



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
TAIKOMOSIOS MATEMATIKOS KATEDRA

Indrė Andriunaitytė

LIETUVOS EKONOMINIŲ CIKLŲ ANALIZĖ

Magistro darbas

Vadovas
doc. dr. G. Račkauskas

KAUNAS, 2011



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
TAIKOMOSIOS MATEMATIKOS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas
doc. dr. N. Listopadskis
2011 06 02

LIETUVOS EKONOMINIŲ CIKLŲ ANALIZĖ

Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas

Recenzentas
prof.dr.V.Boguslauskas
2010 06 01

Vadovas
doc. dr. G. Račkauskas
2011 06 01

Atliko
FMMM 9 gr. stud.
I. Andriunaitytė
2011 05 20

KAUNAS, 2011

KVALIFIKACINĖ KOMISIJA

Pirmininkas: Leonas Saulis, profesorius (VGTU)

Sekretorius: Eimutis Valakevičius, docentas (KTU)

Nariai: Algimantas Jonas Aksomaitis, profesorius (KTU)

Vytautas Janilionis, docentas (KTU)

Vidmantas Povilas Pekarskas, profesorius (KTU)

Rimantas Rudzkis, habil. dr., vyriausiasis analitikas (DnB NORD Bankas)

Zenonas Navickas, profesorius (KTU)

Arūnas Barauskas, dr., vice-prezidentas projektams (UAB „Baltic Amadeus“)

Andriunaitytė I. Lietuvos ekonominių ciklų analizė: Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas / mokslinis vadovas doc. dr. G.Račkauskas; Kauno technologijos universitetas, Fundamentaliųjų mokslų fakultetas, Taikomosios matematikos katedra. – Kaunas, 2011. – 49 p.

SANTRAUKA

Šio magistro darbo tikslas yra įvertinti Lietuvos ekonominių ciklų periodiškumus, nustatyti egzistuojančius ryšius tarp jų ir rasti optimaliausią vieno iš ekonominių ciklų – vartotojų kainų indekso – prognozavimo metodą nagrinėjamu 2000-2011 m. laikotarpiu. Buvo pasiūlytas netradicinis Filipso kreivės metodas, kai nedarbo lygis keičiamas kitu ekonominiu indikatoriumi. Kyla klausimas - ar egzistuoja vadovaujantis indikatorius, galintis pagerinti prognozavimo tikslumą taikant autoregresijos modelius? Darbo rezultatai rodo, kad bendrojo vidaus produkto įtraukimas į modelį patikslina prognozes, nes šis ekonominis indikatorius yra orientuojantis. Statistiniu paketu *SAS* parašytas programos tekstas Filipso kreivės metodo parametrų vertinimui, kuris leidžia atlikti optimaliausią vartotojų kainų indekso modeliavimą norimą žingsnių skaičių į priekį. 2011m. antrajam ketvirčiui prognozuojamas vartotojų kainų indeksas – 133.5 su 95% pasikliautinoju intervalu [131.8; 135.3]. Pasiūlytas informatyvus prognozių grafinis vaizdavimo būdas.

Andriunaitytė I. Analysis of Lithuanian economic cycles: Master's work in applied mathematics / supervisor doc. dr. G. Račkauskas; Department of Applied mathematics, Faculty of Fundamental Sciences, Kaunas University of Technology. – Kaunas, 2011. – 49 p.

SUMMARY

The aim of this masters' work is to analyse the periodicity of Lithuanian economic cycles, define dependence between them and to find best forecasting model for one of economic cycles - customer price index from 2000 to 2011. Not traditional model named Phillips curve was proposed where unemployment rate is changed by other economic indicator. One question appears - is there any leading indicators which could outperform simple autoregression? The results of this work shows that such a possibility is feasible. Taking gross domestic product into model shows better forecasts because this indicator is orientating economic indicator. The program code with statistical packet *SAS* was created which evaluate optimal parameters of Phillips curve model and realize optimal forecast desired steps ahead of consumer price index. The forecasted customer price index for 2011 second quarter – 133.5 with 95% confidence interval [131.8; 135.3]. The new method of showing forecasts was proposed.

TURINYS

LENTELIŲ SĄRAŠAS.....	6
PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS.....	6
ĮVADAS.....	8
1 TEORINĖ DALIS.....	9
1.1 EKONOMINIAI (VERSLO) CIKLAI, JŲ FAZĖS.....	9
1.2 EKONOMINIAI INDIKATORIAI.....	10
1.3 FILIPSO KREIVĖS MODELIS.....	11
1.4 EKONOMINIŲ CIKLŲ ANALIZĖ.....	12
1.4.1 APROKSIMAVIMAS PERIODINĖMIS FUNKCIJOMIS.....	12
1.4.2 APROKSIMAVIMAS M-TO LAIPSNIO POLINOMAIS.....	14
1.4.3 INFORMATYVŪS TAŠKAI.....	15
1.5 EKONOMINIŲ CIKLŲ PROGNOZAVIMAS.....	16
1.5.1 ATSITIKTINIO KLAIDŽIOJIMO PROCESAS.....	16
1.5.2 ATSITIKTINIO KLAIDŽIOJIMO SU DREIFU PROCESAS.....	17
1.5.3 ARIMA.....	17
1.5.4 VEKTORINĖ AUTOREGRESIJA.....	23
1.5.5 PROGNOZAVIMO PAKLAIDOS MATAI.....	24
2 TIRIAMOJI DALIS.....	25
2.1 DUOMENYS.....	25
2.2 APROKSIMAVIMAS IR PERIODIŠKUMO ANALIZĖ.....	26
2.3 PROGNOZAVIMAS.....	31
2.3.1 RWD.....	32
2.3.2 ARIMA.....	33
2.3.3 VAR.....	34
2.3.4 FILIPSO KREIVĖS METODAS.....	36
2.3.5 ELEMENTARUSIS PROGNOZAVIMAS.....	38
2.4 PROGNOZAVIMO METODŲ PALYGINIMAS.....	39
3 PROGRAMINĖ REALIZACIJA IR INSTRUKCIJA VARTOTOJUI.....	42
DISKUSIJOS.....	46
IŠVADOS.....	47

	6
LITERATŪRA.....	48
1 PRIEDAS	50
2 PRIEDAS	51
3 PRIEDAS	53

LENTELIŲ SĄRAŠAS

1.1 lentelė. ARIMA vėlavimai p, q	22
2.1 lentelė. 6-to laipsnio polinomų koeficientai.....	28
2.2 lentelė. 2006K1-2011K1 laikotarpio prognozių RWD tikslumas.....	32
2.3 lentelė. VKI modeliavimas ARIMA(p,d,q).....	33
2.4 lentelė. 2006K1-2011K1 laikotarpio prognozių ARIMA(p,d,q) tikslumas.....	34
2.5 lentelė. 2006K1-2011K1 laikotarpio prognozių VAR(p) tikslumas.....	35
2.6 lentelė. 2006K1-2011K1 laikotarpio prognozių Filipso kreivė tikslumas.....	37
2.7 lentelė. Autoregresijos gerinimas/bloginimas.....	37
2.8 lentelė. Indikatorių vertinimas prognozuojant vieną ketv. į priekį.....	37
2.9 lentelė. Filipso kreivės metodu VKI prognozės 2011K2.....	38
2.10 lentelė. 2006K1-2011K1 laikotarpio prognozių tikslumas.....	39

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1.1 pav. Ekonominio ciklo fazės.....	9
1.2 pav. Ekonominių indikatorių metiniai pokyčiai.....	10
1.3 pav. Filipso kreivė.....	12
1.4 pav. Ekstremumo kreivumas.....	15
1.5 pav. Atsitiktinio klaidžiojimo procesai, atsitiktinio klaidžiojimo su dreifu procesai.....	17
1.6 pav. Korelogramos: stacionari ir nestacionari laiko eilutės.....	21
2.1 pav. BVP, VILIBOR, VVP, OMXV, VKI laikotarpiu 2000K1-2011K1.....	26

2.2 pav. Lietuvos ekonominių indikatorių metiniai pokyčiai.....	27
2.3 pav. VKI aproksimacija.....	29
2.4 pav. BVP aproksimacija.....	29
2.5 pav. VILIBOR aproksimacija.....	30
2.6 pav. VVP aproksimacija.....	30
2.7 pav. OMXV aproksimacija.....	31
2.8 pav. VKI korelogramos.....	32
2.9 pav. VKI prognozė 2011 m. II ketvičiui, RWD.....	33
2.10 pav. VKI prognozė 2011 m. II ketvičiui, ARIMA(0,1,2).....	34
2.11 pav. Dalinių koreliacijų matrica, SAS.....	35
2.12 pav. Parametrų įverčiai.....	35
2.13 pav. VKI prognozė 2011 m. II ketvičiui, VAR(1).....	36
2.14 pav. VKI prognozės vieno ketv. į priekį žingsniu.....	40
2.15 pav. VKI prognozės dviejų ketv. į priekį žingsniu.....	40
2.16 pav. VKI prognozės kiekvienam ketvirčiui.....	41
2.17 pav. VKI prognozės kas du ketvirčiai.....	41
3.1 pav. SPSS darbalaukis.....	42
3.2 pav. SPSS rezultatų langas.....	43
3.3 pav. Prognozavimas su SPSS.....	44
3.4 pav. Prognozavimas su SAS.....	44
3.5 pav. SAS rezultatų langas.....	45

IVADAS

Po XVIII a. prasidėjusio pramonės perversmo išaugo daugelio šalių ekonomikos lygis, tačiau periodiškai pasikartodavo ekonominės plėtros sulėtėjimas. Kaip pavyzdys – didžioji ekonominė krizė (1929 – 1933 m.), vėliau pasaulio ekonominė krizė (2007 – 2009 m.), po kurių sekė ekonomikos augimo laikotarpiai. Šie svyravimai – tai ekonominiai ciklai, kurių periodiškumo analizei, modeliavimui ir prognozavimui skiriama nemažai dėmesio ne tik užsienyje, bet ir Lietuvoje. Visos valstybės siekia priimti tinkamus sprendimus, kad užtikrintų stabilius ekonominius procesus. Burns ir Mitchell (1946) teigė, kad geros prognozės veda prie gerų sprendimų ir neužtenka ekonominius ciklus matuoti bendruoju vidaus produktu, svarbūs ir kiti veiklos indikatoriai (pvz.: infliacija).

Žymūs užsienio mokslininkų darbai infliacijos prognozavimo tema – Stock ir Watson(1993), Cecchetti ir kt.(2000), C. Bruneau ir kt. (2005), Proietti (2008), ir kt. Lietuvos infliacijos prognozavimui Vetlov (2000) siūlo ekonometrinius laiko eilučių modelius. Pagrindinis infliacijos rodiklis yra vartotojų kainų indeksas. Šio magistro darbo tikslai:

- susipažinti su Lietuvos ir užsienio mokslininkų taikomais ekonominių ciklų analizės ir prognozavimo metodais;
- atlikti ekonominių ciklų apksimavimą ir įvertinti jų periodiškumus;
- nustatyti ryšius tarp pagrindinių Lietuvos ekonominių procesų ir palyginti su Daykin ir kt. (1994) pateiktais pagrindinių Didžiosios Britanijos finansų rinkos indikatorių tarpusavio ryšiais;
- atlikti vartotojų kainų indekso prognozavimą taikant įvairius metodus ir palyginti gautus rezultatus;
- patikrinti S.G.Cecchetti ir kt. (2000) iškeltą teoriją apie orientuojančio ekonominio indikatoriaus egzistavimą, kuris gali pagerinti prognozavimo rezultatus;
- susipažinti su statistinių paketų *SSPS* ir *SAS* galimybėmis įvairių modelių taikymui bei sukurti programinę realizaciją vartotojų kainų indeksui prognozuoti.

Dalis magistro darbo rezultatų buvo paskelbta IX-ojoje studentų konferencijoje „Taikomoji matematika“ ir išspausdinta konferencijos leidinyje.

1 TEORINĖ DALIS

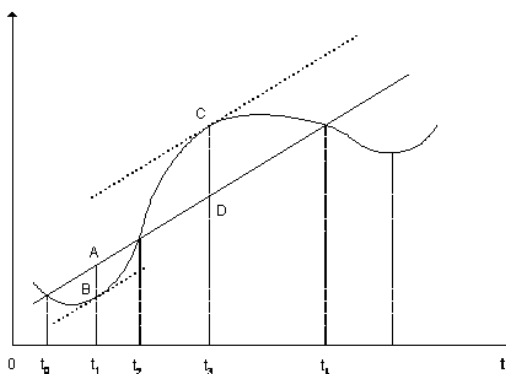
Šioje dalyje pateikiama su magistro baigiamojo darbo tikslais susijusios literatūros ir tiriamos problemos sprendimui taikomų matematinių, statistinių ir ekonometrinių metodų analizė.

1.1 EKONOMINIAI (VERSLO) CIKLAI, JŲ FAZĖS

Pagal Burns ir Mitchell (1946) verslo ciklai - tai svyravimų tipas, aptinkamas šalies visuminėje ekonominėje veikloje. Ciklą sudaro plėtra, kuri vyksta beveik tuo pat metu daugelyje ekonominių veiklų, po jos seka nuosmukis, lėtėjimas ir atsigavimas. Pastarasis virsta naujo ciklo plėtros faze. Šie pokyčiai nuolat kartojasi, tačiau neperiodiškai – verslo ciklų trukmė gali svyruoti nuo vienerių iki dešimties ar dvylikos metų. Dažniausiai išskiriamos 4 verslo ciklo fazės, pavaizduotos 1.1 paveiksle:

- 1) nuosmukis ($t_0 - t_1$) – periodas kai sumažėja gamyba, taške B pasiekiamas žemiausias nuosmukio taškas dar vadinamas dugnu, nuo jo prasideda pagyvėjimas;
- 2) pagyvėjimas, kurį lemia investicijos į atsargas, grįžtama į pusiausvyros būseną, po kurios seka pakilimas;
- 3) pakilimas – būdingi aukšti bendrojo vidaus produkto augimo tempai ir didėjantys kaštai, aukščiausias pakilimo taškas C vadinamas bumu, nuo jo prasideda kritimas;
- 4) kritimas - išaugus resursų bei produkcijos kainoms, sumažėjus pelnui, vartotojai praranda optimizmą ir ekonomika sugrįžta į pusiausvyrą.

Verslo ciklo ilgis, tai atstumas $t_0 - t_4$, o amplitudė AB ir CD.

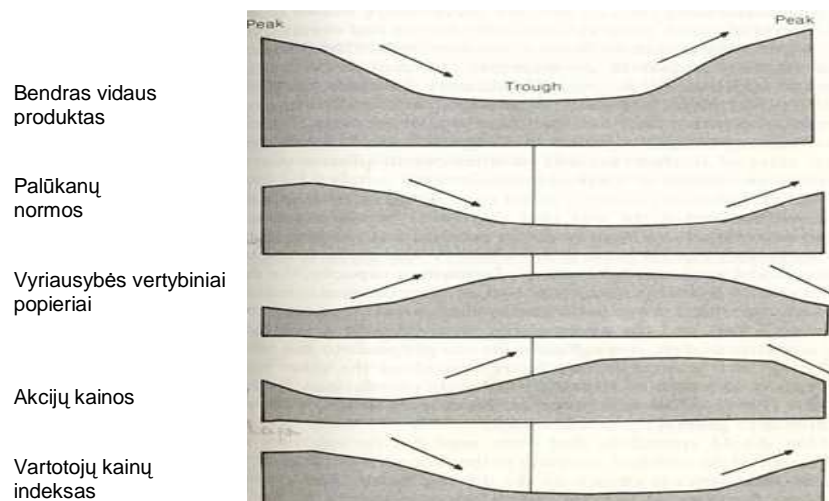


1.1 pav. Ekonominio ciklo fazės (Paliulytė, 2005)

1.2 EKONOMINIAI INDIKATORIAI

Ekonominius svyravimus galima prognozuoti remiantis ciklo indikatoriais. Indikatoriai gali būti orientuojantys, kurie numato tam tikrą verslo ciklo fazės artėjimą, sutampantys, kurie kinta kartu su verslo ciklu ir atsiliekanys – einantys po ciklinių svyravimų.

Nors ekonominiai ciklai apibrėžiami kaip visuminės ekonominės veiklos svyravimai, tačiau ekonominę veiklą gali atspindėti ir vieno ekonominio kintamojo, tokio kaip bendras vidaus produktas, svyravimai. Daykin ir kt. (1994) yra pateikę pagrindinių Didžiosios Britanijos finansų rinkos indikatorių tarpusavio ryšius grafiškai (1.2 pav.). Autoriai rinką matuoja bendruoju vidaus produktu. Kai jo vertė krenta, mažėja palūkanų normos bei vartotojų kainų indeksas. Krentant palūkanų normai auga vyriausybės vertybinių popierių vertė, kiek lėčiau auga ir akcijų kainos. Grafikai – tik priklausomybės, nes realūs procesai nėra glodūs.



1.2 pav. Ekonominių indikatorių metiniai pokyčiai (Daykin ir kt.,1994)

Apibrėžkime pagrindinius Lietuvos ekonominės veiklos indikatorius.

1. Vartotojų kainų indeksas (VKI) apibrėžiamas kaip rodiklis, rodantis vartojimo prekių ir paslaugų, kurias įsigyja, už kurias sumoka ir kurias namų ūkiai panaudoja tiesiogiai patenkinti vartojimo poreikius, vidutinį kainų lygio pokytį per tam tikrą laikotarpį. VKI neapima prekių ir paslaugų skirtų gamybai, pelno gavimui ir kapitalo formavimu (Lietuvos statistikos departamentas, 2011).

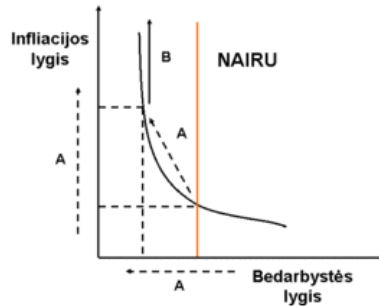
2. OMX Vilnius indeksas (OMXV) – tai visų akcijų indeksas, kurį sudaro visos Vilniaus vertybinių popierių (VP) biržos Oficialiajame ir Papildomajame sąraše kotiruojamoms bendrovės, išskyrus tas bendroves, kuriose vienas akcininkas valdo 90 proc. ir daugiau išleistų akcijų. Indeksu siekiama atspindėti Vilniaus VP rinkos einamąją padėtį ir jos pokyčius. OMXV indekso bazinė data yra 1999 m. gruodžio 31 d., o bazinė reikšmė – 100 punktų. Indeksas pristatomas kaip gražos indeksas (NASDAQ OMX Baltic, 2011).
3. Vyriausybės vertybiniai popieriai (VVP) – valstybės vardu vidaus ar užsienio rinkose Vyriausybės išleidžiami vertybiniai popieriai, patvirtinantys jų turėtojo teisę numatytais terminais gauti jų nominalią vertę atitinkančią sumą, palūkanas ar kitą ekvivalentą. VVP pagal trukmę skirstomi į:
 - išdo vekselius – jų trukmė neviršija vienerių metų;
 - obligacijas – jų trukmė viršija vienerius metus (Lietuvos Respublikos finansų ministerija, 2011).
4. Bendras vidaus produktas (BVP) – galutinis rezidentų (visų šalies teritorijoje veikiančių ūkių vienetų) gamybinės veiklos rezultatas (Lietuvos statistikos departamentas, 2011).
5. VILIBOR (Vilniaus Interbank Offered Rate) – vidutinės tarpbankinės palūkanų normos, kuriomis bankai pageidauja (pasiruošę) paskolinti lėšų litais kitiems bankams. Skaičiuojamos ir skelbiamos 1 nakties, 1 savaitės, 2 savaitių, 1 mėnesio, 3 mėnesių, 6 mėnesių ir 1 metų VILIBOR. Kiekvieno termino VILIBOR apskaičiuojamos šitaip: didžiausia ir mažiausia užfiksuotos atitinkamo termino palūkanų normos atmetamos o iš likusių atitinkamo termino palūkanų normų apskaičiuojamas aritmetinis vidurkis (Lietuvos bankas, 2011).

