



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
MATEMATINĖS SISTEMOTYROS KATEDRA

Žaneta Bugienė

VALIUTOS KURSŲ DAUGIAMATĖS
PRIKLAUSOMYBĖS TYRIMAS TAIKANT
JUNGTIES FUNKCIJAS

Magistro darbas

Vadovas
doc. dr. K. Šutienė

KAUNAS, 2012



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
MATEMATINĖS SISTEMOTYROS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas
prof. habil.dr. V.Pekarskas
2012 06 02

VALIUTOS KURSŲ DAUGIAMATĖS
PRIKLAUSOMYBĖS TYRIMAS TAIKANT
JUNGTIES FUNKCIJAS

Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas

Vadovas
doc. dr. K. Šutienė
2012 06 01

Recenzentas
dr. T. Ruzgas
2012 06 01

Atliko
FMMM 0 gr. stud.
Ž. Bugienė
2012 05 30

KAUNAS, 2012

KVALIFIKACINĖ KOMISIJA

Pirmininkas: Rimantas Rudzkis, profesorius (VU MII)

Sekretorius: Eimutis Valakevičius, docentas (KTU)

Nariai: Jonas Valantinas, profesorius (KTU)

Vytautas Janilionis, docentas (KTU)

Vidmantas Povilas Pekarskas, profesorius (KTU)

Zenonas Navickas, profesorius (KTU)

Arūnas Barauskas, dr., vice-prezidentas projektams (UAB „BalticAmadeus“)

Bugienė Ž. Valiutos kursų daugiamatės priklausomybės tyrimas taikant jungties funkcijas: Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas / vadovė doc. dr. K. Šutienė; Matematinės sistemos tyros katedra, Fundamentaliųjų mokslų fakultetas, Kauno technologijos universitetas. – Kaunas, 2012. – 50 p.

SANTRAUKA

Magistro baigiamajame darbe tiriama daugiamatė priklausomumo struktūra tarp įvairių valiutos kursų, bazine valiuta parenkant eurą. Kiekybinių priklausomybės įverčių gavimas gali būti naudingas priimant sprendimus, susijusius su tarptautinių sandorių vertinimu, valiutos kursų prognozavimu bei išvestinių vertybinių popierių įkainojimu. Sprendžiamo uždavinio sudėtingumas atsiranda dėl daugiamatiškumo ir valiutų kursų priklausomybės nuo laiko. Taikomas jungties funkcijų metodas leidžia aprašyti daugiamatį pasiskirstymą, kuris reikalingas modeliuoti netiesines priklausomybes, paprastai esančias tarp finansinių kintamųjų tokių, kaip šiuo atveju yra valiutos kursų duomenys. Šiame darbe taikomi kanoninio vynmedžio, D -vynmedžio ir d -daugiamatės jungties funkcijų modeliai atskiriems atvejams, tokiems kaip Gauso priklausomumo struktūros. Atlikti eksperimentai parodė, kad turimiems duomenims labiausiai tinkamas modelis yra daugiamatis D -vynmedis, kurio konstravimui tarp valiutos kurso porų taikyta Stjudento T jungties funkcija. Naudojant sudarytus dėsnius buvo generuojami atsitiktiniai valiutų kursų duomenys. Rezultatų adekvatumas buvo tikrinamas lyginant marginaliuosius skirstinius.

Bugienė Ž. Exploring the multivariate dependence of Exchange rates based on copula approach: Master's work in applied mathematics / supervisor dr. assoc. prof. K. Štutienė; Department of Mathematical Research in Systems, Faculty of Fundamental Sciences, Kaunas University of Technology. – Kaunas, 2012. – 50 p.

SUMMARY

In this paper, the multivariate structure of dependence among a number of Exchange rates against the euro is explored. The computation of quantitative estimates of dependence may be useful in making decisions concerning the international transactions assessment, the exchange rate forecasting, and the valuation of derivatives such as multivariate currency options. The complexity the problem lies in multidimensionality and dependence of Exchange rates on time. The copula approach enables description of the multivariate distribution necessary to model nonlinear relationships that usually exist among financial variables, such as exchange rate data. The canonical vine, D -vine and d -dimensional copula models are explored for special cases such as Gaussian and Student's T dependence structures. The experiments performed show that the best fit to original data is achieved with D -vine multidimensional model if Student's T copula is employed between the pairs of considered Exchange rates. The results are validated by comparing marginal distribution.

Turinys

Lentelių sąrašas	7
Paveikslų sąrašas	8
Įvadas	9
1. Valiutos kursų priklausomybių ir jungties funkcijų modeliavimo metodikos apžvalga	10
1.1 Veiksniai įtakojantys valiutų kursus	10
1.2 Valiutos kursų priklausomybių nustatymo problemos aktualumas	11
1.3 valiutų kursų priklausomybių analizė sudarant sąveikų tinklus	12
1.4 Jungties funkcijos.....	13
1.5 Jungties funkcijos panaudojimas daugiamatei priklausomybei.....	16
2. Dvimačių jungties funkcijų modeliai valiutų kursų skirstinių sudarymui.....	17
2.1 Jungties funkcijos priderinimas prie valiutos rinkos statistinių duomenų dvimačiu atveju	18
2.2 Tradicinių priklausomybės metodų ir gautų priklausomumo struktūrų palyginamoji analizė	22
3. Daugiamatės priklausomybės struktūros	28
3.1 Daugiamatės priklausomybės struktūros modeliavimas	28
3.2 Daugiamatės jungties funkcijos pritaikymas duomenims	30
3.3 Modeliavimas ir modelio tinkamumo patikrinimas	35
4. Diskusija	37
Išvados	38
Rekomendacijos	39
Padėkos	40
Šaltiniai ir literatūra.....	41
1 Priedas. Norvegijos kronos ir Meksikos peso valiutų kursai euro atžvilgiu.....	43
2 Priedas. Australijos dolerio, Brazilijos realo, Didžiosios Britanijos svaro ir Kinijos jenos valiutų kursai euro atžvilgiu.....	46
3 Priedas. Programos tekstas Matlab sistemoje	50

LENTELIŲ SARAŠAS

2.1 lentelė Shapiro-Wilk kriterijaus taikymas.....	23
2.2 lentelė Hipotezės apie realių kursų ir modeliuotų Stjudento T jungties funkcija marginaliųjų skirstinių lygybę tikrinimas.....	25
2.3 lentelė Hipotezės apie realių kursų ir modeliuotų Kleitono jungties funkcija marginaliųjų skirstinių lygybę tikrinimas.....	25
2.4 lentelė Hipotezės apie realių kursų ir modeliuotų Gumbelio jungties funkcija marginaliųjų skirstinių lygybę tikrinimas.....	26
2.5 lentelė Hipotezės apie realių kursų ir modeliuotų Franko jungties funkcija marginaliųjų skirstinių lygybę tikrinimas.....	26
2.6 lentelė Hipotezės apie realių kursų ir modeliuotų Gauso jungties funkcija marginaliųjų skirstinių lygybę tikrinimas.....	27
3.1 lentelė ARMA-GARCH modelio parinkimas	31
3.2 lentelė Apskaičiuoti D -vynmedžio laisvės laipsniai su Stjudento T jungties funkcija.....	34
3.3 lentelė D -vynmedžio koreliacijos koeficientai su Stjudento T jungties funkcija briaunose.....	34
3.4 lentelė Kanoninio vynmedžio koreliacijos koeficientai su Stjudento T jungties funkcija briaunose.....	34
3.5 lentelė D -vynmedžio koreliacijos koeficientai su Gauso jungties funkcija briaunose.....	34
3.6 lentelė Kanoninio vynmedžio koreliacijos koeficientai briaunose su Gauso jungties funkcija.....	34
3.7 lentelė D -dimensijos Gauso jungties funkcijos koreliacijos koeficientai.....	35
3.8 lentelė Mann–Whitney U kriterijaus taikymas nustatant daugiamačio kursų modelio tinkamumą.	35
3.9 lentelė Mann–Whitney U kriterijaus taikymas nustatant daugiamačio kursų modelio tinkamumą.	36

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1.1 pav. Skirtingų jungties funkcijų tipų pavyzdžiai [4]	13
1.2 pav. Gauso jungties funkcijos skirstinys ir tankio funkcijos, kai $\rho = 0,4$ [5]	14
1.3 pav. Dvimatė Stjudento T jungties funkcijos pavyzdys [9]	15
1.4 pav. Penkiamačio kanoninio vynmedžio vaizdavimas, naudojant keturis įdėtuosius medžius [2]..	17
2.1 pav. Valiutų vertės atidėtos x ir y ašyse	18
2.2 pav. Duomenys normalizuojami į jungties funkcijos apibrėžimo sritį	19
2.3 pav. Empirinių parametru ir Stjudento T jungties funkcijos sugeneruota atsitiktinė taškų imtis	19
2.4 pav. Atlikta duomenų atvirkštinė transformacija	20
2.5 pav. Gauso jungties funkcijos rezultatai	20
2.6 pav. Kleitono jungties funkcijos rezultatai	21
2.7 pav. Gumbelio jungties funkcijos rezultatai.....	21
2.8 pav. Franko jungties funkcijos rezultatai	22
2.9 pav. Valiutos duomenų histograma ir normaliojo skirstinio kreivė	22
2.10 pav. Valiutos duomenų histograma ir normaliojo skirstinio kreivė	23
2.11 pav. Valiutų verčių sklaidos diagramos modeliuojant normaliuoju skirstiniu.....	24
2.12 pav. Realių duomenų ir Stjudento T jungties funkcija sumodeliuotų duomenų palyginimas.....	24
2.13 pav. Realių ir Kleitono jungties funkcija modeliuotų duomenų palyginimas.....	25
2.14 pav. Realių ir Gumbelio jungties funkcija modeliuotų duomenų palyginimas.....	26
2.15 pav. Realių ir Franko jungties funkcija modeliuotų duomenų palyginimas	26
2.16 pav. Realių ir normaliuoju skirstiniu modeliuotų duomenų palyginimas.....	27
2.17 pav. Realių ir Gauso jungties funkcija modeliuotų duomenų palyginimas	27
3.1 pav. Penkių kintamųjų D -vynmedžio pavyzdys.....	29
3.2 pav. Penkių kintamųjų kanoninio vynmedžio pavyzdys	29
3.3 pav. Laiko eilutės su valiutų kursų vertėmis.....	31
3.4 pav. Dienos valiutų kursų pokyčiai	32
3.5 pav. Valiutų kursų liekanos.....	32
3.6 pav. D -vynmedžio struktūros pritaikymas duomenims	33
3.7 pav. Kanoninio vynmedžio struktūros pritaikymas duomenims	33
3.8 pav. D -vynmedžio liekanų modeliavimas Stjudento T jungties funkcijos pagrindu ir parametru įvertinimas.....	36

Ivadas

Daugiamačių finansinių kintamųjų skirstinių sudarymas yra svarbus tokiose srityse kaip turto kainos vertinimas, rizikos valdymas, investicijų portfelio paskirstymas ir vertės prognozavimas. Sudarant daugiamačius skirstinius, labai dažnai yra svarbi tarpusavio priklausomybė. Skirstiniai gali būti naudojami užsienio valiutų kursų rizikos vertinimui, tarptautinės prekybos sandorių valdymui.

Valiutų kursų verčių pasiskirstymai dažniausiai yra su sunkiomis uodegomis, sunkiai nusakomi žinomais dėsniais ir turintys netiesinius tarpusavio ryšius. Geriausias būdas išanalizuoti šias savybes yra taikant jungties funkcijas. Tai yra metodas, kuris leidžia sudaryti priklausomumo struktūrą atskiriems ribiniams skirstiniams. Nors daugelis dvimačių jungties funkcijų pakankamai gerai iširtos ir pasižymi geromis charakteristikomis, daugiamačių jungties funkcijų konstravimas yra vis dar vystomas. Vienas iš labiausiai išvystytų metodų yra daugiamačių jungties funkcijų hierarchinių struktūrų sudarymas, tokių kaip D -vynmedis ir Kanoninis vynmedis, konstruojant dvimates jungties funkcijas su sąlyginiais skirstiniais kaip jų argumentais. Privalumas naudojant dvimačius jungties priklausomumo modelius yra galimybė nustatyti skirtingus parametrus kiekvienos poros jungties funkcijai.

Baigiamojo darbo tyrimo tikslas – panaudoti jungties funkcijas sudarant daugiamačių valiutos kursų priklausomumo struktūras. Jungties funkcijų įvedimas sudaro galimybę netiesiškai modeliuoti priklausomybes tarp valiutos kursų, išvengiant prielaidos apie jų normalųjį pasiskirstymą. Daugiamačiai jungties funkcijų modeliai yra sudaromi D -vynmedžių, kanoninių vynmedžių ir d -dimensijos jungties funkcijų pagrindu su Gauso ir Stjudento T priklausomybės struktūromis.

Tyrimo metu pritaikytas ARMA-GARCH modelis pašalinti priklausomybę nuo laiko kiekvienai užsienio valiutai laiko eilutėje iš tam tikro duomenų rinkinio. Iš valiutų kursų laiko eilučių išskirtos ir standartizuotos liekanos. Pasirinktas kriterijus modelio adekvatumo įvertinimui. Tyrimai atlikti su keliais skirtingais vynmedžių modeliais, pasirinkta tinkamiausia dvimatė jungties funkcija ir galiausiai reikiamos dimensijos vynmedis.

1. VALIUTOS KURSŲ PRIKLAUSOMYBIŲ IR JUNGTIES FUNKCIJŲ MODELIAVIMO METODIKOS APŽVALGA

1.1 VEIKSNIAI ĮTAKOJANTYS VALIUTŲ KURSUS

Be veiksnių, tokių kaip palūkanų normos ir infliacija, valiutos keitimo kursas yra vienas iš svarbiausių veiksnių šalies ekonominiame lygyje. Valiutų kursai turi didelę reikšmę šalies tarptautinei prekybai, kuri yra labai svarbus pasaulio laisvosios rinkos ekonomikos komponentas. Dėl šios priežasties, valiutų kursai yra labai stebimi, analizuojami ir valdomi ekonominėmis priemonėmis. Valiutų kursai turi reikšmę ir mažesniuose sektoriuose. Pavyzdžiui, jie įtakoja investuotojo portfelio realiąją grąžą. Apžvelgsime kai kuriuos pagrindinius valiutų kursų svyravimų veiksnius [1].

Daugybė veiksnių lemia valiutų kursus ir visi jie yra susiję su prekybos santykiais tarp skirtingų šalių. Valiutų kursai yra santykinis dydis ir yra išreiškiamas, kaip dviejų šalių valiutos palyginimas. Dažniausiai kursas pateikiamas kaip pagrindinio piniginio vieneto kaina išreikšta bazine valiuta. Pateiksime svarbiausius valiutų kursus įtakojančius veiksnius.

1. Skirtumai infliacijoje

Paprastai, šalis su dėsningai mažėjančiu infliacijos lygiu, didina savo valiutos vertę, nes jos perkamoji galia didėja, palyginti su kitų šalių valiutomis. Tos šalys, kurių infliacija yra didesnė, jaučia savo valiutos nuvertėjimą, santykiuose su kitų šalių prekybos partneriais. Tokį reiškinį paprastai, lydi ir didesnės palūkanų normos [1].

2. Skirtumai palūkanų normose

Palūkanų normos, infliacija ir valiutos keitimo kursas, yra labai susiję reiškiniai. Palūkanų normų valdymas centriniuose bankuose daro įtaką infliacijai, valiutų kursams, bei palūkanų normoms. Aukštesnės palūkanų normos suteikia galimybę skolintojams gauti didesnę grąžą, susijusią su kitomis šalimis. Todėl, padidėjusios palūkanų normos pritraukia užsienio kapitalą ir tai yra priežastis valiutos kursui augti. Didesnių palūkanų normų poveikis yra sumažinamas, tačiau jei infliacija šalyje yra daug didesnė nei kitų šalių, arba jei yra papildomų veiksnių, tada valiutos vertė dažniausiai krenta. Priešingas ryšys egzistuoja mažėjant palūkanų normoms - tai yra, mažėjant palūkanoms, mažėja valiutos keitimo kursas [1].

