



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
MATEMATINĖS SISTEMOTYROS KATEDRA

Algirdas Berneris

VERTYBINIŲ POPIERIŲ PORTFELIO
OPTIMIZAVIMAS NAUDOJANT
GENETINĮ ALGORITMĄ

Magistro darbas

Vadovas
doc. E. Valakevičius

KAUNAS, 2012



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
MATEMATINĖS SISTEMOTYROS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas

prof. habil.dr. V.Pekarskas
2012 06 02

VERTYBINIŲ POPIERIŲ PORTFELIO
OPTIMIZAVIMAS NAUDOJANT
GENETINĮ ALGORITMĄ

Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas

Vadovas
doc. E. Valakevičius
2012 06 01

Recenzentas
2012 06 01

Atliko
FMMM 0 gr. stud.
A.Berneris
2012 05 30

KAUNAS, 2012

KVALIFIKACINĖ KOMISIJA

- Pirmininkas:** Leonas Saulis, profesorius (VGTU)
- Sekretorius:** Eimutis Valakevičius, docentas (KTU)
- Nariai:**
- Jonas Valantinas, profesorius (KTU)
 - Vytautas Janilionis, docentas (KTU)
 - Vidmantas Povilas Pekarskas, profesorius (KTU)
 - Rimantas Rudzkis, habil. dr., vyriausiasis analitikas (DnB NORD Bankas)
 - Zenonas Navickas, profesorius (KTU)
 - Arūnas Barauskas, dr., vice-prezidentas projektams (UAB „Baltic Amadeus“)

Berneris A. Vertybinių popierių portfelio optimizavimas naudojant genetinį algoritmą: Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas / vadovas doc. dr. E. Valakevičius; Taikomosios matematikos katedra, Fundamentalųjų mokslų fakultetas, Kauno technologijos universitetas. – Kaunas, 2012. – 46 p.

SANTRAUKA

Efektyvus finansinio turto valdymas tampa vis aktualesnis visame pasaulyje. Finansinio portfelio formavimas tampa vis sudėtingesnis ir reikalaujantis atkreipti dėmesį į vis didesnius rodiklių ir parametrų skaičius. Dėl šios priežasties šiame darbe yra bandoma pritaikyti genetinį algoritmą vertybinių popierių portfelių optimizavimui sprendžiant didelių apimčių ir daugiaparametrinių portfelių problemą.

Darbe parodoma, kad genetinis algoritmas optimizuodamas vertybinių popierių portfelį sugeba tai padaryti pakankamai efektyviai per priimtina laiko tarpą. Šis genetinio algoritmo optimizavimas labai lengvai pritaikomas sprendžiamai problemai ir paprastai modifikuojamas pridėdant naujus kintamuosius darančius įtaką portfeliui. Darbe pristatomas visas genetinio algoritmo sudarymo metodas, bei aptariami svarbiausi portfelio sudarymo metodai aprašyti ankstesniuose rašto darbuose.

Gauti rezultatai parodė, kad šis genetinio optimizavimo metodas pakankamai tiksliai sprendžia tiek klasikinį Markowitz gražos – rizikos uždavinį, tiek sudėtingesnius multiparametrinius portfelio optimizavimo uždavinius. Modeliuojant optimizuotus vertybinių popierių portfelius laike ir lyginant juos su tokias rinkų rodikliai kaip S&P 500 ir Nasdaq gauta, kad optimizuoti portfeliai didžiąją eksperimentų dalimi turi didesnią gražą laikotarpio pabaigoje nei rinkų rodikliai. Tačiau iš skaičiavimų rezultatų taipogi galime pastebėti, kad šis algoritmas negarantuoja tikslaus atsakymo. Todėl reikia lyg svarstyklėmis pasverti norimą sprendinio tikslumą su laiku tam sprendiniui gauti.

Berneris A. Securities portfolio optimization using genetic algorithm: Master's work in applied mathematics / supervisor dr. assoc. prof. E. Valakevičius; Department of Applied mathematics, Faculty of Fundamental Sciences, Kaunas University of Technology. – Kaunas, 2012. – 46 p.

SUMMARY

Effective management of financial assets is becoming more and more important worldwide. Financial portfolio formation is becoming more complex and requires attention to the growing number of indicators and parameters. For this reason, this work is attempting to apply genetic algorithm to optimize the securities portfolio in large volumes and multiparameter portfolio problem.

The paper shows that the genetic algorithm optimizing the portfolio is able to do it efficiently enough, within a reasonable period of time. The genetic optimization algorithm is easily adaptable to the problem and is usually modified by adding new variables affecting the portfolio. The paper presents all of the genetic algorithm design approaches and discusses the most important portfolio methods described in the previous written papers.

The results showed that the genetic optimization method is accurate enough in both the classical Markowitz return - risk model and complexity multiparametric portfolio optimization problems. Simulation of optimized portfolios of securities over time and comparison of them with the market indicators such as the S&P 500 and Nasdaq revealed that the majority of experiments has higher returns than the market at the end of the period. However, the results of the calculations also showed that this algorithm does not guarantee an exact answer. It is therefore necessary to weigh the scales the desired accuracy of the solution and the time used for the solutions obtain.

TURINYS

Lentelių sąrašas	8
Paveikslų sąrašas	9
Įvadas	11
1. Teorinė dalis	12
1.1. Vertybinio popieriaus samprata	12
1.2. Vertybinio popieriaus charakteristikos	13
1.2.1. Graža	13
1.2.2. Rizika	13
1.2.3. Kitos vertybinio popieriaus charakteristikos.....	14
1.3. Investicinis portfelis.....	15
1.3.1. Investicinio portfelio graža ir rizika.....	15
1.3.1. Kitos Investicinio portfelio charakteristikos	15
1.4. Vertybinių popierių portfelio formavimo modeliai	16
1.4.1. H. Markowitz modelis.....	16
1.4.2. Ilgalaikio turto įkainojimo modelis (CAMP).....	17
1.4.3. Faktoriniai modeliai	18
1.5. Genetinis algoritmas	20
1.5.1. Klasikinė genetinio algoritmo shema.....	21
1.5.2. Chromosomos kodavimas	22
1.5.3. Kryžminimas	23
1.5.4. Mutacija.....	23
1.5.5. Selekcija	24
1.5.6. Populiacijos individų kaita. Elitizmas.....	26
1.6. Tikslų funkcija	26
2. Tiriamoji dalis ir rezultatai.....	27

2.1.	Algoritmo parametų įvertinimas.....	27
2.2.	Algoritmo skaičiavimų įvertinimas	30
2.2.1.	Gražos ir rizikos parametrai	30
2.2.2.	Apyvartumo ir reputacijos parametrai	36
3.	Programinė realizacija ir instrukcija vartotojui.....	41
3.1.	Duomenų nuskaitymas.....	41
3.2.	PONGA – Genetinio algoritmo realizacija.....	42
3.3.	Visos galimos kombinacijos	43
3.4.	Rezultatų pateikimas.....	43
	Išvados	44
	Rekomendacijos	45
	Šaltiniai ir literatūra.....	46

LENTELIŲ SĄRAŠAS

2.1 lentelė Duomenys.....	27
2.2 lentelė kontrolinių akcijų pasirinkimas	27
2.3 lentelė Visos galimos kombinacijos kontrolinės akcijos	28
2.4 lentelė Mutacijos ir rekombinacijos derinys	30
2.5 lentelė Akcijos.....	32
2.6 lentelė Akcijų statistiniai rodikliai	32
2.7 lentelė Rezultatai: Šarpo rodiklis; grąža > 0,018; rizika < 0,0085.....	32
2.8 lentelė Portfelių rezultatai laikotarpio pabaigoje	34
2.11 lentelė Vertybinių popierių reputacijos koeficientas.....	36
2.12 lentelė Vertybinių popierių apyvartumo koeficientas.....	36
2.13 lentelė Optimizuotas portfelis naudojant akcijų apyvartumo koeficientas	37
2.14 lentelė Optimizuotas portfelis naudojant akcijų reputaciją.....	37
2.9 lentelė Portfelių rezultatai laikotarpio pabaigoje	37
2.10 lentelė Portfelių rezultatai laikotarpio pabaigoje	37
2.15 pav. Optimizuoto ir optimizuoto + apyvartumo portfelio palyginimas su rinkų rodikliais	40

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1.1 pav. Vienfaktorinio modelio skaičiavimų schema	19
1.2 pav. Daugiafaktorinio modelio skaičiavimų schema	20
1.3 pav. Genetinio algoritmo schema.....	21
1.4 pav. Perstatymus koduojanti chromosoma.....	22
1.5 pav. Binarinis chromosomos kodavimas	22
1.6 pav. Realių skaičių chromosomos kodavimas	22
1.7 pav. Vieno taško kryžminimas	24
1.8 pav. Dviejų taškų kryžminimas.....	24
1.9 pav. Visų taškų tolygusis kryžminimas.....	24
1.10 pav. Vieno tėvo vieno taško kryžminimas	24
1.11 pav. Vieno atsitiktinio geno mutacija	24
1.12 pav. Kelių atsitiktinių genų mutacija	24
1.13 pav. Visų genų mutacija.....	24
1.14 pav. Taškų sukeitimo mutacija.....	24
1.15 pav. Ruletės rato selekcija.....	25
1.16 pav. Ranginė selekcija.....	25
2.1 pav. Konvergavimo greičio priklausomybė nuo populiacijos dydžio.....	28
2.2 pav. Genetinio algoritmo parametrų deriniai ir jų konvergavimo greitis iteracijomis (Populiacijos dydis = 50).....	29
2.3 pav. Lygių dalių pradinės populiacijos rekombinacijos problema.....	30
2.5 pav. Akcijų kainų dinamika 2011-05:2012-02 (Pirmasis rinkinys).....	31
2.6 pav. Šarpo rodiklis	33
2.7 pav. Rizika $< 0,0085$	33
2.8 pav. Graža $> 0,018$	34
2.9 pav. Optimizuoto ir lygių dalių portfelio palyginimas su rinkų rodikliais.....	35
2.10 pav. Šarpo rodiklis + apyvartumas.....	38
2.11 pav. Šarpo rodiklis + reputacija	38
2.12 pav. Optimizuoto ir optimizuoto + reputacijos portfelio palyginimas su rinkų rodikliais	39
3.1 pav. PONGA programos langas	41
3.2 pav. Duomenų nuskaitymo meniu.....	41
3.3 pav. PONGA nustatymo meniu	42
3.4 pav. Visų galimų kombinacijų meniu	42

3.5 pav. Datos pasirinkimas	42
3.6 pav. Optimizuotas portfelis	43
3.7 pav. Iteracijų geriausio ir vidutinio portfelio grafikas	43

IVADAS

Markowitz gražos – rizikos modelis skirtas portfelių optimizavimui yra vienas geriausiai žinomų ir plačiausiai naudojamų finansų pasaulyje. Šis modelis buvo moderniosios portfelių teorijos pagrindas. Tačiau jo paprastumas ir išankstiniai apribojimai dažnai neatitinka praktikos. Šis modelis ignoruoja akcijų apyvartumą, įmonių reputaciją, rinkos tendencijas... Visų šių sudedamųjų pridėjimas prie modelio jį padaro netiesiniu multiparametriniu uždaviniu. Dėl šios priežasties tikslaus sprendinio paieška tampa nebe efektyvi didesnės apimties skaičiavimams.

Pagrindinė sudėtingumo priežastis yra galimų portfelių kiekis. Tarkime turime N akcijų aibę ir norime suskaičiuoti galimų portfelių kiekį K tikslumu r (procento tikslumu $r = 100$). Tai galime padaryti panaudodami nesudėtingą formulę

$$K = \frac{(r + N - 1)!}{r!(N - 1)!}$$

Kai nagrinėjami nedideli akcijų skaičiai (2,3,4..10) galimų portfelių skaičius nėra didelis todėl nėra sunku juos visus perskaičiuoti. Tačiau tarkime turime 30 akcijų ir norime sudaryti optimalų portfelį. Yra išviso $6,03 \cdot 10^{28}$ galimos kombinacijos. Tokį skaičių kombinacijų patikrinti šiuolaikinis superkompiuteris užtruktų $2,49 \cdot 10^{11}$ metų. Sunku įsivaizduoti tokį skaičių. Palyginimui galime pasakyti, kad mums žinomas visatos amžius yra 20 kartų mažesnis - $1,30 \cdot 10^{10}$ metai.

Šiame darbe šią portfelio optimizavimo problemą bandysime spręsti naudodami genetinį algoritmą. Jis 1975 metais buvo pateiktas ir pristatytas kaip biologinės evoliucijos modeliavimo priemonė ir paremtas Darvino natūralios atrankos principu: “Išgyvena tik stipriausi“. Nuo to laiko plačiai yra taikomas didelių skaičiavimų reikalaujančioms problemoms, nes yra nesudėtingai pritaikomas sprendžiamoms problemoms.

Šio darbo tikslas – sukurti genetiniu algoritmu paremtą vertybinių popierių optimizavimo metodą.

O pagrindiniai keliami uždaviniai :

- Surinkti vertybinių popierių istorinius duomenis ir paskaičiuoti svarbiausias statistikas (grąžos vidurkį, standartinę nuokrypį...)
- Realizuoti genetinį algoritmą ir iš tirti jo įvairius derinius, jų įtaką portfeliui ir jo skaičiavimui.
- Sukurti programą su vartotojo aplinka.
- Palyginti rezultatus tarpusavyje ir su rinkos rodikliais

1. TEORINĖ DALIS

1.1. VERTYBINIO POPIERIAUS SAMPRATA

Vertybinių popierių sąvoka buvo žinoma jau nuo vėlyvųjų viduramžių. Verslininkams prireikė kapitalo, norint pasinaudoti puikiomis aplinkybėmis. Prasidėjus pramonės perversmui ir susikūrus apdirbimo įmonėms, plačiai paplito akcijų prekyba. Lietuvos vertybinių popierių rinka pradėjo formotis tik 1992 m. priėmus pirmuosius jos veiklą reglamentuojančius teisės aktus ir įsteigus Nacionalinę vertybinių popierių biržą.

Vertybinius popierius yra civilinių teisių dokumentas, patvirtinantis jį išleidusio asmens įsipareigojimus šio dokumento turėtojui. Vertybinis popierius jį išleidusiajam reiškia finansinį įsipareigojimą, o vertybinio popieriaus savininkui tai yra finansinis turtas. Tad vertybinių popierių pirkėjas perka vertybinius popierius todėl, kad tiki, jog šie vertybiniai popieriai, finansinis turtas, ateityje pabrangs. Kartu su turto prieaugio, savininkas prisiima riziką, kad jo finansinis turtas gali ne tik nebrangti, bet ir pigti arba nuvertėti.

Vertybiniai popieriai gali būti:

- akcijos;
- obligacijos;
- vekseliai;
- išvestiniai instrumentai;
- hipotekos lakštai;
- kiti.

Akcijos yra labiausiai paplitę vertybiniai popieriai, todėl darbe nagrinėsime tik jas, nors visa teorija gali būti pritaikoma ir kitiems vertybiniams popieriams.