1.3 FILIPSO KREIVĖS MODELIS

Žinodami priklausomybes tarp ekonominių indikatorių galime atsakyti į S.G.Cecchetti ir kt. (2000) iškeltą klausimą: ar gali ekonominiai indikatoriai pagerinti vieno iš ekonominių ciklų – infliacijos – prognozavimo rezultatus?

Kadangi vartotojų kainų indeksas yra pagrindinis infliacijos rodiklis, jo prognozavimui galima taikyti Filipo kreivės modelį. Filipo kreivė (angl. Phillips curve) parodo priklausomybę tarp nedarbo ir

infliacijos (1.3 pav.). Kuo mažesnis nedarbo lygis, tuo didesnė infliacija ir atvirkščiai. Tačiau tai galioja tik atskirais atvejais.



1.3 pav. Filipso kreivė (Vikipedija, 2011)

Nors ši kreivė įprastai siejama su nedarbo lygiu, tačiau ir kiti ekonominės veiklos indikatoriai gali būti naudojami priklausomybei matuoti. Sukonstruokime VKI prognozavimo modelį:

$$VKI_t = \alpha + \sum_{i=1}^p \beta_i VKI_{t-i} + \delta IND_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (1.1)$$

čia ε_t - baltasis triukšmas, p - ketvirčių skaičius, IND - indikatorius.

1.4 EKONOMINIŲ CIKLŲ ANALIZĖ

Ekonominiai ciklai aprašomi laiko eilutėmis – tai reguliariais laiko intervalais išmatuotos kintamojo reikšmės, kurios sudaro duomenų seką. Vienas iš pagrindinių laiko eilučių analizės tikslų yra rasti įvairius dėsningumus ir juos aprašyti taikant matematinius modelius, kurie leidžia prognozuoti būsimas laiko eilutės reikšmes.

1.4.1 APROKSIMAVIMAS PERIODINĖMIS FUNKCIJOMIS

Ekonominių ciklų kitimą galima aproksimuoti periodinėmis sinuso arba kosinuso funkcijomis, tačiau procesai turi būti stacionarūs (svyruoti apie 0). Pagal Stock ir Watson (1993) yra dar du trūkumai:

periodinė funkcija neatspindi laiko eilučių atsitiktinumo ir yra reikalingos kelios periodinės funkcijos joms aprašyti.

Nagrinėkime atsitiktinę seką $\{Y_t\}$, kur $t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ir $E(Y_t) = \mu$, $Cov(Y_t, Y_{t-k}) = \gamma_k$. Tarkime, kad Y_t reikšmės stebimos reguliariais laiko intervalais, tokiais kaip savaitė, mėnesis, metai ir pirmasis bei antrasis proceso momentai nepriklauso nuo laiko, t.y. $\mu, \gamma_k = const$. Stacionarų procesą (vidurkis $\mu = 0$) tuomet galime aprašyti:

$$Y_t = \alpha \cos(\omega t) + \delta \sin(\omega t), \quad (1.2)$$

čia α ir δ yra atsitiktiniai kintamieji su $E(\alpha) = E(\delta) = 0$; $E(\alpha\delta) = 0$; $E(\alpha^2) = E(\delta^2) = 0$.

Taigi, šis procesas turi tris charakteristikas. Pirma, jis yra periodinis: kadangi $\cos(\alpha + 2\pi) = \cos(\alpha)$ ir $\sin(\alpha + 2\pi) = \sin(\alpha)$, tai $Y_{t+j2\pi/\omega} = Y_t$ visiems $|j|=1, 2, \dots$. Vadinasi Y_t atsikartoja kas $2\pi/\omega$ periodą. Antra, atsitiktinės komponentės α ir δ suteikia Y atsitiklinę amplitudę (viršūnėje) ir atsitiktinę fazę (kai $t=0$). Todėl dvi Y realizacijos turės skirtingas amplitudes ir skirtingus laikus tarp viršūnių ir dugnų. Trečia, procesas yra kovariantiškai stacionarus su $E(Y_t) = 0$ ir $\gamma_k = \delta^2 \cos(\omega k)$.

Dabar (2.1) formulę galime perrašyti:

$$Y_t = \sum_{j=1}^n [\alpha_j \cos(\omega_j t) + \delta_j \sin(\omega_j t)] \quad (1.3)$$

su $E(\alpha_j) = E(\delta_j) = 0$ visiems j ; $E(\alpha_j \delta_k) = 0$ visiems j, k ; $E(\alpha_j \alpha_k) = E(\delta_j \delta_k) = 0$ kai $j \neq k$; $E(\alpha_j^2) = E(\delta_j^2) = \delta_j^2$. Taigi, Y_t yra suma skirtingų nekoreliuotų komponentų n , su skirtingomis dispersijomis ir dažniais ($\alpha_j \cos(\omega_j t) + \delta_j \sin(\omega_j t)$ dispersija yra δ_j^2).

Sukonstruoti du modeliai gali būti taikomi tik kovariantiškai stacionariems procesams, tai įrodė Cramér (1942) ir Kolmogorov (1940). Teoremoje (angl. spectral representation theorem) teigiama, kad jei Y_t yra kovariantiškai stacionarus, tenkinama išraiška:

$$Y_t = \int_0^\pi \cos(\omega t) d\alpha(\omega) + \int_0^\pi \sin(\omega t) d\delta(\omega). \quad (1.4)$$

1.4.2 APROKSIMAVIMAS M-TO LAIPSNIO POLINOMAIS

Analizuojamų duomenų $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, kur $n \geq m + 1$ aproksimavimui naudokime m – to laipsnio polinomą:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m. \quad (1.5)$$

Spręskime uždavinį: rasti aproksimuojančią kreivę $f(x)$, kad kvadratinė paklaida būtų mažiausia:

$$\Pi = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i)]^2 = n \sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + \dots + a_mx_i^m)]^2 = \min \quad (1.6)$$

čia a_0, a_1, \dots, a_m - nežinomi koeficientai, x_i, y_i - žinomi.

Koeficientų a_0, a_1, \dots, a_m radimui sudarykime lygčių sistemą

$$\begin{cases} \frac{\partial \Pi}{\partial a_0} = 2 \sum_{i=1}^n [y_i - (a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + \dots + a_mx_i^m)] = 0 \\ \frac{\partial \Pi}{\partial a_1} = 2 \sum_{i=1}^n x_i [y_i - (a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + \dots + a_mx_i^m)] = 0 \\ \frac{\partial \Pi}{\partial a_2} = 2 \sum_{i=1}^n x_i^2 [y_i - (a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + \dots + a_mx_i^m)] = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial \Pi}{\partial a_m} = 2 \sum_{i=1}^n x_i^m [y_i - (a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 + \dots + a_mx_i^m)] = 0. \end{cases} \quad (1.7)$$

Išskleidę lygtis gauname:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i = a_0 \sum_{i=1}^n 1 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 + \dots + a_m \sum_{i=1}^n x_i^m \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i = a_0 \sum_{i=1}^n x_i + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 + \dots + a_m \sum_{i=1}^n x_i^{m+1} \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i = a_0 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^3 + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^4 + \dots + a_m \sum_{i=1}^n x_i^{m+2} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_i^m y_i = a_0 \sum_{i=1}^n x_i^m + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^{m+1} + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^{m+2} + \dots + a_m \sum_{i=1}^n x_i^{2m}. \end{cases} \quad (1.8)$$

Išsprendę šią lygčių sistemą randame koeficientus a_0, a_1, \dots, a_m (efunda, 2011).

1.4.3 INFORMATYVŪS TAŠKAI

Ekonominių ciklų periodiškumą galima vertinti nuo tam tikro ciklo pradžios ir pabaigos taško. Pavyzdžiui, nuo minimumo/maksimumo, vidurio taško tarp ekstremumų arba perlinkio (vingio) taško.

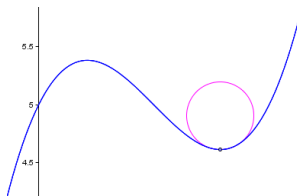
Jei taške x_0 funkcijos $f(x)$ pirmoji išvestinė $f'(x_0)=0$, o jos antroji išvestinė $f''(x_0)$ to taško aplinkoje yra tolydi ir $f''(x_0) \neq 0$, tai tame taške egzistuoja minimumas, kai $f''(x_0) < 0$ ir maksimumas, kai $f''(x_0) > 0$. Tarp dviejų ekstremumų egzistuoja vidurio taškas.

Jei $f''(x_0)=0$ arba $f''(x_0)$ neegzistuoja ir $f'(x)$ eidama per tašką x_0 keičia ženklą, tai x_0 vadinamas perlinkio tašku. Liestinės perlinkio taške krypties koeficientas („statusas“) taške x_0 lygus funkcijos $f'(x_0)$.

Ekstremumų kreivumo (angl. curvature) matas:

$$K = \frac{1}{R}, \quad (1.9)$$

čia R - apskritimo spindulys.



1.4 pav. Ekstremumo kreivumas (Interactive mathematics, 2011)

Apskritimo spindulys R apskaičiuojamas pagal formulę:

$$R = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\left| \frac{d^2 y}{dx^2} \right|}. \quad (1.10)$$

1.5 EKONOMINIŲ CIKLŲ PROGNOZAVIMAS

Ekonominių ciklų prognozavimas yra neatskiriama kiekvienos valstybės ekonominės veiklos dalis. Prognozuojama nagrinėjamo proceso eiga atsižvelgiant į turimą praktinį patyrimą ir priimtas teorines prielaidas. Prognozavimo uždavinys – sudaryti ekonominio objekto matematinę prielaidą ir pasekmių modelį naudojant laiko eilutes. Šiam uždaviniui spręsti gali būti taikomi įvairūs autoregresiniai metodai. Plačiau aptarkime dažniausiai naudojamus.

1.5.1 ATSITIKTINIO KLAIDŽIOJIMO PROCESAS

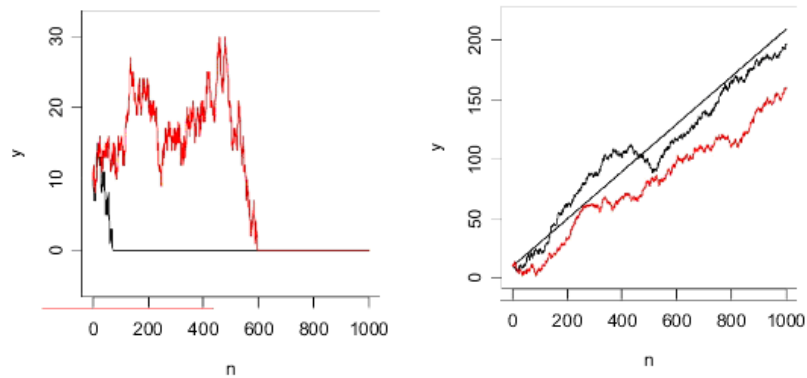
Atsitiktinio klaidžiojimo (angl. Random Walk) procesas Y_t tenkina išraišką:

$$Y_t = Y_{t+1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2). \quad (1.11)$$

Parametras σ_ε^2 yra pastovus, ε_t – baltasis triukšmas (žymima $\varepsilon_t \sim WN$, angl. White Noise). Baltojo triukšmo savybės, pagal kurias, jis yra stacionarus procesas:

- vidurkis $\mu_\varepsilon = E(\varepsilon_t) = 0$,
- dispersija $\gamma_0 = E(\varepsilon_t^2) = \sigma_\varepsilon^2$,
- kovariacijos $\gamma_k = 0$.

Jeigu laiko eilutės turi kylančią arba besileidžiančią kryptį (trendą), kuri tikėtina, kad tęsis ir ateityje, į šį modelį reikia įtraukti konstantą nelygią nuliui. Toks procesas tuomet vadinamas atsitiktinio klaidžiojimo su dreifu procesu (angl. Random Walk with Drift). Atsitiktinis klaidžiojimas su dreifu yra atskiras atvejis autoregresinio integruoto slenkančio vidurkio modelio ARIMA, t.y. ARIMA(0,1,0) su konstanta. 1.5 paveikslas vaizduoja du atsitiktinio klaidžiojimo procesus ir du atsitiktinio klaidžiojimo su dreifu procesus, tiesė dešinėje yra proceso vidurkis.



1.5 pav. Atsitiktinio klaidžiojimo procesai, atsitiktinio klaidžiojimo su dreifu procesai (Lapinskas, 2007)

1.5.2 ATSITIKTINIO KLAIDŽIOJIMO SU DREIFU PROCESAS

Atsitiktinio klaidžiojimo su dreifu (angl. Random Walk with Drift) (žymėkime RWD) procesas Y_t tenkina išraišką:

$$Y_t = c + Y_{t+1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2). \quad (1.12)$$

Abu parametrai c ir σ_ε^2 yra pastovūs. Jei nuliniu laiko momentu pradinė proceso reikšmė yra y_0 , tai RWD proceso momentai:

- $\mu_y = y_0 + ct$,
- $\gamma_0 = t\sigma_\varepsilon^2$,
- $\gamma_k = (t - k)\sigma_\varepsilon^2$,
- autokoreliacijos koeficientas $\rho_k = \sqrt{1 - k/t}$.

RWD procesas yra nestacionarus, nes jo vidurkis, dispersija ir kovariacijos priklauso nuo laiko.

1.5.3 ARIMA

Autoregresinis integruotas slenkamųjų vidurkių metodas ARIMA (angl. AutoRegressive Integrated Moving Average) plačiai naudojamas laiko eilučių analizei ir prognozavimui. Bendriausią ARIMA modelį

galima išskaidyti į tris dalis – autoregresinį (AR) procesą, integruotą (I) procesą, slenkamųjų vidurkių (MA) procesą ir užrašyti kaip ARIMA(p, d, q).

Autoregresinis porcesas AR(p) – aiškina eilutės stebėjimus ankstesniais stebėjimais:

$$Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + \dots + \varphi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i Y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (1.13)$$

čia Y_t - laiko eilutės stebėjimai, $\varphi_1, \dots, \varphi_p$ - autoregresinio proceso parametrai, ε_t - atsitiktinės palaidos (baltasis triukšmas), p - autoregresinio proceso eilė. Naudojant lago operatorių L :

$$Y_t(1 - \varphi_1 L - \varphi_2 L^2 - \dots - \varphi_p L^p) = \varepsilon_t. \quad (1.14)$$

Operatoriaus savybė:

$$L^i Y_t = Y_{t-i}. \quad (1.15)$$

Procecas I(d) vadinamas integruotu d eilės procesu, jei jo d eilės pokyčiai stacionarūs, o $d - 1$ - nestacionarūs. Kavaliauskas ir Rudzkis (2009) žymi

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = (1 - L)Y_t, \quad (1.16)$$

tuomet

$$\Delta^2 Y_t = \Delta Y_t - \Delta Y_{t-1} = (1 - L)^2 Y_t = Y_t - 2Y_{t-1} + Y_{t-2}, \quad (1.17)$$

o bendru atveju

$$\Delta^d Y_t = \Delta^{d-1} Y_t - \Delta^{d-1} Y_{t-1} = (1 - L)^d Y_t. \quad (1.18)$$

Slenkamųjų vidurkių procesas MA(q) – aiškina laiko eilutės stebėjimus Y_t modelio paklaidomis:

$$Y_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} = \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}, \quad (1.19)$$

čia $\theta_1, \dots, \theta_q$ proceso parametrai, q - slenkamųjų vidurkių proceso eilė.

Taigi, procesas Y_t , kuris tenkina išraišką:

$$\Phi(L)(1 - L)^d Y_t = c + \Theta(L)\varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2), \quad (1.20)$$

kur $\Phi(L) = 1 - \varphi_1 L - \dots - \varphi_p L^p$, $\Theta(L) = 1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q$, vadinamas p, q -eilių autoregresiniu ir slenkamųjų vidurkių procesu integruotu d eile. Parametrai $c, \varphi_1, \dots, \varphi_p, \theta_1, \dots, \theta_q, \sigma_\varepsilon^2$ yra pastovūs. Sudarytame modelyje neįvertinamas sezoniškumo efektas.

Sezoniškumo įtaka. Sezoniškumo dekompozicija (angl. seasonal decomposition) – tai procedūra, realizuojanti *Census I* metodą. Laiko eilutė išskaidoma į keturias komponentes:

- sezoniškumo komponentė (S_t , kur t tam tikras laiko taškas);
- trendo komponentė (T_t);
- cikliško komponentė (C_t);
- paklaida (I_t).

Sezoniškumo komponentė pasikartoja reguliariais (sezoniškais) laiko intervalais, tuo tarpu cikliško veiksnys dažniausiai turi ilgesnę trukmę, kuri kinta nuo ciklo iki ciklo. Pagal *Census I* metodą trendo ir cikliško komponentės dažniausiai apjungiamos į vieną (TC_t), o sezoniškumo modeliavimas atliekamas dviem būdais:

- adityviuoju (sezoniškumo komponentės amplitudė nepriklauso nuo bendro eilutės reikšmių lygio):

$$Y_t = TC_t + S_t + I_t, \quad (1.21)$$

čia Y_t - laiko eilutės reikšmė laiko momentu t .

- multiplikatyviuoju (sezoniškumo komponentės amplitudė priklauso nuo bendro eilutės reikšmių lygio):

$$Y_t = T_t \cdot C_t \cdot S_t \cdot I_t. \quad (1.22)$$

Proceso, kuris generavo duomenis, nustatymui naudojama Box-Jenkins procedūra, kurią pagal Kvedarą (2005) sudaro šie etapai:

- stacionarumo užtikrinimas (integruotumo eilės d nustatymas),
- ARMA (p, q) identifikavimas,
- parametrų įvertinimas,
- modelio adekvatumo tikrinimas

Stacionarumas. Norint taikyti prognozavimo modelius, laiko eilutės turi būti stacionarios, tačiau daugelis ekonominių procesų yra nestacionarūs. Laiko eilutė stacionari, jei jos:

- pastovus vidurkis:

$$E(Y_t) = \mu = const ; \quad (1.23)$$

- pastovi dispersija:

$$E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2 = const ; \quad (1.24)$$

- stebėjimų kovariacija nepriklauso nuo laiko:

$$E[(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu)] = \gamma_k = \text{const}. \quad (1.25)$$

Galimi du nestacionarių procesų tipai:

- nestacionarūs, tačiau deterministinio trendo atžvilgiu stacionarūs procesai (Čuvak, 2007):

$$Y_t = \alpha + \mu t + \varepsilon_t \quad (1.26)$$

čia α - konstanta, μ - trendo komponentė, ε_t - baltasis triukšmas.