3. Užsienio valiutos deficitai

Valiutų balansas atspindi prekybos pusiausvyrą tarp šalies ir jos prekybos partnerių, visus mokėjimus už prekes, paslaugas, palūkanas ir dividendus. Užsienio valiutos deficitai rodo, jog šalyje yra skirta daugiau lėšų užsienio prekybai, nei ji yra uždirbusi, ir kad tai yra skolintas kapitalas iš užsienio šaltinių. Kitaip tariant, šaliai reikia daugiau užsienio valiutos, kuri gaunama eksportuodama produkciją į kitas šalis. Perteklinė užsienio valiutos paklausa, mažina šalies valiutos kursą. Tai vyksta

kol vidaus prekės ir paslaugos yra pakankamai pigios užsieniečiams, o užsienio turtas yra pernelyg brangus [1].

4. Valstybės skolos

Vyriausybė gali spausdinti pinigus, mokėti dalį jos skolų, tačiau vis didėjanti pinigų pasiūla neišvengiamai sukelia infliaciją. Be to, jei valdžia nėra pajėgi aptarnauti šalies deficito vidaus priemonėmis (parduodant vidaus obligacijas, didinant pinigų pasiūlą), ji privalo padidinti vertybinių popierių tiekimo pardavimą užsieniečiams, taip sumažinant jų kainas. Užsienio šalys mažiau norės savo vertybinius popierius keisti į kitą valiutą, jei įsipareigojimų nevykdymo rizika yra didelė. Dėl šios priežasties, šalies skolos yra vienas svarbiausių veiksnių, lemiantis jos valiutos keitimo kursą [1].

5. Prekybos sąlygos

Eksporto kainos ir importo kainos santykis ir prekybos sąlygos yra susijusios su einamąja sąskaita ir mokėjimų balansu. Jei šalies eksportas padidėja daugiau už normą, nei jos importas, tada šalies prekybos sąlygos yra palankios augti. Didėjantis prekyba rodo didesnę paklausą šalies eksportui. Tai, savo ruožtu, sąlygoja didėjančias pajamas iš eksporto, kuri padidina paklausą šalies valiuta (ir valiutos vertės padidėjimu). Jei šalies eksportas auga lėčiau nei jos importas, valiutos vertė sumažėja [1].

6. Politinis stabilumas ir ekonominė veikla

Užsienio investuotojai neišvengiamai ieško stabilios šalies, su stipria ekonomine veikla, į kurią investuoja savo kapitalą. Tokioje šalyje bus parengti investiciniai fondai atskirai nuo kitų šalių siekiant užtikrinti mažesnę politinę ir ekonominę riziką. Pavyzdžiui, politinė suirutė, gali sąlygoti valiutos keitimo nuostolius ir kapitalo judėjimą į stabilesnes šalis [1].

Valiutų kursai, kurie užima dalį investicinio portfelio, nustato ir portfelio realiąją grąžą. Mažėjant kursui akivaizdžiai mažėja pajamų perkamoji galia ir kapitalo prieaugis. Be to, kurso keitimas daro poveikį kitiems pajamų veiksniams, tokiems kaip palūkanų normos, infliacija ir net kapitalo prieaugis iš šalies vidaus vertybinių popierių. Nors valiutų kursus sąlygoja daugelis sudėtingų veiksnių, kurie dažnai glumina net patyrusius ekonomistus, investuotojai turi keletą metodikų, kaip valdyti su valiutų kursais susijusią riziką [1].

Kaip matome, daugelis išvardintų faktorių yra susiję su prekyba ir partneryste su užsienio šalimis. Natūralu manyti, kad skirtingų šalių valiutos kursai yra priklausomi vienas nuo kito.

1.2 VALIUTOS KURSŲ PRIKLAUSOMYBIŲ NUSTATYMO

PROBLEMOS AKTUALUMAS

Bendras požiūris literatūroje yra toks, kad valiutos kursų svyravimus, yra sunku, arba neįmanoma, nuspėti. Valiutos kursų priklausomybė ir jos galimos asimetrijos analizė yra svarbi daugelyje sričių. Dideli valiutos keitimo kursų svyravimai yra reikšmingi realiajai ekonomikai ir

infliacijai vien dėl to, kad valiutų kursai įtakoja importuotų prekių kainas ir eksporto pramonės konkurencingumą [7]. Pavyzdžiui informacija apie tai, kaip litas pasikeis užsienio valiutos atžvilgiu atspindi, kaip Lietuvos konkurencingumas ir bendros importo kainos reaguotų į pokytį. Arba, pavyzdžiui, žinios, kaip keičiasi JAV dolerio, Kanados dolerio ir euro kursai vienas kito atžvilgiu, suteikia svarbios informacijos apie euro zonos ir įvardintų šalių konkurencingumo pokyčius viena kitos atžvilgiu.

Centriniai bankai priima sprendimus pagal žinias, kaip valiutų keitimo kursai keičiasi kartu, ypač valiutos jautrumo įsikišimui klausimu, kai centriniai bankai, bando pasiekti tam tikro lygio vertėjimą ar nuvertėjimą, daugiau nei vienos užsienio valiutos atžvilgiu. Valiutų kursų koreliacija yra labai svarbi išvestinių vertybinių popierių įkainojimui, kadangi daugelis jų yra siejami su keliomis valiutomis, kad apsisaugoti nuo svyravimų. Investicinio turto kaina gali būti apskaičiuota neteisingai, jei potenciali valiutų kursų asimetrinė priklausomybė nebus įvertinta [7]. Be to, valiutų rinka didžiausia ir svarbiausia finansų rinka pasaulyje, kuri yra visiškai decentralizuota ir pasižyminti didžiausiomis dienos prekybos apimtimis. Šios rinkos dinamika yra sudėtingesnė, nei bet kurios kitos rinkos.

1.3 VALIUTŲ KURSŲ PRIKLAUSOMYBIŲ ANALIZĖ SUDARANT SAŲVEIKŲ TINKLUS

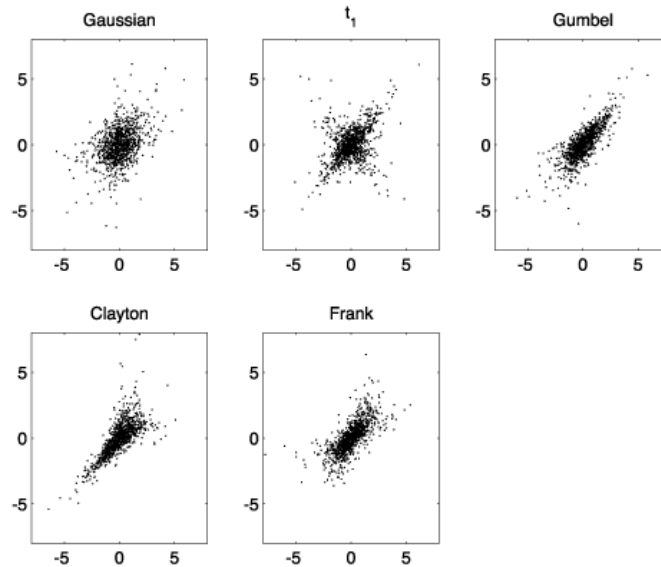
Dažnai valiutų tarpusavio priklausomybės analizuojamos sudarant jų tinklus. Iš esmės tai yra grafai, kuriame labiausiai susijusios valiutos apjungiamos briaunomis. Pasirenkama bazinė valiuta, kuria išreiškiamos likusių valiutų vertės. Stebėjus šių kursų dinamiką tam tikrą dienų skaičių, apskaičiuojama koreliacinė matrica. Atsižvelgiant į šią matricą ir ekonominius ir geografinius veiksnius sudaromas tinklas. Koreliacija leidžia apžvelgti valiutų rinkos struktūrą, kaip tinkle elgiasi valiutų kursai. Valiutų kursai yra traktuojami, kaip tinklo mazgai ir yra susiję su savo kaimynais per briaunas su svoriais, kurie atspindi ryšio stiprumą. Šiuo atveju, tikslus šios sąveikos pobūdis lieka neaiškios kilmės, tačiau natūralu manyti, kad ryšiai yra netiesiniai [3].

Valiutų tinklo analizė, gali suteikti mums žinių, apie rinkos struktūrą ir apie kiekvienos konkrečios valiutos vaidmenį joje. Sekantis uždavinys yra modeliuoti struktūros būsenos pokyčius, dirbtinai padidinus konkrečios valiutos kiekį, siekiant ištirti kokią tai įtaką padarys sistemai. Tam pasiekti yra naudojami koreliacinės matricos ir minimumus jungiančio medžio metodai. Abu šie metodai, nors paprasti ir veiksmingi, tačiau yra tiesiniai ir todėl jie aptinka tik sąveikos dalis, esančios tarp valiutų kursų [3].

Sąveikų tinklų modeliai yra priklausomi nuo bazinės valiutos pasirinkimo. Kadangi skirtingos valiutos turi skirtingą vidaus dinamiką, susijusią su šalies ekonomika, infliacija ir įvykiais kitose šalyse, valiutų kursų elgesys labai priklauso nuo bazės pasirinkimo [3].

1.4 JUNGTIES FUNKCIJOS

Statistikoje jungties funkcija apibrėžiama kaip daugiamatis pasiskirstymas, kuriuo galima aprašyti įvairių atsitiktinių dydžių priklausomybę. Jungties funkcijomis galima aprašyti tokių dydžių priklausomybę, kurie turi tolydųjį skirstinį [4]. Marginalieji skirstiniai apjungiami į jungties funkciją, kuri ir aprašo dydžių tarpusavio sąveiką.



1.1 pav. Skirtingų jungties funkcijų tipų pavyzdžiai [4]

Yra keletas jungties funkcijų tipų, kurie skiriasi savo priklausomybe. 1.1 pav. pateikiame kelių populiarių jungties funkcijų sklaidos diagramų pavyzdžius. Diagramose pastebima dviejų dydžių priklausomybė, kuri ir nulemia taškų susitelkimą gana taisyklingose srityse. Literatūroje dažnai pateikiamos ir jungties funkcijų šeimos [4]. Šeima paprastai turi keletą parametrų, kurie nulemia priklausomybės stiprumą ir formą. Dažniausiai yra pasirenkama viena jungties funkcija iš šeimos ir naudojama apibrėžti daugiamatį paskirstymą [4].

Apibrėžimas

Jungties funkcija yra daugiamatis jungtinis skirstinys apibrėžtas d -mačiame vienetiniame kube $[0,1]^d$ taip, kad kiekvienas marginalus skirstinys yra tolydus intervale $[0,1]$ [4]. Tiksliau, $C: [0,1]^d \rightarrow [0,1]$ yra d -matė jungties funkcija jei: $C(u) = 0$, kai $u \in [0,1]^d$ yra bent vienas komponentas lygus 0; $C(u) = u_i$, kai $u \in [0,1]^d$ turi visas komponentes lygias 1, išskyrus i -tąją, kuri yra lygi u_i ; kiekvienam hiper stačiakampis $B = X_{i=1}^d[x_i, y_i] \subseteq [0,1]^d$;

$$V_C(B) = \sum_{z \in X_{i=1}^d\{x_i, y_i\}} (-1)^{N(z)} C(z) \geq 0;$$

kur $N(z) = \text{card}\{k | z_k = x_k\}$. $V_C(B)$ yra C intensyvumas nuo B .

Toliau aprašysime jungties funkcijas, kurias nagrinėsime darbe. Šiame darbe bus naudojamos tik dvimatės jungties funkcijos ir jų struktūros.

Gauso jungties funkcijos

Vienas iš jungties funkcijų tipų, dažnai naudojamų finansinių kintamųjų modeliavimui yra Gauso jungties funkcija, kuri yra sudaryta iš dvimačio normaliojo skirstinio. Pažymime standartinį normalųjį skirstinį Φ_ρ . Standartinis dvimatis normalusis yra didėjanti skirstinio funkcija, koreliacija ρ [5]. Gauso jungties funkcija apibrėžiama taip:

$$C_p(u, v) = \Phi_p(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v)) \quad (1.1)$$

kur $u, v \in [0, 1]$, Φ^{-1} yra atvirkštinė standartinio normaliojo skirstinio funkcija, Φ_p yra dvimačio normaliojo skirstinio funkcija su nuliniu vidurkio vektoriumi ir antrojo parametro reikšme- dydžių koreliacine matrica. Išdiferencijavus C gauname jungties tankio funkciją:

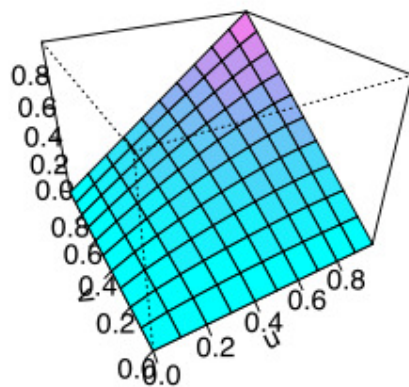
$$c_p(u, v) = \frac{\varphi_{X,Y,\rho}(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v))}{\varphi(\Phi^{-1}(u))\varphi(\Phi^{-1}(v))} \quad (1.2)$$

kur

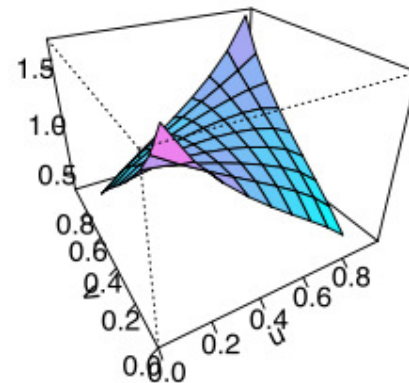
$$\varphi_{X,Y,\rho}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{1}{2(1-\rho^2)}[x^2 + y^2 - 2\rho xy]\right) \quad (1.3)$$

ρ yra Pirsono koreliacijos koeficientas, φ yra standartinio dvimačio Gauso skirstinio tankio funkcija [5]. 1.2 pav. pateikiame Gauso jungties funkcijos paskirstymo ir tankio paviršių pavyzdžius.

Gauso jungties pasiskirstymo funkcija



Gauso jungties tankio funkcija



1.2 pav. Gauso jungties funkcijos skirstinys ir tankio funkcijos, kai $\rho = 0, 4$ [5]

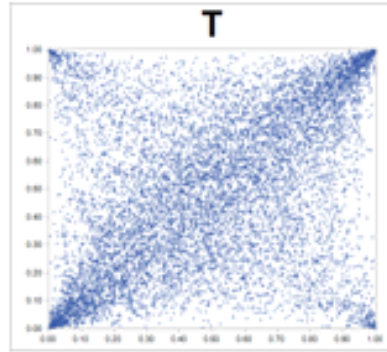
Stjudento jungties funkcija

Stjudento T jungties funkcija yra elipsės formos jungties funkcija apibrėžiama kaip:

$$C_{p,v}(u, v) = \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{t_v^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi(1-\rho^2)^{1/2}} \left\{ 1 + \frac{x^2 - 2\rho xy + y^2}{v(1-\rho^2)} \right\}^{-(v+2)/2} dx dy \quad (2.1)$$

kur ν (laisvės laipsnių skaičius) ir ρ (Pirsono koreliacijos koeficientas) yra jungties funkcijos parametrai.

Kai laisvės laipsnių skaičius ν didelis (apie 30 ir daugiau), Stjudento T jungties funkcija konverguoja į normaliąją jungties funkciją [9] taip, kaip Stjudento skirstinys konverguoja į normalųjį skirstinį. Bet esant nedideliame laisvės laipsnių skaičiui, jungties funkcija elgiasi skirtingai: Stjudento T jungties funkcija turi daugiau taškų nei Gauso ir žvaigždės formos uodegas.



