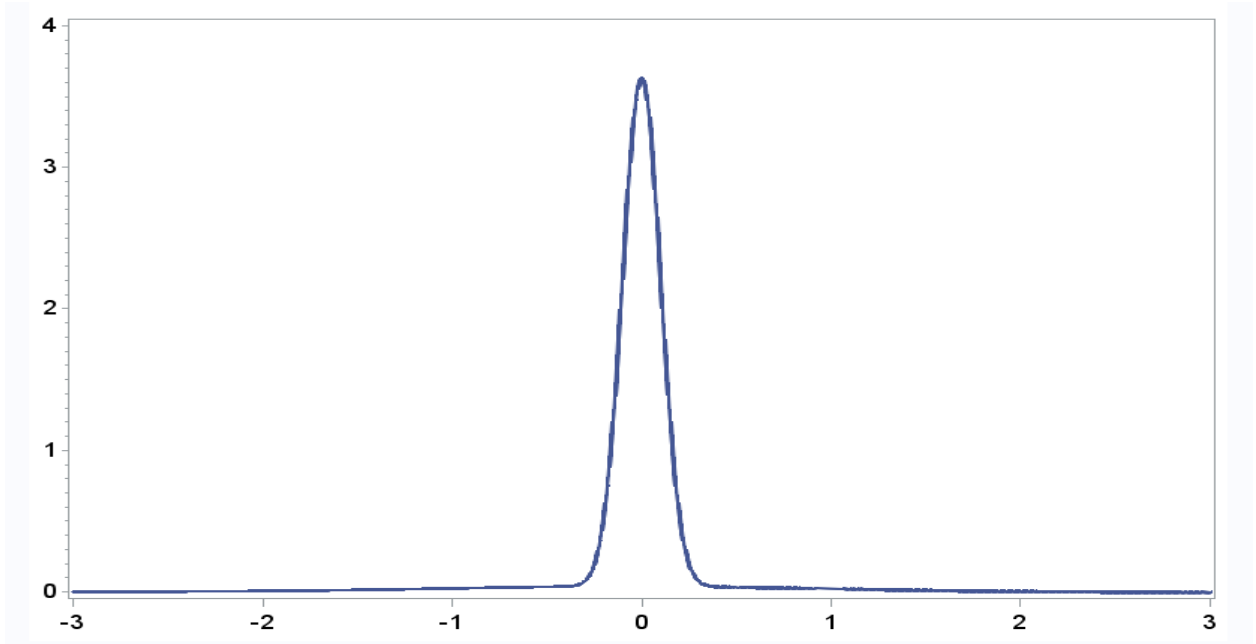
2 priedo 6 pav. „Itin iškreipto“ mišinio grafikas, dim 2



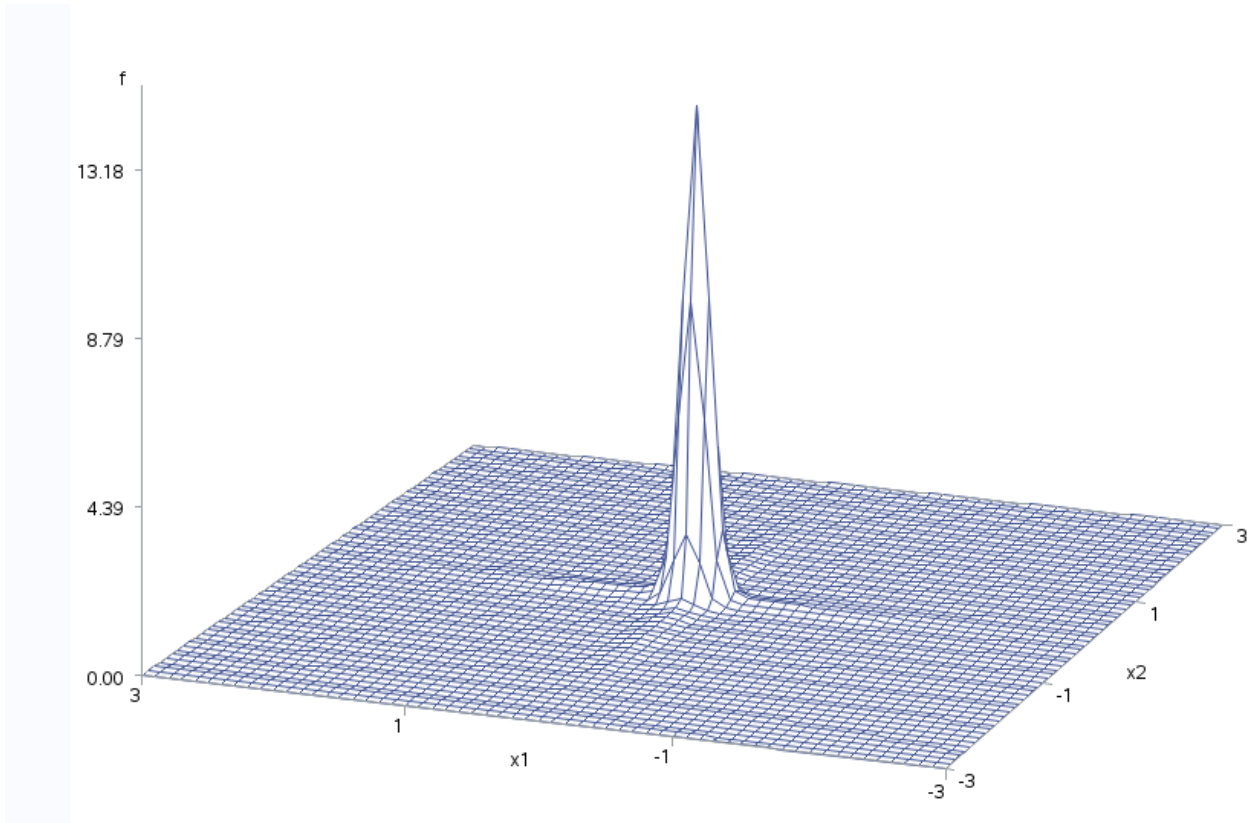
2 priedo 7 pav. „Lėkšto vienamodalinio“ mišinio grafikas, dim 1



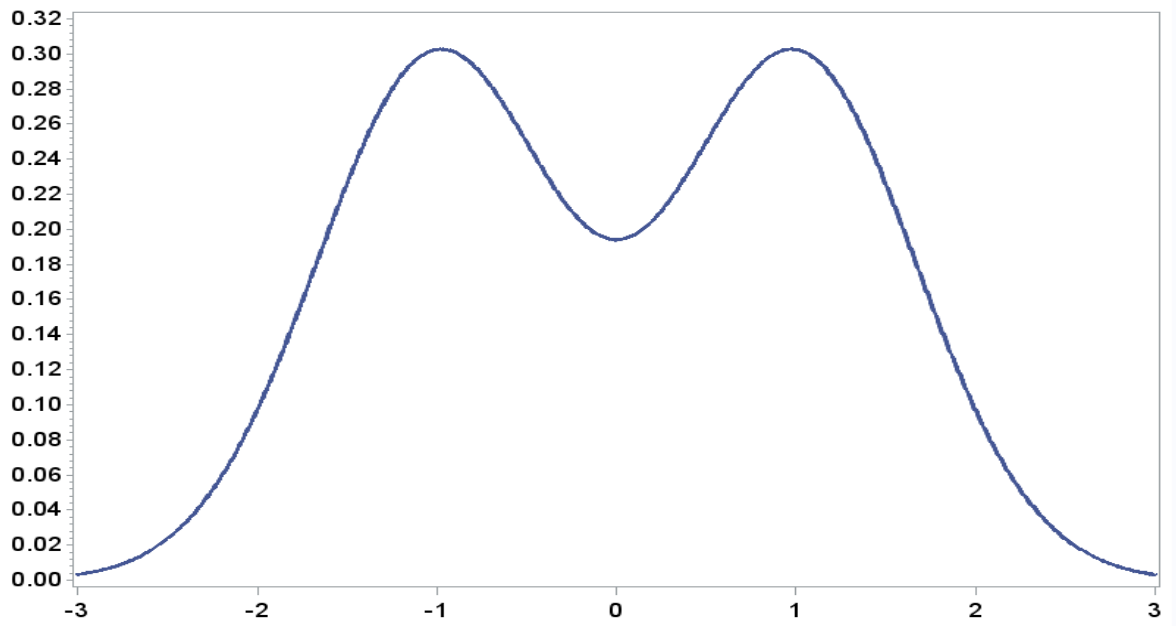
2 priedo 8 pav. „Lėkšto vienamodalinio“ mišinio grafikas, dim 2



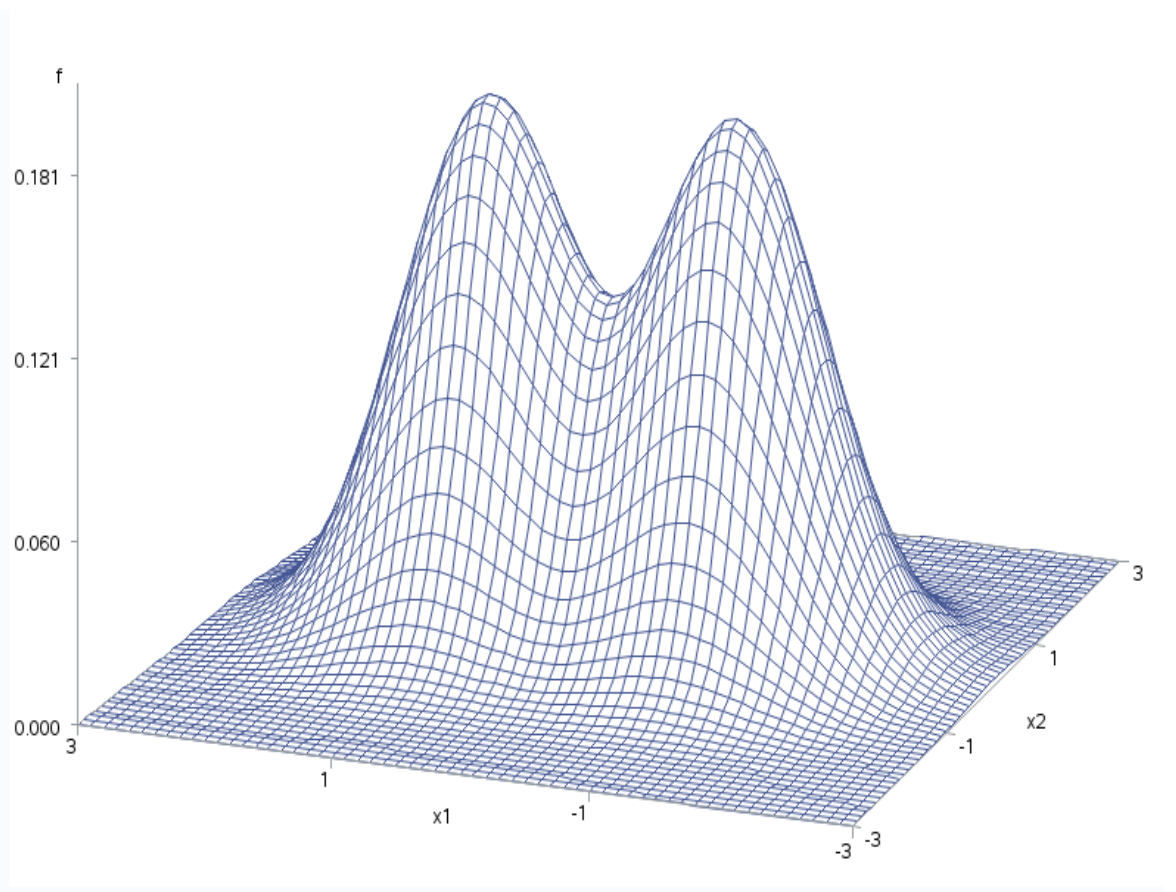
2 priedo 9 pav. „Išsiskiriančio“ mišinio grafikas, dim 1



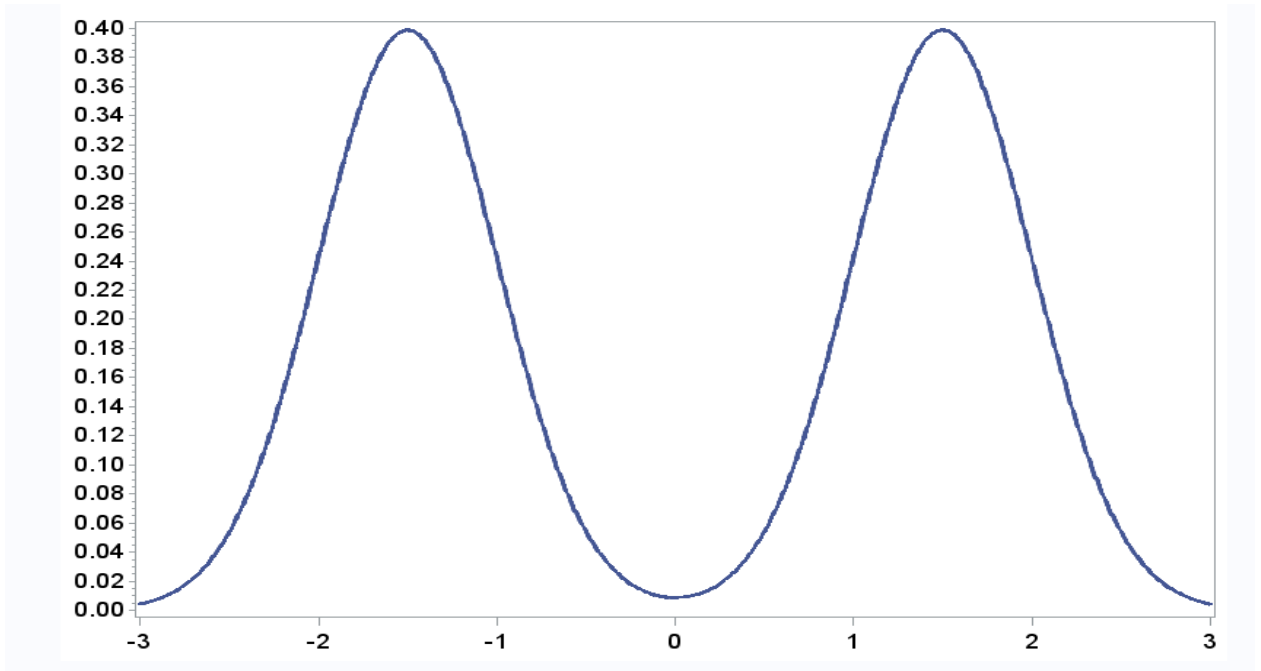
2 priedo 10 pav. „Išsiskiriančio“ mišinio grafikas, dim 2



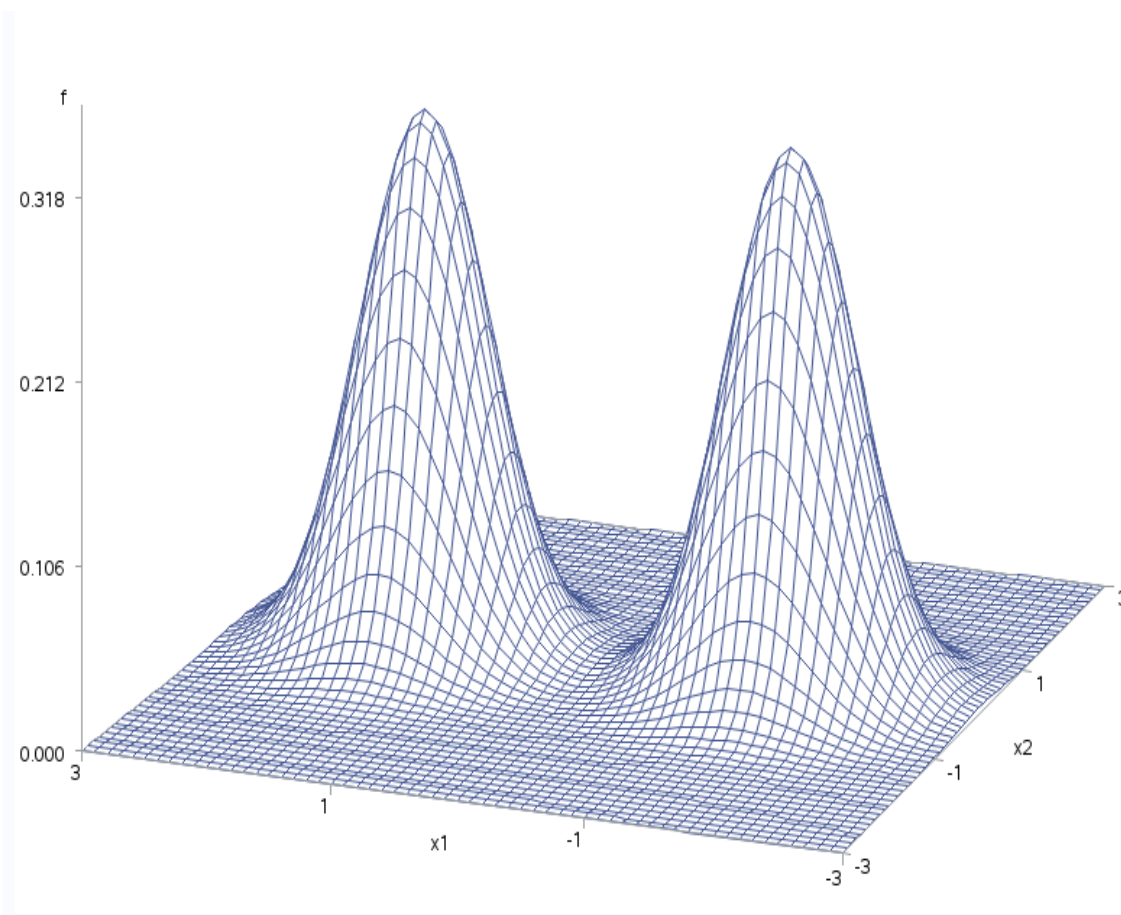
2 priedo 11 pav. „Dvimodalnio“ mišinio grafikas, dim 1



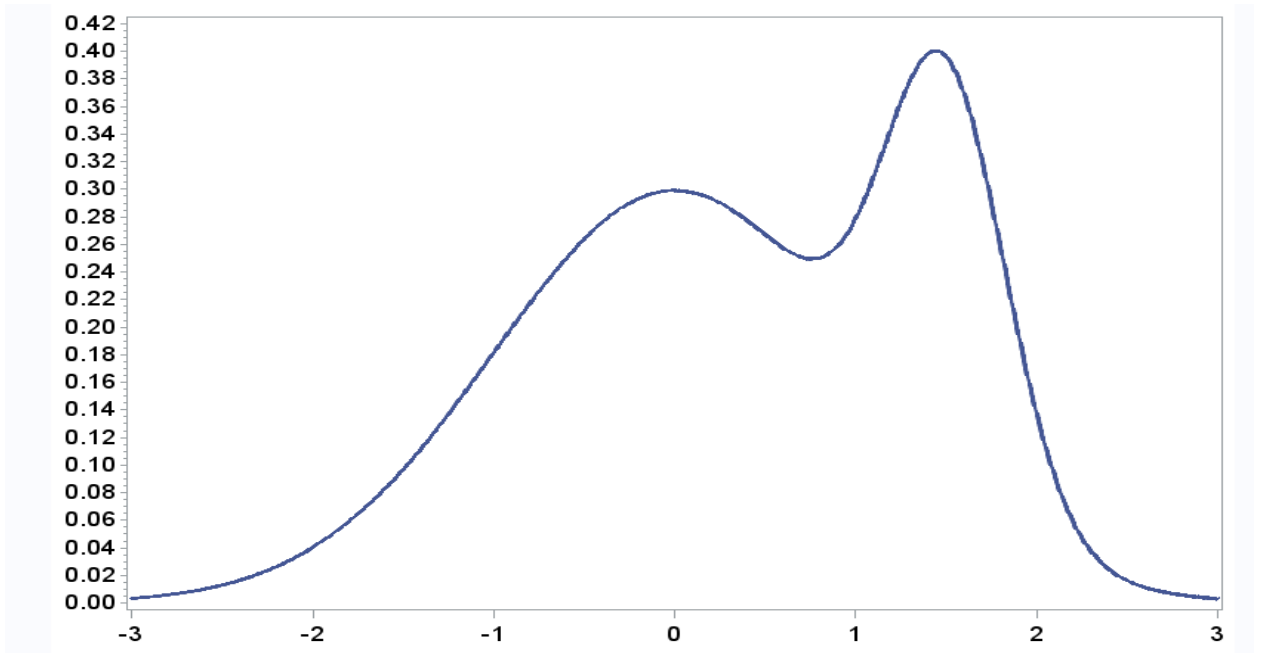
2 priedo 12 pav. „Dvimodalinio“ mišinio grafikas, dim 2



