



**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
TAIKOMOSIOS MATEMATIKOS KATEDRA**

Vytautas Ušackas

**LIETUVOS PENSIJŲ SISTEMOS
MODELIAVIMAS IR TYRIMAS
NEURONINIAIS TINKLAIS**

Magistro darbas

**Vadovas
doc. dr. G. Račkauskas**

KAUNAS, 2008



**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
TAIKOMOSIOS MATEMATIKOS KATEDRA**

**TVIRTINU
Katedros vedėjas
doc. N.Listopadskis
2008 06 06**

**LIETUVOS PENSIJŲ SISTEMOS
MODELIAVIMAS IR TYRIMAS
NEURONINIAIS TINKLAIS**

Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas

**Vadovas
doc.dr. G. Račkauskas**

2008 06 06

**Recenzentas
doc. dr. V. Karpickaitė
2008 06 06**

**Atliko
FMMM-6 gr. stud.
V. Ušackas
2008 06 06**

KAUNAS, 2008

KVALIFIKACINĖ KOMISIJA

Pirmininkas: Leonas Saulis, profesorius (VGTU)

Sekretorius: Eimutis Valakevičius, docentas (KTU)

Nariai: Algimantas Jonas Aksomaitis, profesorius (KTU)

Vytautas Janilionis, docentas (KTU)

Vidmantas Povilas Pekarskas, profesorius (KTU)

Rimantas Rudzkis, habil. dr., valdybos pirmininko pavaduotojas (DnB NORD Bankas)

Zenonas Navickas, profesorius (KTU)

Arūnas Barauskas, dr., vice-prezidentas projektams (UAB „Baltic Amadeus“)

Ušackas V. Simulation analysis of the Lithuanian pension system using neural networks, Master's work in applied mathematics / supervisor doc. dr. G. Račkauskas, Department of Applied mathematics, Faculty of Fundamental Sciences, Kaunas University of Technology. – Kaunas, 2008. – 66 p.

SUMMARY

At present Lithuanian pension system is made by the three pillar pension system. The State Social Insurance Fund Board system was need to change for numerous reasons: the high rate of social insurance contributions, low benefits, negative demographic trends, avoidance of social insurance contribution, political risks, public senescence, circulating illegal work contract, etc. The first (state mandatory) pillar consists of the Social Insurance Pensions financed by the State Social insurance Fund Budget and thus from social contributions. It is of a PAYG (Pay-As-You-Go) type: resources coming from contributions are not capitalized but used to pay current benefits. The second pillar is represented by supplementary funded pensions introduced in December 2002. Part of contributions can be shifted to private pension funds. The further voluntary and private pillars are represented by voluntary accumulation for old-age to pension funds or insurances companies. Its growth is favoured by tax incentives.

In this work we will analyze is voluntary saving pension insurance effective or not. Also we will analyze the situation of this insurance nearly 40 years. The data which is need to perform this analyze we will forecast from having statistical data and using neural networks.

We will also create a multifunction program in C++ programming language, to perform all mentioned task. According to the program count results we will compare the first and the second pillar of the Lithuanian pension system, and do findings.

TURINYS

ĮVADAS	7
1. BENDROJI DALIS	8
1.1. NAUDOJAMOS SAŲOKOS IR APIBRĖŽIMAI	8
1.2. LIETUVOS PENSIJŲ SISTEMA.....	10
1.2.1. Lietuvos pensijų sistemos raida iki reformų.....	10
1.2.2. I-oji pakopa.....	11
1.2.3. Lietuvos pensijų sistemos reformos.....	12
1.3. MATEMATINĖ DALIS	18
1.3.1. Periodiniai mokėjimai	18
1.3.2. Komutuojančios funkcijos	20
1.3.3. Mirtingumo intensyvumas.....	21
1.3.4. Trupmeninių argumentų funkcijos.....	22
1.3.4. Trikampis skirstinys.....	22
1.3.6. Neuroniniai tinklai	23
1.4. PROGRAMINĖ ĮRANGA.....	30
2. TIRIAMOJI DALIS.....	31
2.1. SUKURTOS PROGRAMOS APRAŠYMAS IR PRIELAUDŲ BAZĖS PARINKIMAS	31
2.1.1. Bruto darbo užmokesčio skaičiavimo analizė ir prognozė.....	31
2.1.2. Prielaidos dalyvaujant pensijų kaupime	35
2.1.3. Pensijų apskaičiavimas.....	36
2.1.4. Prielaidos SoDros pensijos skaičiavime.....	36
2.1.5. Prielaidos anuiteto skaičiavime	37
2.1.6. Bazinės pensijos ir draudžiamųjų pajamų modeliavimas neuroniniais tinklais	40
2.1.7. Apskaitos vieneto vertės modeliavimas neuroniniais tinklais.....	41
2.2. PENSIJŲ SISTEMOS MODELIAVIMO REZULTAI IR JŲ ANALIZĖ	44
2.2.1. Modeliavimo rezultatai, kai atskaitos metais laikomi 2009 m.....	45
IŠVADOS	59
LITERATŪRA.....	60
1 PRIEDAS Programos darbo langų pavyzdžiai	61
2 PRIEDAS Programos teksto fragmentas	66

LENTELIŲ SĄRAŠAS

1.1 lentelė Pagrindinės komutuojančios funkcijos	20
1.2 lentelė Atlyginimų pogrupių maksimalių darbo užmokesčių santykiai su vidutiniu	33
2.1 lentelė 2009 metų mėnesiniai bruto darbo užmokesčiai	46
2.2 lentelė Vyrų sukauptos sumos pensijų fonde, kaupimą pradėdant 2009 m.	47
2.3 lentelė Vyrų, pradėjusių kaupimą 2009 m., anuitetai	47
2.4 lentelė Vyrų, pasilikusių valstybinėje socialinio draudimo sistmoje, pensijos	48
2.4 lentelė Vyrų, pradėjusių kaupimą 2009 m., vidutinės pakeitimo normos	50
2.5 lentelė Mažas pajamas („2xIII“) gaunančių vyrų optimali kaupimo momento pradžia	51
2.6 lentelė Vidutines pajamas („3xI“) gaunančių vyrų optimali kaupimo momento pradžia	52
2.7 lentelė Dideles pajamas („10xII“) gaunančių vyrų optimali kaupimo momento pradžia	53
2.8 lentelė Moterų, pradėjusių kaupimą 2009 m., vidutinės pakeitimo normos	54
2.9 lentelė Mažas pajamas („2xIII“) gaunančių moterų optimali kaupimo momento pradžia	56
2.10 lentelė Vidutines pajamas („3xI“) gaunančių moterų optimali kaupimo momento pradžia	57
2.7 lentelė Dideles pajamas („10xII“) gaunančių moterų optimali kaupimo momento pradžia	57

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1.2.1 pav. Pinigų pasiskirstymas I pakopoje	12
1.2.2 pav. Trijų pakopų pensijų sistema	14
1.2.3 pav. II pakopos pensinio aprūpinimo schema	14
1.2.4 pav. Pinigų pasiskirstymas II pakopoje	15
1.3.1 pav. Trikampio skirstinio tankio ir pasiskirstymo funkcijos	23
1.3.2 pav. Dirbtinio neurono sandara	24
1.3.3 pav. Daugiasluoksnių perceptronų tipo neuroninis tinklas	25
1.3.4 pav. Vienkrypčio ryšio neuroninis tinklas	25
1.3.5 pav. Grįžtamojo ryšio neuroninis tinklas	25
2.1.3 pav. Techninės ir realios palūkanų normos kitimo grafikas	39
2.1.4 pav. Bazinės pensijos neuroninio tinklo struktūra	40
2.1.5 pav. Draudžiamųjų pajamų neuroninio tinklo struktūra	40
2.1.6 pav. Vidutinio darbo užmokesčio (VDU), bazinės pensijos (BP) ir Draudžiamųjų pajamų modeliavimo rezultatai	41
2.1.7 pav. Apskaitos vieneto vertės neuroninio tinklo struktūra	42
2.1.8 pav. Metinės AV vertės pokyčio modeliavimo pavyzdys	43
2.1.8 pav. „2xII“, „3xI“ ir „10xII“ algų grupių kaupimo ir Sodros pensijos	49

ĮVADAS

Naujoji, reformuota Lietuvos pensijų sistema, skaičiuoja jau ketvirtuosius savo gyvavimo metus. Kol kas tai dar per trumpas laikotarpis, kad būtų galima daryti vienokias ar kitokias išvadas. Objektyviai įvertinti valdymo įmonių pasiektą rezultatą bus galima tik po kelerių metų, nes dabartiniai ir labai geri, ir labai prasti investavimo veiklos rezultatai gali būti atsitiktiniai, ir netolimoje ateityje gali kardinaliai pasikeisti, todėl neverta daryti jokių skubotų išvadų iš skelbiamų pensijų fondų veiklos rezultatų.

Šiuo metu Lietuvoje veikia trisdešimt vienas II-os pakopos ir devyni III-os pakopos pensijų fondai. Gyventojų susidomėjimas papildomu kaupimu irgi gana nemažas – šiuo metu šia galimybe yra pasinaudoję jau daugiau kaip pusė šalies gyventojų.

Buvusią „Sodros“ sistemą reikėjo keisti, nes jos biudžetui buvo iškilusi grėsmė atsidurti giliame deficite, dėl blogėjančio mokymų mokėtojų ir išmokų gavėjų santykio, gyventojų senėjimo, plintančio neformalaus užimtumo. Sistema nebuvo radikalai pertvarkyta — apdraustiesiems buvo pasiūlyta galimybė dalį savo valstybinio socialinio pensijų draudimo mokymų savanoriškai kaupti privačiuose fonduose. Fonduose kaupiamos lėšos būtų investuojamos, todėl tai duotų teigiamų rezultatų ne tik gyventojams, kurie ateityje galėtų gauti didesnes pensijas, bet ir Lietuvos investiciniam kapitalui: akcijų rinkai, atsirandantiems ilgalaikiams vyriausybės ir įmonių vertybiniais popieriams.

Naujojoje pensijų kaupimo sistemoje gali dalyvauti asmenys, draudžiami visomis socialinio draudimo rūšimis. Gyventojų gaunami atlyginimai pasižymi gana didele diferenciacija, todėl daugumai jų prieš apsisprendžiant dalyvauti kaupime ar ne, būtina žinoti, kaip dalyvavimas pensijų kaupime įtakotų jų gaunamas pensijas, pasitraukus iš darbo rinkos. Atsakymo į šį klausimą paieška ir yra šio darbo tikslas. Jam pasiekti reikia sukurti pakankamai universalų įrankį, atspindintį esminius naujosios pensijų sistemos bruožus ir suteikiantį bent preliminarią prognozę apie kaupimo efektyvumą.

Taigi, pagrindiniai šio darbo tikslai yra :

- Išsamiai išnagrinėti reformuotos pensijų sistemos pakopas;
- Pasitelkiant neuroninius tinklus, sukurti įrankį (programą), leidžiantį modeliuoti įvairius dalyvavimo scenarijus reformuotoje pensijų sistemoje;
- Parinkti korektišką ir pagrįstą pradinių prielaidų bazę ir ją realizuoti sukurtoje programoje;
- Sukurtuoju įrankiu atlikti Lietuvos pensijų sistemos modeliavimą ir jo analizę.

1. BENDROJI DALIS

1.1. NAUDOJAMOS SĄVOKOS IR APIBRĖŽIMAI

Valstybinis socialinis draudimas – valstybės nustatytų socialinių ekonominių priemonių sistema, teikianti apdraustiesiems Respublikos gyventojams, taip pat įstatymo numatytais atvejais apdraustųjų šeimų nariams gyvenimui reikalingų lėšų ir paslaugų, jei jie negali dėl įstatymo numatytų priežasčių apsirūpinti iš darbo ir kitokių pajamų arba dėl įstatymo numatytų svarbių priežasčių turi papildomų išlaidų. Įgyvendinant valstybinį socialinį draudimą, dalyvauja draudėjų ir draudžiamųjų interesus ginančios organizacijos.

Valstybinio socialinio draudimo įmoka – šiame įstatyme draudėjui ar apdraustajam nustatyta piniginė prievolė Valstybinio socialinio draudimo fondo biudžetui.

Valstybinio socialinio draudimo išmoka – apdraustiesiems mokamos pensijos, ligos, motinystės ir motinystės (tėvystės) pašalpos bei Nelaimingų atsitikimų darbe ir profesinių ligų socialinio draudimo, Bedarbių rėmimo įstatymuose numatytos draudimo išmokos, skiriamos įvykus draudimui įvykiui.