1.3 pav. Dvimatė Stjudento T jungties funkcijos pavyzdys [9]

Parametrų nustatymui naudojamas didžiausio tikėtimumo metodas.

Archimedo jungties funkcijos

Archimedo jungties funkcijų šeima yra labai svarbi, ji turi paprastą formą su tokiomis savybėmis, kaip asociatyvumas ir struktūros priklausomybių įvairovė. Skirtingai nei Gauso jungties funkcijos, dauguma Archimedo jungties funkcijų išreiškiamos uždaros formos lygtimis, kurios nėra gaunamos iš daugiamatčių pasiskirstymo funkcijų [6]. D -matės jungties funkcijos aprašomos taip:

$$H(x_1, x_2, \dots, x_n) = \Psi^{-1} \left(\sum_{i=1}^n \Psi(F_i(x_i)) \right) \quad (1.4)$$

kur Ψ yra generuojanti funkcija. Generuojanti funkcija turi tenkinti šias sąlygas:

$$\Psi(1) = 0; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \Psi(x) = \infty; \quad \Psi'(x) < 0; \quad \Psi''(x) > 0.$$

Jei tarp atsitiktinių dydžių neegzistuoja ryšys, tuomet:

$$\Psi(x) = -\ln(x); \quad H(x, y) = F(x)G(y)$$

Čia F ir G yra marginalinės pasiskirstymo funkcijos. Archimedo jungties funkcijų šeimai priklauso keletas plačiai naudojamų jungties funkcijų:

Kleitono jungties funkcija:

$$\begin{aligned} \Psi(x) &= x^\theta - 1; \\ \theta &\leq 0; \quad H(x, y) = (F(x)^\theta + G(y)^\theta - 1)^{1/\theta}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Gumbelio jungties funkcija:

$$\Psi(x) = (-\ln(x))^\alpha. \quad (1.6)$$

Franco jungties funkcija:

$$\Psi(x) = -\ln\left(\frac{e^{-\alpha x} - 1}{e^{-\alpha} - 1}\right). \quad (1.7)$$

1.5 JUNGTIES FUNKCIJOS PANAUDOJIMAS DAUGIAMATEI PRIKLAUSOMYBEI

Daugiamačiai skirstiniai būna dažnai sudaromi iš mažesnės eilės jungties funkcijų. Tokių skirstinių sudarymo procesas yra panašus į daugiamačių skirstinių išreiškimą per marginaliuosius skirstinius, naudojant sąlyginius skirstinius. Daugiamačio skirstinio suskaidymas į marginaliųjų skirstinių sandaugą yra rekursinis procesas. Tegul (X_1, \dots, X_D) būna dydžių vektorius su skirstiniu F ir tankiu f . Išreiškimo procesas pradamas taip [2]:

$$f(x_1, \dots, x_d) = f(x_d|x_1, \dots, x_{d-1})f(x_1, \dots, x_{d-1}) = \dots = \prod_{t=2}^d f(x_t|x_1, \dots, x_{t-1}) \times f(x_1) \quad (1.8)$$

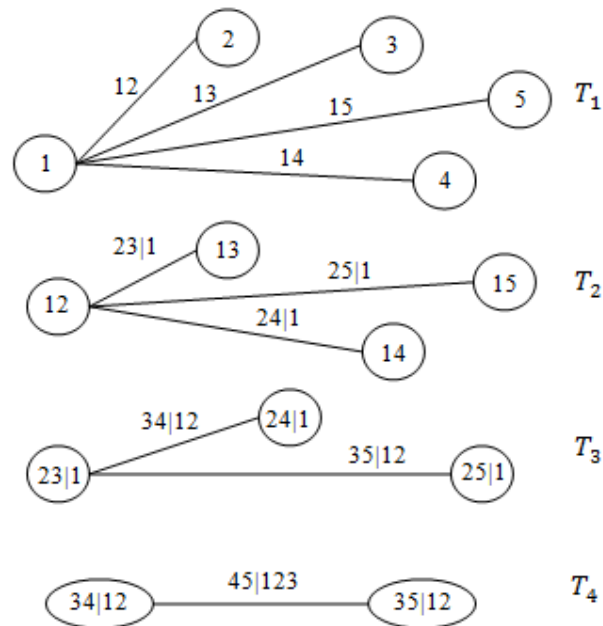
$f(x_t|x_1, \dots, x_{t-1})$ galima pakeisti taip:

$$f(x_t|x_1, \dots, x_{t-1}) = \frac{f(x_{t-1}, x_t|x_1, \dots, x_{t-2})}{f(x_{t-1}|x_1, \dots, x_{t-2})} = c_{t-1,t|1,\dots,t-2} \times f(x_t|x_1, \dots, x_{t-2}) \quad (1.9)$$

Naudojant formulę (1.9), tolesnius žingsnius galima užrašyti rekursyviai (1.8):

$$\begin{aligned} f(x_1, \dots, x_d) &= f(x_1) \times \prod_{t=2}^d \prod_{k=1}^{t-1} c_{t-k,t|1,\dots,t-k-1} \times f(x_t) \\ &= \prod_{r=1}^d f(x_r) \times \prod_{t=2}^d \prod_{k=1}^{t-1} c_{t-k,t|1,\dots,t-k-1} = \\ &= \prod_{r=1}^d f(x_r) \times \prod_{j=1}^{d-1} \prod_{i=1}^{d-j} c_{j,j+i|1,\dots,j-1} (j = t - k, j + i = t) \end{aligned} \quad (1.10)$$

Galima atlikti ir atvirkštinį procesą. T.y. jei turime marginaliuosius skirstinius ir galime gauti sąlyginius skirstinius, rekursinę schemą galime pritaikyti daugiamačio skirstinio konstravimui. Procesą (1.10) galima pavaizduoti medžių su nekryptinėmis briaunomis seka, kuri vadinama vynmedžiu. Briaunos šiuose medžiuose susietos indeksais, naudojamais sąlyginės jungties funkcijos tankiams pažymėti. d -matis įprastas vynmedis sudarytas iš įdėtųjų medžių T_1, \dots, T_{d-1} su viršūnėmis N_i ir briaunomis E_i [2].



1.4 pav. Penkiamačio kanoninio vynmedžio vaizdavimas, naudojant keturis įdėtuosius medžius [2]

1.4 pav. pavaizduota penkių dydžių (jų skirstinius atitinkamai pažymėkime 1,2,3,4,5) priklausomumo struktūra. Sudarant kanoninį vynmedį, pirmiausiai sudaromi dvimačiais skirstiniai 12, 13, 14, 15 tarp gretimų atsitiktinio vektoriaus koordinatinių (T₁ lygmuo). Gautus gretimus dėsnius toliau vėl apjungiamo jau į trimačius sąlyginius skirstinius 23|1, 24|1, 25|1. Taip operaciją kartojame kol gauname penkiamatį skirstinį 45|123. Apjungimas vyksta sudarant naują dvimatę sąlyginę jungties funkciją, kurios argumentai yra žemesnio lygio jungties funkcijų reikšmės.

2. DVIMAČIŲ JUNGTIES FUNKCIJŲ MODELIAI VALIUTŲ KURSŲ SKIRSTINIŲ SUDARYMUI

Dvimatės jungties funkcijos naudojamos kaip komponentai, sudarant daugiamates priklausomumo struktūras. Pradinis dviejų valiutų skirstinys dažnai turi lemiamos įtakos daugiamatės skirstinio tinkamumui, todėl pradžioje labai svarbu išnagrinėti dvimačius atvejus.

Nagrinėsime tris dvimačių priklausomumo struktūrų modelius:

- Studento T jungties funkcija;
- dvimatė Gauso jungties funkcija;
- dvimatė Archimedo jungties funkcija.

Atlikus tyrimą išsiaiškinsime, kuris metodas yra pranašesnis modeliuoti pasirinktų valiutų kursus. Kad palyginti metodo taikymo specifiką, pabandydysime dvimačius skirstinius sumodeliuoti ir dvimačiu normaliuoju skirstiniu.

Dvimatis normalusis skirstinys

Pirmasis metodas, kuriuo modeliuosime valiutų vertes yra dvimatis normalusis skirstinys (Gauso skirstinys). Norint atlikti modeliavimą, turime pasirinkti dviejų valiutų vertes konkrečiu laiko tarpu. Tarsime, kad

X - pirmosios valiutos duomenys konkrečiu laikotarpiu.

Y - antrosios valiutos duomenys konkrečiu laikotarpiu.

Taip pat turime žinoti taikomo dvimačio normaliojo skirstinio parametrus, kad galėtume apskaičiuoti reikšmės. Parametrai:

pirmos valiutos verčių vidurkis $m_1 = MX$

antros valiutos verčių vidurkis $m_2 = MY$

pirmos valiutos verčių dispersija $\sigma_1^2 = DX$

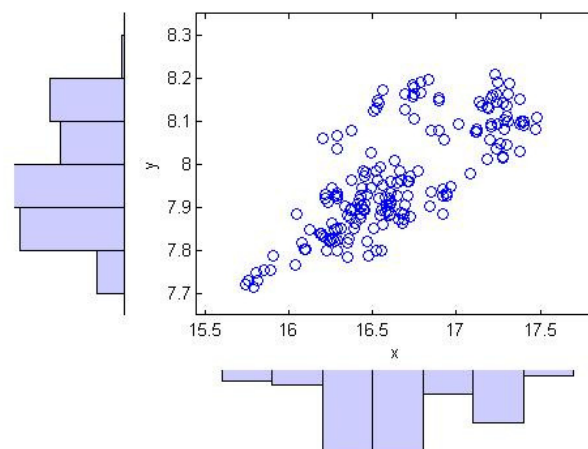
antros valiutos verčių dispersija $\sigma_2^2 = DY$

valiutų verčių koreliacija $\rho = \frac{cov(X,Y)}{\sigma_1\sigma_2} = \frac{M(X-MX)(Y-MY)}{\sqrt{DXDY}}$

Šį skirstinį trumpai pažymėsime taip: $(X, Y) \sim N(m_1, m_2, \sigma_1, \sigma_2, \rho)$. Turimai imčiai skirstinį pritaikome surasdami įverčius.

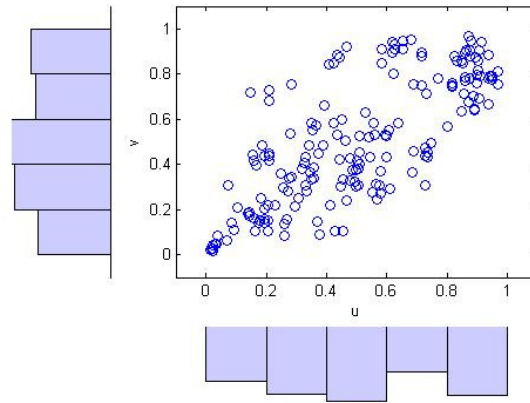
2.1 JUNGTIES FUNKCIJOS PRIDERINIMAS PRIE VALIUTOS RINKOS STATISTINIŲ DUOMENŲ DVIMAČIU ATVEJU

Šiame skyriuje aprašysime dvimačių jungties funkcijų priderinimo prie valiutų kursų statistinių duomenų uždavinio etapus, grafiškai atvaizduosime gautus tarpinius ir galutinius rezultatus. Atsitiktinai išsirenkame dviejų skirtingų valstybių valiutas. Tai būtų Mexican Peso ir Norwegian Krone. Fiksavome kiekvieną dieną 180 dienų, abiejų valiutų kursus euro atžvilgiu (duomenys 1 priede). Kiekvienos dienos valiutų vertės atitinkamai atidėjome x ir y ašyse bei žymėjome taškais.



2.1 pav. Valiutų vertės atidėtos x ir y ašyse

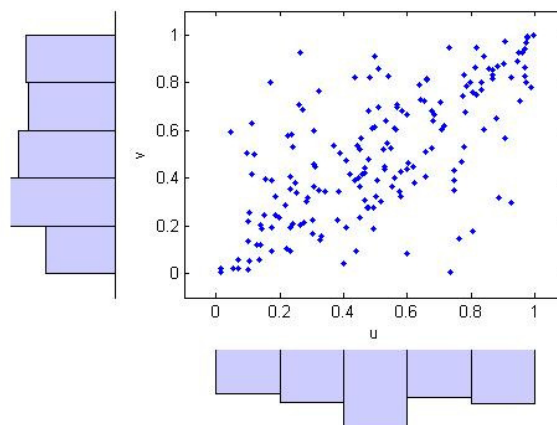
Duomenys normalizuojami į Gauso, Stjudento ir Archimedo jungties funkcijų apibrėžimo sritį (vienetinį kvadratą), juos transformavus, didžiausia reikšmė per visas 180 dienų bus vienetas, atitinkamai abiemis valiutoms. Tuo pačiu būdu transformuotus duomenis atvaizduojame brėžinyje:



2.2 pav. Duomenys normalizuojami į jungties funkcijos apibrėžimo sritį

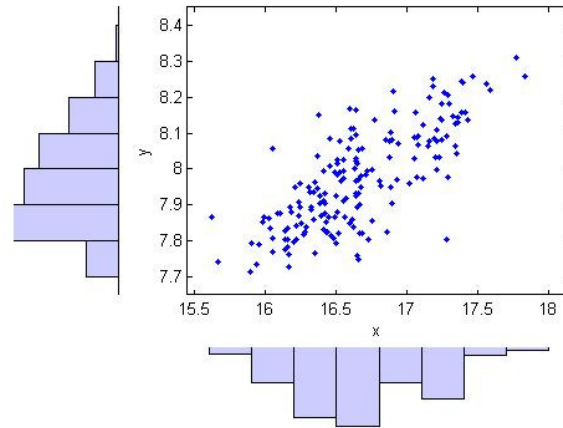
Pagal gauto brėžinio duomenis keliamo hipotezę, kad tiriamąją valiutų priklausomybę galima aprašyti Stjudento jungties funkcijos dėsnio [8]. Didžiausio tikėtimumo metodu, randame šio dėsnio parametrus, naudodami transformuotų duomenų imtį. Naudodami gautus empirinius parametrus ir Stjudento jungties funkcijos dėsnio, sugeneruojame atsitiktinę valiutų reikšmių taškų imtį. Kadangi naudojome transformuotus duomenis, gauname sumodeliuotą imtį jungties funkcijos apibrėžimo srityje. Tyrimui sukūrėme programą sistemoje MATLAB. Atskiros jungties funkcijos tyrimui keičiame programos parametrus.

Rezultatus atvaizduojame diagramoje.



2.3 pav. Empirinių parametrų ir Stjudento T jungties funkcijos sugeneruota atsitiktinė taškų imtis

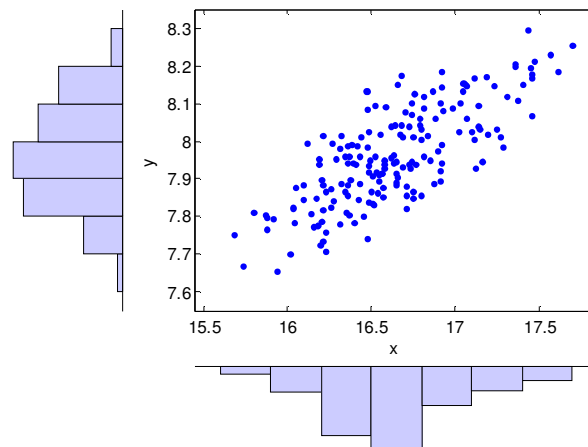
Panaudojame atvirkštinę transformaciją. Taškus atvaizduojame brėžinyje:



2.4 pav. Atlikta duomenų atvirkštinė transformacija

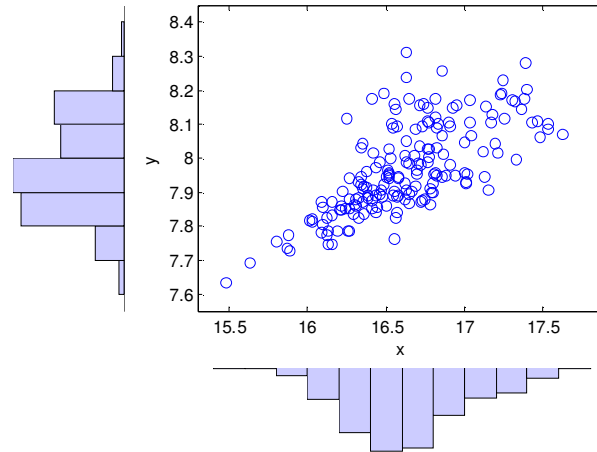
Jei mūsų hipotezė, kad duotąją valiutų priklausomybę galima aprašyti Stjudento T jungties funkcijos dėsniu yra teisinga, tai sumodeliuotos imties empirinis skirstinys turėtų tik nereikšmingai skirtis nuo pradinio skirstinio [8].