Procesas tampa stacionariu, kai išskiriamas tiesinis trendas.

- nestacionarūs integruoti (stochastinį trendą turintys) procesai, kurie tampa stacionariais imant pirmos eilės skirtumą (Čuvak, 2007):

$$(1 - L)^d Y_t = \mu + \varepsilon_t, \quad (1.27)$$

$$Y_t = \mu + y_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (1.28)$$

Apjungus abu tipus gaunami sudėtingesni nestacionarūs modeliai.

Laiko eilutės stacionarumo nustatymui gali būti naudojama grafinė, autokoreliacijos analizė, mažiausios dispersijos, Dickey Fuller ir ADF testai. Plačiau apžvelkime autokoreliacijos analizę naudojant korelogramas (angl. correlogram). Pagal Kvedarą (2005), autokoreliacijos ρ_k ir dalinės autokoreliacijos ρ_k^* įverčiai r_k ir r_k^* atitinkamai:

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T (z_t - \bar{z})(z_{t-k} - \bar{z})}{\sum_{t=1}^T (z_t - \bar{z})^2}, \quad (1.29)$$

kur

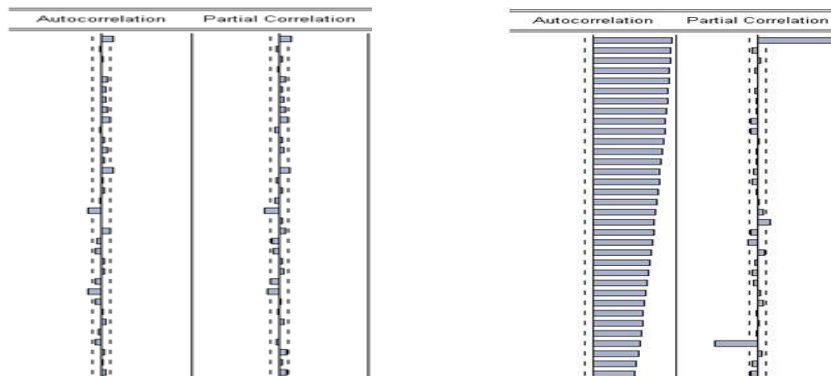
$$\bar{z} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T z_t; \quad (1.30)$$

$$r_k^* = \hat{\beta}_k, \quad (1.31)$$

kur $\hat{\beta}_k$ yra k -tasis regresijos $z_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 z_{t-1} + \dots + \hat{\beta}_k z_{t-k} + \hat{\varepsilon}_t$ koeficientas. Apie įverčių artumą nuliui sprendžiama tikimybiškai, t.y. tikrinamos hipotezės:

- $H_0 : r_k = 0$
 $H_1 : r_k \neq 0$ - apie k -tojo vėlavimo koreliacijos koeficiento lygybę nuliui,
- $H_0 : r_k^* = 0$
 $H_1 : r_k^* \neq 0$ - apie k -tojo vėlavimo dalinės koreliacijos koeficiento lygybę nuliui.

Jei $|r_k| > 2T^{-1/2}$, $|r_k^*| > 2T^{-1/2}$, galima daryti išvadą, kad su 95% tikimybe atitinkama hipotezė H_0 atmetama ir atitinkamas koreliacijos koeficientas statistiškai reišmingai skiriasi nuo nulio. Grafinis tokių hipotezių tikrinimo pavyzdys pateiktas 1.6 paveiksle.



1.6 pav. Korelogramos: stacionari ir nestacionari laiko eilutės (Karpuškienė, 2008)

Integruotumo eilės nustatymas. Integruotumo eilei d nustatyti dažniausiai naudojami vienetinės šaknies testai:

- išplėstinis Dickey-Fuller (angl. augmented Dickey-Fuller) (ADF),
- Phillips – Perron testas (angl. PP test).

Taikant ADF testą, t.y. tikrinant, ar kintamasis y_t yra stacionarus, sudaroma regresija:

$$\Delta y_t = c + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (1.32)$$

čia $\delta = \varphi - 1$.

Dickey-Fuller kriterijuose tikrinama hipotezė apie laiko eilutės Y_t priklausomybę nestacionariųjų integruotų (stochastinį trendą turinčių) procesų klasei, alternatyvioji hipotezė – apie priklausomybę stacionariųjų deterministinio trendo atžvilgiu procesų klasei:

$H_0 : \delta = 0$ - y_t nėra stacionarus ir integruotas bent 1-a eile;

$H_0 : \delta < 0$ - y_t yra stacionarus.

Testo statistika

$$t = \frac{\hat{\delta}}{Se(\hat{\delta})}, \quad (1.33)$$

čia $\hat{\delta}$ - parametro įvertis, $Se(\hat{\delta})$ - standartinė paklaida.

Jei $t > ADF$ nulinė hipotezė priimama, jei $t < ADF$ - nulinė hipotezė atmetama. Pagal Čuvak (2007) skirtingai nuo DF kriterijaus, taikant Phillips-Peeron kriterijų, ε_t gali būti autokoreliuotas ir turėti skirtingas dispersijas (heteroskedastiškumas) ir nebūtinai normaliai pasiskirstęs.

Vėlavimų nustatymas. Modelio p, q vėlavimų eilės nustatymas pagal autokoreliacinę analizę pateiktas 1.1 lentelėje. ACF žymima autokoreliacijos funkcija, PACF - dalinės autokoreliacijos funkcija.

1.1 lentelė

ARIMA vėlavimai p, q (Kvedaras, 2005)

Procesas	ACF	PACF
AR(p)	EkspONENTIŠKAI ar silpstančia sinusoide mažėja; konkreti forma priklauso nuo $\varphi_1, \dots, \varphi_p$ ženklų.	Po p lagų lygių nuliui: nenulinių $\rho_1^*, \dots, \rho_p^*$ pavidalas priklauso nuo $\varphi_1, \dots, \varphi_p$ ženklų.
MA(q)	Po p lagų lygių nuliui: nenulinių $\rho_1^*, \dots, \rho_q^*$ pavidalas priklauso nuo $\theta_1, \dots, \theta_p$ ženklų.	EkspONENTIŠKAI ar silpstančia sinusoide mažėja.
ARMA(p, q)	Kai $k > q$, ARMA(p, q) ACF lemiama tik AR(p) dalies; kai $k \leq q$ – visas ARMA(p, q) procesas.	Kai $k > p$, ARMA(p, q) PACF lemiama tik MA(q) dalies; kai $k \leq q$ – visas ARMA(p, q) procesas.

Vertinant parametrus, kartu vertinami ir vėluojančių Y_{t-k} kintamųjų ir paklaidų parametrai, todėl naudojamas maksimalaus tikėtimumo metodas (Kvedaras, 2005).

Modelio adekvatumo tikrinimas. Tikrinama, ar sudarytas modelis yra parinktas korektiškai, t.y. visi koeficientai turi būti statistiškai reikšmingi. Modelio adekvatumo vertinimui taikomi kriterijai:

- Akaike (AIC):

$$AIC(p, q) = \ln \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + \frac{2}{T}(p + q); \quad (1.34)$$

- Schwarz (BIC):

$$BIC(p, q) = \ln \hat{\sigma}_\varepsilon^2 + \frac{\ln T}{T}(p + q). \quad (1.35)$$

Geriausias potencialus modelis (bei parametų skaičius) bus tas, kurio kriterijų reikšmės bus mažiausios. Apibrėžto modelio liekanos turi būti baltasis triukšmas. Hipotezes apie autokoreliacijos koeficientų lygybę nuliui galima patikrinti naudojant Ljung-Box statistiką (Q statistiką). Jei

teorinė $\chi^2(k-p-q)$ skirstinio reikšmė didesnė už apskaičiuotą Q-statistikos reikšmę, su pasirinkta tikimybe α daroma išvada, kad paklaidos neautokoreliuoja ir sudarytas modelis yra adekvatus.

1.5.4 VEKTORINĖ AUTOREGRESIJA

Atskirų laiko eilučių prognozavimui naudojami vienalypiai ARMA modeliai, tačiau efektyviau naudoti sąryšius tarp skirtingų kintamųjų. Taip panaudojama gausesnė informacija ir sumažinamas prielaidų skaičius. Nagrinėkime daugialypį vektorinės autoregresijos prognozavimo modelį VAR.

Procesas Y_t , tenkinantis išraišką

$$Y_t = c + \sum_{i=1}^p AY_{t-i} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sum \varepsilon), \quad p > 0, \quad (1.36)$$

vadinamas p -eilės vektorine autoregresija - VAR (angl. Vector Autoregression). Čia Y_t , c ir ε_t yra atitinkamai n dimensijos endogeninių kintamųjų, konstantų ir baltojo triukšmo paklaidų vektoriai; $\sum \varepsilon$ ir $A_i, i=1, \dots, p$, yra kvadratinės $n \times n$ dimensijų kovariacijų ir parametru matricos; p - autoregresijos eilė. Visi kintamieji aprašomi kaip jų pačių ir kitų sistemos kintamųjų vėlavimų tiesinės regresinės funkcijos (Kvedaras, 2005).

Vektorinė autoregresija stacionari kai determinanto lygties

$$\left| I - p \sum_{i=1}^p A_i z^i \right| = 0 \quad (1.37)$$

šaknis moduliui yra didesnės už vienetą (Kvedaras, 2005):

$$|z_i| > 1, i = 1, \dots, p. \quad (1.38)$$

Jei eilė p yra baigtinė, tai VAR yra baigtinė ir žymima VAR(p), priešingu atveju – begalinė (pvz. VARMA procesas). Kiekvieną VAR(p) modelį nekeičiant esminių analizės rezultatų galima perrašyti kaip VAR(I) naudojant tam tikrą kintamųjų peržymėjimą. Pagal Kvedarą (2005), VAR modeliu aprašant duomenis taikomi šie etapai:

- duomenų surinkimas ir vektoriaus Y_t komponentų parinkimas,
- visų kintamųjų stacionarumo užtikrinimas,
- vėlavimų eilės p parinkimas,
- modelio adekvatumo tikrinimas.

Dažnai be tiriamųjų kitamųjų Y_t , kurie laikomi endogeniniais, į modelį įtraukiami ir egzogeniniai kintamieji X_t , gaunamas VARX(p,q) modelis:

$$Y_t = c + \sum_{i=1}^p AY_{t-i} + \sum_{j=0}^q BX_{t-i} + \varepsilon_t. \quad (1.39)$$

Kintamųjų vektorius Y_t parenkamas pagal konkretų uždavinį, tačiau kintamųjų skaičių riboja labai greitai augantis VAR parametrų kiekis. VAR kintamieji turi būti stacionarūs. Stacionarumo tikrinimo būdai ir nestacionarių laiko eilučių transformavimo į stacionarias procedūra taikoma tokia pati kaip ir ARIMA modeliams. Parametrų vertinimui naudojamas mažiausių kvadratų metodas. Parametro p parinkimą galima atlikti naudojant du būdus: nuoseklaus hipotezės apie paskutinio vėlavimo parametrų matricos reikšmingumą tikrinimu arba informaciniais Akaike, Schwartz, Hannan-Quin kriterijais. Sudarytas modelis yra adekvatus, jei paklaidos yra baltasis triukšmas.

Taigi, VAR modeliai plačiai taikomi laiko eilučių prognozavimui, tačiau juos galima taikyti ir Granger priežastingumo analizei, kuri tikrina, ar vieno kintamojo reikšmės naudingos prognozuojant kitą kintamąjį ateityje. VAR taip pat galima taikyti imitaciniam modeliavimui – reakcijos į impulsus tyrimui, kuriame nagrinėjama, kaip VAR sistemos kintamųjų reikšmės kinta po to, kai į sistemą ateina tam tikri impulsai (Kvedaras, 2005).

1.5.5 PROGNOZAVIMO PAKLAIDOS MATAI

Pagal Šiurkutę ir Jakaitienę (2009), prognozavimo tikslumui nustatyti naudojamas paklaidos matas RMSE (angl. root mean squared error):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left(\hat{y}_t - y_t \right)^2} \quad (1.40)$$

čia n - stebėjimų skaičius, \hat{y}_t - prognozuojama reikšmė, y_t - stebėta reikšmė, kai $t = 1 \dots n$.

Kuo RMSE reikšmė mažesnė, tuo tikslesnis prognozavimas.

2 TIRIAMOJI DALIS

Šioje dalyje pateikiamas ryšių tarp Lietuvos ekonominių ciklų tyrimas, periodiškumo analizė ir vieno iš ekonominių ciklų – VKI – prognozavimas taikant penkis skirtingus metodus.

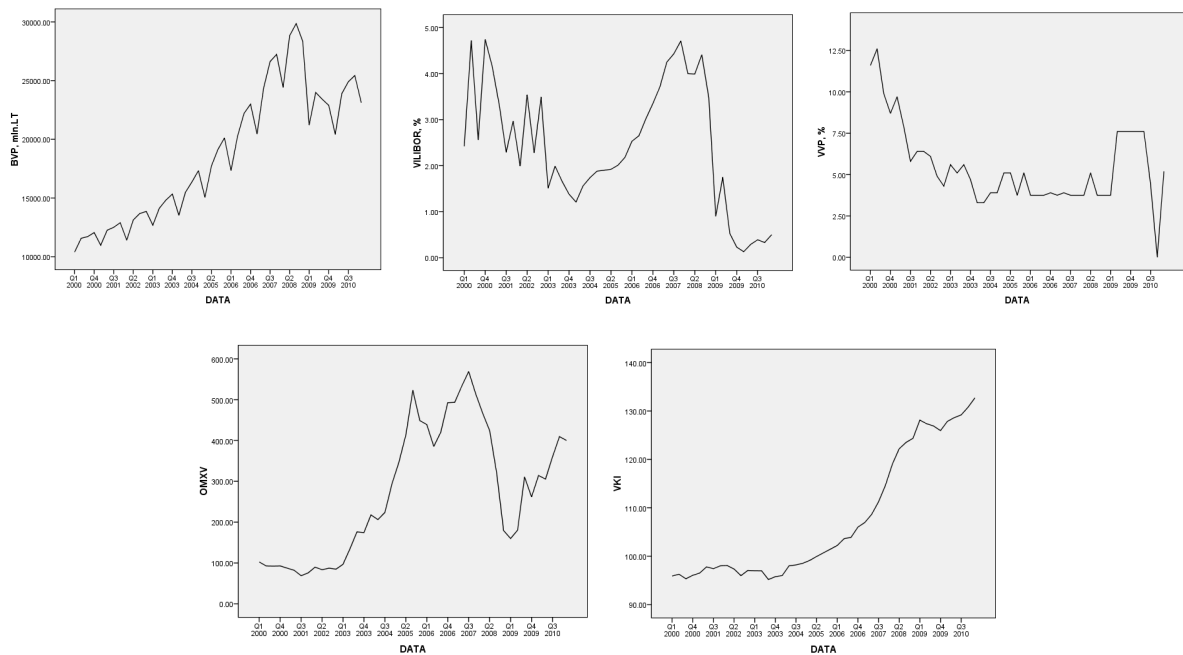
2.1 DUOMENYS

Lietuvos ekonominių ciklų analizei ir prognozavimui naudojami ketvirtiniai duomenys (1 priedas) iš oficialių Lietuvos Statistikos Departamento, Lietuvos Banko ir NASDAQ OMX Baltic internetinių puslapių. Nagrinėjamas laikotarpis 2000K1 – 2011K1 (2000K1 žymimas 2000 I ketvirtis). Analizuojami šie ekonominiai indikatoriai (pateikiami sutrumpinimai, indikatorių aprašymas teorinėje dalyje):

- BVP,
- VILIBOR,
- VVP,
- OMXV,
- VKI.

Pradinių duomenų grafikai pateikti 2.1 paveiksle.

Ne visų indikatorių statistiniai duomenys skelbiami ketvičiais. VILIBOR – kiekvieną mėnesį ir skirtingų trukmių, todėl imama 3, 6, 9 ir 12-to mėnesių palūkanų normų iš viso reikšmė (%). VVP – pagal aukciono datą, todėl imama paskutinės 3, 6, 9 ir 12-to mėnesio dienos nepriklausomai nuo trukmės obligacijų atkarpos dydžio reikšmė (%) (arba artimiausia jei nėra paskutinės). OMXV – kiekvieną dieną, imama paskutinės 3, 6, 9 ir 12-to mėnesio dienos reikšmė. Suvienodiname analizuojamų duomenų dydžius, t.y. apskaičiuojame procentais išreikštų indikatorių vertę (keičiame mastelį).