Draudėjai – visi viešieji ir privatūs juridiniai asmenys, kurie privalo apskaičiuoti, išskaityti ir įmokėti į Valstybinio socialinio draudimo fondo biudžetą iš apdraustųjų asmenų pajamų mokamas valstybinio socialinio draudimo įmokas, taip pat fiziniai asmenys, kurie patys privalo mokėti valstybinio socialinio draudimo įmokas Lietuvos Respublikos Vyriausybės nustatyta tvarka.

Apdraustasis – asmuo draudžiamas valstybiniu socialiniu draudimu.

Valstybinio socialinio draudimo įmokos dalies kaupimas (toliau – **pensijų kaupimas**) – valstybės nustatytų priemonių sistema, suteikianti teisę Lietuvos Respublikos gyventojams, draudžiamiems privalomuoju valstybiniu socialiniu draudimu, kaupti pensijų kaupimo bendrovėje šio Įstatymo nustatytą valstybinio socialinio pensijų draudimo įmokos dalį, ją investuojant ar reinvestuojant į diversifikuotą investicijų portfelį bei įstatymų nustatytais sąlygomis gauti pensijų išmokas.

Pensijų kaupimo bendrovė – pensijų fondų valdymo įmonė ar gyvybės draudimo įmonė, turinti priežiūros institucijos išduotą leidimą ar licenciją Lietuvos Respublikos teritorijoje verstis šio Įstatymo nustatyta pensijų kaupimo veikla.

Pensijų fondas – fiziniams asmenims, savanoriškai kaupiantiems pensijas bei mokantiems pensijų įmokas į pensijų fondą, bendrosios dalinės nuosavybės teise priklausantis pensijų turtas, kurio valdymas perduotas pensijų fondo valdymo įmonei ir kuris investuojamas pagal to pensijų fondo taisykles.

Kaupiamoji pensijų įmoka (toliau – **pensijų įmoka**) – valstybinio socialinio pensijų draudimo įmokos dalis, kaupiama dalyvio asmeninėje pensijų sąskaitoje, atidarytoje jo pasirinktoje pensijų kaupimo bendrovėje.

Pensijų fondo dalyvis (toliau – dalyvis) – asmuo, su kuriuo arba kurio naudai yra sudaryta pensijų kaupimo sutartis ir kurio vardu atidaryta asmeninė pensijų sąskaita.

Pensijų įmokų mokėtojas – pensijų fondo dalyvis, jo darbdavys ar trečiasis asmuo, mokantis pensijų įmokas ar jų dalį.

Pensijų kaupimo sutartis – įstatymų nustatyta tvarka pensijų įmokų kaupimo laikotarpiui sudaryta sutartis tarp asmens, draudžiamo privalomuoju valstybiniu socialiniu draudimu, ir pensijų kaupimo bendrovės dėl pensijų įmokos kaupimo asmens pensijų sąskaitoje, atidarytoje šioje bendrovėje.

Priežiūros institucija:

1) pagal Draudimo įstatymą draudimo įmonių veiklos priežiūrą vykdanči institucija (toliau – draudimo priežiūros institucija);

2) Vertybinių popierių komisija, atliekanti valdymo įmonių priežiūrą.

Pensijų anuitetas (toliau - **anuitetas**) – dalyviui iki gyvos galvos mokama periodinė pensinė išmoka, kurios visa išmokėjimo rizika tenka išmokų mokėtojui – gyvybės draudimo bendrovei.

Gyvybės draudimo bendrovė – įmonė, įsteigta ir veikianti Akcinių bendrovių ir Draudimo įstatymų nustatyta tvarka.

Senatvės pensinis amžius – amžius, kurio sulaukęs, asmuo, įgijęs ne mažesnę kaip minimalų socialinio pensijų draudimo stažą, turi teisę gauti senatvės pensiją.

Papildomo savanoriško pensijų kaupimo veikla (toliau – pensijų kaupimo veikla) – finansinė veikla, kurią sudaro piniginių lėšų pagal pensijų kaupimo sutartis rinkimas, jų investavimas ar reinvestavimas į diversifikuotą investicijų portfelį ir pensijų išmokų mokėjimas šiame Įstatyme ir pensijų fondo taisyklėse nustatytais sąlygomis kaupime dalyvaujantiems asmenims, bei kita su tuo susijusi veikla.

Vidutinis mėnesinis bruto darbo užmokestis – ikimokestinis darbo užmokestis, tenkantis vienam samdomajam darbuotojui (neatskaičius fizinių asmenų pajamų ir socialinio draudimo mokesčių, kuriuos moka darbuotojas). Į jį įskaitoma: darbo užmokestis už atliktą darbą ar dirbtą laiką, priemokos, priedai reguliarios ar vienkartinės premijos, darbo užmokestis už nedirbtą laiką (atostogas, prastovas ir t.t. Neįskaitoma: išėtinės pašalpos ir kompensacijos, delspinigiai ir t.t.

Vidutinis mėnesinis neto darbo užmokestis – pomokestinis darbo užmokestis, apskaičiuojamas iš vidutinio mėnesinio bruto darbo užmokesčio atimant fizinių asmenų pajamų ir socialinio draudimo mokesčius, kuriuos moka darbuotojas.

1.2. LIETUVOS PENSIJŲ SISTEMA

1.2.1. Lietuvos pensijų sistemos raida iki reformų

Lietuva ilgai buvo agrarinė valstybė. Socialinis draudimas buvo įteisintas tik 1926 m., bet jis nebuvo visuotinis. Veikė tik atskiros draudimo rūšys. 1940 m. sovietų okupacija nutraukė dar nespėjusias susiklostyti socialinio draudimo tradicijas.

Atkūrus nepriklausomą Lietuvos valstybę, prasidėjo radikali socialinio aprūpinimo sistemos reforma. Jos pagrindinis tikslas buvo išskirti į atskiras globos bei rūpybos, darbo biržų ir socialinio draudimo sritis. Tai buvo padaryta 1990 m., priėmus Lietuvos Respublikos valstybinio socialinio aprūpinimo pagrindų įstatymą. Tais pačiais metais prie Socialinės apsaugos ministerijos buvo įsteigta Vyriausioji valstybinio socialinio draudimo valdyba, kurios užduotis - organizuoti Lietuvoje valstybinį socialinį draudimą.

Valstybinio socialinio draudimo sistema kūrėsi gana sparčiai. Per penkerius metus (1991- 1995 m.) buvo padėti jos teisiniai pamatai (priimti Valstybinio socialinio draudimo bei Valstybinių socialinio draudimo pensijų įstatymai), suformuoti struktūriniai padaliniai, sukurta kompiuterinė informacinė duomenų bazė.

Lietuva pasirinko ne tik Europoje, bet ir daugelyje pasaulio šalių dominuojantį socialinio draudimo modelį PAYG (Pay-As-You-Go). Jis grindžiamas kartų solidarumo principu: jauni ir sveiki žmonės dalį savo uždirbtų lėšų skiria tiems, kurie dėl senatvės, invalidumo, ligos ar netekę darbo negali dirbti ir užsidirbti. Socialinio draudimo garantijos teikiamos iš lėšų, kurios surenkamos iš šiuo metu dirbančių žmonių. Teisę gauti valstybinio socialinio draudimo išmokas įgyja tik tie žmonės, kurie tam tikrą įstatymuose numatytą laikotarpį dirbo ir mokėjo valstybinio socialinio draudimo įmokas. Jų nemokėję gali tikėtis valstybės, bet ne socialinio draudimo paramos. Lietuvos valstybinio socialinio draudimo sistema (sutrumpintai ji vadinama "Sodra") universali ir apima beveik visus krašto gyventojus.

Lietuvos Respublikoje privalomai draudžiami žmonės, dirbantys pagal darbo sutartis, taip pat narystės pagrindais renkamosiose institucijose, ūkinėse bendrijose, žemės ūkio bendrovėse arba kooperatinėse organizacijose ir gaunantys atlyginimą už darbą, taip pat individualių (personalinių) įmonių savininkai ir jiems prilyginti savarankiškai dirbantys asmenys, ūkininkai ir dirbantys ūkyje pilnamečiai jų šeimų nariai. Už samdomąjį darbą dirbančius žmonės valstybė imasi didesnės atsakomybės.

Individualių įmonių savininkai ir jiems prilyginti savarankiškai dirbantys asmenys, privalomai draudžiami tik pagrindinei (bazinei) pensijai ir laidojimo pašalpai.

Savarankiškai dirbantiems asmenims taip pat sudarytos sąlygos gauti kitas socialinio draudimo garantijas. Priimti įstatymai leidžia jiems savanoriškai draustis tam tikroms socialinio draudimo garantijoms. Norintys gauti abi pensijos dalis - pagrindinę (bazinę) ir papildomą, gali draustis savanoriškai ir be privalomosios pusės bazinės pensijos dydžio įmokos dar mokėti kas mėnesį po 15 proc. nuo pačių deklaruoto uždarbio, bet ne mažesnio už Vyriausybės nustatytą minimalią mėnesinę algą (ji šiuo metu 800 Lt).

Valstybinį socialinį draudimą Lietuvoje vykdo Valstybinio socialinio draudimo fondas. Tai viena iš didžiausių ir svarbiausių institucijų, vykdančių Socialinės apsaugos ir darbo ministerijos formuojamą socialinę politiką. Fondas turi savarankišką biudžetą, į kurį renkamos privalomos valstybinio socialinio draudimo įmokos. Įmokų tarifą nustato Seimas ir Vyriausybė. (Nuo 1991 m. įmokų tarifas - 31 proc., dabar 34 proc.). Iš surinktų lėšų apdraustiems šalies gyventojams mokamos pensijos, pašalpos, kompensacijos.

Socialinio draudimo funkcijas atlieka 53 miestuose ir rajonuose veikiančios teritoriniai "Sodros" skyriai. Jie rūpinasi valstybinio socialinio draudimo įmokų surinkimu, registruoja ir kontroliuoja draudėjus, atsako už teisingai ir laiku išmokamas pensijas, pašalpas, kompensacijas.

1.2.2. I-oji pakopa

Senatvės pensiją sudaro dvi dalys: pagrindinė, vienoda visiems gavėjams, turintiems būtinaji draudimo stažą, bei papildoma, priklausanti nuo įgyto draudimo stažo bei gauto uždarbio, nuo kurio buvo mokėtos valstybinio socialinio pensijų draudimo įmokos.

Valstybinės socialinio draudimo senatvės pensijos papildoma dalis apskaičiuojama asmenims, turintiems teisę gauti valstybinę socialinio draudimo senatvės pensiją ir turintiems valstybinio socialinio pensijų draudimo stažą, įgytą dirbant pagal darbo sutartį, narystės ar tarnybos pagrindu, pagal formulę $0,005 \times S \times K \times D$.

Valstybinė socialinio draudimo senatvės pensija apskaičiuojama pagal formulę:

$$\text{Pensija} = B + 0.005 S \cdot K \cdot D$$

dydis B – socialinio draudimo bazinė pensija;

dydis S – asmens valstybinio socialinio pensijų draudimo stažas, įgytas dirbant pagal darbo sutartį, narystės ar tarnybos pagrindu;

dydis K – asmens draudžiamųjų pajamų koeficientas;

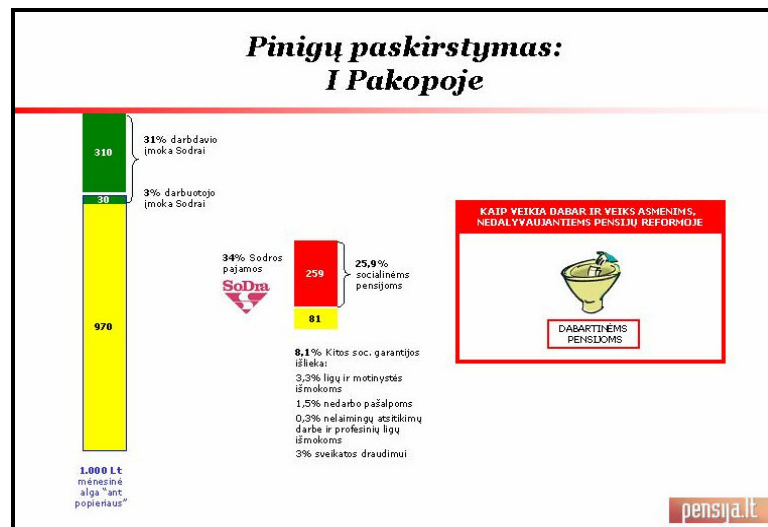
dydis D – Vyriausybės patvirtintos einamųjų metų draudžiamosios pajamos, galiojančios tą mėnesį, už kurį mokama pensija.

1.2.3. Lietuvos pensijų sistemos reformos

Lietuvoje pastarąjį dešimtmetį dviem etapais įgyvendinta didelė pensijų reforma ir pirmą kartą šalyje sukurta visą apimanti nacionalinė pensijų sistema.

