KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS

MATEMATINĖS SISTEMOTYROS KATEDRA

Kristina Šutienė

NEMOKUMO TRUKMĖS VIDURKIO IR DISPERSIJOS ĮVERTINIMAS DRAUDIME

Magistro darbas

Vadovas
doc. dr. V. Karpickaitė

KAUNAS, 2004

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS

MATEMATINĖS SISTEMOTYROS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas
prof. habil.dr. V.Pekarskas
2004 06 11

NEMOKUMO TRUKMĖS VIDURKIO IR DISPERSIJOS ĮVERTINIMAS DRAUDIME

Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas

Kalbos konsultantas
dr. J. Džežulskienė
2004 05 31

Vadovas
doc. dr. V. Karpickaitė
2004 06 03

Recenzentas
dr.V. Dargis
2004 06 03

Atliko
FMMM-2 gr. stud.
K. Šutienė
2004 05 27

KAUNAS, 2004

KVALIFIKACINĖ KOMISIJA

Pirmininkas:	Leonas Saulis, profesorius (VGTU)
Sekretorius:	Eimutis Valakevičius, docentas (KTU)
Nariai:	Algimantas Jonas Aksomaitis, profesorius (KTU)
	Vytautas Janilionis, docentas (KTU)
	Vidmantas Povilas Pekarskas, profesorius (KTU)
	Rimantas Rudzkis, profesorius (MII)
	Zenonas Navickas, profesorius (KTU)

Sutiene K. Estimation of Average and Dispersion of the insolvency duration in Insurance: Master’s work in applied mathematics / supervisor dr. assoc. doc. V. Karpickaite; Department of Applied mathematics, Faculty of Fundamental Sciences, Kaunas University of Technology. – Kaunas, 2004. – 138 p.

SUMMARY

In this paper we consider the process as continuing if ruin occurs. Due to the assumptions presented, the surplus will go to infinity with probability one. And if ruin occurs the process will temporarily stay below the zero level. In that case the insurance company will be insolvent. The purpose of this paper is to find some features about how long the surplus will stay below zero and how to reduce time surplus being negative. In Section 1 we introduce to bankruptcy and survival probability, we show how using a martingale method mathematician H. U. Gerber found the moment generating function of the duration of negative surplus, which can be multiple, as well as some moments. Mathematician A. E. dos Reis used Gerber’s results as a basis for his developments. A. E. dos Reis show how Gerber’s results can be generalized to the classical model presented. In Section 2 we show how we used A. E. dos Reis’s results to calculate average and dispersion of duration of the first insolvency period, of any other insolvency period and number, total duration of these periods by changing parameters of Gamma distribution. At first we present three examples with different features and for which we can find explicit expressions for both the probability of ruin and the distribution of the negative surplus. Under such conditions we consider exponential, Gamma $(2,\beta)$ and Gamma $(3,\beta)$ individual claim amount distributions. We also present general case of Gamma (α,β), $\alpha > 3$ individual claim amounts, for which we used approximate methods. Finally, some recommendations are given.

TURINYS

LENTELIŲ SĄRAŠAS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

ĮŽANGA

Pasukę rinkos ekonomikos keliu, mes neišvengiamai turėjome daryti ir darėme daugybę klaidų, nes tai naujas, nežinomas, pilnas pavojingų netikėtumų kelias. Todėl vis dar iki šiol daugelis Lietuvos bendrovių – tiek stambios, tiek smulkios išgyvena ne pačius geriausius savo laikus: vienos iš jų praradusios rinką, kitos taiko tiek techniškai, tiek morališkai pasenusias strategijas, dar kitos dėl nepakankamos apyvartos nesugeba atsiskaityti su tiekėjais, Valstybine mokesčių inspekcija ir pan. Ne išimtis yra ir draudimo bendrovės. Joms pastarasis dešimtmetis buvo vienas iš sunkiausiųjų. Kas gi tokio atsitiko mūsų valstybėje, kad daugelis draudimo įmonių buvo priverstos nutraukti savo veiklą? Paieškokime priežasčių iš anksčiau.

1990 metų liepos 30 dieną buvo priimtas labai svarbus akcinių bendrovių įstatymas, įteisinęs naują įmonių rūšį. Po poros mėnesių įsigalėjo Lietuvos Respublikos draudimo įstatymas. Šie du svarbūs įstatymai sudarė sąlygas kurtis pirmoms privataus kapitalo draudimo bendrovėms. 1991 metais pirmąja privačia draudimo bendrove tapo UAB “Vicura”, performavus prekybos namų “Kirnis” akcinį kapitalą. Tais pačiais metais leidimas vykdyti veiklą buvo išduotas Lietuvos ir Vokietijos bendrai įmonei “Drauda”. Vėliau į Lietuvos draudimo rinką įsijungė draudimo kompanijos “Baltijos garantas” ir “Preventa”, kurios panaudodamos aktyvaus ėjimo į rinką ir įsitvirtinimo joje metodus, pamažu ėmė atrasti savo vietą ir laimėti klientų palankumą, nors vis dar didžiąją draudimo rinkos dalį valdė Valstybinė draudimo įmonė. Į Lietuvos istoriją 1993 metai turėtų įeiti, kaip labai spartaus draudimo kompanijų steigimo metai, nes tuo metu mūsų šalyje buvo įregistruotos net 32 draudimo kompanijos. Tačiau daugelis vos tik naujai įsikūrusių draudimo įmonių privalėjo nutraukti savo veiklą. Nemalonūs bankrotų procesai prasidėjo dėl per mažo įstatinio kapitalo, drįstant prisiimti tokias rizikas, kurios keliolika ar net keliasdešimt kartų viršijo jų realias galimybes atlyginti susidarysiančius nuostolius. Kita, ko gero svarbiausia, bankrotų Lietuvos finansiniame pasaulyje priežastis buvo draudimo kompanijų ir bankų nekompetentingumas, neatsakingumas, nepakankama jų kontrolė ir noras kuo greičiau ir kuo daugiau pasipelnyti. Darbuotojų neprofesionalumas, steigėjų atsakomybės trūkumas, per didelis pasitikėjimas, netinkamai pasirinktos sukauptų lėšų rizikingos investavimo kryptys atvedė tokias draudimo kompanijas, kaip “Sveikuoliai”, “Šviesuoliai” ir “Senoliai”, prie greito ir skandalingo žlugimo. Kartu buvo žymiai pakirstas ir svarbių gyvybės draudimo rūšių, kurias buvo pradėjusios vykdyti šios kompanijos, autoritetas. Kūrėsi ir konsultacinės – brokerinės draudimo kompanijos, padedančios teisingai pasirinkti reikiamas draudimo rūšis, įvertinti draudimo kompanijų pranašumus ir trūkumus. Lietuvoje įvairių draudimo įmonių buvo įsteigta tiek, kad buvo jaučiama vis didėjanti įtampa tarp draudimo bendrovių ir brokerių. Viena iš nesantaikos priežasčių – didėjanti brokerių dalis įmokose, o tai pakirto finansinius draudimo bendrovių egzistavimo pamatus. 1996 metais buvo priimtas naujas Draudimo įstatymas, kuris numatė papildomus veiksnius siekiant užtikrinti draudimo kompanijų patikimumą. 1999 metų pabaigoje draudimo kompanijas neigiamai paveikė šalies ekonominis nuosmukis, netiesiogiai susijęs su Rusijos krize. Akivaizdu, kad globalizacijos tendencijos ir vis didėjanti nacionalinių rinkų tarpusavio priklausomybė gali įvairiai paveikti Lietuvos draudimo rinkos augimą. Neseniai įvestas transporto priemonių savininkų ir valdytojų civilnės atsakomybės privalomasis draudimas tapo nelengva užduotimi draudimo įmonėms nustatant įmokas ir siekiant laimėti klientų palankumą. Be jau minėtų kliūčių, dar vienu išbandymu gali tapti užsienio draudimo įmonių atėjimas į šią sferą. Didėjanti konkurencija, ypatingai, kai pagrindinė konkurencinės kovos priemonė yra draudimo produktų kaina, stabdo draudimo rinkos augimą. Gan aukštas nedarbo lygis Lietuvoje taip pat neigiamai veikia tiek gyvybės, tiek negyvybės draudimo rinkų augimą. Galima įžvelgti ir demografinio vystymosi neigiamą poveikį Lietuvos draudimui. Gyventojų skaičiaus mažėjimas, neigiamai veikiantis draudimo produktų paklausą, yra ilgą laiką besitęsiantis ir pamažu vykstantis procesas, o šalies gyventojų amžiaus vidurkio didėjimas, susijęs su ligos ir nelaimingų atsitikimų draudimo produktams didėjimu, mažai tikėtinas dėl ypač nedidelės vyresniojo amžiaus žmonių perkamosios galios. Tačiau vertinant Lietuvos draudimo rinkos augimo perspektyvas ryškiausia koreliacija yra tarp BVP augimo ir negyvybės draudimo augimo bei šalies gyventojų pajamų augimo ir gyvybės draudimo plėtimosi.

Tad bet kuriuo metu ir dėl įvairių priežasčių draudimo įmonės gali susidurti su padidėjusiu įmonių nemokumu. Tiesa, kurį tai laiką dalį nuostolių bendrovė gali padengti pati iš sukauptų lėšų ar paprašyti iš išorės, tikintis, kad esama padėtis pagerės ateityje. Tai lyg investicija, belaukiant teigiamų rezultatų. Tad iškyla klausimas, kaip greitai sulauksime verslo pagyvėjimo. Tokioje situacijoje tampa aktualus nemokumo trukmės vertinimas. Kadangi tai atsitiktinis dydis, įvertinimui skaičiuojami tokios charakteristikos, kaip vidurkis ir dispersija. Darbe nagrinėjamas klasikinis tolydaus laiko modelis, kai rinkos sąlygos stabilios. Išvedamos formulės įvertinti pirmojo, bet kuriuo kitu laiko momentu atsiradusio nemokumo periodo trukmės vidurkį ir dispersiją bei nemokumo periodų skaičiaus ir suminės trukmės vidurkį ir dispersiją. Taigi žinant galimą nemokumo trukmę yra lengviau apsispręsti dėl investicijų, t.y. gelbėti draudimo bendrovę, ar ne. Gauti rezultatai gali būti taikomi ir perdraudime. Kadangi tokia problema Lietuvoje nagrinėjama pirmą kartą, šiame darbe bus pateikiamos teorinės formulės bei gaunami rezultatai. Remiantis šia teorija atsiranda galimybė, kurti diskrečius modelius, pritaikyti juos esant nestabiliom rinkos sąlygom ir sukurti tokius metodus, pagal kuriuos draudimo bendrovė galėtų įvertinti nemokumo trukmę. Šia tema 2004 metų balandžio 2 dieną skaitytas pranešimas konferencijoje ”Matematika ir matematikos dėstymas”.

1. TEORINĖ DALIS

1.1. TOLYDAUS LAIKO MODELIS

Susipažinkime su sudėtiniu Puasono modeliu. Tegu $\{U(t), t \geq 0\}$ žymi draudimo bendrovės turto pasikeitimą, vadinamą laisvųjų rezervų procesu. Tuomet klasikinė draudimo bendrovės veiklos lygtis yra:

$$U(t) = u + c \cdot t - S(t), \qquad \textbf{(1.1.1.)}$$

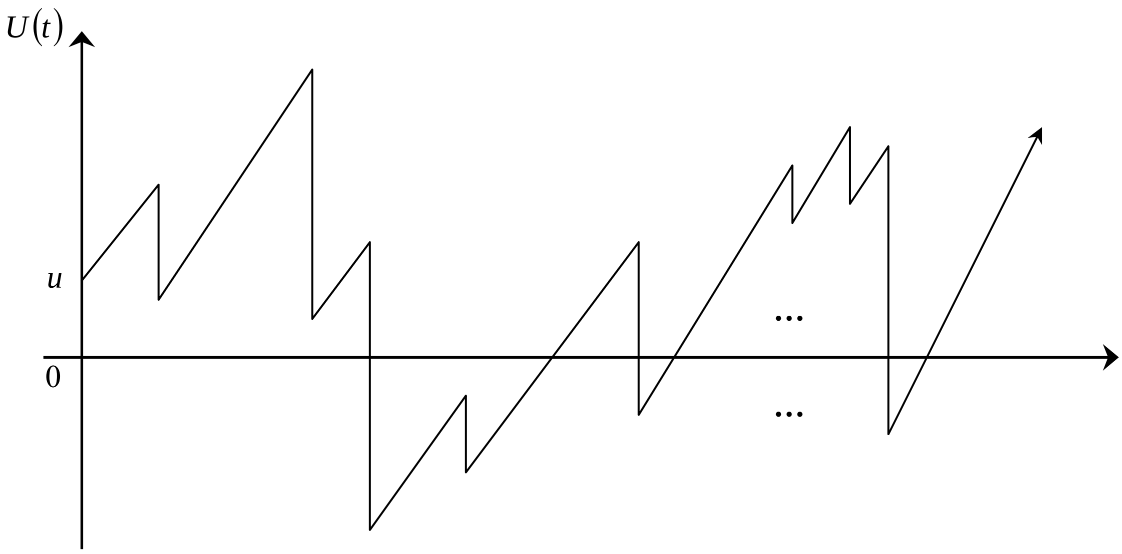
čia: u – pradiniai rezervai, $u \geq 0$,

c – grynosios įmokos per laiko vienetą t ,

$S(t)$ – suminės išmokos iki laiko momento t.

Toks modelis yra orientuojamas į nusistovėjusią veiklą: vienodas klientų skaičius, vienoda ekonominė veikla, pinigai neinvestuoti į finansinę rinką ir pan.

Grafiškai laisvųjų rezervų procesas pavaizduotas 1.1.1. paveiksle.



1.1.1. pav. Laisvųjų rezervų procesas

Aptarsime šio modelio prielaidas.

Modelio prielaidos:

1. Grynosios įmokos c apskaičiuojamos naudojant išraišką:

$$c = (1 + \theta) \cdot E(S), \qquad \textbf{(1.1.2.)}$$

čia: θ – saugumo garantas ,

$E(S)$ – suminių išmokų vidurkis.

(1.1.2.) išraišką pritaikius Puasono procesui, gaunama tokia formulė:

(1.1.3.)

$$c = (1+\theta) \cdot \lambda \cdot \mu_1 ,$$

čia: λ – Puasono proceso parametras ,

μ_1 – išmokų dydžio vidurkis.

Iš (1.1.2.) ir (1.1.3.) turime

$$c > \lambda \cdot \mu_1 ,$$

o tai reiškia, kad įmokos gautos per laiko vienetą viršija tikėtinas išmokas per laiko vienetą.

2. Suminių išmokų procesas yra atsitiktinis procesas, aprašomas tokia lygybe:

$$S(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i ,$$

čia: X_i – išmokos, tarpusavyje nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, pasiskirstę identiškai,

$N(t)$ – išmokų skaičius laiko intervale $[0;t]$, vadinamas išmokų skaičiaus procesu.

Laikome, jei $N(t) = 0$, tai $S(t) = 0$.

Išmokų dydis $X \geq 0$ gali būti pasiskirstęs pagal eksponentinį, lognormalųjį, Pareto, normalųjį ir kt. skirstinius. Konkretus pasiskirstymas nustatomas analizuojant statistinius duomenis. Tad šiame darbe išmokų X pasiskirstymo funkciją žymėsime $F_X(x)$, tankio funkciją – $p_X(x)$, momentus generuojančią funkciją – $M_X(z)$, o k-osios eilės pradinį momentą $-\mu_k = E[X^k]$. Laikysime, kad pirmieji trys momentai egzistuoja.

$\{N(t), t \geq 0\}$ yra Puasono procesas su parametru $\lambda > 0$, t.y. procesas su nepriklausomais ir stacionariais pokyčiais

$$P(N(t+\tau) - N(t) = k) = \frac{e^{-\lambda \cdot \tau} \cdot (\lambda \cdot \tau)^k}{k!}, \quad k \geq 0.$$

Šis išmokų skaičiaus procesas tenkina tokias savybes:

- $N(t) \geq 0$, $N(0) = 0$;
- $N(t) \in \mathbf{Z}$;
- $N(s) \leq N(t)$, kai $s < t$;
- $N(t) - N(s)$, kai $s < t$, žymi įvykių skaičių, įvykusių laiko intervale $(s,t]$.

Jei $\{N(t), t \geq 0\}$ turi stacionarius ir nepriklausomus pokyčius, o atsitiktiniai dydžiai $\{X_1, X_2, X_3, \ldots\}$ yra nepriklausomi, tai procesas $\{S(t), t \geq 0\}$ turi taip pat stacionarius ir nepriklausomus pokyčius. Tokiu atveju $\{S(t), t \geq 0\}$ vadinamas sudėtiniu Puasono procesu.

Atkreipsime dėmesį ir į tai, kad išmokų skaičius ir išmokų dydis yra nepriklausomi.

Taigi sudėtinio Puasono modelio prielaidos aptartos.

1.2. KAI KURIOS IŠLIKIMO TIKIMYBĖS IŠRAIŠKOS

Matu, apibūdinančiu draudimo kompanijos nemokumą, laikoma bankroto tikimybė. Tegu

$$T = \inf(t \mid t \geq 0,\ U(t) < 0) \quad \text{ir} \quad T = \infty,\ \text{jei}\ \mathrm{U(t)} \geq 0,\ \forall t\,.$$

Bankroto tikimybė, kai pradiniu laiko momentu turimas kapitalas yra u, apibrėžiama taip:

$$\varphi(u) = P\big(T < \infty \,\big|\, U(0) = u\big). \tag{1.2.1.}$$

Šiai tikimybei priešinga išlikimo tikimybė

$$\delta(u) = 1 - \varphi(u).$$

Pasinaudojant pilnosios tikimybės formule yra gaunama išlikimo tikimybės funkcionalinė išraiška. Tegu per trumpą laiko tarpą h įvyksta nedaugiau kaip viena išmoka, t.y.

$$N(t+h) - N(t) = 1\,.$$

Tuo atveju, kai išmokos nėra,

$$N(t+h) - N(t) = 0\,.$$

Per laiko tarpą h gaunamos įmokos dydis yra lygus $c \cdot h$. Todėl išlikimo tikimybė apskaičiuojama taip:

$$\delta(u) = P(N(t+h) - N(t) = 0) \cdot \delta(u + c \cdot h) + P(N(t+h) - N(t) = 1) \cdot \int_0^{u+c\cdot h} \delta(u + c \cdot h - x)\, dF_X(x)\,.$$

Kadangi išmokų skaičiaus procesas $\{N(t), t \geq 0\}$ yra Puasono procesas, tai

$$P(N(t+h) - N(t) = 1) = \lambda \cdot h \cdot e^{-\lambda \cdot h}, \tag{1.2.2.}$$

o kai išmokos nėra, tai

$$P(N(t+h) - N(t) = 0) = 1 - \lambda \cdot h \cdot e^{-\lambda \cdot h}\,. \tag{1.2.3.}$$

Įstačius (1.2.2.) ir (1.2.3.) išraiškas į išlikimo tikimybės formulę, gaunama

$$\delta(u) = (1 - \lambda \cdot h \cdot e^{-\lambda \cdot h}) \cdot \delta(u + c \cdot h) + \lambda \cdot h \cdot e^{-\lambda \cdot h} \int_0^{u+c\cdot h} \delta(u + c \cdot h - x)\, dF_X(x).$$

Pastaroji išraiška pertvarkoma taip:

$$\delta(u + c \cdot h) - \delta(u) = \lambda \cdot h \cdot e^{-\lambda \cdot h} \cdot \delta(u + c \cdot h) - \lambda \cdot h \cdot e^{-\lambda \cdot h} \cdot \int_0^{u+c\cdot h} \delta(u + c \cdot h - x)\, dF_X(x).$$

Gautą lygybę padalinus iš $c \cdot h$

$$\frac{c(\delta(u + c \cdot h) - \delta(u))}{h} = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot h} \cdot \delta(u + c \cdot h) - \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot h} \cdot \int_0^{u+c\cdot h} \delta(u + c \cdot h - x)\, dF_X(x)$$

ir apskaičiavus reiškinio ribą, kai $h \to 0$, gauta tokia formulė:

$$c \cdot \delta'(u) = \lambda \cdot \delta(u) - \lambda \cdot \int_0^{u} \delta(u - x)\, dF_X(x). \tag{1.2.4.}$$

(1.2.4.) formulė yra išlikimo tikimybės integralinė – diferencialinė lygtis, kurią galima spręsti panaudojant operacinio skaičiavimo metodus. Tuo tikslu įvedami vaizdų žymenys:

$\delta(u) \div \overline{\delta}(z)$,

$\delta'(u) \div z \cdot \overline{\delta}(z) - \delta(0)$,

$\int_0^u \delta(u-x) dF_X(x) \div \overline{\delta}(z) M_X(-z).$

Naudojant šias operacinio skaičiavimo savybes, gaunama

$$c \cdot (z \cdot \overline{\delta}(z) - \delta(0)) = \lambda \cdot \overline{\delta}(z) - \lambda \cdot \overline{\delta}(z) \cdot M_X(-z), \qquad \textbf{(1.2.5.)}$$

čia: $\overline{\delta}(z) = \int_0^\infty \delta(u) \cdot e^{-z \cdot u} du$,

$M_X(-z) = \int_0^\infty e^{-x \cdot z} dF_X(x)$.

Iš lygties (1.2.5.) išreiškiamas vaizdas $\overline{\delta}(z)$:

$$\overline{\delta}(z) = \frac{c \cdot \delta(0)}{c \cdot z - \lambda + \lambda \cdot M_X(-z)}. \qquad \textbf{(1.2.6.)}$$

Pasinaudojus gerai žinomomis formulėmis

$\delta(0) = \frac{\theta}{1+\theta}$,

$c = (1+\theta)\lambda \mu_1$,

gaunama tokia išlikimo tikimybės vaizdo išraiška:

$$\overline{\delta}(z) = \frac{\mu_1 \cdot \theta}{(1+\theta)\mu_1 z - 1 + M_X(-z)}. \qquad \textbf{(1.2.7.)}$$

Tolimesniam sprendimui paprastai turi būti žinomas išmokų vidurkis μ_1 ir momentus generuojanti funkcija $M_X(z)$. Tuomet būtų galima surasti šio vaizdo pirmavaizdį. Tačiau (1.2.7.) lygtį sėkmingai galima spręsti tik tuo atveju, kai momentus generuojančios funkcijos išraiška nėra sudėtinga, t.y. kai turime tokius pasiskirstymus, kaip eksponentinis, eksponentinių skirstinių mišinys, Erlango skirstinys. Kitais atvejais yra pasinaudojama apytiksliais metodais.

(1.2.7.) formulę pertvarkome taip:

$$\overline{\delta}(z) = \frac{1}{z} \cdot \frac{\theta}{(1+\theta)} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{(1+\theta)} \cdot \frac{(1 - M_X(-z))}{z \cdot \mu_1}}. \qquad \textbf{(1.2.8.)}$$

Išraišką $\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{(1+\theta)}\cdot\dfrac{(1-M_X(-z))}{z\cdot\mu_1}}$ laikant be galo mažėjančios geometrinės progresijos suma,

(1.2.8.) formulė perrašoma taip :

$$\overline{\delta}(z)=\frac{1}{z}\cdot\frac{\theta}{(1+\theta)}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{1+\theta}\right)^n\cdot\left(\frac{1-M_X(-z)}{z\cdot\mu_1}\right)^n.$$

Pritaikius Niutono-Binomo formulę

$$(1-M_X(-z))^n=\sum_{j=0}^{n}C_n^j\cdot(-1)^j\cdot(M_X(-z))^j,$$

$$(M_X(-z))^j=\int_0^{\infty}e^{-z\cdot x}dF_X^{*j}(x),$$

po daugybės pertvarkymų turime:

$$\overline{\delta}(z)=\frac{\theta}{z(1+\theta)-\dfrac{1}{\mu_1}}+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{(-1)^j}{(\mu_1\cdot(1+\theta))^j\cdot j!}\cdot\sum_{n=j}^{\infty}\frac{1}{(\mu_1\cdot(1+\theta))^{n-j}\cdot(n-j)!}\cdot\int_0^{\infty}\frac{n!\cdot e^{-z\cdot x}}{z^{n+1}}dF_X^{*j}(x),$$

čia: $F_X^{*j}(x)$ yra j-osios eilės funkcijos $F_X(x)$ sąsūka ,

$F_X(x)=P(X<x).$

Gautoji formulė yra naudinga tuo, kad joje jau nebėra momentus generuojančios funkcijos, nes daug skirstinių jos neturi arba jos išraiška yra labai sudėtinga. Belieka gauti šios funkcijos pirmavaizdį – išlikimo tikimybę

$$\delta(u)=\frac{\theta\cdot e^{\frac{u}{\mu_1\cdot(1+\theta)}}}{(1+\theta)}\cdot\left(1+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{h_j(u)}{(\mu_1\cdot(1+\theta))^j\cdot j!}\right), \qquad \textbf{(1.2.9.)}$$

čia: $h_j(u)=\int_0^u(u-x)^j e^{-\frac{x}{\mu_1(1+\theta)}}dF_X^{*j}(x).$

Daugelio skirstinių atveju paranku yra naudoti diskretizuotą (1.2.9) formulę:

$$\widetilde{\delta}(u)=\frac{\theta\cdot e^{\frac{u}{\mu_1\cdot(1+\theta)}}}{(1+\theta)}\cdot\left(1+\sum_{k=0}^{[u]}e^{-\frac{k}{\mu_1(1+\theta)}}\sum_{j=1}^{\infty}\left(\frac{k-u}{\mu_1(1+\theta)}\right)^j\cdot\frac{p_X^{*j}(k)}{j!}\right), \qquad \textbf{(1.2.10.)}$$

čia: $p_X^{*j}(x)$ yra j-osios eilės funkcijos $p_X(x)$ sąsūka ,

$p_X(x)=P(X=x).$

Nors (1.2.10.) yra apytiksli išlikimo tikimybės reikšmė, tačiau ji yra gan plačiai taikoma vien dėl to, kad joje nėra momentus generuojančios funkcijos. Vadinasi, ji tinka bet kuriam išmokų skirstiniui. Remiantis (1.2.10.), gaunama

$$\widetilde{\varphi}(u) = 1 - \widetilde{\delta}(u).$$

Atsižvelgiant į bankroto tikimybės įvertinimo sunkumus, tiek modeliuojant draudos procesą, tiek atliekant apytikslius skaičiavimus, yra pasinaudojama paprastesniais bankroto tikimybės įverčiais, kuriuos aptarsime sekančiame skyriuje.

1.3. BANKROTO TIKIMYBĖS ĮVERČIAI

Pats paprasčiausias bankroto tikimybės įvertis buvo pasiūlytas matematiko Lundenbergo:

$$\varphi(u) < e^{-R \cdot u},$$

čia: R – sureguliavimo koeficientas ,

$\varphi(u)$ – bankroto tikimybė.

Nors šis įvertis yra gan paprastas, tačiau reikalauja informacijos apie sureguliavimo koeficientą, kuris yra lygties $e^{-cR} M_{S(t)}(R) = 1$ sprendinys. Sudėtiniui Puasono procesui sureguliavimo koeficientas yra surandamas iš tokios lygties:

$$1 + (1+\theta)\mu_1 R = M_X(R), \tag{1.3.1.}$$

čia: μ_1 – išmokų vidurkis ,

θ – saugumo garantas ,

$M_X(R)$ – išmokų momentus generuojanti funkcija.

Akivaizdu, kad, kai $R = 0$, (1.3.1.) lygybė yra tenkinama. Jei egzistuoja išmokų momentus generuojanti funkcija, tai galima surasti ir daugiau teigiamų sprendinių. Tačiau čia susiduriama su tam tikra problema: tikslią sureguliavimo koeficiento išraišką galima gauti tiktai nedaugelio skirstinių atvejais. Dažniausiai sureguliavimo koeficientas surandamas panaudojant apytikslius metodus.

Antrasis tikslesnis bankroto tikimybės įvertis yra gaunamas kitu būdu. Yra žinoma, kad geometrinio skirstinio atveju, kai $x \to \infty$,

$$1 - F_S(x) \to \frac{\theta \cdot e^{-R \cdot x}}{R \cdot M'_X(R)}.$$

Pasinaudojus pastarąja išraiška, kai $u \to \infty$, gaunama:

$$1 - \delta(u) \to \frac{\theta \cdot e^{-R \cdot u}}{R \cdot \left(1 - \frac{M_X(R)}{\mu_1 R}\right)'}. \tag{1.3.2.}$$

(1.3.2.) formulę išdiferencijavus ir įstačius (1.3.1.) , gaunama:

$$\varphi(u) \to \frac{\theta \cdot \mu_1 e^{-R \cdot u}}{M'_X(R) - (1+\theta) \cdot \mu_1}. \tag{1.3.3.}$$

Pastaroji formulė yra jau gan tikslus bankroto tikimybės įvertis, nes eksponentinio pasiskirstymo atveju ši išraiška sutampa su tikslia bankroto tikimybės formule, o kitų skirstinių atveju reikšmės skiriasi tik nedidelėje taško $u = 0$ aplinkoje. Tačiau (1.3.3.) gali būti taikoma tik tuo atveju, kai momentus generuojanti funkcija yra diferencijuojama.

Trečiasis bankroto tikimybės įvertis $G(u, y)$ parodo tikimybę, kad T momentu turimi pradiniai rezervai yra u, o neigiami rezervai yra mažesni nei y:

$$G(u, y) = P\left[T < \infty \,\&\, U(T) > -y \mid U(0) = u\right],$$

čia: $T = \inf\left(t \mid t \geq 0,\ U(t) < 0\right)$ ir $T = \infty$, jei $\mathrm{U(t)} \geq 0\ \forall t$.

Jos tankis žymimas $g(u, y)$. Tuomet

$$G(u, y) = \int_0^y g(u, x)dx. \tag{1.3.4.}$$

Bankroto tikimybes $\varphi(u)$ ir $G(u, y)$ sieja toks sąryšis:

$$G(u, \infty) = \varphi(u). \tag{1.3.5.}$$

Iš sąryšių

$$g(0, y) = \frac{1}{(1+\theta)\mu_1}\left(1 - F_X(y)\right), \tag{1.3.6.}$$

$$G(0, y) = \frac{1}{(1+\theta)\mu_1}\int_0^y \left(1 - F_X(x)\right)dx \tag{1.3.7.}$$

turime tokią formulę

$$\varphi(0) = G(0, \infty) = \frac{1}{1+\theta}. \tag{1.3.8.}$$

Pastaroji formulė yra labai svarbus rezultatas. Iš čia matyti, kad, kai $u = 0$, bankroto (išlikimo) tikimybė priklauso tik nuo garantinio krūvio θ ir nepriklauso nuo išmokų dydžio pasiskirstymo.

Panaudojant Laplaso transformacijos apibrėžimą

$$\overline{g}(z, y) = \int_0^\infty e^{-z \cdot u} \cdot g(u, y)du$$

ir savybes, $\overline{g}(z, y)$ išreiškiamas taip:

$$\overline{g}(z, y) = \frac{z \cdot \overline{\delta}(z)}{\mu_1 \cdot \theta} \cdot e^{z \cdot y} \cdot \int_y^\infty e^{-z \cdot x} \cdot (1 - F_X(x))dx,$$

čia: $\overline{\delta}(z)$ pateikta (1.2.8.).

Pritaikius Diuamelio formulę gaunama, kad

$$g(u,y)=\frac{1}{\mu_1\cdot\theta}\cdot\left(\delta(u)\cdot(1-F_X(y))-\int_0^u\delta(u-x)dF_X(x+y)\right). \quad \textbf{(1.3.9.)}$$

(1.3.9.) formulė yra tikslus bankroto tikimybės $g(u,y)$ įvertis.

1.4. GERBERIO REZULTATAI

Šiame skyriuje išsiaiškinsime matematiko H. U. Gerberio gautus rezultatus. Pirmiausiai (1.1.1) formulė perrašoma, kai $u=0$:

$$U(t)=c\cdot t-S(t).$$

Gerberis nagrinėja tokią problemą: per kiek laiko laisvųjų rezervų procesas pasieks teigiamą lygį x (bet koks norimas teigiamas skaičius) nepriklausomai nuo to, ar nuostoliai patiriami, ar ne. Pirmasis kartas, kai tai įvyksta, žymimas $\tilde{T}$:

$$\tilde{T} = \min\{t : U(t) = x\}.$$

Momento $\tilde{T}$ momentus generuojanti funkcija žymima taip:

$$E\left[e^{s\tilde{T}}\right]=M_{\tilde{T}}(s). \quad \textbf{(1.4.1.)}$$

Gerberis panaudojęs martingalų teorijos metodus įrodė, kad, kai $s\le 0$, egzistuoja toks sąryšis:

$$M_{\tilde{T}}(s)=e^{f(s)x}, \quad \textbf{(1.4.2.)}$$

čia: $f(s)$ – tam tikra funkcija nuo s .

Funkcija $f(s)$ surandama iš tokios išraiškos:

$$s=\lambda\cdot\left(\mu_1(1+\theta)f(s)-M_X(f(s))+1\right), \quad \textbf{(1.4.3.)}$$

čia: θ – saugumo garantas ,

λ – Puasono proceso parametras ,

$M_X(f(s))$ – sudėtinė išmokų dydžio X momentus generuojanti funkcija.

Literatūroje įrodoma, kad funkcija $f(s)$ yra vienareikšmiškai apibrėžiama, be to $f(s)\le 0$, kai $s\le 0$. Tai seka iš pastebėjimų, kad $f(0)=0$, didinant funkciją $f(s)$, didėja ir s reikšmės, o $f(s)$ išvestinė yra griežtai teigiama.

Pasinaudojant (1.4.2.) ir (1.4.3.) formulėmis surandamos momento $\tilde{T}$ vidurkio ir dispersijos išraiškos. Gerberio darbe pateiktos tokios galutinės išraiškos:

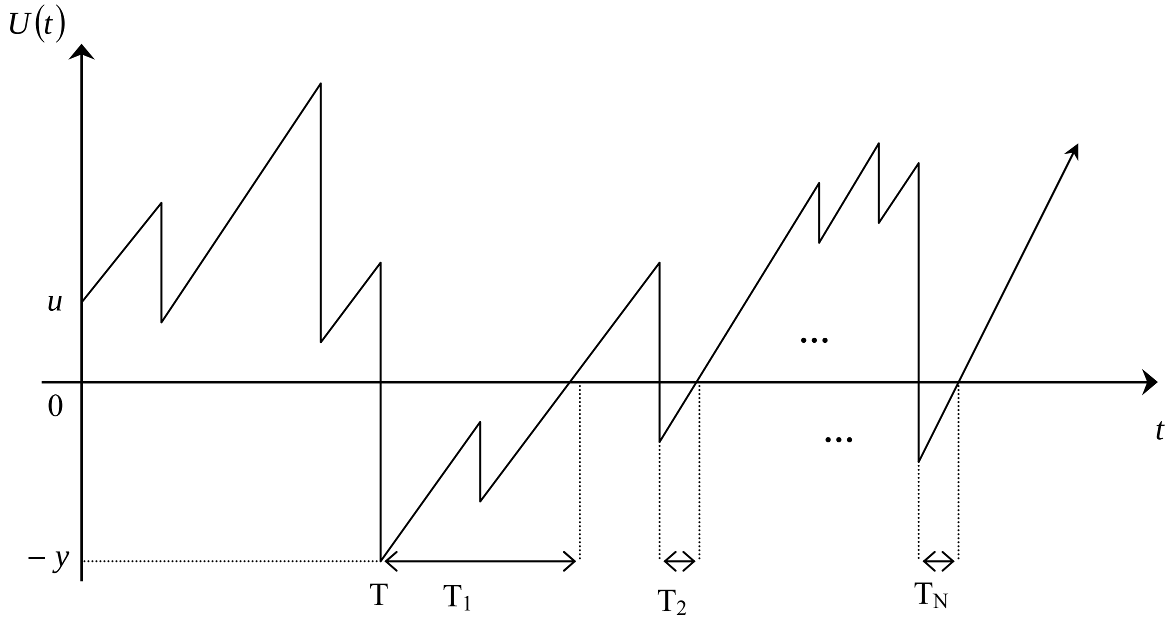
$$E\left[\tilde{T}\right]=\frac{x}{\lambda\cdot\mu_1\cdot\theta}, \quad \textbf{(1.4.4.)}$$

$$D\left[\widetilde{T}\right] = \frac{x \cdot \mu_2}{\lambda^2 \cdot \left(\mu_1 \cdot \theta\right)^3}. \qquad \textbf{(1.4.5.)}$$

Remiantis šio skyriaus faktais yra išvedamos nemokumo trukmės vidurkio ir dispersijos įvertinimo formulės.

1.5. LAISVŲJŲ REZERVŲ PROCESAS

Grafiškai pavaizduokime rezervų procesą taip, kad išryškėtų šiame darbe sprendžiama problema.



1.5.1. pav. Laisvųjų rezervų procesas

Iš 1.5.1. paveikslo matyti, kad T momentu neigiamų rezervų dydis yra y, o $T_1, T_2, \ldots, T_N$ yra nemokumo periodai skirtingais laiko momentais.

Mūsų nagrinėjamu atveju draudimo bendrovė patiria nuostolius. Tad toliau įvertinsime pirmojo, antrojo ir n-ojo nemokumo periodų trukmės vidurkį ir dispersiją.

1.6. PIRMASIS NEMOKUMO PERIODAS

Nagrinėjamas laisvųjų rezervų procesas $U(t)$, kai $u \geq 0$ (žr. 1.5.1. pav.). Momentu T turimi dydžio y neigiami rezervai. Tokiu atveju procesas (anksčiau ar vėliau) pirmąjį kartą kirs nulinį lygį momentu $T + T_1$. Kadangi remiantis Gerberio rezultatais siekiama įvertinti pirmojo nemokumo periodo trukmę T_1, tai į laisvųjų rezervų procesą žiūrima iš kitos pusės: tai procesas, prasidedantis momentu T ($U(T) = -y$) ir galiausiai kertantis nulinį lygį, arba tai procesas, prasidedantis nuo $U(T) = 0$ ir pasiekiantis lygį y laiko momentu $t > T$. Todėl tik dabar galima naudoti rezultatus, gautus 1.4. skyriuje.

Pirmojo nemokumo periodo trukmė priklausys nuo neigiamų rezervų dydžio. Atsižvelgiant į (1.4.1.) ir (1.4.2.) formules trukmės T_1 momentus generuojanti funkcija bus:

$$M_{T_1}(s;u) = E\,[e^{f(s)\cdot Y} \mid u] = M_Y(f(s);u)\ , \tag{1.6.1.}$$

čia: $f(s)$ apibrėžta (1.4.3.) išraiškoje.

Pasinaudojant (1.6.1.) rezultatu bei (1.4.4.) ir (1.4.5) išraiškomis apskaičiuojami pirmojo nemokumo periodo trukmės vidurkis $E\,[T_1 \mid u]$ ir dispersija $D\,[T_1 \mid u]$:

$$E\left[T_1 \middle| u\right] = E\left[\,E\left[T_1 \middle| Y\right]\right] = \frac{E\left[Y \middle| u\right]}{\lambda \cdot \mu_1 \cdot \theta}, \tag{1.6.2.}$$

$$D\left[T_1 \middle| u\right] = E\,[\,D[T_1 \mid Y\,]\,] + D\,[\,E\,[T_1 \mid Y\,]\,] = \frac{E\left[Y \middle| u\right] \cdot \mu_2}{\lambda^2 \cdot (\mu_1 \cdot \theta)^3} + \frac{D\left[Y \middle| u\right]}{(\lambda \cdot \mu_1 \cdot \theta)^2}. \tag{1.6.3.}$$

Iš gautų formulių matyti, kad pirmojo nemokumo periodo trukmės momentus generuojanti funkcija gali būti suprantama, kaip neigiamų rezervų momentus generuojanti funkcija. O tai yra labai patogu, nes suradus neigiamų rezervų momentus galima lengvai apskaičiuoti pirmojo nemokumo periodo trukmės momentus. Be to, nereikia pamiršti, kad neigiami rezervai bendru atveju priklauso nuo pradinių rezervų.

1.7. BET KURIUO KITU LAIKO MOMENTU ATSIRADUSIO NEMOKUMO PERIODO TRUKMĖ

Įvertinant tai, kad sudėtinis Puasono procesas turi stacionarius ir nepriklausomus pokyčius, laisvųjų rezervų procesas šiuo atveju nagrinėjamas prasidedantis momentu $T + T_1$. Antrojo nemokumo periodo tikimybė $\varphi(0)$, nes pradiniai rezervai išeikvojami jau pirmuoju nemokumo periodu. Todėl sulaukto dar vieno nemokumo periodo (kuris būtų ir paskutinis) tikimybė bus $\varphi(0)\delta(0)$. Išvedamos naujos formulės, kai pradiniai rezervai $u = 0$. Tuo tikslu remiantis (1.3.6) - (1.3.8.) formulėmis gaunama :

$$E\,[Y^k \mid u = 0] = \frac{1}{\mu_1}\int_0^{\infty} y^k \cdot (1 - F_X(y))dy = \frac{1}{\mu_1}\int_0^{\infty} y^k \int_y^{\infty} p(x)\,dx\,dy\,.$$

Sukeitus integravimo kintamuosius

$$E\,[Y^k \mid u = 0] = \frac{1}{\mu_1}\int_0^{\infty}\int_0^{x} y^k\,p(x)\,dy\,dx = \frac{1}{\mu_1}\int_0^{\infty} \frac{x^{k+1}}{k+1}\,p(x)\,dx\,,$$

gaunama galutinė išraiška:

$$E\,[Y^k \mid u=0] = \frac{\mu_{k+1}}{(k+1)\cdot \mu_1}. \tag{1.7.1.}$$

Iš (1.7.1.) formulės seka tokia išvada: jei žinomas išmokų $(k+1)$-osios eilės momentas, tai galima apskaičiuoti neigiamų rezervų k-osios eilės momentą, kai $u=0$. Tokiu atveju

$$E\,[Y \mid u=0] = \frac{\mu_2}{2\cdot\mu_1}, \qquad E\,[Y^2 \mid u=0] = \frac{\mu_3}{3\cdot\mu_1}, \qquad D[Y|u=0] = \frac{4\cdot\mu_1\cdot\mu_3 - 3\cdot\mu_2^2}{12\cdot\mu_1^2}.$$

Trukmei T_i, $i>1$ skaičiuoti pritaikomi Gerberio rezultatai, kai pradiniai rezervai $u=0$. Gaunama

$$M_{T_i}(s\,;0) = M_Y(f(s);0),$$

$$E[T_i|u=0] = \frac{E[Y|u=0]}{\lambda\cdot\mu_1\cdot\theta} = \frac{\mu_2}{2\lambda\theta\mu_1^2},$$

$$D[T_i|u=0] = \frac{E[Y|u=0]\cdot\mu_2}{\lambda^2\cdot(\mu_1\cdot\theta)^3} + \frac{D[Y|u=0]}{(\lambda\cdot\mu_1\cdot\theta)^2} = \frac{3\mu_2^2(2-\theta)+4\mu_1\mu_3\theta}{12\lambda^2\theta^3\mu_1^4}.$$

Matome, kad šios išraiškos labai panašios į formules, gautas skaičiuoti pirmojo nemokumo periodo trukmės momentams.

Be to, atkreipiamas dėmesys ir į tai, kad, kai pradinis kapitalas $u=0$, neigiamų rezervų momentus generuojanti funkcija išreiškiama sekančiai:

$$M_y(z;\,0) = \frac{1}{z\cdot\mu_1}[M_X(z)-1].$$

Todėl trukmės T_i, $i>1$ momentus generuojanti funkcija gali būti išreikšta tokiu būdu:

$$M_{T_i}(s;0) = \frac{1}{\mu_1\cdot f(s)}[M_X(f(s))-1],$$

čia: $f(s)$ apibrėžiama (1.4.3.)

1.8. SUMINĖ NEMOKUMO PERIODŲ TRUKMĖ

Visa trukmė, kai laisvųjų rezervų procesas $U(t)$ yra žemiau nulinio lygio, žymima

$$TT = T_1 + T_2 + \ldots + T_N,$$

čia: N - laisvųjų rezervų procesų, esančių žemiau nulinio lygio, atsitiktinis skaičius,

T_i - i-ojo nemokumo periodo trukmė.