E. Valakevičius [1] kalbėdamas apie akcijas pažymi, jog tai rizikingieji vertybiniai popieriai, kurie nurodo tam tikrą nuosavybės dalį, tačiau jų turėtojui nežadama jokių garantuotų pajamų. Užsienio literatūros autoriai D. E. Fisher ir R. J. Jordan [2] formuluodami akcijų apibrėžimą taip pat kaip ir E. Valakevičius pabrėžia akcijų rizikingumą, dėl jų kainos kitimo akcijų rinkoje ir neapibrėžto pelningumo. Taigi galima teigti, jog apibūdinant akcijas neužtenka pasakyti, jog tai nuosavybės vertybiniai popieriai, būtina įvardinti, jog akcijos yra rizikingos. Akcijas galima apibrėžti, kaip rizikingus nuosavybės vertybinius popierius. Dėl šios priežasties svarbu įvertinti jų rizikos lygį ir kitas charakteristikas prieš investuojant pinigus.

1.2. VERTYBINIO POPIERIAUS CHARAKTERISTIKOS

1.2.1. GRAŽA

Vertybinio popieriaus grąža tai investuotojui atnešamas pelnas. Tačiau skirtingi vertybiniai popieriai pelną gali gauti skirtingais laiko momentais ir netgi ne po vieną kartą. Pavyzdžiui už akcijas išmokami kasmetiniai ar kitokio periodo dividendai. Todėl mes turime įvertinti visą pelną, kurį atneša vertybinis popierius.

Yra keletas plačiai naudojamu būdų suskaičiuoti vertybinio popieriaus pelningumą. Paprasta grąža skaičiuojama sudedant paprastą pelningumą (C) ir dividendus (D).

$$R = C + D = \frac{p_e - p_b}{p_b} + \frac{D}{p_b}$$

p_e, p_b - pabaigos ir pradžios kainos.

Tačiau investuojama ne vienam konkrečiam periodui, kuris suteikia paprastą grąžą. Jei visas laiko intervalas yra T, tuomet grąžą galima apibrėžti keliais būdais.

Pirmasis aritmetinis:

$$AMR = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_T}{T}$$

Antrasis geometrinis:

$$GMR = \left(\frac{p_T}{p_1}\right)^{\left(\frac{1}{T}\right)} - 1$$

p_1, p_T - pabaigos ir pradžios kainos.

Nors aritmetinis skaičiavimas kur kas paprastesnis, tačiau geometrinis visam laiko intervalui yra tikslesnis, todėl dažniausiai ir yra naudojamas.

1.2.2. RIZIKA

Vertybinio popieriaus grąža yra žinoma tik po fakto, o ne jo pirkimo momentu. Dėl šios priežasties atsiranda rizika susijusi su jo ateities verte ir pelningumu. Pagrindinis matas įvertinant vertybinio popieriaus rizikas yra standartinis nuokrypis: [3]

$$STD = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_1^T (R_i - \bar{R}_i)^2}$$

Vertybinių popierių grąža ir rizika yra pačios svarbiausios charakteristikos vertinant investavimo galimybę, tačiau šios charakteristikos nėra vienintelės į kurias reikia atkreipti dėmesį investuojant į vertybinius popierius.

1.2.3. KITOS VERTYBINIO POPIERIAUS CHARAKTERISTIKOS

Įmonės gyvavimo trukmė, vertybinių popierių apyvartumas, kaštai ir išlaidos perkant ir parduodant vertybinius popierius, kompanijos stabilumas ir reputacija, sektoriaus ar industrijos stabilumas tai yra tik keletas galimų faktorių į kuriuos kreipiamas dėmesys investuojant pinigus į vertybinius popierius.

Kompanijos reputacija dažnai turi įtakos renkantis kur investuoti. Vienas iš būdų apibrėžti kompanijos reputaciją yra nustatant ar ji priklauso 10%, 20%, 30% kompanijų pagal praeities grąžą. Kitas būdas atsižvelgti į įmonės gyvavimo laiką, industrijos ar sektoriaus tendencijas. Nepriklausomai nuo to kaip apibrėžiama reputacija yra labiau tikėtina, kad investuotojas norės investuoti į kompanija su gera reputacija, o ne su bloga reputacija ir atsiliepimais apie ją.

Reputacijos apibrėžimas:

$$Reputacija = \alpha$$

α – listingavimo laiko koeficientas – listingavimo metai padalinti iš 15;

Kitas ne ką mažiau svarbus rodiklis – apyvartumas. Jis tiesiogiai susijęs su vertybinio popieriaus likvidumu. Investuotojas investuodamas tikisi prireikus parduoti vertybinius popierius iškart, nelaukiant ilgesnio laiko tarpo. Tačiau realybėje kartais rinkoje neatsiranda pakankamai pirkėjų, kurie norėtų supirkti vertybinius popierius. Dėl šios priežasties vieni vertybiniai popieriai gali būti mažiau patrauklūs už tuos, kurie turi tą pačią grąžą ir riziką, tačiau yra labiau likvidūs. Apyvartumą galima apibrėžti kaip:

$$Apyvartumas \begin{cases} 0 & \text{kai } \alpha < m - \sigma \\ 0,3 & \text{kai } m - \sigma < \alpha < m \\ 0,6 & \text{kai } m < \alpha < m + \sigma \\ 1 & \text{kai } m + \sigma < \alpha \end{cases}$$

α - investuojama suma;

m ir σ – sumos už kurią nuperkamos akcijos per dieną vidurkis ir standartinis nuokrypis;

1.3. INVESTICINIS PORTFELIS

Investicijų portfelis– tai fizinio ar juridinio asmens turimų finansinių ir materialinių aktyvų rinkinys [6]. Jį reprezentuoja svorių vektorius, kuris parodo svorių pasiskirstymą tarp n vertybinių popierių.

$$\text{Investicinis portfelis} = w = (w_1, w_2, w_3, \dots, w_n)$$

Kai $\sum_{i=1}^n w_i = 1$; w_i – turto dalis investuota į i -tąjį vertybinį popierių.

1.3.1. INVESTICINIO PORTFELIO GRAŽA IR RIZIKA

Sudarinėjant investicinį portfelį reikia atkreipti dėmesį į labai daug jo charakteristikų. Kaip ir pavienių vertybinių popierių, graža ir rizika yra vienos svarbiausių investicinių portfelių charakteristikų.

$$R_p = (w_1 \cdot R_1 + w_2 \cdot R_2 + w_3 \cdot R_3 + \dots + w_n \cdot R_n)$$

R_i - i -tojo vertybinio popieriaus graža, w_i - i -tojo vertybinio popieriaus svoris portfelyje

$$r_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot r_i \cdot r_j \cdot \text{Koreliacija}_{ij}}$$

r_i - i -tojo vertybinio popieriaus rizika, w_i - i -tojo vertybinio popieriaus svoris portfelyje

1.3.1. KITOS INVESTICINIO PORTFELIO CHARAKTERISTIKOS

Reputacijos ir apyvartumo koeficientai portfeliui paskaičiuojami taip pat kaip ir grąžos charakteristika.

$$\text{Apyvartumas}_p = (w_1 \cdot \text{Apyvartumas}_1 + w_2 \cdot \text{Apyvartumas}_2 + \dots + w_n \cdot \text{Apyvartumas}_n)$$

w_i - i -tojo vertybinio popieriaus svoris portfelyje

$$\text{Reputacija}_p = (w_1 \cdot \text{Reputacija}_1 + w_2 \cdot \text{Reputacija}_2 + \dots + w_n \cdot \text{Reputacija}_n)$$

w_i - i -tojo vertybinio popieriaus svoris portfelyje

1.4. VERTYBINIŲ POPIERIŲ PORTFELIO FORMAVIMO MODELIAI

1.4.1. H. MARKOWITZ MODELIS

H. Markowitz modelis yra klasikinis finansinių instrumentų portfelio formavimo modelis. Markowitz modeliu pagrįsta šiuolaikinė portfelio teorija. Vystant šiuolaikinę portfelio valdymo teoriją, labai prisidėjo H. Markowitz modelis. Iki tol, nors investuotojai ir suvokė rizikos koncepciją, tačiau jos nematavo. Šis mokslininkas pirmasis pasiūlė efektyvaus portfelio terminą. Modelyje vertybinių popierių grąžą sudaro jų vertės padidėjimas ir įvairios išmokos, dividendai. Rizika matuojama standartiniu nuokrypiu. Kuo didesnis numatomas nukrypimas nuo prognozuojamo vertybinių popierių pelningumo ir kuo didesnė nukrypimo tikimybė ir kartu didesnė rizika [8]

Norint nustatyti efektyvių portfelių aibę, reikia apskaičiuoti kiekvieno vertybinių popierių portfelio laukiamą pelningumą ir rizikingumą. Tačiau reikalingos tam tikros prielaidos apie investuotojus:

- Jie mėgsta pelną ir vengia rizikos;
- Investuotojai sprendimus priima racionaliai;
- Jie daro sprendimus, kad maksimizuotų būsimą naudą.

Markowitz manė, kad realybėje prie tam tikrų sąlygų investuotojas teiks pirmenybę neefektyviam portfeliui. Jo modelis yra pagrįstas planuojamo pelningumo ir rizikos sąvokomis. Anot H. Markowitz, gaunamos pajamos iš investicijų portfelio per tam tikrą laiką suteikia tik dalį informacijos apie portfelio efektyvumą arba optimumą. Norint gauti visą portfelio įvertinimą, būtina įvertinti jo riziką [9]

H. Markowitz modeliui reikalingi tam tikri duomenys:

- planuojamas kiekvieno atskiro instrumento pelningumas;
- standartinis pelningumų nuokrypis vertybinio popieriaus rizikos matas;
- kovariacija – instrumentų pelningumų santykio matas

Vertybinių popierių portfelio pelningumas yra atskirų portfelio dalių laukiamo pelningumo svertinis vidurkis.

Skirtingai nuo pelningumo, rizika nėra apskaičiuojama kaip vidutinių kvadratinių nuokrypių svertinis vidurkis, nes tuomet būtų ignoruojamas koreliacinis ryšys tarp vertybinių popierių. Portfelio rizikai skaičiuoti naudojami du rodikliai – koreliacija ir kovariacija. Tobulos teigiamos koreliacijos atveju vieno instrumento elgesys tiksliai leis nuspėti investuotojui apie kito vertybinio popieriaus elgesį. Taip pat yra ir su tobulai neigiama koreliacija. Šio atveju, kai vieno vertybinio popieriaus pelningumas didės, kito – mažės. Nulinės koreliacijos atveju nėra

jokio ryšio tarp dviejų vertybinių popierių pelningumo ir žinant apie vieno iš jų pelningumą, nieko negalima spėti apie kito pelningumą. Portfelio sudarymas iš teigiamą koreliaciją turinčių vertybinių popierių nesumažins portfelio rizikos. Sudarant portfelį iš nulinės koreliacijos instrumentų riziką galima šiek tiek sumažinti, tačiau ne visiškai. Tik tobulai neigiamų instrumentų kombinacija panaikina portfelio riziką [10]

1.4.2. ILGALAIKIO TURTO ĮKAINOJIMO MODELIS (CAMP)

W. F. Sharp sukūrė statistinį rinkos modelį, kuris atspindi bendrą reakciją į rinkos pokyčius:

$$R_{it} = a_i + b_i R_{mt} + e_{it}$$

čia R_{it} - i-tojo aktyvo pelningumas t-uuju periodu;

a_i - laisvas regresijos narys, rodantis i-tojo aktyvo pelningumą;

b_i – koeficientas, rodantis i-tojo aktyvo pelningumo jautrumą rinkos pelningumo pokyčiams;

R_{mt} - rinkos pelningumas;

e_{it} - nepriklausoma atsitiktinė paklaida su normaliuoju skirstiniu, turinčiu nulinių vidurkį ir pastovią dispersiją;

Šis modelis teigia, kad aktyvų pajamingumas priklauso nuo rinkos pajamingumo. Vadinasi, visų vertybinių popierių pelningumas daugiau ar mažiau kinta kartu su rinkos pelningumu. Modelyje aktyvų pelningumą lemia du rizikos faktoriai: sisteminė ir nesisteminė rizika. Nesisteminę riziką, kurią sudaro nykstantis e_{it} dydis, galima diversifikuoti. Sisteminė rizika, kuri būdinga rinkos portfeliui ir lemia jo pelningumą, yra vadinama nediversifikuojama rizika.

Vėliau sukurtas kapitalinių įkainojimų modelis (angl. Capital Assets Pricing Model arba CAPM). Modelis grindžiamas tam tikromis prielaidomis, kurios apibrėžia investuotojų elgesį bei rinkos sąlygas. Yra nurodomos CAPM modelio taikymo prielaidos:

- Visi investuotojai vengia rizikos, kuri lygi portfelio pelno normos vidutiniam kvadratiniam nuokrypiui.
- Visi investuotojai turi vienodą laikotarpį investiciniam sprendimui priimti.
- Visi investuotojai turi vienodą subjektyvų būsimą kiekvieno vertybinio popieriaus pelno ir rizikos įvertį.

- Rinkoje egzistuoja nerizikingoji investicija į turtą ir kiekvienas investuotojas gali skolintis arba skolinti neribotą jo kiekį.
- Kapitalą galima investuoti norimu santykiu į visus vertybinius popierius, nėra sandorių sudarymo išlaidų, nėra mokesčių bei nepadengtojo pardavimo apribojimų.
- Visiems investuotojams laisvai prieinama ir vienodai galima informacija apie investicijas.
- Nustovėjusi kapitalo rinkos pusiausvyra atspindi kliringo kainas, pagal kurias vykdomi kasdieniniai atsiskaitymai kliringo kontoroje.

Modelis rekomenduoja investuotojui laikyti ar pirkti rinkos portfelį. Tačiau investuotojui dažnai yra sunku tai padaryti ir tai sąlygoja didelius vertybinių popierių įsigijimo kaštus, todėl patartina pirkti jau akcijų indeksu pagrindu suformuotus portfelius, kuriuos platina indeksiniai investiciniai fondai.

1.4.3. FAKTORINIAI MODELIAI

Faktoriniuose modeliuose vertybinių popierių pajamingumas priklauso nuo įvairių faktorių ir jų pokyčius. Rinkos modelio atveju tariama, kad yra tik vienas faktorius, t. y. pajamingumas pagal rinkos indeksą. Tiksliai įvertinus laukiamą pajamingumą, dispersiją ir vertybinių popierių kovariaciją kur kas tiksliau atspindėtų daugiafaktoriniai modeliai nei rinkos modelis. Tai galima paaiškinti tuo, kad faktiškas vertybinių popierių pajamingumas priklauso ne tik nuo rinkos indekso pokyčio, bet ir nuo kitų faktorių, kurių ekonomikoje yra kur kas daugiau nei vienas [11]. Beveik visi investuotojai tiesioginiu ar netiesioginiu būdu taiko faktorinius modelius. Jie leidžia investicijų valdytojams išskirti ekonomikoje svarbiausius faktorius ir įvertinti, koku lygiu atskiri vertybiniai popieriai jautrūs šių faktorių pokyčiams. Šių faktorių nustatymas – gana sunkus procesas ir įvairiose vertybinių popierių rinkose bei šalyse gali skirtis. Faktoriai, kurie žinomi gerai išvystyto kapitalo rinkos šalyse, visiškai ar beveik netinka, tarkim, menkai išvystytai. Todėl šių faktorių išaiškinimas naujose ir dar neištirtose rinkose yra didelis ir ilgas darbas.

1.4.3.1. VIENAFAKTORINIAI MODELIAI

Investuotojai mano, jog vertybinių popierių pajamingumą galima nusakyti vienu faktoriumi. Vienafaktorinis modelis gali būti apibendrintas, bet kokiam vertybiniam popieriui i per laikotarpį t ir išreiškiamas tokia formule [11]

$$r_{it} = a_i + b_i \cdot T_i + e_{it}$$

čia T_i - faktoriaus (veiksni) reikšmė per t laikotarpį; b_i - vertybinio popieriaus jautrumas T_i faktoriui, e_{it} – atsitiktinė klaida.