Pirmasis pensijų sistemos reformos etapas

Per pirmąjį etapą, pradėtą įgyvendinti nuo 1995 metų, reformuota pagrindinė – socialinio draudimo einamojo finansavimo pensijų sistema (I-oji pakopa). Reforma buvo siekiama griežtai įgyvendinti socialinio draudimo principus, atsisakyti iš ankstesnių laikų paveldėtų išimčių ir privilegijų. Todėl teisė į pensijas griežčiau susieta su valstybinio socialinio pensijų draudimo (toliau – socialinis draudimas) laikotarpiu, o socialinio draudimo pensijų dydžiai susieti su asmens mokėtų valstybinio socialinio pensijų draudimo įmokų (toliau – įmokos) dydžiais. Pradėtas ilginti senatvės pensijos amžius, kuris iki reformos buvo 55 metai moterims ir 60 metų vyrams (nuo 2006 metų jis pasiekė 60 metų moterims, o vyrams 62,5 metų pensinis amžius taikomas nuo 2003 metų). Iš esmės panaikintos anksčiau egzistavusios kai kurių profesinių ir socialinių grupių ankstyvo išėjimo į pensiją galimybės bei privilegijos. Nuo socialinio draudimo atskirtos ir į specialią neįmokinę pensijų sistemos dalį pertvarkytos pensijos, kurių skyrimas susietas su tam tikromis profesinėmis arba politinėmis priežastimis (tai papildomos valstybinės pensijos – pareigūnų ir karių, nukentėjusiųjų asmenų, nusipelnusiųjų asmenų ir kt.). Šios pensijos mokamos kartu su socialinio draudimo pensijomis. Asmenims, dėl objektyvių priežasčių neįgijusiems socialinio draudimo teisių, pradėtos skirti šalpos pensijos iš valstybės biudžeto lėšų. Taip iš esmės buvo pertvarkyta I-oji pensijų pakopa.



1.2.1 pav. Pinigų pasiskirstymas I pakopoje

Socialinio aprūpinimo sistemai paprastai keliami dviejų rūšių tikslai:

- suteikti minimalų saugumą, kai asmuo netenka pajamų (dėl senatvės, invalidumo, nedarbo),
- ir/arba užtikrinti gyvenimo lygį, buvusį iki pajamų praradimo.

Socialinis draudimas Lietuvoje deklaruoja abu šiuos tikslus, tačiau praktiškai nepasiekia nė vieno iš jų – mažiau uždirbę ir mažesnes įmokas mokėję žmonės iš Sodros išmokų negali pragyventi, o didesnes pajamas turėjusiems ir didesnes įmokas mokėjusiems asmenims šios išmokos neužtikrina turėto gyvenimo lygio nebedirbant.

Lietuvos visuomenė, kaip ir kitose Europos valstybėse senėja. Valstybei vis sunkiau spręsti pagyvenusių žmonių gerovės klausimą, kadangi tą patį „pyragą“, susidedantį iš dabartinių mokesčių mokėtojų įmokų, tenka dalinti vis didesniam pagyvenusių žmonių būriui.

Žmonės jaučia, kad jie įmoka gerokai daugiau nei gauna iš valstybinio socialinio draudimo – šių įmokų grąža dažnai yra neigiama. Tai ypač pasakytina apie tuos, kurie gauna didesnes pajamas – nemaža jų įmokų dalis eina ne tik mažiau pasiturintiems, bet ir daugybei neracionalių pašalpų, valdymo aparato išlaikymo išlaidoms.

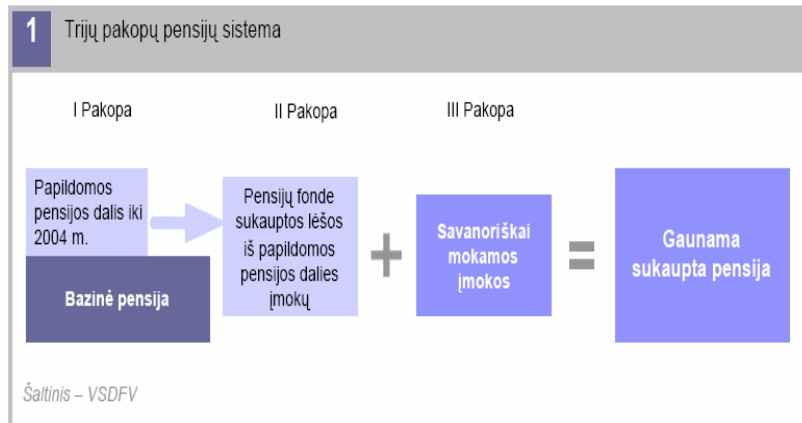
Valstybinės pensijos, kad ir kaip jos būtų apskaičiuojamos, sudaro tik nedidelę dalį asmens pajamų senatvėje. Ši problema sprendžiama antruoju reformos etapu, įvedant naują pensijų kaupimo sistemą, kurioje žmogus pats kaupis lėšas savo senatvei.

Antrasis pensijų sistemos reformos etapas

Antrasis reformos etapas buvo pradėtas 2003 metų liepos 4-ąją, priimant pensijų kaupimo ir pensijų fondų pakeitimo įstatymus, kurie atitinkamai reglamentavo valstybinio socialinio draudimo įmokos dalies ir papildomo savanoriško pensijų kaupimo organizavimo sąlygas bei tvarką valdymo įmonės valdomuose pensijų fonduose. Taip buvo sudarytos sąlygos startuoti II-ajai pensijų pakopai, kurioje gali dalyvauti socialinio draudimo pensijų sistemos dalyviai, perkeldami dalį privalomų įmokų į pensijų fondus. Taigi, jie vietoje dalies socialinio draudimo pensijos pradėjo kaupti pensijų turtą individualiose sąskaitose, kurios valdomos privačių pensijų kaupimo bendrovių. Šiuo reformos etapu buvo siekiama pasinaudoti laikinai palankia demografinė situacija ir dalį socialinio draudimo įmokų sukaupti asmeninėse dalyvių sąskaitose, taip jas atidedant „blogiems laikams“, kai demografinė situacija bus kur kas blogesnė. Tuo pačiu dalis valstybės išpareigojimų laipsniškai perkeliama į privataus sektoriaus išpareigojimus būsimiems pensininkams.

Taigi, nuo 2004 metų, pradėjus veikti naujam pensijų kaupimui, pensijų sistemą sudaro trys dalys (pakopos):

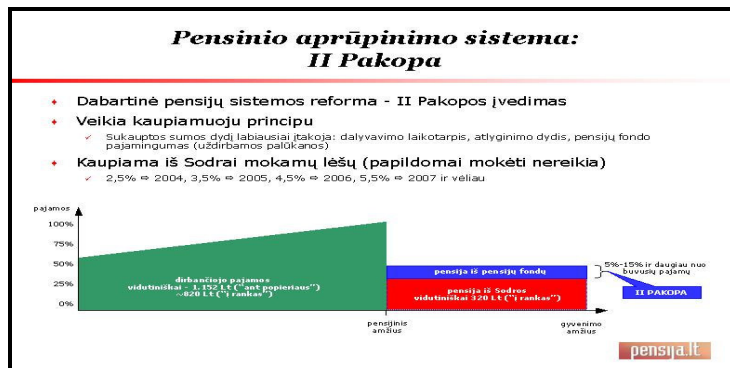
- valstybinis socialinis pensijų draudimas (I-oji pakopa),
- kaupimas senatvės pensijai iš dalies socialinio draudimo įmokų pensijų fonduose (II-oji pakopa),
- papildomas kaupimas pensijai gyvybės draudimo įmonėse ar pensijų fonduose (III-ioji pakopa).



1.2.2 pav. Trijų pakopų pensijų sistema

II pakopa

Pasirinkus pensijų kaupimą, valstybinio socialinio pensijų draudimo įmokų dydis ir jų mokėjimo principas nesikeis. Darbdavys ir darbuotojas toliau mokės nustatytą (34 proc. – 31 proc. darbdavys ir 3 proc. darbuotojas) įmoką Sodrai, o ši atskaitys dalį sumos pensijų fondams. Tokiu atveju, sulaukęs pensinio amžiaus, asmuo gaus pensiją ne tik iš Sodros, bet ir iš pensijų fondo, kuriame kaupė lėšas papildomai.



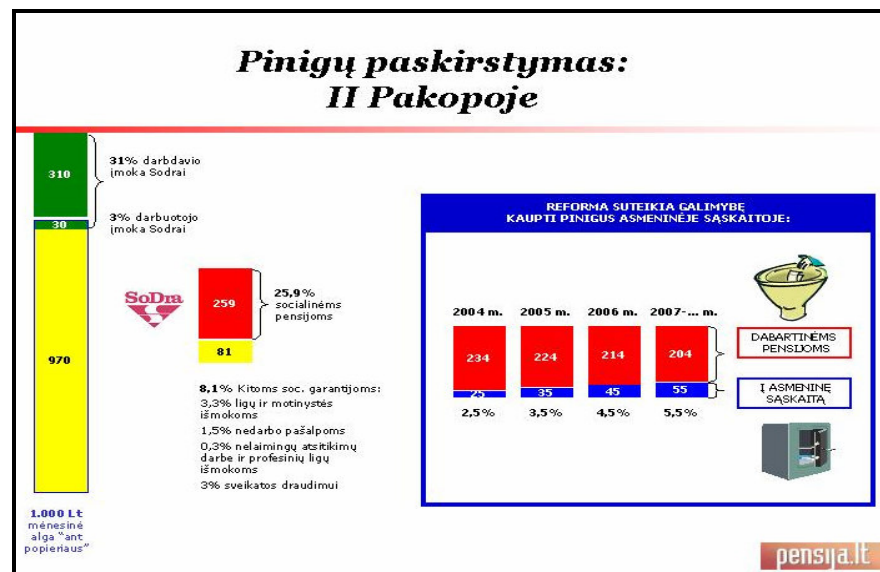
1.2.3 pav. II pakopos pensinio aprūpinimo schema

Jei asmuo nusprendžia kaupti pensiją specialiaame fonde, tolesnis dalyvavimas negali būti nutrauktas, išskyrus visišką negalios atvejį arba pirmą kartą sudarytą pensijų kaupimo sutartį per 30 kalendorinių dienų nuo sutarties sudarymo, raštu pranešdamas pensijų kaupimo bendrovei apie sutarties

nutraukimą. Pensijų kaupimo dalyvis negali visiškai pasitraukti iš fondo, tačiau turi teisę pereiti į kitą pensijų kaupimo bendrovę, išskyrus pirmuosius trejus metus nuo pensijų kaupimo sutarties sudarymo.

Pensijų kaupimo sutartis su pensijų fondais sudariusieji iki 2003 gruodžio 1 d., dalyvauti pensijų kaupime pradėjo nuo 2004 sausio 1 d., sutartis sudariusieji iki 2004 liepos 1 d. – nuo 2005 sausio 1 d., sudariusieji iki 2005 liepos 1 d. – dalyvauja nuo 2006 metų sausio 1 d. Norintys dalyvauti vėlesniais metais, sutartis turės sudaryti iki prieš tai einančių metų liepos 1 d. Ši taisyklė netaikoma naujai atėjusiems į darbo rinką ir pirmą kartą gavusius socialinio draudimo pažymėjimą. Jie sutartis gali sudaryti iki spalio mėnesio 1 d.

Pensijų įmokos, nukreipiamos į pensijų fondus, yra dalyvio valstybinio socialinio draudimo įmokų tarifo dalis. Kitaip tariant, įmoka nebus papildomos asmens išlaidos, tai bus procentine išraiška apskaičiuota Sodrai mokamų lėšų dalis. Pensijų įmokas į dalyvių pasirinktas pensijų kaupimo bendroves Vyriausybės nustatyta tvarka perveda Valstybinio socialinio draudimo fondo įstaigos. Net ir tuo atveju, jei dalyvis kuriam laikui ar visai nustoja mokėti kaupiamąsias įmokas (praradus darbą, išvykus iš šalies, tapus nedarbingu), sukauptos lėšos ir toliau “dirbs” pensijų fonde (bus investuojamos) ir lauks, kada jam sueis pensinis amžius. Jei dalyvis pradės vėl dirbti įmokos iš karto bus pervedamos į sąskaitą pasirinktame pensijų fonde.



1.2.4 pav. Pinigų pasiskirstymas II pakopoje

Mažiau mokant įmokų “Sodrai”, sumažės tik papildomoji pensijos dalis – bazinės pensijos dydžiui tai neturės įtakos. Ji nemažės ir už tą laikotarpį, kai dalyvis nedalyvauja kaupime. Papildoma pensijos dalis už dalyvavimo laikotarpį bus mažinama pagal kaupiamųjų įmokų ir įmokų socialinio draudimo papildomai pensijos daliai dydžių santykį.