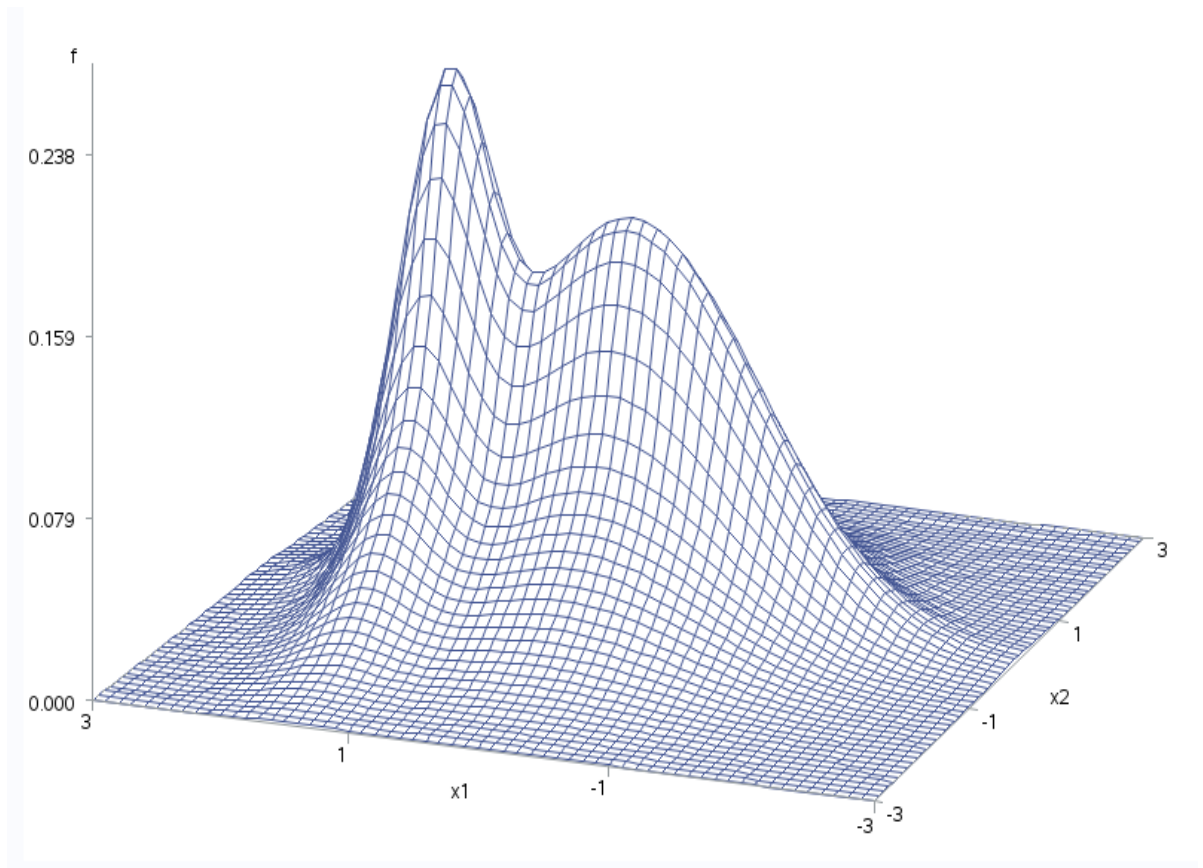
2 priedo 13 pav. „Suskaidyto dvimodalinio“ mišinio grafikas, dim 1



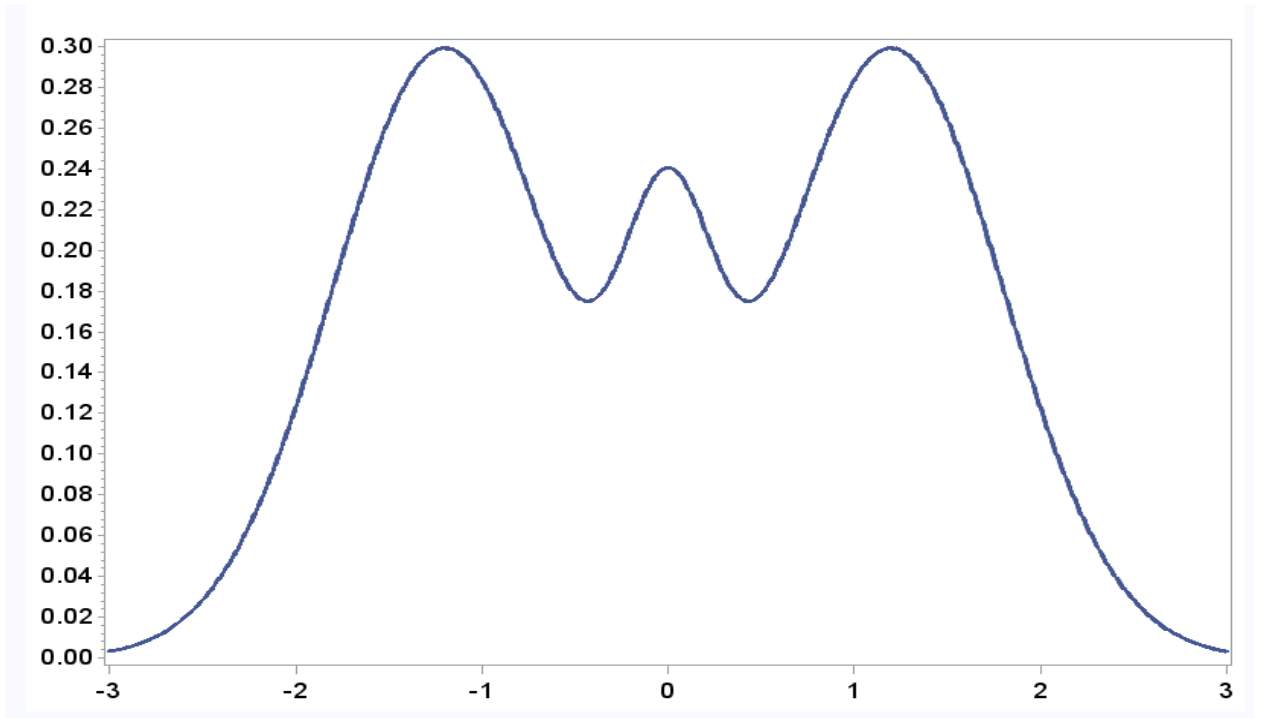
2 priedo 14 pav. „Suskaidyto dvimodalinio“ mišinio grafikas, dim 2



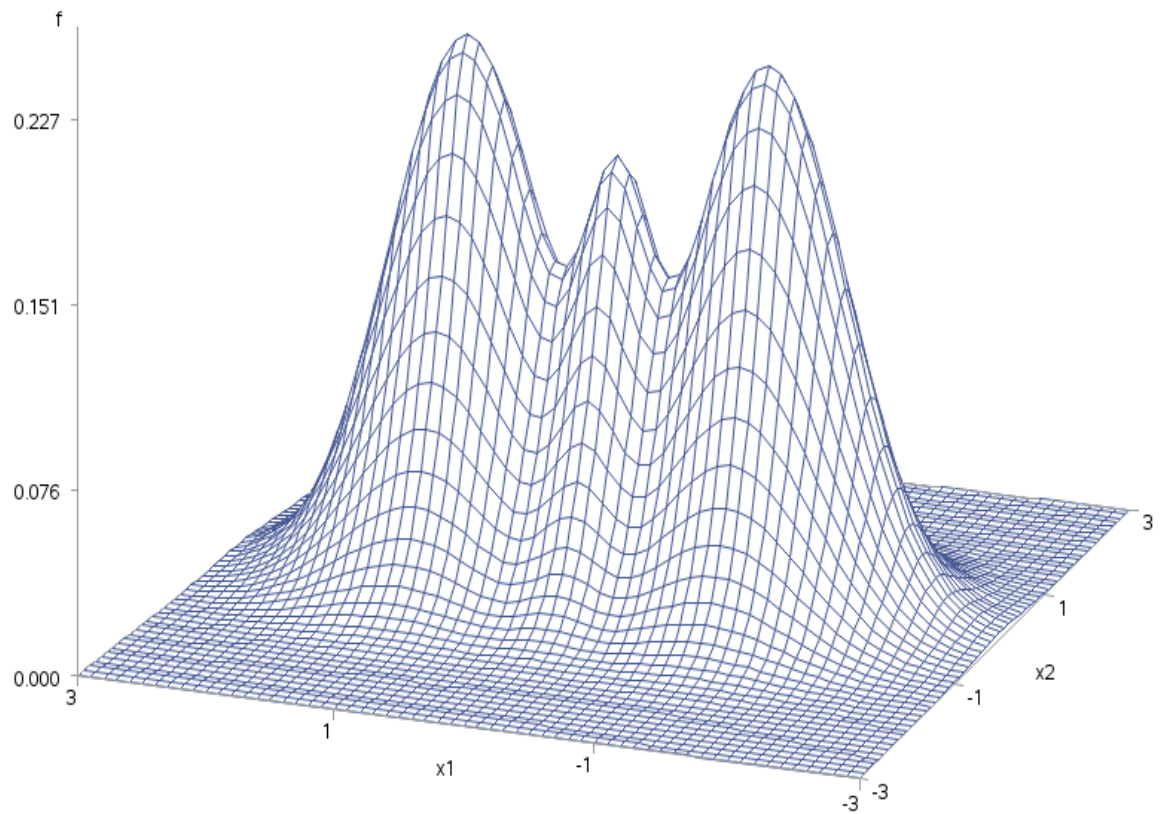
2 priedo 15 pav. „Iškreipto dvimodalinio“ mišinio grafikas, dim 1



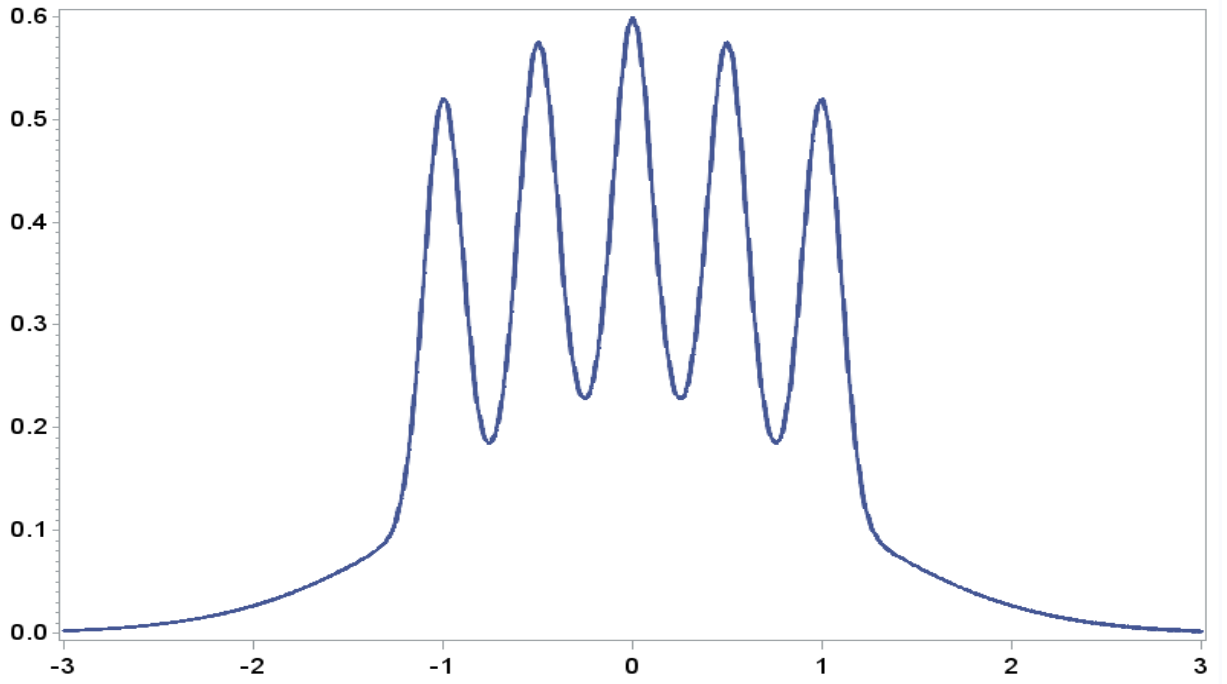
2 priedo 16 pav. „Iškreipto dvimodalinio“ mišinio grafikas, dim 2



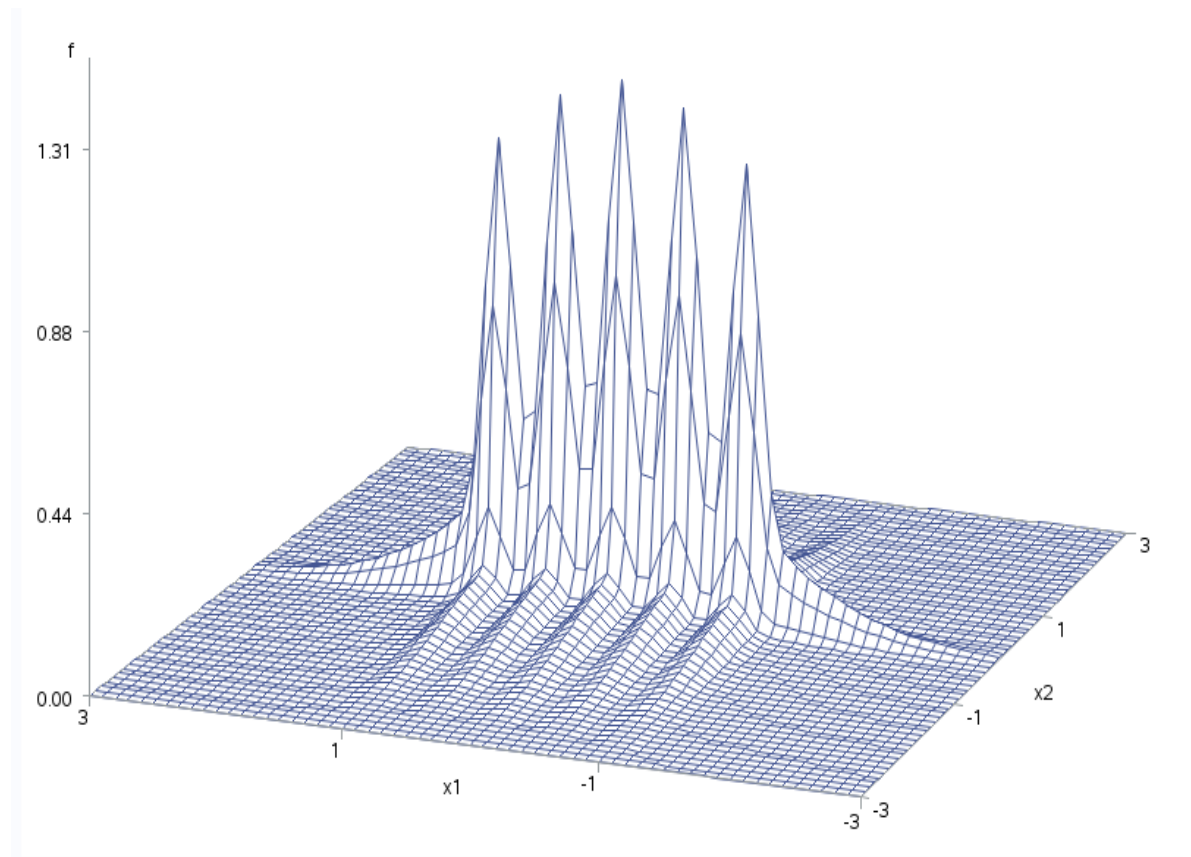
2 priedo 17 pav. „Trimodalinio“ mišinio grafikas, dim 1



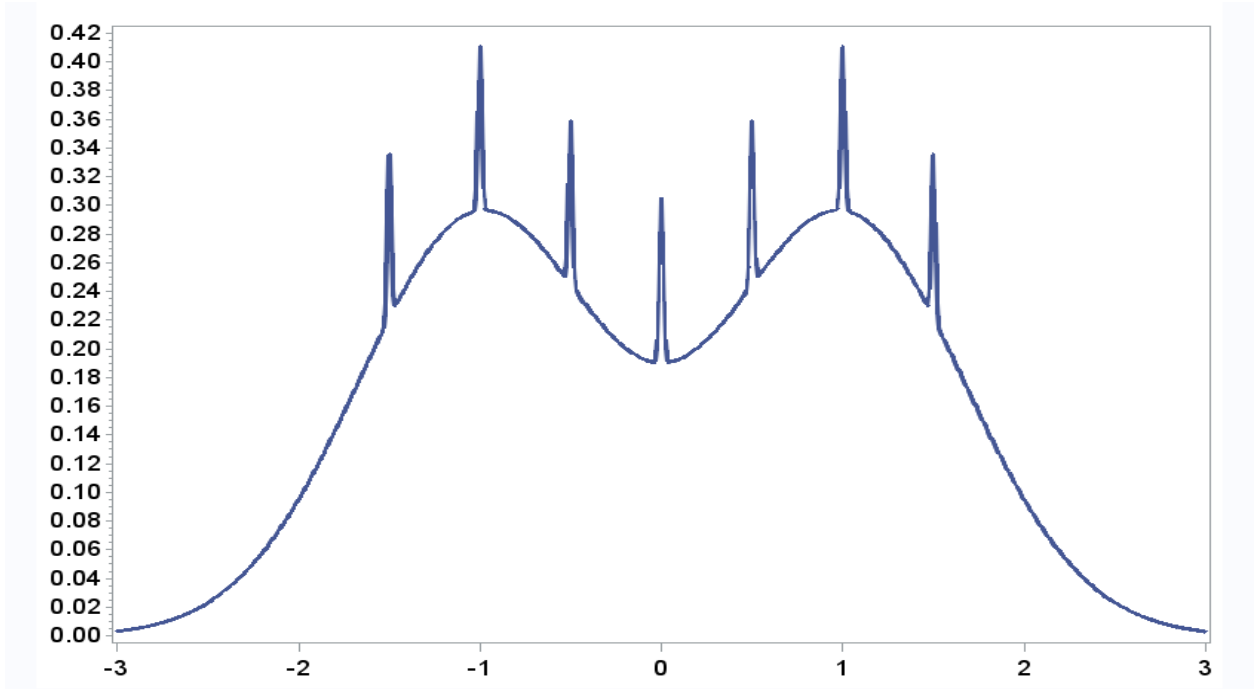
2 priedo 18 pav. „Trimodalinio“ mišinio grafikas, dim 2