Kitame žingsnyje tą patį tyrimą atliekame su tomis pačiomis Mexican Peso ir Norwegian Krone valiutomis, pritaikę dvimatę Gauso jungties funkciją. Rezultatai pateikti paveiksle:



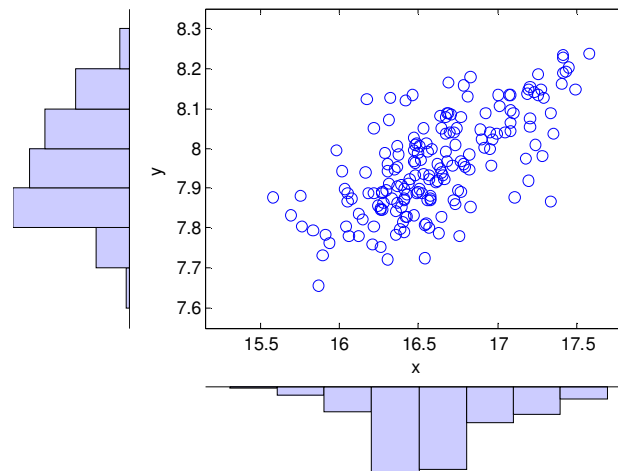
2.5 pav. Gauso jungties funkcijos rezultatai

Tęsdami tyrimą su tomis pačiomis Mexican Peso ir Norwegian Krone valiutomis, pritaikome dvimatę Kleitono jungties funkciją. Rezultatai pateikti paveiksle:



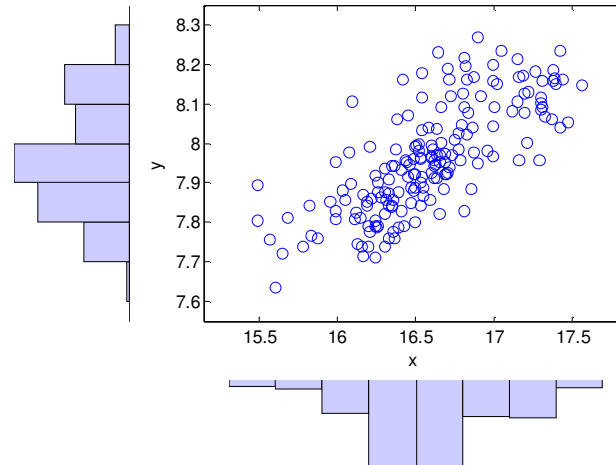
2.6 pav. Kleitono jungties funkcijos rezultatai

Kitame žingsnyje tyrimą atliekame su tomis pačiomis Mexican Peso ir Norwegian Krone valiutomis, pritaikę dvimatę Gumbelio jungties funkciją. Rezultatai pateikti paveiksle:



2.7 pav. Gumbelio jungties funkcijos rezultatai

Taip pat tyrimą atliekame tomis pačiomis Mexican Peso ir Norwegian Krone valiutomis, pritaikę dvimatę Franko jungties funkciją. Rezultatai matomi paveiksle:



2.8 pav. Franko jungties funkcijos rezultatai

Kaip matome iš gautų rezultatų, Franko atveju sklaida yra didesnė. Stipresnis ryšys pastebimas vidurkio aplinkoje. Šiame skyriuje pateikėme tik rezultatų grafines diagramas ir jų interpretacijas. Tikslų jungties funkcijų tinkamumo pasirinktiems duomenims vertinimą pateiksime 2.2 skyriuje.

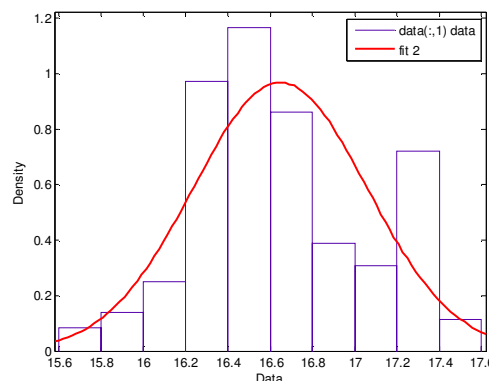
2.2 TRADICINIŲ PRIKLAUSOMYBĖS METODŲ IR GAUTŲ PRIKLAUSOMUMO STRUKTŪRŲ PALYGINAMOJI ANALIZĖ

Kad palyginti jungties funkcijų taikymo specifika ir rezultatus, 2.1 skyriuje pasirinktus kursus modeliuojame dvimačiu normaliuoju skirstiniu. Fiksuojame 180 dienų, abiejų valiutų kursus euro atžvilgiu. Norint sumodeliuoti šias dvi valiutas, pirmiausia reikia apskaičiuoti dvimačio normaliojo skirstinio parametrų įverčius: vidurkį, dispersiją ir kovariaciją.

Apskaičiuojame pirmosios valiutos vidurkį (m_1) ir dispersiją (σ_1), kurie yra lygūs:

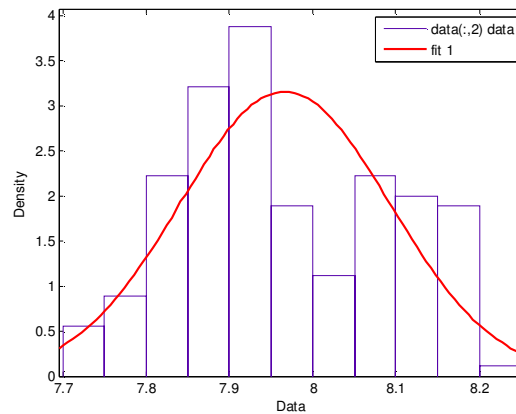
$$m_1 = 16,6476 \text{ ir } \sigma_1 = 0,411596.$$

Pirmosios valiutos duomenims taikome normalųjį skirstinį, rezultatą pavaizduojame grafiškai:



2.9 pav. Valiutos duomenų histograma ir normaliojo skirstinio kreivė

Taip pat apskaičiuojame antrosios valiutos vidurkį (m_2) ir dispersiją (σ_2), kurie yra:
 $m_2 = 7,9666$ ir $\sigma_2 = 0,126089$. Antrosios valiutos duomenims bandome pritaikyti normalųjį skirstinį, tai pavaizduojame grafiškai:



2.10 pav. Valiutos duomenų histograma ir normaliojo skirstinio kreivė

Histogramų pagalba galime teigti, kad valiutų kursų skirstiniai greičiausiai nėra pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį, nors ir histogramos forma kažkuria dalimi primena normaliojo skirstinio tankio kreivę. Taikome Shapiro-Wilk kriterijų hipotezei apie skirstinių normalumą tikrinti. Apskaičiuojame statistiką, kiekvienos valiutos verčių imčiai apskaičiuojame statistiką [20]:

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i x_{(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.1)$$

kur $x_{(i)}$ yra i -tasis variacinės eilutės narys, \bar{x} - imties vidurkis, $(a_1, \dots, a_n) = \frac{m^T V^{-1}}{(m^T V^{-1} V^{-1} m)^{1/2}}$, V - kovariacinė matrica, $m = (m_1, \dots, m_n)^T$ ir m_1, \dots, m_n yra tikėtina normaliojo skirstinio variacinė eilutė.

2.1 lentelė

Shapiro-Wilk kriterijaus taikymas

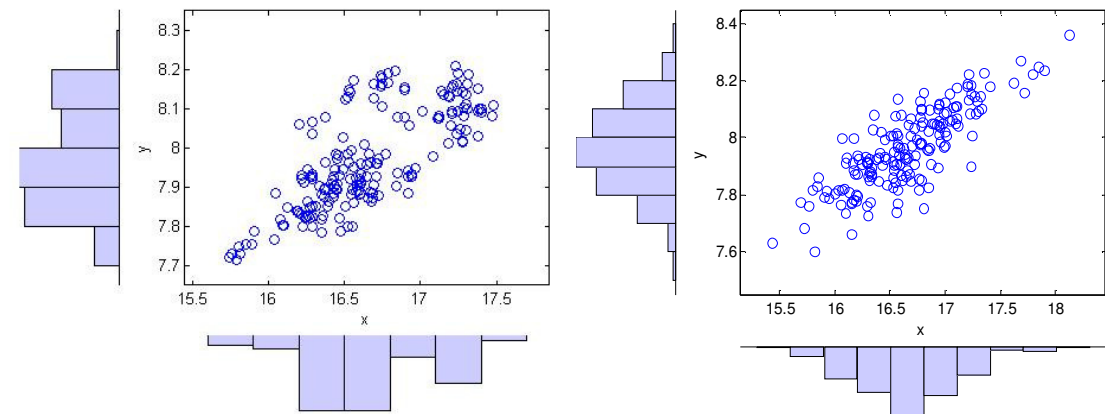
Valiuta	Statistikos W reikšmė	p reikšmė	Hipotezė
Mexican Peso	0,65	0,02	Atmesta
Norwegian Krone	0,71	0,017	Atmesta

Galime teigti, kad modeliavimo dvimačio normaliojo skirstinio rezultatai nebus adekvatūs situacijai, tačiau tyrimą vis tiek atliksime tam, kad turėtume medžiagos palyginimui su modeliavimu jungties funkcijomis.

Randame paskutinį reikiamą parametraž- koreliaciją, kuri yra lygi $corr(X, Y) = 0,0391$.

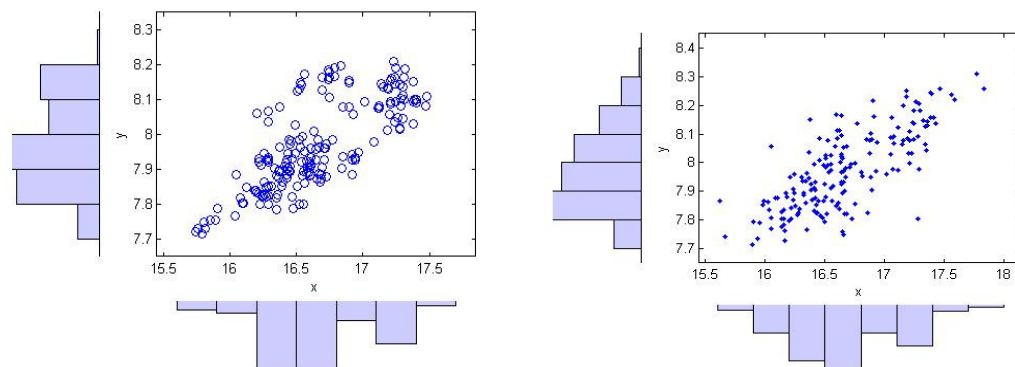
Kitame žingsnyje yra sugeneruojamos reikšmės iš dvimačio normaliojo skirstinio, su nurodytu vidurkio pirmos ir antros valiutos vektoriumi bei koreliacine matrica. Pavaizduojame rezultatus

diagramose (2.11 paveikslas). Realias (kairėje) ir sugeneruotas (dešinėje) valiutų vertes atitinkamai atidėjome x ir y ašyse ir žymėjome taškais kiekvienos dienos vertes.



2.11 pav. Valiutų verčių sklaidos diagramos modeliuojant normaliuoju skirstiniu

Tik iš grafinio palyginimo matome, kad toks modeliavimas nėra adekvatus. Toliau valiutų priklausomybę modeliavome Stjudento T jungties funkcija (žr. 1.4 skyrių). Lyginame realius ir sumodeliuotus duomenis :



2.12 pav. Realų duomenų ir Stjudento T jungties funkcija sumodeliuotų duomenų palyginimas

Kad modelį galėtume laikyti adekvačiu, jis turi nepažeisti marginaliųjų skirstinių. Realų valiutų ir sumodeliuotų valiutų kursų marginalieji skirstiniai turi sutapti. Šio reikalavimo patikrinimui naudosime Mann–Whitney U kriterijų [19]. Pasirinkome neparametrinį kriterijų, nes šiuo atveju nustatinėjame realų valiutų kursų skirstinius. Ta pati problema egzistuoja ir sumodeliuotiems duomenims. Pasirenkame konkrečios valiutos realias ir sumodeliuotas kursų reikšmes, sudarome variacinę eilutę ir priskiriame rangus. Skaičiuojame statistikas [19]:

$$U_1 = R_1 - \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} \quad (2.2)$$

$$U_2 = R_2 - \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} \quad (2.3)$$

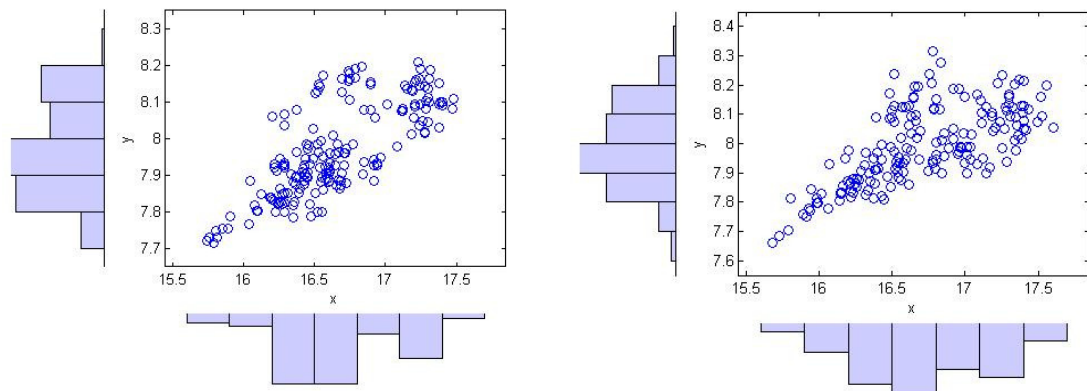
R_1 - realių reikšmių rangų suma, n_1 - realių stebėjimų skaičius, R_2 - modeliuotų reikšmių rangų suma, n_2 - modeliuotų reikšmių skaičius. Šiuo atveju $n_1 = n_2 = 180$. Fiksuosime reikšmingumo lygmenį 0,05.

2.2 lentelė

Hipotezės apie realių kursų ir modeliuotų Stjudento T jungties funkcija marginaliųjų skirstinių lygybę tikrinimas

Valiuta	Statistikos U_1 reikšmė	p reikšmė	Hipotezė
Mexican Peso	12076	0,261	Atmesta
Norwegian Krone	11443	0,242	Atmesta

Kaip matome šiuo atveju abi hipotezės atmestos. Valiutų priklausomybės negalime modeliuoti Stjudento T jungties funkcija. Procedūrą kartojame taikydami Kleitono jungties funkciją.