Jei faktoriaus T_i reikšmė būtų lygi nuliui, tai vertybinių popierių pajamingumas būtų $a_i + e_{it}$. Bet kurio vertybinio popieriaus dispersija yra [12]

$$\sigma_i^2 = b^2 \sigma_F^2 + \sigma_{ei}^2$$

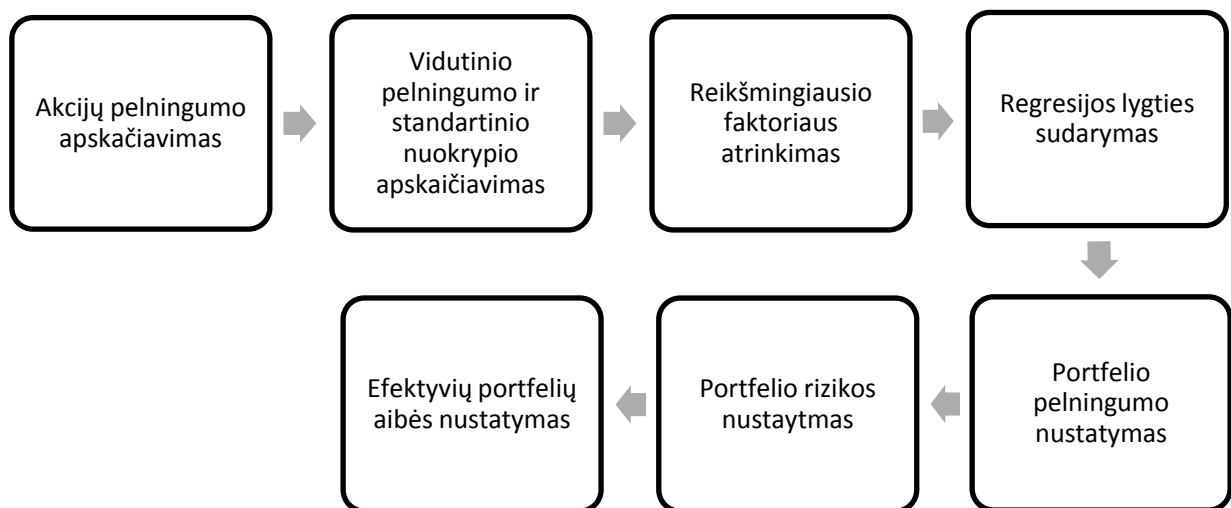
čia σ_F^2 - faktoriaus F dispersija; σ_{ei}^2 - atsitiktinės klaidos dispersija.

Dviejų skirtingų vertybinių popierių kovariacija vienafaktoriniuose modeliuose yra:

$$\sigma_{ji} = b_i b_j \sigma_F^2$$

Vienafaktoriniuose modeliuose vertybinių popierių portfelio dispersija nusakoma tokia formule:

$$\sigma_P^2 = b_P^2 \sigma_F^2 + \sigma_{ep}^2$$



1.1 pav. Vienfaktoriaus modelio skaičiavimų schema

1.4.3.2. DAUGIAFAKTORINIAI MODELIAI

Kitaip negu vienafaktoriniuose modeliuose, daugiafaktoriniuose modeliuose vertybinių popierių pajamingumas gali būti apskaičiuojamas daug tiksliau. Portfelio jautrumas konkrečiam faktoriui daugiafaktoriniuose modeliuose yra svertinis vidutinis akcijų jautrumas, kur svorio koeficientai priklauso nuo to, kokiomis dalimis investuotojas investuoja lėšas į atskirų įmonių akcijas.

Tarkime, kad turime k faktorių. Tada daugiafaktorinis modelis gali būti užrašytas šia lygybe:

$$r_{ij} = a_i + b_{i1}T_{1t} + b_{i2}T_{2t} + \dots + b_{ik}T_{kt} + e_{it}$$

čia T_{kt} - k faktoriai turintys įtakos vertybinių popierių pajamingumui; b_{ik} - vertybinių popierių jautrumai kiekvienam k faktoriui. Atliekant apskaičiavimus, taikant faktorinius modelius, tiksliai nėra žinomos faktorių reikšmės k akcijų jautrumai šiems faktoriams. Norint parinkti faktorius ir nustatyti faktorių skaičių bei jų jautrumą akcijoms, naudojami statistiniai metodai, vadinami faktorine analize.

Taikant šį metodą, akcijų pelningumai imami ilgesnio laikotarpio, ir atrenkami tie faktoriai, kurie turėjo didžiausią įtaką akcijų pelningumui [11]



1.2 pav. Daugifaktoriaus modelio skaičiavimų schema

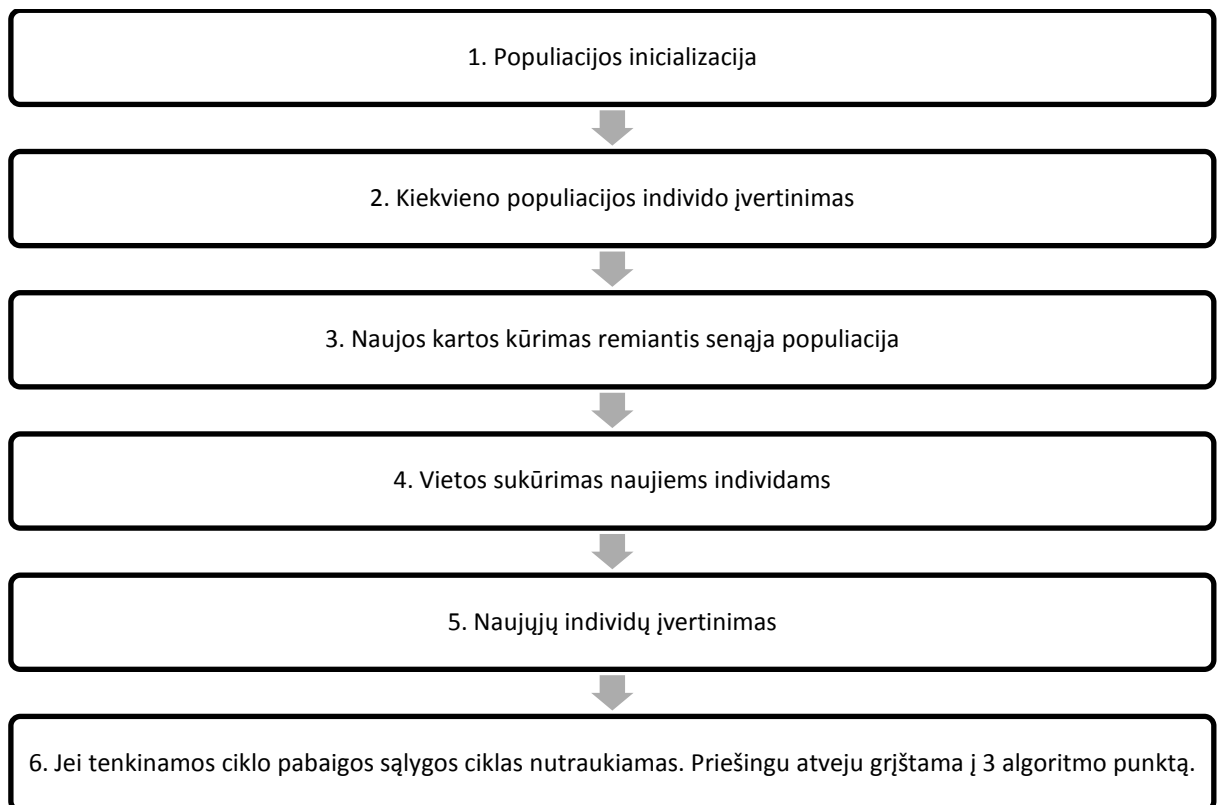
1.5. GENETINIS ALGORITMAS

Visa kas gyva žemėje evoliucionavo ir prisitaikė tam, kad išliktų ir būtų geriausi juos supančioje aplinkoje. Keičiantis kartoms vyksta natūralus populiacijos evoliucionavimas paremtas Darvino natūralios atrankos principu: "Išgyvena tik stipriausi". Šiuo principu buvo sukurti ir genetiniai algoritmai, kurių sprendinys evoliucionuoja ieškant geriausio rezultato. Pagrindinius šių algoritmų principus 1975 metais pateikė J. H. Holland [4]. Jis genetinius algoritmus pristatė kaip biologinės evoliucijos modeliavimo priemonę.

Biologijoje genas yra pagrindinis genetinės informacijos saugojimo vienetas. Kiekvienas iš genų turi savo vietą chromosomoje ir užkoduoja tam tikrus požymius. Visi galimi požymiai vadinami alelėmis. Ši genetinė medžiaga vadinama genomu, o konkretus rinkinys genotipu. Reprodukcijos metu įvyksta rekombinacija ir iš abiejų tėvų genų yra gaunama visiškai nauja chromosoma. Šio proceso metu genas gali mutuoti. Tai atsitinka tada kai yra netiksliai nukopijuojami genai ar prarandama dalis genetinės informacijos. Būtent rekombinacija ir mutacija yra genetikos ir evoliucijos pagrindas, kurių metu palikuonys paveldi genetinę informaciją ir evoliucionuoja.

1.5.1. KLASIKINĖ GENETINIO ALGORITMO SHEMA

Klasikinė genetinio algoritmo schema pateikta paveikslėlyje. Ji 1991 aprašyta L. Davis [5] ir pateikia genetinio algoritmo bruožus, kurie būdingi visiems genetiniams algoritmams.



1.3 pav. Genetinio algoritmo schema

Iš pažiūros genetinis algoritmas yra paprastas, tačiau yra daugybė būdų jam realizuoti. Pagrindiniai skirtumai tarp genetinių algoritmų atsiranda renkantis, kaip reprezentuoti sprendinius, kaip juos užkoduoti, ar kaip parinkti kryžminimo ar mutacijos operatorius.

Šių algoritmo dalių parinkimas yra labai svarbus, nes nuo jų priklauso algoritmo tikslumas bei sprendinio konvergavimo greitis.

1.5.2. CHROMOSOMOS KODAVIMAS

Kiekvienas iš chromosomų kodavimo būdų yra labai susijęs su sprendžiama problema. Pavyzdžiui perstatymų kodavimas naudojamas rikiavimo problemose, tokiose kaip keliaujančio pirklio. Tokiame kodavime chromosoma yra sveikųjų skaičių eilutė (1.4 pav.), kuri nusako poziciją sekoje.

7	5	6	2	3	1	4
---	---	---	---	---	---	---

1.4 pav. Perstatymus koduojanti chromosoma

Kitas kodavimo metodas - binarinis kodavimas. Jis naudojamas dažniausiai, nes yra paprastas ir turi galimybę užkoduoti beveik viską. Šiame kodavime chromosomą sudaro dviejų bitų, 0 ir 1, eilutė (1.5 pav.). Deja, šis metodas kartais nėra visiškai pritaikytas sprendžiamoms problemoms, ir neretai reikalauja pataisymų po kryžminimo ar mutacijos operacijų.

1	0	0	1	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---

1.5 pav. Binarinis chromosomos kodavimas

Be šių paprastų kodavimų egzistuoja ir sudėtingesni, kaip pvz. realiųjų skaičių (1.6 pav.), medžio metodai. Pastarasis dažniausiai naudojamas išvystyti programas ar išraiškas. Tokiame metode chromosoma gali reprezentuoti medį sudarytą iš programavimo kalbos funkcijų ar komandų.

0,2	0,3	0,0	0,1	0,1	0,1	0,2
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

1.6 pav. Realiųjų skaičių chromosomos kodavimas

Portfelio optimizavimo problemai naudingiausia rinktis realiųjų skaičių chromosomos kodavimą. Jis artimiausias investicinio portfelio apibrėžimui (1.3 skyrius) ir yra nesudėtingai pritaikomas programavimo metu, nors ir reikalauja pataisymų po kryžminimo ar mutacijos operacijų, kad būtų išlaikoma apibrėžimo apribojimas: $\sum_{i=1}^n w_i = 1$

1.5.3. KRYŽMINIMAS

Kryžminimas yra pagrindinis genetinio algoritmo operatorius lemiantys sprendimų vystymąsi. Jo pasirinkimas ir realizavimas priklauso nuo problemos ir naudojamų chromosomų kodavimo.

Pats paprasčiausias – vieno taško kryžminimas. Jame pasirenkamas vienas taškas, tada naujai chromosomai sudaryti dalis iki to taško yra paimama iš pirmojo tėvo, o likusi dalis iš antrojo (1.7 pav.). Taip sukuriama du palikuonys turintys abiejų tėvų genų. Lygiai taip pat veikia ir dviejų taškų kryžminimas, tik čia naudojamos trys atsitiktinės dalys – pirmoji ir paskutinioji iš pirmojo tėvo, o likusi vidurinė iš antrojo (1.8 pav.).

Dar vienas neretai pasitaikantis kryžminimo metodas yra pastovusis kryžminimas. Metodas primena vieno ir dviejų taškų kryžminimą, tačiau šių taškų yra daug, t.y. kiekvienas genas yra atsitiktinai imamas arba iš pirmojo tėvo arba iš antrojo (1.9 pav.).

Be šių trijų metodų egzistuoja ir mažiau naudojamų kryžminimo operatorių. Tačiau jie dažniausiai skirti labai konkretiems problemų sprendimams arba jau yra praradę biologinį pagrindą. Kaip pavyzdys vieno tėvo vieno taško kryžminimas. Jo metu tėvo chromosoma perkerpama viename atsitiktiniame taške ir sukečiama vietomis (1.10 pav.).

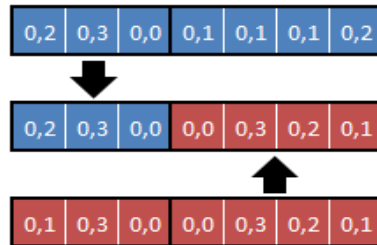
1.5.4. MUTACIJA

Tradiciskai mutacija yra antrinio plano operatorius, kuris suteikia atsitiktinę sprendinio paiešką. Ji suteikia algoritmui galimybę neužstrigti lokaliame minimume maksimume ir atnešti į populiaciją unikalūs genas. Po kryžminimo mutuoti gali kiekvienas naujas palikuonis, taip įgaudamas genetinių savybių kurių neturėjo nevienas iš tėvų.

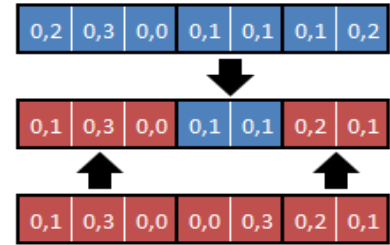
Pagrindinės mutacijos operacijos realizuojamos palikuonio chromosomoje pakeičiant vieną, kelis ar net visus genas (1.11, 1.12, 1.13 pav.). Dvejetainėje sistemoje tai būtų tiesiog vietoj nulių įrašant vienetus ir atvirkščiai. Realiems skaičiams tai galėtų būti dauginimas iš atsitiktinio skaičiaus ar atėmimas iš skaitinės ribos.

Remiantis šiuolaikiniu genetikos mokslu ir ieškant optimaliausių algoritmų, buvo pasiūlyta ir įgyvendinta kelios mutacijos operatorių dešimtys. Mūsų nagrinėjamai problemai mutacijos operatorius dažniausiai literatūroje konstruojamas kaip taškų sukeitimo operatorius (1.14 pav.). Jo didžiausias privalumas yra apribojimo: $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ išlaikymas. Taip sutaupoma skaičiavimo laiko.