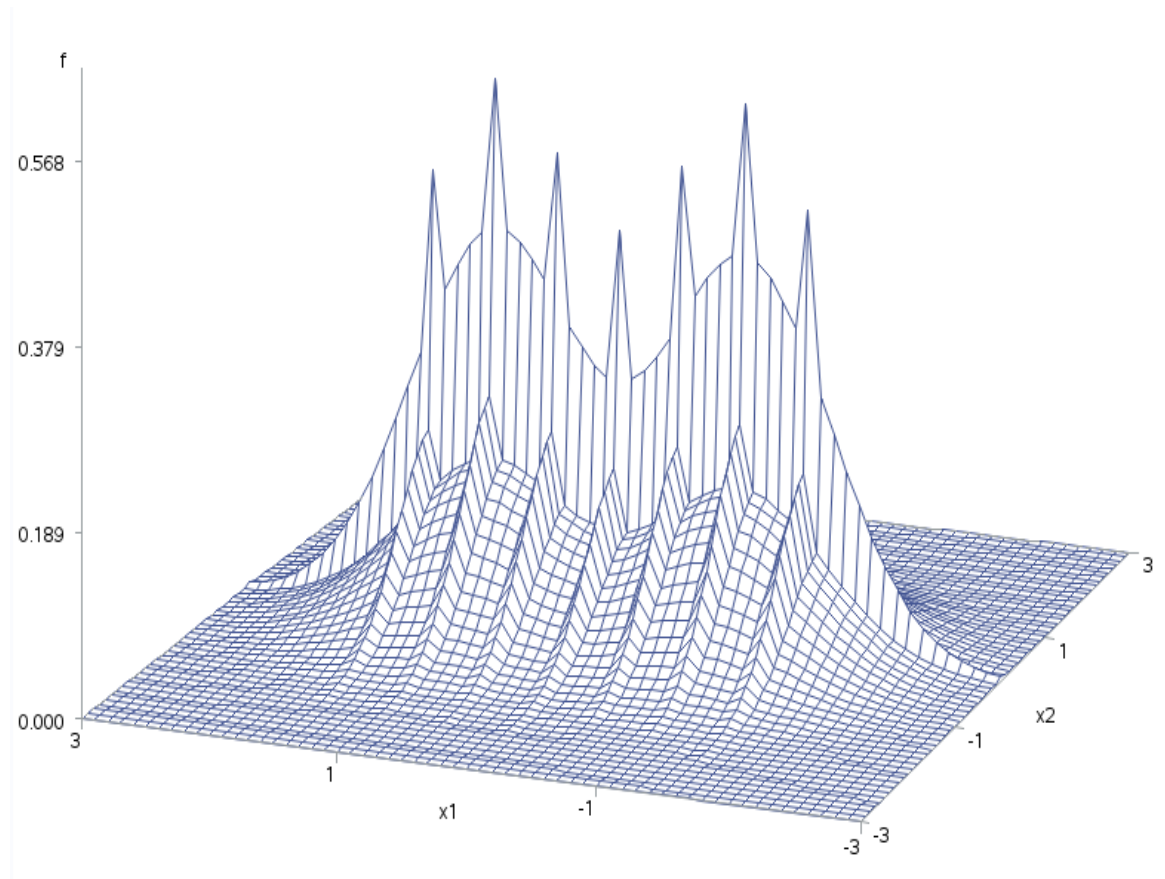
2 priedo 19 pav. „Žnyplių“ mišinio grafikas, dim 1



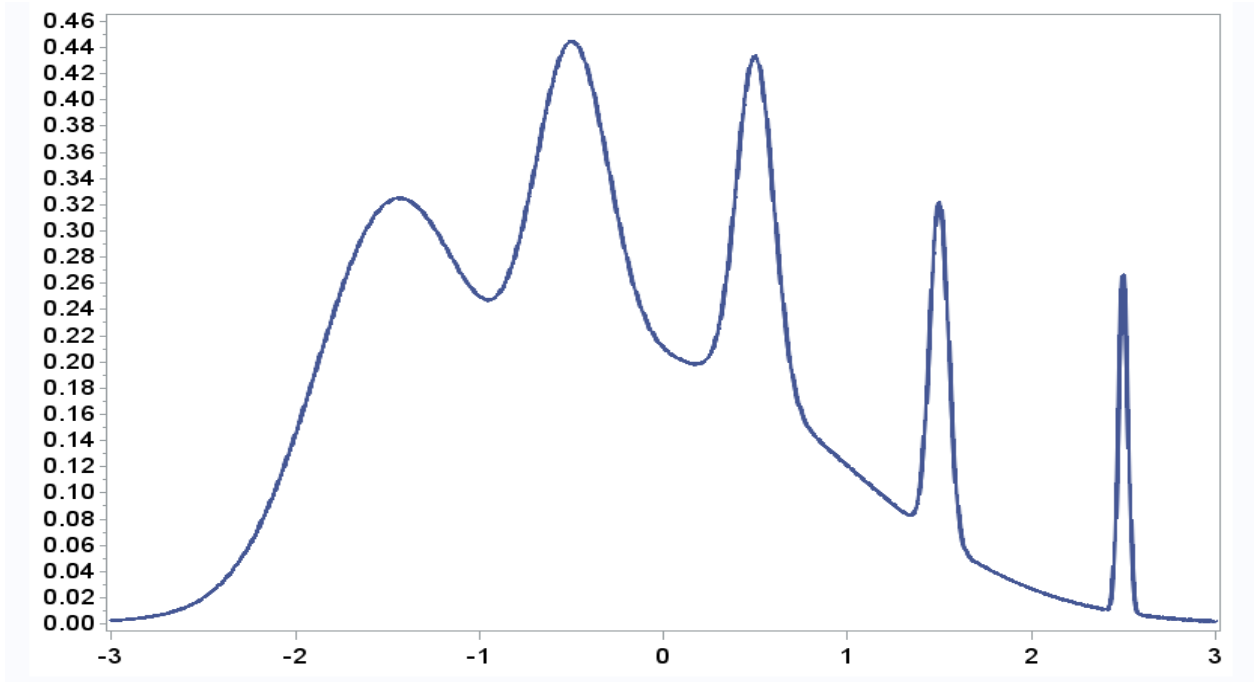
2 priedo 20 pav. „Žnyplių“ mišinio grafikas, dim 2



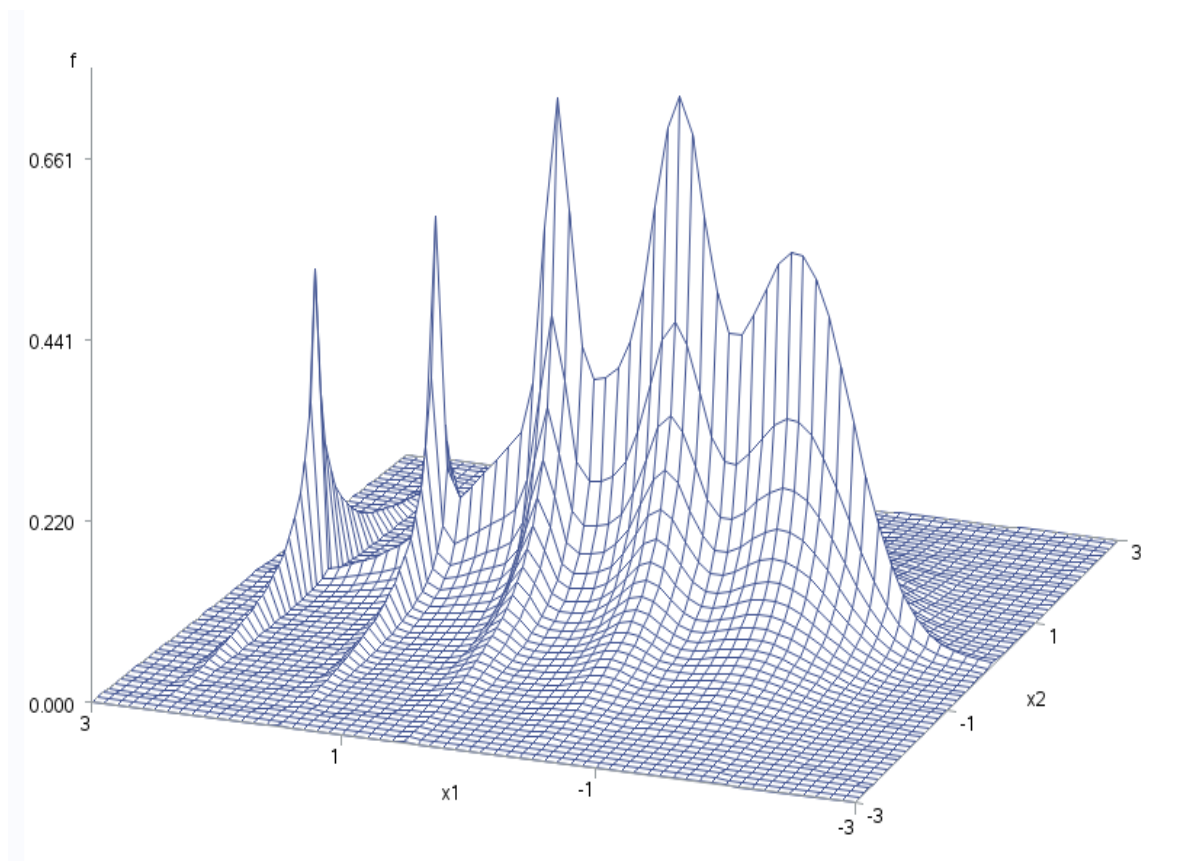
2 priedo 21 pav. „Dvigubų žnyplių“ mišinio grafikas, dim 1



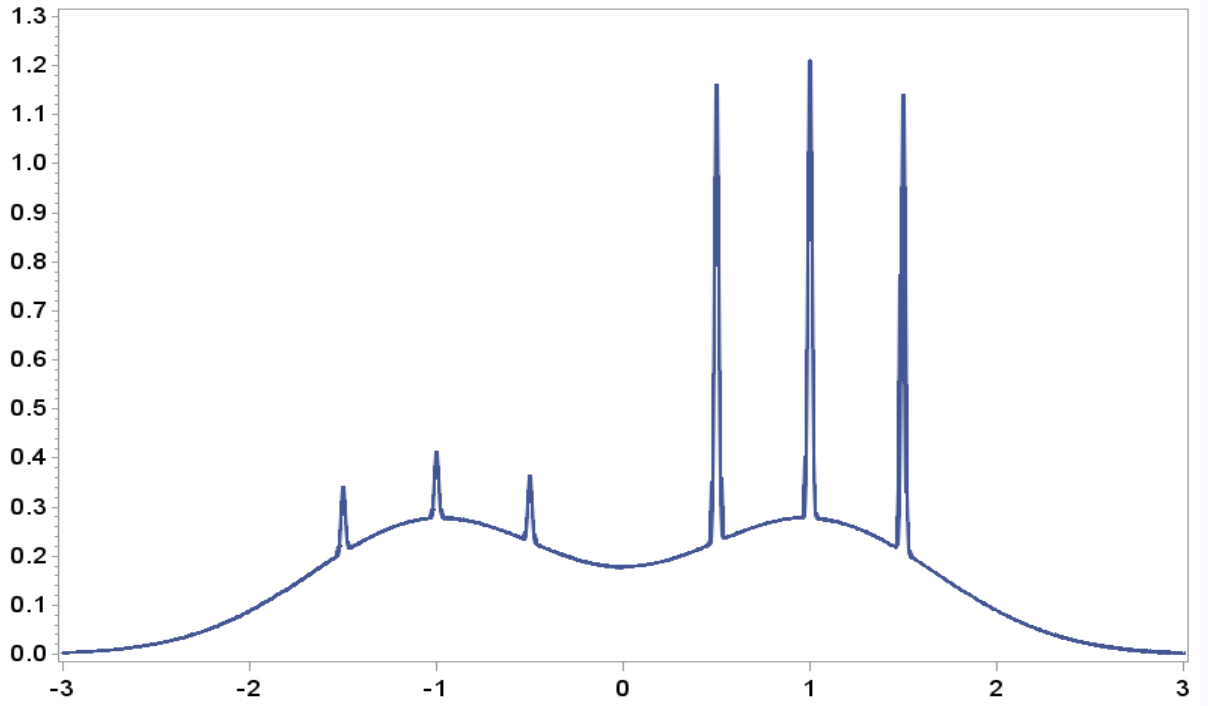
2 priedo 22 pav. „Dvigubų žnyplių“ mišinio grafikas, dim 2



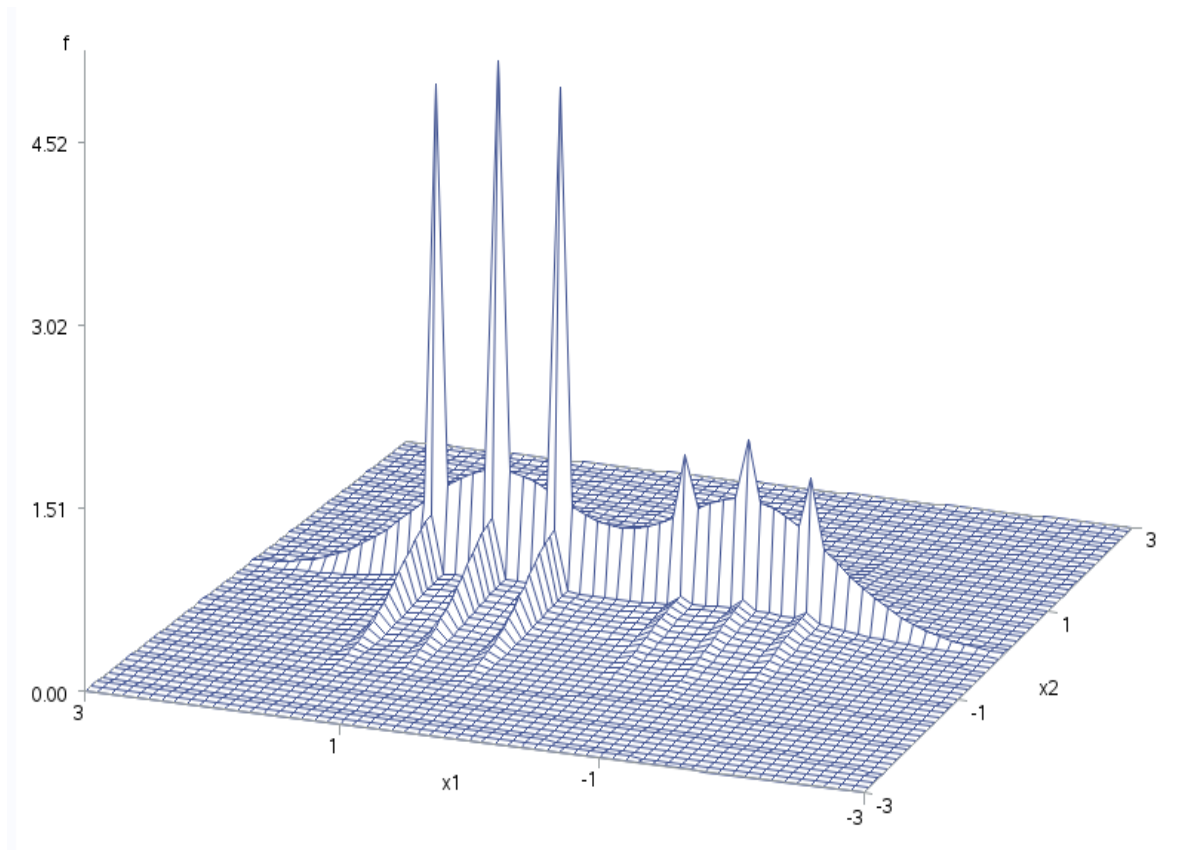
2 priedo 23 pav. „Asimetrinių žnyplių“ mišinio grafikas, dim 1



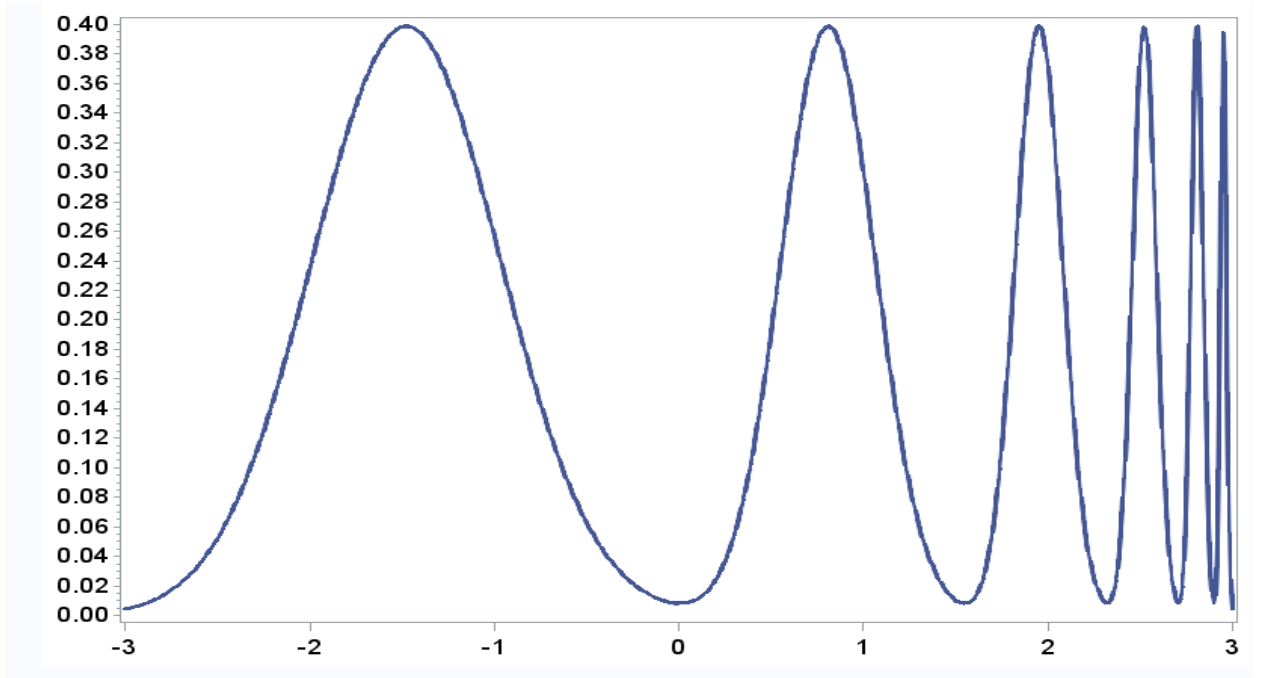
2 priedo 24 pav. „Asimetrinių žnyplių“ mišinio grafikas, dim 2