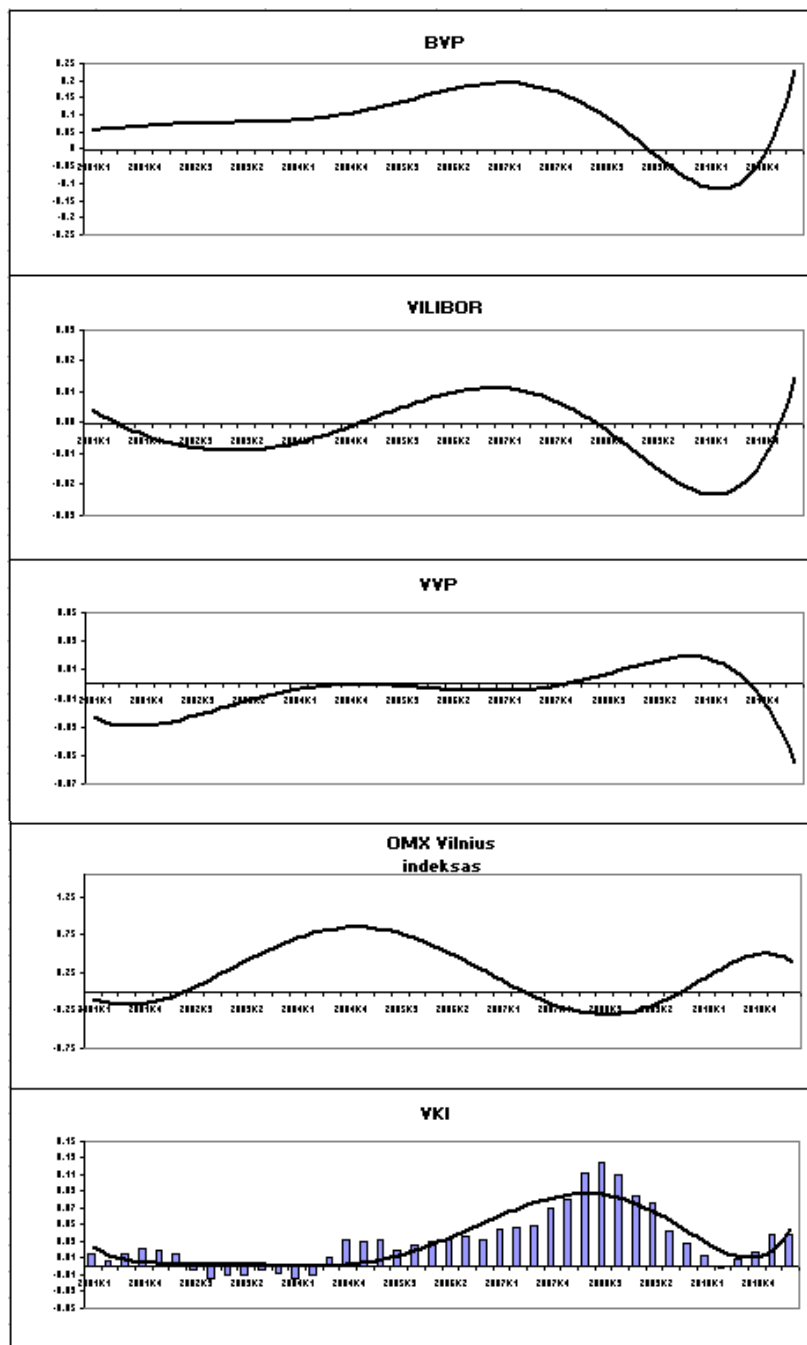


2.1 pav. BVP, VILIBOR, VVP, OMXV, VKI laikotarpiu 2000K1-2011K1

2.2 APROKSIMAVIMAS IR PERIODIŠKUMO ANALIZĖ

Kaip matyti iš 2.1 paveikslo, ekonominių procesų grafikai turi ženkliai atsitiktinę komponentę, todėl nustatyti jų cikliškumą sudėtinga. Apskaičiuokime kiekvieno ekonominio indikatorius metinius vertės pokyčius, aproksimuokime m -to laipsnio polinomis ir pavaizduokime grafiškai (2.2 pav.). Kadangi nagrinėjamas trumpas laikotarpis, kuris pasižymi mažu ekonominių indikatorių periodiškumu, teorinėje dalyje aprašytą aproksimaciją periodinėmis funkcijomis taikyti nekorektiška. Aproksimuojančio polinomo laipsnis parenkamas bendras visiems indikatoriams su sąlyga, kad aproksimacijos tikslumas $R^2 > 0.5$. Ši sąlyga tenkinama prie mažiausio polinomo laipsnio lygaus 6. Didinant polinomo laipsnį tikslumo įvertis R^2 padidėja nežymiai, naujų ekstremumų neatsiranda, tačiau padaugėja menamų šaknų – apsunkinama analizė. 6-to laipsnio polinomas gali turėti 6 ekstremumus, kas atitiktų 2.5 periodo. Gautos indikatorių aproksimacijos turėjo 3, 3, 4 ir 5 ekstremumus. Turint ilgesnę imtį, kurioje galimi trys ciklai, polinomo laipsnį reikėtų imti nemažesnę kaip 8. Aproksimacijos tikslumas vertinamas Pirsono mišriojo momento koreliacijos koeficiento kvadrato reikšme (Microsoft Excel help, 2011). Naudojant *Microsoft Excel*, R^2 galima rasti funkcijos $RSQ(\text{žinomi } y, \text{ žinomi } x)$ pagalba, o aproksimuojančio polinomo koeficientus naudojant du būdus. Taikyti funkciją $LINEST(\text{žinomi } y, \text{ žinomi } x, \text{ konstanta, statistika})$. Skaičiuoja tiesės

statistiką naudojant mažiausių kvadratų metodą, skirtą apskaičiuoti geriausiai analizuojamus duomenis atitinkančią tiesę, ir gražina masyvą, aprašantį liniją. Kadangi gražinamas reikšmių masyvas, formulė turi būti įvedama kaip masyvo formulė (Microsoft Excel help, 2011). Arba vaizdesnę grafinę priemonę - ant duomenų grafiko uždėjus krypties liniją (angl. trendline), tačiau aukščiausias polinomo laipsnis, kuri galima pasirinkti yra 6.



2.2 pav. Lietuvos ekonominių indikatorių metiniai pokyčiai

Taigi, pavaizdavę Lietuvos ekonominių indikatorių metinius pokyčius krypties linijomis 2.2 paveiksle matome, kad Daykin ir kt. (1994) aprašyti Didžiosios Britanijos ekonomikoje pastebėti sąryšiai galioja ir Lietuvos ekonomikoje. Kai krenta BVP vertė, mažėja VILIBOR ir VKI. Mažėjant VILIBOR auga VVP, kiek lėčiau auga OMXV.

Atliksime detalesnę kiekvieno iš indikatorių ir jų tarpusavio priklausomybės analizę tiriant informatyviuosius aproksimuojančių polinomų taškus. 6-to laipsnio polinomų koeficientai ir aproksimacijos tikslumo matai pateikti 2.1 lentelėje.

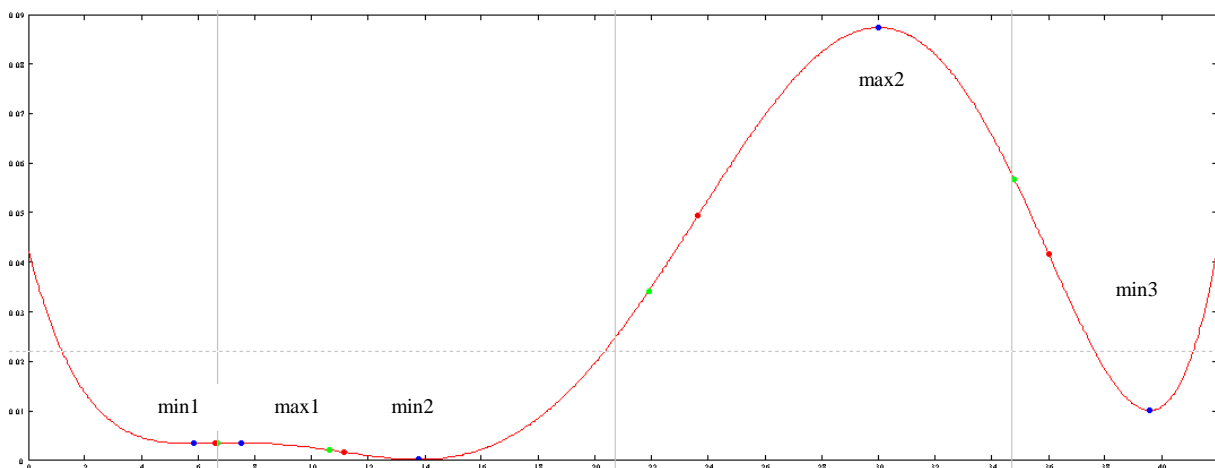
2.1 lentelė

6-to laipsnio polinomų koeficientai

Indikatorius	Polinomo $y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_6x^6$ koeficientai							Tikslumo matas
	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	R^2
BVP	0,054	- 0,001	0,002	- 0,4·10 ⁻³	0,1·10 ⁻⁵	- 0,9·10 ⁻⁶	0,9·10 ⁻⁸	0,736
VILIBOR	0,008	- 0,004	0,3·10 ⁻³	- 0,1·10 ⁻⁴	0,1·10 ⁻⁵	-0,5·10 ⁻⁷	0,6·10 ⁻⁹	0,604
VVP	-0,016	-0,009	0,002	- 0,1·10 ⁻³	0,2·10 ⁻⁵	0,11·10 ⁻⁸	- 0,4·10 ⁻⁹	0,552
OMXV	0,017	- 0,133	0,024	- 0,2·10 ⁻³	- 0,8·10 ⁻⁴	0,3·10 ⁻⁵	- 0,3·10 ⁻⁷	0,583
VKI	0,042	- 0,022	0,005	-0,5·10 ⁻³	0,3·10 ⁻⁴	- 0,6·10 ⁻⁶	0,5·10 ⁻⁸	0,771

Matematinio paketo *Mathcad* pagalba tirsime tokius informatyviuosius taškus: minimumus/maksimumus, vidurio taškus ir vingio taškus. 2.1 Lentelėje pateikti polinomų koeficientai yra suapvalinti, taškams rasti reikalingas 15 skaitmenų po kablelio tikslumas. Ekstremumų informatyvumą prognozuosime grafiko kreivumu to taško aplinkoje, kuri charakterizuojama kreivumo spindulys, kitų taškų – liestinių statumu. Įvertinsime kiekvieno indikatoriaus periodiškumą. Ištirsime kurie indikatoriai yra orientuojantys, kurie atsiliekančys lyginant su VKI.

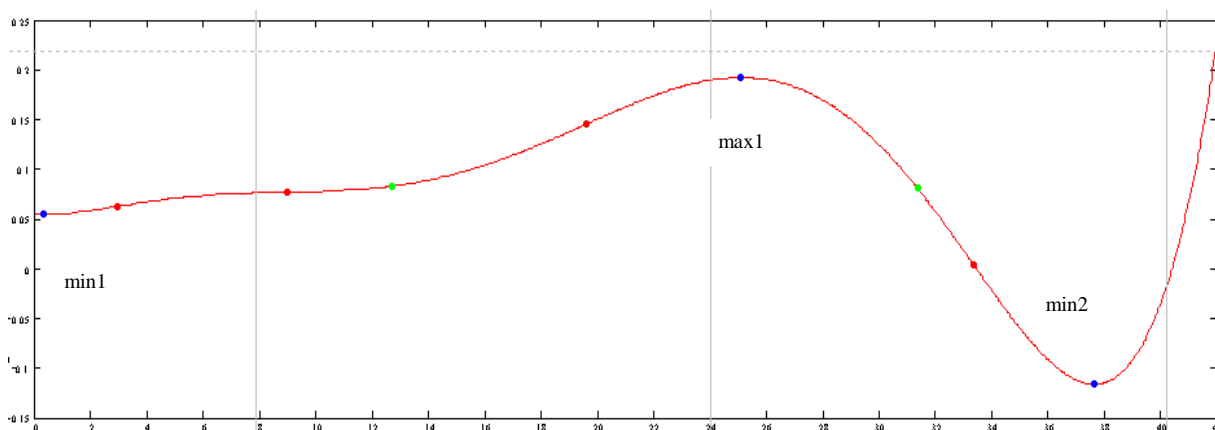
Informatyvieji taškai 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 ir 2.7 paveiksluose pažymėti skirtingomis spalvomis: ekstremumai – mėlynai, vidurio taškai – žaliai ir vingio taškai – raudonai. Vieno iš indikatorių analizės pavyzdys matematiniu paketu *Mathcad* pateiktas 2 priede.



2.3 pav. VKI aproksimacija

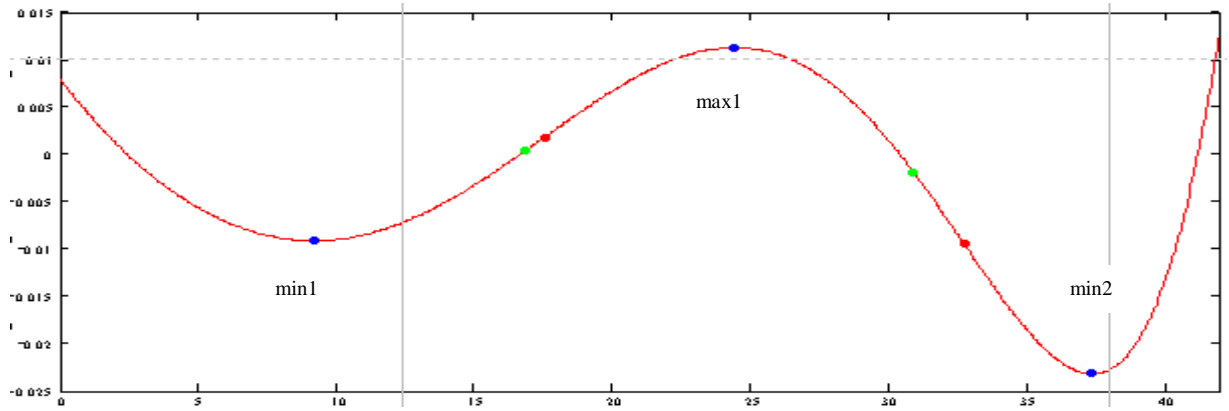
Kadangi analizuojamas trumpas laikotarpis (42 ketvirčiai), VKI ir kiti indikatoriai nepasižymi dideliu periodų skaičiumi, todėl analizuokime pusperiodžius. Nuo $min1$ iki $max1$ – 1.5 ketvirčio, nuo $max1$ iki $min2$ – 6 ketvirčiai, nuo $min2$ iki $max2$ – 16 ketvirčių, nuo $max2$ iki $min3$ – 9.5 ketvirčio. Iš 2.3 paveikslo matyti, kad funkcija lėtėja artėdama prie $min1$ ir $max1$, tai rodo ir didelės kreivumo spindulio R tuose taškuose reikšmės, atitinkamai 2997 ir 4283. Todėl šiuos ekstremumus galime vadinti neinformatyviais. Taške $max2$ kreivumo spindulys 379 (daugiau nei 10 kartų mažesnis už $max1$), o $min3$ smiliausias ekstremumas, nes $R = 119$ tame taške.

Pusperiodžiai tarp vingio taškų – 4.5, 12.5 ir 12 ketvirčių. Pirmieji du taškai neinformatyvūs pagal liestinių statumą šiuose taškuose. Pusperiodžiai tarp vidurio taškų: 4, 11 ir 13 ketvirčių. Jei ekstremumo kreivumas mažas (didelis R), tai vingio taškų ir vidurio taškų reikšmės skiriasi nežymiai.



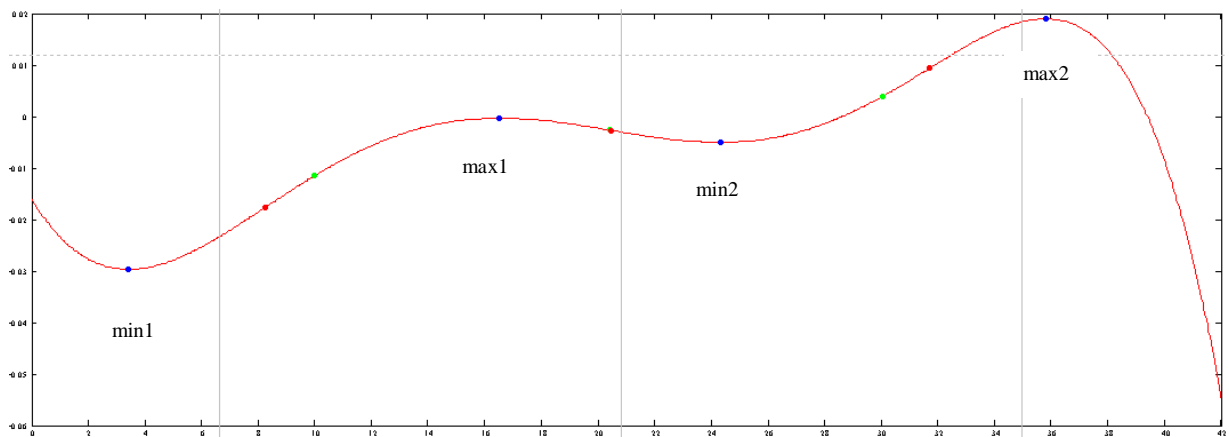
2.4 pav. BVP aproksimacija

Iš 2.4 paveikslo matyti, kad funkcija turi daugiau vingio taškų lyginant su ekstremumo ir vidurio taškais. Pirmas ir antras vingio taškas nereikšmingi, nes liestinių statumai atitinkamai lygūs $0.5 \cdot 10^{-2}$ ir $0.6 \cdot 10^{-3}$ lyginant su trečio ir ketvirto taško liestinių statumais 0.01 ir -0.04. Pusperiodis nuo *min1* iki *max1* yra 25 ketvirčiai, nuo *max1* iki *min2* yra 12.5 ketvirčio. BVP yra orientuojantis VKI indikatorius. Apie *min1* perspėja prieš 5.5 ketvirčio, apie *max2* prieš 5 ketvirčius, apie *min3* prieš 2 ketvirčius.



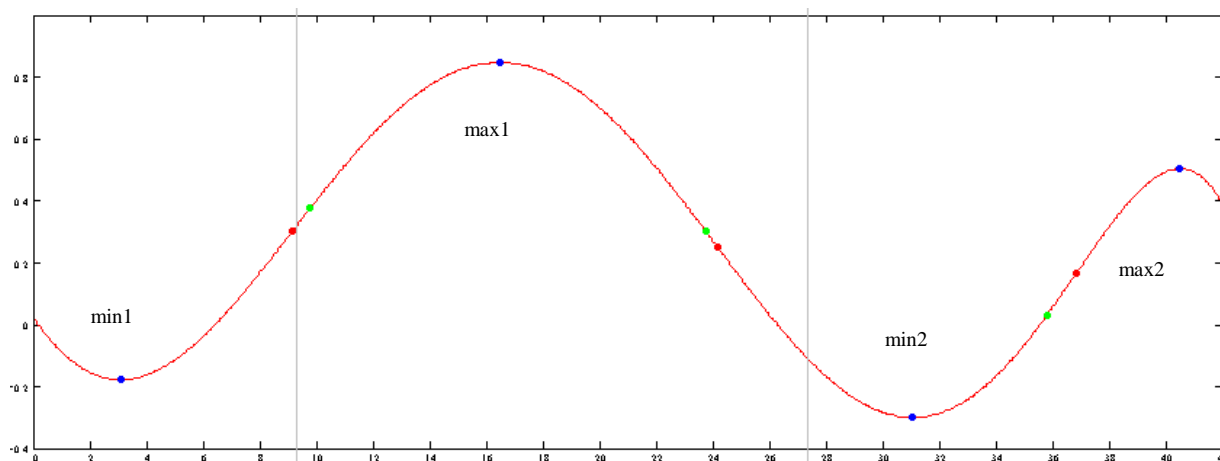
2.5 pav. VILIBOR aproksimacija

Pusperiodžiai tarp ekstremumų: 15 ir 13 ketvirčių. Visi trys ekstremumai yra informatyvūs. Pusperiodis tarp vingio taškų lygus 19 ketvirčių. Kadangi VILIBOR turi tik vieną pusperiodį tarp vingio ir vidurio taškų (2.5 pav.), lyginamosios analizės su pusperiodžiais tarp ekstremumų neatliksime. VILIBOR yra orientuojantis VKI indikatorius. Apie *min1* perspėja prieš 4.5 ketvirčio, apie *max2* prieš 5.5 ketvirčio, apie *min3* prieš 2 ketvirčius.



2.6 pav. VVP aproksimacija

Pusperiodžiai tarp ekstremumų: 13, 8 ir 11.5 ketvirčio. Iš 2.6 paveikslo matyti, kad visi keturi ekstremumai yra informatyvūs. Pusperiodžiai tarp vingio taškų: 12 ir 11 ketvirčių. VVP yra priešingos fazės nei VKI indikatorius. VVP *min1* apie VKI *max1* perspėja prieš 4 ketvirčius. VVP *max1* 3 ketvirčiais atsilieka nuo VKI *min2*. VVP *min2* ir *max2* lenkia VKI *max2* ir *min3* atitinkamai 5 ir 4 ketvirčiais.