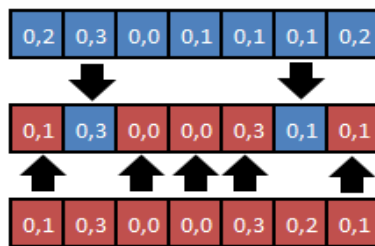
Mutacijos tikimybė yra labai nedidelė, tačiau šis operatorius tampa labai svarbus kuomet populiacija konverguoja. Dėl šios priežasties labai svarbu tinkamai parinkti mutacijos operatoriaus parametrus.



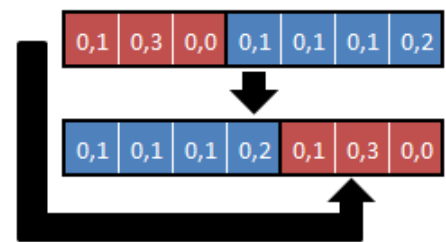
1.7 pav. Vieno taško kryžminimas



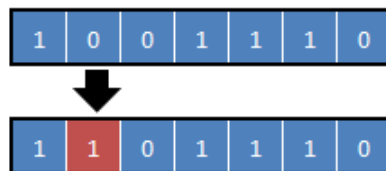
1.8 pav. Dviejų taškų kryžminimas



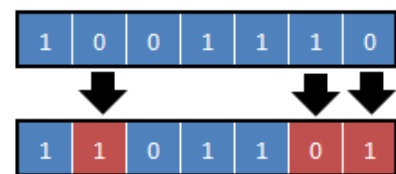
1.9 pav. Visų taškų tolygusis kryžminimas



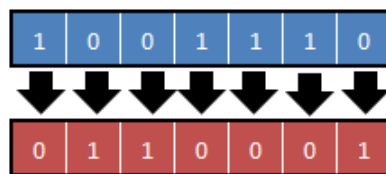
1.10 pav. Vieno tėvo vieno taško kryžminimas



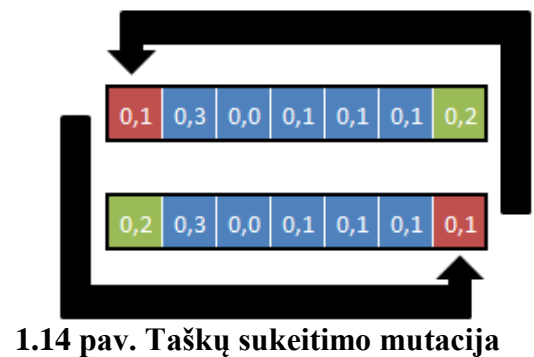
1.11 pav. Vieno atsitiktinio geno mutacija



1.12 pav. Kelių atsitiktinių genų mutacija



1.13 pav. Visų genų mutacija

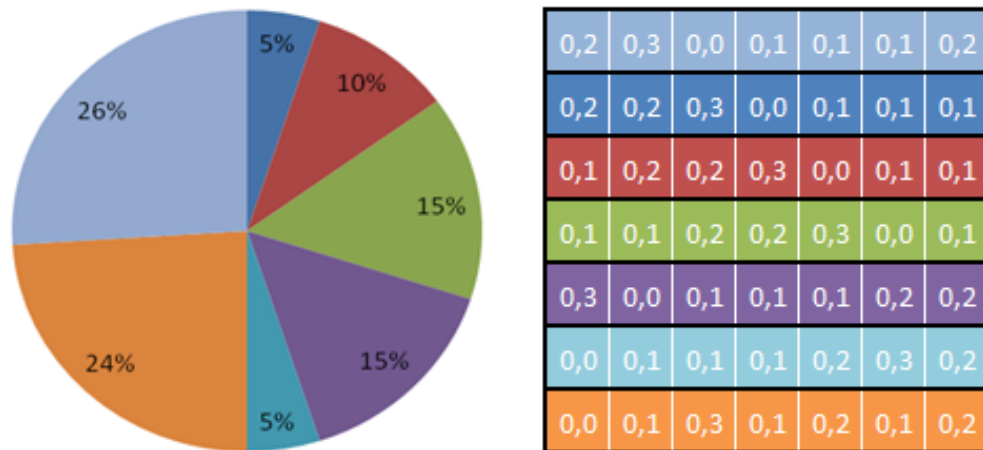


1.14 pav. Taškų sukeitimo mutacija

1.5.5. SELEKCIJA

Selekcija nusako, kurie tėvai iš populiacijos bus paimti tolimesnei evoliucijai. Č. Darvino teorija teigia: „išlieka tik geriausi“, todėl ir čia didesnė tikimybė būti išrinktiems yra suteikiama tams chromosomoms, kurios nusako tinkamesnius problemas sprendimus.

Egzistuoja keletas būdų tai padaryti. Vienas populiariausių selekcijos metodų yra ruletės rato (9 pav.).



1.15 pav. Ruletės rato selekcija

Ruletės rato metode kiekviena chromosoma yra renkama tiesiogiai pagal jos tinkamumo reikšmę – kuo didesnis tinkamumas, tuo didesnė tikimybė, kad individas bus pasirinktas. Darant selekciją ruletė yra “išsukama” ir pozicija ties kuria ji sustoja atitiks vieną chromosoma.

0,2	0,3	0,0	0,1	0,1	0,1	0,2	1
0,2	0,2	0,3	0,0	0,1	0,1	0,1	2
0,1	0,2	0,2	0,3	0,0	0,1	0,1	3
0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,0	0,1	4
0,3	0,0	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	5
0,0	0,1	0,1	0,1	0,2	0,3	0,2	6
0,0	0,1	0,3	0,1	0,2	0,1	0,2	7

1.16 pav. Ranginė selekcija

Deja toks algoritmas turės problemų kai chromosomų tinkamumo reikšmė sudarys didelę dalį pačios ruletės. Tokiu atveju mažo tinkamumo sprendimai turės labai mažai šansų būti pasirinktais. Šiam reiškiniui ištaisyti yra naudojamas rangų metodas. Jo metu kiekvienam sprendimui yra priskiriamas eilės numeris nuo 1 iki m , pradedant nuo blogiausių tinkamumą

turinčių sprendimų ir užbaigiant geriausiu. (10 pav.). Šiame metode geresnės ir blogesnės chromosomos neturi tokio didelio skirtumo, o tas gali atsiliesti konvergavimo greičiui.

1.5.6. POPULIACIJOS INDIVIDŲ KAITA. ELITIZMAS

Po reprodukcijos, norint išlaikyti pastovų populiacijos dydį, reikia kažkoku būdu sukurti vietas naujiems individams. Pagrindinis būdas yra išlaikyti seną populiaciją tiesiog pakeičiant blogesnius tinkamumus turinčius individus naujai sukurtais, tokiu būdu išsaugant geriausius sprendimus. Dar vienas metodas – Elitizmas. Jis taikomas, kai naujoji populiacija visiškai pakeičia senąją. Tokiam procese yra didelė tikimybė, kad geriausias individas išnyks arba kryžminimo procese arba mutacijoje. Dėl šios priežasties pasirenkamas pirmasis būdas.

1.6. TIKSLO FUNKCIJA

Labiausiai naudojamas tikslo funkcijos apibrėžimas evoliuciniam portfelio optimizavimui yra Šarpo rodiklis [7]. Šis rodiklis įgalina riziką ir grąžą apibrėžti vienoje funkcijoje.

$$f(x) = \frac{r_p}{\sigma_p}$$

σ_p – portfelio rizika; r_p – portfelio grąža

Šarpo rodiklis nėra vienintelis pateikiamas literatūroje, kaip tinkamas naudoti portfelio optimizavimui. Hochreiter savo darbuose siūlo naudoti svorinę sumą tarp rizikos ir grąžos rodiklių:

$$f(x) = \alpha \sigma_p + (1 - \alpha) r_p$$

α – svorio koeficientas; σ_p – portfelio rizika; r_p – portfelio grąža

Akivaizdu, kad šis būdas turi nemažai trūkumų. Pirmasis - sunku pridėti naujus parametrus į tikslo funkciją. Antrasis – rizika ir grąža nėra tiesiogiai palyginami rodikliai. Jų sudėjimas lygus greičio ir pagreičio sudėjimui. Dėl šios priežasties naudosime Šarpo rodiklį, kaip tikslo funkcijos pagrindą.

Prie šios pagrindinės dalies pridėsime ir kitus du rodiklius: apyvartumą ir reputaciją.

$$F(x) = f_1(x) * f_2(x) * f_3(x)$$

$f_1(x)$ – Šarpo rodiklis; $f_2(x)$ – Apyvartumas; $f_3(x)$ – Reputacija

2. TIRIAMOJI DALIS IR REZULTATAI

Buvo atlikti dviejų rūšių eksperimentai. Pirmoji dalis skirta analizuoti parametrus ir jų jautrumą visai sistemai. Šios dalies tikslas suprasti kaip elgiasi visa sistema kuomet keičiami jos parametrai ir pasistengti surasti kuo geresnę jų parinkimo strategiją.

Antroji dalis skirta atlikti simuliacijai naudojant mūsų modelį. Tam naudosime realius istorinius akcijų kainų duomenis, bei gautus rezultatus lyginsime tarpusavyje. Šios dalies rezultatai turėtų parodyti ar sugebėta išspėsti sau iškeltus reikalavimus sudarant optimizuotą portfelį.

2.1 lentelė Duomenys

Duomenų bazė
12 sektorių
125 industrijų
2615 vertybinių popierių
Duomenys nuo: 1997-02-04
Duomenys iki: 2012-02-13

2.1. ALGORITMO PARAMETŲ ĮVERTINIMAS

Norint patikrinti algoritmo teisingumą ir įvertinti parametrus reikia pasirinkti kontrolinius duomenis. Tam tikslui atsitiktinai buvo parinktos trys akcijos (2.2 lentelė kontrolinių akcijų pasirinkimas) ir perskaičiuotos visos galimos portfelio kombinacijos promilės tikslumu. Skaičiavimai atlikti Šarpo rodiklio tikslo funkcijai, o gauti rezultatai pateikti žemiau esančiose lentelėje (2.3 lentelė Visos galimos kombinacijos kontrolinės akcijos).

Pirmiausia ištiriame kaip konvergavimo greitis priklauso nuo genetinio algoritmo populiacijos dydžio parinkimo. Skaičiavimams naudojame iteracijų vidurkį, kurį randame keisdami kitus parametrus ir kelis kartus pakartodami skaičiavimus.

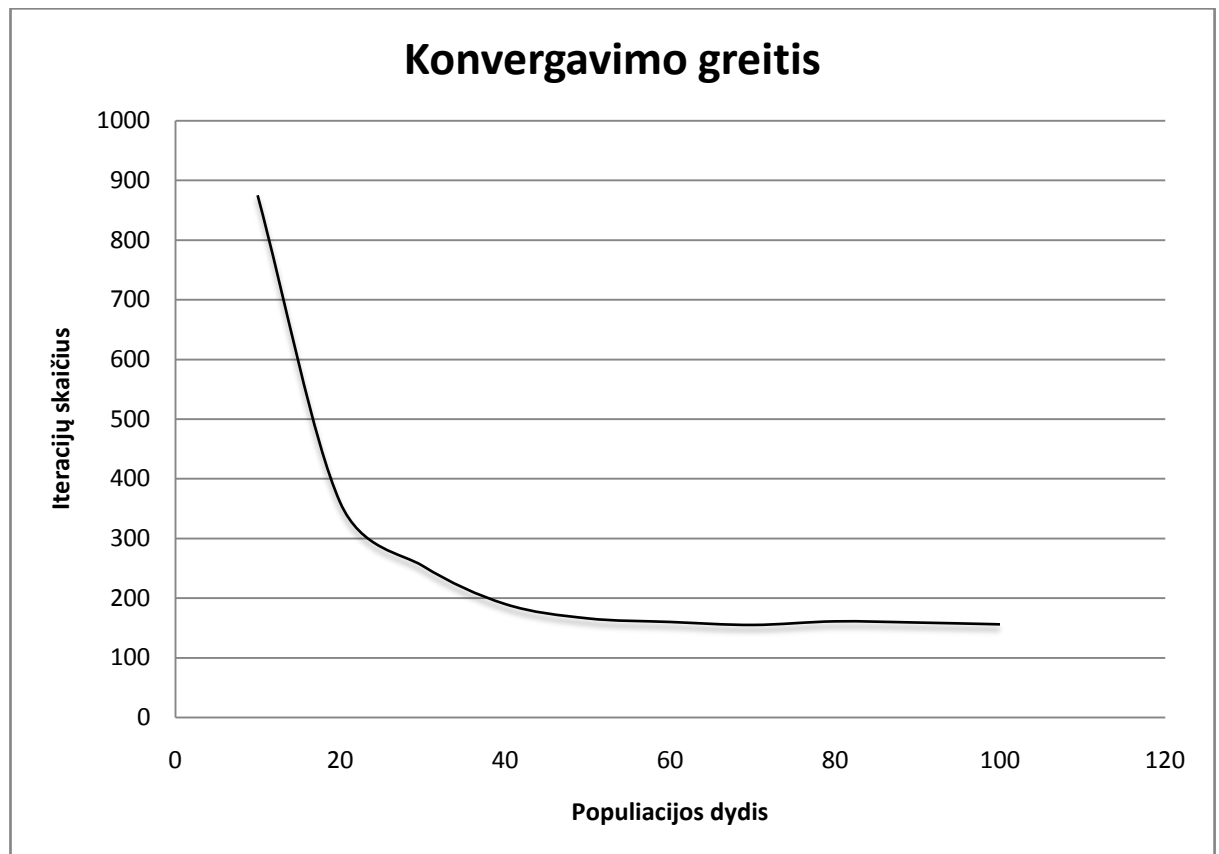
2.2 lentelė kontrolinių akcijų pasirinkimas

SIMBOLIS	PAVADINIMAS	SEKTORIUS	INDUSTRIJA
AEIS	Advanced Energy Industries, Inc.	Capital Goods	Industrial Machinery/Components
BOLT	Bolt Technology Corporation	Energy	Metal Fabrications
NHTB	New Hampshire Thrift Bancshares	Finance	Savings Institutions