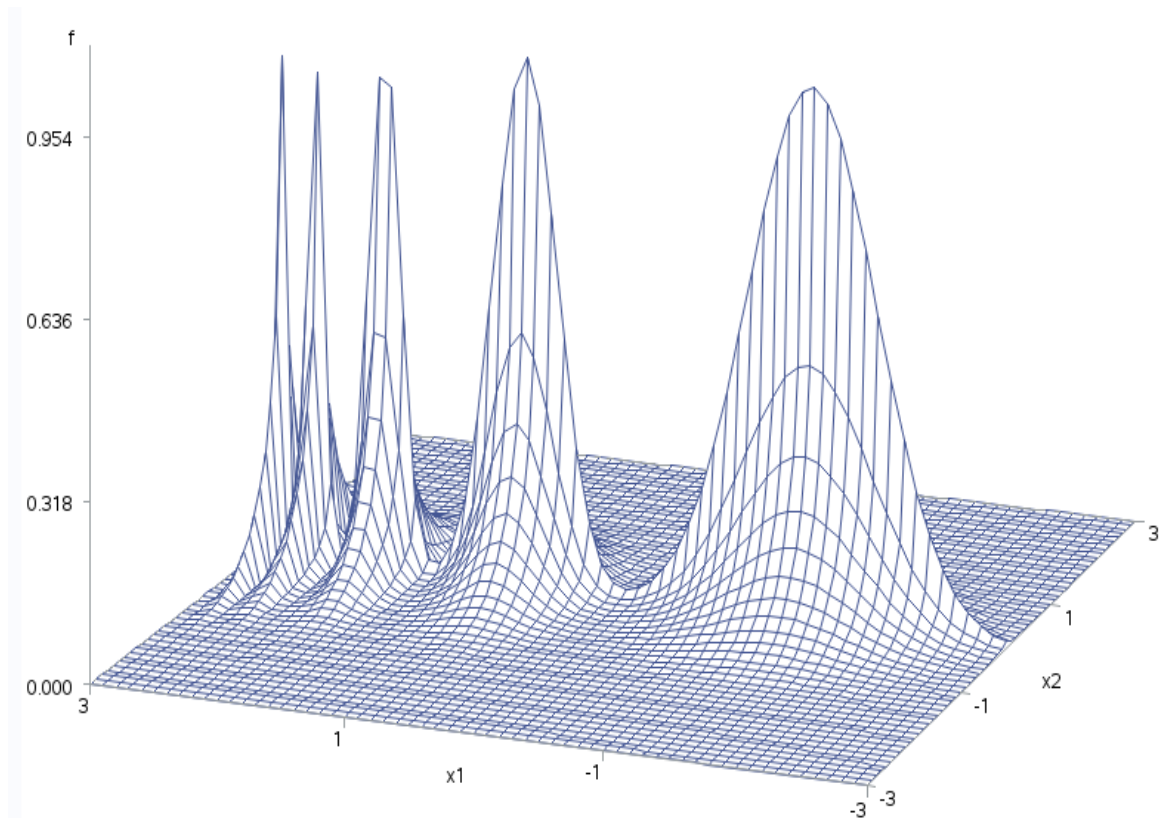
2 priedo 25 pav. „Asimetrinių dvigubų žnyplių“ mišinio grafikas, dim 1



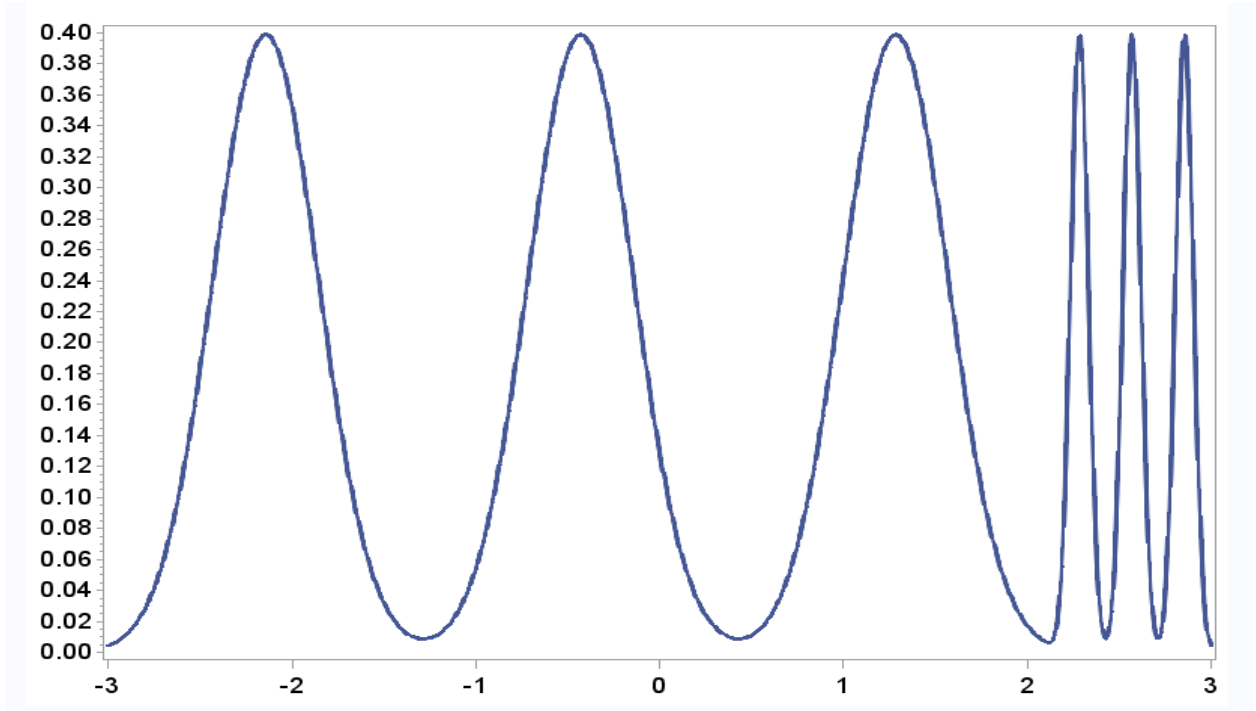
2 priedo 26 pav. „Asimetrinių dvigubų žnyplių“ mišinio grafikas, dim 2



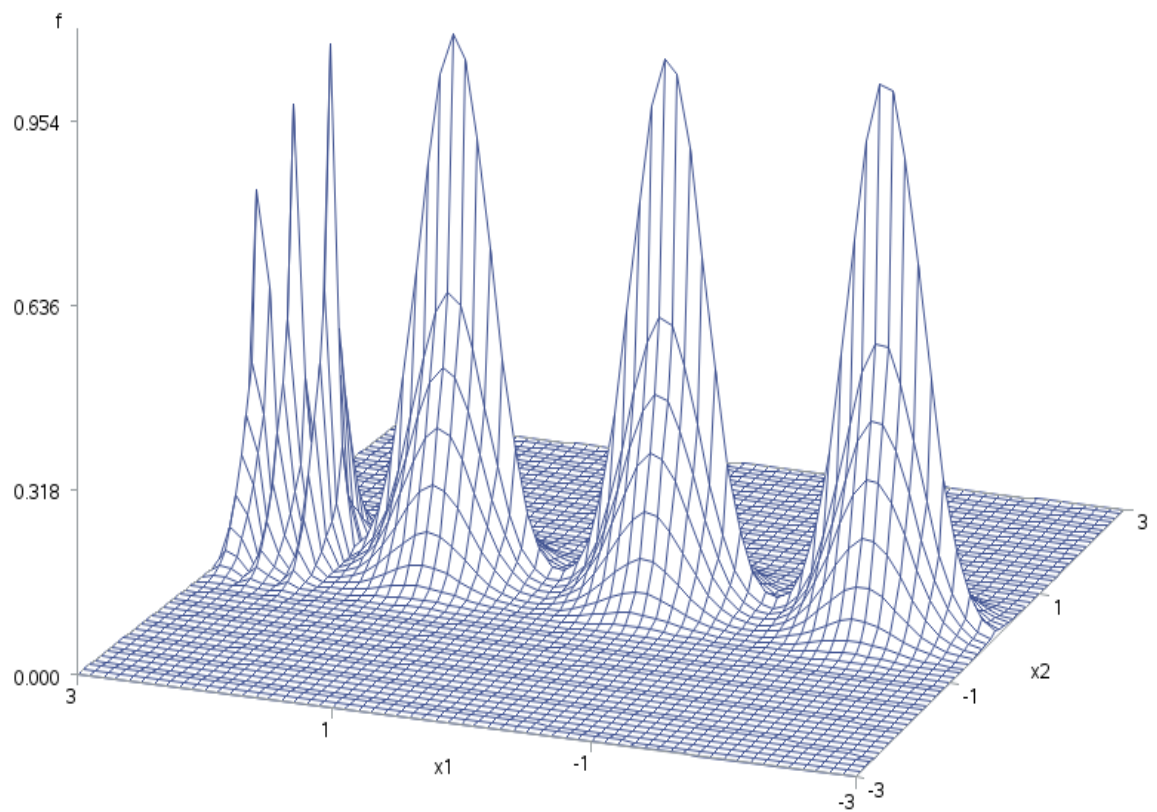
2 priedo 27 pav. „Glotnių šukų“ mišinio grafikas, dim 1



2 priedo 28 pav. „Glotnių šukų“ mišinio grafikas, dim 2



2 priedo 29 pav. „Diskrečių šukų“ mišinio grafikas, dim 1



2 priedo 30 pav. „Diskrečių šukų“ mišinio grafikas, dim 2

3 PRIEDAS. DETALŪS REZULTATAI

Visose rezultatų lentelėse pajuodintu šriftu išskirtos mažiausios paklaidos prie atitinkamų branduolio funkcijų. Kiekvienai imties dimensijai mažiausios reikšmės *min* surašytos pirmoje eilutėje, o atitinkamos medianų *median* reikšmės pažymėtos pasvirusiu šriftu.

3 priedo 1 lentelė.

Gauso MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA.

Branduolio funkcija	Dimensija a	Imties tūriai						
		16	32	64	128	256	512	1024
Gauso	2	0,25967	0,19825	0,17905	0,14008	0,11817	0,11711	0,09459
		<i>0,93522</i>	<i>0,70405</i>	<i>0,54275</i>	<i>0,41395</i>	<i>0,31733</i>	<i>0,24132</i>	<i>0,18452</i>
	5	7,97595	7,00036	5,98859	5,39473	4,71941	4,50555	3,91832
		<i>38,56684</i>	<i>26,43085</i>	<i>21,92595</i>	<i>18,89587</i>	<i>16,56749</i>	<i>14,39163</i>	<i>12,58075</i>
Epanechnikov	2	0,26633	0,20087	0,20245	0,16225	0,17141	0,17150	0,10583
		<i>0,99111</i>	<i>0,74355</i>	<i>0,56766</i>	<i>0,43245</i>	<i>0,41626</i>	<i>0,41530</i>	<i>0,19250</i>
	5	62,65912	53,19434	44,33720	38,85787	34,31591	32,20760	28,58049
		<i>279,74090</i>	<i>191,94650</i>	<i>159,48240</i>	<i>137,35360</i>	<i>120,35250</i>	<i>104,51280</i>	<i>91,21335</i>
Triweight	2	0,35388	0,26529	0,22941	0,18184	0,16028	0,14405	0,12772
		<i>1,16025</i>	<i>0,85341</i>	<i>0,64199</i>	<i>0,48347</i>	<i>0,36511</i>	<i>0,27579</i>	<i>0,21555</i>
	5	112,42500	96,51522	80,49299	69,99157	61,84771	58,36540	51,63003
		<i>505,30900</i>	<i>346,31360</i>	<i>287,74850</i>	<i>247,91310</i>	<i>217,25380</i>	<i>187,14530</i>	<i>164,56340</i>
Siūloma	2	0,15658	0,12785	0,18621	0,16254	0,16277	0,15788	0,14653
		<i>0,45602</i>	<i>0,38280</i>	<i>0,32392</i>	<i>0,27455</i>	<i>0,23724</i>	<i>0,21412</i>	<i>0,18243</i>
	5	0,53977	0,57260	0,62224	0,62994	0,65420	0,65531	0,65293
		<i>0,89423</i>	<i>0,84140</i>	<i>0,80302</i>	<i>0,77152</i>	<i>0,74449</i>	<i>0,72044</i>	<i>0,70065</i>

3 priedo 2 lentelė.

Iškreiptas vienamodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA.

Branduolio funkcija	Dimensija	Imties tūriai						
		16	32	64	128	256	512	1024
Gauso	2	0,29257	0,27202	0,21997	0,19050	0,16887	0,12492	0,10891
		<i>1,18858</i>	<i>0,90634</i>	<i>0,70292</i>	<i>0,53524</i>	<i>0,41060</i>	<i>0,31123</i>	<i>0,23788</i>
	5	11,91503	10,43924	9,38866	9,62871	10,82628	11,58243	11,19313
		<i>96,16762</i>	<i>73,19062</i>	<i>65,80362</i>	<i>60,73116</i>	<i>55,35193</i>	<i>50,06396</i>	<i>44,63277</i>
Epanechnikov	2	0,28239	0,28526	0,23612	0,20461	0,19150	0,18780	0,12660
		<i>1,23942</i>	<i>0,93424</i>	<i>0,71690</i>	<i>0,54665</i>	<i>0,44310</i>	<i>0,37730</i>	<i>0,24041</i>
	5	90,10422	76,72575	69,72450	69,50537	77,47244	84,06018	80,73567
		<i>698,46270</i>	<i>530,76770</i>	<i>479,04480</i>	<i>441,34050</i>	<i>402,57880</i>	<i>364,08530</i>	<i>324,44900</i>
Triweight	2	0,39495	0,34038	0,28601	0,23288	0,19826	0,14711	0,13709
		<i>1,45762</i>	<i>1,08108</i>	<i>0,81998</i>	<i>0,61911</i>	<i>0,46924</i>	<i>0,35227</i>	<i>0,26594</i>
	5	163,41730	139,02220	125,97570	125,33090	127,25140	132,66010	145,66660
		<i>1260,37000</i>	<i>957,60500</i>	<i>864,23300</i>	<i>796,64240</i>	<i>717,45210</i>	<i>684,51230</i>	<i>585,50700</i>
Siūloma	2	0,16761	0,17719	0,17755	0,16877	0,16932	0,15045	0,14698
		<i>0,48125</i>	<i>0,40669</i>	<i>0,34730</i>	<i>0,29620</i>	<i>0,25450</i>	<i>0,22124</i>	<i>0,19327</i>
	5	0,57522	0,58577	0,63248	0,63942	0,64742	0,66424	0,66282
		<i>0,88597</i>	<i>0,83559</i>	<i>0,79869</i>	<i>0,77296</i>	<i>0,75205</i>	<i>0,73300</i>	<i>0,71613</i>

3 priedo 3 lentelė.

Itin iškreiptas MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA.

Branduolio funkcija	Dimensija	Imties tūriai						
		16	32	64	128	256	512	1024
Gauso	2	0,98344	0,90191	1,03278	1,07366	1,18825	1,46533	1,58911
		<i>3,36865</i>	<i>2,84729</i>	<i>2,62926</i>	<i>2,49135</i>	<i>2,41415</i>	<i>2,34004</i>	<i>2,27804</i>
	5	1,00000	70,32561	64,83208	64,19962	56,2817	61,97713	53,4928
		<i>3047,913</i>	<i>740,39610</i>	<i>405,00430</i>	<i>315,83210</i>	<i>269,065</i>	<i>239,64190</i>	<i>215,372</i>
Epanechnikov	2	0,99128	0,92079	1,06536	1,13143	1,20433	1,51320	1,65849
		<i>3,58296</i>	<i>3,00159</i>	<i>2,76403</i>	<i>2,59291</i>	<i>2,47397</i>	<i>2,35060</i>	<i>2,27473</i>
	5	1,00000	1,00000	453,89590	433,79350	367,096	364,82860	308,546
		<i>17184,86</i>	<i>5300,52000</i>	<i>2856,8530</i>	<i>2199,1460</i>	<i>1853,65</i>	<i>1646,74400</i>	<i>1467,07</i>
Triweight	2	1,13030	1,01100	1,17490	1,19528	1,26663	1,56561	1,71847
		<i>4,05281</i>	<i>3,29452</i>	<i>2,96470</i>	<i>2,73067</i>	<i>2,56897</i>	<i>2,43306</i>	<i>2,34179</i>
	5	1	1	803,49717	779,55852	751,219	690,4101	553,392
		<i>27481,50</i>	<i>9529,41344</i>	<i>5144,8019</i>	<i>3962,1183</i>	<i>2733,36</i>	<i>1845,3692</i>	<i>2643,44</i>
Siūloma	2	0,47793	0,58151	0,69412	0,83289	0,91302	1,17452	1,34605
		<i>1,42929</i>	<i>1,58617</i>	<i>1,74224</i>	<i>1,83451</i>	<i>1,88561</i>	<i>1,88785</i>	<i>1,89356</i>
	5	0,64950	0,77359	0,87510	1,05234	1,19068	1,72849	2,24241
		<i>1,04860</i>	<i>2,44385</i>	<i>3,88816</i>	<i>4,93571</i>	<i>5,52781</i>	<i>5,54779</i>	<i>5,15557</i>

3 priedo 4 lentelė.

Lėkštas vienamodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA.

Branduolio funkcija	Dimensija	Imties tūriai						
		16	32	64	128	256	512	1024
Gauso	2	0,82263	0,76422	0,66880	0,61213	0,56604	0,51974	0,46091
		<i>1,73572</i>	<i>1,34424</i>	<i>1,10106</i>	<i>0,91838</i>	<i>0,78340</i>	<i>0,67492</i>	<i>0,58653</i>
	5	18,44818	15,81647	13,94787	11,22905	11,85029	10,18153	10,48207
		<i>126,21230</i>	<i>72,25452</i>	<i>56,31368</i>	<i>48,02907</i>	<i>41,68808</i>	<i>36,53741</i>	<i>31,70857</i>
Epanechnikov	2	0,77297	0,64288	0,63732	0,59220	0,55390	0,51170	0,45289
		<i>1,80256</i>	<i>1,40024</i>	<i>1,14504</i>	<i>0,95226</i>	<i>0,75140</i>	<i>0,58950</i>	<i>0,58302</i>
	5	137,31970	114,74180	98,92465	77,72628	82,65906	70,23592	72,28885
		<i>911,70475</i>	<i>520,98540</i>	<i>405,76840</i>	<i>345,40310</i>	<i>299,52490</i>	<i>262,65990</i>	<i>226,92160</i>
Triweight	2	0,94795	0,77802	0,67905	0,62901	0,57463	1,00000	0,44633
		<i>2,05586</i>	<i>1,55712</i>	<i>1,24476</i>	<i>1,01065</i>	<i>0,83870</i>	<i>0,70015</i>	<i>0,58895</i>
	5	248,51549	207,78970	177,34340	140,10390	114,14020	87,44510	130,00890
		<i>1644,25557</i>	<i>940,41290</i>	<i>731,69940</i>	<i>622,63100</i>	<i>480,23640</i>	<i>347,15960</i>	<i>409,04440</i>
Siūloma	2	0,29280	0,33405	0,39032	0,41922	0,42445	0,43939	0,40750
		<i>0,77725</i>	<i>0,73225</i>	<i>0,68678</i>	<i>0,64102</i>	<i>0,58122</i>	<i>0,54664</i>	<i>0,50031</i>
	5	0,65625	0,72946	0,75368	0,77818	0,80102	0,81320	0,82914
		<i>0,98486</i>	<i>0,99459</i>	<i>1,00139</i>	<i>0,99245</i>	<i>0,97871</i>	<i>0,96140</i>	<i>0,94195</i>

3 priedo 5 lentelė.

Išsiskiriantis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA.