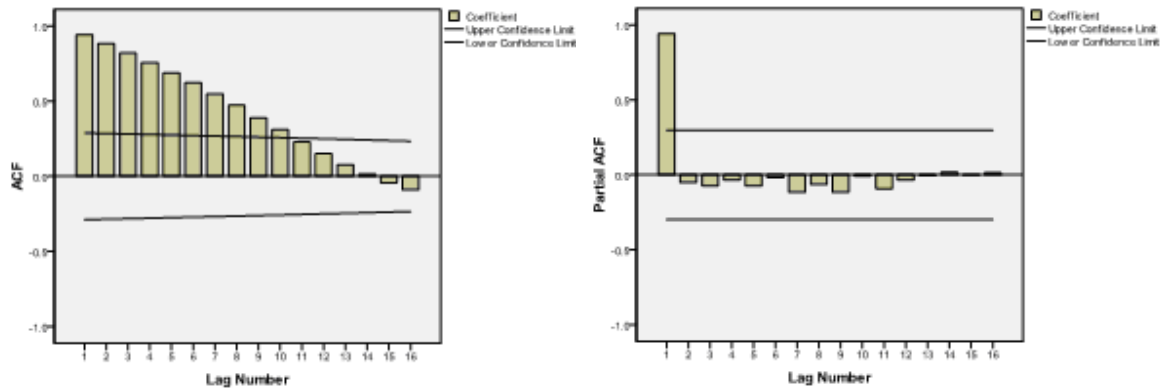


2.7 pav. OMXV aproksimacija

Pusperiodžiai tarp ekstremumų: 13.5, 14.5 ir 9.5 ketvirčiai. Visi keturi ekstremumai yra informatyvūs ($R = 26, 40, 32, 20$). Pusperiodžiai tarp vingio taškų: 15 ir 13 ketvirčių. OMXV yra priešingos fazės nei VKI indikatorius. OMXV *min1* apie VKI *max1* perspėja prieš 4.5 ketvirčio. OMXV *max1*, *min2* ir *max2* atsilieka nuo VKI *min2*, *max2* ir *min3* atitinkamai 3, 1 ir 1 ketvirčiais.

2.3 PROGNOZAVIMAS

VKI prognozavimui taikomi RWD, ARIMA, VAR, Filipso kreivės ir elementarusis modeliai. Atliekamas realus prognozavimas. Pagal 2000K1-2005K4 laikotarpį prognozuojamas vienas ketvirtis į priekį iki 2006K1, tuomet pagal 2000K1-2006K1 gaunama prognozė iki 2006K2, ir taip kol turime prognozes iki 2011K2. Analogišku principu atliekamos dviejų, trijų ir keturių ketvirčių į priekį prognozės. Pirmiausiai kiekvienai laiko eilutei statistinio paketo *SPSS Statistics 17.0* pašalinama sezoniškumo įtaka ir atliekama autokoreliacinė analizė stacionarumui patikrinti.



2.8 pav. VKI korelogramos

2.8 paveiksle pateiktos VKI korelogramos, kurios rodo, kad procesas nėra stacionarus. Kiti nagrinėjami ekonominiai procesai taip pat nėra stacionarūs, tačiau tiesinės regresijos pagalba pašalinus tendą arba imant pirmos eilės skirtumą procesai paverčiami stacionariais.

2.3.1 RWD

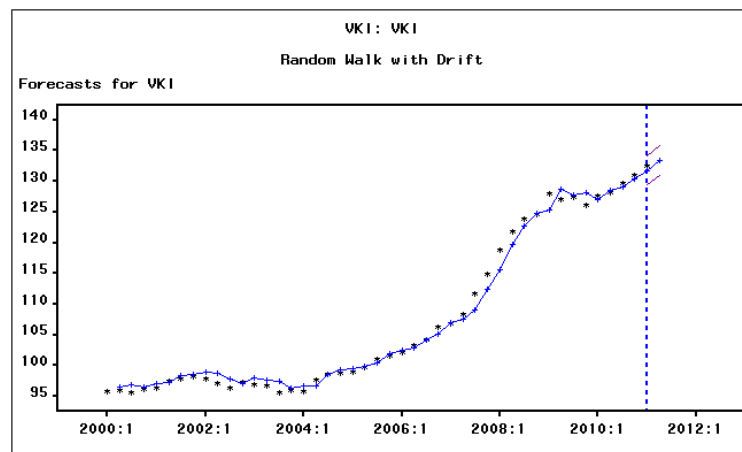
Kadangi VKI pasižymi kylančiu trendu, sudarytas atsitiktinio klaidžiojimo prognozavimo modelis būtų neadekvatus. Todėl taikomas atsitiktinio klaidžiojimo su dreifu modelis aprašytas (1.12) formule. Statistinis paketas *SAS 9.0* turi laiko eilučių prognozavimo sistemą, kuria galima realizuoti RWD modelį. Prognozavimas su *SAS* plačiau aprašytas trečiame skyriuje.

2.2 lentelė

2006K1-2011K1 laikotarpio prognozių RWD tikslumas:

	1 ketv. į priekį	2 ketv. į priekį	3 ketv. į priekį	4 ketv. į priekį
RMSE	1.676	2.326	3.065	3.488

Vieno ketvirčio į priekį prognozės lyginant su keturių ketvirčių į priekį prognozėmis yra 2 kartus tikslesnės (2.2 lentelė). Prognozuojama VKI indekso reikšmė 2011K2 - 133.2 su 95% pasikliautinoju intervalu [130.922; 135.731]. Grafiškai pavaizduota 2.9 paveiksle.



2.9 pav. VKI prognozė 2011 m. 2 ketvičiui, RWD

2.3.2 ARIMA

VKI prognozės gautos taikant $ARIMA(p,d,q)$ modelį. „Skirtingai negu kiti ekonometrikos modeliai, kurie sudaromi remiantis ekonomikos teorijos formuluotėmis, o ekonometrikas tik įvertina pasirinktą modelį, šiuose modeliuose nefiksuoja vienareikšmiška specifinė modelio išraiška, o remiantis laiko eilutės stebinių informacija, ši išraiška konstruojama modelį sudarant“ (Boguslauskas, 2007).

Statistinis paketas *SPSS* turi prognozavimo sistemą *Expert Modeler*, kuris su pasirinkta tikimybe $p = 0.95$ naudojant Ljung-Box statistiką Q sudaro adekvatų modelį. Užtikrinamas proceso stacionarumas nustatant integruotumo eilę d , ir maksimalaus tikėtimumo metodo pagalba parenkami parametrai p , q . Prognozavimas su *SPSS* plačiau aprašytas trečiame skyriuje.

2.3 lentelė

VKI modeliavimas $ARIMA(p,d,q)$

Laikotarpis	$ARIMA(p,d,q)$
2000K1 – 2007K1	$ARIMA(0,1,0)$
2000K1 – 2007K2	$ARIMA(0,2,1)$
2000K1 – 2008K3	$ARIMA(1,2,0)$
2000K1 – 2009K1	$ARIMA(0,2,1)$
2000K1 – 2009K2	$ARIMA(2,1,0)$
2000K1 – 2009K3	$ARIMA(1,1,0)$
2000K1 – 2011K2	$ARIMA(0,1,2)$

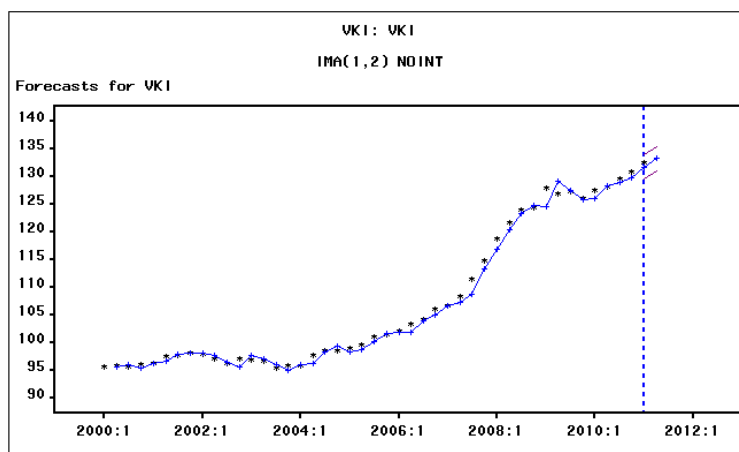
Iš 2.3 lentelės, kurioje pateikti taikomo $ARIMA(p,d,q)$ modelio parametrai skirtingais laikotarpiais matyti, kad VKI procesas yra stacionarus, kai integruotumo eilė d lygi 1 arba 2.

2.4 lentelė

2006K1-2011K1 laikotarpio prognozių ARIMA(p,d,q) tikslumas

	1 ketv. į priekį	2 ketv. į priekį	3 ketv. į priekį	4 ketv. į priekį
RMSE	1.514	1.911	2.698	2.458

Iš 2.4 lentelės matyti, kad paklaida RMSE prognozuojant keturis ketvirčius į priekį yra mažesnė nei prognozuojant tris ketvirčius į priekį, atitinkamai 2.698 ir 2.458. Prognozuojama VKI indekso reikšmė 2011K2 - 133.892 su 95% pasikliautiniuju intervalu [131.467; 136.35]. Grafiškai pavaizduota 2.10 paveiksle.



2.10 pav. VKI prognozė 2011 m. 2 ketvičiui, ARIMA(0,1,2)

2.3.3 VAR

VKI prognozėms taikant $VAR(p)$ gauti, statistiniu paketu *SAS* buvo parašytas programos kodas su paaiškinimais (3 priedas), leidžiantis keičiant parametro p reikšmes sudaryti adekvatų prognozavimo modelį. Parametro vertinimas atliekamas pagal dalinių koreliacijų matricas. Kadangi modeliuojamas tik vienas endogeninis kintamasis VKI, $VAR(p)$ tampa $AR(p)$.

Schematic Representation of Partial Cross Correlations						
Variable/ Lag	1	2	3	4	5	6
VKI	+

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

2.11 pav. Dalinių korelacijų matrica, SAS

Model Parameter Estimates						
Equation	Parameter	Estimate	Std Error	T Ratio	Prob> T	Variable
VKI	CONST1	19.44499	8.26588	2.35	0.0285	1
	AR1_1_1	0.81435	0.07779	10.47	0.0001	VKI(t-1)

2.12 pav. Parametrų įverčiai

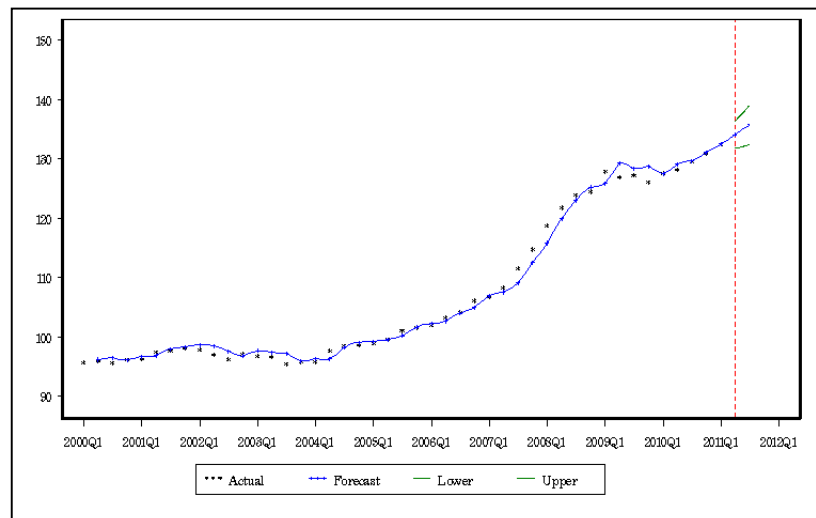
2.11 paveiksle pateiktas pavyzdys rodo, kad analizuojami duomenys gali būti tinkamai aprašyti *AR* modeliu su parametru $p = 1$, nes dalinės koreliacijos matrica dviejų standartinių paklaidų atžvilgiu yra reikšminga po lagų skaičiaus lygaus 1. Modelio $VAR(I)$ parametrų įverčių pavyzdys pateiktas 2.12 paveiksle. Su pasirinkta 0.95 tikimybe, abu parametrai yra statistiškai reikšmingi: $0.05 > 0.0285$ ir $0.05 > 0.0001$.

2.5 lentelė

2006K1-2011K1 laikotarpio prognozių $VAR(p)$ tikslumas

	1 ketv. į priekį	2 ketv. į priekį	3 ketv. į priekį	4 ketv. į priekį
RMSE	1.701	2.448	3.703	3.861

Vieno ketvirčio į priekį prognozės lyginant su keturių ketvirčių į priekį prognozėmis yra daugiau nei 2 kartus tikslesnės (2.5 lentelė), tačiau nežymiai skiriasi nuo trijų ketvirčių į priekį. Prognozuojama VKI indekso reikšmė 2011K2 - 134.1 su 95% pasikliautinoju intervalu [131.8; 136.4]. Grafiškai pavaizduota 2.13 paveiksle.



2.13 pav. VKI prognozė 2011 m. 2 ketvičiui, VAR(1)

2.3.4 FILIPSO KREIVĖS METODAS

Filipso kreivės modelis yra žinomas kaip stabilus ir tikslus infliacijos prognozavimo įrankis, lyginat su kitais modeliais. Blinder (1997) šį modelį pavadino „maža makroekonomikos paslaptimi“ po pasitvirtinusių infliacijos prognozių JAV. Šiame skyrelyje atsakysime į klausimą: ar gali kiti ekonominiai indikatoriai pagerinti VKI prognozavimo rezultatus?

(1.1) formule aprašytą Filipso kreivės modelį galime realizuoti SAS pagalba taikydami vektorinės autoregresijos modelį su egzogeniniu kintamuoju – VARX(p, q). Naudojamas tas pats programos tekstas kaip ir prognozuojant VAR(p), tik papildoma nauju kintamuoju – ekonominiu indikatoriumi. Į modelį indikatoriai įtraukiami po vieną, tačiau kelių kombinacija taip pat galima. Kaip ir kitais metodais prognozuojamas vienas, du, trys ir keturi ketvirčiai į priekį ir vertinamas prognozių tikslumas. Papildomai vertinama kiekvienų metų prognozė ir skaičiuojama kiek kartų į modelį įtraukti indikatoriai pagerino/pablogino autoregresiją. Renkamas daugiausiai kartų pagerinęs/pabloginęs autoregresiją indikatorius.

2.6 lentelė

2006K1-2011K1 laikotarpio prognozių Filipso kreive tikslumas

RMSE				
Indikatorius	1 ketv. į priekį	2 ketv. į priekį	3 ketv. į priekį	4 ketv. į priekį
BVP	1.329	2.015	2.885	3.276
VILIBOR	1.498	1.941	3.045	2.012
VVP	1.675	2.432	3.681	3.668
OMXV	1.541	2.216	3.245	3.406

Sudarius VARX(1,1) modelį ir prognozuojant VKI vieną ketvirtį į priekį, egzogeniniu kintamuoju tiklinga pasirinkti BVP, du ketvirčius – VILIBOR, tris – BVP ir keturis – VILIBOR. Galime daryti prielaidą, kad daugiausiai kartų autoregresiją gerins BVP arba VILIBOR, o blogins VVP, nes pastarojo visų prognozių RMSE yra didžiausias (2.6 lentelė). Patikrinkime

2.7 lentelė

Autoregresijos gerinimas/bloginimas

Pagal	Prognozė (metams į priekį)	Indikatorių skaičius kurie	
		Pagerino autoregesiją	Pablogino autoregesiją
2000-K1:2005-K4	2006-K1:2006-K4	0	4
2000-K1:2006-K4	2007-K1:2007-K4	1	3
2000-K1:2007-K4	2008-K1:2008-K4	4	0
2000-K1:2008-K4	2009-K1:2009-K4	4	0
2000-K1:2009-K4	2010-K1:2010-K4	2	2
2000-K1:2010-K4	2011-K1:2011-K4	-	-
VISO:		11	9

2.8 lentelė

Indikatorių vertinimas prognozuojant vieną ketv. į priekį

Metai	RMSE			
	Autoregresija	Geriausias indikatorius		Blogiausias indikatorius
2006	0.629	0.678	BVP	0.993 OMXV
2007	1.068	1.067	BVP	1.259 OMXV
2008	2.159	1.631	OMXV	2.121 VVP
2009	2.948	1.624	VILIBOR	2.869 VVP
2010	0.553	0.458	BVP	1.202 VVP

Iš 2.7 lentelės matyti, kad prognozuojant vieną ketvirtį į priekį ir vertinant vienerių metų prognozės tikslumą pagal RMSE, Filipso kreivės modelio taikymas 11 kartų iš 20 pasiteisino, o 9 ne. VAR(1) prognozę gerino/blogino į Filipso kreivės modelį įtrauktas BVP/VVP indikatorius (2.8 lentelė). Prognozuojant du ketvirčius į priekį ir vertinant vienerių metų prognozės tikslumą, Filipso kreivės modelio taikymas taip pat 11 kartų iš 20 pasiteisino, o 9 ne. Geriausias/blogiausias indikatorius

VILIBOR/VVP. Tris ketvirčius – 13 iš 20 pasiteisino, 7 ne, geriausias/blogiausias indikatorius BVP/VVP. Keturis ketvirčius – 13 iš 20 pasiteisino, 7 ne, geriausias/blogiausias indikatorius VILIBOR/VVP. Vadinasi, padaryta prielaida apie indikatorių vertinimą buvo teisinga. Prognozuojamos VKI indekso reikšmės 2011K2 su 95% pasikliautinaisiais intervalais pateikti 2.9 lentelėje.

2.9 lentelė

Filipso kreivės metodu VKI prognozės 2011K2

Indikatorius	Prognozuojama VKI reikšmė	95% pasikliautinis intervalas	
BVP	133.5	131.8	135.3
VILIBOR	133.7	131.6	135.8
VVP	134	131.8	136.3
OMXV	134.1	132.2	136.1

Taigi, prognozuojant VKI Filipso kreivės modeliu ir vietoj bedarbystės įtraukus kitą indikatorių galima pagerinti prognozių tikslumą. Gauti rezultatai patvirtina 2.2 paveiksle vaizduojamas Lietuvos ekonominių ciklų priklausomybes: VKI atsilieka nuo BVP, todėl pastarasis perspėja apie artėjanti nuosmukį arba pakilimą ir patikslina autoregresiją, VVP elgiasi priešingai nei VKI.

2.3.5 ELEMENTARUSIS PROGNOZAVIMAS

Prognozuodami pagal RWD, ARIMA(p,d,q), VAR(p) ir Filipso kreivės modelius, vertinome VKI istoriją per ilgesnį nei 5 metų periodą. Atlikime elementarųjį (žymėkime EM) VKI prognozavimą – įvertinkime kiekvieno ketvirčio VKI pokyčius ir sakykime, kad sekančio ketvirčio prognozė bus lygi prieš tai buvusio ketvirčio ir pokyčio sumai:

$$Y_t = Y_{t-1} + (Y_{t-1} - Y_{t-2}) \quad (2.1)$$

Šis metodas labiausiai tinka nuolat kylantį arba nuolat besileidžiantį trendą turinčių laiko eilučių prognozavimui. Kitu atveju gaunamos didelės paklaidos. 2005K1-2011K1 laikotarpio prognozių tikslumas RMSE = 2.021. Prognozuojama VKI reikšmė 2011K2 – 132.721.