2.3 lentelė Visos galimos kombinacijos kontrolinės akcijos

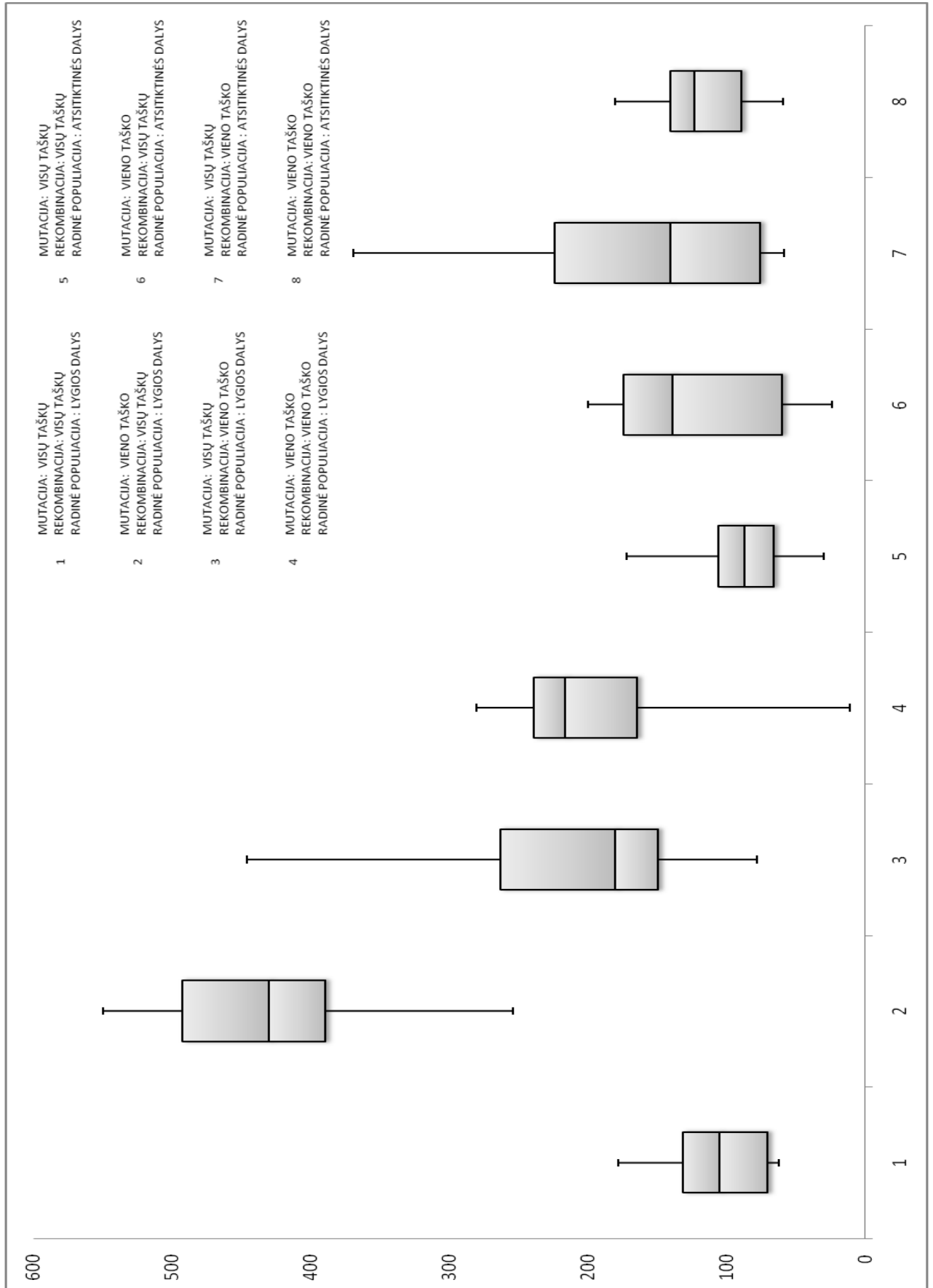
SIMBOLIS	GRAŽA	RIZIKA	PROCENTAS
AEIS	0,00420	0,04549	4,10%
BOLT	0,01356	0,02415	31,80%
NHTB	0,00396	0,01970	64,10%
PORTFELIS	0,00702	0,00977	100,00%

Iš rezultatų, kurie pateikti (2.1 pav. Konvergavimo greičio priklausomybė nuo populiacijos dydžio), galime matyti, kad didinant populiacijos dydį iteracijų skaičius reikalingas pasiekti konvergavimo ribą mažėja. Ši tendencija išlieka kol populiacijos dydis nepasiekia 50 – ties individų ribos. Pasiekus šią ribą konvergavimo greitis nusistovi ir nebekinta, todėl ši riba yra optimaliausia atliekant visus skaičiavimus.

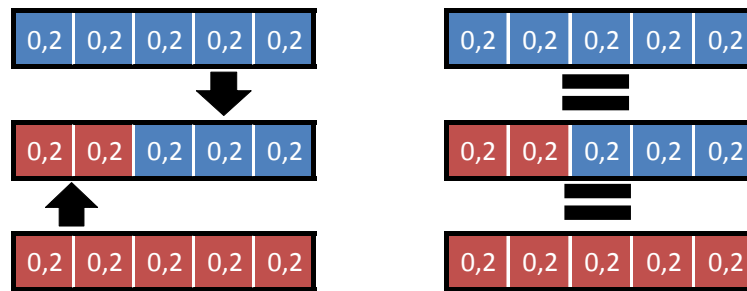


2.1 pav. Konvergavimo greičio priklausomybė nuo populiacijos dydžio

Kitu žingsniu atliekame 400 genetinio algoritmo eksperimentus pasirinkdami 50 individų populiacijos dydį ir keisdami parametrų derinius. Iš gautų rezultatų (2.2 pav. Genetinio algoritmo parametrų deriniai ir jų konvergavimo greitis iteracijomis (Populiacijos dydis = 50)) galime matyti, kad labai didelę įtaką konvergavimo greičiui daro pradinės populiacijos parinkimas.



2.2 pav. Genetinio algoritmo parametrų deriniai ir jų konvergavimo greitis iteracijomis (Populiacijos dydis = 50)



2.3 pav. Lygių dalių pradinės populiacijos rekombinacijos problema

Vidutiniškai populiacijai konverguoti reikia 124,31 iteracijų kuomet parenkama atsitiktinių dalių pradinė populiacija. Šis skaičius yra 75% mažesnis už iteracijų skaičių reikalingą populiacijai konverguoti kai pasirenkama lygių dalių pradinė populiacija (Vidutiniškai 217,54 iteracijos kol populiacija konverguoja). Toks konvergavimo greičio skirtumas atsiranda dėl rekombinacijos proceso, kuris sukuria identiškas naujas chromosomas senosioms (2.4 pav.). Dėl šios priežasties iš pradžių paieška atliekama tik mutacijos proceso, o šio proceso nepakanka greitam algoritmo konvergavimui.

Nagrinėjant mutacijos ir rekombinacijos procesų derinius ir jų įtaką konvergavimo greičiui galime teigti, kad geriausias derinys mūsų nagrinėjamai problemai yra :

2.4 lentelė Mutacijos ir rekombinacijos derinys

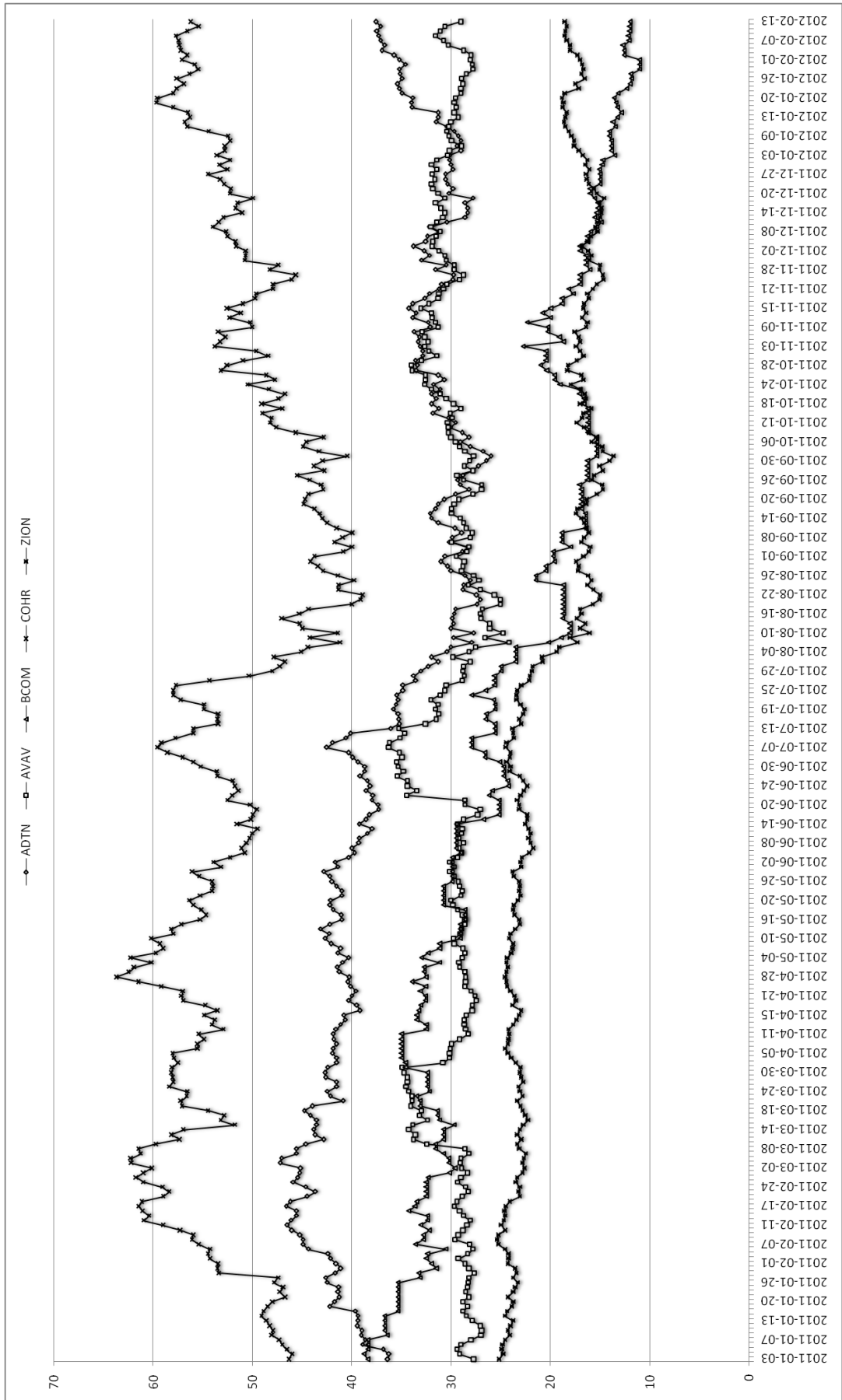
Mutacija	Visų taškų
Rekombinacija	Visų taškų

2.2. ALGORITMO SKAIČIAVIMŲ ĮVERTINIMAS

2.2.1. GRAŽOS IR RIZIKOS PARAMETRAI

Šioje dalyje atliksime simuliacinius skaičiavimus naudojant mūsų modelį. Tam naudosime realius akcijų istorinius duomenis, bei gautus rezultatus lyginsime tarpusavyje.

Skaičiavimus pradėsime panaudodami penkias atsitiktinai parinktas akcijas (*ADTRAN, Inc. AeroVironment, Inc.; Coherent, Inc.; Communications Ltd.; Zions Bancorporation*) Duomenys imami laikotarpyje nuo 2011-05 iki 2012-02 (2.5 pav. Akcijų kainų dinamika 2011-05:2012-02 (Pirmasis rinkinys)). Visa informacija apie pasirinktas akcijas pateikta žemiau esančiose lentelėse.



2.5 pav. Akcijų kainų dinamika 2011-05:2012-02 (Pirmasis rinkinys)

2.5 lentelė Akcijos

SIMBOLIS	PAVADINIMAS	SEKTORIUS	INDUSTRIJA
ADTN	ADTRAN, Inc.	Public Utilities	Telecommunications Equipment
AVAV	AeroVironment, Inc.	Capital Goods	Aerospace
COHR	Coherent, Inc.	Capital Goods	Biotechnology
BCOM	B Communications Ltd.	Consumer Services	Telecommunications Equipment
ZION	Zions Bancorporation	Finance	Major Banks

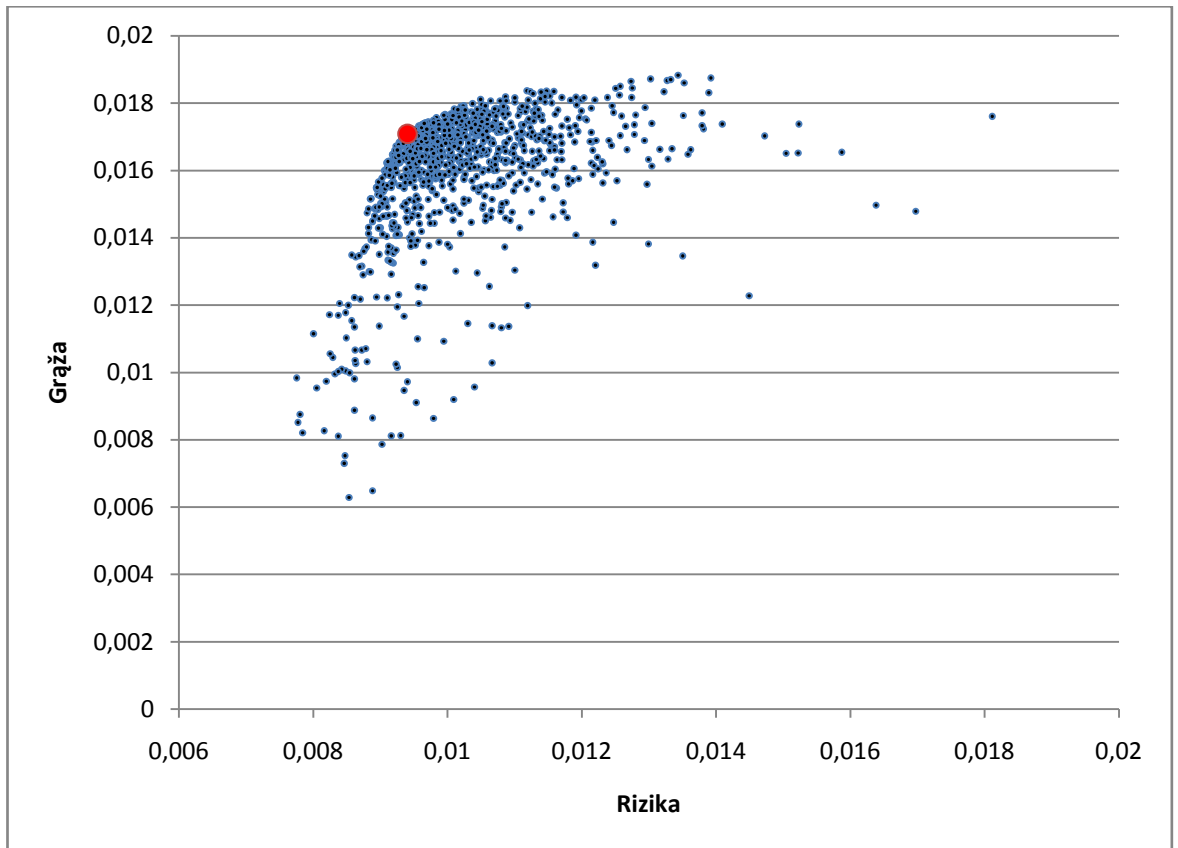
2.6 lentelė Akcijų statistiniai rodikliai

SIMBOLIS	GRAŽA	RIZIKA
ADTN	0,01752	0,02219
AVAV	0,01670	0,02137
COHR	0,01946	0,02034
BCOM	-0,01668	0,02601
ZION	0,01023	0,03883