Branduolio funkcija	Dimensija a	Imties tūriai						
		16	32	64	128	256	512	1024
Gauso	2	0,37192	0,37070	0,39908	1,08891	0,78905	0,74031	0,63510
		<i>8,34304</i>	<i>5,03139</i>	<i>3,41160</i>	<i>2,46589</i>	<i>1,86400</i>	<i>1,41045</i>	<i>1,07293</i>
	5	1,00000	1,00000	10,69586	557,69650	494,40450	415,30820	451,66340
		<i>43479,8</i>	<i>17338,150</i>	<i>6941,771</i>	<i>3599,8630</i>	<i>2521,0830</i>	<i>2082,1400</i>	<i>1786,1460</i>
Epanechnikov	2	0,47916	10,57150	0,47916	10,57150	0,47916	10,57150	0,47916
		<i>0,47084</i>	<i>6,19588</i>	<i>0,47084</i>	<i>6,19588</i>	<i>0,47084</i>	<i>6,19588</i>	<i>0,47084</i>
	5	1,00000	1,00000	1,00000	4055,0000	3520,3990	3020,2950	3285,0950
		<i>123757,4</i>	<i>113094,4</i>	<i>50466,40</i>	<i>26228,160</i>	<i>2124,3200</i>	<i>15165,460</i>	<i>13010,430</i>
Triweight	2	0,47916	0,47084	0,46870	1,31805	0,91398	0,77709	0,63157
		<i>10,5715</i>	<i>6,19588</i>	<i>4,07004</i>	<i>2,85419</i>	<i>2,09943</i>	<i>1,53958</i>	<i>1,13408</i>
	5	1,00000	1,00000	1,00000	7317,2780	6493,2170	5511,0120	5928,0970
		<i>1,00000</i>	<i>163190,00</i>	<i>88585,34</i>	<i>47331,720</i>	<i>33141,800</i>	<i>25441,020</i>	<i>23478,740</i>
Siūloma	2	0,19466	0,19096	0,18067	0,22217	0,26142	0,31835	0,33681
		0,70547	0,72252	0,74519	0,71289	0,66311	0,56583	0,48633
	5	0,55923	0,60361	0,66777	0,67229	0,67875	0,72561	0,73186
		0,92575	0,90376	0,89680	0,89729	0,89543	0,88285	0,85730

3 priedo 6 lentelė.

Dvimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA.

Branduolio funkcija	Dimensija	Imties tūriai						
		16	32	64	128	256	512	1024
Gauso	2	0,12688	0,16232	0,14878	0,14204	0,13696	0,13096	0,10281
		0,77919	0,61304	0,49307	0,39309	0,31091	0,22873	0,19163
	5	6,32491	5,70108	5,47284	4,61457	3,98336	3,66454	3,26356
		<i>31,91679</i>	<i>22,50647</i>	<i>18,31573</i>	<i>15,67267</i>	<i>13,43199</i>	<i>11,76474</i>	<i>10,09602</i>
Epanechnikov	2	0,15218	0,19676	0,17254	0,14700	0,13740	0,13120	0,10205
		<i>0,84205</i>	<i>0,64630</i>	<i>0,50805</i>	<i>0,39512</i>	<i>0,28150</i>	<i>0,21540</i>	<i>0,18480</i>
	5	49,50413	43,94182	41,77785	33,05067	29,44110	26,86605	23,64620
		<i>231,61930</i>	<i>163,31630</i>	<i>132,98927</i>	<i>113,77030</i>	<i>99,14550</i>	<i>85,36855</i>	<i>73,12198</i>
Triweight	2	0,21684	0,23092	0,20528	0,17313	0,15010	0,13770	0,10848
		<i>0,96843</i>	<i>0,72532</i>	<i>0,56203</i>	<i>0,43248</i>	<i>0,31750</i>	<i>0,22120</i>	<i>0,19631</i>
	5	90,14136	80,12720	75,58018	59,65200	43,12450	28,12550	42,70961
		<i>418,17279</i>	<i>294,41100</i>	<i>239,95456</i>	<i>205,29690</i>	<i>168,55100</i>	<i>134,69810</i>	<i>132,02770</i>
Siūloma	2	0,17838	0,20511	0,20130	0,17847	0,16422	0,15760	0,15331
		<i>0,46676</i>	<i>0,39441</i>	<i>0,33730</i>	<i>0,28919</i>	<i>0,26124</i>	<i>0,21598</i>	<i>0,19030</i>
	5	0,54827	0,60810	0,63646	0,64288	0,63052	0,63904	0,64822
		0,89560	0,84279	0,80338	0,77114	0,74335	0,71934	0,69825

3 priedo 7 lentelė.

Suskaidytas dvimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA.

Branduolio funkcija	Dimensija	Imties tūriai						
		16	32	64	128	256	512	1024
Gauso	2	0,17926	0,23491	0,26591	0,29212	0,28692	0,28615	0,25253
		<i>0,77913</i>	<i>0,73956</i>	<i>0,67108</i>	<i>0,58821</i>	<i>0,50521</i>	<i>0,42757</i>	<i>0,35858</i>
	5	3,03809	3,22635	3,27607	2,73939	2,93679	2,43588	2,82024
		<i>23,07789</i>	<i>16,19458</i>	<i>13,35155</i>	<i>11,64706</i>	<i>10,05823</i>	<i>8,74689</i>	<i>7,53874</i>
Epanechnikov	2	0,16373	0,21394	0,25437	0,25125	0,23340	0,22120	0,18595
		0,86753	0,72436	0,62866	0,52793	0,43140	0,36220	0,28666
	5	26,71423	27,31682	24,68433	20,93244	18,54210	17,74236	19,14065
		<i>168,01483</i>	<i>117,84690</i>	<i>96,70557</i>	<i>83,83724</i>	<i>70,36140</i>	<i>62,25453</i>	<i>53,35890</i>
Triweight	2	0,17250	0,21440	0,25658	0,24172	0,22130	0,19320	0,18505
		<i>0,79948</i>	<i>0,76431</i>	<i>0,64966</i>	0,54034	0,48760	0,39540	0,28915
	5	49,01397	49,46492	44,63257	37,43702	37,97258	32,11328	33,67307
		<i>303,49193</i>	<i>212,47130</i>	<i>174,51955</i>	<i>151,23970</i>	<i>130,01970</i>	<i>112,33170</i>	<i>98,51368</i>
Siūloma	2	0,27800	0,30579	0,33311	0,31047	0,30042	0,29871	0,26150
		<i>0,63277</i>	<i>0,60014</i>	<i>0,55374</i>	<i>0,48213</i>	<i>0,42112</i>	<i>0,37679</i>	<i>0,32593</i>
	5	0,52169	0,65364	0,66895	0,67125	0,67981	0,68232	0,68541
		0,91047	0,87054	0,83968	0,81171	0,78340	0,75540	0,72923

3 priedo 8 lentelė.

Iškreiptas dvimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA.

Branduolio funkcija	Dimensija	Imties tūriai						
		16	32	64	128	256	512	1024
Gauso	2	0,19744	0,22280	0,22690	0,21544	0,21263	0,18953	0,16070
		0,99219	<i>0,79364</i>	0,63954	<i>0,50767</i>	<i>0,40357</i>	<i>0,31874</i>	<i>0,25218</i>
	5	11,05834	8,96106	7,40020	6,64461	6,19109	5,28275	5,70468
		<i>54,40863</i>	<i>37,67586</i>	<i>30,62832</i>	<i>26,83991</i>	<i>23,45363</i>	<i>20,62388</i>	<i>17,87616</i>
Epanechnikov	2	0,22485	0,22712	0,24681	0,20899	0,18660	0,17759	0,14457
		<i>1,04403</i>	<i>0,81870</i>	<i>0,64998</i>	<i>0,50270</i>	<i>0,40120</i>	<i>0,30655</i>	<i>0,23769</i>
	5	82,25952	65,19168	53,70160	45,78047	40,17480	36,03171	39,90128
		<i>394,48320</i>	<i>271,13090</i>	<i>220,79729</i>	<i>193,21390</i>	<i>168,12340</i>	<i>148,38590</i>	<i>128,45560</i>
Triweight	2	0,29970	0,25874	0,26704	0,22572	0,21030	0,19980	0,14969
		<i>1,19954</i>	<i>0,92229</i>	<i>0,72075</i>	<i>0,55051</i>	<i>0,43120</i>	<i>0,36990</i>	<i>0,25228</i>
	5	148,99121	118,42660	96,43868	82,54217	75,12450	64,98043	72,00023
		<i>711,63535</i>	<i>489,42150</i>	<i>398,52544</i>	<i>348,19540</i>	<i>280,30140</i>	<i>267,67370</i>	<i>231,79380</i>
Siūloma	2	0,21088	0,20269	0,24074	0,22142	0,19947	0,18708	0,17211
		<i>0,50914</i>	0,44263	<i>0,38344</i>	<i>0,34563</i>	<i>0,28513</i>	<i>0,24686</i>	<i>0,21463</i>
	5	0,59320	0,63975	0,65195	0,66130	0,67153	0,66944	0,66706
		0,91166	0,87083	0,83344	0,80049	0,77039	0,75147	0,71971

3 priedo 9 lentelė.

Trimodalinis MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA.

Branduolio funkcija	Dimensija	Imties tūriai						
		16	32	64	128	256	512	1024
Gauso	2	0,13099	0,16233	0,17007	0,19533	0,16697	0,17843	0,15043
		0,79488	0,63612	0,52310	0,42937	0,35107	0,28636	0,23329
	5	6,65789	6,38239	5,59250	4,99097	4,50773	4,05404	3,83877
		36,25984	24,94654	20,20795	17,28450	14,74280	12,93287	11,16936
Epanechnikov	2	0,16611	0,17261	0,19499	0,18297	0,17010	0,16957	0,13018
		0,84841	0,66679	0,53241	0,42743	0,31420	0,27071	0,21559
	5	52,55364	48,95175	41,31192	36,36385	32,12450	28,74892	27,27782
		262,65179	180,53830	146,18418	124,95910	367,50410	932,21070	80,52743
Triweight	2	0,18908	0,19340	0,20473	0,18751	0,18060	0,17169	0,13451
		0,97320	0,74321	0,58174	0,46015	0,36120	0,28402	0,22435
	5	95,35354	89,08723	74,54037	64,66752	58,12340	51,95167	49,32596
		473,83394	326,20270	263,96578	225,36530	201,36660	168,10490	145,25120
Siūloma	2	0,21198	0,22551	0,21927	0,19452	0,19004	0,19290	0,17860
		0,49241	0,42816	0,37332	0,31024	0,26713	0,24770	0,21769
	5	0,53984	0,60184	0,63908	0,63960	0,64363	0,65142	0,65306
		0,90112	0,85205	0,81356	0,78233	0,75428	0,73221	0,70665

3 priedo 10 lentelė.

Žnyplių MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA.

Branduolio funkcija	Dimensija	Imties tūriai						
		16	32	64	128	256	512	1024
Gauso	2	0,51207	0,62178	0,67036	0,65489	0,62652	0,58834	0,55099
		1,83071	1,45348	1,20404	1,01409	0,87191	0,75935	0,67016
	5	27,09364	22,04855	20,13499	17,41834	18,58538	16,13745	14,40555
		216,05997	112,64780	87,12342	73,76379	64,46716	56,14649	48,69991
Epanechnikov	2	0,47188	0,59214	0,62842	0,61184	0,58750	0,56952	0,52927
		1,87678	1,47979	1,21599	1,01530	0,90080	0,75451	0,66328
	5	195,86999	156,46770	143,06977	120,4668	115,2698	111,5410	99,52393
		1565,88659	812,21170	628,46199	530,7810	470,6602	403,1469	349,2465
Triweight	2	0,54974	0,64548	0,67696	0,64459	0,61220	0,57466	0,52812
		2,12878	1,64473	1,32643	1,08583	0,97440	0,77669	0,67030
	5	353,70938	279,12330	258,38168	216,7449	178,5541	154,1245	179,2125
		2825,1224	1465,4270	1133,5928	957,31610	781,23880	532,25630	629,64940
Siūloma	2	0,38478	0,44543	0,51819	0,52667	0,52044	0,51767	0,49702
		0,81074	0,78273	0,74503	0,70023	0,66777	0,61286	0,57046
	5	0,64078	0,76688	0,83660	0,84974	0,88566	0,89422	0,90728
		0,98583	1,03327	1,08003	1,08571	1,07892	1,05920	1,03707

3 priedo 11 lentelė.

Dvigubų žnyplių MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA.

Branduolio funkcija	Dimensija	Imties tūriai						
		16	32	64	128	256	512	1024
Gauso	2	0,13458	0,18825	0,15823	0,16873	0,15960	0,13713	0,12165
		0,80639	0,63555	0,51145	0,40774	0,32501	0,25798	0,20559
	5	6,47440	6,12773	5,60642	4,75774	4,13196	3,85683	3,40807
		33,31726	23,49231	19,11824	16,25756	13,94913	12,25572	10,55745
Epanechnikov	2	0,17103	0,21129	0,18789	0,18689	0,15616	0,13951	0,12234
		0,87012	0,67171	0,52812	0,41454	0,32533	0,25565	0,20315
	5	50,53483	48,00375	40,88318	33,98521	30,30815	26,91240	24,54569
		241,83668	170,33800	138,58317	118,10120	101,18320	87,21540	76,45787
Triweight	2	0,23403	0,24011	0,21919	0,20304	0,17120	0,15185	0,12772
		1,00144	0,75457	0,58459	0,45289	0,37440	0,27374	0,21555
	5	92,00139	87,43373	72,74367	61,29864	54,58507	42,36970	44,34669
		436,00946	307,45130	250,06467	212,95530	182,57030	153,21430	137,85870
Siūloma	2	0,17437	0,20487	0,19239	0,18347	0,17445	0,16266	0,14862
		0,47458	0,40296	0,34422	0,29502	0,26998	0,22011	0,20144
	5	0,54925	0,62094	0,61016	0,62458	0,62559	0,64188	0,64710
		0,89578	0,84350	0,80467	0,77257	0,74472	0,72075	0,69948

3 priedo 12 lentelė.

Asimetrinių žnyplių MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA.

Branduolio funkcija	Dimensija	Imties tūriai						
		16	32	64	128	256	512	1024
Gauso	2	0,32075	0,39462	0,31623	0,40563	0,35216	0,34309	0,32564
		1,23008	1,00206	0,83436	0,70316	0,59683	0,51169	0,44257
	5	18,15282	15,42587	12,93466	11,48986	11,43141	10,18684	9,16144
		107,63540	67,61912	54,93815	47,82278	42,33149	36,99051	32,31291
Epanechnikov	2	0,32355	0,39726	0,35372	0,40202	0,34110	0,32780	0,30338
		1,27622	1,02674	0,84728	0,70922	0,58710	0,49990	0,43059
	5	129,94429	109,63930	91,56847	80,22696	76,03300	70,99137	64,05019
		778,19118	487,67840	396,69154	344,65330	294,14750	266,12200	232,15490
Triweight	2	0,37124	0,43217	0,37764	0,41758	0,36110	0,33370	0,30498
		1,45075	1,14081	0,92478	0,75786	0,66120	0,50440	0,44031
	5	233,95949	198,42900	165,70823	144,12830	145,23070	143,21450	115,52600
		1404,53846	880,03360	715,62721	621,79140	549,94910	457,23650	418,65670
Siūloma	2	0,26190	0,28429	0,29758	0,29991	0,30121	0,29592	0,29459
		0,60698	0,55851	0,51230	0,47441	0,43414	0,39809	0,36444
	5	0,60206	0,68142	0,69231	0,71726	0,73311	0,72358	0,74280
		0,92919	0,90681	0,89142	0,87386	0,85519	0,83528	0,81380

3 priedo 13 lentelė.

Asimetrinių dvigubų žnyplių MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA.

Branduolio funkcija	Dimensija	Imties tūriai						
		16	32	64	128	256	512	1024
Gauso	2	0,21875	0,22659	0,24055	0,21700	0,23260	0,21199	0,20708
		<i>0,90111</i>	<i>0,71854</i>	<i>0,58693</i>	<i>0,48461</i>	<i>0,40422</i>	<i>0,34507</i>	<i>0,29965</i>
	5	7,57331	7,00115	6,04646	5,57778	4,65294	4,37025	3,97746
		<i>37,93730</i>	<i>26,24507</i>	<i>21,34569</i>	<i>18,13304</i>	<i>15,66852</i>	<i>13,69318</i>	<i>11,89173</i>
Epanechnikov	2	0,23350	0,25763	0,24979	0,22976	0,24925	0,22200	0,22018
		<i>0,96839</i>	<i>0,76116</i>	<i>0,61375</i>	<i>0,50421</i>	<i>0,41858</i>	<i>0,35611</i>	<i>0,30870</i>
	5	58,10741	52,52679	44,63818	39,16058	33,60950	26,55140	27,98225
		<i>273,86091</i>	<i>189,19880</i>	<i>154,23889</i>	<i>131,12520</i>	<i>112,87020</i>	<i>89,63330</i>	<i>85,56921</i>
Triweight	2	0,32003	0,28471	0,29251	0,24768	0,26269	0,24120	0,22708
		<i>1,10878</i>	<i>0,85172</i>	<i>0,67559</i>	<i>0,54439</i>	<i>0,44585</i>	<i>0,37880</i>	<i>0,32050</i>
	5	105,24945	95,39964	80,74961	69,69940	60,57162	54,89933	50,44394
		<i>494,15809</i>	<i>341,53290</i>	<i>278,10562</i>	<i>236,41010</i>	<i>203,64270</i>	<i>177,89010</i>	<i>154,23520</i>
Siūloma	2	0,16142	0,20522	0,19235	0,19762	0,18988	0,17637	0,17379
		0,51083	0,44133	0,38377	0,33846	0,30119	0,27464	0,25577
	5	0,56574	0,61746	0,63224	0,64038	0,65113	0,63847	0,67195
		0,90858	0,85655	0,81796	0,78851	0,76433	0,74473	0,72828

3 priedo 14 lentelė.

Glotnių šukų MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA.

Branduolio funkcija	Dimensija	Imties tūriai						
		16	32	64	128	256	512	1024
Gauso	2	0,26344	0,28943	0,33299	0,37873	0,41510	0,42361	0,44138
		<i>0,80258</i>	<i>0,79865</i>	<i>0,77455</i>	<i>0,73455</i>	<i>0,68368</i>	<i>0,63217</i>	<i>0,58016</i>
	5	5,43168	4,10045	4,12035	3,50964	4,11040	3,36303	3,38373
		<i>34,48237</i>	<i>21,99414</i>	<i>17,99142</i>	<i>15,72797</i>	<i>13,82251</i>	<i>12,11221</i>	<i>10,62167</i>
Epanechnikov	2	0,25283	0,28494	0,31472	0,36597	0,38846	0,39403	0,39715
		<i>0,83123</i>	<i>0,80978</i>	<i>0,78424</i>	<i>0,71185</i>	0,64710	0,58909	0,52614
	5	41,05826	30,84745	30,69062	24,10179	26,87598	23,14780	22,21856
		<i>248,84179</i>	<i>157,88160</i>	<i>127,95224</i>	<i>111,52050</i>	<i>97,73567</i>	<i>79,63210</i>	<i>74,05305</i>
Triweight	2	0,21118	0,27285	0,30577	0,36198	0,38910	0,39770	0,40610
		0,71299	0,84061	0,76967	0,71661	<i>0,66120</i>	<i>0,61010</i>	<i>0,53300</i>
	5	74,70249	55,82425	55,02230	43,33514	48,34980	39,49002	39,92572
		<i>449,22313</i>	<i>284,70950</i>	<i>230,52581</i>	<i>201,02130</i>	<i>176,18780</i>	<i>153,15750</i>	<i>133,40540</i>
Siūloma	2	0,22791	0,35008	0,42437	0,41712	0,45271	0,45734	0,46019
		<i>0,88694</i>	<i>0,70962</i>	<i>0,70401</i>	<i>0,68109</i>	<i>0,64523</i>	<i>0,60519</i>	<i>0,56409</i>
	5	0,62179	0,69024	0,72279	0,74616	0,76782	0,76691	0,76645
		0,93918	0,91736	0,90486	0,89435	0,87813	0,84785	0,83918

3 priedo 15 lentelė.

Diskrečių šukų MIŠINYS. MAPE PAKLAIDA.