Didžiausia dalis socialinio draudimo įmokų skiriamos pensijoms finansuoti (25,9% nuo atlyginimo). Mokantys pilno dydžio įmokas yra apdraudžiami visai socialinio draudimo pensijai (ir bazinei, ir papildomai daliai). Tokie asmenys gali tapti naujos pensijų kaupimo sistemos dalyviais. Individualių įmonių savininkai, kurie moka įmokas ne tik bazinei pensijai, bet ir papildomai pensijos daliai, taip pat gali dalį pastarųjų įmokų pervesti kaupimui.

Pensijos pradamos mokėti tik sulaukus senatvės pensijos amžiaus. Kiekvienas asmuo turi teisę nukelti pensijos mokėjimo pradžią.

Išmokų mokėjimo būdai:

- Vienkartinė išmoka arba periodinės išmokos. Šios neišmokėtos išmokos gavėjo mirties atveju paveldimos.
- Pensijų anuitetas. Privalomas, kai apskaičiuoto bazinio pensijų anuiteto dydis ne mažesnis kaip pusė valstybinės socialinės pensijos dydžio. Paveldėjimas nustatomas pensijų anuiteto sutartyje.

Už pensijų fonde sukauptas lėšas bus privaloma įsigyti kas mėnesinę pensijų išmoką, mokamą iki gyvos galvos – pensijų anuitetą. Tokias išmokas mokės dalyvio pasirinkta gyvybės draudimo įmonė, su kuria sudarysite anuiteto mokėjimo sutartį. Sukaupta suma bus pervesta į šios įmonės sąskaitą, o ši įsipareigos dalyviui mokėti sutarto dydžio anuitetą tol, kol jis bus gyvas. Ar po mirties dar neišmokėta suma gali būti paveldėta, priklausys nuo to, koks bus pasirinktas anuitetas – su paveldėjimu ar be jo.

Tie dalyviai, kurie sukaupta mažiau nei reikalinga įsigyti bent pusės bazinės pensijos dydžio anuitetą (dabar 160 Lt), galės savo sukauptas lėšas pasiimti iš karto arba dalimis – kaip vienkartinę ar periodinę išmoką. Taip gali atsitikti, jei kaupti bus pradėta vėlai, likus keletui metų iki pensijos arba bus ilgų laikotarpių, kai įmokos nemokėtos. Kita vertus, jei sukaupta suma bus labai didelė (didesnė nei reikia įsigyti trigubo bazinės pensijos dydžio anuitetą), tą perviršį taip pat galima bus pasiimti iš karto arba dalimis.

Jeigu pensijų įmokų kaupimo laikotarpiu dalyvis miršta, asmeninėje pensijų sąskaitoje apskaičiuotos lėšos paveldimos Civilinio kodekso nustatyta tvarka. Į sukauptas lėšas, kaip ir į kitą turtą, pirmiausia pretenduoja vaikai, tada sutuoktinis ir tėvai.

Pensijos tų žmonių, kurie jau negali ar apsisprendė nedalyvauti, dėl naujosios pensijų kaupimo sistemos nenukentės. Jų mokėjimą ir didinimą garantuoja valstybė. Dalį įmokų perkėlus į pensijų fondus, lėšos, kurių neteks “Sodra”, bus skiriamos iš valstybės biudžeto ir panaudojamos esamoms pensijoms išmokėti.

Naujajame pensijų kaupime dalyvauja dviejų tipų bendrovės – pensijų fondų valdymo įmonės bei gyvybės draudimo bendrovės. Jų veiklą prižiūri atitinkamai dvi institucijos – Vertybinių popierių komisija ir LR draudimo priežiūros komisija. Yra ir dar vienas saugiklis – depozitoriumas, kuris privalo veikti pensijų fondų dalyvių naudai ir atlikti šias funkcijas:

- vykdyti valdymo įmonės nurodymus, jei jie neprieštarauja teisės aktų ir pensijų fondų taisyklių reikalavimams;
- užtikrinti, kad įplaukos už perleistą pensijų turtą per nustatytą laiką atitektų pensijų fondui;
- užtikrinti, kad pensijų fondo įplaukos būtų naudojamos pagal teisės aktų ir pensijų fondo taisyklių reikalavimus;
- pranešti Vertybinių popierių komisijai ir valdymo įmonės stebėtojų tarybai ar valdybai (jei stebėtojų taryba nesudaroma) apie visus pastebėtus teisės aktų ar pensijų fondo taisyklių pažeidimus

III pakopa

Dalyvavimas II-oje pakopoje negarantuoja būtiniausių poreikių patenkinimo, sulaukus pensinio amžiaus, todėl kaip papildoma alternatyvi priemonė, sukaupti papildomų pajamų senatvei, buvo sukurta trečioji pensijų kaupimo pakopa. Joje kaip ir II-oje pensijų fondams sutartyje nurodytais terminais pervedinėjamos lėšos, kurias jis investuoja į įstatymais reglamentuotus vertybinius popierius. Tačiau esminis skirtumas nuo II-osios pakopos yra tai, kad asmuo įmokas moka iš savų lėšų ir jos nėra fiksuoto dydžio, tai reiškia, kad asmuo pats pasirenka, kokio dydžio dalį nuosavų lėšų jis nori ir gali skirti kaip įmoką šios pakopos fondams. Be to nereglamentuojamas ir pačių įmokų mokėjimo periodiškumas, todėl dalyvį ištikus finansiniams sunkumams, jis gali nustoti mokėti įmokas. Kita labai svarbi šios pakopos ypatybė – galimybė susigražinti dalį gyventojų pajamų mokesčio. Kaip nurodyta gyventojų pajamų mokesčio įstatymo 21 straipsnio antroje dalyje, įmokas, sumokėtas į III pakopos fondą, leidžiama atimti iš apmokestinamųjų pajamų. Tačiau reikėtų atkreipti dėmesį į tai, kad maksimali leidžiama atimti patirtų išlaidų suma negali viršyti ketvirtadalio apmokestinamųjų pajamų. Kitas šios pakopos privalumas yra tas, kad asmuo bet kada gali atsiimti savo pensijų fonde sukauptą sumą. Tačiau, prieš tai vėlgi reikėtų atsižvelgti į mokesčius niuansus. Taigi, jeigu dalyvis, sulaukęs pensijų fondo taisyklėse nurodyto pensinio amžiaus, nori gauti piniginę išmoką arba yra kaupęs daugiau nei 10 metų ir nusprendžia toliau nebedalyvauti pensijų fonde, ta pajamų dalis, kuri viršija jo per visą laikotarpį sumokėtą įmokų sumą, yra neapmokestinama. Likusi išmokų dalis šiuo atveju apmokestinama 15 proc. pajamų mokesčiu.

Jeigu planuojama kaupti iki pat pensinio amžiaus ir, jo sulaukus, už sukauptą sumą ketinama pirkti anuitetą, tai dalyviui, pats anuitetas nebus apmokestinamas, o pinigai, už kuriuos jis įsigyjamą, apmokestinami taip pat, kaip ir aukščiau aptarta pensijų išmoka.

Čia svarbu žinoti, kad kiekvieno konkretaus III pakopos pensijų fondo taisyklėse yra nurodytas pensinis amžius, kuris gali būti net iki penkerių metų mažesnis už „Sodros“ pensinį amžių.

1.3. MATEMATINĖ DALIS

1.3.1. Periodiniai mokėjimai

Periodiniai mokėjimai (*annuity*) – tai seka mokėjimų, paprastai vienodų, atliekamų lygiais laiko intervalais (mėnesiais, ketvirčiais, metais). Laikas tarp dviejų nuoseklių mokėjimų vadinamas mokėjimo intervalu (*payment interval*). Laikas nuo pirmojo mokėjimo intervalo pradžios iki paskutinio mokėjimo intervalo pabaigos vadinamas mokėjimų terminu (*term*). Jei mokėjimų terminas fiksuotas, t.y. žinomas, tai tokie mokėjimai vadinami apribotais periodiniais mokėjimais. Mokėjimai, atliekami intervalo pabaigoje, vadinami įprastaisiais, o pradžioje – neįprastaisiais. Jeigu mokėjimų intervalų ilgiai sutampa palūkanų skaičiavimo periodais, tai tokie mokėjimai vadinami paprastaisiais, o jei nesutampa – bendraisiais.

Darbe bus naudojami dviejų rūšių periodiniai mokėjimai:

1. bendrieji įprastieji;
2. bendrieji neįprastieji iki gyvos galvos.

Bendrieji įprastieji periodiniai mokėjimai

Dalyvaujant pensijų kaupime, valstybinio socialinio draudimo fondo valdyba (SoDra), kiekvieną ketvirtį pensijų fondui, su kuriuo dalyvis yra sudaręs pensijų kaupimo sutartį, perveda įstatymais nustatytą pensijų draudimo įmokos dalį. Darbe laikomasi prielaidos, jog asmens atlyginimas metų bėgyje yra pastovus, todėl šiuos SoDros mokėjimus galima interpretuoti kaip periodinius mokėjimus. Pirmasis SoDros mokėjimas pensijų kaupimo bendrovėms, už 2004 metų pirmąjį ketvirtį, buvo įvykdytas tą pačių metų birželio 15 d., kitas mokėjimas už 2004 metų antrąjį ketvirtį buvo atliktas rugsėjo 15 d., už trečiąjį – gruodžio 15 d., o už ketvirtąjį ketvirtį – 2005 metų kovo 15 d. Taigi, neskaitant pastarojo mokėjimo, 2004 metais atlikti trys pirmieji yra įprastieji periodiniai mokėjimai. Panašiai ir su kitų (2005, 2006,..) metų mokėjimais, nes skirtumas tik tas, jog šiuo atveju dar reikia įvertinti kovo mėnesiais atliekamus mokėjimus už praėjusių metų ketvirtąjį ketvirtį.

Bendrieji periodiniai mokėjimai transformuojami į paprastuosius, pakeičiant duotąją palūkanų normą per periodą į jai ekvivalentią palūkanų normą taip, kad naujas palūkanų skaičiavimo periodas sutaptų su bendrųjų mokėjimų intervalu.

$$(1+i')^p = (1+i)^m$$

$$i' = (1+i)^{\frac{m}{p}} - 1$$

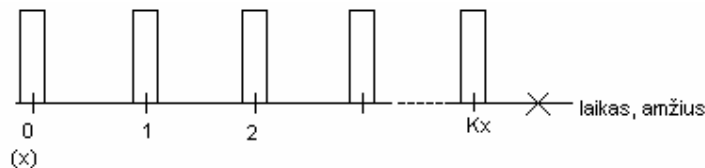
Taip apskaičiuota palūkanų norma i' , periodo pabaigoje sukaups tokia pačią vertę kaip ir palūkanų norma i .

Bendruoju atveju, n kartų per periodą atliekamų vienetinio dydžio mokėjimų prie palūkanų normos i , būsimoji vertė (future value) apskaičiuojama taip:

$$FV = (1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}) = \frac{1 \cdot (1 - (1+i)^n)}{1 - (1+i)} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (1.1)$$

Bendrieji neįprastieji periodiniai mokėjimai iki gyvos galvos

Periodiniai mokėjimai iki gyvos galvos – tai mokėjimai, kurie mokami tol, kol žmogus yra gyvas. Tarkime, kad žmogus yra (x) metų amžiaus, ir mokėjimai daromi metų pradžioje, tada periodinius mokėjimus iki gyvos galvos galime pavaizduoti taip:



K_x – sveikas pragyventų metų skaičius. Atlikti mokėjimai diskontuojami į pradinį laiką.

PV – visų mokėjimų dabartinė vertė (present value):

$$PV = 1 + v + v^2 + v^3 + \dots + v^{K_x} = \ddot{a}_{\overline{K_x}|} \text{ trukmė, } K_x = 0, 1, 2, \dots \quad (1.2)$$

PV pasiskirstymo tikimybės sutampa su atsitiktinio dydžio K_x pasiskirstymo tikimybėmis, t.y.

$$P_k(PV = \ddot{a}_{\overline{k}|}) = P_k(K_x = k) = {}_k p_x \cdot q_{x+k} = {}_k q_x, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (1.3)$$

t.y. tikimybė, kad $PV = \ddot{a}_{\overline{k}|}$, lygi tikimybei, jog x metų žmogus pragyvens k metų ir mirs per sekančius metus (turėdamas $(x+k)$ metų).

$$\ddot{a}_x = E(Y) = E(\ddot{a}_{\overline{K_x}|}) = \sum_{k=0}^{\infty} \ddot{a}_{\overline{k+1}|} \cdot {}_k p_x \cdot q_{x+k} \quad (1.4)$$

(1.4) formulė nėra patogi, kadangi reikia skaičiuoti progresijos sumą ir dauginti iš tikimybės, kad ta progresija bus. Paprasčiau būtų, įvedus indikatorinę funkciją, kuri būtų lygi 0 arba 1:

$$I_{(K_x \geq k)} = \begin{cases} 0, & \text{kai } K_x \leq k \\ 1, & \text{kai } K_x \geq k \end{cases}$$

Šios funkcijos pasiskirstymo tikimybės lygios tikimybėms, jog žmogus gyvens ne trumpiau kaip k metų, todėl PV galime skaičiuoti kaip išgyvenimo draudimų (kai visa draudimo suma išmokama sutarties pabaigoje, jei apdraustasis išgyveno iki to momento) suma:

$$PV = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot I_{(K_x \geq k)} \quad (1.5)$$

Tuomet periodinių mokėjimų iki gyvos galvos vidurkį galima išreikšti per išgyvenimo draudimą:

$$\ddot{a}_x = E(PV) = \sum_{k=0}^{\infty} A_{x:k} = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x \quad (1.6)$$

${}_k p_x$ – tikimybė, kad (x) metų žmogus gyvens nemažiau kaip k metų.