2.4 PROGNOZAVIMO METODŲ PALYGINIMAS

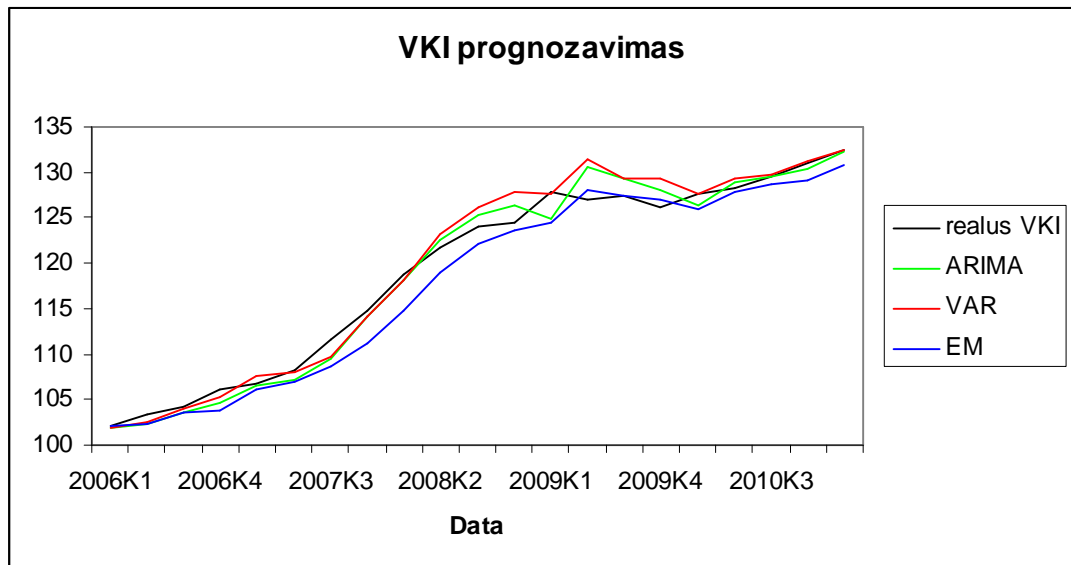
VKI prognozavimas atliktas taikant penkis metodus, keturiais skirtingais žingsniais į priekį. Dėl didelių prognozavimo paklaidų, trijų ir keturių ketvirčių į priekį prognozių grafiškai nelyginsime.

2.9 lentelė

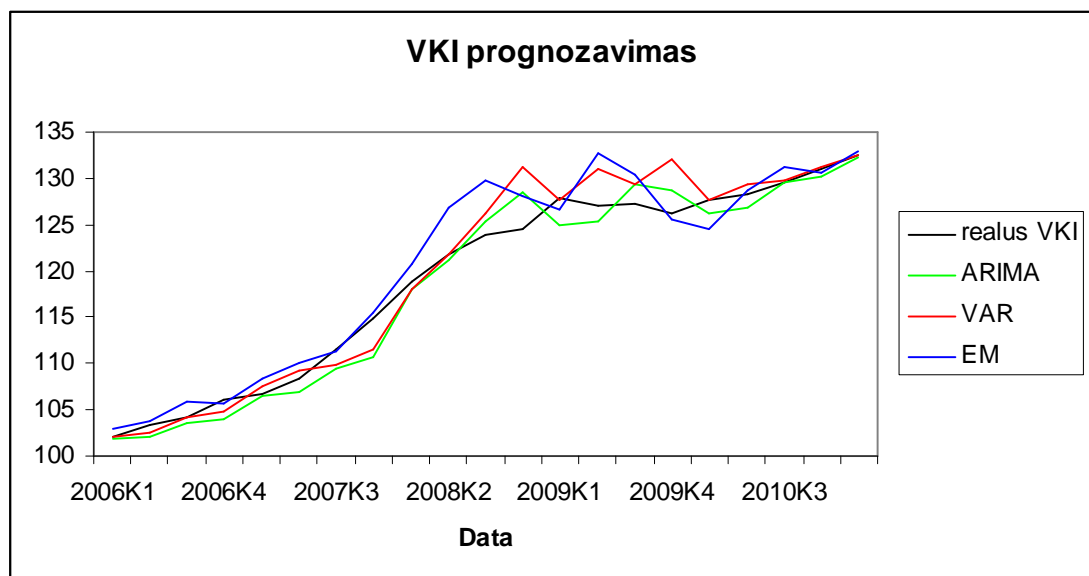
2006K1-2011K1 laikotarpio prognozių tikslumas

Modelis	RMSE	
	1 ketv. į priekį	2 ketv. į priekį
RWD	1.676	2.326
ARIMA(p,d,q)	1.514	1.911
EM	2.021	2.617
-----	-----	-----
VAR(p)	1.701	2.448
-----	-----	-----
Filipso Kreivės:		
+BVP	1.329	2.015
+VILIBOR	1.498	1.941
+VVP	1.675	2.432
+OMXV	1.541	2.216

Iš 2.9 lentelės matyti, kad lyginant RWD, ARIMA(p,d,q), EM ir VAR(p) metodų prognozavimo tikslumus, laiko eilutė VKI tiksliausiai prognozuojama ARIMA(p,d,q), prasčiausiai – EM. Taikant RWD gautos prognozės tikslesnės lyginant su VAR(p). Modeliuojant Filipso kreivės metodu, su visais indikatoriais gautos prognozės tikslesnės nei taikant VAR(p). Vadinasi, ekonominiai indikatoriai gali pagerinti VKI prognozavimo rezultatus. Apibendrinant, pagal modelių tikslumą 2006K1-2011K1 laikotarpiu, galime teigti, kad 2011K2 Lietuvos VKI reikšmę patikimiausia prognozuoti būtų taikant Filipso kreivės modelį, egzogeniniu kintamuoju pasirenkant BVP, 2011K3 reikšmę – taikant ARIMA(p,d,q) modelį. Atlikus VKI prognozių pasikliautinųjų intervalų analizę taip pat pastebėta, kad mažiausias 95% pasikliautinąjo intervalo plotis 3.5 yra Filipso kreivės (įtraukus BVP) prognozei ir didžiausias 4.8 – EM prognozei. Todėl taikant statistiškai patikimiausią (iš analizuotų) metodą, 2011K2 laukiamas 4.1% VKI padidėjimas lyginant su praėjusių 2010 metų atitinkamu ketvirčiu ir 0.5% padidėjimas lyginant su praėjusiu ketvirčiu.

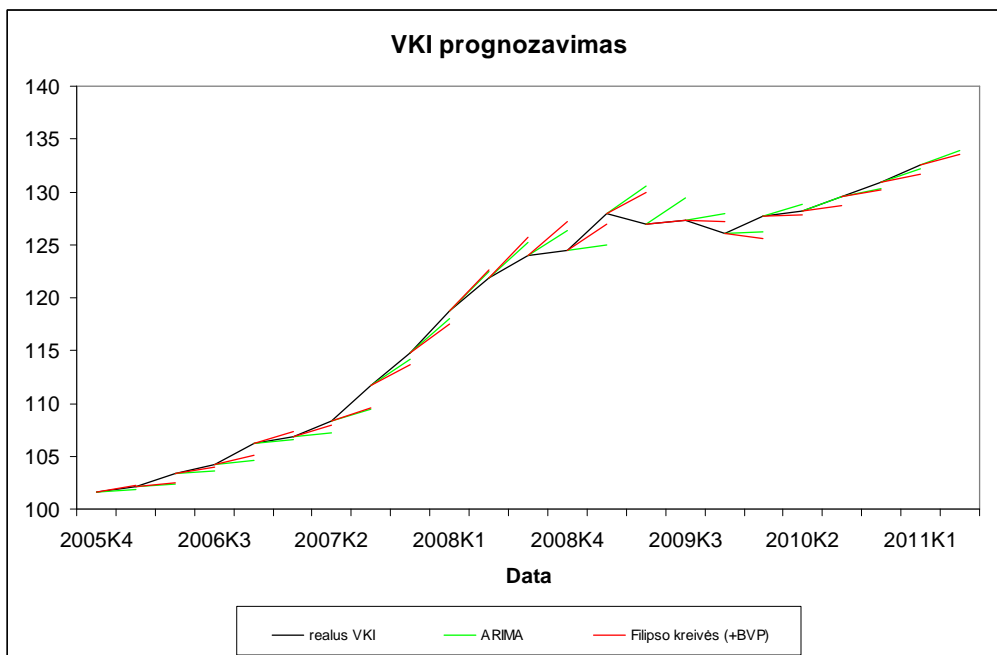


2.14 pav. VKI prognozės vieno ketv. į priekį žingsniu



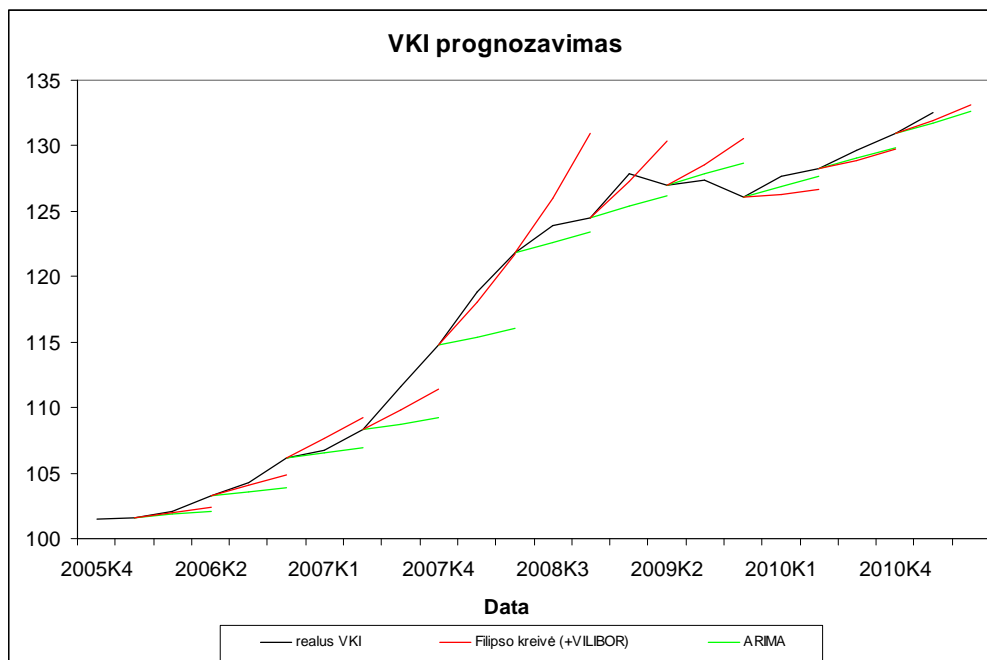
2.15 pav. VKI prognozės dviejų ketv. į priekį žingsniu

Jei kiekvieno ketvirčio, skirtingų metodų, prognozes nuosekliai atidėtume grafiškai, gautume prognozavimo tikslumo tam tikrame žingsnyje neatspindintį grafiką (2.14 pav. ir 2.15 pav.). Prognozes siūlau vaizduoti tokiu principu, kaip 2.16 ir 2.17 paveiksluose.



2.16 pav. VKI prognozės kiekvienam ketvirčiui

Iš 2.16 paveikslo akivaizdžiai matomos VKI prognozės kiekviename laiko momente ir, kad prognozavimo žingsnis - vienas ketvirtis į priekį. Palyginimui atidėtos tiksliausios, Filipso kreivės (+BVP) ir ARIMA metodais, gautos prognozės. RMSE atitinkamai lygi 1.329 ir 1.514.



2.17 pav. VKI prognozės kas du ketvirčiai

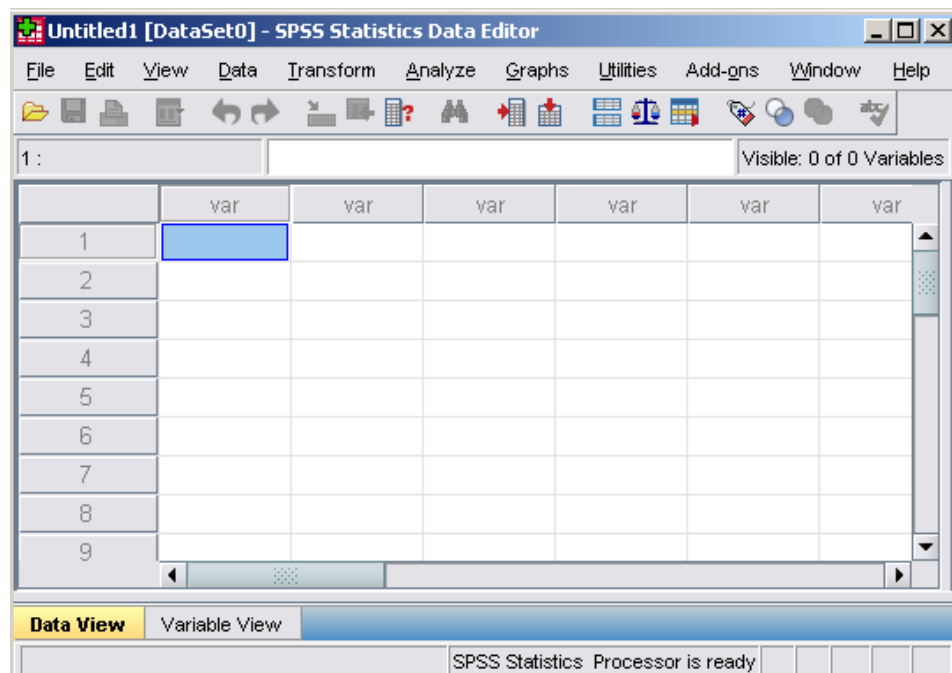
VKI prognozės, kai prognozavimo žingsnis - du ketvirčiai į priekį, pateiktos 2.17 paveiksle. Palyginimui atidėtos tiksliausios, ARIMA ir Filipso kreivės (+VILIBOR) metodais, gautos prognozės. RMSE atitinkamai lygi 1.911 ir 1.941.

3 PROGRAMINĖ REALIZACIJA IR INSTRUKCIJA VARTOTOJUI

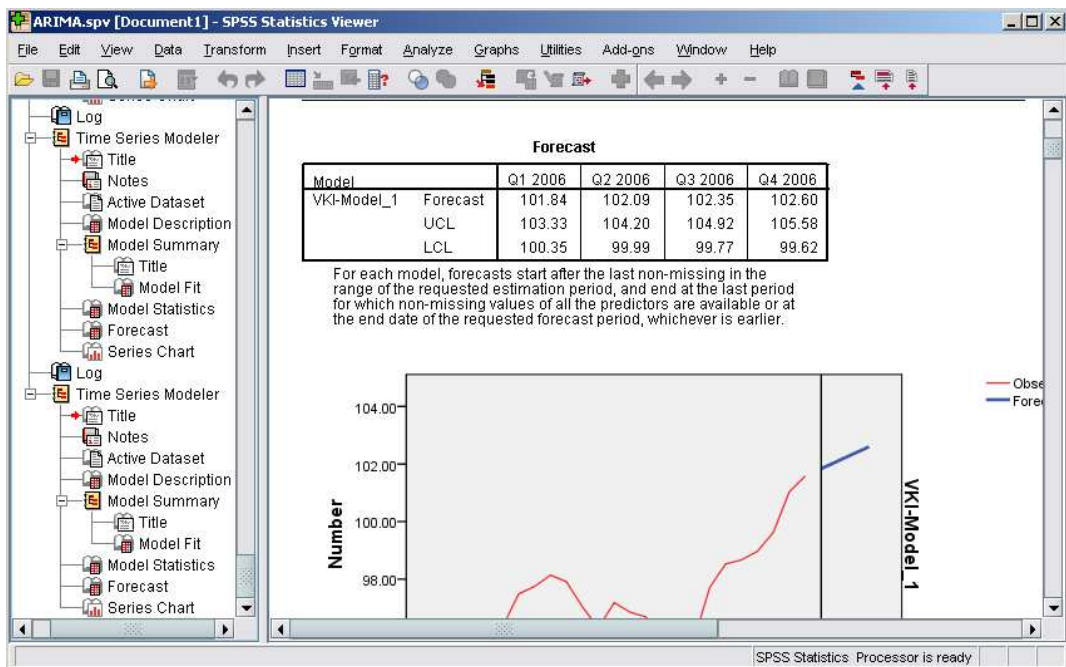
Magistro darbo tikslų įvykdymui buvo pasirinkta statistinė programa *SPSS Statistics 17.0*. Programa naudotis nesudėtinga, kelių mygtukų paspaudimu galima pašalinti sezoniškumo įtaką laiko eilutėms, iširti jų stacionarumą bei taikant integruotą prognozavimo sistemą sudaryti optimalų prognozavimo modelį. Anglų kalba pateikiamas aiškus vartotojo gidas *SSPS Forecasting 17.0*, kuriame aprašomos programos galimybės ir pateikiama daug taikymo pavyzdžių.

Darbas su *SPSS* pradedamas nuo duomenų įkėlimo iš *Microsoft Excel*. Prieš pradedant laiko eilučių analizę būtina apibrėžti datas, t.y. nurodyti duomenų periodiškumą ir pradinę datą *SPSS* darbalaukyje viršutinėje juostoje (3.1 pav.) pasirinkus:

Data → **Define Dates...**



3.1 pav. SPSS darbalaukis



3.2 pav. SPSS rezultatų langas

Analizuojamų duomenų grafikai brėžiami:

Analyze → Forecasting → Sequence Charts...

Sezoniškumo dekompozicija:

Analyze → Forecasting → Seasonal Decomposition...

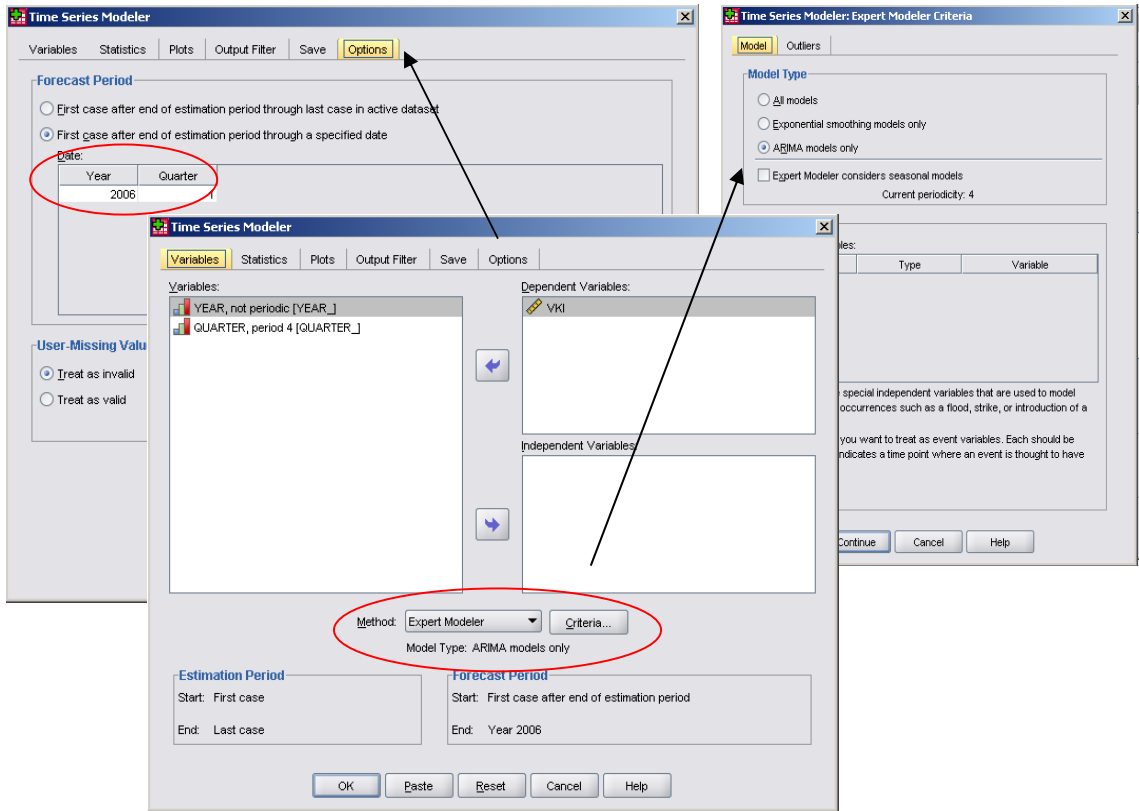
Stacionarumo tikrinimas:

Analyze → Forecasting → Autocorrelations...