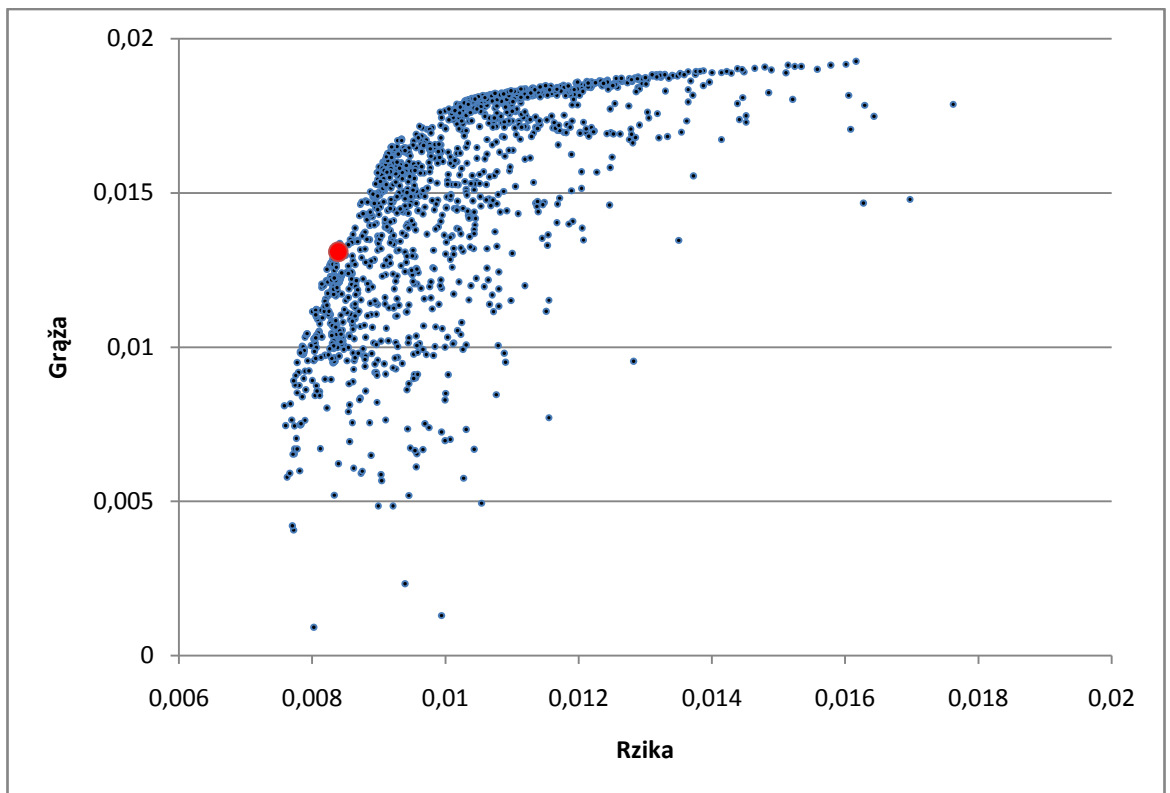
Pirmuoju žingsniu paskaičiuojame optimizuotą portfelį pasirinkę Šarpo rodiklį kaip tikslo funkciją siekdami maksimalios rodiklio reikšmės. Antruoju žingsniu skaičiavimus atliekame apribodami maksimalia portfelio rizikos ir minimaliai portfelio grąžos riba. (grąža > 0,018; rizika < 0,0085)

2.7 lentelė Rezultatai: Šarpo rodiklis; grąža > 0,018; rizika < 0,0085

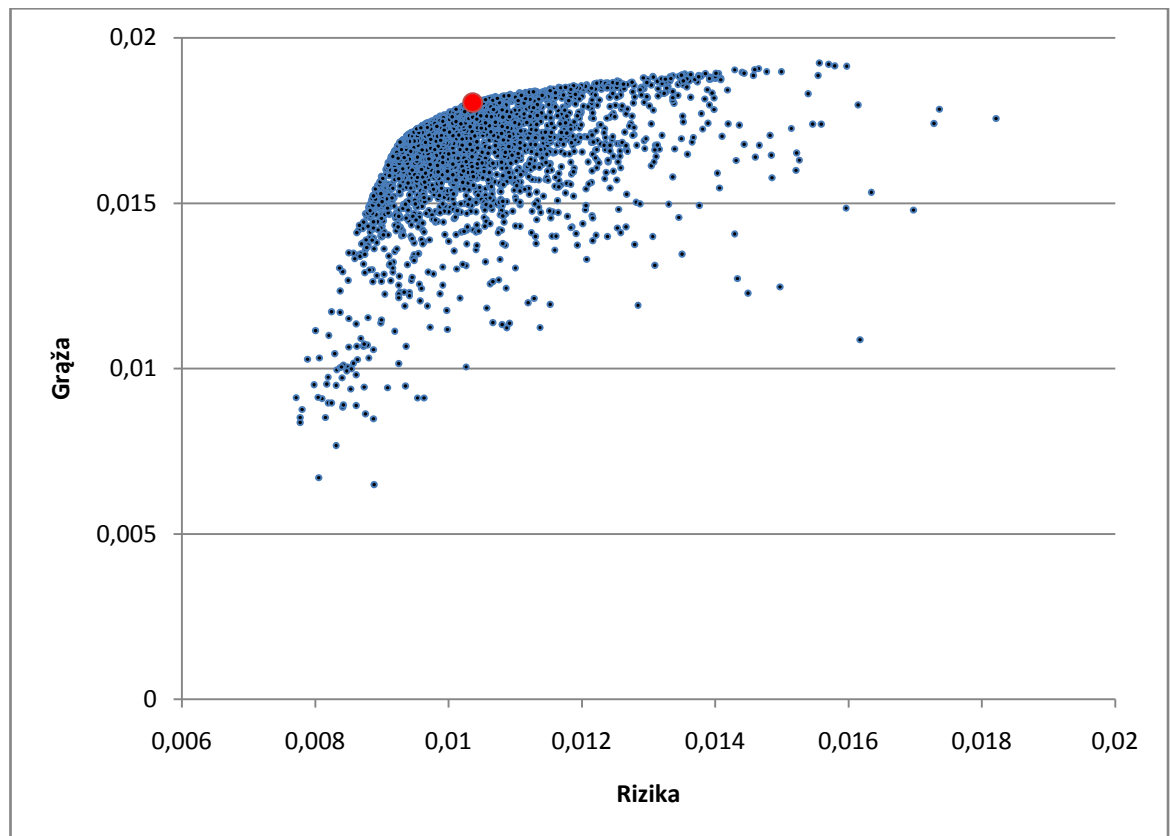
SYMBOL	NAME	RETURN	RISK	PERCENT
ADTN	ADTRAN, Inc.	0,01752	0,02219	14,49%
AVAV	AeroVironment, Inc.	0,01670	0,02137	39,03%
BCOM	B Communications Ltd.	-0,01668	0,02601	0,02%
COHR	Coherent, Inc.	0,01946	0,02034	35,55%
ZION	Zions Bancorporation	0,01023	0,03883	10,91%
PORTFOLIO :		0,01709	0,00940	100,00%
SYMBOL	NAME	RETURN	RISK	PERCENT
ADTN	ADTRAN, Inc.	0,01752	0,02219	16,70%
AVAV	AeroVironment, Inc.	0,01670	0,02137	37,32%
BCOM	B Communications Ltd.	-0,01668	0,02601	0,00%
COHR	Coherent, Inc.	0,01946	0,02034	45,25%
ZION	Zions Bancorporation	0,01023	0,03883	0,73%
PORTFOLIO :		0,01804	0,01036	100,00%
SYMBOL	NAME	RETURN	RISK	PERCENT
ADTN	ADTRAN, Inc.	0,01752	0,02219	14,99%
AVAV	AeroVironment, Inc.	0,01670	0,02137	34,99%
BCOM	B Communications Ltd.	-0,01668	0,02601	11,32%
COHR	Coherent, Inc.	0,01946	0,02034	27,66%
ZION	Zions Bancorporation	0,01023	0,03883	11,04%
PORTFOLIO :		0,01309	0,00839	100,00%



2.6 pav. Šarpo rodiklis



2.7 pav. Rizika < 0,0085



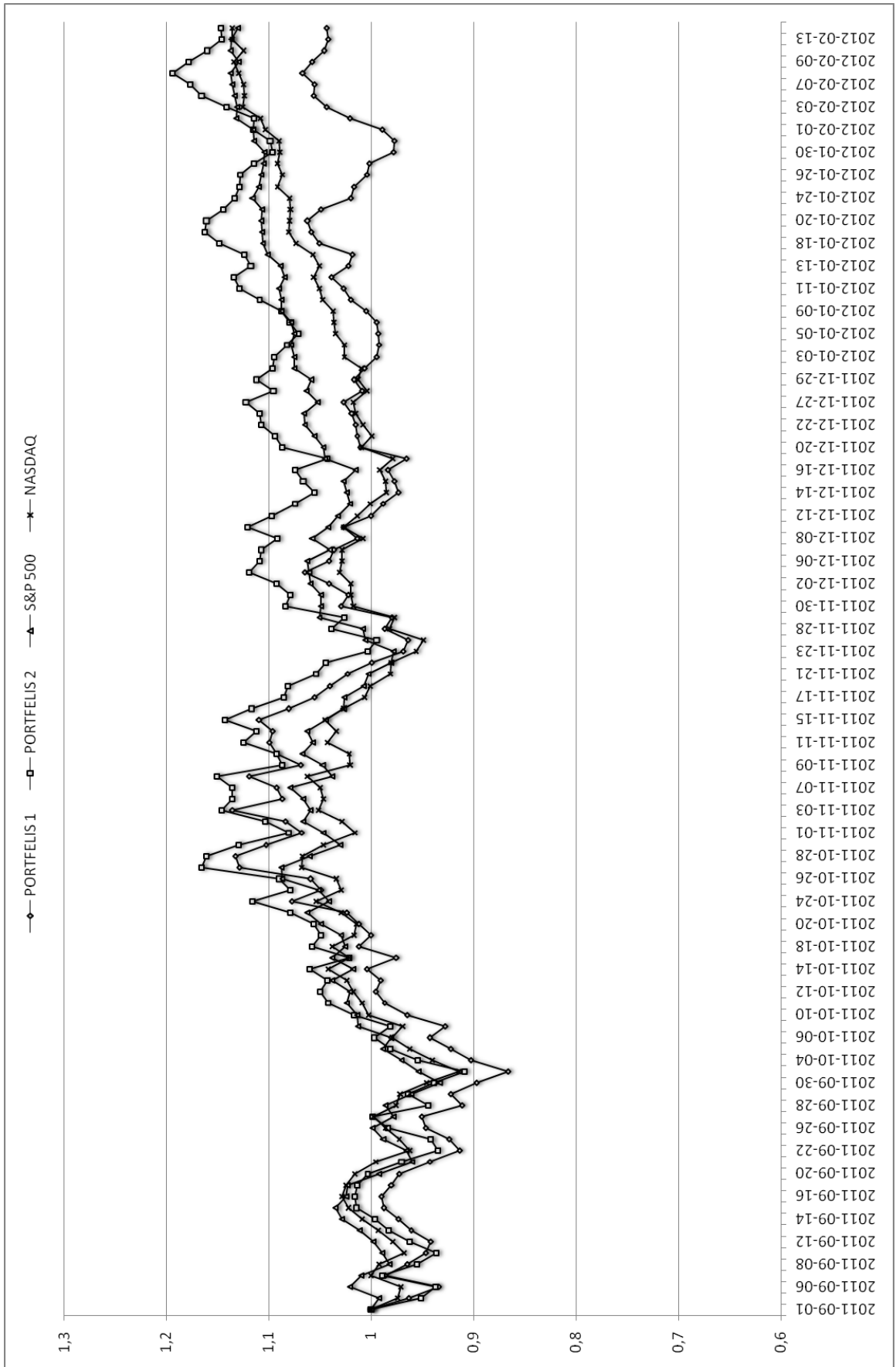
2.8 pav. Grąža > 0,018

Šie grąžos ir rizikos apribojimai susyja su investuotojo noru arba siekti didesnės grąžos arba mažesnės rizikos gaunant maksimalų balansą tarp grąžos ir rizikos. Grafikuose (2.6 pav.; 2.7 pav.; 2.8 pav.) pateikiami visi genetinio algoritmo sugeneruoti portfeliai ir optimizuotas sprendinys. Kaip galime pastebėti visi taškai reprezentuoja pasiekiamą aibę, optimizuotas sprendinys randamas ant šios aibės ribos, vadinamosios efektyviosios aibės.

Paskutiniame etape optimizuotą portfelį (2.9 pav. Portfelis 2) palyginame su rinkos rodikliais S&P 500, Nasdaq, bei lygių dalių portfelium (2.9 pav. Portfelis 1). Palyginimui naudojami istoriniai akcijų kainų duomenys nuo 2011-09-01 dienos. Modeliuojant laikoma, kad investuojamas finansinis vienetas laikotarpio pradžioje ir gaunamas tam tikras prieaugis arba nuostolis laikotarpio pabaigoje. Modeliuojamo laikotarpio pabaigoje geriausią rezultatą turėjo mūsų genetinio algoritmo pagalba optimizuotas portfelis (2.8 lentelė Portfelijų rezultatai laikotarpio pabaigoje). Jis procentiniu punktu viršijo Nasdaq rodiklį.

2.8 lentelė Portfelijų rezultatai laikotarpio pabaigoje

PORTFELIS 1	1,04323	+4,323%
PORTFELIS 2	1,14686	+14,686%
S&P 500	1,12997	+12,997%
NASDAQ	1,13554	+13,554%



2.9 pav. Optimizuoto ir lygių dalių portfelio palyginimas su rinkų rodikliais

2.2.2. APYVARTUMO IR REPUTACIJOS PARAMETRAI

Toliau prie skaičiavimų pridėdame reputacijos (2.9 lentelė) ir apyvartumo koeficientus (2.10 lentelė Vertybinių popierių apyvartumo koeficientas). Atlikus tuos pačius skaičiavimus galime aiškiai matyti reputacijos koeficiento poveikį genetinio optimizavimo rezultatams. Dėl labai mažų *AVAN*, *BCOM*, *ZION* akcijų reputacijos koeficientų jų įtaka visame portfelyje stipriai sumažinama. Dėl tos pačios priežasties optimizuotas portfelis nebelieka ant efektyvių portfelių ribos ir pasislenka pasiekiamoje aibėje (2.11 pav. Šarpo rodiklis + reputacija).

Panašius rezultatus gauname ir su apyvartumo koeficientu. Gavus genetinio optimizavimo rezultatus naudojant akcijų apyvartumo koeficientą galime pastebėti, kad mažas *COHRN* apyvartumo koeficientas lemia jo sumažėjusią įtaką visam portfeliui. Šis optimizuotas portfelis nebelieka ant efektyvių portfelių ribos ir pasislenka pasiekiamoje aibėje (2.10 pav. Šarpo rodiklis + apyvartumas)

Galiausiai optimizuotus portfelius palyginame su rinkos rodikliais S&P 500, Nasdaq. Palyginimui, kaip ir anksčiau naudojami istoriniai akcijų kainų duomenys nuo 2011-09-01 dienos. Modeliuojant laikoma, kad investuojamas finansinis vienetas laikotarpio pradžioje ir gaunamas tam tikras prieaugis arba nuostolis laikotarpio pabaigoje. Modeliuojamo laikotarpio pabaigoje naudojant reputacijos parametras geriausią rezultatą turėjo mūsų genetinio algoritmo pagalba optimizuotas portfelis (2.13 lentelė Portfelių rezultatai laikotarpio pabaigoje). Jis net dešimt procentiniu punktu viršijo Nasdaq rodiklį.

2.9 lentelė Vertybinių popierių reputacijos koeficientas

SIMBOLIS	REPUTACIJOS KOEFICIENTAS
ADTN	1,0000
AVAV	0,3333
COHR	1,0000
BCOM	0,3333
ZION	0,1000

2.10 lentelė Vertybinių popierių apyvartumo koeficientas

SIMBOLIS	APYVARTUMO KOEFICIENTAS
ADTN	1,0
AVAV	1,0
COHR	0,3
BCOM	0,6
ZION	1,0

Modeliuodami portfelių dinamiką pridėjus apyvartumo koeficientą, gauname, kad portfelis yra keliais procentiniais punktais žemiau už kitus tris portfelius.