Branduolio funkcija	Dimensija	Imties tūriai						
		16	32	64	128	256	512	1024
Gauso	2	0,23408	0,31974	0,40647	0,42227	0,49707	0,50140	0,51919
		0,88558	0,82872	0,82637	0,80952	0,77853	0,74017	0,69577
	5	3,82241	3,48415	3,22430	2,94629	2,97000	2,62658	2,83092
		24,15121	16,88425	13,80105	11,91321	10,33826	9,11467	7,90369
Epanechnikov	2	0,23772	0,34389	0,41036	0,41828	0,48876	0,50070	0,48990
		0,83245	0,86153	0,85999	0,83346	0,78118	0,73120	0,64824
	5	31,77591	26,32720	25,17802	21,95199	21,49233	20,44120	18,68896
		175,34243	121,92280	99,49825	85,03988	73,38742	61,23580	54,65396
Triweight	2	0,21639	0,30686	0,39322	0,40190	0,42050	0,45949	0,47208
		0,80337	0,88524	0,86229	0,82129	0,74510	0,69971	0,63152
	5	57,94806	47,89932	45,79761	39,37748	38,80431	36,14500	33,67307
		315,65481	219,72280	179,50237	153,36190	132,17450	114,36980	98,51368
Siūloma	2	0,35335	0,44044	0,49799	0,52204	0,56176	0,54244	0,55624
		0,74266	0,77377	0,80661	0,80932	0,78227	0,74049	0,68863
	5	0,62076	0,64681	0,74030	0,76498	0,77811	0,78762	0,79883
		0,93868	0,91959	0,91196	0,91161	0,90743	0,88641	0,87904

4 PRIEDAS. PAKLAIDOS DIDĖJANT DIMENSIJAI

4 priedo 1 lentelė.

Gauso mišinys. MAPE paklaida.

Dimensija	Imties tūris	Gauso	Epanechnikov	Triweight	Siūloma
1	512	0,08495	0,12457	0,15500	0,07207
	1024	0,06000	0,08425	0,10461	0,05501
2	512	0,11711	0,17150	0,14405	0,15788
	1024	0,09459	0,10583	0,12772	0,14653
3	512	0,39860	0,63453	0,84492	0,33008
	1024	0,09459	0,52452	0,66793	0,31463
4	512	1,30622	4,16758	6,57157	0,50562
	1024	1,02653	3,17045	4,99462	0,49619
5	512	4,50555	32,20760	58,36540	0,65531
	1024	3,91832	28,58049	51,63003	0,65293
6	512	11,23411	247,37857	506,84977	0,76733
	1024	12,78957	228,15476	467,54585	0,77008

4 priedo 2 lentelė.

Trimodalinis mišinys. MAPE paklaida.

Dimensija	Imties tūris	Gauso	Epanechnikov	Triweight	Siūloma
1	512	0,14437	0,10096	0,11480	0,13975
	1024	0,11869	0,07442	0,08351	0,11456
2	512	0,17843	0,16957	0,17169	0,19290
	1024	0,15043	0,13018	0,13451	0,17860
3	512	0,46440	0,57745	0,75015	0,34555
	1024	0,15043	0,47587	0,58719	0,34205
4	512	1,27766	4,22130	6,07546	0,51456
	1024	1,07852	3,12154	4,88342	0,51037
5	512	4,05404	28,74892	51,95167	0,65142
	1024	3,83877	27,27782	49,32596	0,65306
6	512	13,86958	247,36771	506,75609	0,77383
	1024	12,70142	218,21402	446,98520	0,78650

4 priedo 3 lentelė.

Asimetrinių dvigubų žnyplių mišinys. MAPE paklaida.

Dimensija	Imties tūris	Gauso	Epanechnikov	Triweight	Siūloma
1	512	0,20262	0,20602	0,21996	0,19497
	1024	0,18366	0,18390	0,19159	0,18150
2	512	0,21199	0,22200	0,24120	0,17637
	1024	0,20708	0,22018	0,22708	0,17379
3	512	0,46440	0,71976	0,81245	0,35377
	1024	0,41278	0,58196	0,70649	0,35562
4	512	1,35482	4,09723	6,73450	0,51838
	1024	1,22806	3,54961	5,50115	0,52395
5	512	4,37025	26,55140	54,89933	0,63847
	1024	3,97746	27,98225	50,44394	0,67195
6	512	14,43765	256,38979	509,32124	0,77357
	1024	13,16459	232,99051	477,05381	0,78135

5 PRIEDAS. ATLIEKŲ PASISKIRSTYMAS KAUNO MIESTE

5 priedo 1 lentelė.

Šiukšlių kiekis, tenkantis vienam Kauno gyventojui per savaitę, 2000 – 2007 metais.

Metai	Mėnuo	Šiukšlių kiekis, tenkantis vienam Kauno gyventojui per savaitę, 2000 – 2007 metais
2000	1	4,177204502
2000	1	4,369522715
2000	1	3,932082354
2000	1	3,558542989
2000	1	3,933353491
2000	2	4,580874778
2000	2	4,268280195
2000	2	4,598080501
2000	2	5,07142944
2000	3	4,797692046
2000	3	4,914672202
2000	3	4,636880129
2000	3	5,438429025
2000	4	5,40560809
2000	4	5,960262729
2000	4	6,296663726
2000	4	5,123393495
2000	4	5,431099562
2000	5	4,861197081
2000	5	4,783258309
2000	5	4,643499234
2000	5	4,781367044
2000	6	4,618830635
2000	6	4,378675831
2000	6	4,197467844
2000	6	4,541241565
2000	7	4,0547615
2000	7	4,716974636
2000	7	4,76419113
2000	7	4,846859276
2000	7	4,928954969
2000	8	5,275541029
2000	8	4,5276685
2000	8	6,210333746
2000	8	6,057277528
2000	9	6,064040191

2000	9	5,562563263
2000	9	5,94135955
2000	9	5,261422787
2000	10	5,425009674
2000	10	5,254771979
2000	10	5,178702585
2000	10	5,171237515
2000	11	4,904226289
2000	11	5,3506674
2000	11	4,972562105
2000	11	4,764545063
2000	12	4,386454851
2000	12	4,877881674
2000	12	4,880892788
2000	12	4,952743021
2000	12	4,723185908
2001	1	3,261394869
2001	1	4,685736163
2001	1	4,270457305
2001	1	4,475897937
2001	2	4,046980294
2001	2	3,902357178
2001	2	4,324041609
2001	2	4,115171384
2001	3	3,627307565
2001	3	3,73457512
2001	3	4,953112
2001	3	4,191056896
2001	4	4,147860156
2001	4	5,832353649
2001	4	6,445856555
2001	4	5,427896135
2001	4	5,866595175
2001	5	5,695842157
2001	5	5,125223084
2001	5	5,17889936
2001	5	5,332798322
2001	6	5,422520752
2001	6	5,119089563
2001	6	4,782485128
2001	6	4,901475904
2001	7	5,105805307
2001	7	4,45915103
2001	7	4,416382581
2001	7	4,673948575
2001	7	4,920793371

2001	8	4,909747816
2001	8	4,872427264
2001	8	5,240177963
2001	8	5,648537382
2001	9	5,902864582
2001	9	5,732606059
2001	9	5,710957317
2001	9	6,078435692
2001	9	6,351973261
2001	10	6,220389008
2001	10	6,803076454
2001	10	6,627013346
2001	10	5,617129761
2001	11	5,419586285
2001	11	6,237911826
2001	11	5,838959545
2001	11	5,20763259
2001	12	4,55364135
2001	12	4,193672894
2001	12	4,510484367
2001	12	4,213912627
2001	12	3,852151779
2002	1	3,291081989
2002	1	5,098785494
2002	1	4,093322161
2002	1	4,440171279
2002	2	4,492014199
2002	2	5,489970839
2002	2	5,099622561
2002	2	4,515185262
2002	3	4,142638261
2002	3	4,454610518
2002	3	4,917158186
2002	3	5,861646829
2002	3	5,558185326
2002	4	5,110171372
2002	4	5,842107493
2002	4	6,034462784
2002	4	5,830562922
2002	5	5,755735263
2002	5	5,302262757
2002	5	5,099920622
2002	5	5,092147746
2002	6	5,16923087
2002	6	4,904461786
2002	6	4,727967849

2002	6	4,691711177
2002	6	4,510582666
2002	7	4,739416138
2002	7	4,672784545
2002	7	4,758474114
2002	7	5,21641475
2002	8	4,971523905
2002	8	5,225669361
2002	8	4,821888563
2002	8	5,226099714
2002	9	5,35375515
2002	9	5,608743374
2002	9	5,554580283
2002	9	5,77943328
2002	9	5,524463818
2002	10	5,549638485
2002	10	5,564524174
2002	10	5,649337435
2002	10	5,922766184
2002	11	6,876713628
2002	11	5,710060777
2002	11	5,001477789
2002	11	5,724471692
2002	12	5,296798978
2002	12	4,196196746
2002	12	4,158265775
2002	12	4,166797533
2002	12	3,697288579
2003	1	4,170021222
2003	1	4,691627886
2003	1	4,736413486
2003	1	4,620491087
2003	2	3,958933312
2003	2	3,944483252
2003	2	4,098091241
2003	2	3,953613444
2003	3	3,982332768
2003	3	4,679219252
2003	3	5,949200013
2003	3	6,059425569
2003	3	6,337923575
2003	4	5,2879641
2003	4	6,792629233
2003	4	6,02420692
2003	4	6,351366847
2003	5	6,162865024

2003	5	5,901012838
2003	5	5,882235083
2003	5	5,710754866
2003	6	5,629545702
2003	6	5,390176991
2003	6	5,442044964
2003	6	5,695132108
2003	6	5,546118231
2003	7	5,455785743
2003	7	5,42477071
2003	7	5,641604596
2003	7	6,201401928
2003	8	6,192172671
2003	8	6,491508206
2003	8	6,740094135
2003	8	6,776008191
2003	8	6,838713299
2003	9	6,463523673
2003	9	6,688462837
2003	9	6,880571883
2003	9	6,811422119
2003	10	7,196040232
2003	10	6,993413709
2003	10	6,584450941
2003	10	7,92868036
2003	11	6,705452126
2003	11	6,556344601
2003	11	6,244211785
2003	11	6,684210013
2003	11	6,013067097
2003	12	5,589285283
2003	12	5,354046927
2003	12	5,120673212
2003	12	3,37643297
2004	1	4,75531521
2004	1	4,864959612
2004	1	4,912159404
2004	1	4,666235143
2004	2	5,17771203
2004	2	5,327009564
2004	2	4,902589573
2004	2	5,079230296
2004	2	4,753009521
2004	3	4,944142522
2004	3	6,423352803
2004	3	7,471167055

2004	3	8,239462925
2004	4	8,930372764
2004	4	7,069606787
2004	4	8,404557162
2004	4	8,197017293
2004	5	7,568980814
2004	5	7,44607189
2004	5	7,194036472
2004	5	7,214326937
2004	5	6,922822988
2004	6	6,902564051
2004	6	6,808538791
2004	6	6,602413899
2004	6	6,843501758
2004	7	6,645324733
2004	7	6,93758451
2004	7	6,627471985
2004	7	7,123582557
2004	8	7,065476281
2004	8	7,248991031
2004	8	7,431204592
2004	8	7,500983163
2004	8	7,833012592
2004	9	7,64849303
2004	9	7,539180036
2004	9	7,873688939
2004	9	7,832394927
2004	10	8,049775442
2004	10	8,164947995
2004	10	7,996235237
2004	10	9,577732059
2004	10	8,825632796
2004	11	8,616458031
2004	11	7,501388565
2004	11	6,292805136
2004	11	6,248790161
2004	12	7,256191578
2004	12	7,630857269
2004	12	6,383596702
2004	12	6,203361928
2005	1	7,078404325
2005	1	7,091143611
2005	1	6,623195566
2005	1	5,96296212
2005	1	5,840626472
2005	2	5,529051254

2005	2	5,900331878
2005	2	5,820611734
2005	2	5,952237478
2005	3	5,465844964
2005	3	6,260213047
2005	3	6,268055862
2005	3	6,588687647
2005	4	8,676832685
2005	4	8,868975235
2005	4	8,968068909
2005	4	8,390550444
2005	5	8,103369753
2005	5	7,904042593
2005	5	7,812214979
2005	5	7,724502439
2005	5	7,531258145
2005	6	7,750846531
2005	6	7,503311383
2005	6	7,179261645
2005	6	6,966449805
2005	7	7,239524435
2005	7	7,019796319
2005	7	7,039195653
2005	7	7,040183179
2005	7	7,111992049
2005	8	7,807524744
2005	8	8,082022684
2005	8	8,217235644
2005	8	8,327787264
2005	9	7,992438417
2005	9	8,142404342
2005	9	8,159484599
2005	9	8,190054929
2005	10	8,590584867
2005	10	8,466124017
2005	10	8,264299007
2005	10	9,476801149
2005	10	7,817674371
2005	11	8,322250505
2005	11	7,903479764
2005	11	7,848225109
2005	11	6,735729517
2005	12	6,617039825
2005	12	6,763501052
2005	12	6,30202136
2005	12	5,562425235

2006	1	6,341987095
2006	1	6,249811297
2006	1	5,494693641
2006	1	5,714743673
2006	1	6,722901731
2006	2	5,603034883
2006	2	5,455847763
2006	2	6,283052708
2006	2	5,946359488
2006	3	5,947503453
2006	3	6,167773452
2006	3	6,612781035
2006	3	7,324459766
2006	4	9,176890909
2006	4	10,78945549
2006	4	7,89580578
2006	4	9,647678059
2006	4	8,8657609
2006	5	8,393156684
2006	5	8,277059224
2006	5	8,304846363
2006	5	8,476821113
2006	6	8,114016551
2006	6	7,531162738
2006	6	7,75147594
2006	6	7,451422843
2006	7	6,581377618
2006	7	6,776916532
2006	7	7,879850957
2006	7	7,700618902
2006	7	7,991988583
2006	8	8,54650758
2006	8	8,090659079
2006	8	9,111721872
2006	8	9,577903022
2006	9	9,625413516
2006	9	9,594496851
2006	9	9,551064837
2006	9	9,505707971
2006	10	9,334450198
2006	10	9,387602586
2006	10	9,165515837
2006	10	9,402440539
2006	10	9,305982492
2006	11	8,723816333
2006	11	9,181384476

2006	11	8,8795908
2006	11	8,651680177
2006	12	9,9210364
2006	12	9,449339843
2006	12	9,501720057
2006	12	6,983497193
2007	1	6,329956913
2007	1	8,652223519
2007	1	7,946638625
2007	1	7,805202986
2007	2	7,349633787
2007	2	7,153618099
2007	2	6,490224034
2007	2	6,950479905
2007	3	7,194022801
2007	3	8,608781488
2007	3	8,976222329
2007	3	9,467235494
2007	4	9,520960675
2007	4	10,46421605
2007	4	7,312570484
2007	4	9,421902022
2007	4	9,643256363
2007	5	8,815593207
2007	5	8,42012039
2007	5	9,661056499
2007	5	8,948421007
2007	6	9,345909937
2007	6	9,371911534
2007	6	8,641201855
2007	6	8,926238632
2007	7	8,22079383
2007	7	8,698530141
2007	7	9,312465685
2007	7	9,032009514
2007	7	9,480222257
2007	8	10,01070014
2007	8	9,539694941
2007	8	8,931524668
2007	8	8,933353252
2007	9	10,36376427
2007	9	9,855000121
2007	9	9,29384814
2007	9	9,264373678
2007	9	10,10710425
2007	10	9,909652917

2007	10	9,77251534
2007	10	9,903721876
2007	10	9,70792988
2007	11	9,309156763
2007	11	10,06731815
2007	11	8,806541402
2007	11	9,264913942
2007	12	8,62877887
2007	12	8,980503085
2007	12	9,15329133
2007	12	9,208022955
2007	12	7,004284804

5 priedo 2 lentelė.

Šiukšlių kiekis, tenkantis vienam Kauno gyventojui per mėnesį, 2000 – 2007 metais.

Metai	Mėnuo	Šiukšlių kiekis, tenkantis vienam Kauno gyventojui per mėnesį, 2000 – 2007 metais
2000	1	3,99414121
2000	2	4,629666228
2000	3	4,946918351
2000	4	5,643405521
2000	5	4,767330417
2000	6	4,434053969
2000	7	4,662348302
2000	8	5,517705201
2000	9	5,707346448
2000	10	5,257430438
2000	11	4,998000214
2000	12	4,764231648
2001	1	4,173371568
2001	2	4,097137616
2001	3	4,126512895
2001	4	5,544112334
2001	5	5,333190731
2001	6	5,056392837
2001	7	4,715216173
2001	8	5,167722606
2001	9	5,955367382
2001	10	6,316902142
2001	11	5,676022562
2001	12	4,264772603
2002	1	4,230840231
2002	2	4,899198215

2002	3	4,986847824
2002	4	5,704326143
2002	5	5,312516597
2002	6	4,80079087
2002	7	4,846772387
2002	8	5,061295386
2002	9	5,564195181
2002	10	5,67156657
2002	11	5,828180971
2002	12	4,303069522
2003	1	4,55463842
2003	2	3,988780312
2003	3	5,401620235
2003	4	6,114041775
2003	5	5,914216953
2003	6	5,540603599
2003	7	5,680890744
2003	8	6,6076993
2003	9	6,710995128
2003	10	7,175646311
2003	11	6,440657124
2003	12	4,860109598
2004	1	4,799667342
2004	2	5,047910197
2004	3	6,769531326
2004	4	8,150388501
2004	5	7,26924782
2004	6	6,789254625
2004	7	6,833490946
2004	8	7,415933532
2004	9	7,723439233
2004	10	8,522864706
2004	11	7,164860473
2004	12	6,868501869
2005	1	6,519266418
2005	2	5,800558086
2005	3	6,14570038
2005	4	8,726106818
2005	5	7,815077582
2005	6	7,349967341
2005	7	7,090138327
2005	8	8,108642584
2005	9	8,121095571
2005	10	8,523096682
2005	11	7,702421224
2005	12	6,311246868

2006	1	6,104827487
2006	2	5,822073711
2006	3	6,513129427
2006	4	9,275118228
2006	5	8,362970846
2006	6	7,712019518
2006	7	7,386150518
2006	8	8,831697888
2006	9	9,569170794
2006	10	9,31919833
2006	11	8,859117946
2006	12	8,963898373
2007	1	7,683505511
2007	2	6,985988956
2007	3	8,561565528
2007	4	9,272581118
2007	5	8,961297776
2007	6	9,07131549
2007	7	8,948804285
2007	8	9,353818251
2007	9	9,776818092
2007	10	9,823455003
2007	11	9,361982564
2007	12	8,594976209

6 PRIEDAS. PROGRAMOS TEKSTAS

PAGRINDINIS.SCL

```

INIT:
    tool="TOOLLOAD WINDOW tv.m.tv.m.Toolbox;";
    call execcmd(tool);

    submit continue;
        filename f catalog 'tv.m.tv.m.Misini.ai.source';
        %include f;
        filename f catalog 'tv.m.tv.m.FKDE.source';
        %include f;
        filename f catalog 'tv.m.tv.m.Tankiu_vertinimas.source';
        %include f;
    endsubmit;

    call symput ('ar_galima_vertinti','No');
RETURN;

Pushbutton1:
    call display('tv.m.tv.m.generavimas.frame');
RETURN;

```

```

Pushbutton2:
    call display('tvm.tvm.baigti.frame');
RETURN;

```

```

Pushbutton3:
    call display('tvm.tvm.vertinimas.frame');
RETURN;

```

```

Pushbutton4:
    call display('tvm.tvm.pagalba.frame');
RETURN;