Nagrinėjant suminę nemokumo periodų trukmę išskiriami du atvejai:

- pradiniai rezervai $u=0$,
- pradiniai rezervai $u\geq 0$.

1.8.1. ATSKIRAS ATVEJIS: $u = 0$

1.8.1.1. NEMOKUMO PERIODŲ SKAIČIUS

Iš ankstesnių skyrių seka tokia išvada: laisvųjų rezervų procesų, esančių žemiau nulinio lygio, skaičius yra pasiskirstęs pagal geometrinį skirstinį su tikimybe

$$P\left[N = n \middle| u = 0\right] = [\varphi(0)]^n \cdot [1 - \varphi(0)],$$

čia: $n = 0, 1, 2, \ldots$

Pritaikant geometrinio skirstinio atveju žinomas vidurkio, dispersijos ir momentus generuojančios funkcijos formules gaunama:

$$E\left[N \middle| u = 0\right] = \frac{\varphi(0)}{\delta(0)} = \frac{1}{\theta},$$

$$D\left[N \middle| u = 0\right] = \frac{\varphi(0)}{(\delta(0))^2} = \frac{1+\theta}{\theta^2},$$

$$M_N(t; u = 0) = \frac{1 - \varphi(0)}{1 - \varphi(0) \cdot e^t}.$$

1.8.1.2. SUMINĖ TRUKMĖ

Kadangi trukmės T_i yra nepriklausomos ir vienodai pasiskirstę, tai suminė nemokumo periodų trukmė TT yra pasiskirsčiusi pagal sudėtinį geometrinį skirstinį su momentus generuojančia funkcija

$$M_{TT}(s;0) = M_N\left[\ln M_Y(f(s);0)\right] = \frac{1 - \varphi(0)}{1 - \varphi(0) M_Y(f(s);0)}.$$

Tuomet suminės nemokumo periodų trukmės vidurkis yra

$$E\left[TT \middle| u = 0\right] = E\left[N \middle| u = 0\right] \cdot E\left[T_i \middle| u = 0\right] = \frac{1}{\theta} \cdot \frac{E\left[Y \middle| u = 0\right]}{\lambda \cdot \mu_1 \cdot \theta} = \frac{\mu_2}{2\lambda(\mu_1 \cdot \theta)^2}.$$

Analogiškai ieškoma ir dispersija:

$$D\left[TT \middle| u = 0\right] = E\left[N \middle| u = 0\right] \cdot D\left[T_i \middle| u = 0\right] + D\left[N \middle| u = 0\right] \cdot \left(E\left[T_i \middle| u = 0\right]\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{\theta}\left(\frac{E\left[Y \middle| u = 0\right]\mu_2}{\lambda^2(\mu_1\theta)^3} + \frac{D\left[Y \middle| u = 0\right]}{(\lambda\mu_1\theta)^2}\right) + \frac{1+\theta}{\theta^2}\left(\frac{E\left[Y \middle| u = 0\right]}{\lambda\mu_1\theta}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{(\lambda\mu_1)^2\theta^3}\left(\frac{3\mu_2^2}{4\theta\mu_1^2} + \frac{\mu_3}{3\mu_1}\right) = \frac{9\mu_2^2 + 4\mu_1\mu_3\theta}{12\lambda^2(\mu_1\theta)^4}.$$

1.8.2. BENDRASIS ATVEJIS: $u \geq 0$

1.8.2.1. NEMOKUMO PERIODŲ SKAIČIUS

Tariame, kad procesas prasideda, kai $u \geq 0$. Pirmojo nemokumo periodo tikimybė $\varphi(u)$. Tuomet laisvųjų rezervų procesų, esančių žemiau nulinio lygio, skaičius N yra pasiskirstęs pagal geometrinį skirstinį su tikimybe

$$P[N = n| u] = \begin{cases} \varphi(u)(\varphi(0))^{n-1} \cdot (1 - \varphi(0)), & n = 1, 2, \ldots, \\ 1 - \varphi(u), & n = 0. \end{cases}$$

Tariant, kad bet kokiai funkcijai ϕ išraiška

$$E[\phi(N)|u = 0] = \phi(0)\delta(0) + \sum_{n=1}^{\infty} \phi(n)(\varphi(0))^n \delta(0)$$

egzistuoja, tai reikiami momentai apskaičiuojami tokiu būdu:

$$\begin{aligned} E[\phi(N)|u] &= \phi(0)\delta(u) + \sum_{n=1}^{\infty} \phi(n)\varphi(u)(\varphi(0))^{n-1} \delta(0) = \\ &= \phi(0)\delta(u) + \frac{\varphi(u)}{\varphi(0)} \sum_{n=1}^{\infty} \phi(n)(\varphi(0))^n \delta(0) = \\ &= \phi(0)\delta(u) + \frac{\varphi(u)}{\varphi(0)} \left(E[\phi(N)|u = 0] - \phi(0)\delta(0)\right). \end{aligned} \tag{1.8.2.1.1.}$$

Remiantis (1.8.2.1.1.) išraiška apskaičiuojami nemokumo periodų skaičiaus vidurkis ir dispersija:

$$E[N| u] = \frac{\varphi(u)}{\varphi(0)} E[N| u = 0] = \frac{(1 + \theta)\varphi(u)}{\theta},$$

$$E[N^2| u] = \frac{\varphi(u)}{\varphi(0)} E[N^2| u = 0] = \frac{(1 + \theta)(2 + \theta)\varphi(u)}{\theta^2},$$

$$D[N| u] = \frac{(1 + \theta)\varphi(u)\left(\delta(u)(1 + \theta) \ + 1\right)}{\theta^2}.$$

Vėl gi pasinaudojant (1.8.2.1.1.) formule pateikiama nemokumo periodų skaičiaus momentus generuojanti funkcija:

$$M_N(t;u) = \delta(u) + \frac{\varphi(u)}{\varphi(0)}[M_N(t;0) - \delta(0)] = \delta(u) + \frac{\varphi(u)\delta(0)e^t}{1 - \varphi(0)e^t}.$$

1.8.2.2. SUMINĖ TRUKMĖ

Skaičiuojant suminę trukmę bendruoju atveju, trukmės T_i, $\forall i$ nėra nepriklausomos ir vienodai pasiskirstę, kadangi trukmė T_1 gali turėti kitokį pasiskirstymą nei trukmės T_i, $i > 1$. Taip yra dėl to, kad pirmojo nemokumo periodo trukmė T_1 priklauso nuo pradinių rezervų u. Tokiu atveju trukmės T_i, $i>1$ yra nepriklausomos ir vienodai pasiskirstę.

Pirmiausiai yra ieškoma suminės trukmės TT momentus generuojanti funkcija

$$M_{TT}(s;u)=E\left[e^{s\cdot TT}\right]=E\left[E\left[e^{s\cdot TT}\middle|N\right]\right]=E\left[M_{TT}(s;u)\middle|N\right].$$

Tuo tikslu apskaičiuojama suminės trukmės $TT|N$ momentus generuojanti funkcija

$$E\left[e^{s\cdot TT}\middle|N=n\right]=E\left[e^{s\cdot T_1+s\cdot\sum_{i=2}^{n}T_i}\right]=E\left[e^{s\cdot T_1}\right]\cdot\left(E\left[e^{s\cdot T_2}\right]\right)^{n-1}=M_{T_1}(s)\cdot\left(M_{T_2}(s)\right)^{n-1}=$$

$$=M_Y\left(f(s);u\right)\cdot\left(M_Y\left(f(s);0\right)\right)^{n-1},\quad n=1,2,\ldots$$

Gaunama

$$E\left[e^{s\cdot TT}\middle|N=n\right]=\begin{cases}M_Y\left(f(s);u\right)\cdot\left(M_Y\left(f(s);0\right)\right)^{n-1}, & n=1,2,\ldots\\ 1, & n=0.\end{cases}$$

Turint pastarąją išraišką pagaliau galima surasti suminės trukmės TT momentus generuojančią funkciją

$$M_{TT}(s;u)=\sum_{n=0}^{\infty}E\left[e^{s\cdot TT}\middle|N=n\right]\cdot P[N=n]=\ P[N=0]\ +\ M_Y\left(f(s);u\right)\sum_{n=1}^{\infty}\left(M_Y\left(f(s);0\right)\right)^{n-1}\cdot$$

$$\cdot P[N=n]=\delta(u)+M_Y\left(f(s);u\right)\sum_{n=1}^{\infty}\left(M_Y\left(f(s);0\right)\right)^{n-1}\varphi(u)(\varphi(0))^{n-1}\delta(0)=\delta(u)+$$

$$+\varphi(u)\delta(0)M_Y\left(f(s);u\right)\sum_{n=1}^{\infty}\left(\varphi(0)\cdot M_Y\left(f(s);0\right)\right)^{n-1}=\delta(u)+\frac{\varphi(u)\delta(0)M_Y\left(f(s);u\right)}{1-\varphi(0)\cdot M_Y\left(f(s);0\right)}.$$

Taigi gaunama labai svarbi formulė

$$M_{TT}(s;u)=\delta(u)+\varphi(u)M_Y\left(f(s);u\right)M_{TT}(s;0).$$

Suradus pirmąją ir antrąją išvestines

$$M'_{TT}(s;u)=\varphi(u)\left[\frac{M'_Y(f;u)}{s'(f)}M_{TT}(s;0)+M_Y\left(f(s);u\right)M'_{TT}(s;0)\right],$$

$$M''_{TT}(s;u)=\varphi(u)\left[\frac{s'(f)M''_Y(f;u)-s''(f)M'_Y(f;u)}{\left(s'(f)\right)^3}M_{TT}(s;0)+2\frac{M'_Y(f;u)}{s'(f)}M'_{TT}(s;0)+M_Y\left(f(s);u\right)M''_{TT}(s;0)\right],$$

apskaičiuojami suminės trukmės pirmasis ir antrasis momentai

$$E[TT|u]=\varphi(u)\left(\frac{E[Y|u]}{\lambda\mu_1\theta}+E[TT|u=0]\right)=\varphi(u)\left(E[T_1|u]+E[TT|u=0]\right),$$

$$E\left[TT^2|u\right]=\varphi(u)\left(E\left[T_1^2|u\right]+2E[T_1|u]E[TT|u=0]+E\left[TT^2|u=0\right]\right).$$

Tuomet suminės trukmės dispersija

$$D[TT|u]=E\left[TT^2|u\right]-E^2[TT|u]\ .$$

1.9. KARDANO FORMULĖS

Kardano formulės yra skirtos kubinės lygties šaknų radimui. Tarkime, kad turime kanoninę formą

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0.$$

Pastarąją lygtį galima suvesti į tokį pavidalą (padalinus iš $a \neq 0$ ir įvedus keitinį $y = x + \frac{b}{3a}$):

$$y^3 + 3py + 2q = 0, \qquad \textbf{(1.9.1.)}$$

čia: $2q = \frac{2b^3}{27a^3} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{d}{a}$, $3p = \frac{3ac - b^2}{3a^2}$.

Toliau skaičiuojamas diskriminantas $D = q^2 + p^3$. Jeigu

- $D > 0$, tai (1.9.1.) lygtis turi vieną realią ir dvi kompleksines šaknis,
- $D < 0$, tai (1.9.1.) lygtis turi tris skirtingas realias šaknis,
- $D = 0$, tai (1.9.1.) lygtis turi vieną nulinę šaknį, kai $p = q = 0$, ir dvi šaknis, kai $p^3 = -q^2 \neq 0$.

Remiantis Kardano formulėmis (1.9.1.) lygties šaknys yra:

$$y_1 = \kappa + \nu, \qquad y_2 = \varepsilon_1\kappa + \varepsilon_2\nu, \qquad y_3 = \varepsilon_2\kappa + \varepsilon_1\nu,$$

čia: $\kappa = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}}$, $\nu = \sqrt[3]{-q - \sqrt{q^2 + p^3}}$, $\varepsilon_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1.10. POLINOMO ŠAKNŲ RADIMAS

Polinomo šaknų apskaičiavimą galima paversti matricos tikrinių reikšmių apskaičiavimu. Matricos

$$P = \begin{pmatrix} p_1 & p_2 & p_3 & \cdots & p_{n-1} & p_n \\ 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

charakteristinis polinomas yra

$$\det(P - \lambda E) = (-1)^n\left(\lambda^n - p_1\lambda^{n-1} - p_2\lambda^{n-2} - \ldots - p_{n-1}\lambda - p_n\right).$$

Vadinasi, norint rasti polinomo $x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n = 0$ šaknis, reikia ieškoti matricos

$$P = \begin{pmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 & \dots & -a_{n-1} & -a_n \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

tikrinių reikšmių. Pastarųjų radimui P matrica perskaičiuojama į Hesenbergo matricą, kurios tikrinių reikšmių radimui gali būti naudojamas QR metodas [5].

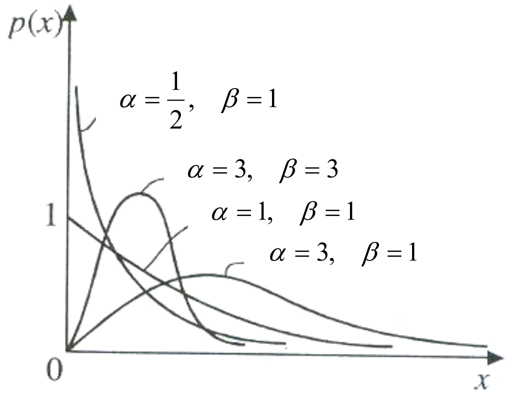
1.11. GAMA(α,β) PASISKIRSTYMAS

Atsitiktinio dydžio X skirstinį vadiname Gama skirstiniu, jeigu jo tankis

$$p(x) = p(x,\alpha,\beta) = \begin{cases} 0, & kai\ x < 0, \\ \dfrac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}, & kai\ x \geq 0, \end{cases}$$

čia: $\beta > 0$, $\Gamma(\alpha) = \int\limits_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$ – Oilerio Gama funkcija.

Gama skirstinio tankio grafikai pavaizduoti 1.11.1. paveiksle.



1.11.1. pav. Gama skirstinio tankio grafikai

Kintant parametrui α, keičiasi ir kreivių forma: kai $\alpha \leq 1$, tankis monotoniškai mažėja, o kai $\alpha > 1$, tankis turi vieną maksimumą taške $\dfrac{\alpha - 1}{\beta}$. Kintant parametrui β, kreivių forma nesikeičia.

Gama skirstinio pasiskirstymo funkcija

$$F(x) = F(x,\alpha,\beta) = \begin{cases} 0, & kai\ x < 0, \\ \int\limits_0^x \dfrac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\beta \cdot t} dt, & kai\ x \geq 0, \end{cases}$$

o momentus generuojanti funkcija

$$M(z) = \left(\frac{\beta}{\beta - z} \right)^{\alpha}.$$

Gama skirstinio momentai apskaičiuojami taip:

$$\mu_k = \frac{\alpha(\alpha+1)\ldots(\alpha+k-1)}{\beta^k}.$$

1.12. PROGRAMINĖS ĮRANGOS PASIRINKIMAS

Šiame darbe gautų rezultatų kompiuteriniam realizavimui pasirinkta firmos “Microsoft” sukurtos programavimo kalbos Visual Basic 6 versija, skirta dirbti Windows 98 ir naujesnių Windows versijų terpėje. Tai labai patogi objektinė programavimo kalba. Ją nesunku išmokti, ja lengva rašyti programas ir jas suprasti bei tobulinti. Programą Visual Basic labai lengva apipavidalinti, nes ji turi daugybę vartoti parengtų Windows terpės objektų. Juos tereikia paimti pelyte ir įkelti į rengiamos programos pultą. Yra labai daug įvairių programuotojų parengtų papildomų priemonių programavimui su Visual Basic palengvinti ir paspartinti. Be to, šia programa sukuriama vartotojui palanki sąsaja su Windows terpės stiliaus meniu, komandų mygtukais, langais ir dialogo kortelėmis.

2. TIRIAMOJI DALIS

2.1. SĄLYGINĖ BANKROTO TIKIMYBĖ

Įvedame naują sąlyginę bankroto tikimybę:

$$H(u,y)=\frac{G(u,y)}{\varphi(u)}, \tag{2.1.1.}$$

čia: $G(u,y)$ apibrėžta (1.3.9.),

$\varphi(u)$ apibrėžta (1.3.3.).

(2.1.1.) tankį žymėsime $h(u,y)$. Pasinaudoję pastarąja tikimybe galime apskaičiuoti neigiamų rezervų momentus, kai pradiniai rezervai u:

$$E\left[Y^k \mid u\right]=\int_0^\infty y^k h(u,y)dy, \quad k\geq 1. \tag{2.1.2.}$$

2.2. ĮRODYMAS

Šiame skyriuje įrodysiu vieną iš daugelio teorinėje dalyje pateiktų atvejų, kaip iš sudėtinės momentus generuojančios funkcijos galima apskaičiuoti momentus. Pasirinksiu matematiko Gerberio gautus rezultatus (1.4. skyrius).

Priminsiu, kad

$$M_{\tilde{T}}(s)=e^{f(s)x}, \tag{2.2.1.}$$

čia: $\breve{T}=\min\{t:U(t)=x\}$,

x – bet koks norimas teigiamas skaičius,

$s=\lambda\cdot\left((1+\theta)\mu_1 f(s)-M_X(f(s))+1\right)$.

Mums reikia parodyti, kad

$$E\left[\tilde{T}\right]=\frac{x}{\left(c-\lambda\cdot\mu_1\right)}=\frac{x}{\lambda\cdot\mu_1\cdot\theta}, \tag{2.2.2.}$$

$$D\left[\tilde{T}\right]=\frac{x\lambda\,\mu_2}{\left(c-\lambda\cdot\mu_1\right)^3}=\frac{x\cdot\mu_2}{\lambda^2\cdot\left(\mu_1\cdot\theta\right)^3}. \tag{2.2.3.}$$

Tai ir įrodysime. Iš (2.2.1.) formulės užrašykime

$$E\left[\tilde{T}\right]=(e^{f(s)\cdot x})'\big|_{s=0}.$$

Suradę momentus generuojančios funkcijos pirmąją išvestinę

$$(e^{f(s)\cdot x})'=x\cdot e^{f(s)\cdot x}\cdot f'(s),$$

apskaičiuokime jos reikšmę taške 0:

$$(e^{f(s)\cdot x})'\big|_{s=0} = x \cdot f'(0). \qquad \textbf{(2.2.4.)}$$

Norint surasti momento $\widetilde{T}$ tiek vidurkį, tiek dispersiją, reikalinga apskaičiuoti $f'(0)$. Tuo tikslu spręsime lygtį:

$$\lambda \cdot \big((1+\theta)\mu_1 f(s) - M_X(f(s)) + 1\big) = s \ ,$$

$$\lambda \cdot \big((1+\theta)\mu_1 f(s) - M_X(f(s))\big) = s - \lambda \ ,$$

$$f(s) - \frac{1}{(1+\theta)\mu_1} \cdot M_X(f(s)) = \frac{s-\lambda}{(1+\theta)\lambda\mu_1},$$

$$f'(s) - \frac{1}{(1+\theta)\mu_1} \cdot M'_X(f(s)) \cdot f'(s) = \frac{1}{(1+\theta)\lambda\mu_1},$$

$$f'(0) - \frac{1}{(1+\theta)\mu_1} \cdot M'_X(0) \cdot f'(0) = \frac{1}{(1+\theta)\lambda\mu_1} \ ,$$

$$f'(0)\frac{\theta}{(1+\theta)} = \frac{1}{(1+\theta)\lambda\mu_1} \ ,$$

$$f'(0) = \frac{1}{\lambda\theta\mu_1}.$$

Apskaičiuotą išvestinės reikšmę taške 0 įstatome į (2.2.4.) formulę. Tokiu būdu surandame momento $\widetilde{T}$ vidurkį:

$$E\big[\widetilde{T}\big] = \frac{x}{\lambda \cdot \mu_1 \cdot \theta}. \qquad \textbf{(2.2.5.)}$$

Matome, kad gautoji (2.2.5.) formulė sutampa su Gerberio rezultatu (2.2.2.).

Ieškant momento $\widetilde{T}$ dispersijos, pasinaudosime tokia formule:

$$D\big[\widetilde{T}\big] = \left(e^{f(s)\cdot x}\right)''\big|_{s=0} - (E\big[\widetilde{T}\big])^2. \qquad \textbf{(2.2.6.)}$$

Suradę momentus generuojančios funkcijos antrąją išvestinę

$$(e^{f(s)\cdot x})'' = (x \cdot e^{f(s)\cdot x} \cdot f'(s))' = x^2 \cdot (f'(s))^2 \cdot e^{f(s)\cdot x} + x \cdot e^{f(s)\cdot x} \cdot f''(s),$$

apskaičiuokime jos reikšmę taške 0:

$$(e^{f(s)\cdot x})''\big|_{s=0} = x^2 \cdot \left(f'(0)\right)^2 + x \cdot f''(0). \qquad \textbf{(2.2.7.)}$$

Iš paskutinės lygybės matome, kad norint surasti dispersiją, reikalinga apskaičiuoti $f''(0)$. Tokiu atveju sprendžiame lygtį:

$$f'(s) - \frac{1}{(1+\theta)\mu_1} \cdot M'_X(f(s)) \cdot f'(s) = \frac{1}{(1+\theta)\lambda\mu_1} \ ,$$

$$f''(s)\cdot\left(1-\frac{1}{(1+\theta)\mu_1}\cdot M'_X\left(f(s)\right)\right)-\left(f'(s)\right)^2\cdot\frac{1}{(1+\theta)\mu_1}\cdot M''_X\left(f(s)\right)=0,$$

$$f''(0)-\frac{1}{(1+\theta)\mu_1}\cdot M'_X(0)\cdot f''(0)=\left(f'(0)\right)^2\cdot\frac{1}{(1+\theta)\mu_1}\cdot M''_X(0),$$

$$f''(0)\cdot\frac{\theta}{(1+\theta)}=\left(f'(0)\right)^2\cdot\frac{\mu_2}{(1+\theta)\mu_1},$$

$$f''(0)=\frac{\mu_2}{\lambda^2(\theta\mu_1)^3}.$$

Apskaičiuotą antrosios išvestinės reikšmę taške 0 įstatome į (2.2.7.) formulę. Gauname:

$$(e^{f(s)\cdot x})''\Big|_{s=0}=x^2\cdot\frac{1}{(\lambda\theta\mu_1)^2}+x\cdot\frac{\mu_2}{\lambda^2(\theta\mu_1)^3}. \qquad \textbf{(2.2.8.)}$$

(2.2.8.) formulę įstatę į (2.2.6.) surandame momento $\widetilde{T}$ dispersiją:

$$D\left[\widetilde{T}\right]=\frac{x\mu_2}{\lambda^2(\theta\mu_1)^3}. \qquad \textbf{(2.2.9.)}$$

Matome, kad gautoji (2.2.9.) išraiška sutampa su Gerberio rezultatu (2.2.3.).

Taigi įrodėme Gerberio formules.

2.3. PAVYZDŽIAI

Šiame darbe nagrinėjami nemokumo trukmės vidurkio ir dispersijos įvertinimo pavyzdžiai, kai išmokos pasiskirstę pagal Gama(α,β) dėsnį [1.11. skyrius]. Šį skirstinį pasirinkau dėl to, kad jis yra artimas daugeliui svarbių skirstinių, kaip pavyzdžiui, dideliems α Gama priartėja prie normalaus dėsnio. Gama skirstinys yra dažnai naudojamas modeliuojant išmokų dydį. Be to, jis turi nesunkiai apdorojamas matematines savybes. Pirmiausiai nagrinėjami trys atskiri Gama skirstinio atvejai, o iš pastebėto dėsningumo išvedamos bendros formulės. Vertinant nemokumo trukmės vidurkį ir dispersiją iškilo problema, kaip įvertinti neigiamų rezervų pasiskirstymą, kai pradiniai rezervai u. Todėl ir buvo sukurtas neigiamų rezervų apskaičiavimo algoritmas, ir tik po to atsirado galimybė įvertinti nemokumo trukmės vidurkį ir dispersiją. Visais trimis pasiskirstymo atvejais sprendimo eiga analogiška, tačiau kiekvienu atveju išryškėja gaunamų rezultatų skirtingos savybės. Pirmuoju atveju ($X\sim$ Gama$(1,\beta)$) neigiamų rezervų pasiskirstymas nepriklauso nuo pradinių rezervų u, todėl išmokų dydžio ir neigiamų rezervų pasiskirstymai sutapo. Antruoju atveju ($X\sim$ Gama$(2,\beta)$) neigiamų rezervų pasiskirtymas priklauso nuo pradinių rezervų u. Trečiuoju atveju ($X\sim$ Gama$(3,\beta)$) neigiamų rezervų pasiskirtymas ne tik, kad priklauso nuo pradinių rezervų u, bet skaičiavimai atliekami jau su kompleksinėmis reikšmėmis. Šiais trimis atvejais gaunamos išraiškos yra tikslios. Kai $\alpha\in\mathbf{N}$, pavyko užrašyti formules bendriausiu atveju. Į jas įeinančių sureguliavimo koeficientų reikšmės (kai $\alpha > 3$) apskaičiuojamos apytiksliais metodais. Tad atliktus skaičiavimus ir gautus rezultatus pateikiame sekančiuose skyriuose.

2.3.1. GAMA$(1,\beta)$ IŠMOKŲ DYDŽIO PASISKIRSTYMO ATVEJIS

Sakome, kad atsitiktinis dydis X pasiskirstęs pagal Gama$(1,\beta)$ (eksponentinį) dėsnį su parametru $\beta > 0$, jei tankio funkcija

$$p(x) = p(x,1,\beta) = \begin{cases} 0, & kai\ x < 0, \\ \beta e^{-\beta x}, & kai\ x \geq 0, \end{cases}$$

o pasiskirstymo funkcija

$$F(x) = F(x,1,\beta) = \begin{cases} 0, & kai\ x < 0, \\ 1 - e^{-\beta x}, & kai\ x \geq 0. \end{cases}$$

Gama$(1,\beta)$ pasiskirstymo atveju momentus generuojanti funkcija $M_X(z) = \dfrac{\beta}{\beta - z}$, o pirmieji trys pradiniai momentai yra:

$$\mu_1 = \beta\int_0^\infty xe^{-\beta x}dx = \frac{1}{\beta},\quad \mu_2 = \beta\int_0^\infty x^2e^{-\beta x}dx = \frac{2}{\beta^2},\quad \mu_3 = \beta\int_0^\infty x^3e^{-\beta x}dx = \frac{6}{\beta^3}.$$

Pirmiausiai reikia įvertinti bankroto tikimybes $\varphi(u)$, $G(u,y)$. Todėl dabar spręskime sureguliavimo koeficiento lygtį (1.3.1.):

$$1 + (1+\theta)\cdot\mu_1\cdot R = M_X(R),$$

$$1 + (1+\theta)\cdot\frac{1}{\beta}\cdot R = \frac{\beta}{\beta - R},$$

$$\beta - R + (1+\theta)\cdot\frac{1}{\beta}\cdot R\cdot(\beta - R) = \beta,$$

$$-R + \frac{1}{\beta}\cdot R\cdot(\beta - R) + \theta\cdot\frac{1}{\beta}\cdot R\cdot(\beta - R) = 0,$$

$$-\frac{1}{\beta}\cdot R^2 + \theta\cdot R - \theta\cdot\frac{1}{\beta}\cdot R^2 = 0,$$

$$R\left(\theta - \frac{1}{\beta}\cdot R\cdot(1+\theta)\right) = 0,$$

$$R = 0,\quad R = \frac{\theta\beta}{1+\theta}.$$

Tolesniame tyrime trivialios sureguliavimo koeficiento išraiškos nenagrinėsime. Tad Gama$(1,\beta)$ pasiskirstymo atveju sureguliavimo koeficientas apskaičiuojamas sekančiai:

$$R=\frac{\theta\beta}{1+\theta}. \tag{2.3.1.1.}$$

Sureguliavimo koeficiento (2.3.1.1.) reikšmė didėja, tiek didinant parametrą β, tiek saugumo garantą θ. Rezultatus galite rasti 1 priede.

Įvertinsime bankroto tikimybę $\varphi(u)$ pagal (1.3.3.) formulę:

$$\varphi(u)=\frac{\theta\cdot\mu_1\cdot e^{-R\cdot u}}{M'_X(R)-(1+\theta)\cdot\mu_1}=\frac{\theta\cdot\frac{1}{\beta}\cdot e^{-R\cdot u}}{\left(\frac{\beta}{\beta-R}\right)'-(1+\theta)\cdot\frac{1}{\beta}}=\frac{\theta\cdot e^{-R\cdot u}}{\left(\frac{\beta}{\beta-R}\right)^2-(1+\theta)}.$$

Į pastarąją formulę įstatę gautą sureguliavimo koeficiento išraišką (2.3.1.1.), gauname

$$\varphi(u)=\frac{\theta\cdot e^{-R\cdot u}}{(1+\theta)^2-(1+\theta)}=\frac{1}{1+\theta}e^{-R\cdot u}.$$

Taigi Gama$(1,\beta)$ išmokų pasiskirstymo atveju bankroto tikimybė yra:

$$\varphi(u)=\frac{1}{1+\theta}e^{-R\cdot u}, \tag{2.3.1.2.}$$

čia: $R=\dfrac{\theta\beta}{1+\theta}$.

Apskaičiavę pradinių rezervų ribines reikšmes gauname tokius rezultatus:

$$\varphi(0)=\frac{1}{1+\theta}, \qquad \varphi(\infty)=0.$$

Turint bankroto tikimybę, galima įvertinti išlikimo tikimybę:

$$\delta(u)=1-\frac{1}{1+\theta}e^{-R\cdot u}, \tag{2.3.1.3.}$$

čia: $R=\dfrac{\theta\beta}{1+\theta}$.

Apskaičiavę pradinių rezervų ribines reikšmes, gauname tokius rezultatus:

$$\delta(0)=\frac{\theta}{1+\theta}, \qquad \delta(\infty)=1.$$

Norėdami įvertinti tikimybę $G(u,y)$ pagal (1.3.4.) formulę, pirmiausiai apskaičiuokime $g(u,y)$ pagal (1.3.9.) formulę:

$$g(u,y)=\frac{1}{\theta\cdot\mu_1}\left(\delta(u)(1-F_X(y))-\int_0^u\delta(u-x)dF_X(x+y)\right).$$

Skaičiuojame :

$$g(u,y)=\frac{\beta}{\theta}\left((1-\frac{1}{1+\theta}e^{-R\cdot u})\cdot e^{-\beta\cdot y}-\int_0^u(1-\frac{1}{1+\theta}e^{-R(u-x)})\beta e^{-\beta(x+y)}dx\right)=$$

$$=\frac{\beta}{\theta}\left(e^{-\beta\cdot y}-\frac{1}{1+\theta}e^{-R\cdot u}e^{-\beta\cdot y}-\beta e^{-\beta\cdot y}\int_0^u e^{-\beta\cdot x}dx+\frac{\beta}{1+\theta}e^{-R\cdot u}e^{-\beta\cdot y}\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\int_0^u e^{-(\beta-R)x}dx\right).$$

Suintegravę

$$\int_0^u e^{-\beta\cdot x}dx=-\frac{1}{\beta}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^u=-\frac{1}{\beta}e^{-\beta\cdot u}+\frac{1}{\beta},$$

$$\int_0^u e^{-(\beta-R)\cdot x}dx=-\frac{1}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot x}\Big|_0^u=-\frac{1}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot u}+\frac{1}{(\beta-R)},\qquad \beta>R$$

ir sutvarkę reiškinį, gauname

$$g(u,y)=\frac{\beta}{1+\theta}e^{-R\cdot u}e^{-\beta\cdot y},\qquad \beta>R.$$

Galiausiai įvertiname $G(u,y)$:

$$G(u,y)=\int_0^y g(u,x)dx=\int_0^y\frac{\beta}{1+\theta}e^{-R\cdot u}e^{-\beta\cdot x}dx=\frac{1}{1+\theta}\left(1-e^{-\beta\cdot y}\right)e^{-R\cdot u}.$$

Taigi Gama$(1,\beta)$ išmokų pasiskirstymo atveju gauname tokius rezultatus:

$$g(u,y)=\frac{\beta}{1+\theta}e^{-R\cdot u}e^{-\beta\cdot y}\tag{2.3.1.4.}$$

ir

$$G(u,y)=\frac{1}{1+\theta}\left(1-e^{-\beta\cdot y}\right)e^{-R\cdot u},\tag{2.3.1.5.}$$

čia: $R=\dfrac{\theta\beta}{1+\theta}$.

Šių formulių teisingumą patikrinkime pagal (1.3.5.) – (1.3.8.) išraiškas. Tuo tikslu (2.3.1.5.) apskaičiuojame, kai $y=\infty$. Gauname

$$G(u,\infty)=\frac{1}{1+\theta}e^{-R\cdot u}=\varphi(u).$$

Matome, kad (1.3.5.) lygybė yra tenkinama. Dabar (2.3.1.4.) ir (2.3.1.5.) apskaičiuojame, kai $u=0$. Gauname

$$g(0,y)=\frac{\beta}{1+\theta}e^{-\beta\cdot y},$$

$$G(0,y)=\frac{1}{1+\theta}\left(1-e^{-\beta\cdot y}\right).$$

Apskaičiavę (1.3.6.) ir (1.3.7.), kai $F_X(x) = 1 - e^{-\beta x}$, $\mu_1 = \dfrac{1}{\beta}$, gauname

$$g(0,y) = \frac{1}{(1+\theta)\mu_1}\left(1 - F_X(y)\right) = \frac{\beta}{1+\theta}e^{-\beta\cdot y},$$

$$G(0,y) = \frac{1}{(1+\theta)\mu_1}\int_0^y \left(1 - F_X(x)\right)dx = \frac{1}{1+\theta}\left(1 - e^{-\beta\cdot y}\right).$$

Matome, kad gauti rezultatai sutampa. Į paskutiniąją išraišką įstatome $y = \infty$:

$$G(0,\infty) = \frac{1}{(1+\theta)\mu_1}\int_0^\infty \left(1 - F_X(x)\right)dx = \frac{1}{1+\theta}.$$

O tai sutampa su (1.3.8.) formule. Tad bankroto tikimybių išraiškos yra teisingos.

Apskaičiavę bankroto tikimybes $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ prie skirtingų į jas įeinančių dydžių reikšmių (2 priedas), teigiame, kad:

- kai $u = 0$, $\varphi(u)$ priklauso tik nuo garantinio krūvio,
- didinant pradinius rezervus u, bankroto tikimybės $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ mažėja (3 priedas),
- didinant neigiamus rezervus y, bankroto tikimybė $\varphi(u)$ nekinta, o $G(u,y)$ didėja (3 priedas),
- didinant garantinį krūvį θ, bankroto tikimybės $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ mažėja (3 priedas),
- didinant Gama$(1,\beta)$ pasiskirstymo parametrą β, bankroto tikimybė $\varphi(u)$ visados mažėja, o bankroto tikimybė $G(u,y)$ arba didėja, arba mažėja priklausomai nuo garantinio krūvio, pradinių ir neigiamų rezervų reikšmių dydžio (3 priedas),
- bankroto tikimybė $G(u,y)$ yra visados mažesnė už bankroto tikimybę $\varphi(u)$, o prie pakankamai didelių į $G(u,y)$ įeinančių dydžių reikšmių šios bankroto tikimybės sutampa.

Dabar ieškosime sąlyginės bankroto tikimybės $h(u,y)$, kurią gauname (2.3.1.4.) padalinus iš (2.3.1.2.) :

$$h(u,y) = \frac{\beta}{1+\theta}e^{-R\cdot u}e^{-\beta\cdot y}(1+\theta)\,e^{R\cdot u} = \beta\, e^{-\beta\cdot y}. \qquad \textbf{(2.3.1.5.)}$$

Matome, kad Gama$(1,\beta)$ išmokų pasiskirstymo atveju ši sąlyginė bankroto tikimybė nepriklauso nuo pradinių rezervų, todėl $E\left[Y^k \middle| u\right] = E\left[Y^k\right]$.

Iš (2.3.1.5.) formulės gauname, kad

$$E[Y] = \beta\int_0^\infty ye^{-\beta y}dy = \frac{1}{\beta}, \qquad E\left[Y^2\right] = \beta\int_0^\infty y^2e^{-\beta y}dy = \frac{2}{\beta^2}, \qquad D[Y] = \frac{2}{\beta^2} - \left(\frac{1}{\beta}\right)^2 = \frac{1}{\beta^2}.$$

Dabar įvertinsime pirmojo nemokumo periodo trukmę:

$$E[T_1] = \frac{E[Y]}{\lambda \cdot \mu_1 \cdot \theta} = \frac{1}{\lambda \cdot \theta},$$

$$D[T_1] = \frac{E[Y] \cdot \mu_2}{\lambda^2 \cdot (\mu_1 \cdot \theta)^3} + \frac{D[Y]}{(\lambda \cdot \mu_1 \cdot \theta)^2} = \frac{2+\theta}{\lambda^2 \theta^3}.$$

Bet kuriuo kitu laiko momentu trukusio nemokumo periodo įvertinimas būtų toks:

$$E[T_i] = \frac{\mu_2}{2\lambda \cdot \theta \cdot \mu_1^2} = \frac{1}{\lambda \cdot \theta}, \quad i > 1,$$

$$D[T_i] = \frac{3\mu_2^2(2-\theta) + 4\mu_1\mu_3\theta}{12\lambda^2\theta^3\mu_1^4} = \frac{2+\theta}{\lambda^2\theta^3}, \quad i > 1.$$

Atskiru atveju $(u = 0)$ nemokumo periodų skaičiaus vidurkis ir dispersija:

$$E[N|u = 0] = \frac{1}{\theta},$$

$$D[N|u = 0] = \frac{1+\theta}{\theta^2},$$

o suminės trukmės vidurkis ir dispersija:

$$E[TT|u = 0] = \frac{\mu_2}{2\lambda \cdot (\mu_1 \cdot \theta)^2} = \frac{1}{\lambda \cdot \theta^2},$$

$$D[TT|u = 0] = \frac{9\mu_2^2 + 4\mu_1\mu_3\theta}{12\lambda^2(\mu_1\theta)^4} = \frac{3+2\theta}{\lambda^2\theta^4}.$$

Bendruoju atveju $(u \geq 0)$ nemokumo periodų skaičiaus ir suminės trukmės įvertinimas tampa žymiai sudėtingesnis dėl jų priklausomybės nuo pradinių rezervų.

Skaičiuojame nemokumo periodų skaičiaus vidurkį ir dispersiją:

$$E[N|u] = \frac{1+\theta}{\theta}\varphi(u) = \frac{1}{\theta}e^{-Ru},$$

$$D[N|\,u] = \frac{(1+\theta)\varphi(u)\big(\delta(u)(1+\theta)\ +1\big)}{\theta^2} = \frac{\left(2+\theta-e^{-Ru}\right)e^{-Ru}}{\theta^2},$$

čia: $R = \dfrac{\beta\theta}{1+\theta}$.

Skaičiuojame nemokumo periodų suminės trukmės vidurkį ir dispersiją

$$E[TT|u] = \varphi(u)\big(E[T_1|u] + E[TT|u = 0]\big) = \frac{1}{\lambda\theta^2}e^{-Ru},$$

$$E[TT^2|u] = \varphi(u)\big(E[T_1^2|u] + 2E[T_1|u]E[TT|u = 0] + E[TT^2|u = 0]\big) = \frac{2(2+\theta)}{\lambda^2\theta^4}e^{-Ru},$$

$$D[TT|u] = E[TT^2|u] - E^2[TT|u] = \frac{1}{\lambda^2\theta^4}\left(2(2+\theta)e^{-Ru} - e^{-2Ru}\right),$$

čia: $R = \dfrac{\beta\theta}{1+\theta}$.

Apskaičiavę nemokumo periodų trukmės konkrečias reikšmes (4 priedas) galime padaryti tokias išvadas:

- didinant garantinį krūvį θ, nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkis ir dispersija mažėja (5 priedas),
- didinant Puasono parametrą λ, nemokumo periodų trukmės vidurkis ir dispersija mažėja, o nemokumo periodų skaičiaus vidurkis ir dispersija išlieka pastovūs (5 priedas),
- didinant pasiskirstymo parametrą β, pirmojo ir bet kurio kito nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija išlieka pastovūs, o nemokumo periodų skaičiaus ir suminės trukmės vidurkis ir dispersija mažėja (5 priedas),
- didinant pradinius rezervus u, pirmojo ir bet kurio kito nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija išlieka pastovūs, o nemokumo periodų skaičiaus ir suminės trukmės vidurkis ir dispersija mažėja (5 priedas),
- pirmojo nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija sutampa su bet kuriuo kitu momentu atsiradusio nemokumo periodo trukmės vidurkiu ir dispersija.

2.3.2. GAMA$(2,\beta)$ IŠMOKŲ DYDŽIO PASISKIRSTYMO ATVEJIS

Sakome, kad atsitiktinis dydis X pasiskirstęs pagal Gama$(2,\beta)$ dėsnį su parametru $\beta > 0$, jei tankio funkcija

$$p(x) = p(x,2,\beta) = \begin{cases} 0, & kai\ x < 0, \\ \beta^2 x e^{-\beta\cdot x}, & kai\ x \geq 0, \end{cases}$$

o pasiskirstymo funkcija

$$F(x) = F(x,2,\beta) = \begin{cases} 0, & kai\ x < 0, \\ 1 - e^{-\beta\cdot x} - \beta x e^{-\beta\cdot x}, & kai\ x \geq 0. \end{cases}$$

Gama$(2,\beta)$ pasiskirstymo atveju momentus generuojanti funkcija $M_X(z) = \left(\dfrac{\beta}{\beta - z}\right)^2$, o pirmieji trys pradiniai momentai yra:

$$\mu_1 = \beta^2 \int_0^\infty x^2 e^{-\beta\cdot x} dx = \frac{2}{\beta}, \quad \mu_2 = \beta^2 \int_0^\infty x^3 e^{-\beta\cdot x} dx = \frac{6}{\beta^2}, \quad \mu_3 = \beta^2 \int_0^\infty x^4 e^{-\beta\cdot x} dx = \frac{24}{\beta^3}.$$

Pirmiausiai reikia įvertinti bankroto tikimybes $\varphi(u)$, $G(u,y)$. Todėl dabar spręskime sureguliavimo koeficiento lygtį (1.3.1.):

$$1+(1+\theta)\mu_1 R = M_X(R),$$

$$1+(1+\theta)\frac{2}{\beta}R = \left(\frac{\beta}{\beta-R}\right)^2,$$

$$(\beta-R)^2 + (1+\theta)\frac{2}{\beta}R(\beta-R)^2 = \beta^2,$$

$$R\left(\frac{2}{\beta}(1+\theta)R^2 - (3+4\theta)R + 2\theta\beta\right) = 0,$$

$$R=0,\quad \frac{2}{\beta}(1+\theta)R^2 - (3+4\theta)R + 2\theta\beta = 0,$$

$$R=0,\quad R_1 = \frac{\beta\cdot\left(3+4\theta+\sqrt{9+8\cdot\theta}\right)}{4(1+\theta)},\quad R_2 = \frac{\beta\cdot\left(3+4\theta-\sqrt{9+8\cdot\theta}\right)}{4(1+\theta)}.$$

Tolesniame tyrime trivialios sureguliavimo koeficiento išraiškos nenagrinėsime. Tad Gama$(2,\beta)$ pasiskirstymo atveju sureguliavimo koeficientas apskaičiuojamas sekančiai:

$$R_1 = \frac{\beta\cdot\left(3+4\theta+\sqrt{9+8\cdot\theta}\right)}{4(1+\theta)},\quad R_2 = \frac{\beta\cdot\left(3+4\theta-\sqrt{9+8\cdot\theta}\right)}{4(1+\theta)}. \qquad \textbf{(2.3.2.1.)}$$

Didėjant β reikšmėms, didėja tiek R_1, tiek R_2 sureguliavimo koeficientų reikšmės. Tačiau didėjant θ, pirmasis sureguliavimo koeficientas mažėja, o antrasis – didėja. Skaičiavimo rezultatus galite rasti 1 priede.