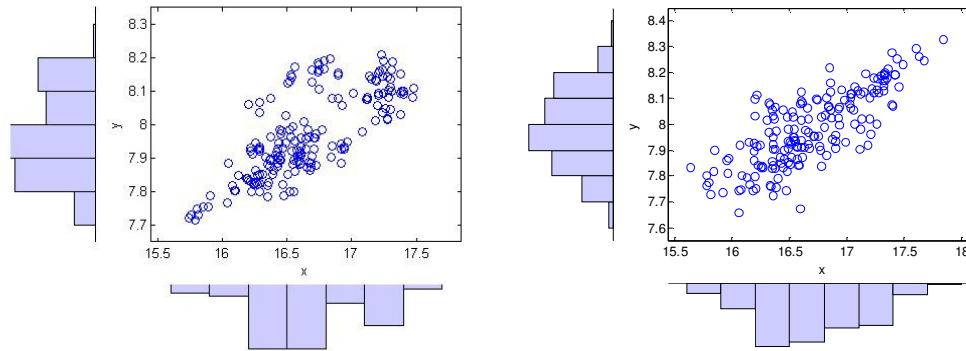
2.13 pav. Realų ir Kleitono jungties funkcija modeliuotų duomenų palyginimas

2.3 lentelė

Hipotezės apie realių kursų ir modeliuotų Kleitono jungties funkcija marginaliųjų skirstinių lygybę tikrinimas

Valiuta	Statistikos U_1 reikšmė	p reikšmė	Hipotezė
Mexican Peso	15887	0,029	Priimta
Norwegian Krone	15592	0,033	Priimta

Šiuo atveju abi hipotezės priimtose. Tai, kad modelis atspindi priklausomybę matyti ir sklaidos diagramose. Kleitono jungties funkcija yra tinkama šios priklausomybės modeliavimui. Jei rastume dar vieną tokiomis pačiomis savybėmis pasižymintį modelį, reikėtų atlikti jų palyginamąją analizę kitokiais kriterijais. Procedūrą kartojame taikydami Gumbelio jungties funkciją.



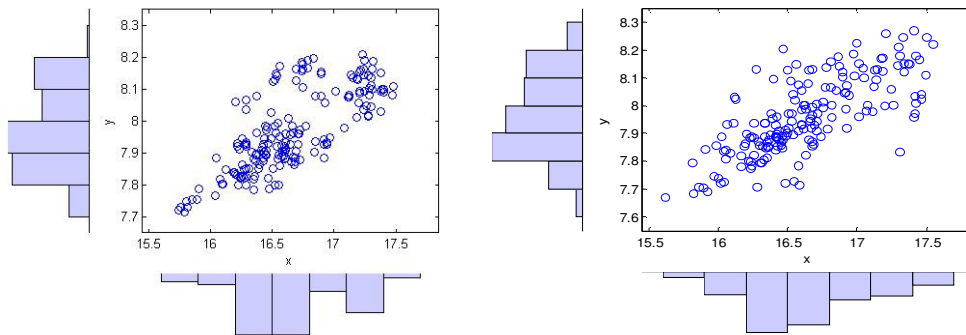
2.14 pav. Realių ir Gumbelio jungties funkcija modeliuotų duomenų palyginimas

2.4 lentelė

Hipotezės apie realių kursų ir modeliuotų Gumbelio jungties funkcija marginaliųjų skirstinių lygybę tikrinimas

Valiuta	Statistikos U_1 reikšmė	p reikšmė	Hipotezė
Mexican Peso	10034	0,403	Atmesta
Norwegian Krone	12714	0,298	Atmesta

Hipotezės atmestos, gumbelio jungties funkcija nėra tinkama modeliuoti pasirinktų kursų priklausomybę. Tyrimą tęsiame modeliuodami skirstinį kaip Franko jungties funkciją.



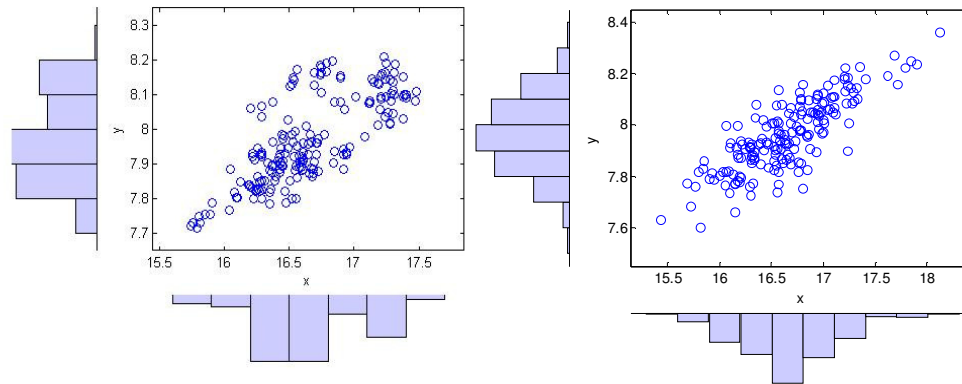
2.15 pav. Realių ir Franko jungties funkcija modeliuotų duomenų palyginimas

2.5 lentelė

Hipotezės apie realių kursų ir modeliuotų Franko jungties funkcija marginaliųjų skirstinių lygybę tikrinimas

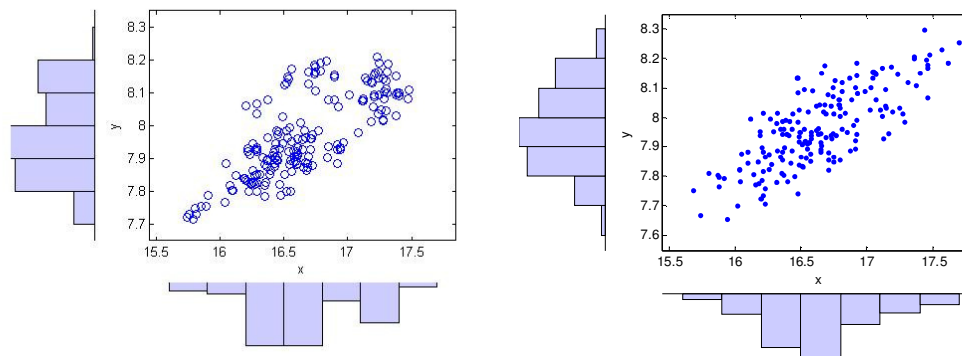
Valiuta	Statistikos U_1 reikšmė	p reikšmė	Hipotezė
Mexican Peso	16203	0,026	Priimta
Norwegian Krone	12020	0,302	Atmesta

Šiuo atveju išlaikytas vienas iš dviejų marginaliųjų skirstinių. Nors vizualiai priklausomybės atrodo panašios, remdamiesi hipotezių tikrinimu turime atmesti Franko jungties funkciją. Pateikiame realių ir modeliuotų normaliuoju skirstiniu duomenų grafinį palyginimą.



2.16 pav. Realių ir normaliuoju skirstiniu modeliuotų duomenų palyginimas

Šiuo atveju tikrinti hipotezės apie skirstinių lygybę nėra prasmės, nes jau prieš tai tikrinome marginaliųjų skirstinių normalumą. Priimtos alternatyvios hipotezės, kad marginaliniai skirstiniai nėra normalieji. Tai rodo, kad dvimačio skirstinio negalime modeliuoti normaliuoju. Ta pati situacija yra ir su dimate Gauso jungties funkcija. Iš diagramų akivaizdu, kad priklausomybė aprašyta netinkamai, ką patvirtina ir hipotezių tikrinimas.



2.17 pav. Realių ir Gauso jungties funkcija modeliuotų duomenų palyginimas

2.6 lentelė

Hipotezės apie realių kursų ir modeliuotų Gauso jungties funkcija marginaliųjų skirstinių lygybę tikrinimas

Valiuta	Statistikos U_1 reikšmė	p reikšmė	Hipotezė
Mexican Peso	12711	0,288	Atmesta
Norwegian Krone	11970	0,311	Atmesta

Galime teigti, kad efektyviausias metodas modeliuoti pasirinktiems valiutų kursams yra Kleitono dvimatė jungties funkcija. Ši funkcija atitinka valiutų priklausomybę, dvimačio skirstinio uodegos įgyja panašią formą. Lyginant su standartiniais dvimačiais skirstiniais, pavyzdžiui, normaliuoju, modeliavimas jungties funkcijomis yra kur kas labiau komplikuotas procesas. Klasikiniam dvimačiam skirstiniam dažniausiai žinomi parametru įverčių apskaičiavimo būdai, suderinamumo hipotezių tikrinimo metodika. Tuo tarpu, jungties funkcijos parametrus turime vertinti didžiausio tikėtinumo metodu. Be to suderinamumo hipotezės taip pat tiesiogiai tikrinti negalima. Tačiau mažai tikėtina, kad nagrinėtą situaciją galima būtų aprašyti vienu iš klasikinių dvimačių skirstinių modelių. Šių valiutų ryšys skirstinio uodegose yra gana akivaizdus.

3. DAUGIAMATĖS PRIKLAUSOMYBĖS STRUKTŪROS

Siekiant užfiksuoti priklausomybę tarp valiutų kursų, reikia pašalinti bazinės valiutos ir laiko įtaką. Tai darysime naudodami ARMA-GARCH eilučių modelį ir išskirdami modelio liekanas [2]. Būtent šios liekanos turėtų būti tarpiausiai susijusios viena su kita. Modelį pritaikome kiekvienai valiutos kurso euro atžvilgiu eilutei. Geriausiam modeliui parinkti, naudosime Bajeso informacinį kriterijų [21].

$$BIC = -2 \cdot \ln L + k \cdot \ln(n) \quad (3.1)$$

kur L - yra maksimali apskaičiuota modelio tikėtinumo funkcija; n - imties dydis; k - laisvųjų parametru skaičius, kurie turi būti įvertinti. Modelio parametrus parinkti naudosime didžiausio tikėtinumo metodą. Čia pagrindinis tikslas nėra prognozuoti valiutų reikšmes. Tikslas- rasti geriausią valiutos kurso priklausomybės nuo laiko modelį ir atskirti jo liekanas. Pareikalausime tik sąlygos, kad liekanos nebūtų auto-koreliuotos. Sąlygai patikrinti naudosime Ljung-Box kriterijų [2].

$$Q = n(n + 2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k^2}{n - k} \quad (3.2)$$

kur n - imties dydis; $\hat{\rho}_k$ yra autokoreliacijos koeficientas su k vėlavimu ir h yra tikrinamas vėlavimų kiekis. Kritinė sritis:

$$Q > \chi_{1-\alpha, h}^2 \quad (3.3)$$

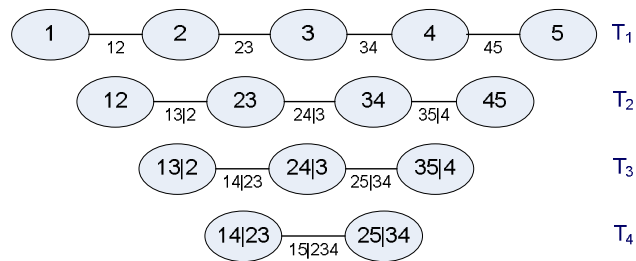
$\chi_{1-\alpha, h}^2$ yra skirstinio Chi kvadratu α kvantilis, su h laisvės laipsniais.

3.1 DAUGIAMATĖS PRIKLAUSOMYBĖS STRUKTŪROS MODELIAVIMAS

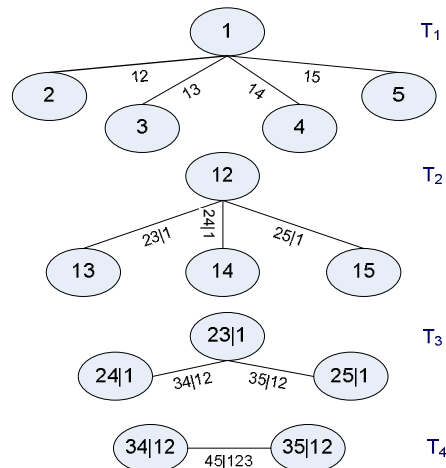
Daugiamatis atsitiktinių dydžių vektorius (X_1, \dots, X_d) , kuris pasižymi kompleksine koordinatų priklausomybe, gali būti modeliuojamas naudojant aukštų dimensijų jungties funkcijas, ypač jei tarpusavio ryšiai yra stiprūs uodegose [4]. Tokia priklausomybės struktūra dažniausiai apibūdinama

kaip d -dimensijų daugiamatė jungties funkcija. D -dimensijos jungties funkcija yra sudaroma iš marginaliųjų skirstinių $C(F_1(x_1), \dots, F_d(x_d))$, kur $C: [0,1]^d \rightarrow [0,1]$ žymi tam tikrą dvimatę jungties funkciją, $F_i(x_i)$ žymi marginaliuosius skirstinius. Dažniausiai naudojamos d -dimensijų jungties funkcijos yra Gauso jungties funkcija, Archimedo jungties funkcija tiesinei koreliacijai, Stjudento T jungties funkcija priklausomybei uodegose bei Gumbelio jungties funkcija asimetrinei priklausomybei [4]. Parametrai randami didžiausio tikėtinumo metodu.

Kitas metodas- daugiamačių skirstinių konstravimas sąlyginius skirstinius naudojant kaip dvimatės jungties funkcijos argumentus. Aukštesnės dimensijos skirstiniams yra daug galimų dvimačių jungties funkcijų struktūrų. Struktūra priklauso nuo pradinių porų parinkimo ir sąlyginių skirstinių apjungimo. Grafinis tokios struktūros modelis yra vadinamas vynmedžiu. Vynmedis $\nu = (T_1, \dots, T_{d-1})$ yra viršūnių ir briaunų aibė, kur briaunos atitinka dvimatę jungties funkciją, o viršūnės marginaliuosius ir sąlyginius dvimačius skirstinius. Du populiariausi vynmedžių modeliai yra D -vynmedis ir kanoninis vynmedis. Šių vynmedžių pavyzdžiai, kai modeliuojami 5 dydžiai, pavaizduoti 3.1 pav. ir 3.2 pav.



3.1 pav. Penkių kintamųjų D -vynmedžio pavyzdys

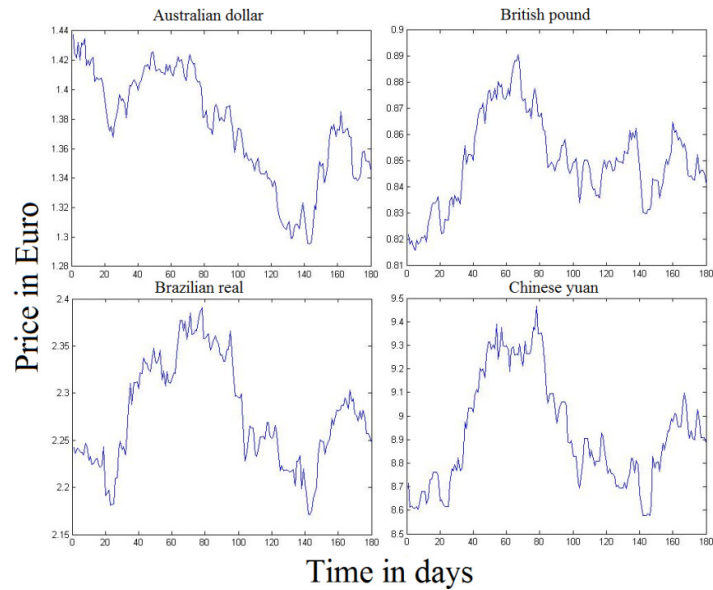


3.2 pav. Penkių kintamųjų kanoninio vynmedžio pavyzdys

Kiekvienas vynmedžio modelis aprašo konkretų kelią, kaip išskaidomas tikimybės tankis. D -vynmedžio struktūroje nėra mazgų, kurie bet kuriame medyje T_i yra prijungti prie daugiau kaip dviejų briaunų, kanoniniame vynmedyje kiekvienas medis T_i turi unikalų mazgą, kuris yra prijungtas prie $(d - i)$ briaunų. Taigi sudarant kanoninio vynmedžio T_1 lygmenį atsitiktinio vektoriaus $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ pirmos koordinatės skirstinys $F_1(x)$ per jungties funkciją apjungiamas atitinkamai su x_2, x_3, x_4, x_5 koordinačių skirstiniais. Tuomet pasirenkamas jau dvimatis skirstinys $c(F_1(x), F_2(x))$ ir per jungties funkciją apjungiamas su kiekvienu iš likusių dvimačių skirstinių ir taip gaunamas medis T_2 . Procesą tęsiame, kol gauname medį T_4 . Nesunku suvokti, kad tokia modelyje didesnę įtaką kitoms valiutoms turėtų valiuta x_1 . Gautas daugiamatis skirstinys išskaidomas naudojant sąlyginius skirstinius. Skaidymo schemą išrašysime konstruodami konkretų modelį. Tokios struktūros parametrai kiekvienoje briaunoje taip pat apskaičiuojami didžiausio tikėtimumo metodu. Dimensijų viršūnių ir briaunų skaičius sparčiai auga su dimensija, todėl parametru įvertinimas pagal statistinius duomenis tampa sudėtingesnis [18].