```

```

Pushbutton5:
    call display('tvm.tvm.apie.frame');
RETURN;

```

GENERAVIMAS.SCL

```

Pushbutton1:

    call symput ('imties_n',Textentry1.text);
    call symput ('imciu_sk',Textentry2.text);
    call symput ('dim',Textentry3.text);

    if Checkbox1.selected = 'Yes' then do;
        submit continue;
        %misinys1(d=&dim.);
        endsubmit;
        call symput ('ar_yra_misinys1','1');
    end;
    else call symput ('ar_yra_misinys1','0');

    if Checkbox2.selected = 'Yes' then do;
        submit continue;
        %misinys2(d=&dim.);
        endsubmit;
        call symput ('ar_yra_misinys2','1');
    end;
    else call symput ('ar_yra_misinys2','0');

    if Checkbox3.selected = 'Yes' then do;
        submit continue;
        %misinys3(d=&dim.);
        endsubmit;
        call symput ('ar_yra_misinys3','1');
    end;
    else call symput ('ar_yra_misinys3','0');

    if Checkbox4.selected = 'Yes' then do;
        submit continue;
        %misinys4(d=&dim.);
        endsubmit;
        call symput ('ar_yra_misinys4','1');
    end;
    else call symput ('ar_yra_misinys4','0');

    if Checkbox5.selected = 'Yes' then do;
        submit continue;
        %misinys5(d=&dim.);
        endsubmit;
        call symput ('ar_yra_misinys5','1');
    end;
end;

```

```

else call symput ('ar_yra_misinys5','0');

if Checkbox6.selected = 'Yes' then do;
  submit continue;
  %misinys6(d=&dim.);
endsubmit;
call symput ('ar_yra_misinys6','1');
end;
else call symput ('ar_yra_misinys6','0');

if Checkbox7.selected = 'Yes' then do;
  submit continue;
  %misinys7(d=&dim.);
endsubmit;
call symput ('ar_yra_misinys7','1');
end;
else call symput ('ar_yra_misinys7','0');

if Checkbox8.selected = 'Yes' then do;
  submit continue;
  %misinys8(d=&dim.);
endsubmit;
call symput ('ar_yra_misinys8','1');
end;
else call symput ('ar_yra_misinys8','0');

if Checkbox9.selected = 'Yes' then do;
  submit continue;
  %misinys9(d=&dim.);
endsubmit;
call symput ('ar_yra_misinys9','1');
end;
else call symput ('ar_yra_misinys9','0');

if Checkbox10.selected = 'Yes' then do;
  submit continue;
  %misinys10(d=&dim.);
endsubmit;
call symput ('ar_yra_misinys10','1');
end;
else call symput ('ar_yra_misinys10','0');

if Checkbox11.selected = 'Yes' then do;
  submit continue;
  %misinys11(d=&dim.);
endsubmit;
call symput ('ar_yra_misinys11','1');
end;
else call symput ('ar_yra_misinys11','0');

if Checkbox12.selected = 'Yes' then do;
  submit continue;
  %misinys12(d=&dim.);
endsubmit;
call symput ('ar_yra_misinys12','1');
end;
else call symput ('ar_yra_misinys12','0');

if Checkbox13.selected = 'Yes' then do;
  submit continue;
  %misinys13(d=&dim.);
endsubmit;
call symput ('ar_yra_misinys13','1');
end;
else call symput ('ar_yra_misinys13','0');

if Checkbox14.selected = 'Yes' then do;
  submit continue;
  %misinys14(d=&dim.);

```

```

        endsubmit;
        call symput ('ar_yra_misinys14','1');
end;
else call symput ('ar_yra_misinys14','0');

if Checkbox15.selected = 'Yes' then do;
    submit continue;
    %misinys15(d=&dim.);
endsubmit;
    call symput ('ar_yra_misinys15','1');
end;
else call symput ('ar_yra_misinys15','0');

if Checkbox1.selected = 'Yes' or
    Checkbox2.selected = 'Yes' or
    Checkbox3.selected = 'Yes' or
    Checkbox4.selected = 'Yes' or
    Checkbox5.selected = 'Yes' or
    Checkbox6.selected = 'Yes' or
    Checkbox7.selected = 'Yes' or
    Checkbox8.selected = 'Yes' or
    Checkbox9.selected = 'Yes' or
    Checkbox10.selected = 'Yes' or
    Checkbox11.selected = 'Yes' or
    Checkbox12.selected = 'Yes' or
    Checkbox13.selected = 'Yes' or
    Checkbox14.selected = 'Yes' or
    Checkbox15.selected = 'Yes' then call symput ('ar_galima_vertinti','Yes');
else call symput ('ar_galima_vertinti','No');

```

```
RETURN;
```

VERTINIMAS.SCL

```
INIT:
```

```

Pushbutton1.enabled = symget ('ar_galima_vertinti');
if Pushbutton1.enabled = 'No' then do;
    commandlist=makelist();
    commandlist=insertc(commandlist,"Nėra duomenų! Pirmiau sugeneruokite bent vieną pasiskirstymo tankių
mišinį,",1);
    commandlist=insertc(commandlist,"o tik paskui atlikite vertinimą.",2);
    command=messagebox(commandlist,'!', '0', 'ĮSPĖJIMAS');
    commandlist=dellist(commandlist);
end;

```

```
RETURN;
```

```
Pushbutton1:
```

```

call symput('branduolys',Combobox1.selectedItem);

if symget ('ar_yra_misinys1')='1' then do;
    submit continue;
    proc datasets lib=work noprint;
        delete Marron_01_fk;
        delete Marron_01_fk_f;
        delete Marron_01_fk_vid;
    run; quit;
    %tankiu_vertinimo_tikslumas(marron01,&dim,FKDE(&branduolys,alpha=0.75),work.Marron_01);
    title "Paklaidos vertinant #1 pasiskirstymo tankių mišinį fiksuoto branduolio tankio vertinimo metodu";
    proc print data=work.Marron_01_fk_vid label noobs;
    run;
    title;
endsubmit;

```

```

end;
if symget ('ar_yra_misinys2')='1' then do;
  submit continue;
  proc datasets lib=work noprint;
    delete Marron_02_fk;
    delete Marron_02_fk_f;
    delete Marron_02_fk_vid;
  run; quit;
  %tankiu_vertinimo_tikslumas(marron02,&dim,FKDE(&branduolys,alpha=0.75),work.Marron_02);
  title "Paklaidos vertinant #2 pasiskirstymo tankių mišinį fiksuoto branduolio tankio vertinimo metodu";
  proc print data=work.Marron_02_fk_vid label noobs;
  run;
  title;
endsubmit;
end;
if symget ('ar_yra_misinys3')='1' then do;
  submit continue;
  proc datasets lib=work noprint;
    delete Marron_03_fk;
    delete Marron_03_fk_f;
    delete Marron_03_fk_vid;
  run; quit;
  %tankiu_vertinimo_tikslumas(marron03,&dim,FKDE(&branduolys,alpha=0.75),work.Marron_03);
  title "Paklaidos vertinant #3 pasiskirstymo tankių mišinį fiksuoto branduolio tankio vertinimo metodu";
  proc print data=work.Marron_03_fk_vid label noobs;
  run;
  title;
endsubmit;
end;
if symget ('ar_yra_misinys4')='1' then do;
  submit continue;
  proc datasets lib=work noprint;
    delete Marron_04_fk;
    delete Marron_04_fk_f;
    delete Marron_04_fk_vid;
  run; quit;
  %tankiu_vertinimo_tikslumas(marron04,&dim,FKDE(&branduolys,alpha=0.75),work.Marron_04);
  title "Paklaidos vertinant #4 pasiskirstymo tankių mišinį fiksuoto branduolio tankio vertinimo metodu";
  proc print data=work.Marron_04_fk_vid label noobs;
  run;
  title;
endsubmit;
end;
if symget ('ar_yra_misinys5')='1' then do;
  submit continue;
  proc datasets lib=work noprint;
    delete Marron_05_fk;
    delete Marron_05_fk_f;
    delete Marron_05_fk_vid;
  run; quit;
  %tankiu_vertinimo_tikslumas(marron05,&dim,FKDE(&branduolys,alpha=0.75),work.Marron_05);
  title "Paklaidos vertinant #5 pasiskirstymo tankių mišinį fiksuoto branduolio tankio vertinimo metodu";
  proc print data=work.Marron_05_fk_vid label noobs;
  run;
  title;
endsubmit;
end;
if symget ('ar_yra_misinys6')='1' then do;
  submit continue;
  proc datasets lib=work noprint;
    delete Marron_06_fk;
    delete Marron_06_fk_f;
    delete Marron_06_fk_vid;
  run; quit;
  %tankiu_vertinimo_tikslumas(marron06,&dim,FKDE(&branduolys,alpha=0.75),work.Marron_06);
  title "Paklaidos vertinant #6 pasiskirstymo tankių mišinį fiksuoto branduolio tankio vertinimo metodu";
  proc print data=work.Marron_06_fk_vid label noobs;
  run;
  title;

```



```

        endsubmit;
    end;
if symget ('ar_yra_misinys7')='1' then do;
    submit continue;
    proc datasets lib=work noprint;
        delete Marron_07_fk;
        delete Marron_07_fk_f;
        delete Marron_07_fk_vid;
    run; quit;
    %tankiu_vertinimo_tikslumas(marron07,&dim,FKDE(&branduolys,alpha=0.75),work.Marron_07);
    title "Paklaidos vertinant #7 pasiskirstymo tankių mišinį fiksuoto branduolio tankio vertinimo metodu";
    proc print data=work.Marron_07_fk_vid label noobs;
    run;
    title;
endsubmit;
end;
if symget ('ar_yra_misinys8')='1' then do;
    submit continue;
    proc datasets lib=work noprint;
        delete Marron_08_fk;
        delete Marron_08_fk_f;
        delete Marron_08_fk_vid;
    run; quit;
    %tankiu_vertinimo_tikslumas(marron08,&dim,FKDE(&branduolys,alpha=0.75),work.Marron_08);
    title "Paklaidos vertinant #8 pasiskirstymo tankių mišinį fiksuoto branduolio tankio vertinimo metodu";
    proc print data=work.Marron_08_fk_vid label noobs;
    run;
    title;
endsubmit;
end;
if symget ('ar_yra_misinys9')='1' then do;
    submit continue;
    proc datasets lib=work noprint;
        delete Marron_09_fk;
        delete Marron_09_fk_f;
        delete Marron_09_fk_vid;
    run; quit;
    %tankiu_vertinimo_tikslumas(marron09,&dim,FKDE(&branduolys,alpha=0.75),work.Marron_09);
    title "Paklaidos vertinant #9 pasiskirstymo tankių mišinį fiksuoto branduolio tankio vertinimo metodu";
    proc print data=work.Marron_09_fk_vid label noobs;
    run;
    title;
endsubmit;
end;
if symget ('ar_yra_misinys10')='1' then do;
    submit continue;
    proc datasets lib=work noprint;
        delete Marron_10_fk;
        delete Marron_10_fk_f;
        delete Marron_10_fk_vid;
    run; quit;
    %tankiu_vertinimo_tikslumas(marron10,&dim,FKDE(&branduolys,alpha=0.75),work.Marron_10);
    title "Paklaidos vertinant #10 pasiskirstymo tankių mišinį fiksuoto branduolio tankio vertinimo metodu";
    proc print data=work.Marron_10_fk_vid label noobs;
    run;
    title;
endsubmit;
end;
if symget ('ar_yra_misinys11')='1' then do;
    submit continue;
    proc datasets lib=work noprint;
        delete Marron_11_fk;
        delete Marron_11_fk_f;
        delete Marron_11_fk_vid;
    run; quit;
    %tankiu_vertinimo_tikslumas(marron11,&dim,FKDE(&branduolys,alpha=0.75),work.Marron_11);
    title "Paklaidos vertinant #11 pasiskirstymo tankių mišinį fiksuoto branduolio tankio vertinimo metodu";
    proc print data=work.Marron_11_fk_vid label noobs;
    run;

```

```

        title;
    endsubmit;
end;
if symget ('ar_yra_misinys12')='1' then do;
    submit continue;
    proc datasets lib=work noprint;
        delete Marron_12_fk;
        delete Marron_12_fk_f;
        delete Marron_12_fk_vid;
    run; quit;
    %tankiu_vertinimo_tikslumas(marron12,&dim,FKDE(&branduolys,alpha=0.75),work.Marron_12);
    title "Paklaidos vertinant #12 pasiskirstymo tankių mišinį fiksuoto branduolio tankio vertinimo metodu";
    proc print data=work.Marron_12_fk_vid label noobs;
    run;
    title;
    endsubmit;
end;
if symget ('ar_yra_misinys13')='1' then do;
    submit continue;
    proc datasets lib=work noprint;
        delete Marron_13_fk;
        delete Marron_13_fk_f;
        delete Marron_13_fk_vid;
    run; quit;
    %tankiu_vertinimo_tikslumas(marron13,&dim,FKDE(&branduolys,alpha=0.75),work.Marron_13);
    title "Paklaidos vertinant #13 pasiskirstymo tankių mišinį fiksuoto branduolio tankio vertinimo metodu";
    proc print data=work.Marron_13_fk_vid label noobs;
    run;
    title;
    endsubmit;
end;
if symget ('ar_yra_misinys14')='1' then do;
    submit continue;
    proc datasets lib=work noprint;
        delete Marron_14_fk;
        delete Marron_14_fk_f;
        delete Marron_14_fk_vid;
    run; quit;
    %tankiu_vertinimo_tikslumas(marron14,&dim,FKDE(&branduolys,alpha=0.75),work.Marron_14);
    title "Paklaidos vertinant #14 pasiskirstymo tankių mišinį fiksuoto branduolio tankio vertinimo metodu";
    proc print data=work.Marron_14_fk_vid label noobs;
    run;
    title;
    endsubmit;
end;
if symget ('ar_yra_misinys15')='1' then do;
    submit continue;
    proc datasets lib=work noprint;
        delete Marron_15_fk;
        delete Marron_15_fk_f;
        delete Marron_15_fk_vid;
    run; quit;
    %tankiu_vertinimo_tikslumas(marron15,&dim,FKDE(&branduolys,alpha=0.75),work.Marron_15);
    title "Paklaidos vertinant #15 pasiskirstymo tankių mišinį fiksuoto branduolio tankio vertinimo metodu";
    proc print data=work.Marron_15_fk_vid label noobs;
    run;
    title;
    endsubmit;
end;

```

***FKDE.SOURCE* – ATLIEKAMAS FIKSUOTO BRANDUOLIO TANKIO VERTINIMAS**

```
%macro FKDE(kernel,alpha=0.75, XC=X);
```

```

    data S;
        merge &XC
        %if %sysfunc(exist(svoriai)) %then %str(svoriai);
    ;

```

```

    %if %sysfunc(exist(svoriai))=0 %then %str(w=1);
run;
proc corr data=S cov noprint outp=S(where=( _TYPE_='COV'));
    var X1-X&d;
    weight w;
run;

proc iml;
    use X; read all into X; close X;
    use &XC; read all into XC; close &XC;
    %if %sysfunc(exist(svoriai)) %then
    %do;
        use svoriai; read all into w; close svoriai;
    %end;
    %else %do;
        w=j(nrow(XC),1,1);
    %end;
    use S(keep=X1-X&d); read all into S; close S;
    if nrow(XC)<=&d then S=I(&d);
    ZC=(XC-repeat((XC#w)[+,]/w[+],nrow(XC),1))*inv(root(S));
    Z=(X-repeat((XC#w)[+,]/w[+],nrow(X),1))*inv(root(S));
    %if %upcase(&kernel.) = NORMAL %then %str( h=repeat( (4/(2*ncol(ZC)+1))*1/(ncol(ZC)+4)*nrow(ZC)**(-
1/(ncol(ZC)+4)), nrow(ZC), 1); );
    %if %upcase(&kernel.) = EPANECHNIKOV %then %str(h=repeat( (210/(2*ncol(ZC)+1))*1/(ncol(ZC)+4)*nrow(ZC)**(-
1/(ncol(ZC)+4)), nrow(ZC), 1); );
    %if %upcase(&kernel.) = TRIWEIGHT %then %str(h=repeat( (930/(2*ncol(ZC)+1))*1/(ncol(ZC)+4)*nrow(ZC)**(-
1/(ncol(ZC)+4)), nrow(ZC), 1); );
    %if %upcase(&kernel.) = NEW %then %str(h=repeat( (4/(2*ncol(ZC)+1))*1/(ncol(ZC)+4)*nrow(ZC)**(-
1/(ncol(ZC)+4)), nrow(ZC), 1); );
    alfa=&alpha.;
    start kdepnt(arg1,ZC,h,w,alfa);
    K=0;
    c_d=constant('PI')**(&d./2)/gamma(&d./2+1);
    do i2=1 to nrow(ZC);
        if h[i2,] > 1E50 then goto i2_end;
        arg2=(arg1-ZC[i2,])/h[i2,];
        if abs(arg2) > 34 then goto i2_end;
        %if %upcase(&kernel.) = NORMAL %then %str( K2=(2*constant('PI'))**(-ncol(ZC)/2)*exp(-1/2*arg2*arg2`); );
        %if %upcase(&kernel.) = EPANECHNIKOV %then %str( if arg2*arg2`<=1 then K2=(&d.+2)/(2*c_d)*(1-arg2*arg2`);
else K2=0; );
        %if %upcase(&kernel.) = TRIWEIGHT %then %str( if arg2*arg2`<=1 then
K2=(&d.+4)*(&d.+6)/24*(&d.+2)/(2*c_d)*((1-arg2*arg2`)**3); else K2=0; );
        %if %upcase(&kernel.) = NEW %then %str( K2=exp(-0.5*(arg2*arg2`)**(1/alfa))/(2*constant('PI'))**ncol(ZC)/2
/
        alfa**ncol(ZC)*abs(arg2[#])**1/alfa-1); );
        K=sum(K, w[i2,]*K2/(h[i2,]**ncol(ZC)));
        i2_end;;
    end;
    f=K/w[+];
    return(f);
finish kdepnt;
do i1=1 to nrow(ZC);
    arg1=ZC[i1,];
    f=kdepnt(arg1,ZC,h,w,alfa);
    if i1=1 then FKDE=f;
    else FKDE=FKDE//f;
end;
det=det(S);
if det=0 then det=det(diag(S));
FKDE=FKDE*det**(-1/2);
create FKDE from FKDE [colname='f'];
append from FKDE;
quit;
%mend FKDE;

```

MISINIAI.SOURCE – PASISKIRSTYMO TANKIŲ MIŠINIAI

```

%macro misinys1(d=1);
data marron01;
do imtis=1 to &imciu_sk.;
do i=1 to &imties_n.;
X1=rannor(1);
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1);
%end;
ff=pdf('normal',X1,0,1)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1) )
%end;
;
output;
end;
end;
drop i;
run;
%mend misinys1;

%macro misinys2(d=1);
data marron02;
do imtis=1 to &imciu_sk.;
do i=1 to &imties_n.;
c=ranuni(1);
if c<1/5 then do;
X1=rannor(1);
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1);
%end;
end;
else if c<2/5 then do;
X1=rannor(1) * 2/3 + 1/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2/3;
%end;
end;
else do;
X1=rannor(1) * 5/9 + 13/12;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 5/9;
%end;
end;
ff=1/5 * pdf('normal',X1,0,1)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1) )
%end;
+ 1/5 * pdf('normal',X1,1/2,2/3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2/3) )
%end;
+ 3/5 * pdf('normal',X1,13/12,5/9)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,5/9) )
%end;
;
output;
end;
end;
end;