Įvertinsime bankroto tikimybę $\varphi(u)$ pagal (1.3.3.) formulę:

$$\varphi(u) = \sum_{k=1}^{2}\frac{\theta\cdot E[X]\cdot e^{-R_k\cdot u}}{M'_X(R_k) - (1+\theta)\cdot E[X]} = \sum_{k=1}^{2}\frac{\frac{2}{\beta}\cdot\theta\cdot e^{-R_k\cdot u}}{\left(\left(\frac{\beta}{(\beta-R_k)}\right)^2\right)' - (1+\theta)\cdot\frac{2}{\beta}} = \sum_{k=1}^{2}\frac{\theta\cdot e^{-R_k\cdot u}}{\left(\frac{\beta}{\beta-R_k}\right)^3 - (1+\theta)}.$$

Įvedę pažymėjimą

$$C_k = \frac{\theta}{\left(\frac{\beta}{\beta-R_k}\right)^3 - (1+\theta)}, \qquad \textbf{(2.3.2.2.)}$$

gauname

$$\varphi(u) = \sum_{k=1}^{2} C_k \cdot e^{-R_k\cdot u}, \qquad \textbf{(2.3.2.3.)}$$

čia: R_k apibrėžta (2.3.2.1.),

C_k apibrėžta (2.3.2.2.).

Apskaičiavę pradinių rezervų ribines reikšmes gauname tokius rezultatus:

$$\varphi(0)=\frac{32\theta\left(8\theta^2+17\theta+9\right)}{\left(16\theta^2+26\theta+2\theta\sqrt{9+8\theta}+9+3\sqrt{9+8\theta}\right)\cdot\left(16\theta^2+26\theta-2\theta\sqrt{9+8\theta}+9-3\sqrt{9+8\theta}\right)},\quad \varphi(\infty)=0.$$

Pastebėsime tai, kad gautoji $\varphi(0)$ išraiška yra tapatingai lygi $\frac{1}{1+\theta}$.

Turėdami bankroto tikimybę, galime įvertinti išlikimo tikimybę:

$$\delta(u)=1-\sum_{k=1}^{2}C_k\cdot e^{-R_k\cdot u}\ , \qquad \textbf{(2.3.2.4.)}$$

čia: R_k apibrėžta (2.3.2.1.),

C_k apibrėžta (2.3.2.2.).

Apskaičiavę pradinių rezervų ribines reikšmes, gauname tokius rezultatus:

$$\delta(0)=\frac{32\theta^2\left(8\theta^2+17\theta+9\right)}{\left(16\theta^2+26\theta+2\theta\sqrt{9+8\theta}+9+3\sqrt{9+8\theta}\right)\cdot\left(16\theta^2+26\theta-2\theta\sqrt{9+8\theta}+9-3\sqrt{9+8\theta}\right)},\quad \delta(\infty)=1.$$

Pastebėsime tai, kad gautoji $\delta(0)$ išraiška yra tapatingai lygi $\frac{\theta}{1+\theta}$.

Norėdami įvertinti tikimybę $G(u,y)$ pagal (1.3.4.) formulę, pirmiausiai apskaičiuokime $g(u,y)$ pagal (1.3.9.) formulę:

$$g(u,y)=\frac{1}{\theta\cdot\mu_1}\left(\delta(u)(1-F_X(y))-\int_0^u\delta(u-x)dF_X(x+y)\right).$$

Skaičiuojame :

$$g(u,y)=\frac{\beta}{2\cdot\theta}\left(\left(1-\sum_{k=1}^{2}C_ke^{-R_k\cdot u}\right)\left(e^{-\beta\cdot y}+\beta ye^{-\beta\cdot y}\right)-\int_0^u\left(1-\sum_{k=1}^{2}C_k\cdot e^{-R_k(u-x)}\right)\beta^2(x+y)e^{-\beta(x+y)}dx\right)=$$

$$=\frac{\beta}{2\cdot\theta}\left(e^{-\beta\cdot y}+\beta ye^{-\beta\cdot y}-e^{-\beta\cdot y}\sum_{k=1}^{2}C_k\cdot e^{-R_k\cdot u}-\beta ye^{-\beta\cdot y}\sum_{k=1}^{2}C_k\cdot e^{-R_k\cdot u}-\beta^2e^{-\beta\cdot y}\int_0^u xe^{-\beta\cdot x}dx-\right.$$

$$-\beta^2ye^{-\beta\cdot y}\int_0^u e^{-\beta\cdot x}dx+\beta^2e^{-\beta\cdot y}\sum_{k=1}^{2}C_k\cdot e^{-R_k\cdot u}\int_0^u xe^{-(\beta-R_k)\cdot x}dx+\beta^2ye^{-\beta\cdot y}\sum_{k=1}^{2}C_k\cdot e^{-R_k\cdot u}\cdot$$

$$\left.\cdot\int_0^u e^{-(\beta-R_k)\cdot x}dx\right).$$

Suintegravę

$$\int_0^u e^{-\beta\cdot x}dx=-\frac{1}{\beta}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^u=-\frac{1}{\beta}e^{-\beta\cdot u}+\frac{1}{\beta}\ ,$$

$$\int_0^u x\cdot e^{-\beta\cdot x}dx=-\frac{x}{\beta}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^u+\frac{1}{\beta}\int_0^u e^{-\beta\cdot x}dx=-\frac{u}{\beta}e^{-\beta\cdot u}-\frac{1}{\beta^2}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^u=-\frac{u}{\beta}e^{-\beta\cdot u}-\frac{1}{\beta^2}e^{-\beta\cdot u}+\frac{1}{\beta^2},$$

$$\int_0^u e^{-(\beta-R)\cdot x}dx=-\frac{1}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot x}\Big|_0^u=-\frac{1}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot u}+\frac{1}{(\beta-R)},\quad \beta>R,$$

$$\int_0^u x\cdot e^{-(\beta-R)\cdot x}dx=-\frac{x}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot x}\Big|_0^u+\frac{1}{(\beta-R)}\int_0^u e^{-(\beta-R)\cdot x}dx=-\frac{u}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot u}-\frac{1}{(\beta-R)^2}\cdot$$
$$\cdot e^{-(\beta-R)\cdot x}\Big|_0^u=-\frac{u}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot u}-\frac{1}{(\beta-R)^2}e^{-(\beta-R)\cdot u}+\frac{1}{(\beta-R)^2},\quad \beta>R$$

ir sutvarkę reiškinį, gauname

$$g(u,y)=\frac{\beta}{2\cdot\theta}e^{-\beta\cdot y}\left[\sum_{k=1}^{2}C_k\left(-1-\beta y+\frac{\beta^2 y}{\beta-R_k}+\frac{\beta^2}{(\beta-R_k)^2}\right)\cdot e^{-R_k u}\right],\qquad \mathbf{(2.3.2.5.)}$$

čia: R_k apibrėžta (2.3.2.1.),

C_k apibrėžta (2.3.2.2.).

Galiausiai įvertiname $G(u,y)$:

$$G(u,y)=\int_0^y g(u,x)dx=\frac{\beta}{2\theta}\int_0^y e^{-\beta\cdot x}\left[\sum_{k=1}^{2}C_k\left(-1-\beta x+\frac{\beta^2 x}{\beta-R_k}+\frac{\beta^2}{(\beta-R_k)^2}\right)\cdot e^{-R_k u}\right]dx=\frac{\beta}{2\theta}\left[\left(-\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+\beta^2\sum_{k=1}^{2}\frac{C_k e^{-R_k u}}{(\beta-R_k)^2}\right)\int_0^y e^{-\beta\cdot x}dx+\left(-\beta\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}+\beta^2\sum_{k=1}^{2}\frac{C_k e^{-R_k u}}{\beta-R_k}\right)\int_0^y xe^{-\beta\cdot x}dx\right].$$

Suintegravę

$$\int_0^y e^{-\beta\cdot x}dx=-\frac{1}{\beta}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^y=-\frac{1}{\beta}e^{-\beta\cdot y}+\frac{1}{\beta},$$

$$\int_0^y x\cdot e^{-\beta\cdot x}dx=-\frac{x}{\beta}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^y+\frac{1}{\beta}\int_0^y e^{-\beta\cdot x}dx=-\frac{y}{\beta}e^{-\beta\cdot y}-\frac{1}{\beta^2}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^y=-\frac{y}{\beta}e^{-\beta\cdot y}-\frac{1}{\beta^2}e^{-\beta\cdot y}+\frac{1}{\beta^2}$$

ir sutvarkę reiškinį, gauname

$$G(u,y)=\frac{\beta}{2\theta}\left[\sum_{k=1}^{2}C_k\left\{\frac{2\theta}{\beta}+\left(-\frac{2\theta}{\beta}+y-\frac{\beta y}{\beta-R_k}\right)e^{-\beta y}\right\}e^{-R_k u}\right],\qquad \mathbf{(2.3.2.6.)}$$

čia: R_k apibrėžta (2.3.2.1.),

C_k apibrėžta (2.3.2.2.).

Pastarosios išraiškos supaprastinimui pasinaudota tapatybe $\frac{-2}{\beta}+\frac{1}{(\beta-R_k)}+\frac{\beta}{(\beta-R_k)^2}\equiv\frac{2\theta}{\beta}$.

Formulių $g(u,y)$ ir $G(u,y)$ teisingumą patikrinkime pagal (1.3.5.) – (1.3.8.) išraiškas. Tuo tikslu (2.3.2.6.) apskaičiuojame, kai $y=\infty$. Gauname

$$G(u,\infty)=\frac{\beta}{2\theta}\left[\sum_{k=1}^{2}C_k\left(\frac{2\theta}{\beta}\right)\cdot e^{-R_k u}\right]=\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}=\varphi(u).$$

Matome, kad (1.3.5.) lygybė yra tenkinama.

Apskaičiavę (1.3.6.) ir (1.3.7.), kai $F_X(x)=1-e^{-\beta x}-\beta x e^{-\beta x}$, $\mu_1=\dfrac{2}{\beta}$, gauname

$$g(0,y)=\frac{1}{(1+\theta)\mu_1}\left(1-F_X(y)\right)=\frac{\beta}{2(1+\theta)}(1+\beta y)\cdot e^{-\beta y},$$

$$G(0,y)=\frac{1}{(1+\theta)\mu_1}\int_0^y\left(1-F_X(x)\right)dx=\frac{\beta}{2(1+\theta)}\left(\frac{2}{\beta}+\left(-\frac{2}{\beta}-y\right)e^{-\beta\cdot y}\right).$$

Dabar (2.3.2.5.) ir (2.3.2.6.) apskaičiuojame, kai $u=0$. Gauname

$$g(0,y)=\frac{\beta}{2\theta}e^{-\beta\cdot y}\left[\sum_{k=1}^{2}C_k\left(-1-\beta y+\frac{\beta^2 y}{\beta-R_k}+\frac{\beta^2}{(\beta-R_k)^2}\right)\right]=\frac{\beta}{2\theta}e^{-\beta\cdot y}\left(-\sum_{k=1}^{2}C_k-\beta y\sum_{k=1}^{2}C_k+\beta^2 y\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\sum_{k=1}^{2}\frac{C_k}{\beta-R_k}+\beta^2\sum_{k=1}^{2}\frac{C_k}{(\beta-R_k)^2}\right)=\frac{\beta}{2\theta}e^{-\beta\cdot y}\left(-\frac{1}{1+\theta}-\beta y\frac{1}{1+\theta}+\beta y+1\right)=\frac{\beta}{2(1+\theta)}(1+\beta y)e^{-\beta y},$$

ir

$$G(0,y)=\frac{\beta}{2\theta}\left[\sum_{k=1}^{2}C_k\left\{\frac{2\theta}{\beta}+\left(-\frac{2\theta}{\beta}+y-\frac{\beta y}{\beta-R_k}\right)e^{-\beta y}\right\}\right]=\frac{\beta}{2\theta}\left[\frac{2\theta}{\beta}\sum_{k=1}^{2}C_k+\left(-\frac{2\theta}{\beta}\sum_{k=1}^{2}C_k+y\sum_{k=1}^{2}C_k-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\beta y\sum_{k=1}^{2}\frac{C_k}{\beta-R_k}\right)e^{-\beta y}\right]=\frac{\beta}{2\theta}\left[\frac{2\theta}{\beta(1+\theta)}+\left(-\frac{2\theta}{\beta(1+\theta)}-\frac{y\theta}{(1+\theta)}\right)e^{-\beta y}\right]=\frac{\beta}{2(1+\theta)}\left[\frac{2}{\beta}+\left(-\frac{2}{\beta}-y\right)\cdot e^{-\beta y}\right].$$

Matome, kad gauti rezultatai sutampa. Į paskutiniąją išraišką įstatome $y=\infty$:

$$G(0,\infty)=\frac{1}{1+\theta}.$$

O tai sutampa su (1.3.8.) formule. Tai rodo, kad bankroto tikimybių išraiškos yra teisingos.

Pastarųjų formulių supaprastinimui pasinaudota tapatybėmis:

$$\sum_{k=1}^{2}C_k=\frac{1}{1+\theta},\qquad \sum_{k=1}^{2}\frac{C_k}{\beta-R_k}=\frac{1}{\beta},\qquad \sum_{k=1}^{2}\frac{C_k}{(\beta-R_k)^2}=\frac{1}{\beta^2}.$$

Apskaičiavę bankroto tikimybes $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ prie skirtingų į jas įeinančių dydžių reikšmių (2 priedas), teigiame, kad:

- kai $u=0$, $\varphi(u)$ priklauso tik nuo garantinio krūvio,
- didinant pradinius rezervus u, bankroto tikimybės $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ mažėja (3 priedas),
- didinant neigiamus rezervus y, bankroto tikimybė $\varphi(u)$ nekinta, o $G(u,y)$ didėja (3 priedas),

- didinant garantinį krūvį θ, bankroto tikimybės $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ mažėja (3 priedas),
- didinant $\text{Gama}(2,\beta)$ pasiskirstymo parametrą β, bankroto tikimybė $\varphi(u)$ visados mažėja, o bankroto tikimybė $G(u,y)$ arba didėja, arba mažėja priklausomai nuo garantinio krūvio, pradinių ir neigiamų rezervų dydžio reikšmių (3 priedas),
- bankroto tikimybė $G(u,y)$ yra visados mažesnė už bankroto tikimybę $\varphi(u)$, o prie pakankamai didelių į $G(u,y)$ įeinančių dydžių reikšmių šios bankroto tikimybės sutampa.

Dabar ieškosime sąlyginės bankroto tikimybės $h(u,y)$, kurią gauname (2.3.2.5.) padalinus iš (2.3.2.3.) :

$$h(u,y)=\frac{\beta}{2\cdot\theta}e^{-\beta\cdot y}\left[\sum_{k=1}^{2}C_k\left(-1-\beta y+\frac{\beta^2 y}{\beta-R_k}+\frac{\beta^2}{(\beta-R_k)^2}\right)\cdot e^{-R_k u}\right]\Big/\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}\,.$$

Pastarąją išraišką pertvarkysime tokiu būdu:

$$h(u,y)=\frac{\sum_{k=1}^{2}C_k\left(-1+\frac{\beta^2}{(\beta-R_k)^2}\right)e^{-R_k u}}{2\theta\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}}\beta e^{-\beta\cdot y}+\frac{\sum_{k=1}^{2}C_k\left(-1+\frac{\beta}{\beta-R_k}\right)e^{-R_k u}}{2\theta\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}}\beta^2 y e^{-\beta\cdot y}\,.$$

Pažymėję

$$A(u)=\frac{\sum_{k=1}^{2}C_k\left(-1+\frac{\beta}{\beta-R_k}\right)e^{-R_k u}}{2\theta\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}}, \tag{2.3.2.7.}$$

gauname

$$h(u,y)=[1-A(u)]\beta e^{-\beta\cdot y}+A(u)\beta^2 y e^{-\beta\cdot y}\,. \tag{2.3.2.8.}$$

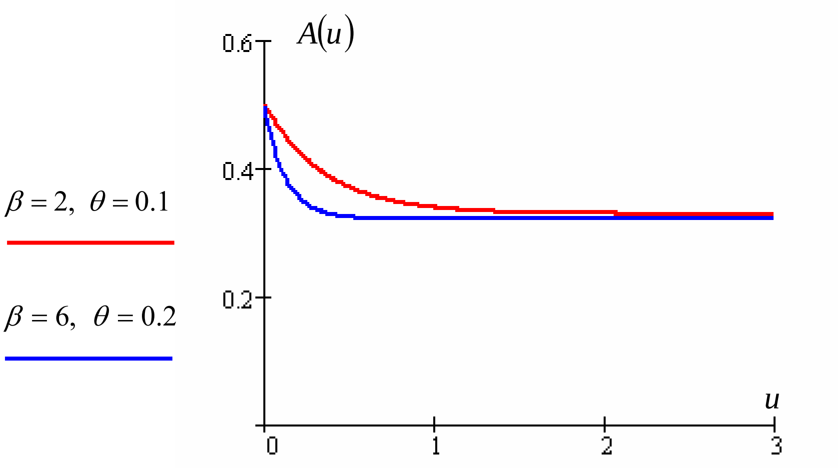
Taigi $\text{Gama}(2,\beta)$ išmokų pasiskirstymo atveju sąlyginė bankroto tikimybė priklauso nuo pradinių ir neigiamų rezervų (skirtingai nei $\text{Gama}(1,\beta)$ skirstinio atveju).

Iš (2.3.2.8.) formulės matome, kad neigiamų rezervų pasiskirstymas yra išreiškiamas $\text{Gama}(1,\beta)$ ir $\text{Gama}(2,\beta)$ skirstinių mišiniu su svoriais atitinkamai $[1-A(u)]$ ir $A(u)$. Funkcija $A(u)$ yra mažėjanti ir visuomet teigiama. Atskiru atveju, kai $u=0$, turime $A(0)=1/2$. Tuomet neigiamų rezervų pasiskirstymas yra “pusiau $\text{Gama}(1,\beta)$”, “pusiau $\text{Gama}(2,\beta)$”. Didėjant pradiniams rezervams u, $\text{Gama}(2,\beta)$ dalis turi mažiau įtakos neigiamų rezervų pasiskirstymui. Jeigu $A(u)$ funkcijos skaitiklį ir vardiklį padaugintume $e^{R_2 u}$, tai gautume

$$A(u)=\frac{C_1\left(-1+\frac{\beta}{\beta-R_1}\right)e^{(R_2-R_1)u}+C_2\left(-1+\frac{\beta}{\beta-R_2}\right)}{2\theta\left(C_1e^{(R_2-R_1)u}+C_2\right)}.$$

Kadangi $R_2-R_1<0$, tai $e^{(R_2-R_1)\cdot u}\to 0$, kai $u\to\infty$. Todėl $A(\infty)=R_2/2\theta(\beta-R_2)$.

Funkcijos $A(u)$ priklausomybė nuo u pavaizduota 2.3.2.1. paveiksle.



2.3.2.1. pav. $A(u)$ **funkcija**

Iš 2.3.2.1. paveikslo matyti, kad funkcija $A(u)$ stabilizuojasi jau net prie mažų pradinių rezervų u reikšmių. Taip yra dėl to, kad dydis $e^{(R_2-R_1)\cdot u}$ netgi prie mažų u reikšmių yra labai mažas dėl nedidelės sureguliavimo koeficiento R_2 reikšmės.

Iš (2.3.2.8.) formulės gauname, kad

$$E[Y|u]=[1-A(u)]\beta\int_0^\infty y\cdot e^{-\beta\cdot y}dy+A(u)\beta^2\int_0^\infty y^2\cdot e^{-\beta\cdot y}dy=\frac{1+A(u)}{\beta},$$

$$E[Y^2|u]=[1-A(u)]\beta\int_0^\infty y^2\cdot e^{-\beta\cdot y}dy+A(u)\beta^2\int_0^\infty y^3\cdot e^{-\beta\cdot y}dy=\frac{2[1+2A(u)]}{\beta^2},$$

$$D[Y|u]=\frac{2[1+2A(u)]}{\beta^2}-\left(\frac{1+A(u)}{\beta}\right)^2=\frac{1+2A(u)-A^2(u)}{\beta^2},$$

čia: $A(u)$ apibrėžta (2.3.2.7.).

Dabar įvertinsime pirmojo nemokumo periodo trukmę:

$$E[T_1|u]=\frac{E[Y|u]}{\lambda\cdot\mu_1\cdot\theta}=\frac{1+A(u)}{2\lambda\theta},$$

$$D[T_1|u]=\frac{E[Y|u]\cdot\mu_2}{\lambda^2\cdot(\mu_1\cdot\theta)^3}+\frac{D[Y|u]}{(\lambda\cdot\mu_1\cdot\theta)^2}=\frac{3(1+A(u))}{4\lambda^2\theta^3}+\frac{1+2A(u)-A^2(u)}{4\lambda^2\theta^2},$$

čia: $A(u)$ apibrėžta (2.3.2.7.).

Bet kuriuo kitu laiko momentu trukusio nemokumo periodo įvertinimas būtų toks:

$$E[T_i|u=0]=\frac{\mu_2}{2\lambda\cdot\theta\cdot\mu_1^2}=\frac{3}{4\lambda\cdot\theta},\quad i>1,$$

$$D[T_i|u=0]=\frac{3\mu_2^2(2-\theta)+4\mu_1\mu_3\theta}{12\lambda^2\theta^3\mu_1^4}=\frac{18+7\theta}{16\lambda^2\theta^3},\quad i>1.$$

Atskiru atveju $(u=0)$ nemokumo periodų skaičiaus vidurkis ir dispersija:

$$E[N|u=0]=\frac{1}{\theta},$$

$$D[N|u=0]=\frac{1+\theta}{\theta^2},$$

o suminės trukmės vidurkis ir dispersija:

$$E[TT|u=0]=\frac{\mu_2}{2\lambda\cdot(\mu_1\cdot\theta)^2}=\frac{3}{4\lambda\cdot\theta^2},$$

$$D[TT|u=0]=\frac{9\mu_2^2+4\mu_1\mu_3\theta}{12\lambda^2(\mu_1\theta)^4}=\frac{27+16\theta}{16\lambda^2\theta^4}.$$

Bendruoju atveju $(u\geq 0)$ nemokumo periodų skaičiaus ir suminės trukmės įvertinimas tampa žymiai sudėtingesnis dėl jų priklausomybės nuo pradinių rezervų.

Skaičiuojame nemokumo periodų skaičiaus vidurkį ir dispersiją:

$$E[N|u]=\frac{1+\theta}{\theta}\varphi(u)=\frac{1+\theta}{\theta}\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u},$$

$$D[N|u]=\frac{(1+\theta)\varphi(u)(\delta(u)(1+\theta)\ +1)}{\theta^2}=\frac{(1+\theta)\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}\left(\left(1-\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}\right)(1+\theta)+1\right)}{\theta^2},$$

čia: R_k apibrėžta (2.3.2.1.) ,

C_k apibrėžta (2.3.2.2.) ,

$A(u)$ apibrėžta (2.3.2.7.).

Skaičiuojame nemokumo periodų suminės trukmės vidurkį ir dispersiją:

$$E[TT|u]=\varphi(u)(E[T_1|u]+E[TT|u=0])=\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}\left(\frac{1+A(u)}{2\lambda\theta}+\frac{3}{4\lambda\theta^2}\right),$$

$$E[TT^2|u]=\varphi(u)(E[T_1^2|u]+2E[T_1|u]E[TT|u=0]+E[TT^2|u=0])=\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}\cdot$$

$$\cdot\left(\frac{(2+4A(u))\theta^2+6(1+A(u))\theta+9+4\theta}{4\lambda^2\theta^4}\right),$$

$$D[TT|u]=E[TT^2|u]-E^2[TT|u],$$

čia: R_k apibrėžta (2.3.2.1.) ,

C_k apibrėžta (2.3.2.2.) ,

$A(u)$ apibrėžta (2.3.2.7.).

Apskaičiavę nemokumo periodų trukmės konkrečias reikšmes (4 priedas) galime padaryti tokias išvadas:

- didinant garantinį krūvį θ, nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkis ir dispersija mažėja (5 priedas),
- didinant Puasono parametrą λ, nemokumo periodų trukmės vidurkis ir dispersija mažėja, o nemokumo periodų skaičiaus vidurkis ir dispersija išlieka pastovūs (5 priedas),
- didinant pasiskirstymo parametrą β, pirmojo nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija mažėja, bet labai greitai stabilizuojasi. Šiuo atveju bet kurio kito nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija išlieka pastovūs, o nemokumo periodų skaičiaus ir suminės trukmės vidurkis ir dispersija mažėja (5 priedas),
- didinant pradinius rezervus u, pirmojo nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija mažėja ir gan greitai stabilizuojasi. Šiuo atveju bet kurio kito nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija išlieka pastovūs, o nemokumo periodų skaičiaus ir suminės trukmės vidurkis ir dispersija mažėja (5 priedas),
- pirmojo nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija (kai $u = 0$) sutampa su bet kuriuo kitu momentu atsiradusio nemokumo periodo trukmės vidurkiu ir dispersija.

2.3.3. GAMA$(3,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMAS

Sakome, kad atsitiktinis dydis X pasiskirstęs pagal Gama$(3,\beta)$ dėsnį su parametru $\beta > 0$, jei tankio funkcija

$$p(x) = p(x,3,\beta) = \begin{cases} 0, & kai\ x < 0, \\ \frac{1}{2}\beta^3 x^2 e^{-\beta \cdot x}, & kai\ x \geq 0, \end{cases}$$

o pasiskirstymo funkcija

$$F(x) = F(x,3,\beta) = \begin{cases} 0, & kai\ x < 0, \\ 1 - e^{-\beta \cdot x} - \beta x e^{-\beta \cdot x} - \frac{1}{2}\beta^2 x^2 e^{-\beta \cdot x}, & kai\ x \geq 0. \end{cases}$$

Gama$(3,\beta)$ pasiskirstymo atveju momentus generuojanti funkcija $M_X(z)=\left(\dfrac{\beta}{\beta-z}\right)^3$, o pirmieji trys pradiniai momentai yra:

$$\mu_1=\frac{\beta^3}{2}\int_0^\infty x^3 e^{-\beta\cdot x}dx=\frac{3}{\beta},\quad \mu_2=\frac{\beta^3}{2}\int_0^\infty x^4 e^{-\beta\cdot x}dx=\frac{12}{\beta^2},\quad \mu_3=\frac{\beta^3}{2}\int_0^\infty x^5 e^{-\beta\cdot x}dx=\frac{60}{\beta^3}.$$

Dabar įvertinsime bankroto tikimybes $\varphi(u)$, $G(u,y)$, $h(u,y)$. Tuo tikslu sudėtiniam Puasono procesui rašome sureguliavimo koeficiento lygtį (1.3.1.) ir ją sprendžiame:

$$1+(1+\theta)\mu_1 R=M_X(R)\ ,$$

$$1+(1+\theta)\frac{3}{\beta}R=\left(\frac{\beta}{\beta-R}\right)^3\ .$$

Tolimesniam lygties sprendimui įsivedame keitinį $t=\dfrac{\beta}{\beta-R}$. Gauname

$$1+(1+\theta)\frac{3}{\beta}\left(\frac{t\beta-\beta}{t}\right)=t^3\ ,$$

$$3(1+\theta)\left(\frac{t-1}{t}\right)=(t-1)(t^2+t+1)\ .$$

Iš paskutiniosios lygybės gauname, kad šaknis yra $t=1$, o $R=0$. Sprendžiame toliau, kai $t\neq 1$. Turime

$$t^3+t^2+t-3(1+\theta)=0\,.$$

Šios lygties sprendimui naudosiu Kardano formules (1.9. skyrius). Tuo tikslu įvedame naują keitinį $t=z-\dfrac{1}{3}$. Gauname

$$z^3+3pz+2q=0,\quad 2q=\frac{-88-81\theta}{27},\quad 3p=\frac{2}{3}.$$

Skaičiuojame naują dydį D:

$$D=q^2+p^3=\frac{1}{2916}\left(32+(88+81\theta)^2\right).$$

Kadangi $D>0$, tai egzistuoja viena reali ir dvi kompleksinės šaknys. Skaičiuojame

$$\kappa=\sqrt[3]{\frac{88+81\theta}{54}+\sqrt{\frac{1}{2916}\left(32+(88+81\theta)^2\right)}}=\frac{1}{3}\sqrt[3]{44+40.5\theta+0.5\sqrt{\left(32+(88+81\theta)^2\right)}}\,, \qquad \textbf{(2.3.3.1.)}$$

$$\nu=\sqrt[3]{\frac{88+81\theta}{54}-\sqrt{\frac{1}{2916}\left(32+(88+81\theta)^2\right)}}=\frac{1}{3}\sqrt[3]{44+40.5\theta-0.5\sqrt{\left(32+(88+81\theta)^2\right)}}\,, \qquad \textbf{(2.3.3.2.)}$$

$$z_1=\kappa+\nu\,,$$

$$z_2 = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\kappa + \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\nu = -\frac{1}{2}(\kappa+\nu) + i\frac{\sqrt{3}}{2}(\kappa-\nu),$$

$$z_3 = \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\kappa + \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\nu = -\frac{1}{2}(\kappa+\nu) - i\frac{\sqrt{3}}{2}(\kappa-\nu).$$

Gauname tokias sureguliavimo koeficiento reikšmes:

$$R_1 = \frac{\beta\left(z_1 - \frac{4}{3}\right)}{\left(z_1 - \frac{1}{3}\right)} = \frac{\beta(3(\kappa+\nu)-4)}{(3(\kappa+\nu)-1)}\ , \qquad \textbf{(2.3.3.3.)}$$

$$R_2 = \frac{\beta\left(z_2 - \frac{4}{3}\right)}{\left(z_2 - \frac{1}{3}\right)} = \frac{\beta\left(8 + 3(\kappa+\nu) - i3\sqrt{3}(\kappa-\nu)\right)}{\left(2 + 3(\kappa+\nu) - i3\sqrt{3}(\kappa-\nu)\right)}, \qquad \textbf{(2.3.3.4.)}$$

$$R_3 = \frac{\beta\left(z_3 - \frac{4}{3}\right)}{\left(z_3 - \frac{1}{3}\right)} = \frac{\beta\left(8 + 3(\kappa+\nu) + i3\sqrt{3}(\kappa-\nu)\right)}{\left(2 + 3(\kappa+\nu) + i3\sqrt{3}(\kappa-\nu)\right)}\ , \qquad \textbf{(2.3.3.5.)}$$

čia: κ apibrėžta (2.3.3.1.) ,

ν apibrėžta (2.3.3.2.).

Tolesniame tyrime trivialios sureguliavimo koeficiento išraiškos nenagrinėsime.

Iš atliktų skaičiavimų (1 priedas) paaiškėjo, kad didinant β reikšmes, visų sureguliavimo koeficientų reikšmės didėja, o didinant θ reikšmes sureguliavimo koeficiento R_1 reikšmės didėja, o koeficientų R_2 ir R_3 reikšmės mažėja (kompleksinių reikšmių lyginimas atliekamas pagal skaičiaus modulį).

Įvertinsime bankroto tikimybę $\varphi(u)$ pagal (1.3.3.) formulę:

$$\varphi(u) = \sum_{k=1}^{3} \frac{\theta \cdot E[X] \cdot e^{-R_k \cdot u}}{M'_X(R_k) - (1+\theta)\cdot E[X]} = \sum_{k=1}^{3} \frac{\frac{3}{\beta}\cdot\theta\cdot e^{-R_k\cdot u}}{\left(\left(\frac{\beta}{(\beta-R_k)}\right)^3\right)' - (1+\theta)\cdot\frac{3}{\beta}} = \sum_{k=1}^{3} \frac{\theta\, e^{-R_k\cdot u}}{\left(\frac{\beta}{\beta-R_k}\right)^4 - (1+\theta)}.$$

Įvedę pažymėjimą

$$C_k = \frac{\theta}{\left(\frac{\beta}{\beta-R_k}\right)^4 - (1+\theta)}, \qquad \textbf{(2.3.3.6.)}$$

gauname

$$\varphi(u) = \sum_{k=1}^{3} C_k e^{-R_k\cdot u}\ , \qquad \textbf{(2.3.3.7.)}$$

čia: R_k apibrėžta (2.3.3.3.) – (2.3.3.5.).

Konstantoms C_k, $k=1,\,2,\,3$ apskaičiuoti gali būti panaudotos ir tokios išraiškos:

$$C_1 = \frac{\theta}{\frac{1}{81}\left(3(\kappa+\nu)-1\right)^4-(1+\theta)}\ ,\qquad C_2 = \frac{\theta}{\frac{1}{1296}\left(3(\kappa+\nu)+2-i3\sqrt{3}(\kappa-\nu)\right)^4-(1+\theta)},$$

$$C_3 = \frac{\theta}{\frac{1}{1296}\left(3(\kappa+\nu)+2+i3\sqrt{3}(\kappa-\nu)\right)^4-(1+\theta)}.$$

Apskaičiavę pradinių rezervų ribines reikšmes gauname tokius rezultatus:

$$\varphi(0)=C_1+C_2+C_3,\qquad \varphi(\infty)=0.$$

Pastebėsime tai, kad gautoji $\varphi(0)$ išraiška yra tapatinga $\dfrac{1}{1+\theta}$.

Turėdami bankroto tikimybę, galime įvertinti išlikimo tikimybę:

$$\delta(u)=1-\sum_{k=1}^{3}C_k\cdot e^{-R_k\cdot u}\ , \qquad \textbf{(2.3.3.8.)}$$

čia: R_k apibrėžta (2.3.3.3.) – (2.3.3.5) ,

C_k apibrėžta (2.3.3.6.) .

Apskaičiavę pradinių rezervų ribines reikšmes, gauname tokius rezultatus:

$$\delta(0)=1-C_1-C_2-C_3,\qquad \delta(\infty)=1.$$

Pastebėsime tai, kad gautoji $\delta(0)$ išraiška yra tapatinga $\dfrac{\theta}{1+\theta}$.

Norėdami įvertinti tikimybę $G(u,y)$ pagal (1.3.4.) formulę, pirmiausiai apskaičiuokime $g(u,y)$ pagal (1.3.9.) formulę:

$$g(u,y)=\frac{1}{\theta\cdot\mu_1}\left(\delta(u)(1-F_X(y))-\int_0^u\delta(u-x)dF_X(x+y)\right).$$

Skaičiuojame :

$$g(u,y)=\frac{\beta}{3\cdot\theta}\left(\left(1-\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k\cdot u}\right)\left(e^{-\beta\cdot y}+\beta y e^{-\beta\cdot y}+\beta^2\frac{y^2}{2}e^{-\beta\cdot y}\right)-\int_0^u\left(1-\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k\cdot(u-x)}\right)\frac{\beta^3}{2}(x+y)^2\cdot\right.$$

$$\left.\cdot e^{-\beta(x+y)}dx\right)=\frac{\beta}{3\cdot\theta}\left(e^{-\beta\cdot y}\left(1+\beta y+\frac{(\beta y)^2}{2}-\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k\cdot u}-\beta y\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k\cdot u}-\frac{(\beta y)^2}{2}\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k\cdot u}\right)-\right.$$

$$-\frac{\beta^3}{2}e^{-\beta\cdot y}\left(\int_0^u x^2 e^{-\beta\cdot x}dx+2y\int_0^u x e^{-\beta\cdot x}dx+y^2\int_0^u e^{-\beta\cdot x}dx-\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k\cdot u}\left(\int_0^u x^2e^{-(\beta-R_k)\cdot x}dx+2y\cdot\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.\cdot\int_0^u x e^{-(\beta-R_k)\cdot x}dx+y^2\int_0^u e^{-(\beta-R_k)\cdot x}dx\right)\right)\right).$$

Suintegravę

$$\int_0^u e^{-\beta\cdot x}dx = -\frac{1}{\beta}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^u = -\frac{1}{\beta}e^{-\beta\cdot u} + \frac{1}{\beta},$$

$$\int_0^u x\cdot e^{-\beta\cdot x}dx = -\frac{x}{\beta}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^u + \frac{1}{\beta}\int_0^u e^{-\beta\cdot x}dx = -\frac{u}{\beta}e^{-\beta\cdot u} - \frac{1}{\beta^2}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^u = -\frac{u}{\beta}e^{-\beta\cdot u} - \frac{1}{\beta^2}e^{-\beta\cdot u} + \frac{1}{\beta^2},$$

$$\int_0^u x^2\cdot e^{-\beta\cdot x}dx = -\frac{x^2}{\beta}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^u + \frac{2}{\beta}\int_0^u xe^{-\beta\cdot x}dx = -\frac{u^2}{\beta}e^{-\beta\cdot u} - \frac{2x}{\beta^2}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^u + \frac{2}{\beta^2}\int_0^u e^{-\beta\cdot x}dx = -\frac{u^2}{\beta}e^{-\beta\cdot u} -$$

$$-\frac{2u}{\beta^2}e^{-\beta\cdot u} - \frac{2}{\beta^3}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^u = -\frac{u^2}{\beta}e^{-\beta\cdot u} - \frac{2u}{\beta^2}e^{-\beta\cdot u} - \frac{2}{\beta^3}e^{-\beta\cdot u} + \frac{2}{\beta^3},$$

$$\int_0^u e^{-(\beta-R)\cdot x}dx = -\frac{1}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot x}\Big|_0^u = -\frac{1}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot u} + \frac{1}{(\beta-R)}, \quad \beta > |R|,$$

$$\int_0^u x\cdot e^{-(\beta-R)\cdot x}dx = -\frac{x}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot x}\Big|_0^u + \frac{1}{(\beta-R)}\int_0^u e^{-(\beta-R)\cdot x}dx = -\frac{u}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot u} - \frac{1}{(\beta-R)^2}\cdot$$

$$\cdot e^{-(\beta-R)\cdot x}\Big|_0^u = -\frac{u}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot u} - \frac{1}{(\beta-R)^2}e^{-(\beta-R)\cdot u} + \frac{1}{(\beta-R)^2}, \quad \beta > |R|,$$

$$\int_0^u x^2\cdot e^{-(\beta-R)\cdot x}dx = -\frac{x^2}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot x}\Big|_0^u + \frac{2}{(\beta-R)}\int_0^u xe^{-(\beta-R)\cdot x}dx = -\frac{u^2}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot u} - \frac{2x}{(\beta-R)^2}\cdot$$

$$\cdot e^{-(\beta-R)\cdot x}\Big|_0^u + \frac{2}{(\beta-R)^2}\int_0^u e^{-(\beta-R)\cdot x}dx = -\frac{u^2}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot u} - \frac{2u}{(\beta-R)^2}e^{-(\beta-R)\cdot u} -$$

$$-\frac{2}{(\beta-R)^3}e^{-(\beta-R)\cdot x}\Big|_0^u = -\frac{u^2}{(\beta-R)}e^{-(\beta-R)\cdot u} - \frac{2u}{(\beta-R)^2}e^{-(\beta-R)\cdot u} - \frac{2}{(\beta-R)^3}e^{-(\beta-R)\cdot u} +$$

$$+\frac{2}{(\beta-R)^3}, \quad \beta > |R|$$

ir sutvarkę reiškinį, gauname

$$g(u,y) = \frac{\beta}{3\cdot\theta}e^{-\beta\cdot y}\sum_{k=1}^{3}C_k\left(-1-\beta y-\frac{(\beta y)^2}{2}+\frac{\beta^3}{(\beta-R_k)^3}+\frac{\beta^3 y}{(\beta-R_k)^2}+\frac{\beta^3 y^2}{2(\beta-R_k)}\right)e^{-R_k\cdot u}, \quad \textbf{(2.3.3.9.)}$$

čia: R_k apibrėžta (2.3.3.3.) – (2.3.3.5) ,

C_k apibrėžta (2.3.3.6.) .

Galiausiai įvertiname $G(u,y)$:

$$G(u,y)=\int_0^y g(u,x)dx=\frac{\beta}{3\cdot\theta}\int_0^y e^{-\beta\cdot x}\sum_{k=1}^{3}C_k\left(-1-\beta x-\frac{(\beta x)^2}{2}+\frac{\beta^3}{(\beta-R_k)^3}+\frac{\beta^3 x}{(\beta-R_k)^2}+\frac{\beta^3 x^2}{2(\beta-R_k)}\right)e^{-R_k\cdot u}dx=$$

$$=\frac{\beta}{3\cdot\theta}\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k\cdot u}\left(\left(-1+\frac{\beta^3}{(\beta-R_k)^3}\right)\int_0^y e^{-\beta\cdot x}dx+\left(-\beta+\frac{\beta^3}{(\beta-R_k)^2}\right)\int_0^y xe^{-\beta\cdot x}dx+\left(-\frac{\beta^2}{2}+\frac{\beta^3}{2(\beta-R_k)}\right)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot\int_0^y x^2e^{-\beta\cdot x}dx\right).$$

Suintegravę

$$\int_0^y e^{-\beta\cdot x}dx=-\frac{1}{\beta}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^y=-\frac{1}{\beta}e^{-\beta\cdot y}+\frac{1}{\beta},$$

$$\int_0^y x\cdot e^{-\beta\cdot x}dx=-\frac{x}{\beta}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^y+\frac{1}{\beta}\int_0^y e^{-\beta\cdot x}dx=-\frac{y}{\beta}e^{-\beta\cdot y}-\frac{1}{\beta^2}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^y=-\frac{y}{\beta}e^{-\beta\cdot y}-\frac{1}{\beta^2}e^{-\beta\cdot y}+\frac{1}{\beta^2},$$

$$\int_0^y x^2\cdot e^{-\beta\cdot x}dx=-\frac{x^2}{\beta}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^y+\frac{2}{\beta}\int_0^y xe^{-\beta\cdot x}dx=-\frac{y^2}{\beta}e^{-\beta\cdot y}-\frac{2x}{\beta^2}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^y+\frac{2}{\beta^2}\int_0^y e^{-\beta\cdot x}dx=-\frac{y^2}{\beta}e^{-\beta\cdot y}-$$

$$-\frac{2y}{\beta^2}e^{-\beta\cdot y}-\frac{2}{\beta^3}e^{-\beta\cdot x}\Big|_0^y=-\frac{y^2}{\beta}e^{-\beta\cdot y}-\frac{2y}{\beta^2}e^{-\beta\cdot y}-\frac{2}{\beta^3}e^{-\beta\cdot y}+\frac{2}{\beta^3}$$

ir sutvarkę reiškinį, gauname

$$G(u,y)=\frac{\beta}{3\cdot\theta}\sum_{k=1}^{3}C_k\left(\frac{3\theta}{\beta}+\left(-\frac{3\theta}{\beta}+2y-\frac{\beta y}{\beta-R_k}-\frac{\beta^2 y}{(\beta-R_k)^2}+\frac{\beta y^2}{2}-\frac{(\beta y)^2}{2(\beta-R_k)}\right)e^{-\beta y}\right)e^{-R_k\cdot u},\ \textbf{(2.3.3.10.)}$$

čia: R_k apibrėžta (2.3.3.3.) – (2.3.3.5) ,

C_k apibrėžta (2.3.3.6.) .

Pastarojo reiškinio supaprastinimui pasinaudota tapatybe $\frac{-3}{\beta}+\frac{1}{(\beta-R)}+\frac{\beta}{(\beta-R)^2}+\frac{\beta^2}{(\beta-R)^3}\equiv\frac{3\theta}{\beta},\ \forall R.$

Formulių $g(u,y)$ ir $G(u,y)$ teisingumą patikrinkime pagal (1.3.5.) – (1.3.8.) išraiškas. Tuo tikslu (2.3.3.10.) apskaičiuojame, kai $y=\infty$. Gauname

$$G(u,\infty)=\frac{\beta}{3\theta}\frac{3\theta}{\beta}\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k\cdot u}=\varphi(u).$$

Matome, kad (1.3.5.) lygybė yra tenkinama.