Periodiniai mokėjimai iki gyvos galvos metų pradžioje komutuojančia funkcija aprašomi taip:

$$\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot {}_k p_x = \sum_{k=0}^{\infty} v^k \cdot \frac{l_{x+k}}{l_x} \cdot \frac{v^x}{v^x} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{l_{x+k} v^{x+k}}{l_x v^x} = \frac{1}{D_x} \sum D_{x+k} = \frac{N_x}{D_x} \quad (1.7)$$

Šios formulės komponentų paaiškinimai yra skyrelyje 1.3.2 Komutuojančios funkcijos.

1.3.2. Komutuojančios funkcijos

Labai dažnai skaičiuojant tikimybes, periodinius mokėjimus reikalingos tos pačios formulės, kurios taip pat įeina į daugelį kitų formulių. Skaičiavimai supaprastėja naudojantis komutuojančiomis funkcijomis. Iš anksto apskaičiuojamos įvairios naudotinos sandaugos ir sumos, po to tinkamos reikšmės yra atrenkamos iš lentelių ir naudojamos atlikti matematinius veiksmus.

Komutuojančios funkcijos skaičiuojamos atskirai kiekvienai gyvybės lentelei ir kiekvienai palūkanų normai.

Pagrindinės komutuojančios funkcijos pateiktos 1.1 lentelėje.

1.1 lentelė

Pagrindinės komutuojančios funkcijos

$C_x = v^{x+1} \cdot d_x$	$D_x = v^x \cdot l_x$
$M_x = \sum_{k=0}^{\infty} C_{x+k}$	$N_x = \sum_{k=0}^{\infty} D_{x+k}$
$S_x = \sum_{k=0}^{\infty} N_{x+k}$	$R_x = \sum_{k=0}^{\infty} M_{x+k}$

l_x – skaičius žmonių, sulaukusių x metų amžiaus;

d_x – skaičius žmonių, kurie mirė, sulaukę x metų amžiaus;

v^x - diskontavimo daugiklis. Jis apskaičiuojamas taip:

$$v^x = (1 + i)^{-x}$$

Pastarojo skyriaus (1.8) formulės komponentės yra D_x ir N_x komutuojančios funkcijos, todėl darbe tik jas ir naudosime.

1.3.3. Mirtingumo intensyvumas

Tikimybė, kad x metų amžiaus sulaukęs žmogus, mirs per laiko tarpą Δx yra lygi:

$$P(x < X \leq x + \Delta x | X > x) = \frac{S(x) - S(x + \Delta x)}{S(x)} \quad (3.1)$$

Remiantis Lagranžo teorema [1], tolydžios funkcijos pokytis intervale, lygus išvestinei tarpiniame taške padauginant iš argumento pokyčio, t.y.:

$$f(x + \Delta x) - f(x) = f'(x + t \cdot \Delta x) \cdot \Delta x, \quad t \in [0,1] \quad (3.2)$$

Šią savybę pritaikę (3.1) formulei ir paskaičiavę ribą, kai $\Delta x \rightarrow 0$ gausime mirtingumo intensyvumo funkciją:

$$\mu_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x < X \leq x + \Delta x | X > x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-S'(x + t \cdot \Delta x) \cdot \Delta x}{S(x) \cdot \Delta x} = \frac{-S'(x)}{S(x)} \quad (3.3)$$

Taigi, mirtingumo intensyvumas lygus išgyvenimo funkcijos neigiamai išvestinei, padalintai iš paties išgyvenimo funkcijos

$$\mu_x = \frac{-S'(x)}{S(x)} = -\frac{d \ln S(x)}{dx} \quad (3.4)$$

Dažnai reikia rasti išgyvenimo funkciją, žinant mirtingumo intensyvumą. Tuo tikslu reikia išspręsti (3.4) formulėje užrašyta diferencialinę lygtį. Atskyrus kintamuosius ir suintegravus režyje nuo x iki $x+n$ gaunama:

$${}_n P_x = e^{-\int_x^{x+n} \mu_y dy} = \left\{ s = y - x \right\} = e^{-\int_0^n \mu_{x+s} ds} \quad (3.5)$$

1.3.4. Trupmeninių argumentų funkcijos

Gyvenimo lentelėje amžius pateikiamas, kai metų skaičius sveikasis skaičius, tuo pačiu trukmė turi būti sveikasis skaičius. Tais atvejais, kai reikia naudoti trupmenas, naudojama dekompozicija, t.y. išskaidoma į dalis. Šiuo atveju dekompozicija – tai tikimybių sandauga, kurios komponentėmis būtų tik tokios išgyvenimo tikimybės, kurių indeksas, nurodantis asmens amžių yra tik sveikasis, o trukmės indeksas – taip pat tik sveikasis arba mažesnis už 1 skaičius. Naudojantis gyvenimo lentele, galime apskaičiuoti išgyvenimo tikimybes tik su sveikaskaičiais indeksais, o tikimybėms su trupmeniniu trukmės indeksu rasti naudojamos trys prielaidos:

- a) vienodas (tolygiai pasiskirstęs) mirčių tankis 1 metų bėgyje

$$g(t)_x = \text{const} = q_x$$

- b) pastovus mirtingumo intensyvumas 1 metų bėgyje

$$\mu_{x+t} = \mu_x = \text{const} \quad 0 \leq t < 1.$$

- c) tiesinis mirties tikimybės interpoliavimas

$${}_{1-t}q_{x+t} = (1-t) \cdot q_x \quad 0 \leq t < 1.$$

Darbe bus naudojama 2-oji hipotezė (plačiau – 2.1.3.2), todėl, remiantis (1.16) :

$${}_t p_x = e^{-\int_0^t \mu_{x+s} ds} = e^{-\int_0^t \mu_x ds} = e^{-\mu_x \cdot t}, \quad 0 \leq t < 1. \quad (4.1)$$

Kai $t=1$, tuomet $p_x = e^{-\mu_x}$. Tikimybė p_x žinoma, nes ją galima apskaičiuoti remiantis gyvenimo lentele, todėl iš pastarosios formulės išreiškus μ_x , ji bus galima panaudoti (4.1) formulėje. Taigi:

$${}_t p_x = e^{-\mu_x \cdot t} = \{\mu_x = -\ln p_x\} = e^{t \cdot \ln p_x} = (p_x)^t, \quad 0 \leq t < 1. \quad (4.2)$$

1.3.4. Trikampis skirstinys

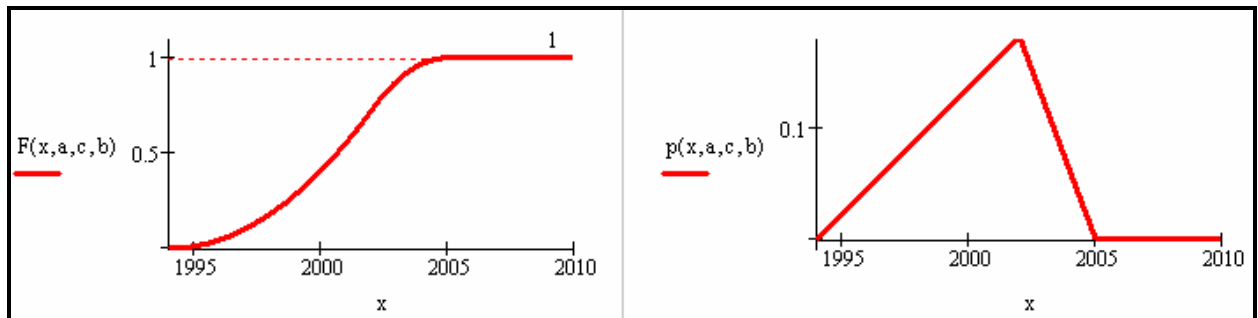
Atsitiktinio dydžio X skirstinys vadinamas trikampiu skirstiniu, jei jo tankis:

$$p(x, a, c, b) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)}, & a < x \leq c \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)}, & c < x \leq b \\ 0, & x > b \end{cases} \quad (5.3)$$

o pasiskirstymo funkcija:

$$F(x, a, c, b) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)}, & a < x \leq c \\ \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-c)}, & c < x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases} \quad (5.4)$$

1.3.1 paveiksle pateikti šio skirstinio pasiskirstymo bei tankio funkcijų grafikai, kai $a=1994$, $c=2002$, $b=2005$.



1.3.1 pav. Trikampio skirstinio tankio ir pasiskirstymo funkcijos

Šiame darbe šis skirstinys tiesiogiai nebus naudojamas, tačiau jo pasiskirstymo funkcija bus transformuojama ir pritaikoma atlyginimų santykinių pokyčių skaičiavime.

1.3.6. Neuroniniai tinklai

Neuroninių tinklų veikimas

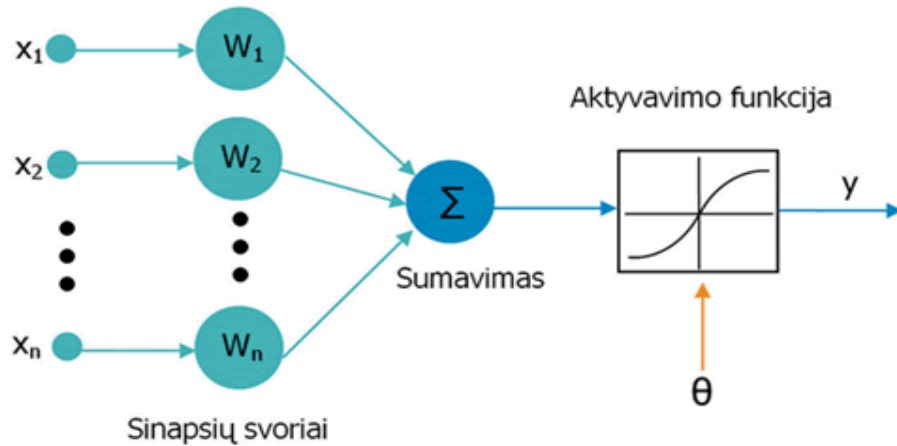
Dirbtinis neuronas (1.3.2 pav.) yra svarbiausias neuroninio tinklo elementas. Jį sudaro trys pagrindiniai komponentai: svoriai, slenksčiai ir viena aktyvavimo funkcija.

$W = [W_1, W_2, \dots, W_n]$ yra svorio koeficientai, rodantys stiprumus atskirų įvesčių, aprašytų vektoriumi $X = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]$. Kiekvienos įvesties signalas dauginamas iš svorio koeficiento. Tokiu būdu gaunama neuroninė jungtis XW .

Jei svorio koeficientas teigiamas, XW sužadina signalą išvestyje y , o jei neigiamas – XW slopina išvesties signalą.

Vidinis neurono slenkstis veikia neurono y išvesties aktyvavimą štai tokiu būdu:

$$y = f\left(\sum_{i=1}^n XW - \theta\right)$$



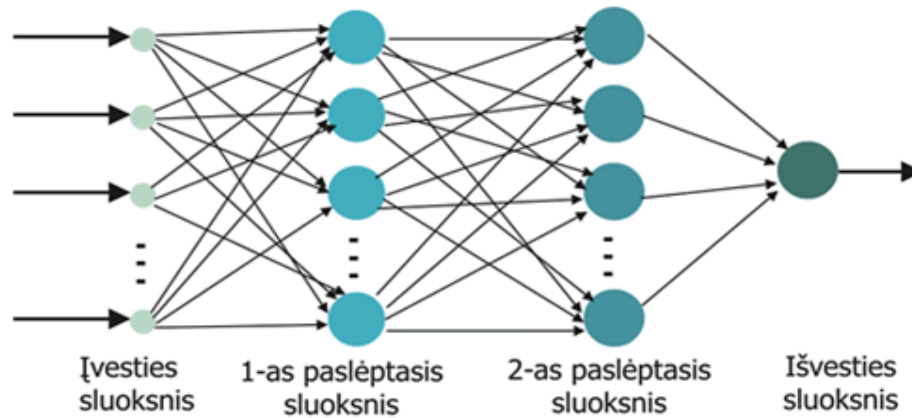
1.3.2 pav. Dirbtinio neurono sandara

Aktyvavimo funkcija – tai matematinės operacijos su išvesties signalu. Kokio sudėtingumo aktyvavimo funkcija taikoma, priklauso nuo neuroninio tinklo sprendžiamo uždavinio. Populiariausios – tiesinė, slenksčio, sigmoidinė ir hiperbolinė tangento aktyvavimo funkcijos.