3.2 DAUGIAMATĖS JUNGTIOS FUNKCIJOS PRITAIKYMAS DUOMENIMS

Tyrimo duomenis sudaro dienos valiutų kursų vertės tokios kaip Australijos doleris (AUD), Brazilijos realas (BRL), Didžiosios Britanijos svaras (GBP), Kinijos jena (CNY), Europos euras (EUR) fiksuotos. Bazinė valiuta- euras (EUR). Duomenys iš laikotarpio 2010 08 19 - 2011 02 14, taigi $L=180$ taškų. Turime daugiamates laiko eilutes $\{X_{m,1}, \dots, X_{m,L}\}, m=1, \dots, d, d=4$. Nustatyto laiko periodo pasirinkti valiutų kursai yra pavaizduoti 3.3 pav. Galime pastebėti, kad pasirinktų valiutų visos laiko eilutės turi panašią tendenciją kisti laike, tai ir rodo priklausomybę nuo bazinės valiutos- euro.



3.3 pav. Laiko eilutės su valiutų kursų vertėmis

Taikome ARMA-GARCH modelį, pašalinti priklausomybę nuo laiko kiekvienai užsienio valiutai laiko eilutėje, iš turimo duomenų rinkinio [2]:

$$X_{m,t} - \mu_m = \sum_{i=1}^p a_{m,i} (X_{m,t-1} - \mu_m) + \varepsilon_{m,t} - \sum_{j=1}^q b_{m,j} \varepsilon_{m,t-j} \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_{m,t} = \sigma_{m,t}^2 \eta_{m,t} \quad (3.5)$$

$$\sigma_{m,t}^2 = w_m + \sum_{i=1}^q \alpha_{m,i} \varepsilon_{m,t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_{m,j} \sigma_{m,t-j}^2 \quad (3.6)$$

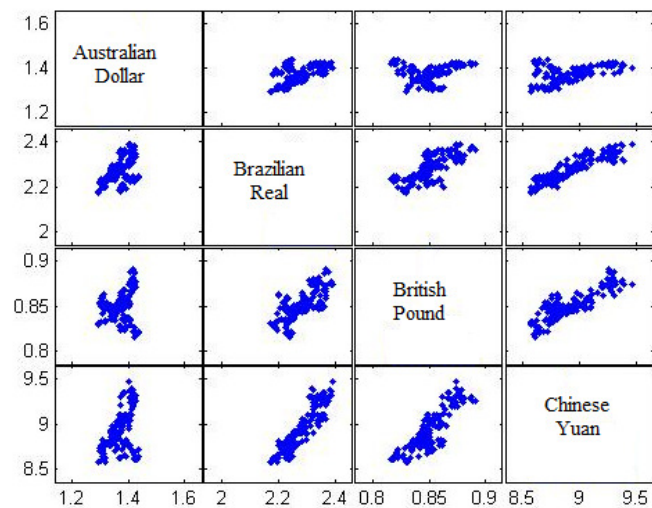
Gautas liekanas atvaizduojame į jungties funkcijų apibrėžimo sritį t.y. intervalą [0;1]. Gauti rezultatai pavaizduoti 3.4 pav. ir 3.5 pav. Ieškojome geriausio modelio:

3.1 lentelė

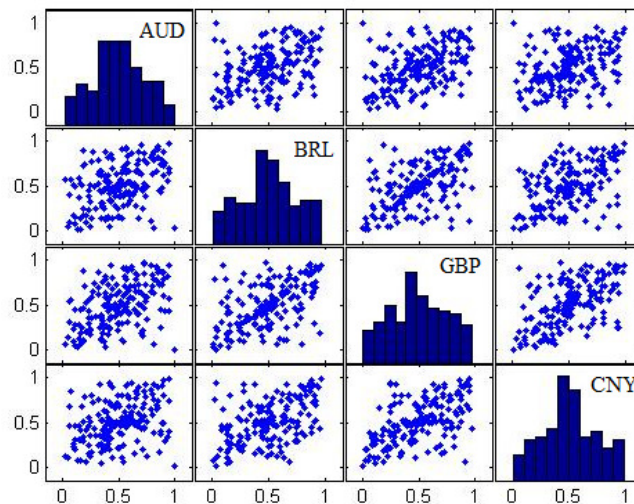
ARMA-GARCH modelio parinkimas

Modelis	Bajeso informacinis kriterijus
ARMA(1,0)-GARCH(1,0)	510
ARMA(0,1)-GARCH(0,1)	502
ARMA(1,0)-GARCH(0,1)	517
ARMA(0,1)-GARCH(1,0)	492
ARMA(1,1)-GARCH(1,1)	461
ARMA(2,1)-GARCH(1,1)	468
ARMA(2,2)-GARCH(1,1)	453

Taigi paliekame modelį ARMA(2,2)-GARCH(1,1). Po tokios duomenų transformacijos, priklausomybės nuo laiko pašalintos išlaikant svarbią informaciją apie valiutų priklausomybes. Ljung-Box kriterijus šiuo atveju taip pat tenkinamas.



3.4 pav. Dienos valiutų kursų pokyčiai

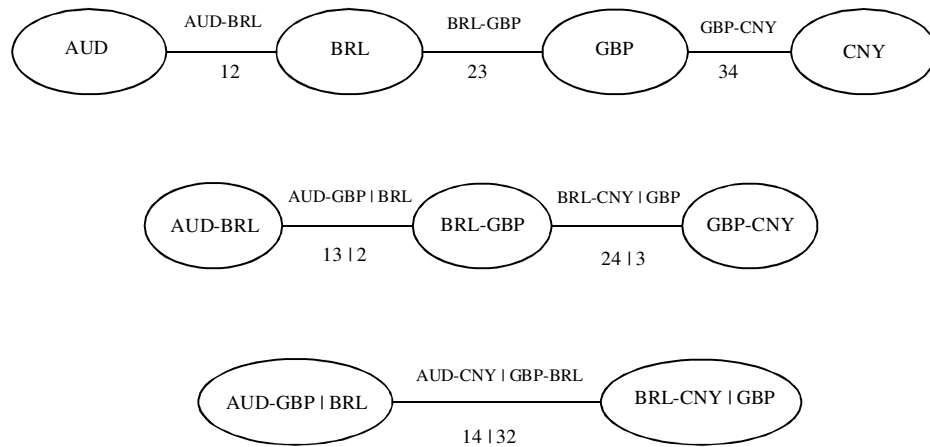


3.5 pav. Valiutų kursų liekanos

Grafikai 3.4 pav. ir 3.5 pav. rodo, kiekvienos poros valiutų verčių sklaidą. Iš to matome, kad šių porų dvimačiai skirstiniai yra panašūs. Remiantis duomenų koncentracija apie tiesę $y = x$, galime kelti hipotezę, jog skirstiniai yra Gauso arba Stjudento T tipo. Mažesnė dispersija uodegose rodo, kad Stjudento T tipas yra labiau tikėtinas.

Kitame žingsnyje, reikia sudaryti vynmedžių struktūrą ir įvertinti jos parametrus. Gauta D -vynmedžio struktūra yra pavaizduota 3.6 pav. Skirstinio tankio funkcija yra tokia:

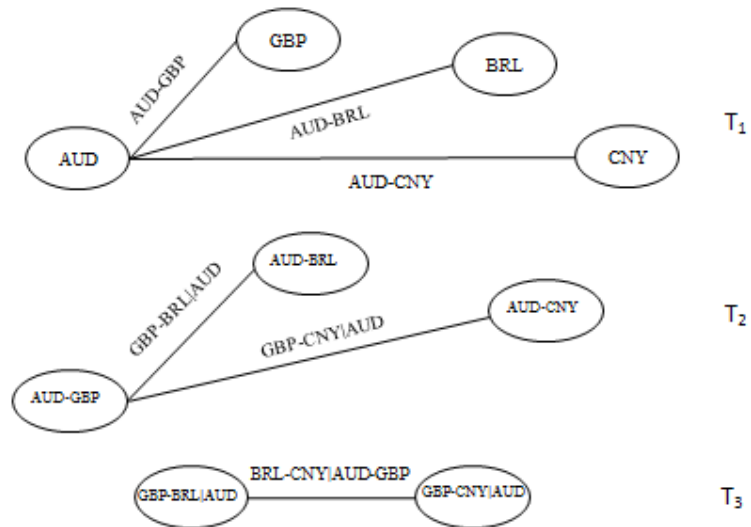
$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = f(x_1) \cdot f(x_2) \cdot f(x_3) \cdot f(x_4) \cdot c_{12}(F(x_1), F(x_2)) \cdot c_{23}(F(x_2), F(x_3)) \cdot c_{34}(F(x_3), F(x_4)) \cdot c_{132}(F(x_1 | x_2), F(x_3 | x_2)) \cdot c_{243}(F(x_2 | x_3), F(x_4 | x_3)) \cdot c_{1432}(F(x_1 | x_3, x_2), F(x_4 | x_3, x_2))$$



3.6 pav. *D*-vynmedžio struktūros pritaikymas duomenims

Gauta kanoninė vynmedžio struktūra pavaizduota 3.7 pav. Jos tikymybės tankio yra tokia:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = f(x_1) \cdot f(x_2) \cdot f(x_3) \cdot f(x_4) \cdot c_{12}(F(x_1), F(x_2)) \cdot c_{13}(F(x_1), F(x_3)) \cdot c_{14}(F(x_1), F(x_4)) \cdot c_{23|1}(F(x_2 | x_1), F(x_3 | x_1)) \cdot c_{24|1}(F(x_2 | x_1), F(x_4 | x_1)) \cdot c_{34|21}(F(x_3 | x_2, x_1), F(x_4 | x_2, x_1))$$



3.7 pav. Kanoninio vynmedžio struktūros pritaikymas duomenims

Galutinis vynmedžio skaidymas gaunamas toks pat, tiek Gauso tiek Stjudento T priklausomybės struktūroms, tačiau skiriasi jungties funkcijų tipai briaunose. Natūralu, kad ir apskaičiuoti parametrai skiriasi. Tai galima matyti iš pateiktų lentelių žemiau.

D-vynmedžių struktūros parametrai pritaikyti esamiems duomenims yra pavaizduoti 3.2, 3.3 ir 3.5 lentelėse. Gali būt, jog vynmedis su stipriausia koreliacija briaunose tinka labiausiai. Tačiau nėra jokio būdo, nustatyti koreliacijos reikšmingumą briaunose.

3.2 lentelė

Apskaičiuoti D -vynmedžio laisvės laipsniai su Stjudento T jungties funkcija

Briauna	Koreliacijos koeficientas
AUD-BRL	2.0100
BRL-GBP	2.0090
GBP- CNY	2.0100
AUD-GBP BRL	2.1476
BRL-CNY GBP	2.0490
AUD-CNY GBP- BRL	4.5500

3.3 lentelė

D -vynmedžio koreliacijos koeficientai su Stjudento T jungties funkcija briaunose

Briauna	Koreliacijos koeficientas
AUD-BRL	0.3985
BRL-GBP	0.4426
GBP- CNY	0.3408
AUD-GBP BRL	0.4166
BRL-CNY GBP	0.3867
AUD-CNY GBP- BRL	0.3551

3.4 lentelė

Kanoninio vynmedžio koreliacijos koeficientai su Stjudento T jungties funkcija briaunose

Briauna	Koreliacijos koeficientas
AUD-BRL	0.3432
BRL-GBP	0.3985
GBP- CNY	0.4044
AUD-GBP BRL	0.4011
BRL-CNY GBP	0.3217
AUD-CNY GBP- BRL	0.3072

3.5 lentelė

D -vynmedžio koreliacijos koeficientai su Gauso jungties funkcija briaunose

Briauna	Koreliacijos koeficientas
AUD-BRL	0.2046
BRL-GBP	0.2254
GBP- CNY	0.3597
AUD-GBP BRL	0.3992
BRL-CNY GBP	0.2134
AUD-CNY GBP- BRL	0.3155

3.6 lentelė

Kanoninio vynmedžio koreliacijos koeficientai briaunose su Gauso jungties funkcija

Briauna	Koreliacijos koeficientas
AUD-BRL	0.1907
BRL-GBP	0.3282
GBP- CNY	0.3982
AUD-GBP BRL	0.4121
BRL-CNY GBP	0.3114
AUD-CNY GBP- BRL	0.3072

Kaip matome stipriausias koreliacijas gavome kanoninio vynmedžio takant Stjudento T jungties funkciją. Tačiau, tai tik skirstinio parametrai ir didžiausios koreliacijos tikrai nereiškia, kad modelis yra tinkamiausias.

Kol D -vynmedis ir kanoninis vynmedis yra su skirtingomis struktūromis, tol nėra būdo palyginti vertinamus parametrus. Remdamiesi rezultatais, galime kelti hipotezę, kad D -vynmedis su Stjudento T jungties funkcija tinka geriau, dėl stipriausios koreliacijos briaunose. Tačiau tai nėra absoliutus kriterijus galutinio skirstinio įvertinimui.

D -dimensijos Gauso jungties funkcijos vienintelis parametras yra koreliacinė matrica. Šiuo atveju apskaičiavome liekanų koreliacinę matricą.

3.7 lentelė

D -dimensijos Gauso jungties funkcijos koreliacijos koeficientai

	AUD	BRL	GBP	CNY
AUD	1,0000	0,0773	0,5440	-0,0650
BRL	0,0773	1,0000	0,1434	0,0344
GBP	0,5440	0,1434	1,0000	-0,0134
CNY	-0,0650	0,0344	-0,0134	1,0000

Modelių tinkamumo tyrimus ir palyginamąją analizę pateiksime kitame skyriuje.

3.3 MODELIAVIMAS IR MODELIO TINKAMUMO PATIKRINIMAS

Apskaičiavus sudarytų modelių parametrų įverčius, patikrinsime jų tinkamumą ir atliksime palyginimą. Šiame procese apskaičiuotam skirstiniui kelsime reikalavimą išlaikyti tuos pačius empirinius marginaliuosius skirstinius kiekvienam valiutų kursui. Šių dvimačių pasiskirstymų suderinamumo hipotezės tikrinimas buvo vykdomas remiantis Mann–Whitney U kriterijumi [21]. Šiuo atveju iš eilės tikrinamos hipotezės:

- AUD sumodeliuotas marginalusis empirinis skirstinys sutampa su realiu empiriniu skirstiniu;
- BRL sumodeliuotas marginalusis empirinis skirstinys sutampa su realiu empiriniu skirstiniu;
- GBP sumodeliuotas marginalusis empirinis skirstinys sutampa su realiu empiriniu skirstiniu;
- CNY sumodeliuotas marginalusis empirinis skirstinys sutampa su realiu empiriniu skirstiniu.