Apskaičiavę (1.3.6.) ir (1.3.7.), kai $F_X(x)=1-e^{-\beta x}-\beta xe^{-\beta x}-\frac{(\beta x)^2}{2}e^{-\beta x}$, $\mu_1=\frac{3}{\beta}$, gauname

$$g(0,y)=\frac{1}{(1+\theta)\mu_1}(1-F_X(y))=\frac{\beta}{3(1+\theta)}\left(1+\beta y+\frac{(\beta y)^2}{2}\right)e^{-\beta y},$$

$$G(0,y)=\frac{1}{(1+\theta)\mu_1}\int_0^y(1-F_X(x))dx=\frac{\beta}{3(1+\theta)}\left(\frac{3}{\beta}+\left(-\frac{3}{\beta}-2y-\frac{\beta y^2}{2}\right)e^{-\beta\cdot y}\right).$$

Dabar (2.3.3.9.) ir (2.3.3.10.) apskaičiuojame, kai $u = 0$. Gauname

$$g(0,y)=\frac{\beta}{3\cdot\theta}e^{-\beta\cdot y}\sum_{k=1}^{3}C_k\left(-1-\beta y-\frac{(\beta y)^2}{2}+\frac{\beta^3}{(\beta-R_k)^3}+\frac{\beta^3 y}{(\beta-R_k)^2}+\frac{\beta^3 y^2}{2(\beta-R_k)}\right)=\frac{\beta}{3\cdot\theta}e^{-\beta\cdot y}\cdot$$
$$\cdot\left(\frac{\theta}{1+\theta}+\frac{\beta y\theta}{1+\theta}+\frac{(\beta y)^2\theta}{2(1+\theta)}\right)=\frac{\beta}{3(1+\theta)}e^{-\beta\cdot y}\left(1+\beta y+\frac{(\beta y)^2}{2}\right)$$

ir

$$G(0,y)=\frac{\beta}{3\cdot\theta}\sum_{k=1}^{3}C_k\left(\frac{3\theta}{\beta}+\left(-\frac{3\theta}{\beta}+2y-\frac{\beta y}{\beta-R_k}-\frac{\beta^2 y}{(\beta-R_k)^2}+\frac{\beta y^2}{2}-\frac{(\beta y)^2}{2(\beta-R_k)}\right)e^{-\beta y}\right)=$$
$$=\frac{\beta}{3\cdot\theta}\left(\frac{3\theta}{\beta(1+\theta)}+\left(-\frac{3\theta}{\beta(1+\theta)}-2y\frac{\theta}{(1+\theta)}-\frac{\beta y^2}{2}\frac{\theta}{(1+\theta)}\right)e^{-\beta y}\right)=\frac{\beta}{3\cdot(1+\theta)}\left(\frac{3}{\beta}+\right.$$
$$\left.+\left(-\frac{3}{\beta}-2y-\frac{\beta y^2}{2}\right)e^{-\beta y}\right).$$

Matome, kad gauti rezultatai sutampa. Į paskutiniąją išraišką įstatome $y = \infty$:

$$G(0,\infty)=\frac{1}{(1+\theta)}.$$

O tai sutampa su (1.3.8.) formule. Tai rodo, kad išvestos formulės yra teisingos.

Pastarųjų formulių supaprastinimui pasinaudota tapatybėmis:

$$\sum_{k=1}^{3}C_k=\frac{1}{1+\theta},\qquad \sum_{k=1}^{3}\frac{C_k}{\beta-R_k}=\frac{1}{\beta},\qquad \sum_{k=1}^{3}\frac{C_k}{(\beta-R_k)^2}=\frac{1}{\beta^2},\qquad \sum_{k=1}^{3}\frac{C_k}{(\beta-R_k)^3}=\frac{1}{\beta^3}.$$

Apskaičiavę bankroto tikimybes $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ prie skirtingų į jas įeinančių dydžių reikšmių (2 priedas), teigiame, kad:

- kai $u = 0$, $\varphi(u)$ priklauso tik nuo garantinio krūvio ,
- didinant pradinius rezervus u, bankroto tikimybės $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ mažėja, nors prie mažų į formulę $G(u,y)$ įeinančių dydžių gali atsirasti šios bankroto tikimybės svyravimas, t.y. ji gali tiek didėti, tiek mažėti (3 priedas),
- didinant neigiamus rezervus y, bankroto tikimybė $\varphi(u)$ nekinta, o $G(u,y)$ didėja (3 priedas),
- didinant garantinį krūvį θ, bankroto tikimybės $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ mažėja (3 priedas),
- didinant Gama$(3,\beta)$ pasiskirstymo parametrą β, bankroto tikimybė $\varphi(u)$ mažėja, o bankroto tikimybė $G(u,y)$ arba didėja, arba mažėja priklausomai nuo garantinio krūvio, pradinių ir neigiamų rezervų dydžio (3 priedas),

- bankroto tikimybė $G(u,y)$ yra visados mažesnė už bankroto tikimybę $\varphi(u)$, o prie pakankamai didelių neigiamų rezervų šios bankroto tikimybės sutampa.

Dabar ieškosime sąlyginės bankroto tikimybės $h(u,y)$, kurią gauname (2.3.3.9.) padalinus iš (2.3.3.7.) :

$$h(u,y)=\frac{\beta}{3\cdot\theta}e^{-\beta\cdot y}\sum_{k=1}^{3}C_k\left(-1-\beta y-\frac{(\beta y)^2}{2}+\frac{\beta^3}{(\beta-R_k)^3}+\frac{\beta^3 y}{(\beta-R_k)^2}+\frac{\beta^3 y^2}{2(\beta-R_k)}\right)e^{-R_k\cdot u}\Bigg/\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k\cdot u}.$$

Pastarąją išraišką pertvarkysime tokiu būdu:

$$h(u,y)=\frac{\sum_{k=1}^{3}C_k\left(-1+\left(\frac{\beta}{\beta-R_k}\right)^3\right)e^{-R_k u}}{3\theta\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k u}}\beta e^{-\beta\cdot y}+\frac{\sum_{k=1}^{3}C_k\left(-1+\left(\frac{\beta}{\beta-R_k}\right)^2\right)e^{-R_k u}}{3\theta\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k u}}\beta^2 y e^{-\beta\cdot y}+$$
$$+\frac{\sum_{k=1}^{3}C_k\left(-1+\left(\frac{\beta}{\beta-R_k}\right)\right)e^{-R_k u}}{3\theta\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k u}}\frac{\beta^3}{2}y^2 e^{-\beta\cdot y}.$$

Įvedę žymenis

$$A(u)=\frac{\sum_{k=1}^{3}C_k\left(-1+\frac{\beta}{\beta-R_k}\right)e^{-R_k u}}{3\theta\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k u}},\qquad \textbf{(2.3.3.11.)}$$

$$B(u)=\frac{\sum_{k=1}^{3}C_k\left(-1+\left(\frac{\beta}{\beta-R_k}\right)^2\right)e^{-R_k u}}{3\theta\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k u}},\qquad \textbf{(2.3.3.12.)}$$

gauname

$$h(u,y)=\left(1-A(u)-B(u)\right)\beta e^{-\beta\cdot y}+B(u)\beta^2 y e^{-\beta\cdot y}+A(u)\beta^3\frac{y^2}{2}e^{-\beta\cdot y}.\qquad \textbf{(2.3.3.13.)}$$

Taigi $\mathrm{Gama}(3,\beta)$ išmokų pasiskirstymo atveju sąlyginė bankroto tikimybė priklauso nuo pradinių ir neigiamų rezervų.

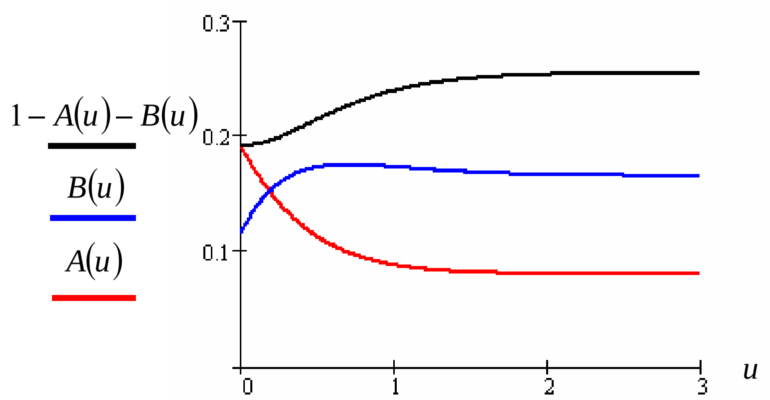
Iš (2.3.3.13.) formulės matome, kad neigiamų rezervų pasiskirstymas yra išreiškiamas $\mathrm{Gama}(1,\beta)$, $\mathrm{Gama}(2,\beta)$ ir $\mathrm{Gama}(3,\beta)$ skirstinių mišiniu su svorio funkcijomis atitinkamai $\left(1-A(u)-B(u)\right)$, $B(u)$ ir $A(u)$. Funkcija $A(u)$ yra mažėjanti, $B(u)$ yra didėjanti, po to mažėjanti, o funkcija $\left(1-A(u)-B(u)\right)$ yra tik didėjanti. Kai pradiniai rezervai $u=0$, visos svorios funkcijos įgyja reikšmę, lygią $1/3$, t.y. neigiamų rezervų pasiskirtymas yra "trečdaliu Gama$(1,\beta)$", "trečdaliu Gama$(2,\beta)$", "trečdaliu Gama$(3,\beta)$". Didėjant pradiniams rezervams u, Gama$(1,\beta)$ dalis turi didžiausią įtaką, o Gama$(3,\beta)$ dalis – mažiausią. Jeigu $A(u)$ funkcijos skaitiklį ir vardiklį padaugintume $e^{R_1 u}$, tai, kai $u \to \infty$, gautume

$$A(\infty) = \frac{R_1}{3 \cdot \theta(\beta - R_1)}.$$

Analogiškai tai atlikę funkcijai $B(u)$, gautume

$$B(\infty) = \frac{-1 + \left(\frac{\beta}{\beta - R_1}\right)^2}{3 \cdot \theta}.$$

Svorio funkcijų priklausomybė nuo u grafiškai pavaizduota 2.3.3.1. paveiksle.



2.3.3.1. pav. Svorio funkcijos, kai $\beta = 2$, $\theta = 0.2$

Iš 2.3.3.1. paveikslo matyti, kad svorio funkcijos stabilizuojasi jau net prie mažų pradinių rezervų u reikšmių.

Iš (2.3.3.13.) formulės gauname, kad

$$E[Y|u] = (1 - A(u) - B(u))\beta \int_0^\infty y \cdot e^{-\beta \cdot y} dy + B(u)\beta^2 \int_0^\infty y^2 \cdot e^{-\beta \cdot y} dy + \frac{A(u)\beta^3}{2} \int_0^\infty y^3 \cdot e^{-\beta \cdot y} dy = \frac{1 + B(u) + 2A(u)}{\beta},$$

$$E[Y^2|u] = (1 - A(u) - B(u))\beta \int_0^\infty y^2 \cdot e^{-\beta \cdot y} dy + B(u)\beta^2 \int_0^\infty y^3 \cdot e^{-\beta \cdot y} dy + \frac{A(u)\beta^3}{2} \int_0^\infty y^4 \cdot e^{-\beta \cdot y} dy = \frac{2(1 + 2B(u) + 5A(u))}{\beta^2},$$

$$D[Y|u] = \frac{1}{\beta^2}\left(2(1 + 2B(u) + 5A(u)) - (1 + B(u) + 2A(u))^2\right),$$

čia: $A(u)$ apibrėžta (2.3.3.11.),

$B(u)$ apibrėžta (2.3.3.12.).

Dabar įvertinsime pirmojo nemokumo periodo trukmę:

$$E[T_1|u]=\frac{E[Y|u]}{\lambda\cdot\mu_1\cdot\theta}=\frac{1+B(u)+2A(u)}{3\lambda\theta},$$

$$D[T_1|u]=\frac{E[Y|u]\cdot\mu_2}{\lambda^2\cdot(\mu_1\cdot\theta)^3}+\frac{D[Y|u]}{(\lambda\cdot\mu_1\cdot\theta)^2}=\frac{4(1+B(u)+2A(u))}{9\lambda^2\theta^3}+\frac{2(1+2B(u)+5A(u))-(1+B(u)+2A(u))^2}{9\lambda^2\theta^2},$$

čia: $A(u)$ apibrėžta (2.3.3.11.) ,

$B(u)$ apibrėžta (2.3.3.12.) .

Bet kuriuo kitu laiko momentu trukusio nemokumo periodo įvertinimas būtų toks:

$$E[T_i]=\frac{\mu_2}{2\lambda\cdot\theta\cdot\mu_1^2}=\frac{2}{3\lambda\cdot\theta},\quad i>1,$$

$$D[T_i]=\frac{3\mu_2^2(2-\theta)+4\mu_1\mu_3\theta}{12\lambda^2\theta^3\mu_1^4}=\frac{24+8\theta}{27\lambda^2\theta^3},\quad i>1.$$

Atskiru atveju $(u=0)$ nemokumo periodų skaičiaus vidurkis ir dispersija:

$$E[N|u=0]=\frac{1}{\theta},$$

$$D[N|u=0]=\frac{1+\theta}{\theta^2},$$

o suminės trukmės vidurkis ir dispersija:

$$E[TT|u=0]=\frac{\mu_2}{2\lambda\cdot(\mu_1\cdot\theta)^2}=\frac{2}{3\lambda\cdot\theta^2},$$

$$D[TT|u=0]=\frac{9\mu_2^2+4\mu_1\mu_3\theta}{12\lambda^2(\mu_1\theta)^4}=\frac{36+20\theta}{27\lambda^2\theta^4}.$$

Bendruoju atveju $(u\geq 0)$ nemokumo periodų skaičiaus ir suminės trukmės įvertinimas tampa žymiai sudėtingesnis dėl jų priklausomybės nuo pradinių rezervų.

Skaičiuojame nemokumo periodų skaičiaus vidurkį ir dispersiją:

$$E[N|u]=\frac{1+\theta}{\theta}\varphi(u)=\frac{1+\theta}{\theta}\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k\cdot u},$$

$$D[N|u]=\frac{(1+\theta)\varphi(u)(\delta(u)(1+\theta)\ +1)}{\theta^2}=\frac{(1+\theta)}{\theta^2}\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k\cdot u}\left(2+\theta-(1+\theta)\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k\cdot u}\right),$$

čia: R_k apibrėžta (2.3.3.3.) – (2.3.3.5) ,

C_k apibrėžta (2.3.3.6.) .

Skaičiuojame nemokumo periodų suminės trukmės vidurkį ir dispersiją:

$$E[TT|u]=\varphi(u)(E[T_1|u]+E[TT|u=0])=\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k\cdot u}\left(\frac{1+B(u)+2A(u)}{3\lambda\theta}+\frac{2}{3\lambda\theta^2}\right),$$

$$E\left[TT^2\middle|u\right]=\varphi(u)\left(E\left[T_1^2\middle|u\right]+2E\left[T_1\middle|u\right]E\left[TT\middle|u=0\right]+E\left[TT^2\middle|u=0\right]\right)=\sum_{k=1}^{3}C_k e^{-R_k\cdot u}\cdot\left(\frac{48+20\theta}{27\lambda^2\theta^4}+\right.$$

$$\left.+\frac{8(1+B(u)+2A(u))}{9\lambda^2\theta^3}+\frac{2(1+2B(u)+5A(u))}{9\lambda^2\theta^2}\right),$$

$$D\left[TT\middle|u\right]=E\left[TT^2\middle|u\right]-E^2\left[TT\middle|u\right],$$

čia: R_k apibrėžta (2.3.3.3.) – (2.3.3.5) ,

C_k apibrėžta (2.3.3.6.) ,

$A(u)$ apibrėžta (2.3.3.11.) ,

$B(u)$ apibrėžta (2.3.3.12.) .

Apskaičiavę nemokumo periodų trukmės konkrečias reikšmes (4 priedas) galime padaryti tokias išvadas:

- didinant garantinį krūvį θ, nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkis ir dispersija mažėja (5 priedas),
- didinant Puasono parametrą λ, nemokumo periodų trukmės vidurkis ir dispersija mažėja, o nemokumo periodų skaičiaus vidurkis ir dispersija išlieka pastovūs (5 priedas),
- didinant pasiskirstymo parametrą β, pirmojo nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija mažėja, bet labai greitai stabilizuojasi. Šiuo atveju bet kurio kito nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija išlieka pastovūs, o nemokumo periodų skaičiaus ir suminės trukmės vidurkis ir dispersija mažėja (5 priedas),
- didinant pradinius rezervus u, pirmojo nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija mažėja ir gan greitai stabilizuojasi. Šiuo atveju bet kurio kito nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija išlieka pastovūs, o nemokumo periodų skaičiaus ir suminės trukmės vidurkis ir dispersija mažėja (5 priedas),
- pirmojo nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija (kai $u=0$) sutampa su bet kuriuo kitu momentu atsiradusio nemokumo periodo trukmės vidurkiu ir dispersija.

2.3.4. GAMA (α,β) IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

Bankroto tikimybių bei nemokumo trukmės įvertinimo vidurkio ir dispersijos išraiškos gali būti užrašytos bendriausiu atveju, kai $\alpha\in\mathbf{N}$. Tuomet turėsime Erlango išmokų pasiskirstymo atvejį. Jo tankis

$$p(x) = p(x,\alpha,\beta) = \begin{cases} 0, & kai\ x < 0, \\ \dfrac{\beta^{\alpha}}{(\alpha-1)!} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}, & kai\ x \geq 0. \end{cases}$$

Integruodami dalimis, skaičiuojame pasiskirstymo funkciją:

$$F(x,\alpha,\beta) = \int_0^x p(y,\alpha,\beta)dy = 1 - e^{-\beta x} \sum_{k=0}^{\alpha-1} \frac{(\beta x)^k}{k!}.$$

Dabar įvertinsime bankroto tikimybes $\varphi(u)$, $G(u,y)$, $h(u,y)$. Tuo tikslu sudėtiniam Puasono procesui rašome sureguliavimo koeficiento lygtį (1.3.1.) ir ją sprendžiame:

$$1 + (1+\theta)\mu_1 R = M_X(R) ,$$

$$1 + (1+\theta)\frac{\alpha}{\beta} R = \left(\frac{\beta}{\beta - R} \right)^{\alpha} .$$

Tolimesniam lygties sprendimui įsivedame keitinį $t = \dfrac{\beta}{\beta - R}$. Gauname

$$1 + (1+\theta)\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{t\beta - \beta}{t} \right) = t^{\alpha} ,$$

$$\alpha(1+\theta)\left(\frac{t-1}{t} \right) = t^{\alpha} - 1 .$$

Iš paskutiniosios lygybės gauname, kad šaknis yra $t = 1$, o $R = 0$. Sprendžiame toliau, kai $t \neq 1$. Turime

$$t^{\alpha} + t^{\alpha-1} + \ldots + t - \alpha(1+\theta) = 0, \ \alpha \in \mathbf{N}.$$

Šis polinomas kompleksinių skaičių lauke turi α šaknų, o kadangi polinomo koeficientai realieji skaičiai, tai kompleksinės šaknys sudaro poras. Be to, jei α lyginis, tai realios šaknys bus dvi: viena iš jų neigiama, o kita didesnė už vienetą; jei α nelyginis, tai turėsime vieną realią, didesnę už vienetą, šaknį. Iš to seka, kad gaunami realūs sureguliavimo koeficientai bus teigiami. Polinomo šaknis radau pasinaudodama apytiksliu QR metodu [4]. Tad šiuo atveju sureguliavimo koeficiento reikšmes žymėkime R_k, $k = \overline{1,\alpha}$.

Iš ankstesnių skyrių gautų formulių matome, kad didinant α galima pastebėti tam tikrą dėsningumą. Tad, kai $\alpha > 3$, $\alpha \in \mathbf{N}$, užrašome bankroto tikimybių bendras išraiškas:

$$\varphi(u) = \sum_{k=1}^{\alpha} C_k e^{-R_k u} ,$$

$$g(u,y) = \frac{\beta}{\alpha \cdot \theta} e^{-\beta y} \sum_{k=1}^{\alpha} C_k \left(\sum_{k=0}^{\alpha-1} \left(-\beta^k + \frac{\beta^{\alpha}}{(\beta - R_k)^{\alpha-k}} \right) \frac{y^k}{k!} \right) e^{-R_k u} ,$$

$$h(u,y)=e^{-\beta y}\sum_{k=0}^{\alpha-1}A_{\alpha-k}(u)\frac{\beta^{(k+1)}}{k!}y^k, \tag{2.3.4.1.}$$

čia: $C_z=\dfrac{\theta}{\left(\dfrac{\beta}{\beta-R_z}\right)^{\alpha+1}-(1+\theta)}$, $\quad A_z(u)=\dfrac{\sum_{k=1}^{\alpha}C_k\left(-1+\left(\dfrac{\beta}{\beta-R_k}\right)^z\right)e^{-R_k u}}{\alpha\cdot\theta\sum_{k=1}^{\alpha}C_k e^{-R_k u}}$, $z=\overline{1,\alpha}$.

Iš (2.3.4.1.) formulės matome, kad neigiamų rezervų pasiskirstymas yra išreiškiamas Gama$(1,\beta)$, Gama$(2,\beta)$, ... , Gama(α,β) skirstinių mišiniu su svorio funkcijomis atitinkamai $A_\alpha(u)$, $A_{\alpha-1}(u)$, ... , $A_1(u)$. Šių svorio funkcijų suma yra lygi vienam. Kai pradiniai rezervai $u=0$, visos svorios funkcijos įgyja reikšmę, lygią $1/\alpha$. Didėjant pradiniams rezervams u, Gama$(1,\beta)$ dalis turi didžiausią įtaką, o Gama(α,β) dalis – mažiausią. Be to, svorio funkcijos stabilizuojasi jau net prie mažų pradinių rezervų u reikšmių.

Kai $u\to\infty$, tai svorio funkcija neapibrėžta. Siekiant to išvengti, išskirkime du atvejus:

- α - nelyginis,
- α - lyginis.

Pirmuoju atveju, turėsime tik vieną realią sureguliavimo koeficiento šaknį, kurią pažymėkime R_1. Svorio funkcijos skaitiklį ir vardiklį padauginę iš $e^{R_1 u}$ ir apskaičiavę $u\to\infty$, gautume

$$A_z(\infty)=\frac{-1+\left(\dfrac{\beta}{\beta-R_1}\right)^z}{\alpha\cdot\theta},\quad z=\overline{1,\alpha}.$$

Antruoju atveju, turėsime dvi realias šaknis: mažesniąją pažymėkime R_1, o didesniąją – R_2. Analogiškai elgiamės, kaip ir pirmuoju atveju. Kai $R_1<R_2$, gauname

$$A_z(\infty)=\frac{-1+\left(\dfrac{\beta}{\beta-R_1}\right)^z}{\alpha\cdot\theta},\quad z=\overline{1,\alpha},$$

o kai $R_1>R_2$, gauname

$$A_z(\infty)=\frac{-1+\left(\dfrac{\beta}{\beta-R_2}\right)^z}{\alpha\cdot\theta},\quad z=\overline{1,\alpha}.$$

Iš (2.3.4.1.) formulės gauname, kad

$$E[Y|u]=\sum_{k=0}^{\alpha-1}A_{\alpha-k}(u)\frac{\beta^{k+1}}{k!}\int_0^\infty y^{k+1}e^{-\beta\cdot y}dy=\frac{1}{\beta}\sum_{k=0}^{\alpha-1}(k+1)A_{\alpha-k}(u),$$

$$E[Y^2|u]=\sum_{k=0}^{\alpha-1}A_{\alpha-k}(u)\frac{\beta^{k+1}}{k!}\int_0^\infty y^{k+2}e^{-\beta\cdot y}dy=\frac{1}{\beta^2}\sum_{k=0}^{\alpha-1}(k+1)(k+2)A_{\alpha-k}(u),$$

$$D[Y|u]=\frac{1}{\beta^2}\left(\sum_{k=0}^{\alpha-1}(k+1)(k+2)A_{\alpha-k}(u)-\left(\sum_{k=0}^{\alpha-1}(k+1)A_{\alpha-k}(u)\right)^2\right).$$

Dabar įvertinsime pirmojo nemokumo periodo trukmę:

$$E[T_1|u]=\frac{E[Y|u]}{\lambda\cdot\mu_1\cdot\theta}=\frac{1}{\alpha\lambda\theta}\sum_{k=0}^{\alpha-1}(k+1)A_{\alpha-k}(u),$$

$$D[T_1|u]=\frac{E[Y|u]\cdot\mu_2}{\lambda^2\cdot(\mu_1\cdot\theta)^3}+\frac{D[Y|u]}{(\lambda\cdot\mu_1\cdot\theta)^2}=\frac{(\alpha+1)}{(\alpha\lambda)^2\theta^3}\sum_{k=0}^{\alpha-1}(k+1)A_{\alpha-k}(u)+\frac{1}{(\alpha\lambda\theta)^2}\left(\sum_{k=0}^{\alpha-1}(k+1)(k+2)A_{\alpha-k}(u)-\left(\sum_{k=0}^{\alpha-1}(k+1)A_{\alpha-k}(u)\right)^2\right).$$

Bet kuriuo kitu laiko momentu trukusio nemokumo periodo įvertinimas būtų toks:

$$E[T_i|u=0]=\frac{\mu_2}{2\lambda\cdot\theta\cdot\mu_1^2}=\frac{(\alpha+1)}{2\alpha\lambda\theta},\quad i>1,$$

$$D[T_i|u=0]=\frac{3\mu_2^2(2-\theta)+4\mu_1\mu_3\theta}{12\lambda^2\theta^3\mu_1^4}=\frac{6(\alpha+1)^2+\left(4(\alpha+1)(\alpha+2)-3(\alpha+1)^2\right)\theta}{12(\alpha\lambda)^2\theta^3},\quad i>1.$$

Atskiru atveju $(u=0)$ nemokumo periodų skaičiaus vidurkis ir dispersija:

$$E[N|u=0]=\frac{1}{\theta},$$

$$D[N|u=0]=\frac{1+\theta}{\theta^2},$$

o suminės trukmės vidurkis ir dispersija:

$$E[TT|u=0]=\frac{\mu_2}{2\lambda\cdot(\mu_1\cdot\theta)^2}=\frac{(\alpha+1)}{2\alpha\lambda\theta^2},$$

$$D[TT|u=0]=\frac{9\mu_2^2+4\mu_1\mu_3\theta}{12\lambda^2(\mu_1\theta)^4}=\frac{9(\alpha+1)^2+4(\alpha+1)(\alpha+2)\theta}{12(\alpha\lambda)^2\theta^4}.$$

Bendruoju atveju $(u\geq 0)$ nemokumo periodų skaičiaus ir suminės trukmės įvertinimas tampa žymiai sudėtingesnis dėl jų priklausomybės nuo pradinių rezervų.

Skaičiuojame nemokumo periodų skaičiaus vidurkį ir dispersiją:

$$E[N|u]=\frac{1+\theta}{\theta}\varphi(u)=\frac{1+\theta}{\theta}\sum_{k=1}^{\alpha}C_k e^{-R_k u},$$

$$D[N|u]=\frac{(1+\theta)\varphi(u)\left(\delta(u)(1+\theta)\ +1\right)}{\theta^2}=\frac{(1+\theta)\sum_{k=1}^{\alpha}C_k e^{-R_k u}\left(\left(1-\sum_{k=1}^{\alpha}C_k e^{-R_k u}\right)(1+\theta)+1\right)}{\theta^2}.$$

Skaičiuojame nemokumo periodų suminės trukmės vidurkį ir dispersiją:

$$E\left[TT\middle|u\right]=\varphi(u)\left(E\left[T_1\middle|u\right]+E\left[TT\middle|u=0\right]\right)=\sum_{k=1}^{\alpha}C_k e^{-R_k u}\left(\frac{1}{\alpha\lambda\theta}\sum_{k=0}^{\alpha-1}(k+1)A_{\alpha-k}(u)+\frac{(\alpha+1)}{2\alpha\lambda\theta^2}\right),$$

$$E\left[TT^2\middle|u\right]=\varphi(u)\left(E\left[T_1^2\middle|u\right]+2E\left[T_1\middle|u\right]E\left[TT\middle|u=0\right]+E\left[TT^2\middle|u=0\right]\right)=\sum_{k=1}^{\alpha}C_k e^{-R_k u}\cdot\left(\frac{1}{(\alpha\lambda\theta)^2}\sum_{k=0}^{\alpha-1}(k+1)(k+2)\cdot\right.$$

$$\left.\cdot A_{\alpha-k}(u)+\frac{2(\alpha+1)}{(\alpha\lambda)^2\theta^3}\sum_{k=0}^{\alpha-1}(k+1)A_{\alpha-k}(u)+\frac{3(\alpha+1)^2+(\alpha+1)(\alpha+2)\theta}{3(\alpha\lambda)^2\theta^4}\right),$$

$$D\left[TT\middle|u\right]=E\left[TT^2\middle|u\right]-E^2\left[TT\middle|u\right].$$

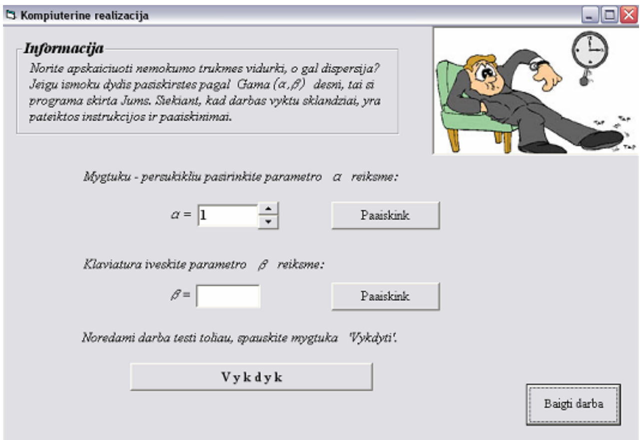
Pasinaudodami programėle “Kompiuterinė realizacija” galite atlikti skaičiavimus ir patyrinėti nemokumo trukmės vidurkio ir dispersijos priklausomybę nuo įvairių parametrų. Kai $\alpha=\overline{1,3}$, naudojamos tikslios išraiškos, o kai $\alpha\geq 4$, nemokumo trukmės vidurkis ir dispersija įvertinami panaudojant apytikslius metodus.

3. PROGRAMINĖ REALIZACIJA IR INSTRUKCIJA VARTOTOJUI

Sukurta programėlė aktyvuojama du kartus pelyte paspaudus failą “Kompiuterinė realizacija.exe”. Manau, kad šia programėle nebus sunku naudotis jau vien dėlto, kad yra sukurta vartotojui palanki sąsaja su Windows terpės stiliaus komandų mygtukais, langais ir dialogo kortelėmis.

Programėlė veiks tik tuomet, jei mygtukų objektams kurti rinkinys bus papildytas mygtuku “Spinbutton”. Tai galite padaryti sužadinę VB meniu komandą *Project* ir komandą *Components…*, kortelės “Components/Controls” bėgančiajame sąraše suradę ir įjungę jungiklį ties “Microsoft Forms 2.0 Object Library” bei paspaudę mygtuką OK. Pagrindinis reikalavimas – įvedami skaičiai ir gaunami rezultatai turi būti *Single* tipo, t.y. jų reikšmės yra nuo –3.402823E38 iki 3.402823E38. Pastebėsime tai, kad jei skaičius neįvedamas, tai jo reikšmė prilyginama nuliui. Yra įdiegta griežta įvedamų duomenų kontrolė: galimybės įvesti ne skaitinio tipo reikšmes apskritai nėra. Jeigu vartotojas įveda dydžius, netenkinančius jiems keliamų reikalavimų, programėlė perspėja, kurią reikšmę reikia pataisyti. Be to, prie kiekvienos įvedamos reikšmės yra paaiškinimas, kokį dydį reikia įvesti ir kokie jam keliami reikalavimai. Yra pateikti nurodymai, kokius veiksmus atlikti. Su klaidingais duomenimis rezultatai neskaičiuojami.

Pagrindinis programėlės langas atrodo taip:

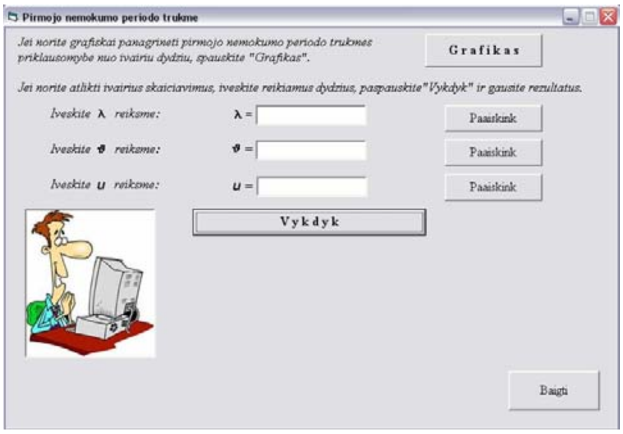


3.1. pav. Pagrindinis langas

Pirmiausiai reikia pasirinkti Gama pasiskirstymo parametrą α. Pagal nutylėjimą jo reikšmė lygi vienetui. Mygtuku – persukikliu keičiamos šio parametro reikšmės, kurios yra iš natūraliųjų skaičių aibės. Programėlėje nustatyta minimali reikšmė $\alpha = 1$ ir maksimali reikšmė $\alpha = 100$ (šiuo atveju sprendžiamas 100 – laipsnio polinomas ir dėl to atsiranda laiko sąnaudos). Gama pasiskirstymo parametrą $\beta > 0$ vartotojas turi įvesti klaviatūra. Ši reikšmė gali būti bet kokia, tik svarbiausiai teigiama. Paspaudus mygtuką “Vykdyk”, jei duomenys įvesti teisingai, programa tęsia darbą toliau. Priešingu atveju programa perspėja apie duomenų klaidingumą. Toliau vartotojui reikia pasirinkti, kurį nemokumo periodą jis nori vertinti.

3.2. pav. Programėlės langas

Tarkime, kad pasirinkome pirmojo nemokumo periodo trukmės įvertinimą.

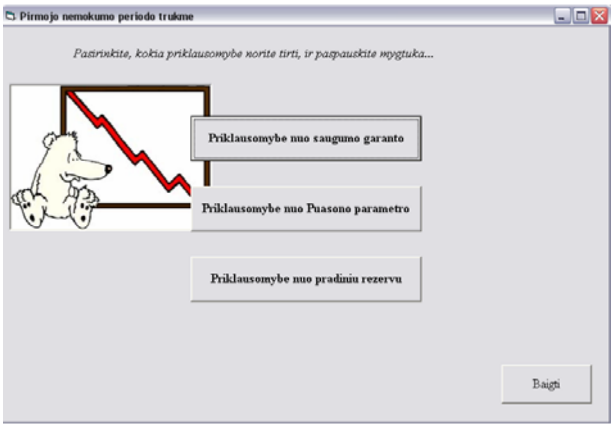


3.3. pav. Programėlės langas

Dabar reikia suvesti visus dydžius, reikalingus apskaičiuoti pirmojo nemokumo periodo trukmės vidurkį ir dispersiją. Puasono proceso parametras λ yra teigiamas, nelygus nuliui dydis. Saugumo garantas θ yra iš intervalo $(0,1]$, o pradiniams rezervams pagrindinis keliamas reikalavimas, kad jie nebūtų neigiami. Visa tai galite sužinoti paspaudę mygtuką "Paaiškink". Gauname rezultatus.

3.4. pav. Programėlės langas

Jei norite grafiškai panagrinėti, kaip nemokumo trukmės vidurkis ir dispersija priklauso tiek nuo modelio, tiek nuo pasiskirstymo parametrų, spauskite "Grafikas".



3.5. pav. Programėlės langas

Pasirinkus priklausomybę nuo saugumo garanto ir įvedus reikiamus dydžius, gauname nemokumo trukmės vidurkio ir dispersijos kitimo grafikus.

3.6. pav. Programėlės langas

Norėdami baigti darbą arba grįžti į ankstesnį langą, spauskite “Baigti”.

IŠVADOS

1. Gama$(1,\beta)$ išmokų dydžio pasiskirstymas pasižymėjo išskirtinėmis savybėmis negu kiti Gama(α,β), $\alpha > 1$ atvejai. Taip yra dėl to, kad neigiamų rezervų pasiskirstymas nepriklauso nuo pradinių rezervų.

2. Gama(α,β), $\alpha > 1$ išmokų dydžio pasiskirstymo atvejais neigiamų rezervų pasiskirstymas išreiškiamas Gama$(1,\beta)$, ... , Gama(α,β) tankio funkcijų mišiniu su tam tikromis svorio funkcijomis. Didėjant pradiniams rezervams u, Gama$(1,\beta)$ dalis turi didžiausią įtaką neigiamų rezervų pasiskirstymui, o Gama(α,β) dalis – mažiausią.

3. Didžiausią įtaką nemokumo trukmės vidurkio, o ypač dispersijos, sumažinimui turi saugumo garantas.

4. Didinant tiek pradinius rezervus, tiek Gama(α,β) skirstinio β parametrą, pirmojo nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija mažėja ir tuo greičiau stabilizuojasi, kuo mažesnis α parametras. Vertinant nemokumo periodų skaičiaus ir suminės trukmės vidurkį ir dispersiją, pastarieji taip pat mažėja, o savybės stabilizuotis nebelieka.

5. Didinant Puasono parametrą λ, nemokumo trukmės vidurkis ir dispersija mažėja, o nemokumo periodų skaičiaus vidurkis ir dispersija nekinta.

LITERATŪROS SĄRAŠAS

1. Aksomaitis A. Tikimybių teorija ir statistika.– Kaunas: Technologija, 2000.– 350 p.

2. Čepinskis J., Raškinis D., Stankevičius P., Šernius A. Draudimas.– Kaunas: Pasaulio lietuvių kultūros, mokslo ir švietimo centras, 1999.– 460 p.

3. Nagelė A., Papreckienė L. Kompleksinio kintamojo funkcijų teorija.– Vilnius: Žara, 1996.– 432 p.

4. Pekarskas V. Diferencialinis ir integralinis skaičiavimas.– Kaunas: Technologija, 1996.– 386 p.

5. Plukas K. Skaitiniai metodai ir algoritmai.– Kaunas: Naujasis lankas, 2001.– 548 p.

6. Starkus B. Visual Basic 6 Jūsų kompiuteryje.– Kaunas: Smaltija, 2002.– 282 p.

7. Starkus B. Excel 97 ir 95 Jūsų firmoje.– Kaunas: Smaltija, 1999.– 332 p.

8. Vidžiūnas A., Marčiulynienė R. Microsoft Excel 97 ir 2000, uždavinių sprendimas ir programavimas.– Kaunas: Smaltija, 1999.– 208 p.

9. Gerber H.U. An introduction to Mathematical Risk Theory. – Philadelphia: S.S. Huebner Foundation for Insurance Education, 1979. – p.164

10. Panjer H.H., Willmot G.E. Insurance risk models. – United States of America: Society of Actuaries, 1992.– p. 442.

11. Reis A.E. How long is the surplus below zero? Insurance: Mathematics and Economics 12, 1993.– p. 23-28.

12. www.vdpt.lt

PRIEDAI

1 PRIEDAS
SUREGULIAVIMO KOEFICIENTO SKAIČIAVIMO REZULTATAI

1.1. GAMA$(1,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

1.1.1. lentelėje yra pateiktos sureguliavimo koeficiento reikšmės prie konkrečių β ir θ reikšmių.

1.1.1. lentelė

Sureguliavimo koeficiento *R* reikšmės

	θ = 0,1	**θ = 0,2**	**θ = 0,3**
β = 1	0,09091	0,16667	0,23077
β = 2	0,18182	0,33333	0,46154
β = 4	0,36364	0,66667	0,92308

1.2. GAMA$(2,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

1.2.1.-1.2.2. lentelėse yra pateiktos sureguliavimo koeficientų reikšmės prie konkrečių β ir θ reikšmių.

1.2.1. lentelė

Sureguliavimo koeficiento R_1 reikšmės

	θ = 0,1	**θ = 0,2**	**θ = 0,3**
β = 1	1,48420	1,46995	1,45700
β = 2	2,96841	2,93990	2,91400
β = 4	5,93681	5,87980	5,82800

1.2.2. lentelė

Sureguliavimo koeficiento R_2 reikšmės

	θ = 0,1	**θ = 0,2**	**θ = 0,3**
β = 1	0,06125	0,11340	0,15839
β = 2	0,12250	0,22677	0,31677
β = 4	0,2450	0,45353	0,63355

1.3. GAMA$(3,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

1.3.1.-1.3.3. lentelėse yra pateiktos sureguliavimo koeficientų reikšmės prie konkrečių β ir θ reikšmių.

1.3.1. lentelė

Sureguliavimo koeficiento R_1 reikšmės

	θ = 0.1	**θ = 0.2**	**θ = 0.3**
β = 1	0,04618	0,08590	0,12053
β = 2	0,09236	0,17180	0,24106
β = 4	0,18473	0,34361	0,48212

1.3.2. lentelė

Sureguliavimo koeficiento R_2 reikšmės

	θ = 0.1	**θ = 0.2**	**θ = 0.3**
β = 1	1.32539+0.46024i	1.31816+0.45017i	1.31153+0.44102i
β = 2	2.65077+0.92048i	2.63632+0.90035i	2.62306+0.88204i
β = 4	5.30158+1.84096i	5.27264+1.80069i	5.24612+1.76409i

1.3.3. lentelė

Sureguliavimo koeficiento R_3 reikšmės

	θ = 0.1	**θ = 0.2**	**θ = 0.3**
β = 1	1.32539-0.46024i	1.31816-0.45017i	1.31153-0.44102i
β = 2	2.65077-0.92048i	2.63632-0.90035i	2.62306-0.88204i
β = 4	5.30158-1.84096i	5.27264-1.80069i	5.24612-1.76409i

2 PRIEDAS
BANKROTO TIKIMYBIŲ SKAIČIAVIMO REZULTATAI

2.1. GAMA$(1,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

2.1.1. lentelėje yra pateikti bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ skaičiavimo rezultatai.

2.2.1.1. lentelė

2.1.1. lentelė

Bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ skaičiavimas

u	y	$\beta=0.2$				$\beta=1$			
		$\theta=0.1$		$\theta=0.2$		$\theta=0.1$		$\theta=0.2$	
		$\varphi(u)$	$G(u,y)$	$\varphi(u)$	$G(u,y)$	$\varphi(u)$	$G(u,y)$	$\varphi(u)$	$G(u,y)$
	1		0.16479		0.15106		0.57466		0.52677
0	3	0.90909	0.41017	0.83333	0.37599	0.90909	0.86383	0.83333	0.79184
	10		0.78606		0.72055		0.90905		0.83330
	1		0.16182		0.14611		0.52472		0.44590
1	3	0.89271	0.40278	0.80601	0.36366	0.83009	0.78876	0.70540	0.67028
	10		0.77190		0.69693		0.83005		0.70537
	1		0.15891		0.14132		0.47912		0.37745
2	3	0.87663	0.39552	0.77959	0.35174	0.75796	0.72022	0.59711	0.56738
	10		0.75799		0.67408		0.75792		0.59708
	1		0.15604		0.13668		0.43749		0.31950
3	3	0.86083	0.38840	0.75403	0.34021	0.69209	0.65763	0.50544	0.48028
	10		0.74433		0.65198		0.69206		0.50542
	1		0.15323		0.13220		0.39947		0.27045
4	3	0.84532	0.38140	0.72931	0.32906	0.63195	0.60049	0.42785	0.40655
	10		0.73092		0.63061		0.63192		0.42783
	1		0.15047		0.12787		0.36475		0.22893
5	3	0.83009	0.37453	0.70540	0.31827	0.57703	0.54830	0.36217	0.34413
	10		0.71775		0.60994		0.57701		0.36215
	1		0.13739		0.10824		0.23152		0.09949
10	3	0.75796	0.34198	0.59711	0.26941	0.36626	0.34803	0.15740	0.14956
	10		0.65538		0.51630		0.36625		0.15739
	1		0.12545		0.09162		0.14696		0.04324
15	3	0.69209	0.31226	0.50544	0.22805	0.23248	0.22091	0.06840	0.06500
	10		0.59843		0.43704		0.23247		0.06840
	1		0.11455		0.07756		0.09328		0.01879
20	3	0.63195	0.28513	0.42785	0.19304	0.14756	0.14022	0.02973	0.02825
	10		0.54642		0.36994		0.14756		0.02973
	1		0.10460		0.06565		0.05921		0.00817
25	3	0.57703	0.26035	0.36217	0.16340	0.09366	0.08900	0.01292	0.01228
	10		0.49894		0.31315		0.09366		0.01292
	1		0.06639		0.02853		0.00610		0.00013
50	3	0.36626	0.16525	0.15740	0.07102	0.00965	0.00917	0.00020	0.00019
	10		0.31670		0.13610		0.00965		0.00020

2.2. GAMA$(2,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

2.2.1. lentelėje yra pateikti bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ skaičiavimo rezultatai.