Neuroninių tinklų klasifikacija

Skiriami vienasluoksnių ir daugiasluoksnių perceptronų neuroniniai tinklai. Dažniausiai naudojamą daugiasluoksnių perceptronų tipo neuroninį tinklą (1.3.3 pav.) sudaro:

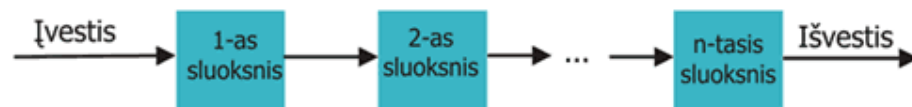
- Įvesties sluoksnis – neuronai, priimantys informaciją iš išorinių šaltinių ir siunčiantys ją apdoroti tinklui. Tai gali būti arba jutiklių įvestys, arba tinklo išorėje esančių sistemų siunčiami signalai.
- Paslėptasis sluoksnis – neuronai, priimantys informaciją iš įvesties sluoksnio ir apdorojantys ją tik jiems žinomu būdu. Šis sluoksnis tiesiogiai nesusijęs su išoriniu pasauliu, t.y. jungiasi tik su kitais neuroninio tinklo sluoksniais.
- Išvesties sluoksnis – neuronai, gaunantys apdorotą informaciją ir siunčiantys ją iš neuroninio tinklo.



1.3.3 pav. Daugiasluoksnių perceptronų tipo neuroninis tinklas

Atsižvelgiant į tai, kokia kryptimi siunčiami signalai, skiriami vienkrypčiai (asociatyvūs) ir grįžtamojo ryšio (autoasociatyvūs) tinklai.

Vienkrypčio ryšio neuroniniuose tinkluose vieno sluoksnio išvestys gali jungtis tik su kito sluoksnio įvestimis. Neegzistuoja ryšiai tarp vieno sluoksnio išvesčių ir to paties ar prieš tai einančio sluoksnio įvesčių. 1.3.4 pav. pateiktas vienkrypčio tinklo pavyzdys. Vieno sluoksnio išvestys susijusios su paskui einančio sluoksnio įvestimis. Jeigu šakos svoris lygus nuliui, laikoma, kad tarp šakos jungiamųjų neuronų ryšio nėra. Paskutinio sluoksnio išvestys laikomos tinklo išvestimis.



1.3.4 pav. Vienkrypčio ryšio neuroninis tinklas

Grįžtamojo ryšio neuroninio tinklo (1.3.5 pav.) įvestis sudaro išorinės įvestys ir paties tinklo išvestis, kuriai būdingas tam tikras vėlinimas. Puikūs grįžtamojo ryšio architektūros pavyzdžiai – Hopfieldo tinklas ir Boltzmano mašina.



1.3.5 pav. Grįžtamojo ryšio neuroninis tinklas

Neuroninių tinklų mokymas

Skiriami trys neuroninių tinklų mokymo tipai – prižiūrimas (supervised learning), neprižiūrimas (unsupervised learning) ir skatinamasis (reinforcement learning).

Prižiūrimam mokymui reikalingas išorinis mokytojas, valdantis mokymosi procesą ir teikiantis informaciją. Tai gali būti mokyti skirtų duomenų rinkinys arba stebėtojas, vertinantis neuroninio tinklo našumą. Prižiūrimo mokymo algoritmams skiriami mažiausio kvadratinio vidurkio, atgalinio sklaidimo bei radialinės bazės funkcijos algoritmai. Prižiūrimo mokymo tikslas – priversti neuroninį tinklą pakeisti neuroninių jungčių svorius pagal pavyzdines įvestis ir išvestis. Mokymas baigiamas tinklui išmokus (galima minimali paklaida) sieti įvestis su išvestimis. Svarbus veiksnys – mokymo duomenų aibė, kuri turi būti suprantama ir privalo aprėpti visas praktines tinklo taikymo sritis. Taigi tinklas veiks gerai tik parinkus tinkamą mokymo aibę.

Neuroninio tinklo paklaidos minimizavimui yra daug įvairių optimizavimo metodų – paklaidų atgalinio sklaidimo, jungtinių gradientų ir įvairios jų bei kitų metodų modifikacijos.

Antigradientinio nusileidimo optimizavimas

Antigradientinio nusileidimo metodas yra pats populiariausias neuroninių tinklų apmokymo algoritmų. Apmokymo iteracijos susideda iš dviejų fazių:

1. Tiesioginis skaičiavimas, kurio metu kiekvienam apmokymo imties duomenų pavyzdžiui paskaičiuojami išėjimo signalai.
2. Atvirkštinis skaičiavimas, kurio metu paklaidos signalas perduodamas iš išėjimo sluoksnio į įėjimo sluoksnį. Šio atgalinio paklaidos signalo sklaidimo tikslas yra neuronų svorių perskaičiavimas, remiantis tuo, jog visi neuroninio tinklo svoriai gali būti išreiškiami kaip funkcijos, priklausančios nuo paklaidos signalo.

Paprastai paklaidos (tikslo) funkcija, apibrėžianti vieno apmokymo imties pavyzdžio z_p paklaidą, imama tokio pavidalo:

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K (t_{k,p} - o_{k,p})^2, \quad (6.1)$$

K — neuronų skaičius išėjimo sluoksnyje,

$t_{k,p}$ — tiksli (reikalinga) išėjimo vertė iš k -ojo neurono išėjimo sluoksnyje,

$o_{k,p}$ — neuroninio tinklo sugeneruota išėjimo vertė iš k -ojo neurono išėjimo sluoksnyje.

Patogumo sumetimais indeksas p , identifikuojantis apmokymo duomenis bus praleidžiamas.

Tegu neuroninio tinklo paslėptajame ir išėjimo sluoksniuose visi neuronai turi sigmoidines aktyvavimo funkcijas. Tada, išėjimo signalą galima apibrėžti taip:

$$o_k = f_{o_k}(net_{o_k}) = \frac{1}{1 + e^{-net_{o_k}}} \quad (6.2)$$

O išėjimo signalus iš paslėptojo sluoksnio neuronų taip:

$$y_j = f_{y_j}(net_{y_j}) = \frac{1}{1 + e^{-net_{y_j}}} \quad (6.3)$$

Išėjimo neuronu svoriai w_{kj} ir paslėptojo sluoksnio neuronų svoriai v_{ji} atnaujinami remiantis tokia taisykle:

$$w_{kj}(t) = w_{kj}(t) + \Delta w_{kj}(t) + a\Delta w_{kj}(t-1), \quad (6.4)$$

$$v_{ji}(t) = v_{ji}(t) + \Delta v_{ji}(t) + a\Delta v_{ji}(t-1). \quad (6.5)$$

Šiose formulėse esantis parametras a apibrėžia mokymosi impulsą, t. y. praeities mokymosi įtaką dabartiniam mokymuisi. Patogumo dėlei toliau laikas t bus praleidžiamas.

Remiantis (6.2) galima apibrėžti dalinę išvestinę net_{o_k} atžvilgiu:

$$\frac{\partial o_k}{\partial net_{o_k}} = \frac{\partial f_{o_k}}{\partial net_{o_k}} = (1 - o_k)o_k = f'_{o_k} \quad (6.6)$$

ir

$$\frac{\partial net_{o_k}}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial}{\partial w_{kj}} \sum_{j=1}^{J+1} w_{kj} y_j = y_j \quad (6.7)$$

Atsižvelgiant į pastarąsias dvi formules galime skaičiuoti išėjimo signalo išvestinę išėjimo sluoksnio neuronų svorių atžvilgių:

$$\frac{\partial o_k}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial o_k}{\partial net_{o_k}} \frac{\partial net_{o_k}}{\partial w_{kj}} \quad (6.8)$$

Tikslo funkcijos išvestinė vieno iš išėjimo sluoksnio neurono atžvilgiu bus tokia:

$$\frac{\partial E}{\partial o_k} = \frac{\partial}{\partial o_k} \left(\frac{1}{2} \sum_{k=1}^K (t_{k,p} - o_{k,p})^2 \right) = -(t_k - o_k) = (o_k - t_k) \quad (6.9)$$

Į kiekvieną išėjimo sluoksnio neuroną ateina signalai iš paslėptojo sluoksnio neuronų, kurie yra dauginami iš atitinkamų svorių ir susumuojami. Tikslo funkcijos išvestinė šios sumos atžvilgiu skaičiuojama taip:

$$\delta_{o_k} = \frac{\partial E}{\partial net_{o_k}} = \frac{\partial E}{\partial o_k} \frac{\partial o_k}{\partial net_{o_k}} = (o_k - t_k)(1 - o_k)o_k = (o_k - t_k)f'_{o_k} \quad (6.10)$$

Kaip buvo minėta, paslėpto sluoksnio signalų tiesinį darinį sudaro tam tikri svoriai, todėl remiantis (6.9), (6.8) ir (6.10) lygtimis neuroninio tinklo svoriai w_{kj} iš paslėpto sluoksnio į išėjimo sluoksnį privalo būti perskaičiuojami priešinga paklaidos funkcijos gradiento kryptimi:

$$\Delta w_{kj} = -\eta \left(\frac{\partial E}{\partial w_{kj}} \right) = -\eta \frac{\partial E}{\partial o_k} \frac{\partial o_k}{\partial w_{kj}} = -\eta \delta_{o_k} y_j \quad (6.11)$$

Parametras η atspindi mokymosi greitį.

Svoriai iš įėjimo į paslėptą sluoksnį perskaičiuojami remiantis ta pačia idėja. Pirmiausia apibrėžiama paslėptojo sluoksnio neurono išėjimo signalo išvestinė atėjusio signalo atžvilgiu:

$$\frac{\partial y_j}{\partial net_{y_j}} = \frac{\partial f_{y_j}}{\partial net_{y_j}} = (1 - y_j) y_j = f'_{y_j} \quad (6.12)$$

Įėjimo sluoksnio neuronų tiesiniame darinyje net_{y_j} yra paslėpto sluoksnio neuronų svoriai v_{ji} , vadinasi net_{y_j} reikia diferencijuoti svorių v_{ji} atžvilgiu:

$$\frac{\partial net_{y_j}}{\partial v_{ji}} = \frac{\partial}{\partial v_{ji}} \left(\sum_{i=1}^{I+1} v_{ji} z_i \right) = z_i \quad (6.13)$$

Remiantis (6.10) ir (6.13) lygtimis

$$\frac{\partial y_j}{\partial v_{ji}} = \frac{\partial y_j}{\partial net_{y_j}} = \frac{\partial net_{y_j}}{\partial v_{ji}} = (1 - y_j) y_j \quad (6.14)$$

Kadangi paslėpto sluoksnio neuronų išėjimų signalų y_j tiesinis darinys sudaro išėjimo sluoksnio neuronų įėjimus net_{o_k} , todėl

$$\frac{\partial net_{o_k}}{\partial y_j} = \frac{\partial}{\partial y_j} \sum_{j=1}^{J+1} w_{kj} y_j = w_{kj} \quad (6.15)$$

Apjungus (6.10) ir (6.15) formules

$$\frac{\partial E}{\partial y_j} = \frac{\partial}{\partial y_j} \left(\frac{1}{2} \sum_{k=1}^K (t_{k,p} - o_{k,p})^2 \right) = \sum_{k=1}^K \frac{\partial E}{\partial o_k} \frac{\partial o_k}{\partial net_{o_k}} \frac{\partial net_{o_k}}{\partial y_j} = \sum_{k=1}^K \frac{\partial E}{\partial net_{o_k}} \frac{\partial net_{o_k}}{\partial y_j} = \sum_{k=1}^K \delta_{o_k} w_{kj} \quad (6.16)$$

Iš (6.16) ir (6.12) formulių gaunama, kad

$$\delta_{y_j} = \frac{\partial E}{\partial net_{y_j}} = \frac{\partial E}{\partial y_j} \frac{y_j}{\partial net_{y_j}} = \sum_{k=1}^K \delta_{o_k} w_{kj} f'_{y_j} \quad (6.17)$$