3.8 lentelė

Mann–Whitney U kriterijaus taikymas nustatant daugiamačio kursų modelio tinkamumą

Modelis	AUD	BRL	GBP	CNY
Stjudento T jungties funkcija D -vynmedis	$U_1 = 15776$ $p = 0,020$ H_0 : priimta	$U_1 = 15929$ $p = 0,022$ H_0 : priimta	$U_1 = 16115$ $p = 0,018$ H_0 : priimta	$U_1 = 16006$ $p = 0,028$ H_0 : priimta
Stjudento T jungties funkcija Kanoninis vynmedis	$U_1 = 15722$ $p = 0,030$ H_0 : priimta	$U_1 = 11014$ $p = 0,340$ H_0 : atmesta	$U_1 = 15553$ $p = 0,025$ H_0 : priimta	$U_1 = 15707$ $p = 0,013$ H_0 : priimta
Gauso jungties	$U_1 = 12000$	$U_1 = 16378$	$U_1 = 16204$	$U_1 = 15846$

funkcija D -vynmedis	$p = 0,324$ H_0 : atmesta	$p = 0,011$ H_0 : priimta	$p = 0,017$ H_0 : priimta	$p = 0,024$ H_0 : priimta
Gauso jungties funkcija kanoninis vynmedis	$U_1 = 16266$ $p = 0,013$ H_0 : priimta	$U_1 = 12700$ $p = 0,263$ H_0 : atmesta	$U_1 = 10754$ $p = 0,179$ H_0 : atmesta	$U_1 = 15561$ $p = 0,040$ H_0 : priimta

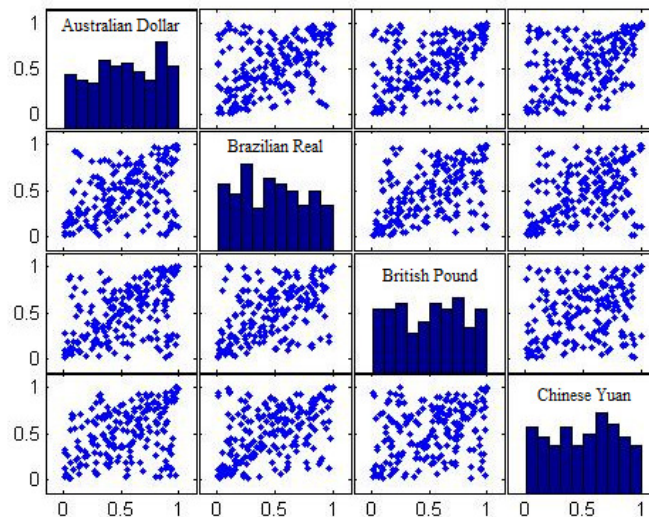
Apibendriname rezultatus 3.9 lentelėje.

3.9 lentelė

Mann–Whitney U kriterijaus taikymas nustatant daugiamatį kursų modelio tinkamumą

Modelis	Patvirtintų hipotezių skaičius
Stjudento T jungties funkcija D -vynmedis	4/4
Stjudento T jungties funkcija Kanoninis vynmedis	3/4
Gauso jungties funkcija D -vynmedis	3/4
Gauso jungties funkcija kanoninis vynmedis	2/4

Iš 3.9 lentelės matome, kad tik D -vynmedžio taikant Stjudento T jungties funkciją, visos hipotezės buvo patvirtintos. Taip pat, 3.8 pav. sklaidos diagramose pavaizduotos daugiamatį D -vynmedžio modelio modeliuotos liekanos taikant Stjudento T priklausomumo struktūrą, tarp kiekvienos valiutų kursų poros.



3.8 pav. D -vynmedžio liekanų modeliavimas Stjudento T jungties funkcijos pagrindu ir parametru įvertinimas

3.8 pav. pateikiame atsitiktinai sugeneruotų valiutų kursų reikšmių sklaidos diagramas. Dydžiai sumodeliuoti naudojant geriausiai duomenis atitikusią priklausomumo struktūrą. Rezultatą galima vizualiai palyginti su 3.5 pav.

4. DISKUSIJA

Tyrimus pradėjome nuo dvimačių jungties funkcijų valiutų kursų duomenims parinkimo ir tinkamumo nustatymo. Surinktiems duomenis šiuo atveju geriausiai tiko Kleitono jungties funkcija. Tai nustatyta pasinaudojus Mann-Whitney U reikšmingumo kriterijumi. Tyrimas taip pat atskleidžia dvimatės jungties funkcijos pritaikymo valiutų kursų duomenims metodiką.

Daugiamatis atvejis gerokai sudėtingesnis. Čia pirmiausiai reikėjo atlikti analogišką tyrimą su dvimatėmis jungties funkcijomis, stengiantis parinkti optimaliausias pradines poras. Surinktų duomenų daugiamačio pasiskirstymo modeliavimui geriausiai tiko d-vynmedis su Stjudento jungties funkcija briaunose. Gali kilti klausimas kas būtų, jei visus suderinamumo kriterijus atitiktų iškart kelios jungties funkcijų struktūros. Vienas iš variantų galėtų būti skirstinių skaitinių charakteristikų ir jų pasikliautinųjų intervalų palyginimas. Žinoma sunkiai tikėtina, kad toks atvejis galėtų pasitaikyti. Gauti rezultatai gali būti panaudojami prognozuojant valiutų kursų šių dinamiką.

IŠVADOS

1. Atlikus literatūros analizę nustatyta, kad valiutų kursų priklausomybių modeliavimo problema yra aktuali, šia tema atliekami moksliniai tyrimai. Jungties funkcijos jau pakankamai plačiai naudojamos finansinių kintamųjų modeliavimui, tačiau pritaikymas valiutų kursų modeliavimui tik pradedamas tyrinėti.
2. Darbe išanalizuotos jungties funkcijų ir jų struktūrų savybės, sukurta valiutų kursų priklausomybių modeliavimo metodika dvimačiu ir daugiamačiu atvejais. Metodika leidžia atskirti valiutos kurso priklausomybę nuo laiko ir modeliuoti tampriau susijusias verčių dalis.
3. Atlikti tyrimai su dviem pasirinktomis valiutomis. Fiksuoti šių valiutų kursai euro atžvilgiu. Valiutų priklausomybės modeliuotos naudojant dvimates jungties funkcijas. Turimiems duomenims geriausiai tiko Kleitono jungties funkcija.
4. Atlikti eksperimentai parodė, kad turimiems keturių valiutų kursų duomenims daugiamačiu atveju labiausiai tinkamas modelis yra daugiamatis D -vynmedis, kurio konstravimui tarp valiutos kursų porų taikyta Stjudento T jungties funkcija.
5. Dvimačių jungties funkcijų metodas labiau tinka modeliuoti šalių, kurios nėra susijusios stipriais ekonominiais arba kitokiais ryšiais valiutų vertes. Dvimatis jungties funkcijų metodas yra tinkamas tada, kai yra išvelgiama valiutų kainų priklausomumo tendencija pasiskirstymo požiūriu.

REKOMENDACIJOS

Darbe nuosekliai atskleista jungties funkcijų modelių pritaikymo valiutų kursams metodika, pradedant modelio sudarymu, baigiant jo testavimu. Valiutų kursų dinamika yra sudėtingas procesas, kurį įtakoja įvairūs ekonominiai, socialiniai ir kitokie veiksniai. Jų modeliavimas reikalauja modernių ir nestandartinių įrankių. Darbas parodo kad šiuo įrankiu gali būti jungties funkcijos ir jų struktūros.

Rekomenduočiau tyrimus tęsti su galimybe fiksuoti dvimačių jungties funkcijų asimetrinės priklausomybės struktūras.

PADĖKOS

Dėkoju doc. dr. Kristinai Šutienei už pagalbą ir patarimus rašant magistro baigiamąjį darbą, taip pat šeimos nariams už kantrybę ir palaikymą.

ŠALTINIAI IR LITERATŪRA

1. Kilian L., Taylor M., 2001, Why is it so difficult to beat the random walk forecast of Exchange rates? *Working paper*. P. 2-20.
2. Czado C., Min A., Baumann T., Dakovic R., 2008, Pair-copula constructions for modelling Exchange rate dependence. Technical report, Technische Universität München. Work2008files/CC_forextalk.pdf.
<http://risk2.ewi.tudelft.nl/>
3. Kwapien J., Gworek S., Drozd S., Gorski A., 2009, Analysis of a network structure of the foreign currency exchange market. *Statistical Journal of Finance*. Springer-Verlag,
4. Nelsen R., 2006, *An Introduction to Copulas*. New York: Springer-Verlag New York.
5. Li, David X., 2000, On Default Correlation: A Copula Function Approach. *Journal of Fixed Income*
6. Alfonsi, A., Brigo, D., 2005, New families of Copulas based on periodic functions, *Communications in Statistics - Theory and Methods*.
7. The IMF'S advice on Exchange rate policy, 2006. *Issues paper for an evaluation by the independent evaluation Office*
8. Bouye, E., V. Durrleman, A. Nikeghbali, G. Riboulet, and T. Roncalli, 2000, Copulas for Finance: A Reading Guide and Some Applications. *Working Paper. Groupe de Recherche Operationnelle, Credit Lyonnais*.
<http://www.thierry-roncalli.com/download/copula-survey.pdf>
9. http://www.vosesoftware.com/ModelRiskHelp/index.htm#Help_on_ModelRisk/Copulas/Vose_Bivariate_Copula.htm
10. <http://www.mathworks.com/help/toolbox/stats/kstest2.html>
11. Aas K., Berg D., 2009, Models for construction of multivariate dependence. *The European Journal of Finance*. Vol. 15. P. 639–659.
12. Chollete L., Heinen A., Valdesogo A., 2009, Modelling international financial returns with a multivariate regime switching copula. *Journal of Financial Econometrics*. Vol. 7 (4). P. 437–480.
13. Dias A., Embrechts P., 2010, Modelling Exchange rate dependence dynamics at different time horizons. *Journal of International Money and Finance*. Vol. 29 (8). P. 1687–1705.
14. Benediktsdóttir S., Scotti Ch., 2009, Exchange rates dependence: what drives it? *International Finance Discussion Papers*. No. 969. P. 44.
15. Danielsson J., 2011, *Financial Risk Forecasting: The Theory and Practice of Forecasting Market Risk with Implementation in R and Matlab*. United Kingdom: Wiley Finance Series.

16. Aas K., Czado C., Frigessi A., Bakken H., 2009, Pair-copula constructions of multiple dependence. *Insurance, Mathematics and Economics*. Vol. 44 (2). P. 182–198.
17. HobækHaff I., 2010, Parameter estimation for paircopula constructions. Report SAMBA/36/10, NorskRegensentral.
<http://publications.nr.no/pceest.pdf>.
18. Kurowicka D., 2010 *Dependence modelling– Vine Copula handbook*. USA: World Scientific Publishing Co.
19. http://www.statsdirect.co.uk/help/nonparametric_methods/mwt.htm
20. Kvedaras, Taikomosios ekonometrijos kurso konspektų santrumpa. Kaunas, 2005
21. Vivek B. Ajmani, Applied econometrics using the SAS system. Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey 2009

1 PRIEDAS. NORVEGIJOS KRONOS IR MEKSIKOS PESO VALIUTŲ KURSAI EURO ATŽVILGIU

Data	Mexican Peso	Norwegian Krone
8/19/2010	16,29048	7,93210
8/20/2010	16,21834	7,92176
8/21/2010	16,25763	7,94446
8/22/2010	16,21665	7,93008
8/23/2010	16,33790	7,90264
8/24/2010	16,37232	7,96411
8/25/2010	16,44599	7,98609
8/26/2010	16,63008	8,00938
8/27/2010	16,59889	7,92120
8/28/2010	16,64309	7,95818
8/29/2010	16,60942	7,96052
8/30/2010	16,66325	7,98626
8/31/2010	16,76711	7,98563
9/1/2010	16,71058	7,92635
9/2/2010	16,72624	7,87918
9/3/2010	16,68474	7,88479
9/4/2010	16,67111	7,88686
9/5/2010	16,68753	7,87170
9/6/2010	16,65454	7,87340
9/7/2010	16,55200	7,89328
9/8/2010	16,59705	7,88208
9/9/2010	16,50934	7,85199
9/10/2010	16,42869	7,87518
9/11/2010	16,45375	7,91035
9/12/2010	16,38790	7,85114
9/13/2010	16,56412	7,86132
9/14/2010	16,67670	7,86225
9/15/2010	16,64711	7,92629
9/16/2010	16,72176	7,97130
9/17/2010	16,66722	7,96344
9/18/2010	16,71419	7,95961
9/19/2010	16,70974	7,96209
9/20/2010	16,69076	7,90608
9/21/2010	16,83730	7,90389
9/22/2010	16,92090	7,88457
9/23/2010	16,84505	7,93556
9/24/2010	16,93973	7,92601
9/25/2010	16,93973	7,93304
9/26/2010	16,91947	7,92801
9/27/2010	16,91618	7,94155
9/28/2010	16,96347	7,94786
9/29/2010	17,08506	7,97766
9/30/2010	17,18642	8,01250
10/1/2010	17,27463	8,01514
10/2/2010	17,27463	8,01901
10/3/2010	17,30440	8,04621
10/4/2010	17,23552	8,03503
10/5/2010	17,26089	8,04959
10/6/2010	17,38086	8,03116
10/7/2010	17,47841	8,10964
10/8/2010	17,28765	8,10301
10/9/2010	17,30993	8,09885
10/10/2010	17,38558	8,10012
10/11/2010	17,29727	8,11194
10/12/2010	17,27977	8,14385

10/13/2010	17,28578	8,08244
10/14/2010	17,46977	8,08051
10/15/2010	17,37468	8,09407
10/16/2010	17,40493	8,08994
10/17/2010	17,40493	8,09880
10/18/2010	17,30624	8,16218
10/19/2010	17,21498	8,16121
10/20/2010	17,29949	8,13537
10/21/2010	17,23692	8,14631
10/22/2010	17,19838	8,05632
10/23/2010	17,20840	8,08826
10/24/2010	17,20869	8,09529
10/25/2010	17,24260	8,09288
10/26/2010	17,19321	8,13008
10/27/2010	17,15520	8,13513
10/28/2010	17,22955	8,21052
10/29/2010	17,18468	8,13325
10/30/2010	17,20752	8,15600
10/31/2010	17,23955	8,16293
11/1/2010	17,13766	8,14531
11/2/2010	17,24986	8,19150
11/3/2010	17,31689	8,18666
11/4/2010	17,37888	8,15029
11/5/2010	17,12254	8,07562
11/6/2010	17,11957	8,08270
11/7/2010	17,11700	8,07636
11/8/2010	17,01121	8,09422
11/9/2010	16,92984	8,05769
11/10/2010	16,84829	8,07983
11/11/2010	16,74591	8,10471
11/12/2010	16,89617	8,14720
11/13/2010	16,89903	8,07800
11/14/2010	16,89632	8,15494
11/15/2010	16,69558	8,12777
11/16/2010	16,74053	8,18532
11/17/2010	16,73612	8,15613
11/18/2010	16,75113	8,16460
11/19/2010	16,78764	8,16571
11/20/2010	16,78779	8,19209
11/21/2010	16,83176	8,19706
11/22/2010	16,74935	8,17829
11/23/2010	16,69379	8,16512
11/24/2010	16,50370	8,12513
11/25/2010	16,52119	8,13038
11/26/2010	16,53894	8,14223
11/27/2010	16,53088	8,14884
11/28/2010	16,56239	8,17179
11/29/2010	16,37417	8,07918
11/30/2010	16,20401	8,06094
12/1/2010	16,28899	8,06614
12/2/2010	16,28851	8,03762
12/3/2010	16,53826	7,92262
12/4/2010	16,48739	8,02763
12/5/2010	16,54693	7,99261
12/6/2010	16,46020	7,98180
12/7/2010	16,56115	7,95292
12/8/2010	16,45018	7,97130
12/9/2010	16,52106	7,98499
12/10/2010	16,47061	7,93139
12/11/2010	16,48644	7,94547
12/12/2010	16,43656	7,94499