2.2.1.1. lentelė

2.2.1. lentelė

Bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ skaičiavimas

u	y	$\beta = 0.2$				$\beta = 1$			
		$\theta = 0.1$		$\theta = 0.2$		$\theta = 0.1$		$\theta = 0.2$	
		$\varphi(u)$	$G(u,y)$	$\varphi(u)$	$G(u,y)$	$\varphi(u)$	$G(u,y)$	$\varphi(u)$	$G(u,y)$
	1		0.09036		0.08283		0.40744		0.37348
0	3	0.90909	0.26050	0.83333	0.23879	0.90909	0.79594	0.83333	0.72961
	10		0.66303		0.60777		0.90884		0.83311
	1		0.09590		0.08724		0.42841		0.37638
1	3	0.90049	0.27090	0.81894	0.24641	0.86228	0.77199	0.75624	0.67732
	10		0.66733		0.60693		0.86210		0.75608
	1		0.09967		0.08996		0.41319		0.34591
2	3	0.89136	0.27769	0.80377	0.25056	0.81269	0.73141	0.67799	0.61068
	10		0.66841		0.60285		0.81253		0.67786
	1		0.10213		0.09142		0.39097		0.31110
3	3	0.88187	0.28181	0.78813	0.25214	0.76477	0.68916	0.60597	0.54659
	10		0.66710		0.59643		0.76462		0.60585
	1		0.10361		0.09197		0.36826		0.27828
4	3	0.87215	0.28395	0.77224	0.25186	0.71942	0.64848	0.54116	0.48831
	10		0.66406		0.58835		0.71928		0.54106
	1		0.10438		0.09184		0.34650		0.24857
5	3	0.86228	0.28463	0.75624	0.25022	0.67670	0.61002	0.48319	0.43604
	10		0.65975		0.57910		0.67656		0.48310
	1		0.10257		0.08611		0.25512		0.14103
10	3	0.81269	0.27670	0.67799	0.23191	0.49819	0.44911	0.27411	0.24737
	10		0.62874		0.52542		0.49809		0.27405
	1		0.09747		0.07782		0.18782		0.08000
15	3	0.76477	0.26229	0.60597	0.20901	0.36676	0.33063	0.15549	0.14033
	10		0.59324		0.47103		0.36669		0.15546
	1		0.09191		0.06970		0.13827		0.04538
20	3	0.71942	0.24717	0.54116	0.18706	0.27001	0.24341	0.08821	0.07960
	10		0.55842		0.42098		0.26996		0.08819
	1		0.08650		0.06228		0.10180		0.02574
25	3	0.67670	0.23259	0.48319	0.16711	0.19878	0.17920	0.05004	0.04516
	10		0.52533		0.37596		0.19874		0.05003
	1		0.06369		0.03534		0.02201		0.00151
50	3	0.49819	0.17126	0.27411	0.09482	0.04299	0.03875	0.00294	0.00265
	10		0.38677		0.21329		0.04298		0.00294

2.3. GAMA $(3,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

2.3.1. lentelėje yra pateikti bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u, y)$ skaičiavimo rezultatai.

2.2.1.1. lentelė

2.3.1. lentelė

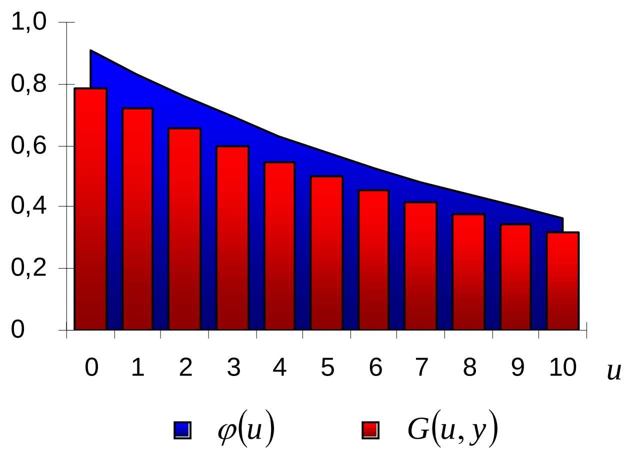
Bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u, y)$ skaičiavimas

u	y	$\beta = 0.2$				$\beta = 1$			
		$\theta = 0.1$		$\theta = 0.2$		$\theta = 0.1$		$\theta = 0.2$	
		$\varphi(u)$	$G(u, y)$	$\varphi(u)$	$G(u, y)$	$\varphi(u)$	$G(u, y)$	$\varphi(u)$	$G(u, y)$
	1		0.06059		0.05554		0.29596		0.27130
0	3	0.90909	0.18067	0.83333	0.16561	0.90909	0.70542	0.83333	0.64663
	10		0.53999		0.49500		0.90809		0.83241
	1		0.06415		0.05851		0.33923		0.30261
1	3	0.90341	0.18982	0.82381	0.17312	0.87765	0.71971	0.78119	0.64107
	10		0.55187		0.50328		0.87698		0.78060
	1		0.06747		0.06132		0.34618		0.29896
2	3	0.89740	0.19794	0.81379	0.17959	0.84144	0.70286	0.72277	0.60477
	10		0.56124		0.50908		0.84088		0.72230
	1		0.07039		0.06354		0.33715		0.28076
3	3	0.89108	0.20483	0.80330	0.18486	0.80440	0.67532	0.66494	0.55952
	10		0.56824		0.51254		0.80389		0.66452
	1		0.07286		0.06542		0.32351		0.25921
4	3	0.88448	0.21044	0.79240	0.18888	0.76831	0.64573	0.61058	0.51446
	10		0.57309		0.51389		0.76782		0.61020
	1		0.07487		0.06685		0.30919		0.23817
5	3	0.87765	0.21484	0.78119	0.19173	0.73367	0.61671	0.56038	0.47227
	10		0.57606		0.51340		0.73320		0.56003
	1		0.07920		0.06858		0.24544		0.15502
10	3	0.84144	0.27281	0.72277	0.19265	0.58239	0.48954	0.36471	0.30736
	10		0.57163		0.49255		0.58202		0.36448
	1		0.07810		0.06528		0.19483		0.10089
15	3	0.80440	0.21817	0.66494	0.18199	0.46231	0.38860	0.23736	0.20004
	10		0.55184		0.45808		0.46201		0.23722
	1		0.07520		0.06052		0.15466		0.06566
20	3	0.76831	0.20960	0.61058	0.16832	0.36698	0.30847	0.15448	0.13019
	10		0.52827		0.42177		0.36675		0.15439
	1		0.07193		0.05566		0.12277		0.04273
25	3	0.73367	0.20045	0.56038	0.15473	0.29132	0.24487	0.10054	0.08473
	10		0.50464		0.38729		0.29113		0.10048
	1		0.05711		0.03624		0.03870		0.00499
50	3	0.58239	0.15913	0.36471	0.10071	0.09182	0.07718	0.01174	0.00989
	10		0.40057		0.25205		0.09182		0.01173

3 PRIEDAS
BANKROTO TIKIMYBIŲ GRAFIKAI

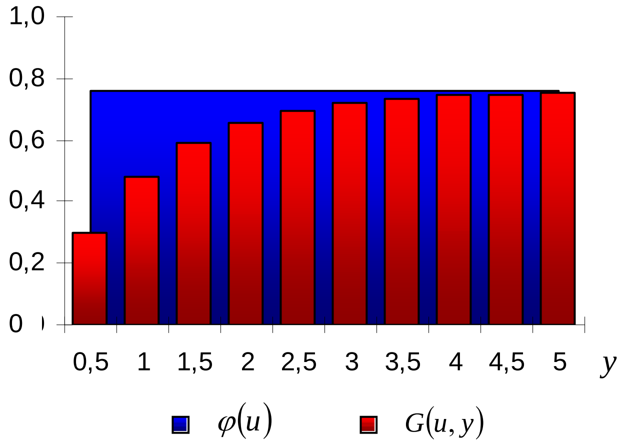
3.1. GAMA$(1,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

Bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ priklausomybė nuo pradinių rezervų u pavaizduota 3.1.1. paveiksle.



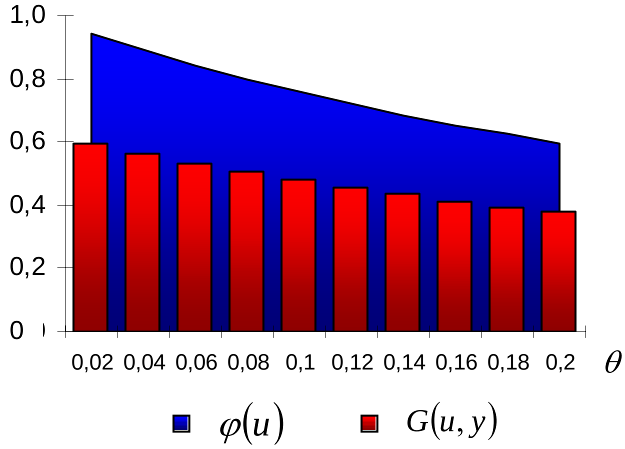
3.1.1. pav. Bankroto tikimybės

Bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ priklausomybė nuo neigiamų rezervų y pavaizduota 3.1.2. paveiksle.



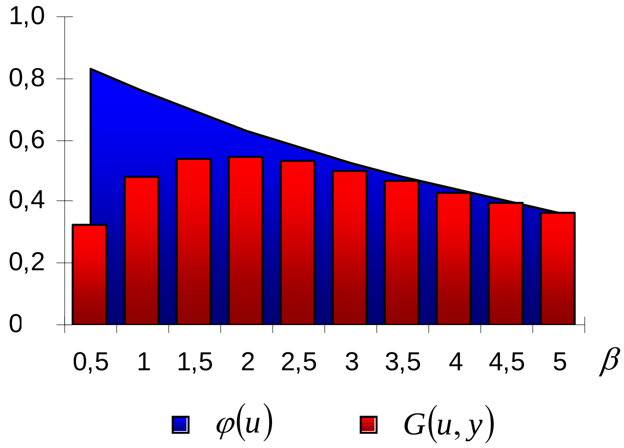
3.1.2. pav. Bankroto tikimybės

Bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ priklausomybė nuo saugumo garanto θ pavaizduota 3.1.3. paveiksle.



3.1.3. pav. Bankroto tikimybės

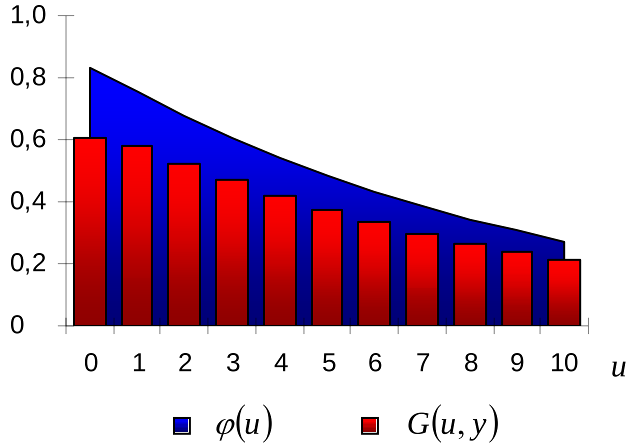
Bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u, y)$ priklausomybė nuo pasiskirstymo parametro β pavaizduota 3.1.4. paveiksle.



3.1.4. pav. Bankroto tikimybės

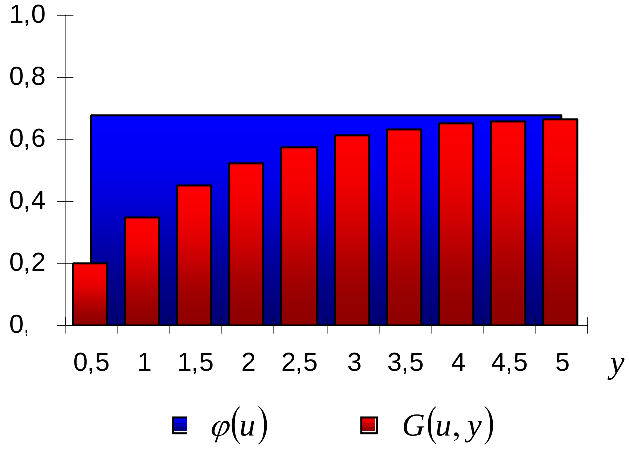
3.2. GAMA$(2,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

Bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u, y)$ priklausomybė nuo pradinių rezervų u pavaizduota 3.2.1. paveiksle.



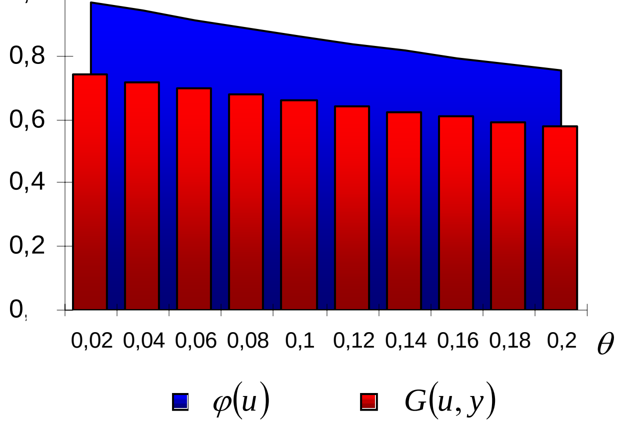
3.2.1. pav. Bankroto tikimybės

Bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ priklausomybė nuo neigiamų rezervų y pavaizduota 3.2.2. paveiksle.



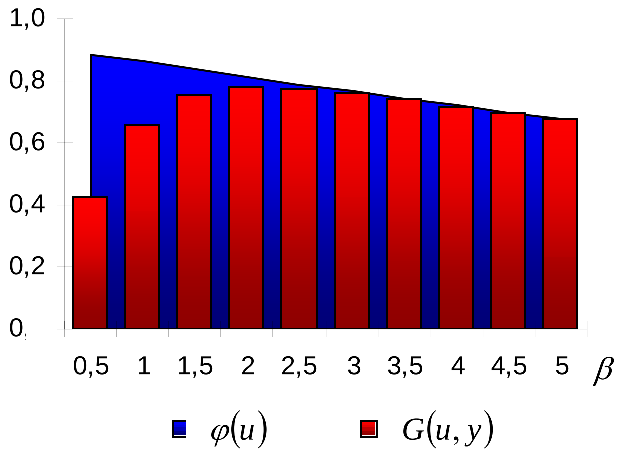
3.2.2. pav. Bankroto tikimybės

Bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ priklausomybė nuo saugumo garanto θ pavaizduota 3.2.3. paveiksle.



3.2.3. pav. Bankroto tikimybės

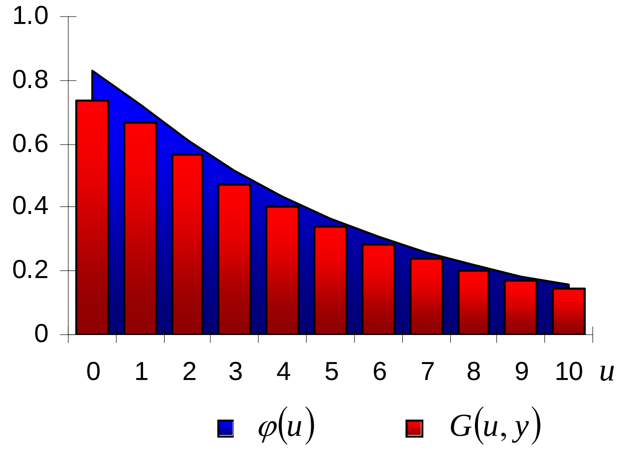
Bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ priklausomybė nuo pasiskirstymo parametro β pavaizduota 3.2.4. paveiksle.



3.2.4. pav. Bankroto tikimybės

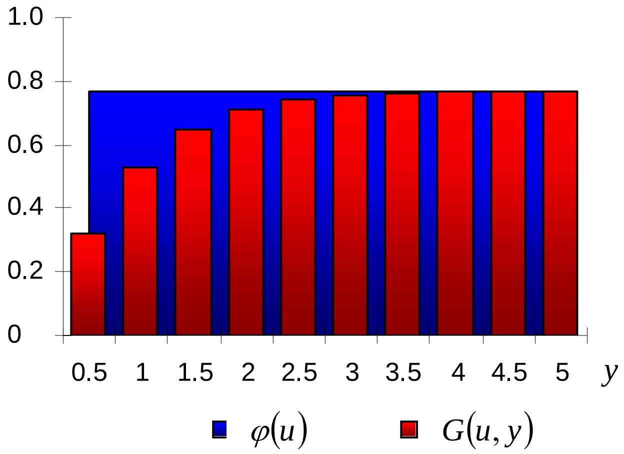
3.3. GAMA$(3,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

Bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ priklausomybė nuo pradinių rezervų u pavaizduota 3.3.1. paveiksle.



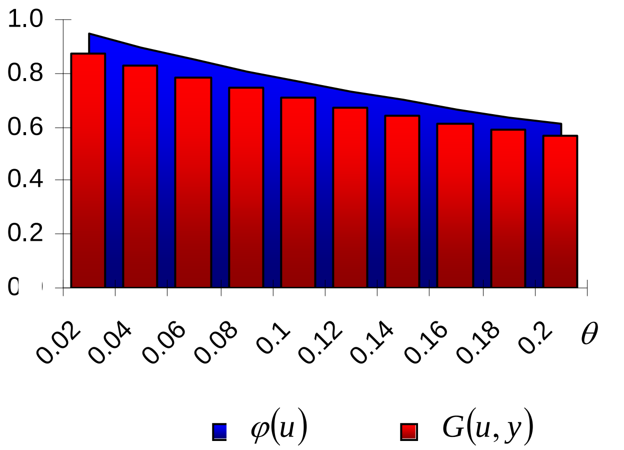
3.3.1. pav. Bankroto tikimybės

Bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ priklausomybė nuo neigiamų rezervų y pavaizduota 3.3.2. paveiksle.



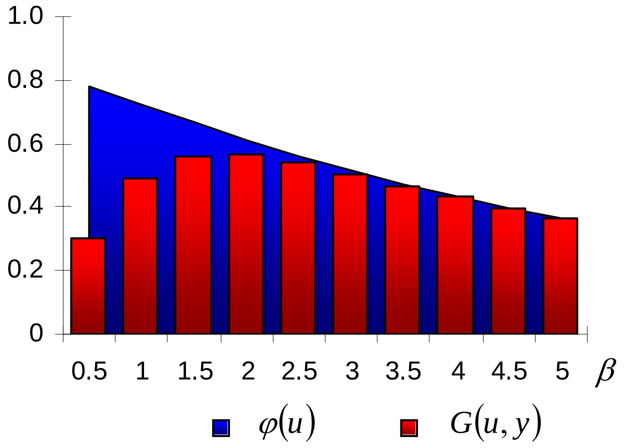
3.3.2. pav. Bankroto tikimybės

Bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ priklausomybė nuo saugumo garanto θ pavaizduota 3.3.3. paveiksle.



3.3.3. pav. Bankroto tikimybės

Bankroto tikimybių $\varphi(u)$ ir $G(u,y)$ priklausomybė nuo pasiskirstymo parametro β pavaizduota 3.3.4. paveiksle.



3.3.4. pav. Bankroto tikimybės

4 PRIEDAS
NEMOKUMO TRUKMĖS VIDURKIO IR DISPERSIJOS SKAIČIAVIMO REZULTATAI

4.1. GAMA$(1,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

4.1.1. lentelėje jūs rasite nemokumo periodų trukmės vidurkio ir dispersijos skaičiavimo rezultatus.

4.2. GAMA$(2,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

4.2.1. lentelėje jūs rasite nemokumo periodų trukmės vidurkio ir dispersijos skaičiavimo rezultatus.

4.3. GAMA$(3,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

4.3.1. lentelėje jūs rasite nemokumo periodų trukmės vidurkio ir dispersijos skaičiavimo rezultatus.

4.1.1. lentelė

Nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkio ir dispersijos įvertinimas

	β	u	$\lambda = 0.5$				$\lambda = 1$			
			$\theta = 0.1$		$\theta = 0.2$		$\theta = 0.1$		$\theta = 0.2$	
			Vidurkis	Dispersija	Vidurkis	Dispersija	Vidurkis	Dispersija	Vidurkis	Dispersija
T_1	-	-	20	8400	10	1100	10	2100	5	275
$T_i,\ i > 1$	-	0	20	8400	10	1100	10	2100	5	275
N	0.8	0	10	110	5	30	10	110	5	30
		2	8.646	106.8	3.830	27.46	8.646	106.8	3.830	27.46
		4	7.476	101.1	2.933	23.66	7.476	101.1	2.933	23.66
		10	4.832	78.13	1.318	12.76	4.832	78.13	1.318	12.76
		20	2.335	43.58	0.347	3.701	2.335	43.58	0.347	3.701
	4	0	10	110	5	30	10	110	5	30
		2	4.832	78.13	1.318	12.76	4.832	78.13	1.318	12.76
		4	2.335	43.58	0.347	3.701	2.335	43.58	0.347	3.701
		10	0.263	5.464	0.006	0.070	0.263	5.464	0.006	0.070
		20	0.007	0.146	0	0	0.007	0.146	0	0
TT	0.8	0	200	128 000	50	8 500	100	32 000	25	2 125
		2	172.9	115 354	38.30	6 958	86.46	28 838	19.15	1 739
		4	149.5	103 238	29.33	5 592	74.76	25 809	14.67	1 398
		10	96.65	71 841	13.18	2 725	48.32	17 960	6.590	681.5
		20	46.70	37 048	3.474	752.2	23.35	9 262	1.737	188.1
	4	0	200	128 000	50	8 500	100	32 000	25	2 125
		2	96.65	71 841	13.18	2 725	48.32	17 960	6.590	681.5
		4	46.70	37 048	3.474	752.2	23.35	9 262	1.737	188.1
		10	5.27	4 398	0.064	14.00	2.635	1 099	0.032	3.499
		20	0.14	116.6	0	0.018	0.069	29.15	0	0.004

4.2.1. lentelė

Nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkio ir dispersijos įvertinimas

	β	u	$\lambda = 0.5$				$\lambda = 1$			
			$\theta = 0.1$		$\theta = 0.2$		$\theta = 0.1$		$\theta = 0.2$	
			Vidurkis	Dispersija	Vidurkis	Dispersija	Vidurkis	Dispersija	Vidurkis	Dispersija
T_1	0.8	0	15	4 675	7.5	606.3	7.5	1 168	3.750	151.6
		2	13.44	4 188	6.699	541.6	6.719	1 047	3.350	135.4
		4	13.28	4 138	6.610	534.3	6.640	1 034	3.305	133.6
		10	13.26	4 133	6.599	533.3	6.631	1 033	3.299	133.3
		20	13.26	4 133	6.599	533.3	6.631	1 033	3.299	133.3
	4	0	15	4 675	7.5	606.3	7.5	1 168	3.750	151.6
		2	13.26	4 133	6.599	533.3	6.631	1 033	3.299	133.3
		4	13.26	4 133	6.599	533.3	6.631	1 033	3.299	133.3
		10	13.26	4 133	6.599	533.3	6.631	1 033	3.299	133.3
		20	13.26	4 133	6.599	533.3	6.631	1 033	3.299	133.3
$T_i, i > 1$	-	0	15	4 675	7.5	606.3	7.5	1 168	3.750	151.6
N	0.8	0	10	110	5	30	10	110	5	30
		2	9.157	108.4	4.252	28.69	9.157	108.4	4.252	28.69
		4	8.310	105.5	3.555	26.47	8.310	105.5	3.555	26.47
		10	6.194	91.71	2.063	18.44	6.194	91.71	2.063	18.44
		20	3.795	65.29	0.833	8.469	3.795	65.29	0.833	8.469
	4	0	10	110	5	30	10	110	5	30
		2	6.194	91.71	2.063	18.44	6.194	91.71	2.063	18.44
		4	3.795	65.29	0.833	8.469	3.795	65.29	0.833	8.469
		10	0.872	17.56	0.055	0.600	0.872	17.56	0.055	0.600
		20	0.075	1.575	0.001	0.006	0.075	1.575	0.001	0.006
TT	0.8	0	150	71 500	37.50	4 718	75	17 875	18.75	1 179
		2	136.1	66 731	31.33	4 131	68.03	16 682	15.66	1 032
		4	123.4	62 069	26.13	2 581	61.68	15 517	13.07	895.5
		10	91.94	49 147	15.16	2 244	45.97	12 286	7.582	561.2
		20	56.32	32 114	6.122	961.6	28.16	8 028	3.061	240.4
	4	0	150	71 500	37.50	4 718	75	17 875	18.75	1 179
		2	91.94	49 147	15.16	2 244	45.97	12 286	7.582	561.2
		4	56.32	32 114	6.122	961.6	28.16	8 028	3.061	240.4
		10	12.95	7 945	0.403	65.58	6.475	1 986	0.201	16.39
		20	1.117	689.8	0.004	0.705	0.559	174.7	0.002	0.176

4.3.1. lentelė

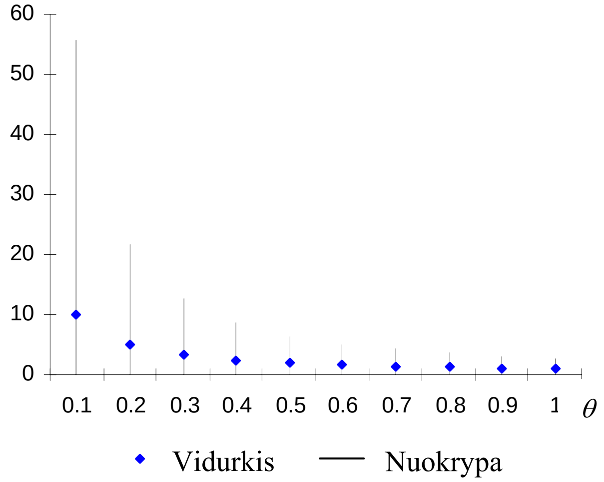
Nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkio ir dispersijos įvertinimas

	β	u	$\lambda = 0.5$				$\lambda = 1$			
			$\theta = 0.1$		$\theta = 0.2$		$\theta = 0.1$		$\theta = 0.2$	
			Vidurkis	Dispersija	Vidurkis	Dispersija	Vidurkis	Dispersija	Vidurkis	Dispersija
T_1	0.8	0	13.33	3 674	6.667	474.1	6.667	918.5	3.333	118.5
		2	11.38	3 136	5.671	403.2	5.691	784.1	2.836	100.8
		4	11.05	3 045	5.490	390.3	5.527	761.4	2.745	97.58
		10	11.02	3 037	5.471	389.0	5.511	759.3	2.735	97.25
		20	11.02	3 037	5.471	389.0	5.511	759.3	2.735	97.25
	4	0	13.33	3 674	6.667	474.1	6.667	918.5	3.333	118.5
		2	11.02	3 037	5.471	389.0	5.511	759.3	2.735	97.25
		4	11.02	3 037	5.471	389.0	5.511	759.3	2.735	97.25
		10	11.02	3 037	5.471	389.0	5.511	759.3	2.735	97.25
		20	11.02	3 037	5.471	389.0	5.511	759.3	2.735	97.25
$T_i,\ i > 1$	-	0	13.33	3 674	6.667	474.1	6.667	918.5	3.333	118.5
N	0.8	0	10	110	5	30	10	110	5	30
		2	9.418	109.1	4.478	29.21	9.418	109.1	4.478	29.21
		4	8.768	107.3	3.922	27.76	8.768	107.3	3.922	27.76
		10	7.026	98.18	2.598	21.83	7.026	98.18	2.598	21.83
		20	4.856	78.39	1.307	12.67	4.856	78.39	1.307	12.67
	4	0	10	110	5	30	10	110	5	30
		2	7.026	98.18	2.598	21.83	7.026	98.18	2.598	21.83
		4	4.856	78.39	1.307	12.67	4.856	78.39	1.307	12.67
		10	1.603	31.09	0.166	1.802	1.603	31.09	0.163	1.802
		20	0.253	5.243	0.005	0.059	0.253	5.243	0.005	0.059
TT	0.8	0	133.3	56 296	33.33	3 703	66.67	14 074	16.67	925.9
		2	123.9	53 464	29.11	3 353	61.95	13 366	14.56	838.3
		4	115.1	50 672	25.38	3 017	57.54	12 668	12.69	754.4
		10	92.21	42 707	16.81	2 142	46.10	10 676	8.403	535.5
		20	63.73	31 330	8.452	1 148	31.86	7 832	4.226	287.0
	4	0	133.3	56 296	33.33	3 703	66.67	14 074	16.67	925.9
		2	92.21	42 707	16.81	2 142	46.10	10 676	8.403	535.5
		4	63.73	31 330	8.453	1 148	31.86	7 832	4.226	287.0
		10	21.04	11 240	1.075	154.0	10.52	2 810	0.538	38.50
		20	3.317	1 830	0.035	4.993	1.658	457.7	0.017	1.249

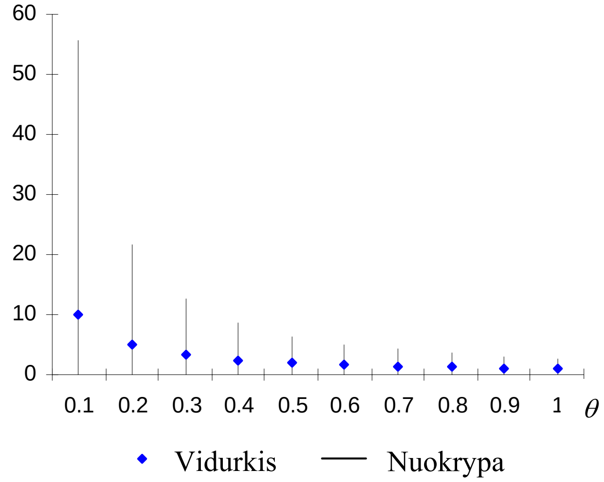
5 PRIEDAS
NEMOKUMO TRUKMĖS VIDURKIO IR DISPERSIJOS GRAFIKAI

5.1. GAMA$(1,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

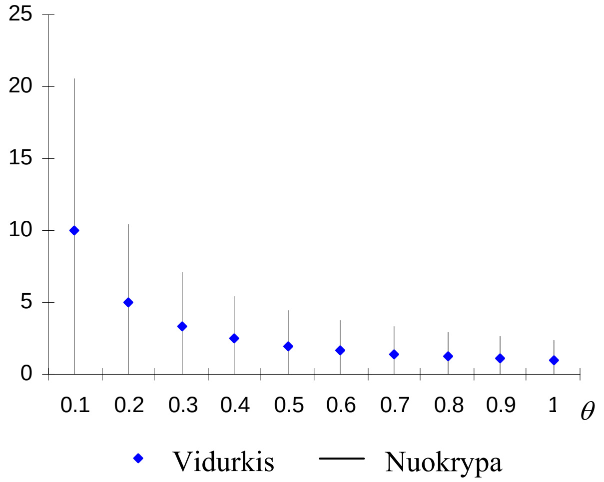
Nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkio ir dispersijos priklausomybė nuo garantinio krūvio θ pavaizduota 5.1.1. – 5.1.4. paveiksluose.



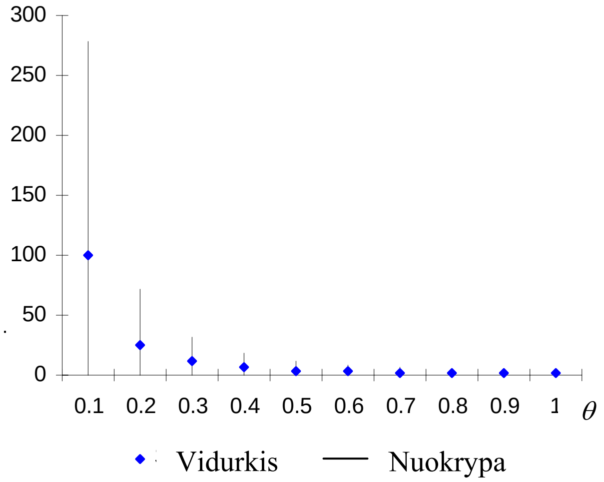
5.1.1. pav. Pirmasis nemokumo periodas



5.1.2. pav. Bet kuris kitas nemokumo periodas

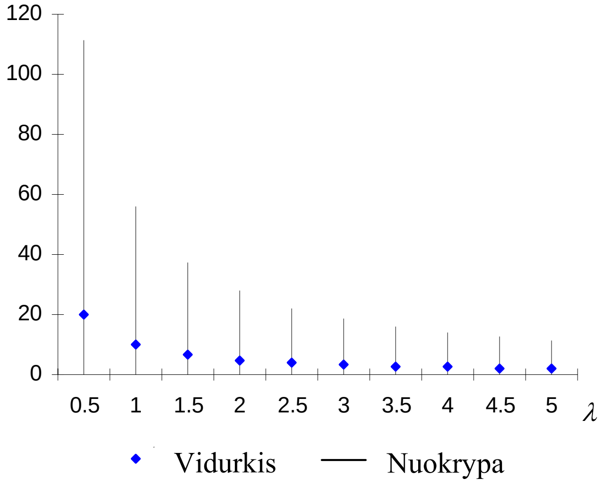


5.1.3. pav. Nemokumo periodų skaičius

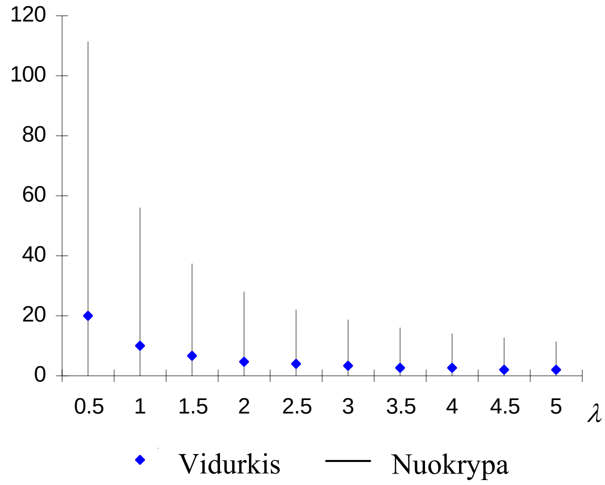


5.1.4. pav. Suminė nemokumo periodų trukmė

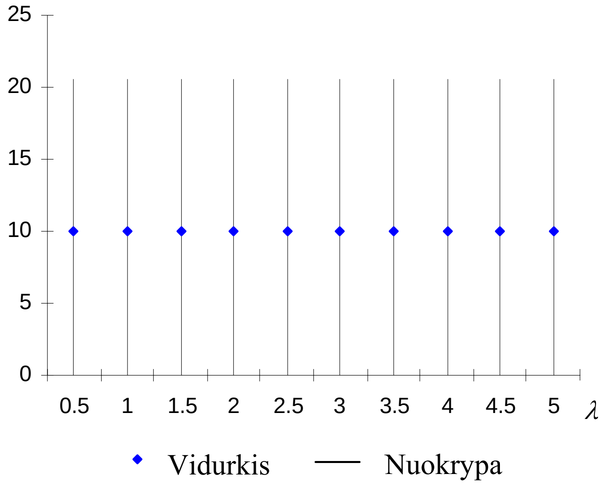
Nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkio ir dispersijos priklausomybė nuo Puasono parametro λ pavaizduota 5.1.5. – 5.1.8. paveiksluose.



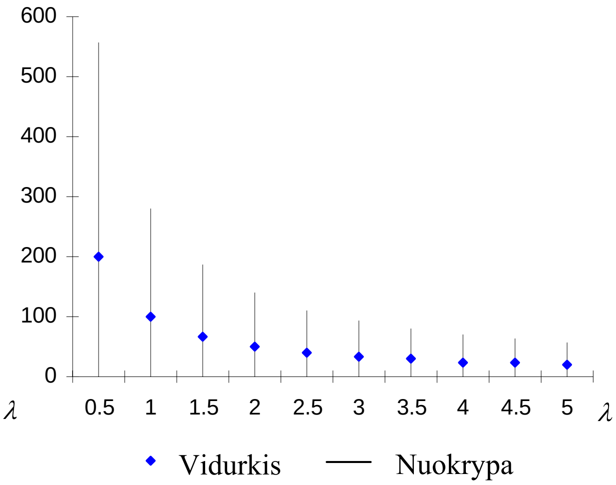
5.1.5. pav. Pirmasis nemokumo periodas



5.1.6. pav. Bet kuris kitas nemokumo periodas

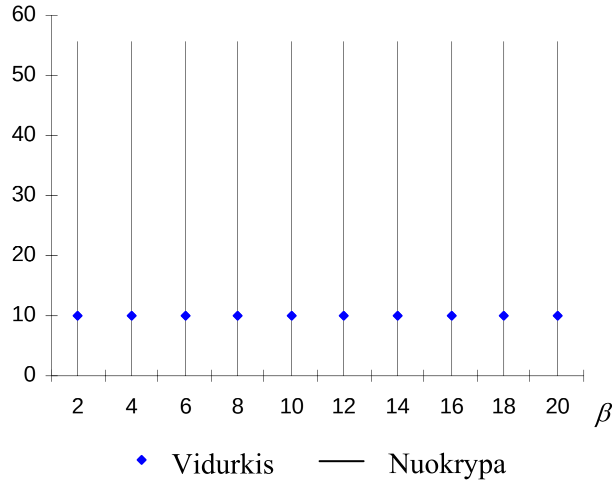


5.1.7. pav. Nemokumo periodų skaičius

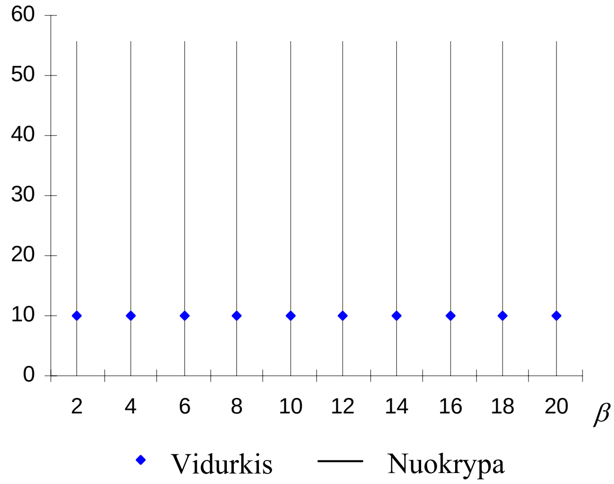


5.1.8. pav. Suminė nemokumo periodų trukmė

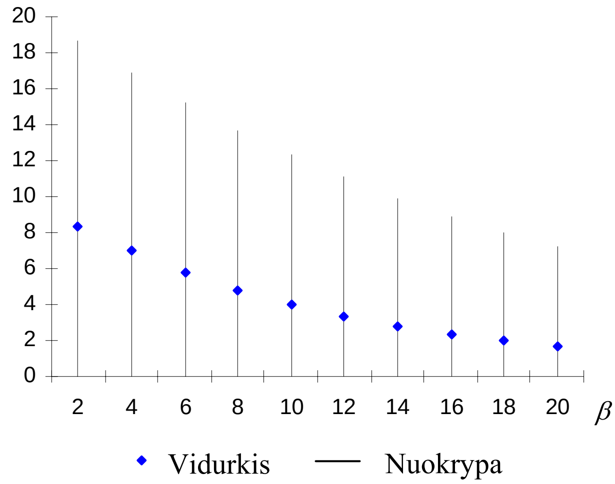
Nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkio ir dispersijos priklausomybė nuo pasiskirstymo parametro β pavaizduota 5.1.9. – 5.1.12. paveiksluose.



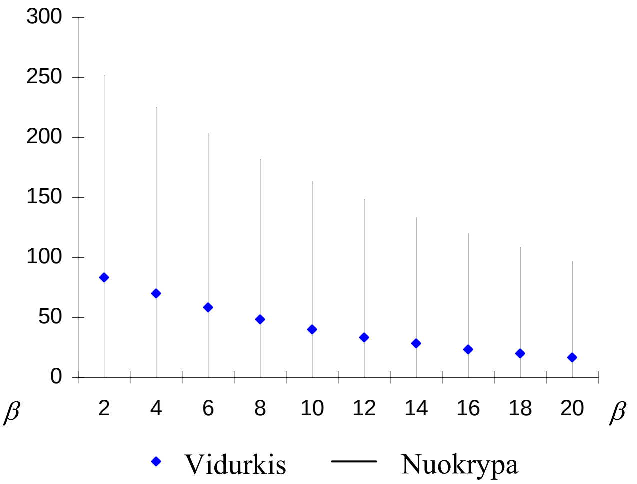
5.1.9. pav. Pirmasis nemokumo periodas



5.1.10. pav. Bet kuris kitas nemokumo periodas

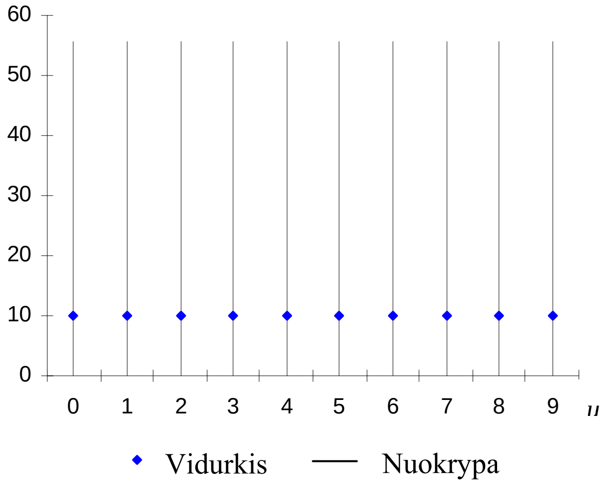


5.1.11. pav. Nemokumo periodų skaičius

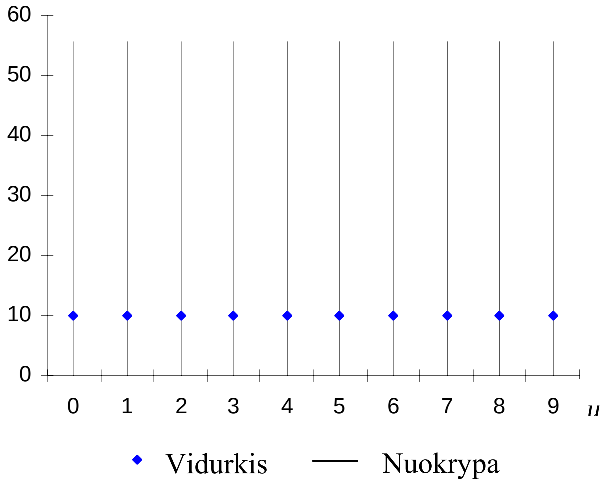


5.1.12. pav. Suminė nemokumo periodų trukmė

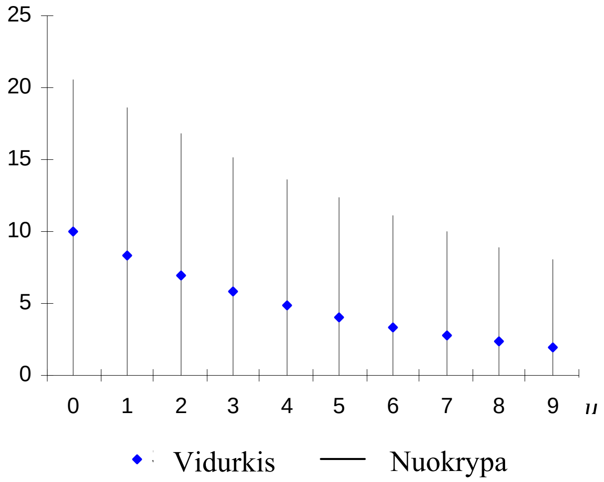
Nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkio ir dispersijos priklausomybė nuo pradinių rezervų u pavaizduota 5.1.13. – 5.1.16. paveiksluose.