Kadangi išėjimo signalo paklaidą siekiama mažinti keičiant svorius, todėl paslėptojo sluoksnio neuronų svoriai yra koreguojami priešinga paklaidos funkcijos gradiento, minėtų svorių atžvilgiu, kryptimi. Tiksliai paslėpto sluoksnio svorių koregavimo formulė gaunama apjungus (6.14) ir (6.17):

$$\Delta v_{ji} = \eta \left(-\frac{\partial E}{\partial v_{ji}} \right) = -\eta \frac{\partial E}{\partial y_j} \frac{\partial y_j}{\partial v_{ji}} = -\eta \delta_{y_j} z_i \quad (6.18)$$

Neuroninio tinklo svorius koreguojant po kiekvieno duomenų pavyzdžio pateikimo, galimos svorių fluktuacijos, kurios neįsprendžia neuroninio tinklo paklaidos funkcijos reikšmės. Šiai problemai spręsti naudojamas kolektyvinis apmokymas, kuris yra paremtas tuo pačiu antigradientinio nusileidimo metodu, tačiau neuroninio tinklo svoriai koreguojami tik tada, kai susumuojami visi svorių pokyčiai kiekvienam duomenų pavyzdžiui. Todėl vietoj (6.11) ir (6.18) formuliu reikėtų naudoti šias:

$$\Delta w_{kj}(t) = \sum_{p=1}^{P_r} \Delta w_{kj,p}(t), \quad (6.19)$$

$$\Delta v_{ji}(t) = \sum_{p=1}^{P_r} \Delta v_{ji,p}(t). \quad (6.20)$$

1.4. PROGRAMINĖ ĮRANGA

Pagrindiniais šio darbo tikslas – Lietuvos pensijų sistemos modeliavimas ir tyrimas. Šiam uždaviniui spręsti buvo iškeltas papildomas uždavinys – sukurti su Windows operacine sistema suderinamą ir turinčią patogią bei paprastą vartotojo sąsają programą, suteikiančią ne tik skaitinę, bet ir grafinę pradinių duomenų bei skaičiavimo rezultatų palyginimo galimybę. Kitas svarbus programai keliamas uždavinys – interaktyvus skaičiavimo prielaidų parinkimas bei koregavimas.

Šiuos reikalavimus puikiai atitinka C++ Builder – objektiškai orientuotų programų kūrimo sistema. Programos C++ Builder terpėje kuriamos, įtraukiant į programą reikalingus objektus ir suteikiant jiems pageidaujamas savybes. Reakcijos į įvykius, kurie gali įvykti programos vykdymo metu, programuojamos C++ kalba. Visų dalių sujungimą į vientisą C++ kalbos sintaksę atitinkančią programą automatiškai atlieka C++ Builder sistema.

2. TIRIAMOJI DALIS

2.1. SUKURTOS PROGRAMOS APRAŠYMAS IR PRIELAIDŲ BAZĖS PARINKIMAS

Kaip buvo minėta anksčiau, sukurtoje programoje vartotojas turi galimybę keisti skaičiavimuose naudojamas prielaidas (pvz. darbo užmokesčio kitimo intensyvumą, pensinį amžių, įmokų tarifus ir pan.), todėl atliekant tyrimą reikia pasirinkti tam tikrą pradinį prielaidų sistemą (prielaidų bazę).

2.1.1. Bruto darbo užmokesčio skaičiavimo analizė ir prognozė

Darbo užmokesčio kilimas yra pagrįstas. Darbo užmokesčio kilimas yra grindžiamas tolygiai mažėjančiu nedarbu, augančia darbo jėgos paklausa, augančiu įmonių pelningumu, po įstojimo į Europos Sąjungą (ES) pagerėjusias legalaus įsidarbinimo galimybes užsienyje. Jaunus ir gabius žmones vilioja keletą kartų didesni ES atlyginimai. Tad dalis šalies „protų“ ir rankų tikrai nutekės ir skatins vietinius darbdavius ieškoti būdų, kaip išsaugoti darbuotojus.

Darbe naudojamos trys atlyginimų grupės, kurių kiekviena turi dar po tris atskirus pogrupius, kurių kiekvienas apima asmens gaunamą atlyginimą nuo 15 iki 65 metų amžiaus. Vyresnių kaip 65 metų amžiaus asmenų atlyginimai neskaičiuojami, nes priimama prielaida, jog sulaukę pensinio amžiaus jie pasitraukia iš darbo rinkos. Atlyginimų grupės ir jų pogrupiai skirti tam, kad išskaidytų nevienodus atlyginimus gaunančius asmenis į atskiras kategorijas ir palygintų jų pensijų kaupimo rezultatus tarpusavyje. Atlyginimų grupes charakterizuoja pirmieji jų pogrupiai. Pirmosios grupės pirmojo pogrupio didžiausio ir mažiausio atlyginimo santykis per visą asmens karjerą (15-65 m.) lygus dviems, t.y. lyginant su 15 metų amžiaus gautu darbo užmokesčiu asmens atlyginimas padidėja daugiausiai du kartus. Antrosios ir trečiosios grupės pirmųjų pogrupių atlyginimai, skaičiuojami analogiškam periodui (15-65 m.), tačiau maksimalaus ir minimalaus atlyginimų santykiai atitinkamai lygūs 3 ir 10. Kiekvienos grupės antrasis ir trečiasis pogrupiai sudaro atitinkamai 75 ir 50 proc. tos grupės pirmojo pogrupio atlyginimo. Taigi, žinodami kiekvienos grupės pirmojo pogrupio atlyginimus, antrojo ir trečiojo rasime daugindami pirmojo pogrupio atlyginimus atitinkamai iš 0,75 (antras pogrupis) ir 0,5 (trečiasis pogrupis). Pirmųjų pogrupių atlyginimams skaičiuoti panaudosime trečios eilės polinomus. Žmogui, sulaukusiam x metų, atlyginimas skaičiuojamas dauginant pradinį atlyginimą A_{15} (gauto 15 metų amžiaus metu) iš trečios eilės polinomo, t.y.:

$$A_x = A_{15} \cdot \left(1 + 0.041 \cdot (x - 15) - 0.0002 \cdot (x - 15)^2 - 0.000005 \cdot (x - 15)^3\right), \text{ (1 grupės 1 pogrupis „2xI“)}$$

$$A_x = 0.8 \cdot A_{15} \cdot \left(1 + 0.041 \cdot (x - 15) - 0.0002 \cdot (x - 15)^2 - 0.000005 \cdot (x - 15)^3\right) \text{ (1 grupės 2 pogrupis – „2xII“)}$$

$$A_x = 0.6 \cdot A_{15} \cdot \left(1 + 0.041 \cdot (x-15) - 0.0002 \cdot (x-15)^2 - 0.000005 \cdot (x-15)^3\right) \text{ (1 grupės 3 pogrupis – „2xIII“)}$$

$$A_x = A_{15} \cdot \left(1 + 0.085 \cdot (x-15) - 0.00047 \cdot (x-15)^2 - 0.00001 \cdot (x-15)^3\right) \text{ (2 grupės 1 pogrupis – „3xI“)}$$

$$A_x = 0.8 \cdot A_{15} \cdot \left(1 + 0.085 \cdot (x-15) - 0.00047 \cdot (x-15)^2 - 0.00001 \cdot (x-15)^3\right) \text{ (2 grupės 2 pogrupis – „3xII“)}$$

$$A_x = 0.6 \cdot A_{15} \cdot \left(1 + 0.085 \cdot (x-15) - 0.00047 \cdot (x-15)^2 - 0.00001 \cdot (x-15)^3\right) \text{ (2 grupės 3 pogrupis – „3xIII“)}$$

$$A_x = A_{15} \cdot \left(1 + 0.365 \cdot (x-15) - 0.0015 \cdot (x-15)^2 - 0.00005 \cdot (x-15)^3\right) \text{ (3 grupės 1 pogrupis – „10xI“)}$$

$$A_x = 0.8 \cdot A_{15} \cdot \left(1 + 0.365 \cdot (x-15) - 0.0015 \cdot (x-15)^2 - 0.00005 \cdot (x-15)^3\right) \text{ (3 grupės 2 pogrupis – „10xII“)}$$

$$A_x = 0.6 \cdot A_{15} \cdot \left(1 + 0.365 \cdot (x-15) - 0.0015 \cdot (x-15)^2 - 0.00005 \cdot (x-15)^3\right) \text{ (3 grupės 3 pogrupis – „10xIII“)}$$

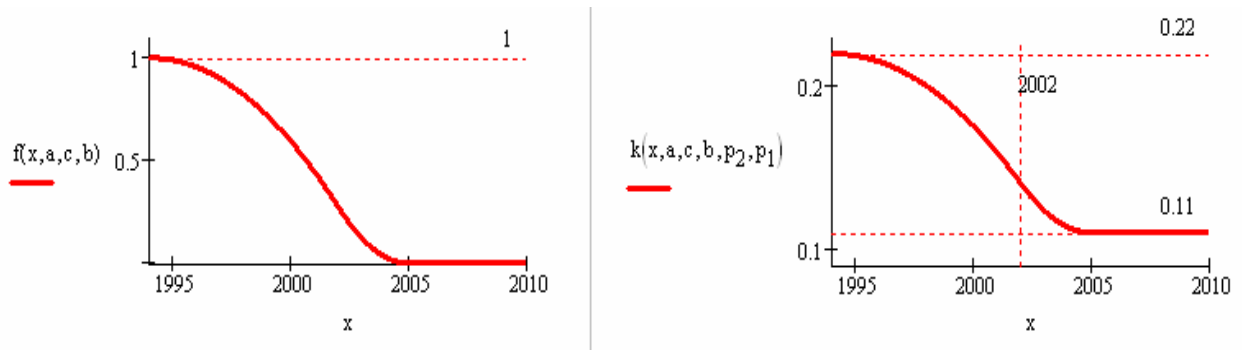
Taigi, visi vieno pogrupio atlyginimai priklauso nuo pradinio atlyginimo (A_{15}) dydžio. Dydis A_{15} visiems pogrupiams yra vienodas. Tokia prielaida reiškia, kad kilti karjeros laiptais visi pradeda nuo vienodo pajamų lygio. Kadangi visų pogrupių vienerių metų atlyginimai yra tiesiogiai susieti su A_{15} , todėl visoms amžiaus grupėms darbo užmokesčio padidėjimas (sumažėjimas) atliekamas didinant (mažinant) dydį A_{15} . Svarbu pastebėti tai, kad esant tokiai atlyginimų skaičiavimo metodikai, visų amžiaus grupių atlyginimai kinta vienodu greičiu. Atlyginimų santykinio pokyčio kitimas realizuojamas trikampio skirstinio pasiskirstymo funkcijos transformacija. T.y., tarkim priimama prielaida, jog nuo a-tųjų iki b-tųjų metų atlyginimo santykinis pokytis tolydžiai mažės nuo p_2 iki p_1 procentų, o didžiausias to pokyčio mažėjimo greitis numatomas c-taisiais metais, tai, tokiai prielaidai realizuoti, trikampio pasiskirstymo funkcija $F(x,a,c,b)$ ((1.16) formulė) transformuojama taip:

$$f(x, a, c, b) = 1 - F(x, a, c, b) = \begin{cases} 1, & x \leq a \\ 1 - \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)}, & a < x \leq c \\ 1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-c)}, & c < x \leq b \\ 0, & x > b \end{cases} \quad (2.1)$$

Dabar transformuojama funkcija $f(x,a,c,b)$ ir suformuojama naują f-ja $k(x,a,c,b,p_2,p_1)$:

$$k(x, a, c, b, p_2, p_1) = p_1 + (p_2 - p_1) \cdot f(x, a, c, b) = \begin{cases} p_2, & x \leq a \\ p_1 + (p_2 - p_1) \cdot \left(1 - \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)}\right), & a < x \leq c \\ p_1 + (p_2 - p_1) \cdot \left(1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-c)}\right), & c < x \leq b \\ p_1, & x > b \end{cases} \quad (2.2)$$

Funkcijų $f(x, a, c, b)$ ir $k(x, a, c, b, p_2, p_1)$ grafikai (kai $a=1994$, $c=2002$, $b=2005$, $p_2=0.22$ ir $p_1=0.11$) pateikti 2.1,1 paveiksle



2.1.1 pav. funkcijų $f(x, a, c, b)$ ir $k(x, a, c, b, p_2, p_1)$ grafikai

Darbe atlyginimai skaičiuojami nuo 1994 metų, nes, remiantis valstybinio socialinio draudimo pensijų įstatymo 56 straipsniu, nuo 2009 m. sausio 1 d. asmens stažo metai, buvę iki 1994 m. sausio 1 d., draudžiamųjų pajamų vidurkiui skaičiuoti neįskaitomi. Remiantis statistiniais duomenimis, tuo metu vidutinis mėnesinis bruto atlyginimas buvo 335 litai (4020 Lt per metus) todėl, atsižvelgiant į tai, kad programoje naudojamos 9 algų kategorijos, kuriose atlyginimas gali padidėti iki dešimties kartų, pradiniu metiniu bruto atlyginimo dydžiu A_{15} parenkamas 1786 Lt. Šis dydis parinktas taip, kad antros grupės antrojo pogrupio maksimalus atlyginimas (pagal darbo užmokesčio kreives jis pasiekiamas esant 55-rių metų amžiaus) sudarytų 100 procentų vidutinio šalies bruto darbo užmokesčio. Kadangi visi darbo užmokesčių pogrupiai priklauso nuo to paties parametro, todėl informatyvumo dėlei galima paskaičiuotų kiekvieno pogrupio maksimalaus atlyginimo santykį su vidutiniu šalies darbo užmokesčiu. 1.2 lentelėje pateikti kiekvieno pogrupio maksimalaus atlyginimo santykis su vidutiniu šalies darbo užmokesčiu.