Prognozavimas pagal ARIMA (arba kitus modelius):

Analyze → Forecasting → Creat models...

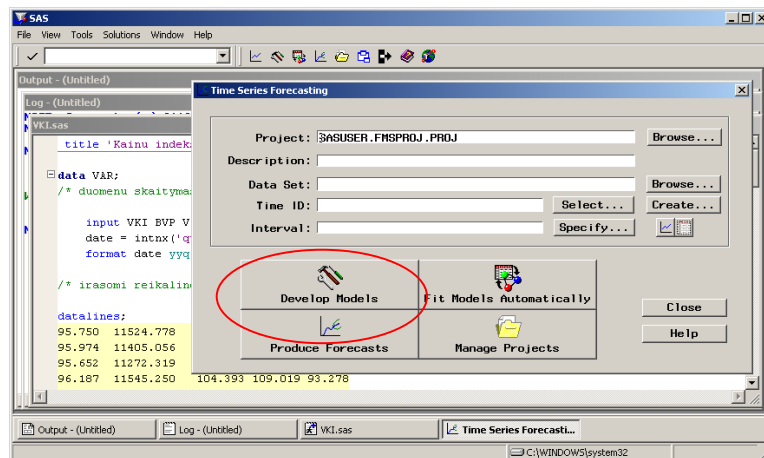
Prognozavimas, laiko eilutei taikant ARIMA modelį, atliekamas naudojant *Expert Modeler* (3.3 pav.). T.y. SPSS parenka optimaliausius modelio parametrus, tačiau galima parinkti norimus ir tuomet tikrinti ar sudarytas modelis yra adekvatus. Vertinamas periodas nuo duomenų failo pradžios iki pabaigos (šiuo atveju 2000K1-2005K4). Prognozė norimą laiko tarpą į priekį nuo paskutinio įrašo duomenų faile (šiuo atveju keturis ketvirčius į priekį iki 2006K4).



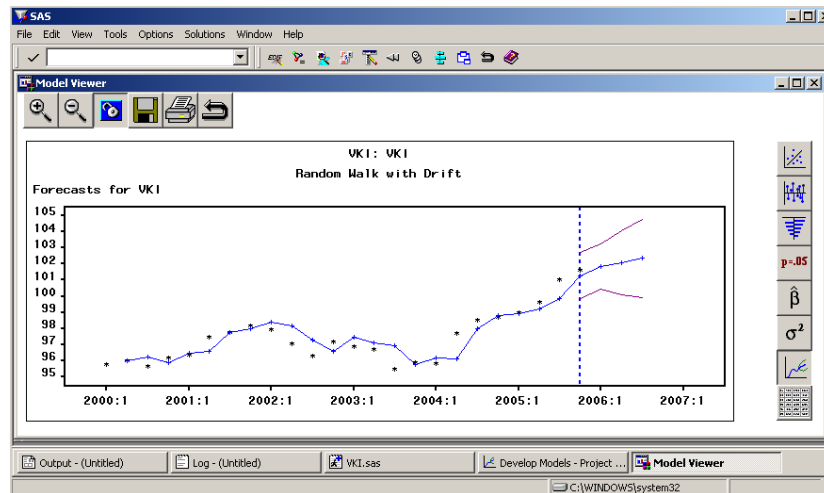
3.3 pav. Prognozavimas su SPSS

Kadangi programoje *SPSS* nerasta galimybių vietoj ARIMA taikyti RWD, VAR(p) ir Filipso kreivės modelius, buvo pasirinkta kita galingesnė statistinė programa *SAS*, dirbanti visose OS. Naudojant integruotą prognozavimo sistemą (3.4 pav.) gautos VKI prognozės (3.5 pav.) taikant RWD metodą:

Solutions → **Analysis** → **Time Series Forecasting System...**



3.4 pav. Prognozavimas su SAS



3.5 pav. SAS rezultatų langas

VAR(p) ir Filipso kreivės metodų realizavimui parašytas programos kodas su paaiškinimais statistinei programai SAS pateiktas 3 priede.

DISKUSIJOS

Kad infliacija yra daugelio veiksnių pasekmė - sutinka tikriausiai visi ekonomistai. Tačiau naudodami sudėtingas ekonomines analizes ir matematinius modelius, jie bando rasti būdą, kaip tiksliai prognozuoti šį svarbų ekonominį rodiklį. „Beveik kiekviena ekonomikos prognozė iš dalies išsipildo. Vienintelis klausimas: Kada? Juk net ir prasta ekonomikos prognozė yra kaip sugedęs laikrodis, kuris bet koku atveju rodo teisingą laiką du kartus per dieną.“ (15min, 2011).

Turint ilgesnio laikotarpio statistinius duomenis, aprašančius ekonominius indikatorius būtų galima taikyti aproksimacijas periodinėmis funkcijomis (tik stacionariems procesams) ir atlikti palyginamąją analizę su aproksimacija m -to laipsnio polinomis. Kadangi šalies ekonominiai svyravimai priklauso ne tik nuo vidinių veiksnių, galima analizė, kaip Lietuvos ekonominiai ciklai priklauso nuo užsienio valstybių ekonominių ciklų. Filipso kreivės modelį sudarant pagal Cecchetti (2000), buvo pasirinkta į modelį įtraukti po vieną egzogeninį kintamąjį, tačiau Blomberg ir kt. (1995) teigia, kad kelių indikatorių kombinacija taip pat neblogai ar net geriau tikslina autoregresiją. Prognozuojant kilo klausimas – kadangi duomenys visuomet buvo vertinami nuo pradinio laiko taško 2000K1, gal įmanomos tikslesnės prognozės, vertinant vieno prieš tai buvusio periodo kitimą. Elementariojo modeliavimo rezultatai paneigė iškeltą hipotezę, tačiau su kitais metodais toks tyrimas nebuvo atliktas.

Apibendrinant, buvo atlikta pagrindinių ekonominių indikatorių analizė ir taikyti prognozavimo modeliai paremti tuo, kas nutikdavo anksčiau, tačiau ekonomika susideda iš nuolat kintančių dedamųjų, tokių kaip žmonės, resursai, stichinės nelaimės, technologijos ir kt., todėl optimalaus metodo, tinkančio visoms ekonominių ciklų stadijoms įvairiose pasaulio šalyse prognozuoti tiesiog nėra ir, manau, negali būti.

IŠVADOS

Pagal atliktą Lietuvos ir užsienio mokslininkų darbų, susijusių su magistro darbo tema, analizę ir praktinius taikymus Lietuvos ekonomikos ciklams nustatyta:

- Lietuvos ekonominių ciklų aproksimavimui tinka 6-to laipsnio polinomi, nes nagrinėjamas laikotarpis (2000K1-2011K1) pasižymi mažu periodiškumu (apytiksliai 2.5 periodo), vadinasi aproksimavimo periodinėmis funkcijomis taikymas būtų nekorektiškas.

Pasirinktas 6-to laipsnio polinomas, nes didinant polinomo laipsnį tikslumo įvertis didėja nežymiai, naujų ypatingųjų taškų neatsiranda, tačiau padaugėja menamų šaknų – apsunkinama analizė.
- Daykin ir kt. (1994) aprašyti Didžiosios Britanijos ekonomikoje pastebėti sąryšiai galioja ir Lietuvos ekonomikoje: kai krenta BVP vertė, mažėja VILIBOR ir VKI, mažėjant VILIBOR auga VVP, kiek lėčiau auga OMXV.

Iš indikatorių metinių pokyčių analizės pastebėta, kad BVP yra VKI orientuojantis, VVP – priešingą fazę turintis indikatorius.
- VKI prognozavimas atliktas taikant penkis skirtingus metodus: RWD, $ARIMA(p,d,q)$, $VAR(p)$, Filipso kreivės kai vertinami indikatorius ilgo laikotarpio praeities statistiniai duomenys ir elementaraus prognozavimo – pagal vieno, prieš tai buvusio periodo, kitimą. Gauti rezultatai rodo, kad pastarojo prognozių tikslumas pats mažiausias.
- S.G.Cecchetti ir kt. (2000) hipotezė apie orientuojančio ekonominio indikatorius, galinčio pagerinti prognozavimo rezultatus, egzistavimą yra teisinga. Taikant Filipso kreivės modelį, kuriame bedarbystė keičiama BVP indikatoriumi gautos tiksliausios VKI prognozės lyginant su visais taikytais metodais.

Prognozuojama VKI reikšmė 2011m. antrajam ketvičiui – 133.5 su 95% pasikliautiniu intervalu [131.8; 135.3]. Laukiamas 4.1% VKI padidėjimas lyginant su praėjusių 2010 metų atitinkamu ketvirčiu ir 0.5% padidėjimas lyginant su praėjusiu ketvirčiu.
- Statistiniai paketai *SSPS* ir *SAS* pasižymi galimybėmis nesudėtingai taikyti pasirinktus prognozavimo metodus.

Sukurtas *SAS* programos kodas realizuojantis Filipso kreivės metodą.

LITERATŪRA

1. Boguslauskas, V. Ekonometrika. *Mokomoji knyga*. Technologija, 2007. ISBN 978-9955-25-234-4.
2. Daykin, C.D., Pentikainen, T., and Pesonen M. Practical Risk Theory For Actuaries 1st ed. London, New York, 1994, 200-233 p.
1. Cramér, H. On harmonic analysis of certain function spaces. Arkiv für Matematik, Astronomi och Fysik. 1942, 1-7 p.
2. Kolmogorov, A.N. Kurven in Hilbertschen Raum die gegenüber eine einparametrischen Gruppe von Bewegungen invariant sind. 1940, 6-9 p.
3. Stock, J.H., and Watson, M.W. Business Cycles, Indicators, and Forecasting. University of Chicago Press for NBER, 1993, 348 p.
4. Blinder, A.S. Is There a Core Practical Macroeconomics That We Should all Believe? The American Economic Review, Vol.87, No.2, 1997 – [žiūrėta 2011-03-12]. Prieiga per internetą <<http://ideas.repec.org/a/aea/aecrev/v87y1997i2p240-43.html>>
5. Blomberg, S.B., and Harris, E.S. 1995. “The Commodity-Consumer Price Connection : Fact or Fable?” Federal Reserve Bank of New York *Economic Policy Review* 1, no. 3 – [žiūrėta 2011-05-03]. Prieiga per internetą: <http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1028825>
6. Burns, A.F., and Mitchell, W.C. Measuring Business Cycles. New York: National Bureau of Economic Research, 1946. – [žiūrėta 2011-02-01]. Prieiga per internetą: <<http://ann.sagepub.com/content/252/1/140.extract>>
7. Cecchetti, S.G., Chu, R.S., and Steindel, C. The Unreliability of Inflation Indicators. Federal reserve bank of New York: Current issues in economic and finance. Vol. 6, No. 4, April 2000 – [žiūrėta 2010-12-12]. Prieiga per internetą: <http://www.nyfedeconomists.org/research/current_issues/ci6-4.pdf>
8. Čuvak, A. Vienmačių ir daugiamačių regresijos modelių panaudojimas infliacijai modeliuoti. *10-osios Lietuvos jaunujų mokslininkų konferencijos „Mokslas – Lietuvos ateitis“* medžiaga. Vilnius, 2007.
9. Kavaliauskas, M., Rudzkiš, R. Laiko eilučių analizė. *KTU paskaitų konspektas*, 2009.
10. Karpuškienė, V. ARMA/ARIMA modeliai, *paskaitų VU EF skaidrės*, 2008 – [žiūrėta 2011-01-17]. Prieiga per internetą: <ututi.com/content/get_content/5763>
11. Kvedaras, V. Taikomoji laiko eilučių ekonometrija. *Konspektas*. 2005 – [žiūrėta 2011-05-02]. Prieiga per internetą: <http://vk.puslapiai.lt/Macro/Konspektas_2005.pdf>

12. Lapinskas, R. Ekonometrija su kompiuteriu II: Laikinės sekos, 2007 – [žiūrėta 2011-04-18].
Prieiga per internetą: <<http://uosis.mif.vu.lt/~rlapinskas>>
13. Paliulytė, R. Makroekonomika. *Paskaitų ciklas*. Vilnius, VVAM, 2005. 186 p.
14. Šiurkutė, D., ir Jakaitienė, A. Infliacijos prognozavimas faktoriniais modeliais. *Liet.mat.rink. LMD darbai*, 50, 2009 – [žiūrėta 2010-10-18]. Prieiga per internetą:
<[ftp://ftp.science.mii.lt/pub/publications/50_TOMAS\(2009\)/MAT_TAIKYMAI/Siur_jak.pdf](ftp://ftp.science.mii.lt/pub/publications/50_TOMAS(2009)/MAT_TAIKYMAI/Siur_jak.pdf)>
15. Vetlov, I. Lietuvos infliacijos inercijos analizė. *Pinigų studijos*, 2000 – [žiūrėta 2011-03-21].
Prieiga per internetą:
<http://www.ebiblioteka.lt/resursai/DB/LB/LB_pinigu_studijos/Pinigu_studijos_2000_03_01.pdf>
16. Davosas 2011: kodėl ekonomistai klysta? – [žiūrėta 2011-02-12]. Prieiga per internetą:
<<http://www.15min.lt/naujiena/pinigai/uzsienis/davosas-2011-kodel-ekonomistai-klysta-195-135221>>
17. Microsoft Excel help – [žiūrėta 2011-03-21]. Prieiga per internetą: <<http://office.microsoft.com/lt-lt/>>
18. Interactive mathematics – [žiūrėta 2011-04-17]. Prieiga per internetą:
<<http://www.intmath.com/applications-differentiation/8-radius-curvature.php>>
19. Least squares – [žiūrėta 2011-02-09]. Prieiga per internetą:
<<http://www.efunda.com/math/leastsquares/lstsqrmdcurve.cfm>>
20. Lietuvos Respublikos Centrinis bankas – [žiūrėta 2011-04-01]. Prieiga per internetą:
<<http://www.lb.lt>>
21. Lietuvos Respublikos Finansų ministerija – [žiūrėta 2011-05-01]. Prieiga per internetą:
<<http://finmin.lt/web/finmin/home>>
22. Lietuvos Statistikos departamentas – [žiūrėta 2011-05-01]. Prieiga per internetą:
<<http://www.stat.gov.lt/lt/>>
23. NASDAQ OMX Baltic – [žiūrėta 2011-05-01]. Prieiga per internetą:
<<http://nasdaqomxbaltic.lt/birzu-informacija/>>
24. Phillips Curve – [žiūrėta 2011-02-19]. Prieiga per internetą:
<http://en.wikipedia.org/wiki/Phillips_curve>

1 PRIEDAS

Duomenys

Data	OMXV	VVP, %	BVP	VKI	VILIBOR %
2000K1	102.34	11.6	10398.79	95.9045	2.42
2000K2	92.66	12.6	11567.8	96.2697	4.72
2000K3	92.26	9.9	11711.58	95.3321	2.56
2000K4	92.7	8.7	12058.6	96.0572	4.74
2001K1	87.39	9.7	10977.26	96.502	4.16
2001K2	82.13	7.9	12260.32	97.7839	3.33
2001K3	68.81	5.8	12503.9	97.422	2.29
2001K4	75.56	6.4	12895.45	98.0086	2.97
2002K1	89.78	6.4	11407.29	98.0703	1.99
2002K2	83.52	6.1	13126.06	97.3478	3.54
2002K3	87.21	4.9	13678.77	95.9791	2.28
2002K4	84.78	4.3	13857.92	97.0512	3.49
2003K1	96.7	5.6	12679.93	97.0063	1.51
2003K2	134.97	5.1	14129.2	96.9889	1.99
2003K3	176.21	5.6	14815.56	95.1712	1.66
2003K4	174.48	4.7	15334.73	95.7629	1.38
2004K1	217.8	3.3	13524.31	96.0053	1.21
2004K2	206.31	3.3	15478.36	98.0119	1.56
2004K3	223.71	3.9	16365.04	98.1994	1.74
2004K4	293.44	3.9	17330.14	98.5382	1.88
2005K1	346.39	5.1	15057.68	99.1281	1.9
2005K2	413.37	5.1	17736.01	99.9409	1.92
2005K3	523.04	3.75	19145.61	100.6983	2.01
2005K4	448.76	5.1	20121.07	101.4476	2.18
2006K1	439.12	3.75	17335.29	102.2216	2.53
2006K2	385.48	3.75	20250.71	103.6221	2.65
2006K3	420.17	3.75	22205.95	103.8927	3.02
2006K4	492.65	3.9	23000.86	106.0114	3.35
2007K1	493.53	3.75	20468.8	106.9551	3.71
2007K2	532.9	3.9	24338.62	108.6474	4.25
2007K3	569.04	3.75	26625.56	111.2443	4.43
2007K4	514.23	3.75	27236.13	114.6466	4.71
2008K1	466.88	3.75	24430.32	118.9994	4
2008K2	424.34	5.1	28833.6	122.1973	3.99
2008K3	320.76	3.75	29859.67	123.5192	4.41
2008K4	179.25	3.75	28359.06	124.3589	3.48
2009K1	159.86	3.75	21221.08	128.1108	0.9
2009K2	180.42	7.6	23992.02	127.3635	1.75
2009K3	310.54	7.6	23416.64	126.892	0.53
2009K4	261.77	7.6	22896.18	125.9529	0.23
2010K1	314.39	7.6	20421.16	127.8525	0.13
2010K2	305.49	7.6	23886.17	128.6354	0.29
2010K3	359.77	4.4	24901.46	129.1778	0.39
2010K4	409.65	0	25433.13	130.7745	0.33
2011K1	400.13	5.2	23120.9	132.7056	0.5

2 PRIEDAS

VKI analizės matematinio paketu Mathcad pavyzdys

6-to laipsnio polinomas:

$$h(x) := 0.000000005202909 \cdot x^6 - 0.000000603271302 \cdot x^5 + 0.000025726022368 \cdot x^4 - 0.000504752379380 \cdot x^3 + 0.004855371617101 \cdot x^2 - 0.022264268130627 \cdot x + 0.042254595884586$$

$$\frac{d}{dx} h(x) \rightarrow 3.1217454 \cdot 10^{-8} \cdot x^5 - 3.016356510 \cdot 10^{-6} \cdot x^4 + 1.02904089472 \cdot 10^{-4} \cdot x^3 - 1.514257138140 \cdot 10^{-3} \cdot x^2 + 9.710743234202 \cdot 10^{-3} \cdot x - 2.2264268130627 \cdot 10^{-2}$$

$$\frac{d^2}{dx^2} h(x) \rightarrow 1.56087270 \cdot 10^{-7} \cdot x^4 - 1.2065426040 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 + 3.08712268416 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 - 3.028514276280 \cdot 10^{-3} \cdot x + 9.710743234202 \cdot 10^{-3}$$