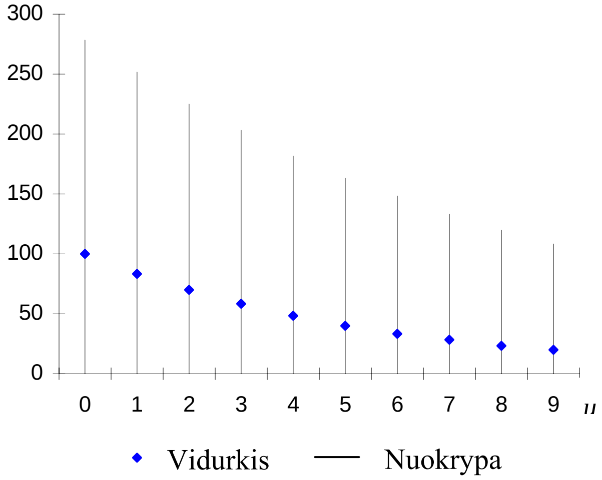
5.1.13. pav. Pirmasis nemokumo periodas



5.1.14. pav. Bet kuris kitas nemokumo periodas



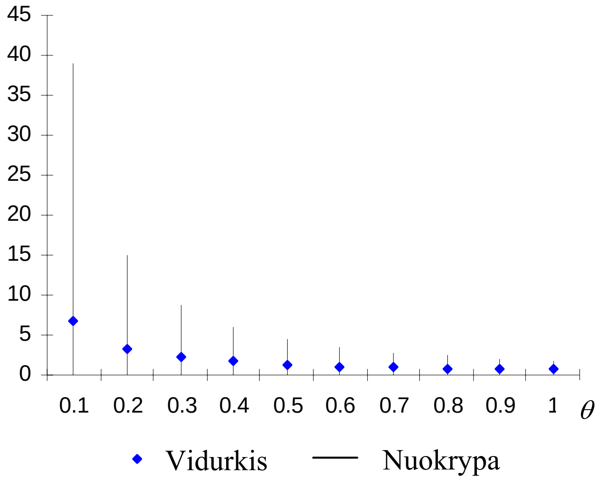
5.1.15. pav. Nemokumo periodų skaičius



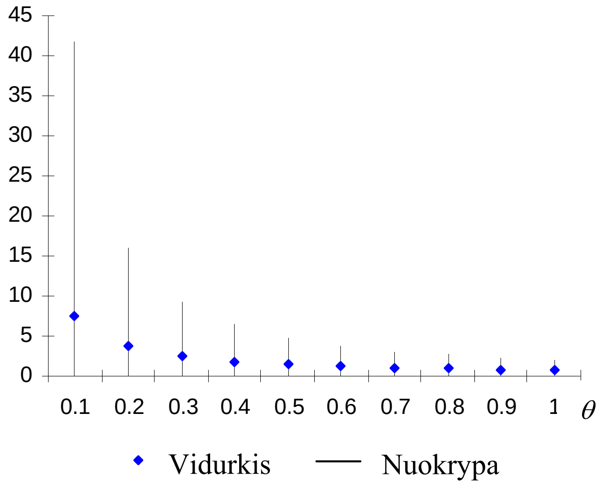
5.1.16. pav. Suminė nemokumo periodų trukmė

5.2. GAMA$(2,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

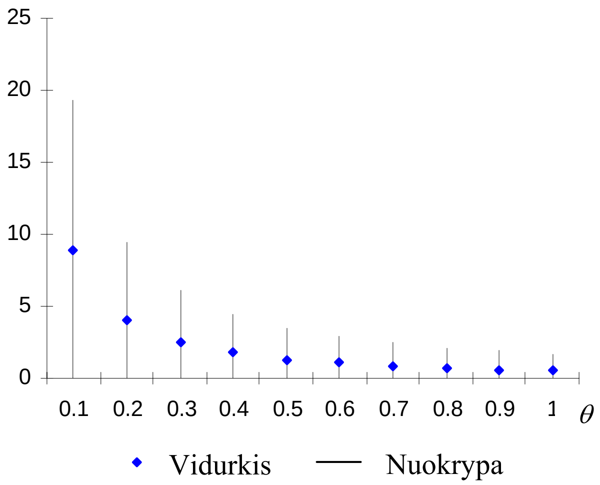
Nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkio ir dispersijos priklausomybė nuo garantinio krūvio θ pavaizduota 5.2.1. – 5.2.4. paveiksluose.



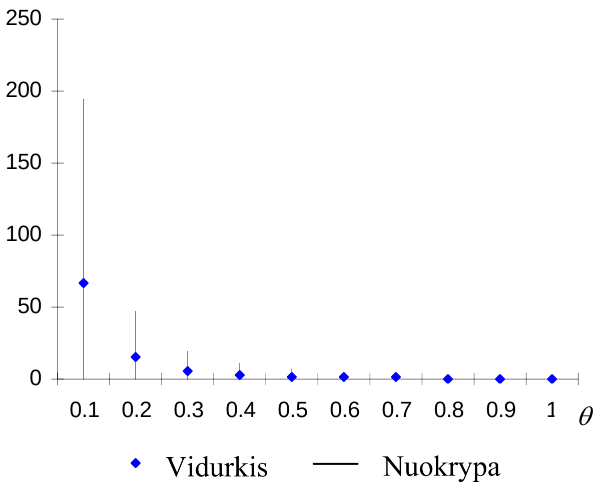
5.2.1. pav. Pirmasis nemokumo periodas



5.2.2. pav. Bet kuris kitas nemokumo periodas

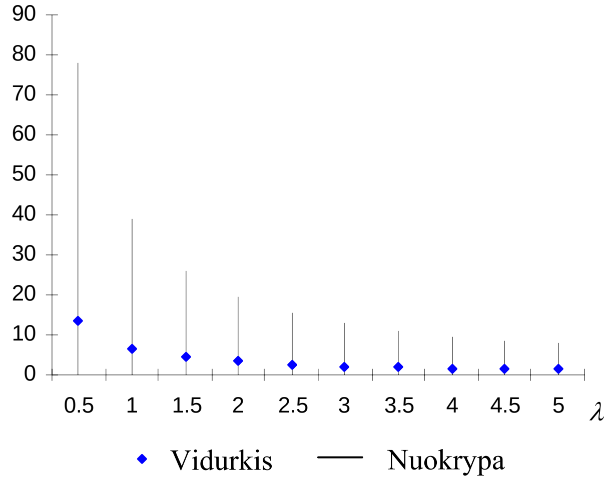


5.2.3. pav. Nemokumo periodų skaičius

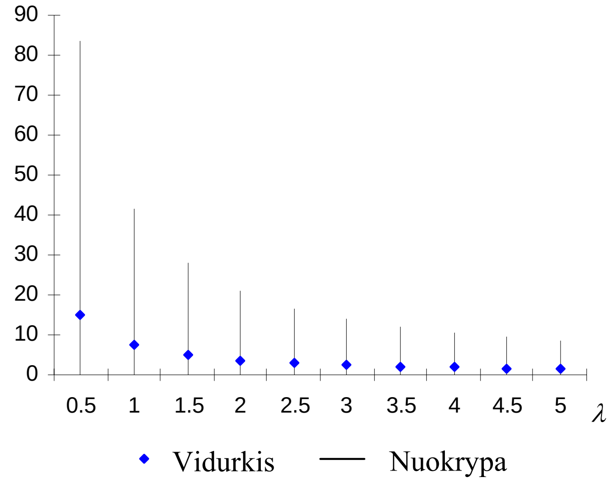


5.2.4. pav. Suminė nemokumo periodų trukmė

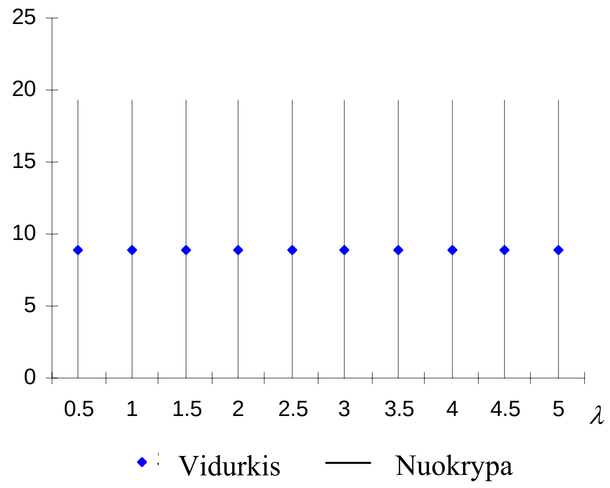
Nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkio ir dispersijos priklausomybė nuo Puasono parametro λ pavaizduota 5.2.5. – 5.2.8. paveiksluose.



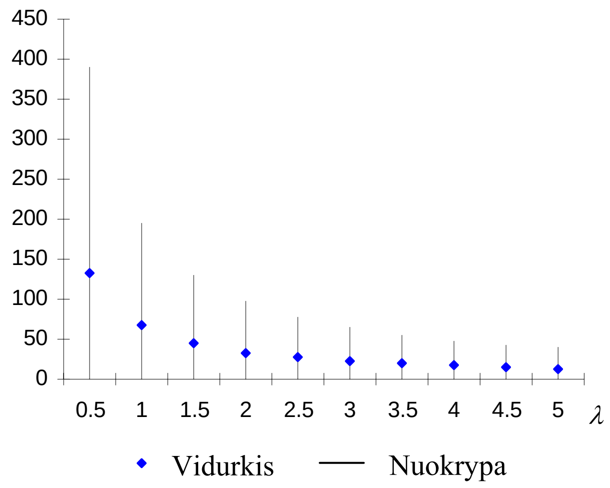
5.2.5. pav. Pirmasis nemokumo periodas



5.2.6. pav. Bet kuris kitas nemokumo periodas

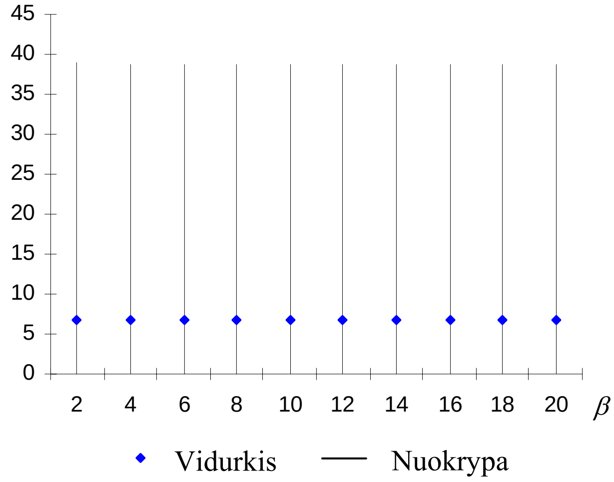


5.2.7. pav. Nemokumo periodų skaičius

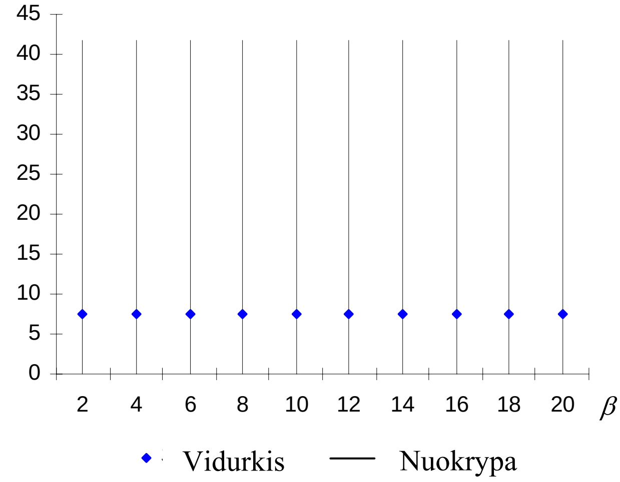


5.2.8. pav. Suminė nemokumo periodų trukmė

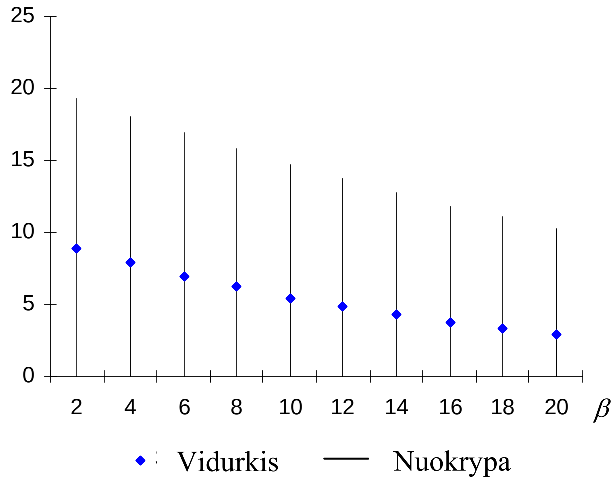
Nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkio ir dispersijos priklausomybė nuo pasiskirstymo parametro β pavaizduota 5.2.9. – 5.2.12. paveiksluose.



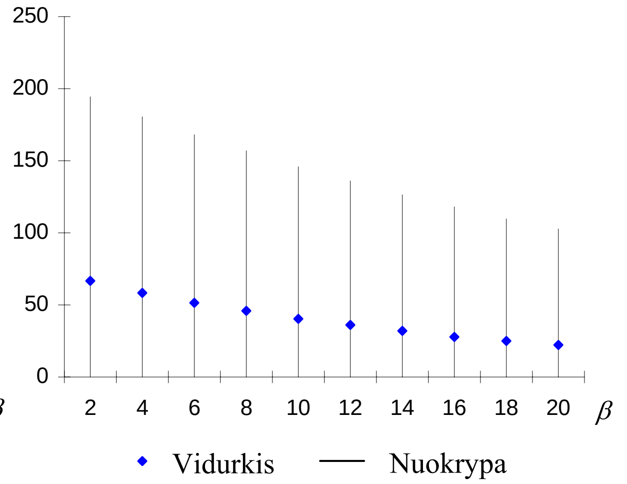
5.2.9. pav. Pirmasis nemokumo periodas



5.2.10. pav. Bet kuris kitas nemokumo periodas

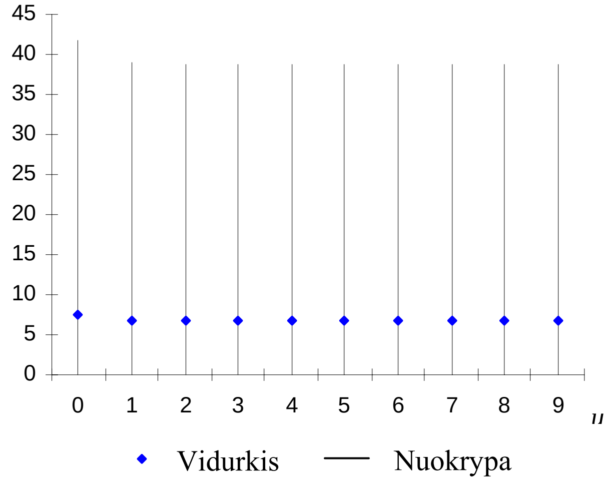


5.2.11. pav. Nemokumo periodų skaičius

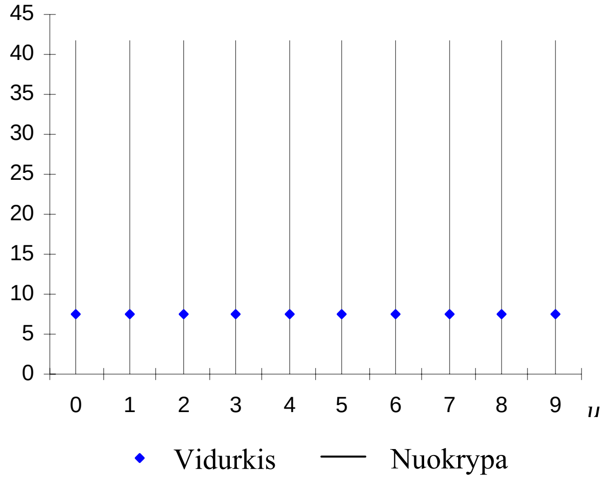


5.2.12. pav. Suminė nemokumo periodų trukmė

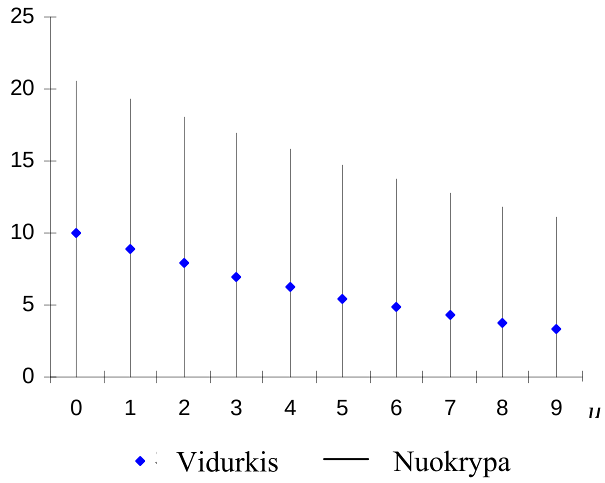
Nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkio ir dispersijos priklausomybė nuo pradinių rezervų u pavaizduota 5.2.13. – 5.2.16. paveiksluose.



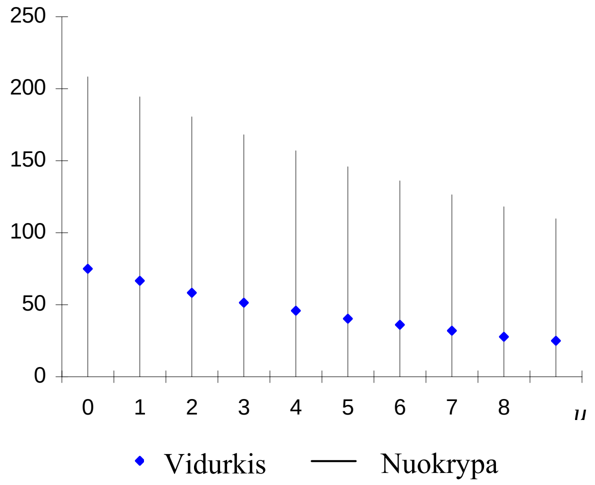
5.2.13. pav. Pirmasis nemokumo periodas



5.2.14. pav. Bet kuris kitas nemokumo periodas



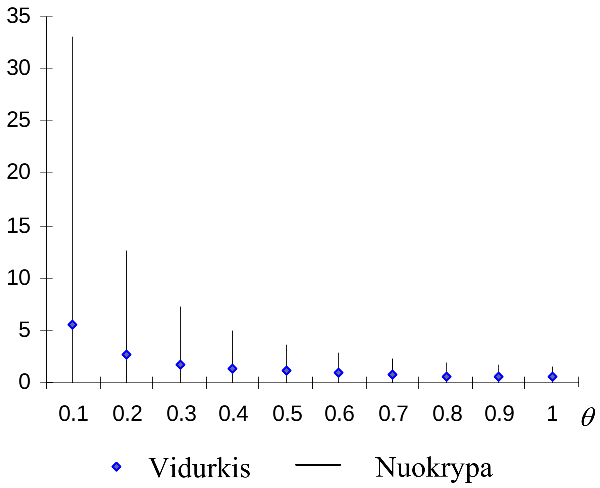
5.2.15. pav. Nemokumo periodų skaičius



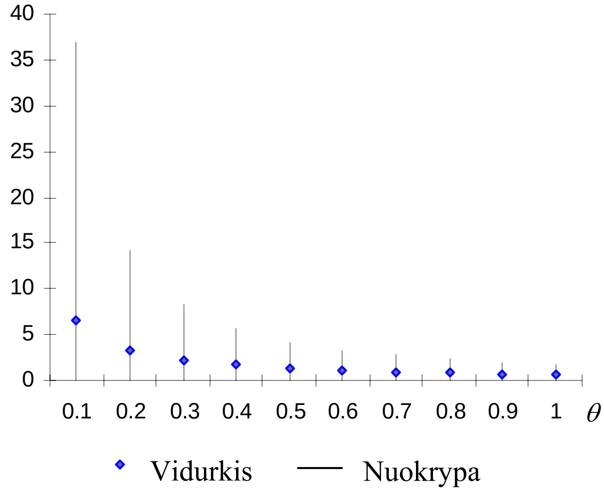
5.2.16. pav. Suminė nemokumo periodų trukmė

5.3. GAMA$(3,\beta)$ IŠMOKŲ PASISKIRSTYMO ATVEJIS

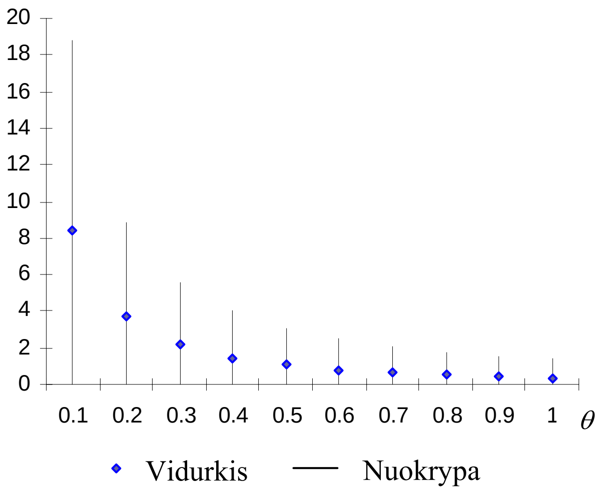
Nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkio ir dispersijos priklausomybė nuo garantinio krūvio θ pavaizduota 5.3.1. – 5.3.4. paveiksluose.



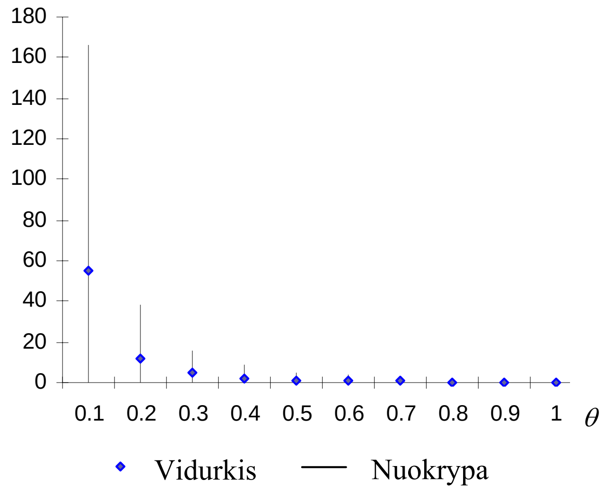
5.3.1. pav. Pirmasis nemokumo periodas



5.3.2. pav. Bet kuris kitas nemokumo periodas

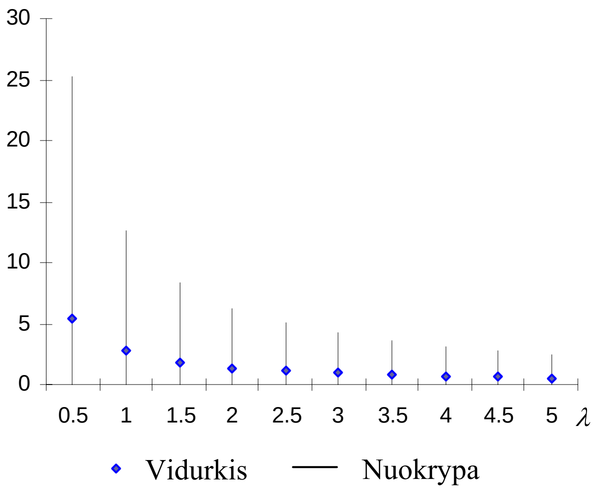


5.3.3. pav. Nemokumo periodų skaičius

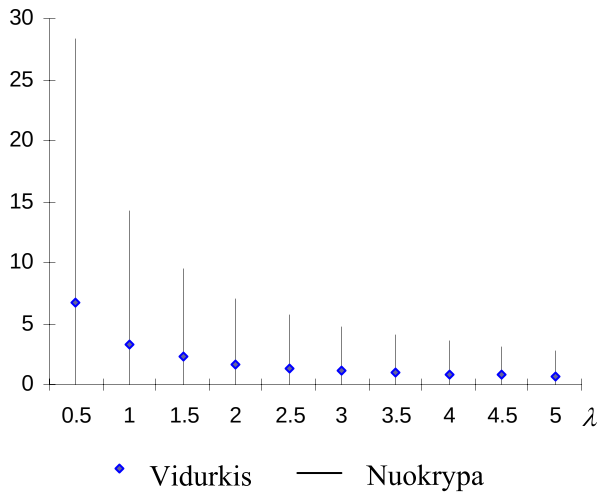


5.3.4. pav. Suminė nemokumo periodų trukmė

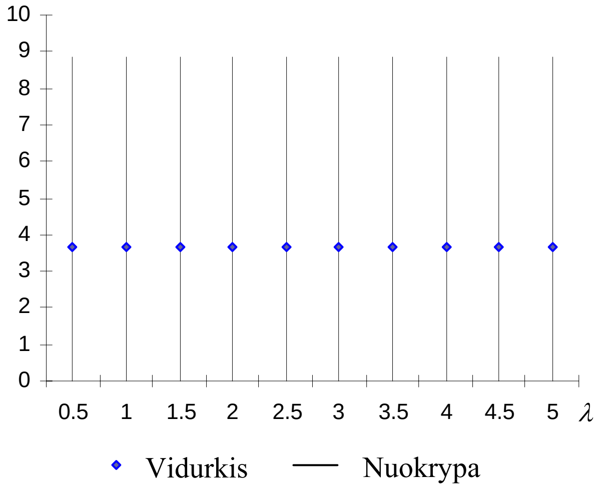
Nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkio ir dispersijos priklausomybė nuo Puasono parametro λ pavaizduota 5.3.5. – 5.3.8. paveiksluose.



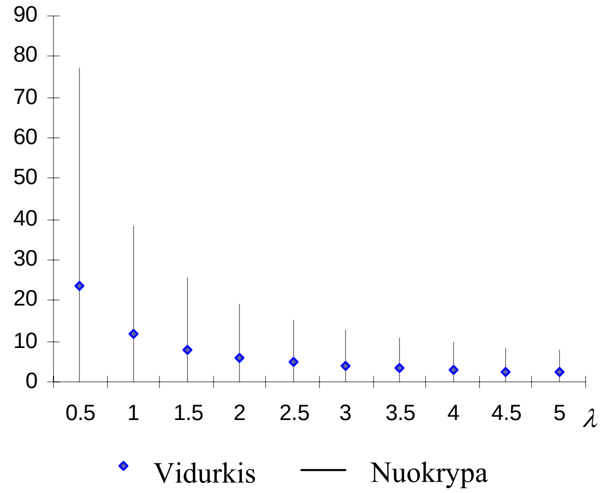
5.3.5. pav. Pirmasis nemokumo periodas



5.3.6. pav. Bet kuris kitas nemokumo periodas

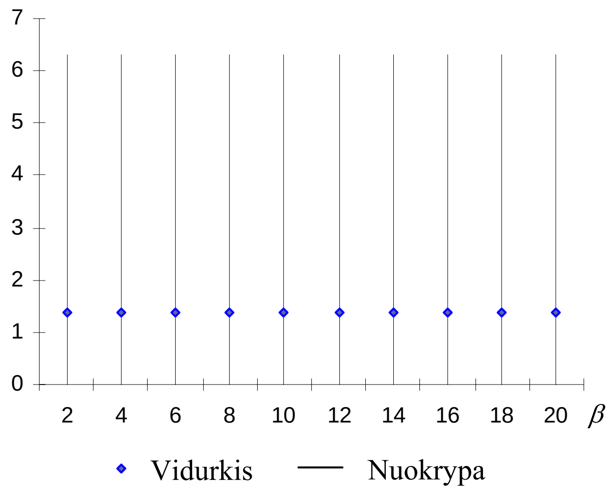


5.3.7. pav. Nemokumo periodų skaičius

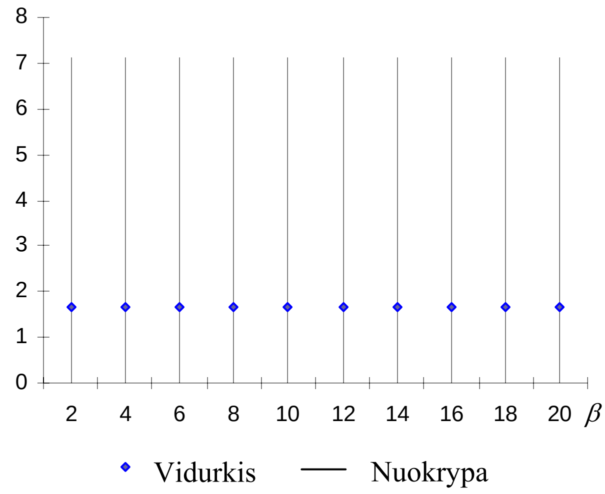


5.3.8. pav. Suminė nemokumo periodų trukmė

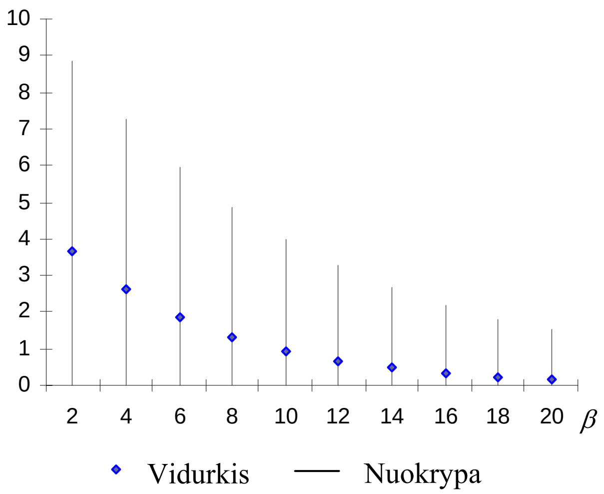
Nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkio ir dispersijos priklausomybė nuo pasiskirstymo parametro β pavaizduota 5.3.9. – 5.3.12. paveiksluose.



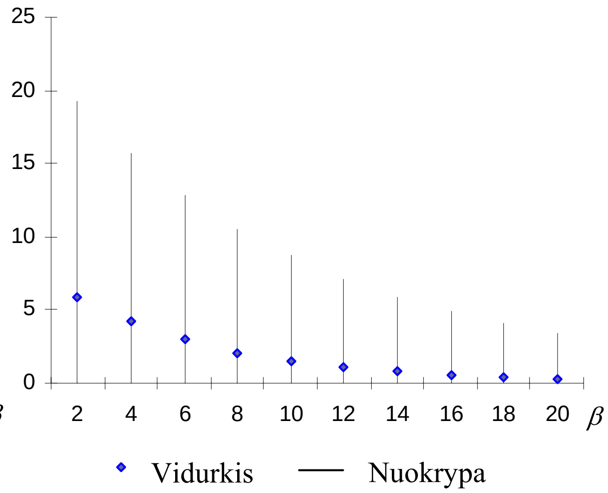
5.3.9. pav. Pirmasis nemokumo periodas



5.3.10. pav. Bet kuris kitas nemokumo periodas

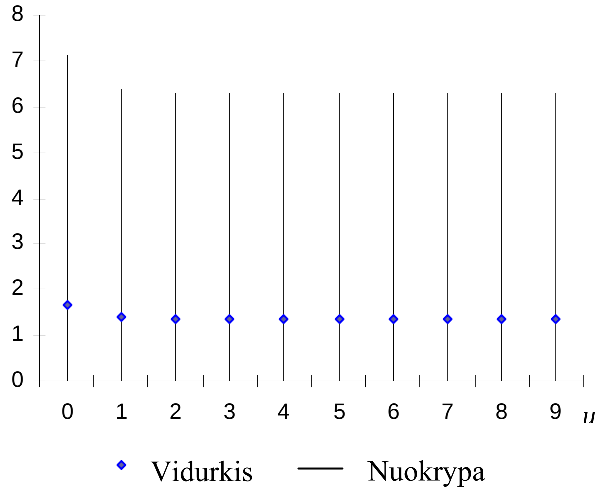


5.3.11. pav. Nemokumo periodų skaičius

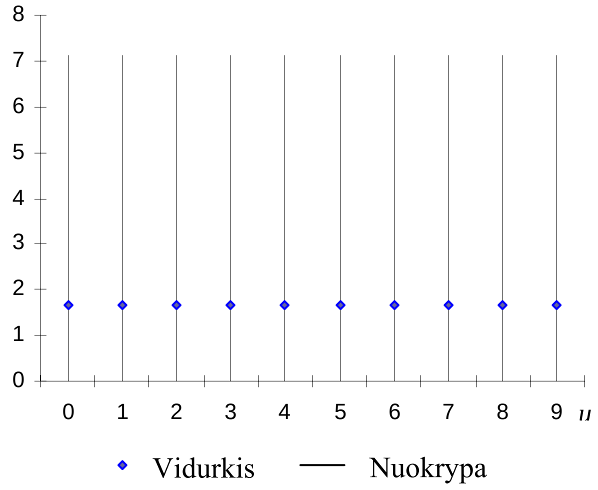


5.3.12. pav. Suminė nemokumo periodų trukmė

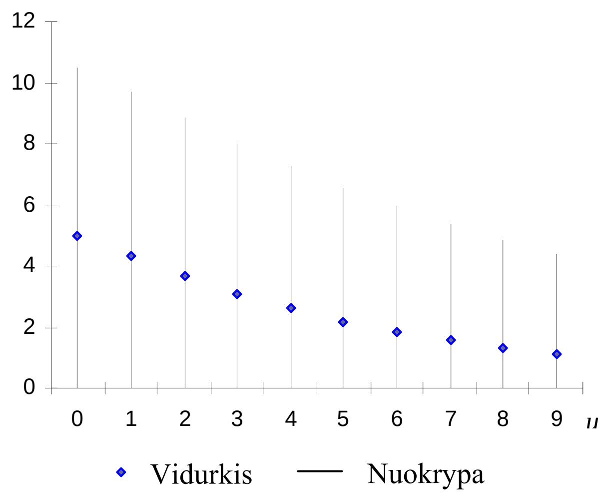
Nemokumo periodų skaičiaus ir trukmės vidurkio ir dispersijos priklausomybė nuo pradinių rezervų u pavaizduota 5.3.13. – 5.3.16. paveiksluose



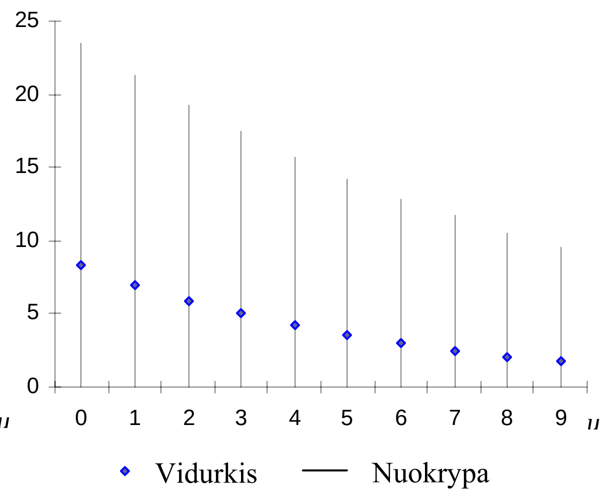
5.3.13. pav. Pirmasis nemokumo periodas



5.3.14. pav. Bet kuris kitas nemokumo periodas



5.3.15. pav. Nemokumo periodų skaičius



5.3.16. pav. Suminė nemokumo periodų trukmė

6 PRIEDAS
PROGRAMŲ TEKSTAI

Formos "Gama" kodas

```
Private Sub Command1_Click()
Gama.Hide
pagrindinis.Show
End Sub
Private Sub Command2_Click()
If pagrindinis.Text1 = 1 Then
Load pirmasis
pirmasis.Show
Gama.Hide
Else
Load pirmasisgama
pirmasisgama.Show
Gama.Hide
End If
End Sub
Private Sub Command3_Click()
Load kitasgama
kitasgama.Show
Gama.Hide
End Sub
Private Sub Command5_Click()
Load suminegama
suminegama.Show
Gama.Hide
End Sub
```

Formos "Grafikai" kodas

```
Private Sub Command1_Click()
Load kintateta
kintateta.Show
grafikai.Hide
End Sub
Private Sub Command2_Click()
grafikai.Hide
If pagrindinis.Text1 = 1 Then
pirmasis.Show
Else
pirmasisgama.Show
End If
End Sub
Private Sub Command3_Click()
kintaliam.Show
grafikai.Hide
End Sub
Private Sub Command4_Click()
kintau.Show
grafikai.Hide
End Sub
Private Sub Form_Activate()
If pagrindinis.Text1 = 1 Then
Command4.Visible = False
Else
Command4.Visible = True
End If
End Sub
```

Formos “Kintaliam” kodas

```
Private Sub Command1_Click()
kintaliam.Hide
grafikai.Show
End Sub
Private Sub Command2_Click()
Dim x, y, mast, mast1, h As Single
ReDim kint(1 To 10) As Single
ReDim kint2(1 To 10) As Single
ReDim rezul(1 To 10) As Single
ReDim rezul1(1 To 10) As Single
Dim y1, y2, z, u, suma, ktsuma, sumare, klaida As Single
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
ReDim rez(1 To nn) As Single
y1 = Val(Text1.Text)
y2 = Val(Text2.Text)
x = Val(Text3.Text)
z = Val(pagrindinis.Text2.Text)  'beta
u = Val(Text4.Text)
h = (y2 - y1) / 8
kintaliam.Cls
Picture1.Cls
Picture2.Cls
tikrinu = pirmokontroleliam(y1, y2, x)
If tikrinu = 1 Then
Select Case pagrindinis.Text1
Case Is = 1
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
rezul(i) = Format$(1 / (x * kint(i)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((2 + x) / ((kint(i) ^ 2) * (x ^ 3)), "Scientific")
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintaliam.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintaliam.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Is = 2
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
R1 = RR1(x, z)
R2 = RR2(x, z)
C1 = cc(x, z, R1)
C2 = cc(x, z, R2)
klaida = C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)
If klaida = 0 Then
a = AAdaug(x, z, R2)
Else
a = aa(x, z, R1, R2, C1, C2, u)
```

```
End If
rezul(i) = Format$((1 + a) / (2 * x * kint(i)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((3 * (1 + a) / (4 * (kint(i) ^ 2) * (x ^ 3))) + ((1 + 2 * a - (a ^ 2)) / (4 * (kint(i) ^ 2) * (x ^ 2))),
"Scientific")
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintaliam.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintaliam.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Is = 3
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
R1 = Gama3R1(x, z)
R2re = Gama3R2re(x, z)
R2im = Gama3R2im(x, z)
R3re = Gama3R3re(x, z)
R3im = Gama3R3im(x, z)
C1 = Gama3C1(x)
C2re = Gama3C2re(x)
C2im = Gama3C2im(x)
C3re = Gama3C3re(x)
C3im = Gama3C3im(x)
fi = Gama3fi(u, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im)
If fi = 0 Then
b = Gama3Bdaug(x, z, R1)
a = Gama3Adaug(x, z, R1)
Else
a = Gama3A(x, z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, u, fi)
b = Gama3B(x, z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, u, fi)
End If
rezul1(i) = Format$((4 * (1 + b + 2 * a) + 2 * (1 + 2 * b + 5 * a) * x - x * (1 + b + 2 * a) ^ 2) / (9 * (kint(i) ^ 2) * (x ^ 3)),
"Scientific")
rezul(i) = Format$((1 + b + 2 * a) / (3 * x * kint(i)), "Scientific")
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintaliam.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintaliam.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
```

```
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Else
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
Call svoriai(rez, u, z, x, sumare)
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
suma = 0
ktsuma = 0
For j = 1 To nn
suma = suma + (nn - j + 1) * rez(j)
ktsuma = ktsuma + (nn - j + 2) * (nn - j + 1) * rez(j)
Next j
rezul(i) = Format$(suma / (nn * x * kint(i)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((nn + 1) * suma / (((nn * kint(i)) ^ 2) * (x ^ 3)) + (ktsuma - suma ^ 2) / ((nn * x * kint(i)) ^ 2),
"Scientific")
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintaliam.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintaliam.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
End Select
Else
Label27.Visible = False
Label28.Visible = False
Label26.Visible = False
Label25.Visible = False
Label5.Visible = False
Label6.Visible = False
End If
End Sub
Private Sub help1_Click()
MsgBox praneskliam1, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help2_Click()
MsgBox praneskliam2, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help3_Click()
MsgBox praneskteta, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help4_Click()
MsgBox pranesku, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub Text3_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
```

```
End Sub
Private Sub Text1_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text2_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text4_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
```

Formos “Kintaliamkito” kodas

```
Private Sub Command1_Click()
kintaliamkito.Hide
kitografikai.Show
End Sub
Private Sub Command2_Click()
Dim x, y, mast, mast1, h As Single
ReDim kint(1 To 10) As Single
ReDim kint2(1 To 10) As Single
ReDim rezul(1 To 10) As Single
ReDim rezul1(1 To 10) As Single
Dim y1, y2, z, u, suma, ktsuma, sumare, klaida As Single
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
ReDim rez(1 To nn) As Single
y1 = Val(Text1.Text)
y2 = Val(Text2.Text)
x = Val(Text3.Text)
h = (y2 - y1) / 8
kintaliamkito.Cls
Picture1.Cls
Picture2.Cls
tikrinu = pirmokontroleliam(y1, y2, x)
If tikrinu = 1 Then
Select Case pagrindinis.Text1
Case Is = 1
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
rezul(i) = Format$(1 / (x * kint(i)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((2 + x) / ((kint(i) ^ 2) * (x ^ 3)), "Scientific")
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintaliamkito.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintaliamkito.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Is = 2
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
```

```
rezul(i) = Format$(3 / (4 * x * kint(i)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((18 + 7 * x) / (16 * (kint(i) ^ 2) * (x ^ 3)), "Scientific")
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintaliamkito.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintaliamkito.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Is = 3
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
rezul1(i) = Format$((24 + 8 * x) / (27 * (kint(i) ^ 2) * (x ^ 3)), "Scientific")
rezul(i) = Format$(2 / (3 * x * kint(i)), "Scientific")
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintaliamkito.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintaliamkito.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Else
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
rezul(i) = Format$((nn + 1) / (2 * nn * x * kint(i)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((6 * (nn + 1) ^ 2 + x * (4 * (nn + 1) * (nn + 2) - 3 * (nn + 1) ^ 2)) / (12 * ((nn * kint(i)) ^ 2) * (x ^ 3)),
"Scientific")
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintaliamkito.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintaliamkito.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
End Select
```

```
Else
Label27.Visible = False
Label28.Visible = False
Label26.Visible = False
Label24.Visible = False
Label25.Visible = False
Label5.Visible = False
Label6.Visible = False
Label7.Visible = False
End If
End Sub
Private Sub help1_Click()
MsgBox praneskliam1, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help2_Click()
MsgBox praneskliam2, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help3_Click()
MsgBox praneskteta, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub Text3_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text1_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text2_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
```