12/13/2010	16,60992	7,93273
12/14/2010	16,57825	7,89141
12/15/2010	16,45278	7,89459
12/16/2010	16,42576	7,88411
12/17/2010	16,36393	7,87629
12/18/2010	16,36795	7,89426
12/19/2010	16,34655	7,88138
12/20/2010	16,28399	7,85200
12/21/2010	16,18647	7,83822
12/22/2010	16,12253	7,84900
12/23/2010	16,19827	7,83453
12/24/2010	16,22586	7,80001
12/25/2010	16,22021	7,82911
12/26/2010	16,22060	7,83002
12/27/2010	16,28532	7,82457
12/28/2010	16,24431	7,81983
12/29/2010	16,35056	7,81778
12/30/2010	16,46423	7,82105
12/31/2010	16,52346	7,79895
1/1/2011	16,55218	7,79895
1/2/2011	16,47226	7,78852
1/3/2011	16,34870	7,78604
1/4/2011	16,28435	7,80031
1/5/2011	16,03723	7,76790
1/6/2011	15,89049	7,75344
1/7/2011	15,79280	7,71402
1/8/2011	15,80278	7,74747
1/9/2011	15,76168	7,73119
1/10/2011	15,81028	7,72887
1/11/2011	15,74416	7,71992
1/12/2011	15,84810	7,75400
1/13/2011	16,19433	7,84006
1/14/2011	16,10047	7,80385
1/15/2011	16,04364	7,88486
1/16/2011	16,07976	7,81922
1/17/2011	15,90331	7,78692
1/18/2011	16,09653	7,80366
1/19/2011	16,26868	7,84714
1/20/2011	16,23344	7,91327
1/21/2011	16,41362	7,90915
1/22/2011	16,37331	7,89672
1/23/2011	16,42219	7,91719
1/24/2011	16,44418	7,89328
1/25/2011	16,54255	7,88271
1/26/2011	16,43958	7,90326
1/27/2011	16,53066	7,96242
1/28/2011	16,60716	7,91643
1/29/2011	16,60440	7,90908
1/30/2011	16,57575	7,92519
1/31/2011	16,59826	7,90700
2/1/2011	16,60597	7,88457
2/2/2011	16,59274	7,89017
2/3/2011	16,35661	7,82660
2/4/2011	16,27184	7,82007
2/5/2011	16,26731	7,82649
2/6/2011	16,24959	7,82370
2/7/2011	16,31321	7,85299
2/8/2011	16,40015	7,86473
2/9/2011	16,58341	7,90639
2/10/2011	16,42640	7,92580
2/11/2011	16,28968	7,92178

2/12/2011	16,29062	7,92768
2/13/2011	16,27003	7,92871
2/14/2011	16,25620	7,86411

2 PRIEDAS. AUSTRALIJOS DOLERIO, BRAZILIJOS REALO, DIDŽIOSIOS BRITANIJOS SVARO IR KINIJOS JENOS VALIUTŲ KURSAI EURO ATŽVILGIU

Data	Australian Dollar	Brazilian Real	British Pound	Chinese Yuan
8/19/2010	1,43734	2,24211	0,82205	8,71490
8/20/2010	1,42470	2,23598	0,81835	8,61134
8/21/2010	1,42155	2,24153	0,81971	8,61889
8/22/2010	1,43209	2,24039	0,81756	8,60970
8/23/2010	1,42009	2,23699	0,81587	8,60980
8/24/2010	1,43166	2,23724	0,81995	8,61470
8/25/2010	1,43049	2,23433	0,81835	8,60320
8/26/2010	1,43470	2,24717	0,81915	8,64400
8/27/2010	1,41644	2,24424	0,82085	8,68000
8/28/2010	1,41990	2,22891	0,82075	8,68001
8/29/2010	1,41619	2,23268	0,82173	8,68000
8/30/2010	1,42046	2,22417	0,81905	8,62817
8/31/2010	1,42195	2,22582	0,82673	8,65294
9/1/2010	1,40550	2,22964	0,8284	8,72920
9/2/2010	1,40845	2,23105	0,83316	8,73160
9/3/2010	1,40680	2,22367	0,83395	8,76130
9/4/2010	1,40698	2,22108	0,83378	8,76146
9/5/2010	1,40782	2,22386	0,83483	8,76130
9/6/2010	1,40432	2,24310	0,8364	8,74615
9/7/2010	1,39279	2,19125	0,82625	8,63810
9/8/2010	1,38554	2,19410	0,82235	8,64590
9/9/2010	1,37499	2,19694	0,8228	8,61990
9/10/2010	1,37170	2,18099	0,82775	8,61540
9/11/2010	1,37501	2,18207	0,8274	8,61553
9/12/2010	1,36775	2,18261	0,82757	8,61620
9/13/2010	1,37761	2,20976	0,83483	8,71400
9/14/2010	1,38322	2,21017	0,83607	8,77630
9/15/2010	1,38762	2,23969	0,83243	8,76640
9/16/2010	1,39670	2,24874	0,83685	8,79260
9/17/2010	1,39255	2,24038	0,83465	8,76890
9/18/2010	1,39391	2,24287	0,83619	8,82257
9/19/2010	1,39025	2,23408	0,83354	8,76890
9/20/2010	1,38090	2,25613	0,84034	8,77310
9/21/2010	1,38990	2,28435	0,84905	8,80840
9/22/2010	1,40264	2,31009	0,85602	8,97430
9/23/2010	1,40256	2,28753	0,84879	8,94466

9/24/2010	1,40601	2,31097	0,85245	9,03400
9/25/2010	1,40646	2,31097	0,85244	9,03412
9/26/2010	1,40367	2,31214	0,85215	9,03400
9/27/2010	1,39952	2,30477	0,85012	9,01750
9/28/2010	1,40426	2,32153	0,85939	9,08590
9/29/2010	1,40681	2,32082	0,86255	9,11390
9/30/2010	1,41139	2,33722	0,86746	9,10080
10/1/2010	1,41644	2,33140	0,87015	9,20180
10/2/2010	1,41588	2,33140	0,87017	9,19269
10/3/2010	1,41722	2,32495	0,87215	9,20026
10/4/2010	1,41335	2,32290	0,86435	9,16270
10/5/2010	1,42490	2,33351	0,87066	9,25920
10/6/2010	1,42560	2,34776	0,8768	9,31470
10/7/2010	1,41787	2,33481	0,87693	9,31570
10/8/2010	1,41280	2,33199	0,87295	9,28130
10/9/2010	1,41379	2,33712	0,87439	9,30323
0 10/10/201	1,41420	2,34574	0,87769	9,28568
0 10/11/201	1,41152	2,31423	0,8736	9,39155
0 10/12/201	1,41148	2,32357	0,88045	9,24138
0 10/13/201	1,41050	2,30744	0,87835	9,30390
0 10/14/201	1,41710	2,32268	0,8794	9,37445
0 10/15/201	1,41270	2,31220	0,87425	9,29870
0 10/16/201	1,41670	2,31039	0,87359	9,29474
0 10/17/201	1,41150	2,31487	0,87437	9,29870
0 10/18/201	1,40928	2,32138	0,87773	9,28060
0 10/19/201	1,41481	2,32041	0,87494	9,18868
0 10/20/201	1,41538	2,34206	0,88137	9,28564
0 10/21/201	1,42249	2,36136	0,8862	9,29300
0 10/22/201	1,41927	2,37674	0,88835	9,25890
0 10/23/201	1,42071	2,37674	0,88834	9,26286
0 10/24/201	1,41629	2,36604	0,89055	9,25890
0 10/25/201	1,40940	2,37621	0,88755	9,30660
0 10/26/201	1,40585	2,35747	0,87448	9,24029
0 10/27/201	1,41619	2,36688	0,87291	9,21062
0 10/28/201	1,42371	2,38501	0,87382	9,31810
0 10/29/201	1,42051	2,36267	0,86865	9,26530
0 10/30/201	1,41720	2,36318	0,86885	9,26530
0 10/31/201	1,41759	2,36705	0,87	9,26530
11/1/2010	1,40745	2,36576	0,86628	9,28551
11/2/2010	1,40497	2,37993	0,87501	9,37599

	11/3/2010	1,40545	2,38645	0,87765	9,36826
	11/4/2010	1,40075	2,39081	0,8736	9,46670
	11/5/2010	1,38130	2,35816	0,86725	9,35030
	11/6/2010	1,38145	2,35776	0,86708	9,35032
	11/7/2010	1,38575	2,36093	0,86824	9,35130
	11/8/2010	1,37486	2,36293	0,862	9,30927
	11/9/2010	1,37323	2,34526	0,86138	9,20832
0	11/10/201	1,37349	2,35009	0,85464	9,10420
0	11/11/201	1,36951	2,35469	0,84746	9,05369
0	11/12/201	1,38780	2,36063	0,84865	9,09470
0	11/13/201	1,39029	2,35555	0,84969	9,09470
0	11/14/201	1,38616	2,35216	0,84845	9,09470
0	11/15/201	1,37875	2,34034	0,84616	9,04450
0	11/16/201	1,38139	2,34059	0,84907	8,96913
0	11/17/201	1,37941	2,33413	0,85045	9,00354
0	11/18/201	1,37858	2,33365	0,85027	9,03630
0	11/19/201	1,38823	2,34606	0,85594	9,05922
0	11/20/201	1,38848	2,34626	0,85602	9,05865
0	11/21/201	1,38929	2,36622	0,85837	9,05982
0	11/22/201	1,37910	2,34428	0,85386	9,04220
0	11/23/201	1,37490	2,32282	0,84755	8,89170
0	11/24/201	1,35760	2,29647	0,84515	8,88430
0	11/25/201	1,36345	2,29742	0,84661	8,89518
0	11/26/201	1,37388	2,29530	0,84965	8,82890
0	11/27/201	1,37355	2,29500	0,84955	8,82890
0	11/28/201	1,37275	2,29950	0,85116	8,82890
0	11/29/201	1,36275	2,25390	0,84259	8,72160
0	11/30/201	1,35384	2,22787	0,8342	8,69436
	12/1/2010	1,35755	2,23817	0,84084	8,76170
	12/2/2010	1,35300	2,25096	0,84765	8,81260
	12/3/2010	1,35160	2,26497	0,85035	8,90520
	12/4/2010	1,35299	2,26291	0,8503	8,90516
	12/5/2010	1,35155	2,26263	0,85023	8,90520
	12/6/2010	1,34487	2,23472	0,84674	8,82449
	12/7/2010	1,35002	2,23288	0,8418	8,85470
	12/8/2010	1,35388	2,24342	0,83915	8,82140
	12/9/2010	1,34512	2,25344	0,83925	8,78690
0	12/10/201	1,34274	2,25367	0,83665	8,80790
0	12/11/201	1,34290	2,25452	0,83696	8,80789
0	12/12/201	1,34229	2,25113	0,83601	8,80790

0	12/13/201	1,34499	2,26895	0,8444	8,92860
0	12/14/201	1,33975	2,26900	0,84837	8,91410
0	12/15/201	1,33999	2,25482	0,85045	8,85990
0	12/16/201	1,33825	2,25219	0,84696	8,80380
0	12/17/201	1,33413	2,25392	0,84965	8,75730
0	12/18/201	1,33845	2,26584	0,85001	8,77759
0	12/19/201	1,33359	2,25612	0,84865	8,75730
0	12/20/201	1,32110	2,24105	0,8461	8,75490
0	12/21/201	1,31346	2,21783	0,84675	8,74520
0	12/22/201	1,31099	2,22377	0,85135	8,69990
0	12/23/201	1,30778	2,21779	0,84975	8,70720
0	12/24/201	1,30639	2,21855	0,84958	8,69525
0	12/25/201	1,30505	2,21855	0,84958	8,69530
0	12/26/201	1,30885	2,21771	0,84919	8,69530
0	12/27/201	1,31060	2,21647	0,85385	8,71920
0	12/28/201	1,29888	2,21755	0,85313	8,69170
0	12/29/201	1,29938	2,21923	0,85287	8,73074
0	12/30/201	1,30756	2,20140	0,86163	8,75894
0	12/31/201	1,30855	2,22808	0,85807	8,82018
	1/1/2011	1,30855	2,22808	0,8608	8,82018
	1/2/2011	1,30532	2,23342	0,85875	8,75850
	1/3/2011	1,31434	2,19871	0,86251	8,81076
	1/4/2011	1,32327	2,21966	0,85339	8,79332
	1/5/2011	1,31587	2,20380	0,84813	8,67240
	1/6/2011	1,30745	2,19395	0,8411	8,63300
	1/7/2011	1,29552	2,17172	0,83035	8,57890
	1/8/2011	1,29534	2,17118	0,83015	8,57894
	1/9/2011	1,29629	2,17599	0,82974	8,57890
	1/10/2011	1,30319	2,18805	0,8315	8,58650
	1/11/2011	1,32130	2,19544	0,83146	8,57799
	1/12/2011	1,31854	2,20138	0,83373	8,62620
	1/13/2011	1,33639	2,23476	0,84327	8,82850
	1/14/2011	1,35142	2,25087	0,84255	8,77800
	1/15/2011	1,34799	2,24937	0,84289	8,80357
	1/16/2011	1,35010	2,24804	0,84234	8,80475
	1/17/2011	1,33695	2,23530	0,83587	8,76540
	1/18/2011	1,34069	2,24329	0,83864	8,81946
	1/19/2011	1,34881	2,24881	0,84185	8,88350
	1/20/2011	1,36493	2,25156	0,84676	8,85450
	1/21/2011	1,37530	2,27298	0,85065	8,89770
	1/22/2011	1,37291	2,26593	0,84868	8,93621

1/23/2011	1,37650	2,27172	0,85073	8,93720
1/24/2011	1,36808	2,28167	0,85357	8,98890
1/25/2011	1,37320	2,28127	0,86485	8,97540
1/26/2011	1,37257	2,28228	0,86086	9,00918
1/27/2011	1,38518	2,28679	0,86183	9,00630
1/28/2011	1,37065	2,28707	0,85795	8,95400
1/29/2011	1,37114	2,29515	0,859	8,95400
1/30/2011	1,37270	2,29161	0,85764	8,95400
1/31/2011	1,37395	2,28370	0,8551	9,05900
2/1/2011	1,36807	2,30290	0,85684	9,09870
2/2/2011	1,36750	2,29121	0,85305	9,04120
2/3/2011	1,34230	2,29408	0,8446	8,95331
2/4/2011	1,33979	2,27846	0,84395	8,90550
2/5/2011	1,33990	2,27643	0,84431	8,93658
2/6/2011	1,33844	2,27025	0,84306	8,90513
2/7/2011	1,34024	2,28089	0,84266	8,89783
2/8/2011	1,34390	2,27257	0,84817	8,96980
2/9/2011	1,35739	2,28207	0,85245	9,02730
2/10/2011	1,35822	2,27366	0,84504	8,97730
2/11/2011	1,35200	2,25726	0,84655	8,90820
2/12/2011	1,35129	2,25678	0,84635	8,90815
2/13/2011	1,35141	2,25358	0,8454	8,90820
2/14/2011	1,34492	2,24779	0,84115	8,88482

3 PRIEDAS. PROGRAMOS TEKSTAS MATLAB SISTEMOJE

```

scatterhist(x,y)
u = ksdensity(x,x,'function','cdf');
v = ksdensity(y,y,'function','cdf');
scatterhist(u,v)
xlabel('u')
ylabel('v')
[Rho] = copulafit('T',[u v]);
r = copularnd('T',Rho,180);
u1 = r(:,1);
v1 = r(:,2);
scatterhist(u1,v1)
xlabel('u')
ylabel('v')
set(get(gca,'children'),'marker','.')
x1 = ksdensity(x,u1,'function','icdf');
y1 = ksdensity(y,v1,'function','icdf');
scatterhist(x1,y1)
set(get(gca,'children'),'marker','.')

```