2.11 lentelė Optimizuotas portfelis naudojant akcijų apyvartumo koeficientas

SYMBOL	NAME	RETURN	RISK	PERCENT
ADTN	ADTRAN, Inc.	0,01752	0,02219	18,12%
AVAV	AeroVironment, Inc.	0,01670	0,02137	49,18%
BCOM	B Communications Ltd.	-0,01668	0,02601	0,01%
COHR	Coherent, Inc.	0,01946	0,02034	18,18%
ZION	Zions Bancorporation	0,01023	0,03883	14,51%
PORTFOLIO :		0,01641	0,00962	100,00%

2.12 lentelė Optimizuotas portfelis naudojant akcijų reputaciją

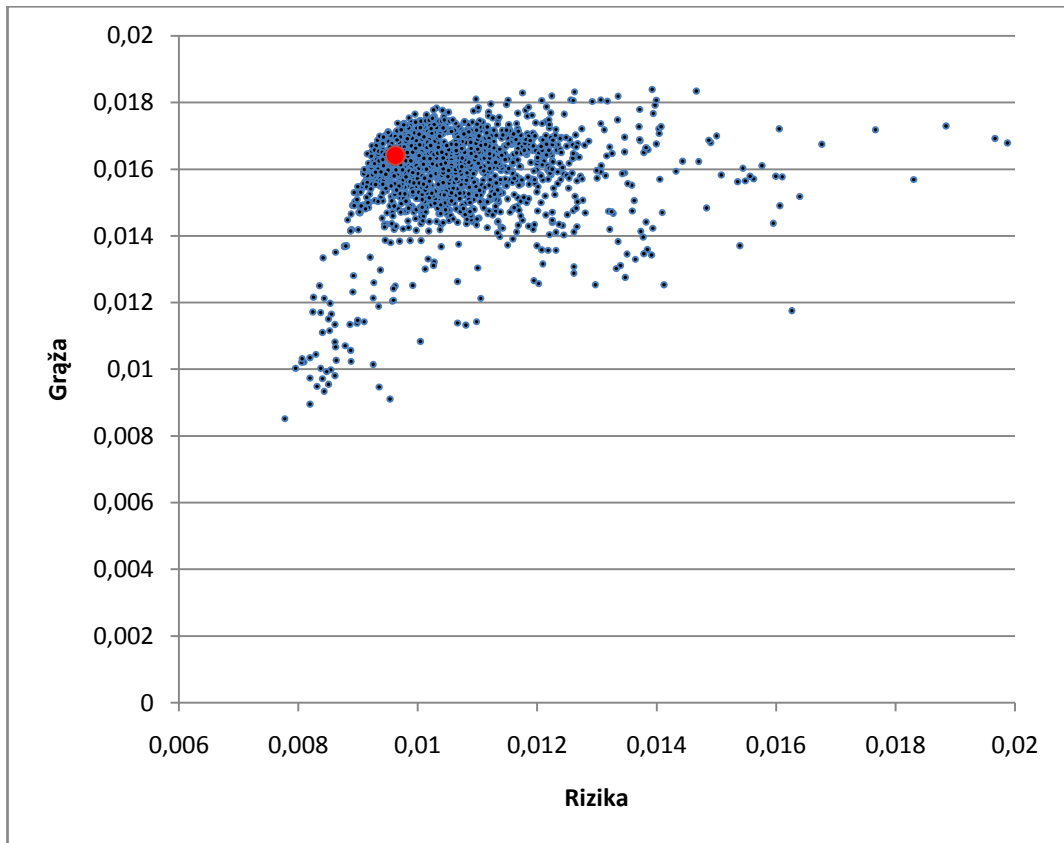
SYMBOL	NAME	RETURN	RISK	PERCENT
ADTN	ADTRAN, Inc.	0,01752	0,02219	48,77%
AVAV	AeroVironment, Inc.	0,01670	0,02137	7,21%
BCOM	B Communications Ltd.	-0,01668	0,02601	0,02%
COHR	Coherent, Inc.	0,01946	0,02034	41,22%
ZION	Zions Bancorporation	0,01023	0,03883	2,77%
PORTFOLIO :		0,01805	0,01411	100,00%

2.13 lentelė Portfelių rezultatai laikotarpio pabaigoje

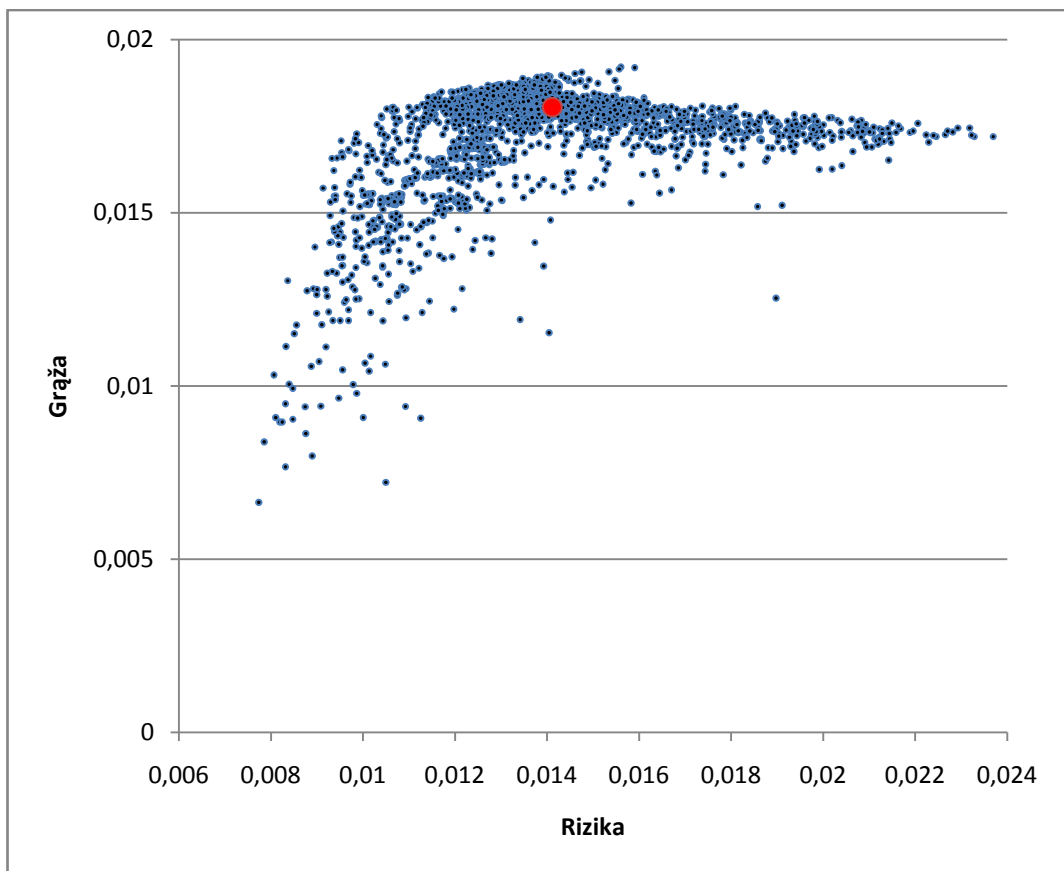
PORTFELIS 1	1,24378	+24,378%
PORTFELIS 2	1,14686	+14,686%
S&P 500	1,12997	+12,997%
NASDAQ	1,13554	+13,554%

2.14 lentelė Portfelių rezultatai laikotarpio pabaigoje

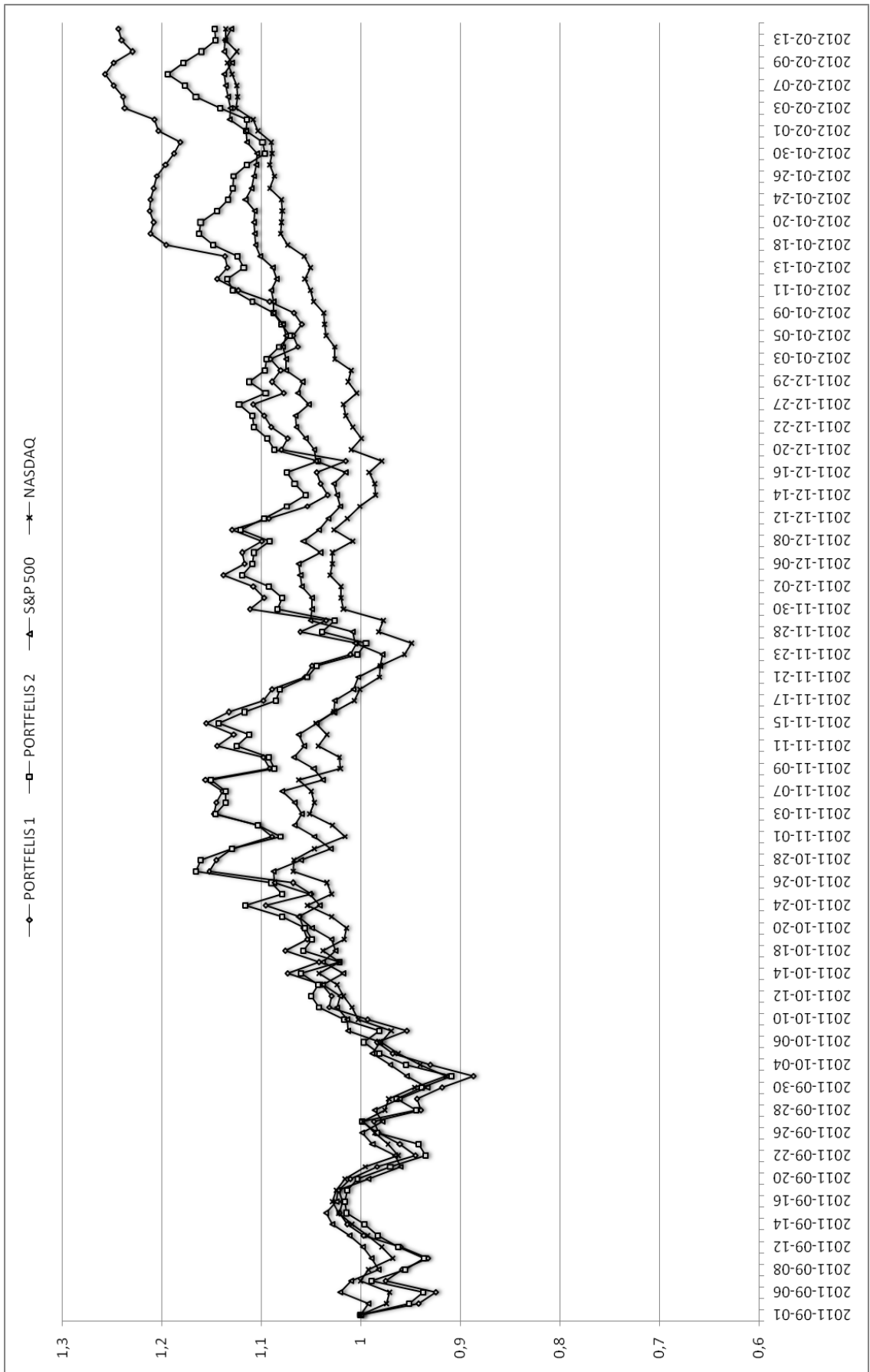
PORTFELIS 1	1,11002	+11,002%
PORTFELIS 2	1,14686	+14,686%
S&P 500	1,12997	+12,997%
NASDAQ	1,13554	+13,554%