Formos “Kintaliamsumine” kodas

```
Private Sub Command1_Click()
kintaliamsumine.Hide
suminegrafikai.Show
End Sub
Private Sub Command2_Click()
Dim x, mast, mast1, h As Single
ReDim kint(1 To 10) As Single
ReDim kint2(1 To 10) As Single
ReDim rezul(1 To 10) As Single
ReDim rezul1(1 To 10) As Single
Dim y1, y2, z, u, suma, ktsuma, sumare, klaida As Single
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
ReDim rez(1 To nn) As Single
y1 = Val(Text1.Text)
y2 = Val(Text2.Text)
x = Val(Text3.Text)
z = Val(pagrindinis.Text2.Text)  'beta
u = Val(Text4.Text)
h = (y2 - y1) / 8
kintaliamsumine.Cls
Picture1.Cls
Picture2.Cls
tikrinu = pirmokontroleliam(y1, y2, x)
If tikrinu = 1 Then
Select Case pagrindinis.Text1
Case Is = 1
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
If skaicius.Value Then
rezul(i) = Format$((1 / x) * Exp(-x * z * u / (1 + x)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((1 / (x ^ 2)) * (2 + x - Exp(-x * z * u / (1 + x))) * Exp(-x * z * u / (1 + x)), "Scientific")
ElseIf trukme.Value Then
```

```
rezul(i) = Format$((1 / (kint(i) * (x ^ 2))) * Exp(-x * z * u / (1 + x)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((1 / ((kint(i) ^ 2) * (x ^ 4))) * (2 * (2 + x) * Exp(-x * z * u / (1 + x)) - Exp(-2 * x * z * u / (1 + x))),
"Scientific")
End If
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintaliamsumine.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintaliamsumine.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Is = 2
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
R1 = RR1(x, z)
R2 = RR2(x, z)
C1 = cc(x, z, R1)
C2 = cc(x, z, R2)
klaida = C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)
If klaida = 0 Then
a = AAdaug(x, z, R2)
Else
a = aa(x, z, R1, R2, C1, C2, u)
End If
If skaicius.Value Then
rezul(i) = Format$(((1 + x) / x) * (C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)) * (1 + x) * (1 + (1 + x) * (1 - (C1 * Exp(-R1 * u) + C2 *
Exp(-R2 * u)))) / (x ^ 2), "Scientific")
ElseIf trukme.Value Then
pirm = (C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)) * ((1 + a) / (2 * x * kint(i)) + 3 / (4 * kint(i) * (x ^ 2)))
rezul(i) = Format$(pirm, "Scientific")
antr = (C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)) * ((2 + 4 * a) * (x ^ 2) + 6 * x * (1 + a) + 9 + 4 * x) / (4 * (kint(i) ^ 2) * (x
^ 4))
rezul1(i) = Format$(antr - pirm ^ 2, "Scientific")
End If
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintaliamsumine.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintaliamsumine.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
```

```
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Is = 3
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
R1 = Gama3R1(x, z)
R2re = Gama3R2re(x, z)
R2im = Gama3R2im(x, z)
R3re = Gama3R3re(x, z)
R3im = Gama3R3im(x, z)
C1 = Gama3C1(x)
C2re = Gama3C2re(x)
C2im = Gama3C2im(x)
C3re = Gama3C3re(x)
C3im = Gama3C3im(x)
fi = Gama3fi(u, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im)
If fi = 0 Then
b = Gama3Bdaug(x, z, R1)
a = Gama3Adaug(x, z, R1)
Else
a = Gama3A(x, z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, u, fi)
b = Gama3B(x, z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, u, fi)
End If
If skaicius.Value Then
rezul(i) = Format$(((1 + x) / x) * fi, "Scientific")
rezul1(i) = Format$(fi * (1 + x) * (2 + x - (1 + x) * fi) / (x ^ 2), "Scientific")
ElseIf trukme.Value Then
pirm = fi * (((1 + b + 2 * a) * x + 2) / (3 * kint(i) * (x ^ 2)))
rezul(i) = Format$(pirm, "Scientific")
antr = fi * ((48 + 20 * x + 24 * x * (1 + b + 2 * a) + 6 * (x ^ 2) * (1 + 2 * b + 5 * a)) / (27 * (kint(i) ^ 2) * (x ^ 4)))
rezul1(i) = Format$(antr - pirm ^ 2, "Scientific")
End If
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintaliamsumine.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintaliamsumine.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Else
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
Call svoriai(rez, u, z, x, sumare)
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
suma = 0
ktsuma = 0
For j = 1 To nn
```

```
suma = suma + (nn - j + 1) * rez(j)
ktsuma = ktsuma + (nn - j + 2) * (nn - j + 1) * rez(j)
Next j
If skaicius.Value Then
rezul(i) = Format$((1 + x) * sumare / x, "Scientific")
rezul1(i) = Format$((1 + x) * sumare * (1 + (1 - sumare) * (1 + x)) / (x ^ 2), "Scientific")
ElseIf trukme.Value Then
pirm = sumare * (suma * 2 * x + (nn + 1)) / (2 * nn * kint(i) * (x ^ 2))
rezul(i) = Format$(pirm, "Scientific")
antr = sumare * (12 * ktsuma * (x ^ 2) + 24 * (nn + 1) * x * suma + 12 * (nn + 1) ^ 2 + 4 * (nn + 1) * (nn + 2) * x) / (12 *
((nn * kint(i)) ^ 2) * (x ^ 4))
rezul1(i) = Format$(antr - pirm ^ 2, "Scientific")
End If
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintaliamsumine.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintaliamsumine.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
End Select
Else
Label27.Visible = False
Label28.Visible = False
Label26.Visible = False
Label24.Visible = False
Label25.Visible = False
Label5.Visible = False
Label6.Visible = False
Label7.Visible = False
End If
End Sub
Private Sub help1_Click()
MsgBox praneskliam1, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help2_Click()
MsgBox praneskliam2, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help3_Click()
MsgBox praneskteta, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help4_Click()
MsgBox pranesku, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub Text3_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text1_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
```

```
Private Sub Text2_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text4_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
```

Formos “Kintateta” kodas

```
Private Sub Command1_Click()
kintateta.Hide
grafikai.Show
End Sub
Private Sub Command2_Click()
Dim x, mast, mast1, h As Single
ReDim kint(1 To 10) As Single
ReDim kint2(1 To 10) As Single
ReDim rezul(1 To 10) As Single
ReDim rezul1(1 To 10) As Single
Dim y1, y2, z, suma, ktsuma, sumare, klaida As Single
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
ReDim rez(1 To nn) As Single
y1 = Val(Text1.Text) 'teta
y2 = Val(Text2.Text) 'teta
x = Val(Text3.Text)  'liambda
z = Val(pagrindinis.Text2.Text)  'beta
u = Val(Text4.Text)
h = (y2 - y1) / 8
kintateta.Cls
Picture1.Cls
Picture2.Cls
tikrinu = pirmokontrolegrafikui(x, y1, y2)
If tikrinu = 1 Then
Select Case pagrindinis.Text1
Case Is = 1
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
rezul(i) = Format$(1 / (x * kint(i)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((2 + kint(i)) / ((x ^ 2) * (kint(i) ^ 3)), "Scientific")
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintateta.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintateta.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Is = 2
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
R1 = RR1(kint(i), z)
R2 = RR2(kint(i), z)
```

```
C1 = cc(kint(i), z, R1)
C2 = cc(kint(i), z, R2)
klaida = C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)
If klaida = 0 Then
a = AAdaug(kint(i), z, R2)
Else
a = aa(kint(i), z, R1, R2, C1, C2, u)
End If
rezul(i) = Format$((1 + a) / (2 * x * kint(i)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((3 * (1 + a) / (4 * (x ^ 2) * (kint(i) ^ 3))) + ((1 + 2 * a - (a ^ 2)) / (4 * (x ^ 2) * (kint(i) ^ 2))),
"Scientific")
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintateta.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintateta.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Is = 3
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
R1 = Gama3R1(kint(i), z)
R2re = Gama3R2re(kint(i), z)
R2im = Gama3R2im(kint(i), z)
R3re = Gama3R3re(kint(i), z)
R3im = Gama3R3im(kint(i), z)
C1 = Gama3C1(kint(i))
C2re = Gama3C2re(kint(i))
C2im = Gama3C2im(kint(i))
C3re = Gama3C3re(kint(i))
C3im = Gama3C3im(kint(i))
fi = Gama3fi(u, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im)
If fi = 0 Then
b = Gama3Bdaug(kint(i), z, R1)
a = Gama3Adaug(kint(i), z, R1)
Else
a = Gama3A(kint(i), z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, u, fi)
b = Gama3B(kint(i), z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, u, fi)
End If
rezul1(i) = Format$((4 * (1 + b + 2 * a) + 2 * (1 + 2 * b + 5 * a) * kint(i) - kint(i) * (1 + b + 2 * a) ^ 2) / (9 * (x ^ 2) *
(kint(i) ^ 3)), "Scientific")
rezul(i) = Format$((1 + b + 2 * a) / (3 * x * kint(i)), "Scientific")
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintateta.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintateta.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
```

```
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Else
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
Call svoriai(rez, u, z, kint(i), sumare)
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
suma = 0
ktsuma = 0
For j = 1 To nn
suma = suma + (nn - j + 1) * rez(j)
ktsuma = ktsuma + (nn - j + 2) * (nn - j + 1) * rez(j)
Next j
rezul(i) = Format$(suma / (nn * x * kint(i)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((nn + 1) * suma / (((nn * x) ^ 2) * (kint(i) ^ 3)) + (ktsuma - suma ^ 2) / ((nn * x * kint(i)) ^ 2),
"Scientific")
If rezul(1) = 0 Or rezul1(1) = 0 Then
MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
Else
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintateta.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintateta.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
End Select
Else
Label27.Visible = False
Label28.Visible = False
Label26.Visible = False
Label25.Visible = False
Label5.Visible = False
Label6.Visible = False
End If
End Sub
Private Sub help1_Click()
MsgBox praneskteta1, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help2_Click()
MsgBox praneskteta2, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help3_Click()
```

```
MsgBox praneskliambda, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help4_Click()
MsgBox pranesku, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub Text3_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text1_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text2_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text4_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
```

Formos “Kintatetakito” kodas

```
Private Sub Command1_Click()
kintatetakito.Hide
kitografikai.Show
End Sub
Private Sub Command2_Click()
Dim x, y, mast, mast1, h As Single
ReDim kint(1 To 10) As Single
ReDim kint2(1 To 10) As Single
ReDim rezul(1 To 10) As Single
ReDim rezul1(1 To 10) As Single
Dim y1, y2, z, u, suma, ktsuma, sumare, klaida As Single
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
ReDim rez(1 To nn) As Single
y1 = Val(Text1.Text)
y2 = Val(Text2.Text)
x = Val(Text3.Text)
h = (y2 - y1) / 8
kintateta.Cls
Picture1.Cls
Picture2.Cls
tikrinu = pirmokontrolegrafikui(x, y1, y2)
If tikrinu = 1 Then
Select Case pagrindinis.Text1
Case Is = 1
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
rezul(i) = Format$(1 / (x * kint(i)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((2 + kint(i)) / ((x ^ 2) * (kint(i) ^ 3)), "Scientific")
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintatetakito.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintatetakito.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
```

```
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Is = 2
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
rezul(i) = Format$(3 / (4 * x * kint(i)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((18 + 7 * kint(i)) / (16 * (x ^ 2) * (kint(i) ^ 3)), "Scientific")
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintatetakito.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintatetakito.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Is = 3
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
rezul1(i) = Format$((24 + 8 * kint(i)) / (27 * (x ^ 2) * (kint(i) ^ 3)), "Scientific")
rezul(i) = Format$(2 / (3 * x * kint(i)), "Scientific")
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintatetakito.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintatetakito.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Else
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
rezul(i) = Format$((nn + 1) / (2 * nn * x * kint(i)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((6 * (nn + 1) ^ 2 + kint(i) * (4 * (nn + 1) * (nn + 2) - 3 * (nn + 1) ^ 2)) / (12 * ((nn * x) ^ 2) * (kint(i) ^
3)), "Scientific")
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintatetakito.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintatetakito.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
```

```
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
End Select
Else
Label27.Visible = False
Label28.Visible = False
Label26.Visible = False
Label24.Visible = False
Label25.Visible = False
Label5.Visible = False
Label6.Visible = False
Label7.Visible = False
End If
End Sub
Private Sub help1_Click()
MsgBox praneskteta1, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help2_Click()
MsgBox praneskteta2, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help3_Click()
MsgBox praneskliambda, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub Text3_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text1_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text2_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
```

Formos "Kintatetasumine" kodas

```
Private Sub Command1_Click()
kintatetasumine.Hide
suminegrafikai.Show
End Sub
Private Sub Command2_Click()
Dim x, mast, mast1, h As Single
ReDim kint(1 To 10) As Single
ReDim kint2(1 To 10) As Single
ReDim rezul(1 To 10) As Single
ReDim rezul1(1 To 10) As Single
Dim y1, y2, z, u, suma, ktsuma, sumare, klaida As Single
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
ReDim rez(1 To nn) As Single
y1 = Val(Text1.Text)
y2 = Val(Text2.Text)
x = Val(Text3.Text)
z = Val(pagrindinis.Text2.Text)
u = Val(Text4.Text)
h = (y2 - y1) / 8
kintatetasumine.Cls
Picture1.Cls
Picture2.Cls
tikrinu = suminekontrolegraf(x, y1, y2)
If tikrinu = 1 Then
Select Case pagrindinis.Text1
```

```
Case Is = 1
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
If skaicius.Value Then
rezul(i) = Format$((1 / kint(i)) * Exp(-kint(i) * z * u / (1 + kint(i))), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((1 / (kint(i) ^ 2)) * (2 + kint(i) - Exp(-kint(i) * z * u / (1 + kint(i)))) * Exp(-kint(i) * z * u / (1 +
kint(i))), "Scientific")
ElseIf trukme.Value Then
rezul(i) = Format$((1 / (x * (kint(i) ^ 2))) * Exp(-kint(i) * z * u / (1 + kint(i))), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((1 / ((x ^ 2) * (kint(i) ^ 4))) * (2 * (2 + kint(i)) * Exp(-kint(i) * z * u / (1 + kint(i))) - Exp(-2 * kint(i) *
z * u / (1 + kint(i)))), "Scientific")
End If
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintatetasumine.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintatetasumine.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Is = 2
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
R1 = RR1(kint(i), z)
R2 = RR2(kint(i), z)
C1 = cc(kint(i), z, R1)
C2 = cc(kint(i), z, R2)
klaida = C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)
If klaida = 0 Then
a = AAdaug(kint(i), z, R2)
Else
a = aa(kint(i), z, R1, R2, C1, C2, u)
End If
If skaicius.Value Then
rezul(i) = Format$(((1 + kint(i)) / kint(i)) * (C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)) * (1 + kint(i)) * (1 + (1 + kint(i)) * (1 - (C1 * Exp(-R1 * u) +
C2 * Exp(-R2 * u)))) / (kint(i) ^ 2), "Scientific")
ElseIf trukme.Value Then
pirm = (C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)) * ((1 + a) / (2 * x * kint(i)) + 3 / (4 * x * (kint(i) ^ 2)))
rezul(i) = Format$(pirm, "Scientific")
antr = (C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)) * ((2 + 4 * a) * (kint(i) ^ 2) + 6 * kint(i) * (1 + a) + 9 + 4 * kint(i)) / (4 * (x
^ 2) * (kint(i) ^ 4))
rezul1(i) = Format$(antr - pirm ^ 2, "Scientific")
End If
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintatetasumine.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
```

```
kintatetasumine.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Is = 3
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
R1 = Gama3R1(kint(i), z)
R2re = Gama3R2re(kint(i), z)
R2im = Gama3R2im(kint(i), z)
R3re = Gama3R3re(kint(i), z)
R3im = Gama3R3im(kint(i), z)
C1 = Gama3C1(kint(i))
C2re = Gama3C2re(kint(i))
C2im = Gama3C2im(kint(i))
C3re = Gama3C3re(kint(i))
C3im = Gama3C3im(kint(i))
fi = Gama3fi(u, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im)
If fi = 0 Then
b = Gama3Bdaug(kint(i), z, R1)
a = Gama3Adaug(kint(i), z, R1)
Else
a = Gama3A(kint(i), z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, u, fi)
b = Gama3B(kint(i), z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, u, fi)
End If
If skaicius.Value Then
rezul(i) = Format$(((1 + kint(i)) / kint(i)) * fi, "Scientific")
rezul1(i) = Format$(fi * (1 + kint(i)) * (2 + kint(i) - (1 + kint(i)) * fi) / (kint(i) ^ 2), "Scientific")
ElseIf trukme.Value Then
pirm = fi * (((1 + b + 2 * a) * kint(i) + 2) / (3 * x * (kint(i) ^ 2)))
rezul(i) = Format$(pirm, "Scientific")
antr = fi * ((48 + 20 * kint(i) + 24 * kint(i) * (1 + b + 2 * a) + 6 * (kint(i) ^ 2) * (1 + 2 * b + 5 * a)) / (27 * (x ^ 2) * (kint(i)
^ 4)))
rezul1(i) = Format$(antr - pirm ^ 2, "Scientific")
End If
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintatetasumine.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintatetasumine.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
```

```
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Else
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
Call svoriai(rez, u, z, kint(i), sumare)
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
suma = 0
ktsuma = 0
For j = 1 To nn
suma = suma + (nn - j + 1) * rez(j)
ktsuma = ktsuma + (nn - j + 2) * (nn - j + 1) * rez(j)
Next j
If skaicius.Value Then
rezul(i) = Format$((1 + kint(i)) * sumare / kint(i), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((1 + kint(i)) * sumare * (1 + (1 - sumare) * (1 + kint(i))) / (kint(i) ^ 2), "Scientific")
ElseIf trukme.Value Then
pirm = sumare * (suma * 2 * kint(i) + (nn + 1)) / (2 * nn * x * (kint(i) ^ 2))
rezul(i) = Format$(pirm, "Scientific")
antr = sumare * (12 * ktsuma * (kint(i) ^ 2) + 24 * (nn + 1) * kint(i) * suma + 12 * (nn + 1) ^ 2 + 4 * (nn + 1) * (nn + 2) *
kint(i)) / (12 * ((nn * x) ^ 2) * (kint(i) ^ 4))
rezul1(i) = Format$(antr - pirm ^ 2, "Scientific")
End If
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintatetasumine.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintatetasumine.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
End Select
Else
Label27.Visible = False
Label28.Visible = False
Label26.Visible = False
Label24.Visible = False
Label25.Visible = False
Label5.Visible = False
Label6.Visible = False
Label7.Visible = False
End If
End Sub
Private Sub help1_Click()
MsgBox praneskteta1, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help2_Click()
MsgBox praneskteta2, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help3_Click()
MsgBox praneskliambda, tipasok, Pavadinimas
End Sub
```

```
Private Sub help4_Click()
MsgBox pranesku, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub Text3_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text1_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text2_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text4_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
```

Formos "Kintau" kodas

```
Private Sub Command1_Click()
kintau.Hide
grafikai.Show
End Sub
Private Sub Command2_Click()
Dim x, y, mast, mast1, h As Single
ReDim kint(1 To 10) As Single
ReDim kint2(1 To 10) As Single
ReDim rezul(1 To 10) As Single
ReDim rezul1(1 To 10) As Single
Dim y1, y2, z, u, suma, ktsuma, sumare, klaida As Single
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
ReDim rez(1 To nn) As Single
y1 = Val(Text1.Text)
y2 = Val(Text2.Text)
x = Val(Text3.Text)
z = Val(pagrindinis.Text2.Text)  'beta
u = Val(Text4.Text)
h = (y2 - y1) / 8
kintau.Cls
Picture1.Cls
Picture2.Cls
tikrinu = pirmokontroleu(y1, y2, x, u)
If tikrinu = 1 Then
Select Case pagrindinis.Text1
Case Is = 1
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
rezul(i) = Format$(1 / (x * u), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((2 + x) / ((u ^ 2) * (x ^ 3)), "Scientific")
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintau.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintau.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
```

```
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Is = 2
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
R1 = RR1(x, z)
R2 = RR2(x, z)
C1 = cc(x, z, R1)
C2 = cc(x, z, R2)
klaida = C1 * Exp(-R1 * kint(i)) + C2 * Exp(-R2 * kint(i))
If klaida = 0 Then
a = AAdaug(x, z, R2)
Else
a = aa(x, z, R1, R2, C1, C2, kint(i))
End If
rezul(i) = Format$((1 + a) / (2 * x * u), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((3 * (1 + a) / (4 * (u ^ 2) * (x ^ 3))) + ((1 + 2 * a - (a ^ 2)) / (4 * (u ^ 2) * (x ^ 2))), "Scientific")
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintau.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintau.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Is = 3
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
R1 = Gama3R1(x, z)
R2re = Gama3R2re(x, z)
R2im = Gama3R2im(x, z)
R3re = Gama3R3re(x, z)
R3im = Gama3R3im(x, z)
C1 = Gama3C1(x)
C2re = Gama3C2re(x)
C2im = Gama3C2im(x)
C3re = Gama3C3re(x)
C3im = Gama3C3im(x)
fi = Gama3fi(kint(i), R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im)
If fi = 0 Then
b = Gama3Bdaug(x, z, R1)
a = Gama3Adaug(x, z, R1)
Else
a = Gama3A(x, z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, kint(i), fi)
b = Gama3B(x, z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, kint(i), fi)
End If
rezul1(i) = Format$((4 * (1 + b + 2 * a) + 2 * (1 + 2 * b + 5 * a) * x - x * (1 + b + 2 * a) ^ 2) / (9 * (u ^ 2) * (x ^ 3)),
"Scientific")
rezul(i) = Format$((1 + b + 2 * a) / (3 * x * u), "Scientific")
```

```
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintau.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintau.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Else
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
Call svoriai(rez, kint(i), z, x, sumare)
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
suma = 0
ktsuma = 0
For j = 1 To nn
suma = suma + (nn - j + 1) * rez(j)
ktsuma = ktsuma + (nn - j + 2) * (nn - j + 1) * rez(j)
Next j
rezul(i) = Format$(suma / (nn * x * u), "Scientific")
rezu11(i) = Format$((nn + 1) * suma / (((nn * u) ^ 2) * (x ^ 3)) + (ktsuma - suma ^ 2) / ((nn * x * u) ^ 2), "Scientific")
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintau.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintau.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
End Select
Else
Label27.Visible = False
Label28.Visible = False
Label26.Visible = False
Label25.Visible = False
Label5.Visible = False
Label6.Visible = False
End If
End Sub
```

```
Private Sub help1_Click()
MsgBox pranesku1, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help2_Click()
MsgBox pranesku2, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help3_Click()
MsgBox praneskteta, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help4_Click()
MsgBox praneskliambda, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub Text3_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text1_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text2_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text4_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
```

Formos "Kintausumine" kodas

```
Private Sub Command1_Click()
kintausumine.Hide
suminegrafikai.Show
End Sub
Private Sub Command2_Click()
Dim x, mast, mast1, h As Single
ReDim kint(1 To 10) As Single
ReDim kint2(1 To 10) As Single
ReDim rezul(1 To 10) As Single
ReDim rezul1(1 To 10) As Single
Dim y1, y2, z, u, suma, ktsuma, sumare, klaida As Single
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
ReDim rez(1 To nn) As Single
y1 = Val(Text1.Text)
y2 = Val(Text2.Text)
x = Val(Text3.Text)
z = Val(pagrindinis.Text2.Text)  'beta
u = Val(Text4.Text)
h = (y2 - y1) / 8
kintausumine.Cls
Picture1.Cls
Picture2.Cls
tikrinu = pirmokontroleu(y1, y2, x, u)
If tikrinu = 1 Then
Select Case pagrindinis.Text1
Case Is = 1
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
If skaicius.Value Then
rezul(i) = Format$((1 / x) * Exp(-x * z * kint(i) / (1 + x)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((1 / (x ^ 2)) * (2 + x - Exp(-x * z * kint(i) / (1 + x))) * Exp(-x * z * kint(i) / (1 + x)), "Scientific")
ElseIf trukme.Value Then
rezul(i) = Format$((1 / (u * (x ^ 2))) * Exp(-x * z * kint(i) / (1 + x)), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((1 / ((u ^ 2) * (x ^ 4))) * (2 * (2 + x) * Exp(-x * z * kint(i) / (1 + x)) - Exp(-2 * x * z * kint(i) / (1 +
x))), "Scientific")
End If
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
```

```
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintausumine.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintausumine.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Is = 2
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
R1 = RR1(x, z)
R2 = RR2(x, z)
C1 = cc(x, z, R1)
C2 = cc(x, z, R2)
klaida = C1 * Exp(-R1 * kint(i)) + C2 * Exp(-R2 * kint(i))
If klaida = 0 Then
a = AAdaug(x, z, R2)
Else
a = aa(x, z, R1, R2, C1, C2, kint(i))
End If
If skaicius.Value Then
rezul(i) = Format$(((1 + x) / x) * (C1 * Exp(-R1 * kint(i)) + C2 * Exp(-R2 * kint(i))), "Scientific")
rezul1(i) = Format$((C1 * Exp(-R1 * kint(i)) + C2 * Exp(-R2 * kint(i))) * (1 + x) * (1 + (1 + x) * (1 - (C1 * Exp(-R1 *
kint(i)) + C2 * Exp(-R2 * kint(i))))) / (x ^ 2), "Scientific")
ElseIf trukme.Value Then
pirm = (C1 * Exp(-R1 * kint(i)) + C2 * Exp(-R2 * kint(i))) * ((1 + a) / (2 * u * x) + 3 / (4 * u * (x ^ 2)))
rezul(i) = Format$(pirm, "Scientific")
antr = (C1 * Exp(-R1 * kint(i)) + C2 * Exp(-R2 * kint(i))) * ((2 + 4 * a) * (x ^ 2) + 6 * x * (1 + a) + 9 + 4 * x) / (4 * (u ^ 2)
* (x ^ 4))
rezul1(i) = Format$(antr - pirm ^ 2, "Scientific")
End If
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintausumine.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintausumine.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
```

```
Case Is = 3
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
R1 = Gama3R1(x, z)
R2re = Gama3R2re(x, z)
R2im = Gama3R2im(x, z)
R3re = Gama3R3re(x, z)
R3im = Gama3R3im(x, z)
C1 = Gama3C1(x)
C2re = Gama3C2re(x)
C2im = Gama3C2im(x)
C3re = Gama3C3re(x)
C3im = Gama3C3im(x)
fi = Gama3fi(kint(i), R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im)
If fi = 0 Then
b = Gama3Bdaug(x, z, R1)
a = Gama3Adaug(x, z, R1)
Else
a = Gama3A(x, z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, kint(i), fi)
b = Gama3B(x, z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, kint(i), fi)
End If
If skaicius.Value Then
rezul(i) = Format$(((1 + x) / x) * fi, "Scientific")
rezul1(i) = Format$(fi * (1 + x) * (2 + x - (1 + x) * fi) / (x ^ 2), "Scientific")
ElseIf trukme.Value Then
pirm = fi * (((1 + b + 2 * a) * x + 2) / (3 * u * (x ^ 2)))
rezul(i) = Format$(pirm, "Scientific")
antr = fi * ((48 + 20 * x + 24 * x * (1 + b + 2 * a) + 6 * (x ^ 2) * (1 + 2 * b + 5 * a)) / (27 * (u ^ 2) * (x ^ 4)))
rezul1(i) = Format$(antr - pirm ^ 2, "Scientific")
End If
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintausumine.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintausumine.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
Case Else
For i = 1 To 9
kint(i) = y1 + h * (i - 1)
Call svoriai(rez, kint(i), z, x, sumare)
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
suma = 0
ktsuma = 0
For j = 1 To nn
suma = suma + (nn - j + 1) * rez(j)
ktsuma = ktsuma + (nn - j + 2) * (nn - j + 1) * rez(j)
Next j
If skaicius.Value Then
rezul(i) = Format$((1 + x) * sumare / x, "Scientific")
```

```
rezul1(i) = Format$((1 + x) * sumare * (1 + (1 - sumare) * (1 + x)) / (x ^ 2), "Scientific")
ElseIf trukme.Value Then
pirm = sumare * (suma * 2 * x + (nn + 1)) / (2 * nn * u * (x ^ 2))
rezul(i) = Format$(pirm, "Scientific")
antr = sumare * (12 * ktsuma * (x ^ 2) + 24 * (nn + 1) * x * suma + 12 * (nn + 1) ^ 2 + 4 * (nn + 1) * (nn + 2) * x) / (12 *
((nn * u) ^ 2) * (x ^ 4))
rezul1(i) = Format$(antr - pirm ^ 2, "Scientific")
End If
If rezul(1) And rezul1(1) > 0 Then
kint2(i) = Format$(y1 + h * (i - 1), "Standard")
Picture1.Print kint2(i); " ";
Picture2.Print kint2(i); " ";
mast = 3000 / rezul(1)
mast1 = 3000 / rezul1(1)
kintausumine.Line (400 * (i - 1) + 1000, 7000)-(400 * i + 1000, 7000 - rezul(i) * mast), QBColor(i), BF
kintausumine.Line (400 * (i - 1) + 6500, 7000)-(400 * i + 6500, 7000 - rezul1(i) * mast1), QBColor(i), BF
Else
If i = 1 Then MsgBox "Trukmes vidurkis ir dispersija nebus atvaizduojami grafiskai, nes ju reiksmes lygios nuliui"
End If
Next i
Label5.Visible = True
Label6.Visible = True
Label26.Visible = True
Label27.Visible = True
Label28.Visible = True
Label25.Visible = True
Label5.Caption = rezul(1)
Label26.Caption = rezul1(1)
End Select
Else
Label27.Visible = False
Label28.Visible = False
Label26.Visible = False
Label24.Visible = False
Label25.Visible = False
Label5.Visible = False
Label6.Visible = False
Label7.Visible = False
End If
End Sub
Private Sub help1_Click()
MsgBox pranesku1, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help2_Click()
MsgBox pranesku2, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help3_Click()
MsgBox praneskteta, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help4_Click()
MsgBox praneskliambda, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub Text3_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text1_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text2_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub Text4_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
```

```
End Sub
```

Formos “Kitasgama” kodas

```
Private Sub Command1_Click()
kitasgama.Hide
Gama.Show
End Sub
Private Sub Command2_Click()
Dim x, y, nn As Single
x = Val(liambda.Text)
y = Val(teta.Text)
tikrinu = kitokontrole(x, y)
If tikrinu = 1 Then
Select Case pagrindinis.Text1
Case Is = 1
vidurkis.Visible = True
dispersija.Visible = True
Label21.Visible = True
Label20.Visible = True
Picture1.Visible = True
Picture2.Visible = False
vidurkis.Caption = Format$(1 / (x * y), "Standard")
dispersija.Caption = Format$((2 + y) / ((x ^ 2) * (y ^ 3)), "Standard")
Case Is = 2
vidurkis.Visible = True
dispersija.Visible = True
Label21.Visible = True
Label20.Visible = True
Picture1.Visible = True
Picture2.Visible = False
vidurkis.Caption = Format$(3 / (4 * x * y), "Standard")
dispersija.Caption = Format$((18 + 7 * y) / (16 * (x ^ 2) * (y ^ 3)), "Standard")
Case Is = 3
vidurkis.Visible = True
dispersija.Visible = True
Label21.Visible = True
Label20.Visible = True
Picture1.Visible = True
Picture2.Visible = False
vidurkis.Caption = Format$(2 / (3 * x * y), "Standard")
dispersija.Caption = Format$((24 + 8 * y) / (27 * (x ^ 2) * (y ^ 3)), "Standard")
Case Else
vidurkis.Visible = True
dispersija.Visible = True
Label21.Visible = True
Label20.Visible = True
Picture1.Visible = True
Picture2.Visible = False
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
vidurkis.Caption = Format$((nn + 1) / (2 * nn * x * y), "Standard")
dispersija.Caption = Format$((6 * (nn + 1) ^ 2 + y * (4 * (nn + 1) * (nn + 2) - 3 * (nn + 1) ^ 2)) / (12 * ((nn * x) ^ 2) * (y ^
3)), "Standard")
End Select
End If
End Sub
Private Sub Command3_Click()
kitasgama.Hide
kitografikai.Show
End Sub
Private Sub help1_Click()
MsgBox praneskliambda, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help2_Click()
```

```
MsgBox praneskteta, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub liambda_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub teta_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
```

Formos “Kitografikai” kodas

```
Private Sub Command1_Click()
kitografikai.Hide
kitasgama.Show
End Sub
Private Sub Command2_Click()
kintatetakito.Show
kitografikai.Hide
End Sub
Private Sub Command3_Click()
kitografikai.Hide
kintaliamkito.Show
End Sub
```

Formos “Pagrindinis” kodas

```
Private Sub Command2_Click()
MsgBox praneskalfa, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub Command3_Click()
MsgBox praneskbeta, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub Command5_Click()
Dim beta As Single
beta = Val(Text2.Text)
If beta <= 0 Then
MsgBox ispekbeta, tipas, Pavadinimas
Else
Load Gama
Gama.Show
pagrindinis.Hide
End If
End Sub
Private Sub Form_Load()
Load Pavad
Pavad.Show
pagrindinis.Hide
nauja = 1
Text1 = nauja
End Sub
Private Sub Command1_Click()
End
End Sub
Private Sub SpinButton1_SpinDown()
If Text1 > 1 Then
nauja = Text1 - 1
Text1 = nauja
Else: MsgBox "Tai minimaliausia leistina reiksme", 0 + 16, "Informacija"
End If
End Sub
Private Sub SpinButton1_SpinUp()
If Text1 < 100 Then
nauja = Text1 + 1
Text1 = nauja
Else: MsgBox "Tai maksimali leistina reiksme", 0 + 16, "Informacija"
```

```
End If
End Sub
Private Sub Text1_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Select Case KeyAscii
Case Else
KeyAscii = 0
End Select
End Sub
Private Sub Text2_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
```

Formos "Pavad" kodas

```
Private Sub Command1_Click()
pagrindinis.Show
Pavad.Hide
End Sub
```

Formos "Pirmasis" kodas

```
Private Sub Command1_Click()
pirmasis.Hide
Gama.Show
End Sub
Private Sub Command2_Click()
Dim x, y As Single
x = Val(liambda.Text)
y = Val(teta.Text)
tikrinu = pirmoexpkontrole(x, y)
If tikrinu = 1 Then
vidurkis.Visible = True
dispersija.Visible = True
Label7.Visible = True
Label8.Visible = True
Picture1.Visible = True
Picture2.Visible = False
vidurkis.Caption = Format$(1 / (x * y), "Standard")
dispersija.Caption = Format$((2 + y) / ((x ^ 2) * (y ^ 3)), "Standard")
Else
vidurkis.Visible = False
dispersija.Visible = False
Label7.Visible = False
Label8.Visible = False
Picture1.Visible = False
Picture2.Visible = True
End If
End Sub
Private Sub Command3_Click()
Load grafikai
grafikai.Show
pirmasis.Hide
End Sub
Private Sub help1_Click()
MsgBox praneskliambda, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help2_Click()
MsgBox praneskteta, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub liambda_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub teta_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
```

Formos "Pirmasisgama" kodas

```
Private Sub Command1_Click()
pirmasisgama.Hide
Gama.Show
End Sub
Private Sub Command2_Click()
Dim x, y, z, u, suma, ktsuma, sumare, real As Single
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
ReDim rez(1 To nn) As Single
x = Val(liambda.Text)
y = Val(teta.Text)
z = Val(pagrindinis.Text2.Text)
u = Val(rezerv.Text)
tikrinu = pirmokontrole(x, y)
If tikrinu = 1 Then
Select Case pagrindinis.Text1
Case Is = 2
R1 = RR1(y, z)
R2 = RR2(y, z)
C1 = cc(y, z, R1)
C2 = cc(y, z, R2)
On Error GoTo dideli
a = aa(y, z, R1, R2, C1, C2, u)
If Err = 0 Then GoTo toliau
dideli:
a = AAdaug(y, z, R2)
toliau:
vidurkis.Visible = True
dispersija.Visible = True
Label14.Visible = True
Label15.Visible = True
Picture1.Visible = True
Picture2.Visible = False
vidurkis.Caption = Format$((1 + a) / (2 * x * y), "Standard")
dispersija.Caption = Format$((3 * (1 + a) / (4 * (x ^ 2) * (y ^ 3))) + ((1 + 2 * a - (a ^ 2)) / (4 * (x ^ 2) * (y ^ 2))),
"Standard")
Case Is = 3
R1 = Gama3R1(y, z)
R2re = Gama3R2re(y, z)
R2im = Gama3R2im(y, z)
R3re = Gama3R3re(y, z)
R3im = Gama3R3im(y, z)
C1 = Gama3C1(y)
C2re = Gama3C2re(y)
C2im = Gama3C2im(y)
C3re = Gama3C3re(y)
C3im = Gama3C3im(y)
fi = Gama3fi(u, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im)
On Error GoTo didi
a = Gama3A(y, z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, u, fi)
b = Gama3B(y, z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, u, fi)
If Err = 0 Then GoTo toli
didi:
b = Gama3Bdaug(y, z, R1)
a = Gama3Adaug(y, z, R1)
toli:
vidurkis.Visible = True
dispersija.Visible = True
Label14.Visible = True
Label15.Visible = True
Picture1.Visible = True
Picture2.Visible = False
```

```
dispersija.Caption = Format$((4 * (1 + b + 2 * a) + 2 * (1 + 2 * b + 5 * a) * y - y * (1 + b + 2 * a) ^ 2) / (9 * (x ^ 2) * (y ^
3)), "Standard")
vidurkis.Caption = Format$((1 + b + 2 * a) / (3 * x * y), "Standard")
Case Else
Call svoriai(rez, u, z, y, sumare)
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
suma = 0
ktsuma = 0
For j = 1 To nn
suma = suma + (nn - j + 1) * rez(j)
ktsuma = ktsuma + (nn - j + 2) * (nn - j + 1) * rez(j)
Next j
vidurkis.Visible = True
dispersija.Visible = True
Label14.Visible = True
Label15.Visible = True
Picture1.Visible = True
Picture2.Visible = False
vidurkis.Caption = Format$(suma / (nn * x * y), "Standard")
dispersija.Caption = Format$((nn + 1) * suma / (((nn * x) ^ 2) * (y ^ 3)) + (ktsuma - suma ^ 2) / ((nn * x * y) ^ 2),
"Standard")
End Select
Else
vidurkis.Visible = False
dispersija.Visible = False
Label14.Visible = False
Label15.Visible = False
Picture1.Visible = False
Picture2.Visible = True
End If
End Sub
Private Sub Command3_Click()
pirmasisgama.Hide
grafikai.Show
End Sub
Private Sub help1_Click()
MsgBox praneskliambda, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help2_Click()
MsgBox praneskteta, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help4_Click()
MsgBox pranesku, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub liambda_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub teta_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub rezerv_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
```

Formos “Suminegama” kodas

```
Private Sub Command1_Click()
suminegama.Hide
Gama.Show
End Sub
Private Sub Command2_Click()
Dim x, y, z, u, suma, ktsuma, sumare As Single
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
ReDim rez(1 To nn) As Single
```

```
x = Val(liambda.Text)
y = Val(teta.Text)
z = Val(pagrindinis.Text2.Text)
u = Val(rezerv.Text)
tikrinu = suminekontrole(x, y)
If tikrinu = 1 Then
Select Case pagrindinis.Text1
Case Is = 1
vidurkis.Visible = True
dispersija.Visible = True
vidurkissum.Visible = True
dispersijasum.Visible = True
Label14.Visible = True
Label15.Visible = True
Label13.Visible = True
Label1.Visible = True
Picture1.Visible = True
Picture2.Visible = False
vidurkis.Caption = Format$((1 / y) * Exp(-y * z * u / (1 + y)), "Standard")
dispersija.Caption = Format$((1 / (y ^ 2)) * (2 + y - Exp(-y * z * u / (1 + y))) * Exp(-y * z * u / (1 + y)), "Standard")
vidurkissum.Caption = Format$((1 / (x * (y ^ 2))) * Exp(-y * z * u / (1 + y)), "Standard")
dispersijasum.Caption = Format$((1 / ((x ^ 2) * (y ^ 4))) * (2 * (2 + y) * Exp(-y * z * u / (1 + y)) - Exp(-2 * y * z * u / (1 +
y))), "Standard")
Case Is = 2
R1 = RR1(y, z)
R2 = RR2(y, z)
C1 = cc(y, z, R1)
C2 = cc(y, z, R2)
On Error GoTo dideli
a = aa(y, z, R1, R2, C1, C2, u)
If Err = 0 Then GoTo toliau
dideli:
a = AAdaug(y, z, R2)
toliau:
vidurkis.Visible = True
dispersija.Visible = True
vidurkissum.Visible = True
dispersijasum.Visible = True
Label14.Visible = True
Label15.Visible = True
Label13.Visible = True
Label1.Visible = True
Picture1.Visible = True
Picture2.Visible = False
vidurkis.Caption = Format$(((1 + y) / y) * (C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)), "Standard")
dispersija.Caption = Format$((C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)) * (1 + y) * (1 + (1 + y) * (1 - (C1 * Exp(-R1 * u) +
C2 * Exp(-R2 * u)))) / (y ^ 2), "Standard")
pirm = (C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)) * ((1 + a) / (2 * x * y) + 3 / (4 * x * (y ^ 2)))
vidurkissum.Caption = Format$(pirm, "Standard")
antr = (C1 * Exp(-R1 * u) + C2 * Exp(-R2 * u)) * ((2 + 4 * a) * (y ^ 2) + 6 * y * (1 + a) + 9 + 4 * y) / (4 * (x ^ 2) * (y ^ 4))
dispersijasum.Caption = Format$(antr - pirm ^ 2, "Standard")
Case Is = 3
R1 = Gama3R1(y, z)
R2re = Gama3R2re(y, z)
R2im = Gama3R2im(y, z)
R3re = Gama3R3re(y, z)
R3im = Gama3R3im(y, z)
C1 = Gama3C1(y)
C2re = Gama3C2re(y)
C2im = Gama3C2im(y)
C3re = Gama3C3re(y)
C3im = Gama3C3im(y)
fi = Gama3fi(u, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im)
```

```
On Error GoTo didi
a = Gama3A(y, z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, u, fi)
b = Gama3B(y, z, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, u, fi)
If Err = 0 Then GoTo toli
didi:
b = Gama3Bdaug(y, z, R1)
a = Gama3Adaug(y, z, R1)
toli:
vidurkis.Visible = True
dispersija.Visible = True
vidurkissum.Visible = True
dispersijasum.Visible = True
Label14.Visible = True
Label15.Visible = True
Label13.Visible = True
Label1.Visible = True
Picture1.Visible = True
Picture2.Visible = False
vidurkis.Caption = Format$(((1 + y) / y) * fi, "Standard")
dispersija.Caption = Format$(fi * (1 + y) * (2 + y - (1 + y) * fi) / (y ^ 2), "Standard")
pirm = fi * (((1 + b + 2 * a) * y + 2) / (3 * x * (y ^ 2)))
vidurkissum.Caption = Format$(pirm, "Standard")
antr = fi * ((48 + 20 * y + 24 * y * (1 + b + 2 * a) + 6 * (y ^ 2) * (1 + 2 * b + 5 * a)) / (27 * (x ^ 2) * (y ^ 4)))
dispersijasum.Caption = Format$(antr - pirm ^ 2, "Standard")
Case Else
Call svoriai(rez, u, z, y, sumare)
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
suma = 0
ktsuma = 0
For j = 1 To nn
suma = suma + (nn - j + 1) * rez(j)
ktsuma = ktsuma + (nn - j + 2) * (nn - j + 1) * rez(j)
Next j
vidurkis.Visible = True
dispersija.Visible = True
vidurkissum.Visible = True
dispersijasum.Visible = True
Label14.Visible = True
Label15.Visible = True
Label13.Visible = True
Label1.Visible = True
Picture1.Visible = True
Picture2.Visible = False
vidurkis.Caption = Format$((1 + y) * sumare / y, "Standard")
dispersija.Caption = Format$((1 + y) * sumare * (1 + (1 - sumare) * (1 + y)) / (y ^ 2), "Standard")
pirm = sumare * (suma * 2 * y + (nn + 1)) / (2 * nn * x * (y ^ 2))
vidurkissum.Caption = Format$(pirm, "Standard")
antr = sumare * (12 * ktsuma * (y ^ 2) + 24 * (nn + 1) * y * suma + 12 * (nn + 1) ^ 2 + 4 * (nn + 1) * (nn + 2) * y) / (12 *
((nn * x) ^ 2) * (y ^ 4))
dispersijasum.Caption = Format$(antr - pirm ^ 2, "Standard")
End Select
End If
End Sub
Private Sub Command3_Click()
suminegama.Hide
suminegrafikai.Show
End Sub
Private Sub help1_Click()
MsgBox praneskliambda, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub help2_Click()
MsgBox praneskteta, tipasok, Pavadinimas
End Sub
```

```
Private Sub help4_Click()
MsgBox pranesku, tipasok, Pavadinimas
End Sub
Private Sub liambda_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub teta_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
Private Sub rezerv_KeyPress(KeyAscii As Integer)
Call kontrole(KeyAscii)
End Sub
```

Formos “Suminegrafikai” kodas

```
Private Sub Command1_Click()
suminegama.Show
suminegrafikai.Hide
End Sub
Private Sub Command2_Click()
kintatetasumine.Show
suminegrafikai.Hide
End Sub
Private Sub Command3_Click()
kintaliamsumine.Show
suminegrafikai.Hide
End Sub
Private Sub Command4_Click()
kintausumine.Show
suminegrafikai.Hide
End Sub
```