Ekstremumai:

Given

$$3.1217454 \cdot 10^{-8} \cdot x^5 - 3.016356510 \cdot 10^{-6} \cdot x^4 + 1.02904089472 \cdot 10^{-4} \cdot x^3 - 1.514257138140 \cdot 10^{-3} \cdot x^2 + 9.710743234202 \cdot 10^{-3} \cdot x - 2.2264268130627 \cdot 10^{-2} = 0$$

$$\text{Find}(x) \rightarrow (5.8358463486022691011 \quad 7.4951645643155462128 \quad 13.743628236406655397 \quad 29.989530826507380126 \quad 39.559869575888158104)$$

Min/max:

$$h1(x) := 1.56087270 \cdot 10^{-7} \cdot x^4 - 1.2065426040 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 + 3.08712268416 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 - 3.028514276280 \cdot 10^{-3} \cdot x + 9.710743234202 \cdot 10^{-3}$$

$$h1(5.8358463486022691011) = 3.33660358351534 \times 10^{-4} \quad \text{min}$$

$$h1(7.4951645643155462128) = -2.33454054848203 \times 10^{-4} \quad \text{max}$$

$$h1(13.743628236406655397) = 6.46937415228333 \times 10^{-4} \quad \text{min}$$

$$h1(29.989530826507380126) = -2.63709506822948 \times 10^{-3} \quad \text{max}$$

$$h1(39.559869575888158104) = 8.34035298798025 \times 10^{-3} \quad \text{min}$$

Ekstremumų kreivumas:

$$R2(x) := \frac{\left[\left| 1 + \left(3.1217454 \cdot 10^{-8} \cdot x^5 - 3.016356510 \cdot 10^{-6} \cdot x^4 + 1.02904089472 \cdot 10^{-4} \cdot x^3 - 1.514257138140 \cdot 10^{-3} \cdot x^2 + 9.710743234202 \cdot 10^{-3} \cdot x - 2.2264268130627 \cdot 10^{-2} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\left| 1.56087270 \cdot 10^{-7} \cdot x^4 - 1.2065426040 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 + 3.08712268416 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 - 3.028514276280 \cdot 10^{-3} \cdot x + 9.710743234202 \cdot 10^{-3} \right|}$$

$$R2(5.8358463486022691011) = 2.997 \times 10^3 \quad K := \frac{1}{2.997 \times 10^3} \rightarrow 3.3366700033366700033 \cdot 10^{-4} \quad K := \frac{1}{379.205} \rightarrow 2.6370960298519270579 \cdot 10^{-3}$$

$$R2(7.4951645643155462128) = 4.283 \times 10^3 \quad K := \frac{1}{4.283 \times 10^3} \rightarrow 2.3348120476301657717 \cdot 10^{-4} \quad K := \frac{1}{119.899} \rightarrow 8.3403531305515475525 \cdot 10^{-3}$$

$$R2(13.743628236406655397) = 1.546 \times 10^3$$

$$R2(29.989530826507380126) = 379.205$$

$$R2(39.559869575888158104) = 119.899 \quad K := \frac{1}{1.546 \times 10^3} \rightarrow 6.4683053040103492885 \cdot 10^{-4} \quad +$$

Vidurio taškai tarp ekstremumų:

$$\begin{array}{l} \frac{(5.8358463486022691011 + 7.4951645643155462128)}{2} = 6.66550545645891 \\ \frac{(7.4951645643155462128 + 13.743628236406655397)}{2} = 10.6193964003611 \\ \frac{(13.743628236406655397 + 29.989530826507380126)}{2} = 21.866579531457 \\ \frac{(29.989530826507380126 + 39.559869575888158104)}{2} = 34.7747002011978 \end{array} \quad \begin{array}{l} h(6.66550545645891) = 3.39333175580763 \times 10^{-3} \\ h(10.6193964003611) = 2.05314145589092 \times 10^{-3} \\ h(21.866579531457) = 0.034053605478186 \\ h(34.7747002011978) = 0.056786132108457 \end{array}$$

Liestinių vidurio taškuose statusas:

$$\begin{array}{l} h_2(x) := 3.1217454 \cdot 10^{-8} \cdot x^5 - 3.016356510 \cdot 10^{-6} \cdot x^4 + 1.02904089472 \cdot 10^{-4} \cdot x^3 - 1.514257138140 \cdot 10^{-3} \cdot x^2 + 9.710743234202 \cdot 10^{-3} \cdot x - 2.2264268130627 \cdot 10^{-2} \\ h_2(6.66550545645891) = 1.16691693650896 \times 10^{-4} \\ h_2(10.6193964003611) = -8.17095036309695 \times 10^{-4} \\ h_2(21.866579531457) = 8.3962757098157 \times 10^{-3} \\ h_2(34.7747002011978) = -0.011867843724068 \end{array}$$

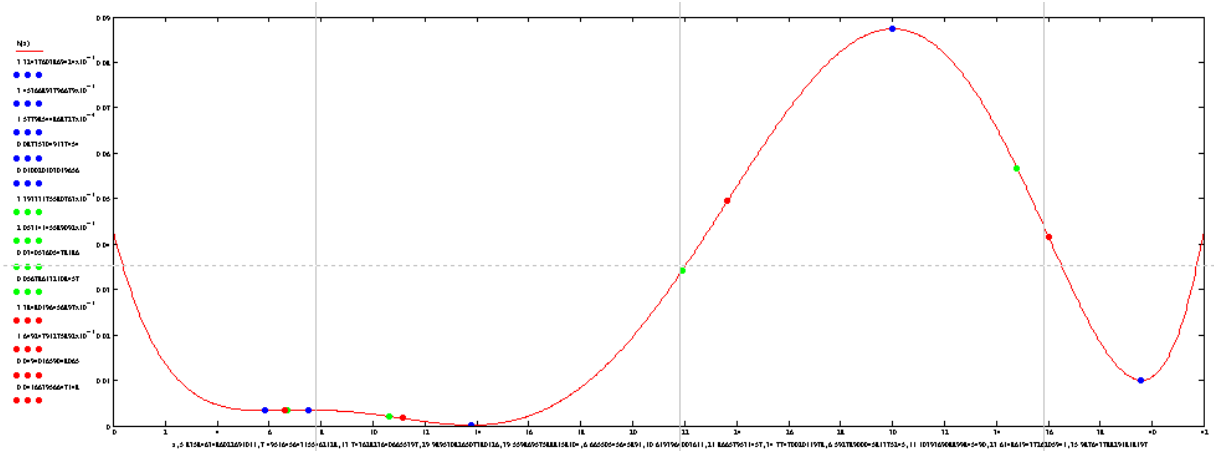
Vingio taškai:

$$\begin{array}{l} \text{Given} \\ 1.56087270 \cdot 10^{-7} \cdot x^4 - 1.2065426040 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 + 3.08712268416 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 - 3.028514276280 \cdot 10^{-3} \cdot x + 9.710743234202 \cdot 10^{-3} = 0 \\ \text{Find}(x) \rightarrow (6.5927890004581375245 \quad 11.103936908899845490 \quad 23.614861943726205941 \quad 35.987643788291818197) \\ h(6.5927890004581375245) = 3.38480196456897 \times 10^{-3} \\ h(11.103936908899845490) = 1.64924791275892 \times 10^{-3} \\ h(23.614861943726205941) = 0.049401659048065 \\ h(35.987643788291818197) = 0.041663956647148 \end{array}$$

Liestinių vingio taškuose statusas:

$$\begin{array}{l} h_2(6.5927890004581375245) = 1.17609030735252 \times 10^{-4} \\ h_2(11.103936908899845490) = -8.41912224873356 \times 10^{-4} \\ h_2(23.614861943726205941) = 8.97668266429642 \times 10^{-3} \\ h_2(35.987643788291818197) = -0.012782260360732 \end{array}$$

Polinomo ir informatyviųjų taškų grafikas:



3 PRIEDAS

Filipso kreivės modelio realizavimas SAS

Programos tekstas ir rezultatų pavyzdys:

```

title 'Kainu indeksas';
data VAR;

/* duomenų skaitymas ir datų formavimas */

input VKI BVP VILIBOR VVP OMXV;
date = intnx('qtr', '31dec1999'd, _n_);
format date yyq.;

/* irasomi reikalingo laikotarpio duomenys */
datalines;
95.750      11524.778    102.768      111.643      101.933
95.974      11405.056    104.446      111.748      94.760
95.652      11272.319    102.599      110.243      90.066
96.187      11545.250    104.393      109.019      93.278
96.347      12165.893    104.758      109.736      87.042
97.483      12087.838    103.137      107.366      83.991
97.749      12034.918    102.325      106.001      67.173
98.141      12346.468    102.752      106.634      76.031
97.912      12642.483    102.276      106.424      89.423
97.049      12941.392    103.335      105.687      85.413
96.301      13165.728    102.315      105.070      85.136
97.183      13267.963    103.234      104.457      85.309
...

```

```

...
96.850      14052.930    101.727    105.621    96.315
96.691      13930.425    101.875    104.755    138.028
95.491      14259.878    101.685    105.794    172.019
95.893      14681.908    101.279    104.872    175.569
95.851      14988.739    101.384    103.312    216.934
97.711      15260.599    101.470    103.077    210.985
98.529      15751.241    101.766    104.035    218.389
98.672      16592.373    101.742    104.043    295.271
98.968      16688.138    102.173    105.119    345.012
99.634      17486.489    101.809    104.755    422.737
101.036     18427.524    102.040    103.880    510.599
101.585     19264.483    102.020    105.287    451.560
102.057     19212.370    102.894    103.764    437.373
103.304     19965.810    102.496    103.496    394.215
104.241     21373.074    103.066    103.880    410.176
106.155     22021.683    103.105    104.043    495.723
106.783     22685.188    104.243    103.764    491.567
108.313     23996.213    104.004    103.636    544.975
111.618     25626.926    104.497    103.880    555.505
114.802     26076.649    104.365    103.887    517.438
118.808     27075.668    104.575    103.764    465.023
121.822     28427.959    103.759    104.755    433.955
123.934     28739.727    104.477    103.880    313.131
124.527     27151.769    103.225    103.887    180.368
127.904     23518.918    101.029    103.764    159.224
126.972     23654.488    101.649    107.086    184.508
127.318     22538.362    100.538    107.864    303.154
126.124     21921.458    100.213    107.878    263.403
127.647     22632.386    100.149    107.628    313.140
128.240     23550.130    100.273    107.086    312.412
129.611     23967.488    100.396    104.553    351.213
130.952     24350.401    100.306    100.000    412.206
132.492     25624.463    100.572    105.219    398.539
;
/* isvedami pradiniai duomenys */

proc print data = VAR;
run;

/* pradiniu duomenu grafikas */

proc gplot data = VAR ;
  plot VKI*date / cframe = ligr vaxis = axis1 haxis = axis2 ;
  title 'Vartotoju kainu indeksas' ;
  symbol c = blue i = join v = star ;
  axis1 label = (angle = 90 'VKI') ;
  axis2 label = ('Metai') ;
run ;
quit;

/* prognozavimas norima zingsniu skaiciu i prieki,
modelio adekvatumo analize pagal autokoreliacijas:
jei VAR(p) - model VKI / p=1,
vei VARX(p,1) - model VKI = BVP (arba kitas indikatorius)/p=1 xlag=1 */

proc varmax data = VAR;
  id date interval = qtr;
  model VKI / p = 1 print=(parcoef pcorr pcan corr) lagmax=6;

```

```

output out = forecasts lead = 3; /* zingsiu sk. */
run;

/* prognoziu grafikas */

%forgraph(forecasts,timeid=date, interval=qtr,
actual=VKI, forecast=for1, lower=lcil, upper=ucil);

```

Kainu indeksas						
Obs	VKI	BVP	VILIBOR	VVP	OMXV	date
1	95.750	11524.78	102.768	111.643	101.933	2000Q1
2	95.974	11405.06	104.446	111.748	94.760	2000Q2
3	95.652	11272.32	102.599	110.243	90.066	2000Q3
4	96.187	11545.25	104.393	109.019	93.278	2000Q4
5	96.347	12165.89	104.758	109.736	87.042	2001Q1
6	97.483	12087.84	103.137	107.366	83.991	2001Q2
7	97.749	12034.92	102.325	106.001	67.173	2001Q3
8	98.141	12346.47	102.752	106.634	76.031	2001Q4
9	97.912	12642.48	102.276	106.424	89.423	2002Q1
10	97.049	12941.39	103.335	105.687	85.413	2002Q2
11	96.301	13165.73	102.315	105.070	85.136	2002Q3
12	97.183	13267.96	103.234	104.457	85.309	2002Q4
13	96.850	14052.93	101.727	105.621	96.315	2003Q1
14	96.691	13930.43	101.875	104.755	138.028	2003Q2
15	95.491	14259.88	101.685	105.794	172.019	2003Q3
16	95.893	14681.91	101.279	104.872	175.569	2003Q4
17	95.851	14988.74	101.384	103.312	216.934	2004Q1
18	97.711	15260.60	101.470	103.077	210.985	2004Q2
19	98.529	15751.24	101.766	104.035	218.389	2004Q3
20	98.672	16592.37	101.742	104.043	295.271	2004Q4
21	98.968	16688.14	102.173	105.119	345.012	2005Q1
22	99.634	17486.49	101.809	104.755	422.737	2005Q2
23	101.036	18427.52	102.040	103.880	510.599	2005Q3
24	101.585	19264.48	102.020	105.287	451.560	2005Q4
25	102.057	19212.37	102.894	103.764	437.373	2006Q1
26	103.304	19965.81	102.496	103.496	394.215	2006Q2
27	104.241	21373.07	103.066	103.880	410.176	2006Q3
28	106.155	22021.68	103.105	104.043	495.723	2006Q4
29	106.783	22685.19	104.243	103.764	491.567	2007Q1
30	108.313	23996.21	104.004	103.636	544.975	2007Q2
31	111.618	25626.93	104.497	103.880	555.505	2007Q3
32	114.802	26076.65	104.365	103.887	517.438	2007Q4
33	118.808	27075.67	104.575	103.764	465.023	2008Q1
34	121.822	28427.96	103.759	104.755	433.955	2008Q2
35	123.934	28739.73	104.477	103.880	313.131	2008Q3
36	124.527	27151.77	103.225	103.887	180.368	2008Q4
37	127.904	23518.92	101.029	103.764	159.224	2009Q1
38	126.972	23654.49	101.649	107.086	184.508	2009Q2
39	127.318	22538.36	100.538	107.864	303.154	2009Q3
40	126.124	21921.46	100.213	107.878	263.403	2009Q4
41	127.647	22632.39	100.149	107.628	313.140	2010Q1
42	128.240	23550.13	100.273	107.086	312.412	2010Q2
43	129.611	23967.49	100.396	104.553	351.213	2010Q3
44	130.952	24350.40	100.306	100.000	412.206	2010Q4
45	132.492	25624.46	100.572	105.219	398.539	2011Q1

Vartotoju kainu indeksas

The VARMAX Procedure

Number of Observations 45
 Number of Pairwise Missing 0

Variable	Type	N	Mean	StdDev	Min	Max
VKI	DEP	45	107.60584	13.09795	95.49100	132.49200

Partial
 Correlations
 by Variable

Lag	VKI
1	0.94335
2	-0.05131
3	-0.07267
4	-0.03453
5	-0.07463
6	-0.01840

Schematic Representation of
 Partial Cross Correlations

Variable/ Lag	1	2	3	4	5	6
VKI	+

+ is > 2*std error, - is <
 -2*std error, . is between

Partial Canonical Correlations

Lag	PCanCorr1	Chi-Square	DF	Prob>ChiSq
1	0.94335	39.16	1	<.0001
2	0.05131	0.11	1	0.7365
3	0.07267	0.22	1	0.6377
4	0.03453	0.05	1	0.8250
5	0.07463	0.22	1	0.6369
6	0.01840	0.01	1	0.9085

Vartotoju kainu indeksas

The VARMAX Procedure

Type of Model AR(1)
 Estimation Method Least Squares Estimation

Constant Estimates

Variable	Constant
VKI	-2.45368

AR Coefficient
Estimates

Lag	VKI
1	1.03072

Schematic
Representation of
Parameter Estimates

Variable/ Lag	C	AR1
VKI	.	+

+ is > 2*std error,
- is < -2*std error,
. is between,
* is N/A

Model Parameter Estimates

Equation	Parameter	Estimate	Std Error	T Ratio	Prob> T	Variable
VKI	CONST1	-2.45368	1.52550	-1.61	0.1152	1
	AR1_1_1	1.03072	0.01415	72.82	0.0001	VKI(t-1)

Vartotoju kainu indeksas

The VARMAX Procedure

Variance
Estimate
for the
Innovation

VKI

1.38552

Information Criteria

AICC(Corrected AIC)	0.374792
HQC(Hannan-Quinn Criterion)	0.400539
AIC(Akaike Information Criterion)	0.370463
SBC(Schwarz Bayesian Criterion)	0.451563
FPEC(Final Prediction Error Criterion)	1.448496

Residual Cross Covariances by Variable	
Lag	VKI
0	1.32254
1	0.50652
2	0.63237
3	0.12322
4	0.30571
5	-0.01162
6	-0.01937

Residual Cross Correlations by Variable	
Lag	VKI
0	1.00000
1	0.38299
2	0.47815
3	0.09317
4	0.23116
5	-0.00878
6	-0.01465

Vartotoju kainu indeksas

The VARMAX Procedure

Schematic Representation of Residual Cross Correlations

Variable/ Lag	0	1	2	3	4	5	6
VKI	+	+	+

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

Portmanteau Test for Residual Cross Correlations

To Lag	Chi-Square	DF	Prob> ChiSq
2	17.14	1	<.0001
3	17.55	2	0.0002
4	20.14	3	0.0002
5	20.14	4	0.0005
6	20.15	5	0.0012

Univariate Model Diagnostic Checks				
Variable	R-square	StdDev	F Value	Prob>F
VKI	0.9921	1.1771	5302.37	<.0001

Univariate Model Diagnostic Checks					
Variable	DW(1)	Normality ChiSq	Prob> ChiSq	ARCH1 F Value	Prob>F
VKI	1.23	1.32	0.5163	7.51	0.0090

Univariate Model Diagnostic Checks									
Variable	AR1 F Value	Prob>F	AR1-2 F Value	Prob>F	AR1-3 F Value	Prob>F	AR1-4 F Value	Prob>F	
VKI	7.06	0.0112	7.49	0.0018	5.78	0.0024	4.25	0.0066	

Vartotoju kainu indeksas

The VARMAX Procedure

Forecasts

Variable	Obs	Time	Forecast	Standard Error	95% Confidence Limits	
VKI	46	2011:2	134.1	1.1771	131.8	136.4
	47	2011:3	135.8	1.6904	132.5	139.1
	48	2011:4	137.5	2.1027	133.4	141.6