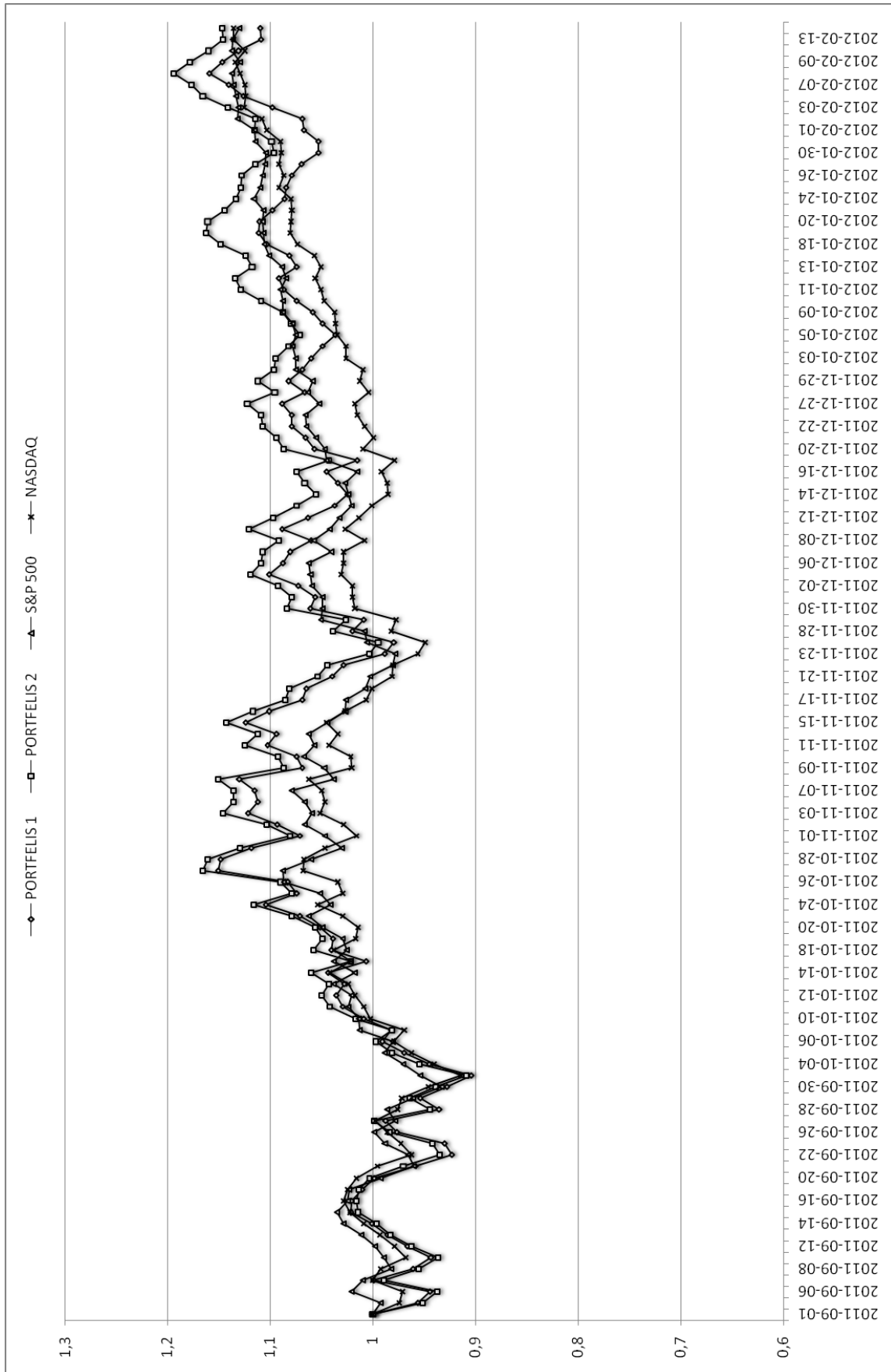
2.10 pav. Šarpo rodiklis + apyvartumas



2.11 pav. Šarpo rodiklis + reputacija

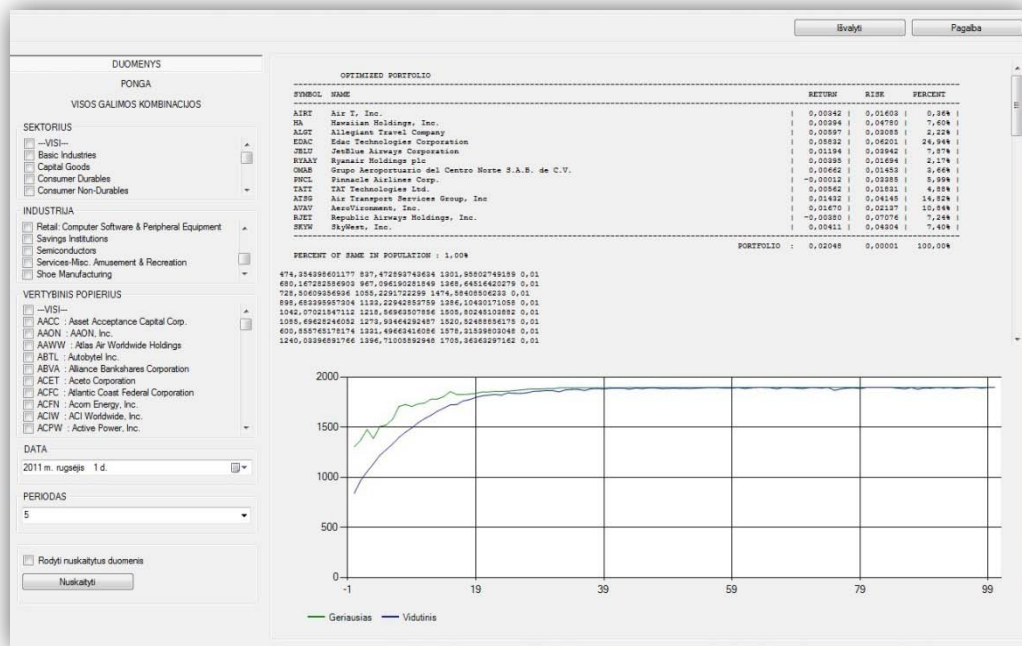


2.12 pav. Optimizuoto ir optimizuoto + reputacijos portfelio palyginimas su rinkų rodikliais

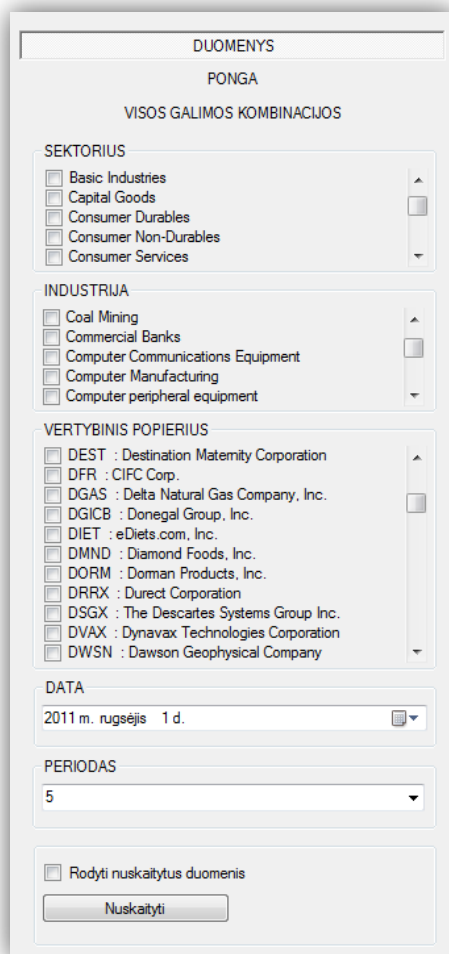


2.15 pav. Optimizuoto ir optimizuoto + apyvartumo portfelio palyginimas su rinkų rodikliais

3. PROGRAMINĖ REALIZACIJA IR INSTRUKCIJA VARTOTOJUI



3.1 pav. PONGA programos langas



3.2 pav. Duomenų nuskaitymo meniu

nepriklauso pasirinktai industrijai ar sektoriui jų programa nenuskaitys iš duomenų bazės.

Sukurta programa susideda iš kelių dalių:

- Duomenų nuskaitymo
- PONGA – genetinio algoritmo realizacijos
- Visų kombinacijų perskaičiavimo

3.1. DUOMENŲ NUSKAITYMAS

Duomenų nuskaitymo meniu (3.2 pav. Duomenų nuskaitymo meniu) skirtas pasirinkti nagrinėjamus duomenis. Pirmoje dalyje galima pasirinkti visą sektorių ar kelis iš jų. Antroje dalyje yra visos galimos industrijos. Kitoje dalyje galima pasirinkti atskiras akcijas. Be to yra galimos visų šių dalių kombinacijos. Tačiau reikia atkreipti dėmesį į tai, kad naudojama visų šių dalių sankirta. Todėl jei pasirinktos atskiros akcijos

Kita svarbi duomenų nuskaitymo dalis yra pasirenkamas laikotarpis. Tai atliekama pasirinkus datą (3.5 pav. Datos pasirinkimas) ir laiko intervalą nuo tos datos.

Paskutiniame etape pasirenkame rodyti ar nerodyti nuskaitytus duomenis ir paspaudžiame mygtuką „Nuskaityti“.

3.3 pav. PONGA nustatymo meniu

3.4 pav. Visų galimų kombinacijų meniu

3.5 pav. Datos pasirinkimas

3.2. PONGA – GENETINIO ALGORITMO REALIZACIJA

Genetinio algoritmo realizacijos meniu (3.3 pav.) susideda iš laukų, kuriais nustatomi genetinio algoritmo parametrai. Iš pradžių parenkama investuojama suma. Ji reikalinga nustatyti apyvartumo rodikliui. Kitais žingsniais parenkami mutacijos ir rekombinacijos parametrai t.y. jų procentas ir tipas. Pasirinkus iteracijų skaičių ties kuriuo baigiasi programos skaičiavimas, pasirenkame rodyti kiekvienos iteracijos rezultatą ir skaičiavimo laiką ar ne ir paspaudžiame mygtuką „Skaičiuoti“.

3.3. VISOS GALIMOS KOMBINACIJOS

Šis menu skirtas paskaičiuoti optimizuotą portfelį pereinant visus galimus portfelio derinius. Pasirinkus tikslo funkciją svarbu pasirinkti tikslumą su kuriuo bus patikrinamo visos kombinacijos. 100 reiškia, kad bus skaičiuojama procento tikslumą; 1000 reiškia, kad bus skaičiuojama promilės tikslumu.

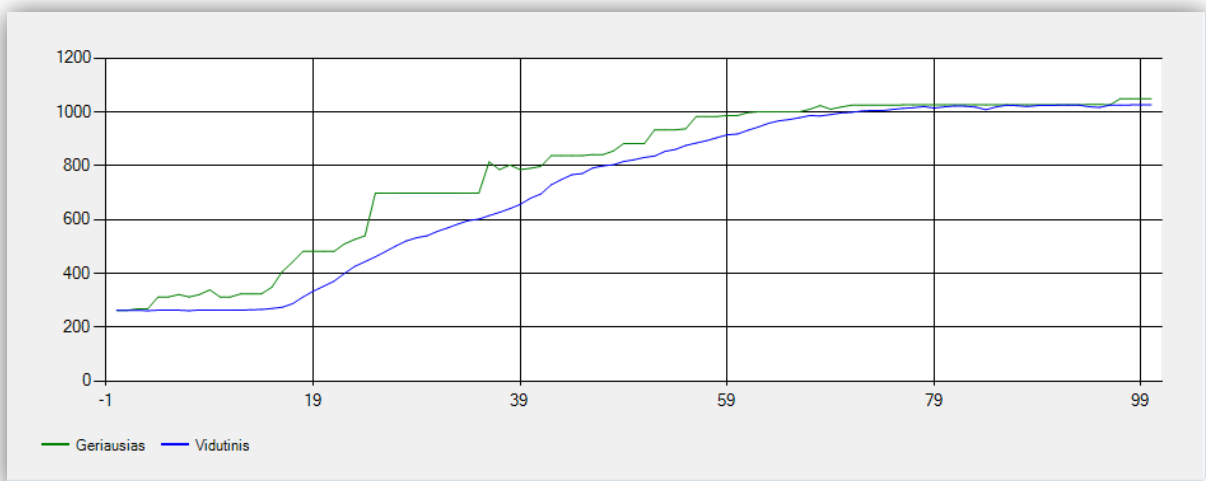
3.4. REZULTATŲ PATEIKIMAS

Visi skaičavimo rezultatai pateikiami dvejuose programos zonose. Pirmoje dalyje (3.6 pav. Optimizuotas portfelis) pateikiami optimizauoto portfelio rezultatai: portfelio sudėtis, kiekvienos iš akcijų grąža ir rizika, bei jų dalis visame portfelyje.

OPTIMIZED PORTFOLIO					
SYMBOL	NAME	RETURN	RISK	PERCENT	
AACC	Asset Acceptance Capital Corp.	-0,00139	0,01545	0,53%	
AAWW	Atlas Air Worldwide Holdings	0,02791	0,02305	4,66%	
ACIW	ACI Worldwide, Inc.	0,00785	0,03401	0,25%	
ACFN	Acorn Energy, Inc.	0,01760	0,03301	12,58%	
BNHN	Benihana Inc.	0,02132	0,04670	46,05%	
AAON	AAON, Inc.	0,01500	0,03458	3,22%	
ABTL	Autobytel Inc.	0,01580	0,02244	8,75%	
ABVA	Alliance Bankshares Corporation	-0,01212	0,02013	6,36%	
ACFC	Atlantic Coast Federal Corporation	-0,00777	0,11460	2,29%	
ACFW	Active Power, Inc.	0,03122	0,04595	9,11%	
ACET	Aceto Corporation	-0,00299	0,01678	4,01%	
BNCL	Beneficial Mutual Bancorp, Inc.	-0,00463	0,03901	2,19%	
PERCENT OF SAME IN POPULATION : 1,00%		PORTFOLIO :	0,01688	0,00002	100,00%

3.6 pav. Optimizuotas portfelis

Antroje dalyje pateikiamas grafikas kuriame vaizduojama kaip kinta geriausias ir vidutinis portfeliai kiekvienos iteracijos metu.



3.7 pav. Iteracijų geriausio ir vidutinio portfelio grafikas

IŠVADOS

Šiame darbe buvo pristatytas vertybinių popierių optimizavimas naudojant genetinį algoritmą. Derėtų paminėti, kad šis optimizavimo metodas gali būti pritaikytas betkokiam kiekiui ir betkokiam vertybinių popierių tipui turint pakankamai informacijos apie juos.

Tyrimas parodė, kad šis genetinio optimizavimo metodas pakankamai tiksliai sprendžia tiek klasikinį Markowitz gražos – rizikos uždavinį, tiek sudėtingesnius multiparametrinius portfelio optimizavimo uždavinius. Visiškai genetinio algoritmo analizė atskleidė, kad pritaikant šį metodą labai svarbu tinkamai parinkti netik populiacijos dydį tačiau ir pradinės populiacijos sudėtį. Parinkus realizaciją su lygių dalių pradine populiacija ji kurkas lėčiau konverguoja ieškant optimizuoto sprendinio. Modeliuojant optimizuotus vertybinių popierių portfelius laike gauta, kad optimizuoti portfeliai didžiąją eksperimentų dalimi turi didesnią gražą laikotarpio pabaigoje nei rinkų rodikliai. Geriausiu rezultatus turėjo Šarpo rodiklio ir reputacijos finansinis portfelis, prasčiausius Šarpo rodiklio ir apyvartumo portfelis.

Atlikus šį darbą galėčiau išskirti šiuos genetinio algoritmo naudojimo vertybinių popierių portfelių optimizavimui privalumus ir trūkumus:

Privalumai:

- Algoritmo lankstumas
- Galimybė susidoroti su netiesinėmis ir daug parametrų reikalaujančiomis problemomis.
- Pateikiamas „priimtinas sprendinys“ per „priimtina laiką“.

Trūkumai:

- Sudėtingas tikslo funkcijos sudarymas.
- Negaunamas tikslus sprendinys

REKOMENDACIJOS

Atliekant tolimesnius darbus reiktų atkreipti dėmesį į tikslesnę grąžos ir su ja susijusios rizikos nustatymą. Darbe naudoti istoriniai duomenys, kurie nenumato ateities grąžos ar jos tikėtinų nuokrypių, todėl derėtų šias statistikas keisti atliktais tiksliais statistiniais prognozavimais.

Saudarant optimizuotą portfelį realioje rinkoje reiktų atsižvelgti į daugiau parametrų, netik į apyvartumą ar listingavimo laiką. Tačiau nagrinėjant ir pridėdant tam tikrus naujus parametrus į genetinį portfelio optimizavimo algoritmą reiktų pasverti jo daromą įtaką visam portfeliui bei padėjusį skaičiavimo laiką.

ŠALTINIAI IR LITERATŪRA

1. Valakevičius, E. (2008). Investavimas finansų rinkose. Kaunas: Technologija.
2. Fisher, D. E., Jordan, R. J. (1983). Security analysis and portfolio management. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., Engelwood Cliffs
3. Estrada, J., Finance in a nutshell: A no-nonsense companion to the tools and techniques of finance. Prentice Hall, 2005
4. Holland, J. H. Adaptation in natural and artificial systems. The University of Michigan Press, 1975, Ann Harbor
5. Davis, L. (1991) Handbook of Genetic Algorithms. Van Nostrand Reinhold, New York
6. Vertybinių popierių rinka. LR įstatymai ir normatyviniai aktai. Informacijos ir leidybos centras, Vilnius, 1994.
7. Lin ir Gen. „An effective decision-based genetic algorithm approach to multiobjective portfolio optimization problem“ Applied Mathematical sciences, 201-210
8. Kraujalis, Š. (2001). Lietuvos bankų investavimo kriterijai. Pinigų studijos, 4.
9. Vasiliauskaitė D. 2004. Optimalaus vertybinių popierių portfelio sudarymo ypatumai. Ekonomika: mokslo darbai. Vilnius. – Nr. 67. – P. – 117-129.
10. Aleknevičienė, V. 2004. Įmonės finansų valdymas. Kaunas: LŽŪU leidybos centras.
11. Nedzveckas, J.; Rasimavičius, G. 2001. Veiksnių atranka akcijų portfelio sudarymui ir valdymui. Ekonomika ir vadyba. Kaunas: Technologija. P. 93 – 100.
12. Rasimavičius, G. 2000. Akcijų portfelio sudarymas ir valdymas besikuriančioje rinkoje: daktaro disertacija. Kaunas
13. Glover, F., Heuristics for integer programming using surrogate constraints. *Decision Sciences* 8 (1977) 156-166.
14. Xia, Y., Liu, B., Wang, S. and Lai, K.K., A model for portfolio selection with order of expected returns. *Computers & Operations Research* 27 (2000) 409-422.
15. Holland, J.H., *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. (1975). Anne Arbour. University of Michigan Press.
16. D. E. Fisher, R. J. Jordan “Security analysis and portfolio management”, 5th edition, 1991.
17. <http://finance.yahoo.com/> - istoriniai akcijų duomenys