Modulio “Module1” kodas

```
Public Sub kontrole(KeyAscii)
pranesu = "Iveskite teigiama skaitine reiksme!"
Select Case KeyAscii
Case 0, 8, 46, 48 To 57  'leistini simboliai
Case Else
KeyAscii = 0
MsgBox pranesu, tipas, Pavadinimas
End Select
End Sub
Public Function kitokontrole(aa, bb)
If aa <= 0 Then
MsgBox ispekliambda, tipas, Pavadinimas
kitasgama.vidurkis.Visible = False
kitasgama.dispersija.Visible = False
ElseIf bb > 1 Or bb <= 0 Then
MsgBox ispekteta, tipas, Pavadinimas
kitasgama.vidurkis.Visible = False
kitasgama.dispersija.Visible = False
Else
kitasgama.vidurkis.Visible = True
kitasgama.dispersija.Visible = True
kitokontrole = 1
End If
End Function
Public Function pirmoexpkontrole(aa, bb)
If aa <= 0 Then
MsgBox ispekliambda, tipas, Pavadinimas
pirmasis.vidurkis.Visible = False
pirmasis.dispersija.Visible = False
ElseIf bb > 1 Or bb <= 0 Then
MsgBox ispekteta, tipas, Pavadinimas
```

```
pirmasis.vidurkis.Visible = False
pirmasis.dispersija.Visible = False
Else
pirmasis.vidurkis.Visible = True
pirmasis.dispersija.Visible = True
pirmoexpkontrole = 1
End If
End Function
Public Function pirmokontrole(aa, bb)
If aa <= 0 Then
MsgBox ispekliambda, tipas, Pavadinimas
pirmasisgama.vidurkis.Visible = False
pirmasisgama.dispersija.Visible = False
ElseIf bb > 1 Or bb <= 0 Then
MsgBox ispekteta, tipas, Pavadinimas
pirmasisgama.vidurkis.Visible = False
pirmasisgama.dispersija.Visible = False
Else
pirmasisgama.vidurkis.Visible = True
pirmasisgama.dispersija.Visible = True
pirmokontrole = 1
End If
End Function
Public Function pirmokontrolegrafikui(aa, bb, cc)
If aa <= 0 Then
MsgBox ispekliambda, tipas, Pavadinimas
ElseIf bb > 1 Or bb <= 0 Or cc > 1 Or cc <= 0 Then
MsgBox ispekteta, tipas, Pavadinimas
ElseIf bb >= cc Then
MsgBox tetalyg, tipas, Pavadinimas
Else
pirmokontrolegrafikui = 1
End If
End Function
Public Function pirmokontroleliam(aa, bb, cc)
If aa <= 0 Or bb <= 0 Then
MsgBox ispekliambda, tipas, Pavadinimas
ElseIf cc > 1 Or cc <= 0 Then
MsgBox ispekteta, tipas, Pavadinimas
ElseIf aa >= bb Then
MsgBox tetalyg, tipas, Pavadinimas
Else
pirmokontroleliam = 1
End If
End Function
Public Function pirmokontroleu(aa, bb, cc, dd)
If dd <= 0 Then
MsgBox ispekliambda, tipas, Pavadinimas
ElseIf cc > 1 Or cc <= 0 Then
MsgBox ispekteta, tipas, Pavadinimas
ElseIf aa >= bb Then
MsgBox tetalyg, tipas, Pavadinimas
Else
pirmokontroleu = 1
End If
End Function
Public Function suminekontrole(aa, bb)
If aa <= 0 Then
MsgBox ispekliambda, tipas, Pavadinimas
suminegama.vidurkis.Visible = False
suminegama.dispersija.Visible = False
suminegama.vidurkissum.Visible = False
suminegama.dispersijasum.Visible = False
```

```
ElseIf bb > 1 Or bb <= 0 Then
MsgBox ispekteta, tipas, Pavadinimas
suminegama.vidurkis.Visible = False
suminegama.dispersija.Visible = False
suminegama.vidurkissum.Visible = False
suminegama.dispersijasum.Visible = False
Else
suminegama.vidurkis.Visible = True
suminegama.dispersija.Visible = True
suminegama.vidurkissum.Visible = True
suminegama.dispersijasum.Visible = True
suminekontrole = 1
End If
End Function
Public Function suminekontrolegraf(aa, bb, cc)
If aa <= 0 Then
MsgBox ispekliambda, tipas, Pavadinimas
ElseIf bb > 1 Or bb <= 0 Or cc > 1 Or cc <= 0 Then
MsgBox ispekteta, tipas, Pavadinimas
Else
suminekontrolegraf = 1
End If
End Function
Public Function RR1(xteta, xbeta)
RR1 = xbeta * (3 + 4 * xteta + Sqr(9 + 8 * xteta)) / (4 * (1 + xteta))
End Function
Public Function RR2(xteta, xbeta)
RR2 = xbeta * (3 + 4 * xteta - Sqr(9 + 8 * xteta)) / (4 * (1 + xteta))
End Function
Public Function cc(xteta, xbeta, r)
cc = xteta * ((xbeta - r) ^ 3) / ((xbeta ^ 3) - (1 + xteta) * ((xbeta - r) ^ 3))
End Function
Public Function aa(xteta, xbeta, xr1, xr2, xc1, xc2, xu)
aa = (xc1 * (-1 + xbeta / (xbeta - xr1)) * Exp(-xr1 * xu) + xc2 * (-1 + xbeta / (xbeta - xr2)) * Exp(-xr2 * xu)) / (2 * xteta *
(xc1 * Exp(-xr1 * xu) + xc2 * Exp(-xr2 * xu)))
End Function
Public Function AAdaug(xteta, xbeta, xr2)
AAdaug = xr2 / (2 * xteta * (xbeta - xr2))
End Function
Public Function Gama3R1(xteta, xbeta)
k = (1 / 3) * (44 + 40.5 * xteta + 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2)) ^ (1 / 3)
v = (-1) * (1 / 3) * ((-1) * (44 + 40.5 * xteta - 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2))) ^ (1 / 3)
Gama3R1 = xbeta * (3 * (k + v) - 4) / (3 * (k + v) - 1)
End Function
Public Function Gama3R3re(xteta, xbeta)
k = (1 / 3) * (44 + 40.5 * xteta + 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2)) ^ (1 / 3)
v = (-1) * (1 / 3) * ((-1) * (44 + 40.5 * xteta - 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2))) ^ (1 / 3)
m1 = (8 + 3 * (k + v)) * xbeta
m2 = (3 * (3 ^ (1 / 2)) * (k - v)) * xbeta
m3 = 2 + 3 * (k + v)
m4 = 3 * (3 ^ (1 / 2)) * (k - v)
Gama3R3re = (m1 * m3 + m2 * m4) / (m3 ^ 2 + m4 ^ 2)
End Function
Public Function Gama3R3im(xteta, xbeta)
k = (1 / 3) * (44 + 40.5 * xteta + 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2)) ^ (1 / 3)
v = (-1) * (1 / 3) * ((-1) * (44 + 40.5 * xteta - 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2))) ^ (1 / 3)
m1 = (8 + 3 * (k + v)) * xbeta
m2 = (3 * (3 ^ (1 / 2)) * (k - v)) * xbeta
m3 = 2 + 3 * (k + v)
m4 = 3 * (3 ^ (1 / 2)) * (k - v)
Gama3R3im = (m2 * m3 - m4 * m1) / (m3 ^ 2 + m4 ^ 2)
End Function
Public Function Gama3R2re(xteta, xbeta)
```

```
k = (1 / 3) * (44 + 40.5 * xteta + 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2)) ^ (1 / 3)
v = (-1) * (1 / 3) * ((-1) * (44 + 40.5 * xteta - 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2))) ^ (1 / 3)
m1 = (8 + 3 * (k + v)) * xbeta
m2 = (-3 * (3 ^ (1 / 2)) * (k - v)) * xbeta
m3 = 2 + 3 * (k + v)
m4 = -3 * (3 ^ (1 / 2)) * (k - v)
Gama3R2re = (m1 * m3 + m2 * m4) / (m3 ^ 2 + m4 ^ 2)
End Function
Public Function Gama3R2im(xteta, xbeta)
k = (1 / 3) * (44 + 40.5 * xteta + 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2)) ^ (1 / 3)
v = (-1) * (1 / 3) * ((-1) * (44 + 40.5 * xteta - 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2))) ^ (1 / 3)
m1 = (8 + 3 * (k + v)) * xbeta
m2 = (-3 * (3 ^ (1 / 2)) * (k - v)) * xbeta
m3 = 2 + 3 * (k + v)
m4 = -3 * (3 ^ (1 / 2)) * (k - v)
Gama3R2im = (m2 * m3 - m4 * m1) / (m3 ^ 2 + m4 ^ 2)
End Function
Public Function Gama3C1(xteta)
k = (1 / 3) * (44 + 40.5 * xteta + 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2)) ^ (1 / 3)
v = (-1) * (1 / 3) * ((-1) * (44 + 40.5 * xteta - 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2))) ^ (1 / 3)
Gama3C1 = xteta / (((3 * (k + v) - 1) ^ 4) / 81 - 1 - xteta)
End Function
Public Function Gama3C2re(xteta)
k = (1 / 3) * (44 + 40.5 * xteta + 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2)) ^ (1 / 3)
v = (-1) * (1 / 3) * ((-1) * (44 + 40.5 * xteta - 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2))) ^ (1 / 3)
m1 = 2 + 3 * (k + v)
m2 = -3 * (3 ^ (1 / 2)) * (k - v)
ro = (m1 ^ 2 + m2 ^ 2) ^ (1 / 2)
fi = Math.Atn(m2 / m1)
m3 = (ro ^ 4) * Cos(4 * fi) / 1296 - 1 - xteta
m4 = (ro ^ 4) * Sin(4 * fi) / 1296
Gama3C2re = xteta * m3 / (m3 ^ 2 + m4 ^ 2)
End Function
Public Function Gama3C2im(xteta)
k = (1 / 3) * (44 + 40.5 * xteta + 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2)) ^ (1 / 3)
v = (-1) * (1 / 3) * ((-1) * (44 + 40.5 * xteta - 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2))) ^ (1 / 3)
m1 = 2 + 3 * (k + v)
m2 = -3 * (3 ^ (1 / 2)) * (k - v)
ro = (m1 ^ 2 + m2 ^ 2) ^ (1 / 2)
fi = Math.Atn(m2 / m1)
m3 = (ro ^ 4) * Cos(4 * fi) / 1296 - 1 - xteta
m4 = (ro ^ 4) * Sin(4 * fi) / 1296
Gama3C2im = -xteta * m4 / (m3 ^ 2 + m4 ^ 2)
End Function
Public Function Gama3C3re(xteta)
k = (1 / 3) * (44 + 40.5 * xteta + 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2)) ^ (1 / 3)
v = (-1) * (1 / 3) * ((-1) * (44 + 40.5 * xteta - 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2))) ^ (1 / 3)
m1 = 2 + 3 * (k + v)
m2 = 3 * (3 ^ (1 / 2)) * (k - v)
ro = (m1 ^ 2 + m2 ^ 2) ^ (1 / 2)
fi = Math.Atn(m2 / m1)
m3 = (ro ^ 4) * Cos(4 * fi) / 1296 - 1 - xteta
m4 = (ro ^ 4) * Sin(4 * fi) / 1296
Gama3C3re = xteta * m3 / (m3 ^ 2 + m4 ^ 2)
End Function
Public Function Gama3C3im(xteta)
k = (1 / 3) * (44 + 40.5 * xteta + 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2)) ^ (1 / 3)
v = (-1) * (1 / 3) * ((-1) * (44 + 40.5 * xteta - 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2))) ^ (1 / 3)
m1 = 2 + 3 * (k + v)
m2 = 3 * (3 ^ (1 / 2)) * (k - v)
ro = (m1 ^ 2 + m2 ^ 2) ^ (1 / 2)
fi = Math.Atn(m2 / m1)
m3 = (ro ^ 4) * Cos(4 * fi) / 1296 - 1 - xteta
```

```
m4 = (ro ^ 4) * Sin(4 * fi) / 1296
Gama3C3im = -xteta * m4 / (m3 ^ 2 + m4 ^ 2)
End Function
Public Function Gama3fi(u, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im)
Gama3fi = C1 * Exp(-R1 * u) + C2re * Exp(-R2re * u) * Cos(-R2im * u) - C2im * Exp(-R2re * u) * Sin(-R2im * u) + C3re
* Exp(-R3re * u) * Cos(-R3im * u) - C3im * Exp(-R3re * u) * Sin(-R3im * u)
End Function
Public Function Gama3A(xteta, xbeta, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, u, fiu)
k = (1 / 3) * (44 + 40.5 * xteta + 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2)) ^ (1 / 3)
v = (-1) * (1 / 3) * ((-1) * (44 + 40.5 * xteta - 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2))) ^ (1 / 3)
re = (-(k + v)) / 2 - 4 / 3
im2 = (3 ^ (1 / 2)) * (k - v) / 2
im3 = -im2
pirm = C1 * (-1 + xbeta / (xbeta - R1)) * Exp(-R1 * u)
antr = Exp(-R2re * u) * (C2re * Cos(-R2im * u) * re - C2im * Sin(-R2im * u) * re - C2re * Sin(-R2im * u) * im2 - C2im *
Cos(-R2im * u) * im2)
trec = Exp(-R3re * u) * (C3re * Cos(-R3im * u) * re - C3im * Sin(-R3im * u) * re - C3re * Sin(-R3im * u) * im3 - C3im *
Cos(-R3im * u) * im3)
Gama3A = (pirm + antr + trec) / (3 * xteta * fiu)
End Function
Public Function Gama3B(xteta, xbeta, R1, C1, R2re, R2im, C2re, C2im, R3re, R3im, C3re, C3im, u, fiu)
k = (1 / 3) * (44 + 40.5 * xteta + 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2)) ^ (1 / 3)
v = (-1) * (1 / 3) * ((-1) * (44 + 40.5 * xteta - 0.5 * (32 + (88 + 81 * xteta) ^ 2) ^ (1 / 2))) ^ (1 / 3)
m1 = 2 + 3 * (k + v)
m2 = -3 * (3 ^ (1 / 2)) * (k - v)
ro = (m1 ^ 2 + m2 ^ 2) ^ (1 / 2)
fi = Math.Atn(m2 / m1)
re2 = (ro ^ 2) * Cos(2 * fi) / 36 - 1
im2 = (ro ^ 2) * Sin(2 * fi) / 36
m3 = -m1
fii = Math.Atn(m2 / m3)
re3 = (ro ^ 2) * Cos(2 * fii) / 36 - 1
im3 = (ro ^ 2) * Sin(2 * fii) / 36
pirm = C1 * (-1 + (xbeta / (xbeta - R1)) ^ 2) * Exp(-R1 * u)
antr = Exp(-R2re * u) * (C2re * Cos(-R2im * u) * re2 - C2im * Sin(-R2im * u) * re2 - C2re * Sin(-R2im * u) * im2 - C2im
* Cos(-R2im * u) * im2)
trec = Exp(-R3re * u) * (C3re * Cos(-R3im * u) * re3 - C3im * Sin(-R3im * u) * re3 - C3re * Sin(-R3im * u) * im3 - C3im
* Cos(-R3im * u) * im3)
Gama3B = (pirm + antr + trec) / (3 * xteta * fiu)
End Function
Public Function Gama3Adaug(xteta, xbeta, R1)
Gama3Adaug = R1 / (3 * xteta * (xbeta - R1))
End Function
Public Function Gama3Bdaug(xteta, xbeta, R1)
Gama3Bdaug = (-1 + (xbeta / (xbeta - R1)) ^ 2) / (3 * xteta)
End Function
```

Modulio “Module2” kodas

```
Global Const Pavadinimas = "Informacija", tipas = 0 + 16
Global Const praneskliambda = "Tai teigiamas dydis - Puasono proceso parametras"
Global Const tipasok = 0
Global Const praneskteta = "Tai saugumo garantas. Jo reiksmes is intervalo (0,1]"
Global Const praneskbeta = "Tai teigiamas Gama pasiskirstymo parametras"
Global Const pranesku = "Tai pradiniai rezervai. Svarbiausias reikalavimas - neneigiami"
Global Const ispekliambda = "Patikrink liambda reiksme"
Global Const ispekteta = "Patikrink teta reiksme"
Global Const tetalyg = "Pirmoji reiksme turi buti mazesne uz antraja"
Global Const ispekbeta = "Patikrink beta reiksme"
Global Const ispekneru = "Neivesti pradiniai rezervai"
Global Const tipasu = 4 + 16 + 0
Global Const praneskalfa = "Tai teigiamas parametras, nuo kurio priklauso pasiskirstymo kreives forma"
Global Const praneskteta1 = "Tai saugumo garanto mazesnioji intervalo reiksme. Jo reiksmes is intervalo (0,1]"
Global Const praneskteta2 = "Tai saugumo garanto didesnioji intervalo reiksme. Jo reiksmes is intervalo (0,1]"
```

```
Global Const praneskliam1 = "Tai Puasono proceso parametro mazesnioji intervalo reiksme. Tai teigiamas dydis"
Global Const praneskliam2 = "Tai Puasono proceso parametro didesnioji intervalo reiksme. Tai teigiamas dydis"
Global Const pranesku1 = "Tai pradiniu rezervu mazesnioji intervalo reiksme. Jie turi buti neneigiami"
Global Const pranesku2 = "Tai pradiniu rezervu didesnioji intervalo reiksme. Jie turi buti neneigiami"
```

Modulio “Module3” kodas

```
Public Sub QR(n, wr, wi, h, iter)
Dim it, i, l, j, m As Integer
Dim eps, macheps, p, q, r, s, x, y, z, t1, t2 As Single
macheps = 1
Do While 1 + macheps > 1
macheps = macheps / 2
Loop
macheps = macheps * 2
For i = 1 To n
wr(i) = 0
wi(i) = 0
Next i
Do While n > 0
it = 0
If n > 2 Then
eps = macheps * (Abs(h(n - 1, n - 1)) + Abs(h(n, n)))
Do While (it < 30) And (Abs(h(n, n - 1)) > eps) And (Abs(h(n - 1, n - 2)) > eps)
it = it + 1
For i = 1 To n - 2
h(i + 2, i) = 0
Next i
For i = 1 To n - 3
h(i + 3, i) = 0
Next i
For l = 1 To n - 1
If l = 1 Then
If (it = 10) Or (it = 20) Then
t1 = Abs(h(n, n - 1)) + Abs(h(n - 1, n - 2))
p = (h(1, 1) * h(1, 1) - 1.5 * t1 * h(1, 1) + t1 * t1) / h(2, 1) + h(1, 2)
q = h(1, 1) + h(2, 2) - 1.5 * t1
r = h(3, 2)
Else
t1 = h(n, n) - h(1, 1)
t2 = h(n - 1, n - 1) - h(1, 1)
p = (t1 * t2 - h(n, n - 1) * h(n - 1, n)) / h(2, 1) + h(1, 2)
q = h(2, 2) - h(1, 1) - t1 - t2
r = h(3, 2)
End If
Else
p = h(l, l - 1)
q = h(l + 1, l - 1)
If l = n - 1 Then r = 0 Else r = h(l + 2, l - 1)
End If
x = Abs(p) + Abs(q) + Abs(r)
If x <> 0 Then
p = p / x
q = q / x
r = r / x
s = Math.Sqr(p * p + q * q + r * r)
If p < 0 Then s = -s
If l <> 1 Then h(l, l - 1) = -s * x
p = p + s
x = p / s
y = q / s
z = r / s
q = q / p
r = r / p
```

```
For j = l To n
p = h(l, j) + q * h(l + 1, j)
If l <> n - 1 Then
p = p + r * h(l + 2, j)
h(l + 2, j) = h(l + 2, j) - p * z
End If
h(l + 1, j) = h(l + 1, j) - p * y
h(l, j) = h(l, j) - p * x
Next j
If l + 3 < n Then m = l + 3 Else m = n
For i = 1 To m
p = x * h(i, l) + y * h(i, l + 1)
If l <> n - 1 Then
p = p + z * h(i, l + 2)
h(i, l + 2) = h(i, l + 2) - p * r
End If
h(i, l + 1) = h(i, l + 1) - p * q
h(i, l) = h(i, l) - p
Next i
End If
Next l
eps = macheps * (Abs(h(n - 1, n - 1)) + Abs(h(n, n)))
Loop
If it > 30 Then End
Else
eps = macheps * (Abs(h(n - 1, n - 1)) + Abs(h(n, n)))
End If
If (Abs(h(n, n - 1)) < eps) Or (n = 1) Then
wr(n) = h(n, n)
wi(n) = 0
iter(n) = it
n = n - 1
Else
If (Abs(h(n - 1, n - 2)) < eps) Or (n = 2) Then
p = (h(n - 1, n - 1) + h(n, n)) / 2
q = h(n, n) * h(n - 1, n - 1) - h(n - 1, n) * h(n, n - 1)
y = p * p - q
t1 = Math.Sqr(Abs(y))
iter(n) = -it
iter(n - 1) = it
If y < 0 Then
wr(n) = p
wr(n - 1) = p
wi(n) = t1
wi(n - 1) = -t1
Else
wr(n) = p + t1
wr(n - 1) = p - t1
End If
n = n - 2
Else
End
End If
End If
Loop
End Sub
```

Modulio “Module4” kodas

```
Public Sub svoriai(rez, u, beta, teta, sumare)
Dim n, i, j, m As Integer
Dim sumaim, sumaskre, sumaskim, real, antr, pirm As Single
Dim nn As Integer
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
```

```
ReDim wr(1 To nn) As Single
ReDim wi(1 To nn) As Single
ReDim rr(1 To nn) As Single
ReDim ri(1 To nn) As Single
ReDim cre(1 To nn) As Single
ReDim cim(1 To nn) As Single
ReDim fire(1 To nn) As Double
ReDim fiim(1 To nn) As Single
ReDim nr(1 To nn) As Single
ReDim ni(1 To nn) As Single
ReDim nnr(1 To nn) As Single
ReDim nni(1 To nn) As Single
ReDim nnr1(1 To nn) As Single
ReDim ro(1 To nn) As Single
ReDim ar(1 To nn) As Single
ReDim daugybare(1 To nn) As Single
ReDim daugybaim(1 To nn) As Single
ReDim Rre(1 To nn) As Single
ReDim Rim(1 To nn) As Single
ReDim iter(1 To nn) As Integer
ReDim h(0 To nn, 0 To nn) As Single
For i = 1 To nn
For j = 1 To nn
h(i, j) = 0
Next j
Next i
For j = 1 To nn - 1
h(1, j) = -1
Next j
h(1, nn) = nn * (1 + teta)
For i = 2 To nn
h(i, i - 1) = 1
Next i
Call QR(nn, wr, wi, h, iter)
nn = Val(pagrindinis.Text1.Text)
For m = 1 To nn
sumaim = 0
sumare = 0
sumaskim = 0
sumaskre = 0
For i = 1 To nn
Rre(i) = ((wr(i) - 1) * beta * wr(i) + wi(i) * beta * wi(i)) / ((wr(i)) ^ 2 + (wi(i)) ^ 2)
Rim(i) = (wr(i) * wi(i) * beta - wi(i) * (wr(i) - 1) * beta) / ((wr(i)) ^ 2 + (wi(i)) ^ 2)
liko = nn Mod 2
If liko = 0 Then
For j = 1 To nn
If Rim(j) = 0 Then
pirm = Rre(j)
For k = (j + 1) To nn
If Rim(k) = 0 Then
antr = Rre(k)
k = nn
End If
Next k
j = nn
End If
Next j
Else
For j = 1 To nn
If Rim(j) = 0 Then real = Rre(j)
Next j
End If
rr(i) = beta * (beta - Rre(i)) / ((beta - Rre(i)) ^ 2 + (Rim(i)) ^ 2)
```

```
ri(i) = -beta * (-Rim(i)) / ((beta - Rre(i)) ^ 2 + (Rim(i)) ^ 2)
If rr(i) >= 0 Then
ro(i) = Math.Sqr(rr(i) ^ 2 + ri(i) ^ 2)
ar(i) = Math.Atn(ri(i) / rr(i))
nr(i) = (ro(i) ^ (nn + 1)) * Math.Cos((nn + 1) * ar(i))
ni(i) = (ro(i) ^ (nn + 1)) * Math.Sin((nn + 1) * ar(i))
nnr(i) = (ro(i) ^ (m)) * Math.Cos((m) * ar(i))
nni(i) = (ro(i) ^ (m)) * Math.Sin((m) * ar(i))
ElseIf rr(i) < 0 And ri(i) < 0 Then
ro(i) = Math.Sqr(rr(i) ^ 2 + ri(i) ^ 2)
ar(i) = -3.141592654 + Math.Atn(ri(i) / rr(i))
nr(i) = (ro(i) ^ (nn + 1)) * Math.Cos((nn + 1) * ar(i))
ni(i) = (ro(i) ^ (nn + 1)) * Math.Sin((nn + 1) * ar(i))
nnr(i) = (ro(i) ^ (m)) * Math.Cos((m) * ar(i))
nni(i) = (ro(i) ^ (m)) * Math.Sin((m) * ar(i))
Else:
ro(i) = Math.Sqr(rr(i) ^ 2 + ri(i) ^ 2)
ar(i) = 3.141592654 + Math.Atn(ri(i) / rr(i))
nr(i) = (ro(i) ^ (nn + 1)) * Math.Cos((nn + 1) * ar(i))
ni(i) = (ro(i) ^ (nn + 1)) * Math.Sin((nn + 1) * ar(i))
nnr(i) = (ro(i) ^ (m)) * Math.Cos((m) * ar(i))
nni(i) = (ro(i) ^ (m)) * Math.Sin((m) * ar(i))
End If
nnr1(i) = nnr(i) - 1
cre(i) = teta * (nr(i) - 1 - teta) / ((nr(i) - 1 - teta) ^ 2 + ni(i) ^ 2)
cim(i) = teta * ni(i) / ((nr(i) - 1 - teta) ^ 2 + ni(i) ^ 2)
fire(i) = Math.Exp(-Rre(i) * u) * (cre(i) * Math.Cos(-Rim(i) * u) + cim(i) * Math.Sin(-Rim(i) * u))
fiim(i) = Math.Exp(-Rre(i) * u) * (cre(i) * Math.Sin(-Rim(i) * u) - cim(i) * Math.Cos(-Rim(i) * u))
sumare = sumare + fire(i)
sumaim = sumaim + fiim(i) '=0
daugybare(i) = fire(i) * nnr1(i) - fiim(i) * nni(i)
daugybaim(i) = fire(i) * nni(i) + fiim(i) * nnr1(i)
sumaskre = sumaskre + daugybare(i)
sumaskim = sumaskim + daugybaim(i) '=0
Next i
If sumare = 0 Then
If liko = 0 Then
If pirm < antr Then
rez(m) = (-1 + (beta / (beta - pirm)) ^ m) / (nn * teta)
Else
rez(m) = (-1 + (beta / (beta - antr)) ^ m) / (nn * teta)
End If
Else
rez(m) = (-1 + (beta / (beta - real)) ^ m) / (nn * teta)
End If
Else
rez(m) = sumaskre / (sumare * nn * teta)
End If
Next m
End Sub
```

7 PRIEDAS

STRAIPSNIS “NEMOKUMO TRUKMĖS VIDURKIO IR DISPERSIJOS ĮVERTINIMAS DRAUDIME”

K. Šutienė, V. Karpickaitė

Kauno Technologijos Universitetas

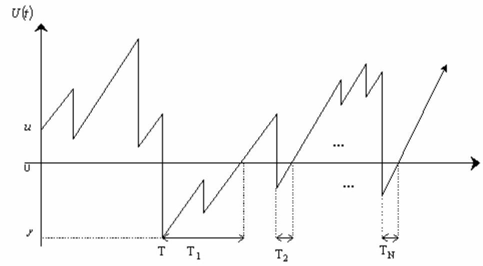
Jei draudimo bendrovė patiria didelius nuostolius, tai laisvųjų rezervų procesas kuriam tai laikui lieka žemiau nulinio lygio. Šio darbo tikslas nustatyti tokias charakteristikas, kurios padėtų įvertinti, kiek laiko rezervai išlieka neigiami, t.y. siekiame įvertinti draudimo bendrovės nemokumą. Tad teoriškai nagrinėsime, kiek gi gali tęstis pirmasis, antrasis ir n-asis nemokumo periodai, jei tik bendrovė patiria nuostolius.

Tegu $\{U(t), t \geq 0\}$ žymi draudimo bendrovės turto pasikeitimą, vadinamą laisvųjų rezervų procesu. Tuomet klasikinė draudimo bendrovės veiklos lygtis yra:

$$U(t) = u + c \cdot t - S(t),$$

čia: u – pradiniai rezervai, $u \geq 0$;
c – grynosios įmokos per laiko vienetą t ;
$S(t)$ – suminės išmokos iki laiko momento t.

Nagrinėjama problema grafiškai pavaizduota 1 paveiksle.



1 pav. Laisvųjų rezervų procesas

Aptarsime šio modelio prielaidas.

1. Grynosios įmokos c apskaičiuojamos panaudojant išraišką:

$$c = (1+\theta) \cdot \lambda \cdot \mu_1,$$

čia: θ - saugumo garantas ;
λ - Puasono proceso parametras (dažnio norma) ;
μ_1 - išmokų dydžio vidurkis.

2. Suminių išmokų procesas yra sudėtinis Puasono procesas, aprašomas sekančia lygybe:

$$S(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} X_i,$$

čia: $N(t)$ - išmokų skaičius laiko intervale $[0;t]$, vadinamas Puasono procesu;
X_i - išmokos, tarpusavyje nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, pasiskirstę identiškai.

Pastebėsime, kad išmokų skaičius ir išmokų dydis yra nepriklausomi.

Panaudojant martingalus buvo gauta neigiamų rezervų trukmės sudėtinė momentus generuojanti funkcija [1]. Šiuo tikslu aktuarijų matematikas Hans U. Gerber savo darbe nagrinėja atvejį, kai $u = 0$, ir sprendžia problemą: per kiek laiko laisvųjų rezervų procesas pirmąjį kartą pasieks teigiamą lygį x, nepriklausomai nuo to, ar nuostoliai patiriami, ar ne. Laiko momentas, kai pirmąjį kartą tai įvyksta, žymimas $\breve{T} = \min\{t : U(t) = x\}$, o šio momento momentus generuojanti funkcija - $E\left[e^{s\breve{T}}\right] = M_{\breve{T}}(s)$. Gerber panaudojęs martingalų teoriją įrodė, kad, kai $s \leq 0$, egzistuoja toks ryšis:

$$M_{\breve{T}}(s) = e^{f(s)x},$$

o funkcija $f(s)$ surandama iš formulės

$$s = \lambda \cdot (\mu_1 (1+\theta) f(s) - M_X(f(s)) + 1).$$

Gautos tokios momento $\widetilde{T}$ vidurkio ir dispersijos išraiškos:

$$E[\widetilde{T}] = \frac{x}{\lambda \cdot \mu_1 \cdot \theta}, \quad D[\widetilde{T}] = \frac{x \cdot \mu_2}{\lambda^2 \cdot (\mu_1 \cdot \theta)^3}.$$

Portugalų matematikas A. E. dos Reis savo darbe parodė, kaip pritaikyti Gerber rezultatus siekiant apskaičiuoti nemokumo periodų trukmes. Jo manymu, į laisvųjų rezervų procesą tereikia pasižiūrėti tik iš kitos pusės: tai procesas, prasidedantis momentu T $(U(T) = -y)$ ir po laiko T_1 kertantis nulinį lygį, arba tai procesas, prasidedantis nuo $U(T) = 0$ ir pasiekiantis lygį y laiko momentu $t > T$ (žr. 1pav.). Atsižvelgiant į tai, gaunama trukmės T_1 momentus generuojanti funkcija

$$M_{T_1}(s;u) = E[e^{f(s) \cdot Y} \mid u] = M_Y(f(s);u).$$

Iš pastarosios lygybės buvo surastas pirmojo nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija

$$E[T_1|u] = \frac{E[Y|u]}{\lambda \cdot \mu_1 \cdot \theta}, \quad D[T_1|u] = \frac{E[Y|u] \cdot \mu_2}{\lambda^2 \cdot (\mu_1 \cdot \theta)^3} + \frac{D[Y|u]}{(\lambda \cdot \mu_1 \cdot \theta)^2}.$$

Analogiškai buvo gautos ir kitų nemokumo periodų trukmės įvertinimo formulės.

Bet kuriuo kitu laiko momentu atsiradusio nemokumo periodo trukmės vidurkis ir dispersija yra:

$$E[T_i|u=0] = \frac{\mu_2}{2\lambda\theta\mu_1^2}, \quad D[T_i|u=0] = \frac{3\mu_2^2(2-\theta) + 4\mu_1\mu_3\theta}{12\lambda^2\theta^3\mu_1^4}, \quad i > 1.$$

Nemokumo periodų skaičiaus įvertinimo formulės yra:

$$E[N|u] = \frac{(1+\theta)\varphi(u)}{\theta}, \quad D[N|u] = \frac{(1+\theta)\varphi(u)(\delta(u)(1+\theta) + 1)}{\theta^2}.$$

Suminė nemokumo periodų trukmė, kai $u = 0$, apskaičiuojama:

$$E[TT|u=0] = \frac{\mu_2}{2\lambda(\mu_1 \cdot \theta)^2}, \quad D[TT|u=0] = \frac{9\mu_2^2 + 4\mu_1\mu_3\theta}{12\lambda^2(\mu_1\theta)^4}.$$

Suminė nemokumo periodų trukmė, kai $u \geq 0$, apskaičiuojama:

$$E[TT|u] = \varphi(u)(E[T_1|u] + E[TT|u=0]),$$
$$E[TT^2|u] = \varphi(u)(E[T_1^2|u] + 2E[T_1|u]E[TT|u=0] + E[TT^2|u=0]),$$
$$D[TT|u] = E[TT^2|u] - E^2[TT|u].$$

Panagrinėkime pavyzdį. Tarkime, kad atsitiktinis dydis X pasiskirstęs pagal Eksponentinį dėsnį su parametru $\beta > 0$, jei tankio funkcija

$$p(x) = \begin{cases} 0, & kai\ x < 0, \\ \beta e^{-\beta x}, & kai\ x \geq 0. \end{cases}$$

Norint apskaičiuoti pirmojo, antrojo ir n-ojo nemokumo periodų trukmes, pirmiausiai reikia įvertinti bankroto tikimybes. Tuo tikslu sprendžiame lygtį $1 + (1+\theta) \cdot \mu_1 \cdot R = M_X(R)$. Gauname sureguliavimo koeficiento išraišką

$$R = \frac{\theta\beta}{1+\theta}.$$

Įvertiname bankroto tikimybę $\varphi(u)$:

$$\varphi(u) = \frac{\theta \cdot \mu_1 \cdot e^{-R \cdot u}}{M_X'(R) - (1+\theta) \cdot \mu_1} = \frac{\theta \cdot e^{-R \cdot u}}{\left(\frac{\beta}{\beta - R}\right)^2 - (1+\theta)} = \frac{1}{1+\theta} e^{-R \cdot u}.$$

Turėdami bankroto tikimybę, įvertiname išlikimo tikimybę $\delta(u)$:

$$\delta(u) = 1 - \frac{1}{1+\theta} e^{-R \cdot u}.$$

Bankroto tikimybę $g(u,y)$ įvertiname pagal formulę:

$$g(u,y) = \frac{1}{\theta \cdot \mu_1}\left(\delta(u)(1 - F_X(y)) - \int_0^u \delta(u-x)\,dF_X(x+y)\right).$$

Suintegravę ir sutvarkę reiškinį gauname tokį rezultatą:

$$g(u,y) = \frac{\beta}{1+\theta} e^{-R \cdot u} e^{-\beta \cdot y}, \quad \beta > R.$$

Dabar ieškosime sąlyginės bankroto tikimybės $h(u,y)$, t.y.

$$h(u,y)=\frac{g(u,y)}{\varphi(u)}=\frac{\beta}{1+\theta}e^{-R\cdot u}e^{-\beta\cdot y}(1+\theta)\,e^{R\cdot u}=\beta\,e^{-\beta\cdot y}.$$

Matome, kad ši sąlyginė bankroto tikimybė nepriklauso nuo pradinių rezervų, todėl neigiamų rezervų pasiskirstymas sutampa su nuostolių dydžio pasiskirstymu, t.y. pasiskirstę pagal tą patį eksponentinį dėsnį. Tad dabar galime įvertinti nemokumo periodų skaičių ir trukmes.

Pirmojo nemokumo periodo trukmė

$$E[T_1]=\frac{1}{\lambda\cdot\theta},\qquad D[T_1]=\frac{2+\theta}{\lambda^2\theta^3}.$$

Bet kuriuo kitu laiko momentu atsiradusio nemokumo periodo trukmė sutampa su pirmojo nemokumo periodo trukme.

Nemokumo periodų skaičiaus vidurkis ir dispersija

$$E[N|u]=\frac{1}{\theta}e^{-Ru},\qquad D[N\,|\,u]=\frac{\left(2+\theta-e^{-Ru}\right)e^{-Ru}}{\theta^2},$$

o suminės trukmės vidurkis ir dispersija

$$E[TT|u]=\frac{1}{\lambda\theta^2}e^{-Ru},\qquad D[TT|u]=\frac{1}{\lambda^2\theta^4}\left(2(2+\theta)e^{-Ru}-e^{-2Ru}\right).$$

Panagrinėkime dar vieną pavyzdį. Sakome, kad atsitiktinis dydis X pasiskirstęs pagal Gama dėsnį su parametrais $\alpha=2$, $\beta>0$, jei tankio funkcija

$$p(x)=\begin{cases}0, & kai\ x<0,\\ \beta^2 xe^{-\beta\cdot x}, & kai\ x\ge 0.\end{cases}$$

Tolimesnė sprendimo eiga analogiška pirmajam pavyzdžiui. Sprendžiame lygtį $1+(1+\theta)\cdot\mu_1\cdot R=M_X(R)$. Gauname dvi sureguliavimo koeficiento išraiškas

$$R_1=\frac{\beta\cdot\left(3+4\theta+\sqrt{9+8\cdot\theta}\right)}{4(1+\theta)},\quad R_2=\frac{\beta\cdot\left(3+4\theta-\sqrt{9+8\cdot\theta}\right)}{4(1+\theta)}.$$

Įvertiname bankroto tikimybę $\varphi(u)$

$$\varphi(u)=\sum_{k=1}^{2}\frac{\theta\cdot E[X]\cdot e^{-R_k\cdot u}}{M'_X(R_k)-(1+\theta)\cdot E[X]}=\sum_{k=1}^{2}\frac{(\beta-R_k)^3\cdot\theta\cdot e^{-R_k\cdot u}}{\beta^3-(1+\theta)\cdot(\beta-R_k)^3}.$$

Reiškinio supaprastinimui įvedame pažymėjimą

$$C_k=\frac{(\beta-R_k)^3\cdot\theta}{\beta^3-(1+\theta)\cdot(\beta-R_k)^3}.$$

Todėl

$$\varphi(u)=\sum_{k=1}^{2}C_k\cdot e^{-R_k\cdot u}.$$

Turėdami bankroto tikimybę, įvertiname išlikimo tikimybę $\delta(u)$:

$$\delta(u)=1-\sum_{k=1}^{2}C_k\cdot e^{-R_k\cdot u}.$$

Bankroto tikimybę $g(u,y)$ įvertiname pagal formulę:

$$g(u,y)=\frac{1}{\theta\cdot\mu_1}\left(\delta(u)(1-F_X(y))-\int_0^u\delta(u-x)dF_X(x+y)\right).$$

Įstatę visas turimas išraiškas ir suintegravę gauname

$$g(u,y)=\frac{\beta}{2\cdot\theta}e^{-\beta\cdot y}\left[\sum_{k=1}^{2}C_k\left(-1-\beta y+\frac{\beta^2 y}{\beta-R_k}+\frac{\beta^2}{(\beta-R_k)^2}\right)\cdot e^{-R_k u}\right].$$

Darbe pasinaudojant tam tikromis formulėmis yra patikrinamas šios formulės teisingumas. Kitas sprendimo žingsnis – ieškoti sąlyginės bankroto tikimybės. Gauname tokį rezultatą

$$h(u,y)=\frac{\beta}{2\cdot\theta}e^{-\beta\cdot y}\left[\sum_{k=1}^{2}C_k\left(-1-\beta y+\frac{\beta^2 y}{\beta-R_k}+\frac{\beta^2}{(\beta-R_k)^2}\right)\cdot e^{-R_k u}\right]\Bigg/\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}.$$

Pastarąją išraišką pertvarkysime. Įvedame pažymėjimą

$$A(u)=\frac{\sum_{k=1}^{2}C_k\left(-1+\frac{\beta}{\beta-R_k}\right)e^{-R_k u}}{2\theta\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}}.$$

Sąlyginės bankroto tikimybės formulė supaprastėja ir gaunamas štai toks rezultatas

$$h(u,y)=[1-A(u)]\beta e^{-\beta\cdot y}+A(u)\beta^2 ye^{-\beta\cdot y}.$$

Taigi Gama$(2,\beta)$ išmokų pasiskirstymo atveju sąlyginė bankroto tikimybė priklauso nuo pradinių ir neigiamų rezervų (skirtingai nei Eksponentinio pasiskirstymo atveju). Tad dabar galime apskaičiuoti neigiamų rezervų momentus ir dispersiją:

$$E[Y|u] = [1 - A(u)]\beta\int_0^\infty y\cdot e^{-\beta\cdot y}dy + A(u)\beta^2\int_0^\infty y^2\cdot e^{-\beta\cdot y}dy = \frac{1+A(u)}{\beta},$$

$$E[Y^2|u] = [1 - A(u)]\beta\int_0^\infty y^2\cdot e^{-\beta\cdot y}dy + A(u)\beta^2\int_0^\infty y^3\cdot e^{-\beta\cdot y}dy = \frac{2[1+2A(u)]}{\beta^2},$$

$$D[Y|u] = \frac{2[1+2A(u)]}{\beta^2} - \left(\frac{1+A(u)}{\beta}\right)^2 = \frac{1+2A(u)-A^2(u)}{\beta^2}.$$

Pirmojo nemokumo periodo trukmė

$$E[T_1|u] = \frac{1+A(u)}{2\lambda\theta}, \quad D[T_1|u] = \frac{3(1+A(u))}{4\lambda^2\theta^3} + \frac{1+2A(u)-A^2(u)}{4\lambda^2\theta^2}.$$

Bet kuriuo kitu laiko momentu atsiradusio nemokumo periodo trukmė

$$E[T_i|u=0] = \frac{3}{4\lambda\cdot\theta}, \quad D[T_i|u=0] = \frac{18+7\theta}{16\lambda^2\theta^3}, \quad i>1.$$

Nemokumo periodų skaičiaus vidurkis ir dispersija

$$E[N|u] = \frac{1+\theta}{\theta}\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}, \quad D[N|u] = \frac{(1+\theta)}{\theta^2}\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}\left(\left(1-\sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}\right)(1+\theta)+1\right),$$

o suminės trukmės vidurkis ir dispersija

$$E[TT|u] = \sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}\left(\frac{1+A(u)}{2\lambda\theta} + \frac{3}{4\lambda\theta^2}\right),$$

$$E[TT^2|u] = \sum_{k=1}^{2}C_k e^{-R_k u}\left(\frac{(2+4A(u))\theta^2 + 6(1+A(u))\theta + 9 + 4\theta}{4\lambda^2\theta^4}\right),$$

$$D[TT|u] = E[TT^2|u] - E^2[TT|u].$$

Atlikę skaičiavimus galime padaryti tokias išvadas:

- Didinant saugumo garantą θ, nemokumo periodų skaičius ir trukmės mažėja.
- Didinant dažnio normą λ, visų nemokumo periodų trukmės mažėja, o skaičius išlieka pastovus.
- Didinant pasiskirstymo parametrą β (mažinant nuostolių vidurkį), pirmojo nemokumo periodo trukmė Eksponentinio pasiskirstymo atveju išlieka pastovi, o Gama$(2,\beta)$ atveju mažėja, bet kurio kito nemokumo periodo trukmė išlieka pastovi, o nemokumo periodų skaičius ir suminė trukmė mažėja.
- Didinant pradinius rezervus u, savybės išlieka tokios pačios, kaip ir didinant pasiskirstymo parametrą β.

Literatūra:

1. Alfredo Egidio dos Reis. How long is the surplus below zero? - North-Holland: Insurance: Mathematics and Economics 12, 1993. – 23-28 p.
2. Kruopis J. Matematinė statistika.-Vilnius: Mokslo ir enciklopedijų leidykla, 1993. – 411 p.

ESTIMATION OF AVERAGE AND DISPERSION OF THE INSOLVENCY DURATION IN INSURANCE

K. Šutienė, V. Karpickaitė

Annotation

In this paper we consider the process as continuing if ruin occurs. And if ruin occurs the process will temporarily stay below the zero level. In that case the insurance company will be insolvent. The purpose of this paper is to find some features about how long the surplus will stay below zero and how to reduce time surplus being negative. Assuming the classical compound Poisson continuous time surplus process, we calculate average and dispersion of duration of the first insolvency period, of any other insolvency period and number, total duration of these periods by changing parameters of Gamma distribution. Some recommendations are given.