```

```

drop i c;
run;
%mend misinys2;

%macro misinys3(d=1);
data marron03;
do imtis=1 to &imciu_sk.;
do i=1 to &imties_n.;
c=ranuni(1);
if c<1/8 then do;
X1=rannor(1);
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1);
%end;
end;
else if c<2/8 then do;
X1=rannor(1) * (2/3) + 3*((2/3)**1-1);
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2/3;
%end;
end;
else if c<3/8 then do;
X1=rannor(1) * (2/3)**2 + 3*((2/3)**2-1);
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2/3**2;
%end;
end;
else if c<4/8 then do;
X1=rannor(1) * (2/3)**3 + 3*((2/3)**3-1);
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2/3**3;
%end;
end;
else if c<5/8 then do;
X1=rannor(1) * (2/3)**4 + 3*((2/3)**4-1);
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2/3**4;
%end;
end;
else if c<6/8 then do;
X1=rannor(1) * (2/3)**5 + 3*((2/3)**5-1);
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2/3**5;
%end;
end;
else if c<7/8 then do;
X1=rannor(1) * (2/3)**6 + 3*((2/3)**6-1);
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2/3**6;
%end;
end;
else do;
X1=rannor(1) * (2/3)**7 + 3*((2/3)**7-1);
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2/3**7;
%end;
end;
ff=1/8 * pdf('normal',X1,0,1)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1) )

```

```

%end;
+ 1/8 * pdf('normal',X1,3*((2/3)**1-1),2/3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2/3) )
%end;
+ 1/8 * pdf('normal',X1,3*((2/3)**2-1),2/3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2/3**3) )
%end;
+ 1/8 * pdf('normal',X1,3*((2/3)**3-1),2/3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2/3**5) )
%end;
+ 1/8 * pdf('normal',X1,3*((2/3)**4-1),2/3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2/3**7) )
%end;
+ 1/8 * pdf('normal',X1,3*((2/3)**5-1),2/3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2/3**9) )
%end;
+ 1/8 * pdf('normal',X1,3*((2/3)**6-1),2/3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2/3**11) )
+ 1/8 * pdf('normal',X1,3*((2/3)**7-1),2/3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2/3**13) )
%end;
%end;
;
output;
end;
end;
drop i c;
run;
%mend misinys3;

```

```

%macro misinys4(d=1);
data marron04;
do imtis=1 to &imciu_sk.;
do i=1 to &imties_n.;
c=ranuni(1);
if c<2/3 then do;
X1=rannor(1);
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1);
%end;
end;
else do;
X1=rannor(1) * 1/10;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/10;
%end;
end;
ff=2/3 * pdf('normal',X1,0,1)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1) )
%end;

```

```

+ 1/3 * pdf('normal',X1,0,1/10)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/10) )
%end;
;
output;
end;
end;
drop i c;
run;
%mend misinys4;

```

```

%macro misinys5(d=1);
data marron05;
do imtis=1 to &imciu_sk.;
do i=1 to &imties_n.;
c=ranuni(1);
if c<1/10 then do;
X1=rannor(1);
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1);
%end;
end;
else do;
X1=rannor(1) * 1/10;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/10;
%end;
end;
ff=1/10 * pdf('normal',X1,0,1)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1) )
%end;
+ 9/10 * pdf('normal',X1,0,1/10)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/10) )
%end;
;
output;
end;
end;
drop i c;
run;
%mend misinys5;

```

```

%macro misinys6(d=1);
data marron06;
do imtis=1 to &imciu_sk.;
do i=1 to &imties_n.;
c=ranuni(1);
if c<1/2 then do;
X1=rannor(1) * 2/3 - 1;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2/3;
%end;
end;
else do;
X1=rannor(1) * 2/3 + 1;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2/3;
%end;
end;
end;

```

```

ff=1/2 * pdf('normal',X1,-1,2/3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2/3) )
%end;
+ 1/2 * pdf('normal',X1,1,2/3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2/3) )
%end;
;
output;
end;
end;
drop i c;
run;
%mend misinys6;

```

```

%macro misinys7(d=1);
data marron07;
do imtis=1 to &imciu_sk.;
do i=1 to &imties_n.;
c=ranuni(1);
if c<1/2 then do;
X1=rannor(1) * 1/2 - 3/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/2;
%end;
end;
else do;
X1=rannor(1) * 1/2 + 3/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/2;
%end;
end;
ff=1/2 * pdf('normal',X1,-3/2,1/2)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/2) )
%end;
+ 1/2 * pdf('normal',X1,3/2,1/2)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/2) )
%end;
;
output;
end;
end;
drop i c;
run;
%mend misinys7;

```

```

%macro misinys8(d=1);
data marron08;
do imtis=1 to &imciu_sk.;
do i=1 to &imties_n.;
c=ranuni(1);
if c<3/4 then do;
X1=rannor(1);
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1);
%end;
end;
else do;
X1=rannor(1) * 1/3 + 3/2;

```



```

%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/3;
%end;
end;
ff=3/4 * pdf('normal',X1,0,1)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1) )
%end;
+ 1/4 * pdf('normal',X1,3/2,1/3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/3) )
%end;
;
output;
end;
end;
drop i c;
run;
%mend misinys8;

%macro misinys9(d=1);
data marron09;
do imtis=1 to &imciu_sk.;
do i=1 to &imties_n.;
c=ranuni(1);
if c<9/20 then do;
X1=rannor(1) * 3/5 - 6/5;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 3/5;
%end;
end;
else if c<18/20 then do;
X1=rannor(1) * 3/5 + 6/5;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 3/5;
%end;
end;
else do;
X1=rannor(1) * 1/4;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/4;
%end;
end;
ff=9/20 * pdf('normal',X1,-6/5,3/5)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,3/5) )
%end;
+ 9/20 * pdf('normal',X1,6/5,3/5)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,3/5) )
%end;
+ 1/10 * pdf('normal',X1,0,1/4)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/4) )
%end;
;
output;
end;
end;
drop i c;

```

```

run;
%mend misinys9;

%macro misinys10(d=1);
data marron10;
do imtis=1 to &imciu_sk.;
do i=1 to &imties_n.;
c=ranuni(1);
if c<1/2 then do;
X1=rannor(1);
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1);
%end;
end;
else if c<6/10 then do;
X1=rannor(1) * 1/10 + 0/2-1;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/10;
%end;
end;
else if c<7/10 then do;
X1=rannor(1) * 1/10 + 1/2-1;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/10;
%end;
end;
else if c<8/10 then do;
X1=rannor(1) * 1/10 + 2/2-1;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/10;
%end;
end;
else if c<9/10 then do;
X1=rannor(1) * 1/10 + 3/2-1;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/10;
%end;
end;
else do;
X1=rannor(1) * 1/10 + 4/2-1;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/10;
%end;
end;
ff=1/2 * pdf('normal',X1,0,1)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1) )
%end;
+ 1/10 * pdf('normal',X1,0/2-1,1/10)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/10) )
%end;
+ 1/10 * pdf('normal',X1,1/2-1,1/10)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/10) )
%end;
+ 1/10 * pdf('normal',X1,2/2-1,1/10)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/10) )

```

```

%end;
+ 1/10 * pdf('normal',X1,3/2-1,1/10)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/10) )
%end;
+ 1/10 * pdf('normal',X1,4/2-1,1/10)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/10) )
%end;
;
output;
end;
end;
drop i c;
run;
%mend misinys10;

%macro misinys11(d=1);
data marron11;
do imtis=1 to &imciu_sk.;
do i=1 to &imties_n.;
c=ranuni(1);
if c<49/100 then do;
X1=rannor(1) * 2/3 - 1;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2/3;
%end;
end;
else if c<98/100 then do;
X1=rannor(1) * 2/3 + 1;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2/3;
%end;
end;
else if c<344/350 then do;
X1=rannor(1) * 1/100 + (0-3)/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/100;
%end;
end;
else if c<345/350 then do;
X1=rannor(1) * 1/100 + (1-3)/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/100;
%end;
end;
else if c<346/350 then do;
X1=rannor(1) * 1/100 + (2-3)/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/100;
%end;
end;
else if c<347/350 then do;
X1=rannor(1) * 1/100 + (3-3)/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/100;
%end;
end;
else if c<348/350 then do;
X1=rannor(1) * 1/100 + (4-3)/2;
%if &d.>1 %then

```

```

%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/100;
%end;
end;
else if c<349/350 then do;
X1=rannor(1) * 1/100 + (5-3)/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/100;
%end;
end;
else do;
X1=rannor(1) * 1/100 + (6-3)/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/100;
%end;
end;
ff=49/100 * pdf('normal',X1,-1,2/3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2/3) )
%end;
+ 49/100 * pdf('normal',X1,1,2/3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2/3) )
%end;
+ 1/350 * pdf('normal',X1,(0-3)/2,1/100)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/100) )
%end;
+ 1/350 * pdf('normal',X1,(1-3)/2,1/100)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/100) )
%end;
+ 1/350 * pdf('normal',X1,(2-3)/2,1/100)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/100) )
%end;
+ 1/350 * pdf('normal',X1,(3-3)/2,1/100)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/100) )
%end;
+ 1/350 * pdf('normal',X1,(4-3)/2,1/100)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/100) )
%end;
+ 1/350 * pdf('normal',X1,(5-3)/2,1/100)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/100) )
%end;
+ 1/350 * pdf('normal',X1,(6-3)/2,1/100)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/100) )
%end;
;
output;
end;
end;
drop i c;
run;

```

```

%mend misinys11;

%macro misinys12(d=1);
data marron12;
do imtis=1 to &imciu_sk.;
do i=1 to &imties_n.;
c=ranuni(1);
if c<1/2 then do;
X1=rannor(1);
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1);
%end;
end;
else if c<(1/2+2**((1--2)/31)) then do;
X1=rannor(1) * 2**(--2)/10 + -2+1/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2**(--2)/10;
%end;
end;
else if c<(1/2+2**((1--2)/31)+2**((1--1)/31)) then do;
X1=rannor(1) * 2**(--1)/10 + -1+1/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2**(--1)/10;
%end;
end;
else if c<(1/2+2**((1--2)/31)+2**((1--1)/31)+2**((1-0)/31)) then do;
X1=rannor(1) * 2**(-0)/10 + 0+1/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2**(-0)/10;
%end;
end;
else if c<(1/2+2**((1--2)/31)+2**((1--1)/31)+2**((1-0)/31)+2**((1-1)/31)) then do;
X1=rannor(1) * 2**(-1)/10 + 1+1/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2**(-1)/10;
%end;
end;
else do;
X1=rannor(1) * 2**(-2)/10 + 2+1/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2**(-2)/10;
%end;
end;
ff=1/2 * pdf('normal',X1,0,1)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1) )
%end;
+ 2**((1--2)/31) * pdf('normal',X1,-2+1/2,2**(--2)/10)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2**(--2)/10) )
%end;
+ 2**((1--1)/31) * pdf('normal',X1,-1+1/2,2**(--1)/10)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2**(--1)/10) )
%end;
+ 2**((1-0)/31) * pdf('normal',X1,0+1/2,2**(-0)/10)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2**(-0)/10) )

```

```

%end;
+ 2**(1-1)/31 * pdf('normal',X1,1+1/2,2**(-1)/10)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2**(-1)/10) )
%end;
+ 2**(1-2)/31 * pdf('normal',X1,2+1/2,2**(-2)/10)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2**(-2)/10) )
%end;
;
output;
end;
end;
drop i c;
run;
%mend misinys12;

%macro misinys13(d=1);
data marron13;
do imtis=1 to &imciu_sk.;
do i=1 to &imties_n.;
c=ranuni(1);
if c<46/100 then do;
X1=rannor(1) * 2/3 - 1;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2/3;
%end;
end;
else if c<92/100 then do;
X1=rannor(1) * 2/3 + 1;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 2/3;
%end;
end;
else if c<277/300 then do;
X1=rannor(1) * 1/100 + -1/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/100;
%end;
end;
else if c<278/300 then do;
X1=rannor(1) * 1/100 + -2/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/100;
%end;
end;
else if c<279/300 then do;
X1=rannor(1) * 1/100 + -3/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/100;
%end;
end;
else if c<286/300 then do;
X1=rannor(1) * 1/100 + 1/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/100;
%end;
end;
else if c<293/350 then do;
X1=rannor(1) * 1/100 + 2/2;
%if &d.>1 %then

```

```

%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/100;
%end;
end;
else do;
X1=rannor(1) * 1/100 + 3/2;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 1/100;
%end;
end;
ff=46/100 * pdf('normal',X1,-1,2/3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2/3) )
%end;
+ 46/100 * pdf('normal',X1,1,2/3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,2/3) )
%end;
+ 1/300 * pdf('normal',X1,-1/2,1/100)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/100) )
%end;
+ 1/300 * pdf('normal',X1,-2/2,1/100)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/100) )
%end;
+ 1/300 * pdf('normal',X1,-3/2,1/100)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/100) )
%end;
+ 7/300 * pdf('normal',X1,1/2,1/100)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/100) )
%end;
+ 7/300 * pdf('normal',X1,2/2,1/100)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/100) )
%end;
+ 7/300 * pdf('normal',X1,3/2,1/100)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/100) )
%end;
;
output;
end;
end;
drop i c;
run;
%mend misinys13;

%macro misinys14(d=1);
data marron14;
do imtis=1 to &imciu_sk.;
do i=1 to &imties_n.;
c=ranuni(1);
if c<(2*(5-0)/63) then do;
X1=rannor(1) * 32/63/2**0 + (65-96/2**0)/21;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 32/63/2**0;

```

```

%end;
end;
else if c<(2**(5-0)/63+2**(5-1)/63) then do;
X1=rannor(1) * 32/63/2**1 + (65-96/2**1)/21;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 32/63/2**1;
%end;
end;
else if c<(2**(5-0)/63+2**(5-1)/63+2**(5-2)/63) then do;
X1=rannor(1) * 32/63/2**2 + (65-96/2**2)/21;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 32/63/2**2;
%end;
end;
else if c<(2**(5-0)/63+2**(5-1)/63+2**(5-2)/63+2**(5-3)/63) then do;
X1=rannor(1) * 32/63/2**3 + (65-96/2**3)/21;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 32/63/2**3;
%end;
end;
else if c<(2**(5-0)/63+2**(5-1)/63+2**(5-2)/63+2**(5-3)/63+2**(5-4)/63) then do;
X1=rannor(1) * 32/63/2**4 + (65-96/2**4)/21;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 32/63/2**4;
%end;
end;
else do;
X1=rannor(1) * 32/63/2**5 + (65-96/2**5)/21;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&di.=rannor(1) * 32/63/2**5;
%end;
end;
ff=2**(5-0)/63 * pdf('normal',X1,(65-96/2**0)/21,32/63/2**0)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,32/63/2**0) )
%end;
+ 2**(5-1)/63 * pdf('normal',X1,(65-96/2**1)/21,32/63/2**1)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,32/63/2**1) )
%end;
+ 2**(5-2)/63 * pdf('normal',X1,(65-96/2**2)/21,32/63/2**2)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,32/63/2**2) )
%end;
+ 2**(5-3)/63 * pdf('normal',X1,(65-96/2**3)/21,32/63/2**3)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,32/63/2**3) )
%end;
+ 2**(5-4)/63 * pdf('normal',X1,(65-96/2**4)/21,32/63/2**4)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,32/63/2**4) )
%end;
+ 2**(5-5)/63 * pdf('normal',X1,(65-96/2**5)/21,32/63/2**5)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,32/63/2**5) )
%end;
;
output;

```



```

end;
end;
drop i c;
run;
%mend misinys14;

%macro misinys15(d=1);
data marron15;
do imtis=1 to &imciu_sk.;
do i=1 to &imties_n.;
c=ranuni(1);
if c<2/7 then do;
X1=rannor(1) * 2/7 + (12*0-15)/7;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&i.=rannor(1) * 2/7;
%end;
end;
else if c<4/7 then do;
X1=rannor(1) * 2/7 + (12*1-15)/7;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&i.=rannor(1) * 2/7;
%end;
end;
else if c<6/7 then do;
X1=rannor(1) * 2/7 + (12*2-15)/7;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&i.=rannor(1) * 2/7;
%end;
end;
else if c<19/21 then do;
X1=rannor(1) * 1/21 + 2*8/7;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&i.=rannor(1) * 1/21;
%end;
end;
else if c<20/21 then do;
X1=rannor(1) * 1/21 + 2*9/7;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&i.=rannor(1) * 1/21;
%end;
end;
else do;
X1=rannor(1) * 1/21 + 2*10/7;
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
X&i.=rannor(1) * 1/21;
%end;
end;
ff=2/7 * pdf('normal',X1,(12*0-15)/7,2/7)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&i.,0,2/7) )
%end;
+ 2/7 * pdf('normal',X1,(12*1-15)/7,2/7)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&i.,0,2/7) )
%end;
+2/7 * pdf('normal',X1,(12*2-15)/7,2/7)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&i.,0,2/7) )
%end;
+ 1/21 * pdf('normal',X1,2*8/7,1/21)

```

```

%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/21) )
%end;
+ 1/21 * pdf('normal',X1,2*9/7,1/21)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/21) )
%end;
+ 1/21 * pdf('normal',X1,2*10/7,1/21)
%if &d.>1 %then
%do di=2 %to &d.;
%str( * pdf('normal',X&di.,0,1/21) )
%end;
;
output;
end;
end;
drop i c;
run;
%mend misinys15;

```

TANKIU_VERTINIMO_TIKSLUMA.SOURCE – TANKIŲ VERTINIMUI ATLIKTI SKAIČIUOJAMA VIDUTINĖ PROCENTINĖ ABSOLIUTINĖ PAKLAIDA

```

%macro tankiu_vertinimo_tikslumas(imtis,d,FKDE,rezultatai);
  %let starttime=%sysfunc(datetime());

%let eil_imtis_nuo=1;

proc sql noprint;
  select max(imtis)
    into :imciu_sk
    from &imtis
    ;
quit;

%do eil_imtis=&eil_imtis_nuo %to &imciu_sk;
  %put Imtis: &eil_imtis is %sysfunc(left(&imciu_sk));
  %put Taikomas metodas: &FKDE%str(;) duomenys: &imtis;
  data x(keep=X1-X&d) f(keep=ff);
    set &imtis;
    where imtis=&eil_imtis;
  run;

  %&FKDE;

proc iml;
  %if &eil_imtis>1 %then %str(use &rezultatai._FK; read all into Delta_FK; close &rezultatai._FK;
    use &rezultatai._FK_f; read all into TANKIS_FK; close &rezultatai._FK_f;
  );
  use f; read all into f; close f;
  use FKDE; read all into f_FK; close FKDE;
  f_FK=(f_FK<1000)#f_FK;
  %if &eil_imtis>1 %then %str(Delta_FK=Delta_FK/(abs(1-f_FK/f)[:]);
    TANKIS_FK=TANKIS_FK/(shape(&eil_imtis,nrow(f),1)||f||f_FK);
  );
  %else %str(Delta_FK=abs(1-f_FK/f)[:]);
    TANKIS_FK=shape(&eil_imtis,nrow(f),1)||f||f_FK;
  );
  varnames='Delta';
  create &rezultatai._FK from Delta_FK [colname=varnames];
  append from Delta_FK;
  create &rezultatai._FK_f from TANKIS_FK [colname={imtis f f_}];
  append from TANKIS_FK;

```

```
quit;
%end;

proc means data=&rezultatai._FK noprint;
  var Delta;
  output out=&rezultatai._FK_vid(drop=_FREQ_ _TYPE_) n=N min=MIN median=MEDIAN mean=MEAN std=STD;
run;

data _null_;
  exectime=datetime()-&starttime;
  put;
  put 'Vykdymo trukme ' exectime time.;
run;
%mend tankiu_vertinimo_tikslumas;
```