1.2 lentelė

Atlyginimų pogrupių maksimalių darbo užmokesčių santykiai su vidutiniu

Atlyginimų grupė	„2xI“	„2xII“	„2xIII“	„3xI“	„3xII“	„3xIII“	„10xI“	„10xII“	„10xIII“
Maksimalaus atlyginimo santykis su vidutiniu	0,88	0,66	0,44	1,33	1	0,66	4,44	3,33	2,22

Kitų metų (1995 ir vėlesnių) pradiniai atlyginimai perskaičiuojami, remiantis santykinu tų metų atlyginimo pokyčiu, kuris apskaičiuojamas iš sudarytos f-jos $k(x, a, c, b, p_2, p_1)$, kur

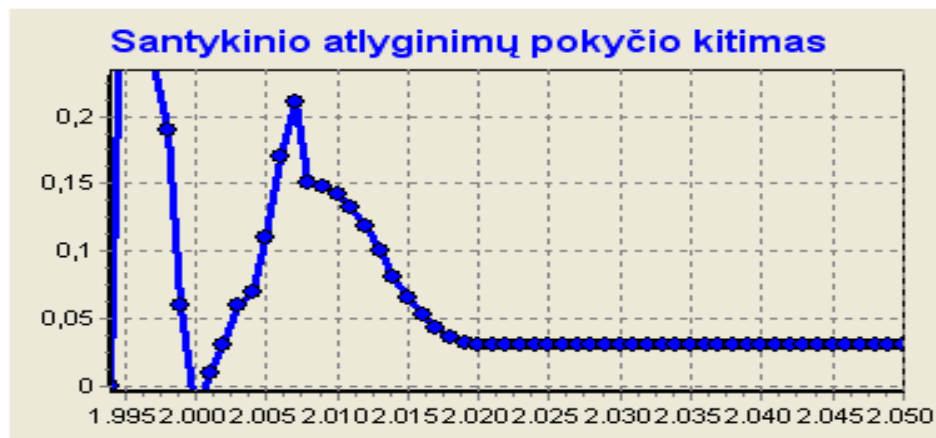
x – metai, kuriems skaičiuojamas algos santykinis pokytis (lyginant su praėjusiais metais).

a – metai, kuriais algos pokytis pradeda tolydžiai mažėti (šių metų santykinis algos padidėjimas lygus p_2);

c – metai, kuriais atlyginimo santykinis pokytis mažėja greičiausiai;

b – metai, kuriais algos pokytis baigia tolydžiai mažėti (šių metų santykinis algos padidėjimas lygus p_1);

Darbo užmokesčio kitimas nuo 1994 metų iki 2007 metų imtinai skaičiuojamas, remiantis vidutinio šalies bruto darbo užmokesčio augimu. Toks santykinio atlyginimo pokyčio kitimas pateiktas 2.1.2 paveiksle. Darbo užmokesčio nuo 2008 iki 2020 metų didėjimas kinta atitinkamai nuo 15 iki 3 procentų, maksimalų santykinio atlyginimo pokyčio mažėjimo greitį pasiekiant po 5 metų, t.y 2013-aisiais. Vėlesniems metams paliekamas pastovus 3 proc. santykinis atlyginimo pokytis. Nagrinėjamas laikotarpis apima 1994 – 2050 metus, toks laikotarpis buvo pasirinktas tam, kad būtų galima apskaičiuoti pajamas tų asmenų, kurie pensijų kaupime dalyvautų nuo karjeros pradžios iki išėjimo į pensiją. Šio laikotarpio santykinio atlyginimų pokyčio kitimas pateiktas 2.1.2 paveiksle.



2.1.2 pav. santykinio atlyginimų pokyčio kitimas 1994 – 2050 metais

Programoje atlyginimų skaičiavimas yra pirmoje kortelėje „Atlyginimai, įmokos ir soc. rodikliai“ (šios kortelės vaizdas pateiktas 1 priedo 1 paveiksle). Atlyginimų koregavimas atliekamas iškrentančiame koregavimų meniu, pasirinkus punktą „Darbo užmokesčio pokyčio kitimą“. Po to, nurodžius koregavimo laikotarpį ir maksimalaus pokyčio kreivės statumo metus (metus, kai santykinis atlyginimo pokytis kinta greičiausiai), spaudžiamas mygtukas „Koreguoti“. Taip pat šioje kortelėje vartotojui suteikiama galimybė koreguoti įmokų tarifus tiek į II-os tiek į III-os pakopos pensijų fondus

(pasirenkant „*Įmokos dalies į II pakopos fondus kitimą*“ ir „*Įmokos dalies į III pakopos fondus kitimą*“), bei neapmokestinamojo pajamų dydžio (pasirenkant „*NPD kitimą*“) ir gyventojų pajamų mokesčio tarifo (pasirenkant „*GPM kitimą*“) kitimus.

Paleidus programą pirmą kartą, visos kortelės yra neaktyvios, todėl, norint jas aktyvuoti pirmiausia reikia nurodyti pradinį dalyvavimo kaupime metus, po to – lytį ir pakopas kuriose dalyvaujama.

2.1.2. Prielaidos dalyvaujant pensijų kaupime

Kaip jau buvo minėta anksčiau, pasirinkus dalyvavimą pensijų kaupime ir kaupiant lėšas II-os pakopos pensijų fonde, valstybinio socialinio draudimo fondo valdyba (SoDra) kiekvieną ketvirtį pensijų fondui, su kuriuo dalyvis yra sudaręs pensijų kaupimo sutartį, perveda įstatymais nustatytą pensijų draudimo įmokos dalį. Darbe laikomasi prielaidos, jog asmens atlyginimas metų bėgyje yra pastovus, ir pensijų fondui pervedama lėšų dalis už kiekvieną einamųjų metų ketvirtį yra pastovi.

Dalyvaujant savanoriškajame kaupime (III pakopoje), laikomasi prielaidos, jog pensijų fondui pervedamų lėšų dalis skaičiuojama nuo asmens bruto atlyginimo, o įmokos vykdomos visus metus kiekvieno mėnesio pradžioje. Jei dalyvis naudojami pajamų mokesčio lengvata ir susigrąžintą gyventojų pajamų mokesčių reinvestuoja, tai laikoma, kad už praėjusius metus susigrąžinama pajamų mokesčio suma, reinvestuojama tais pačiais metais, kiekvieno mėnesio pradžioje prie III pakopos pensijų fondui pervedamų įmokų prisumuojančią dvišimtąją dalį tos susigrąžinamos sumos.

Pensijų fondai gautas lėšas investuoja į įvairius vertybinius popierius, todėl aktualu žinoti tam tikru laiko momentu sukauptą sumą. Darbe nenagrinėjama pensijų fondų investicinių portfelių struktūra, o tiesiog priimama prielaida, kad metų bėgyje apskaitos vieneto (AV) santykinis vertės pokytis (grąža) kinta pagal neuroninio tinklo generuojamas AV vertes. Programoje pagal nutylėjimą bazine AV grąža modeliuojama neuroniniu tinklu, kuriam apmokyti panaudojamos UAB „Hansa investicijų valdymas“ pensijų fondo „Pensija 3“ apskaitos vieneto vertės nuo 2004 metų birželio 16 iki 2007 metų gegužės 16 dienos. Kortelėje „*PF rodikliai*“ (šios kortelės vaizdas pateiktas 1 priedo 2 paveiksle) galima koreguoti įmokos mokesčių, kurių pensijų fondai taiko iš dalyvių gaunamoms lėšoms, kitimą. Pagal nutylėjimą šis mokesčių atitinka pasirinktos pakopos fiktyvaus fondo įmokos mokesčių, t.y. 2.5 proc. Jis koreguojamas nurodytame laukelyje įvedant kitą įmokos mokesčio vertę. Pakeistas įmokos mokesčių taikomas visiems vėlesniems metams iki pat 2050-ųjų.

Kortelė „*PF rezultatai*“ (šios kortelės vaizdas pateiktas 1 priedo 3 paveiksle) skirta parodyti pensijų fondų rezultatams. Čia lentelės pavidalu pateikiamos visos (visoms devynioms atlyginimų kategorijoms) fondams pervestos lėšos ir galutinės juose sukauptos sumos nurodytu laiko momentu (metais), atskirai į kiekvieną ir į abudu kartu (jei dalyvauja II ir III pakopoje).

2.1.3. Pensijų apskaičiavimas

Asmeniui, dalyvavusiam pensijų kaupime (II-oje ir III-oje pakopoje) ir sulaukusiam pensinio amžiaus, galutinę pensiją sudaro trys komponentės: pensija iš SoDros, pensija iš II pakopos pensijų fonde sukauptų lėšų (anuitetas) ir pensija iš III pakopos pensijų fonde sukauptų lėšų (anuitetas). Šių komponentių skaičiavimą reglamentuoja trys atskiri įstatymai – valstybinių socialiniu draudimo pensijų įstatymas, pensijų kaupimo įstatymas ir pensijų fondų įstatymo pakeitimo įstatymas (papildomo savanoriško pensijų kaupimo įstatymas), kuriuose numatomi įvairūs galimi įmokų kaupimo ir pensijų išmokų mokėjimo atvejai ir sąlygos. Visi trys išvardinti įstatymai numato, jog asmuo, sulaukęs pensinio amžiaus, gali nukelti išmokų mokėjimą, tačiau šiame darbe laikomasi prielaidos, kad asmuo, sulaukęs pensinio amžiaus, šia teise nepasinaudoja ir iškart išeina į pensiją. Papildomo savanoriško pensijų kaupimo įstatymas numato net penkeriais metais mažesnę pensinį amžių, tačiau laikoma, kad ir šia teise dalyvis nesinaudoja. Analogiška prielaida daroma ir su ankstyvuoju išėjimu iš SoDros sistemos.

Dabartinis (2008 metų) pensinis amžius yra 62,5 metai vyrams ir 60 metai moterims, darbe priimta prielaida, kad nuo 2012 metų pensinis amžius vyrams kasmet didėja po 2 mėnesius, o moterims – po 4 mėnesius, kol 2026 metais abiejų lyčių pensinis amžius susilygina ir toliau yra 65 metai. Priimta prielaida yra bazinė, nes programoje pensinis amžių gali būti keičiamas kortelėje „Anuiteto rodikliai“ (šios kortelės vaizdas pateiktas 1 priedo 4 paveiksle). Norint pakeisti pensinį amžių, iškrentančiame koregavimo meniu reikia pasirinkti „Pensinio amžiaus kitimą“, nurodyti koregavimo intervalą ir, nurodžius absoliutų metinį pensinio amžiaus pokytį mėnesiais, paspausti mygtuką „Koreguoti“. Šioje kortelėje vartotojas taip pat turi galimybę koreguoti kitus su pensijos apskaičiavimu susijusius rodiklius, kurių koregavimo aprašymas pateikiamas kituose skyriuose.

2.1.4. Prielaidos SoDros pensijos skaičiavime

1.2.2 skyriuje buvo minėta Sodros mokamos pensijos struktūra ir apskaičiavimo formulė. Dalyvaujant pensijų kaupime, bazinė pensija nėra mažinama, tačiau papildoma dalis sumažėja. Remiantis valstybinių socialinio pensijų draudimo įstatymo 17 straipsniu, pensijų kaupimo dalyvio metinis draudžiamųjų pajamų koeficientas už kiekvienus dalyvavimo pensijų kaupime metus apskaičiuojamas metinį draudžiamųjų pajamų koeficientą, apskaičiuoto pagal to paties straipsnio 1 dalį, dauginant iš

dydžio c , apskaičiuojamo pagal formulę $c = \frac{t_p - t_k}{t_p}$. Joje:

t_p – t_p metų valstybinio pensijų socialinio draudimo įmokos tarifo dalis, skirta valstybinės socialinio draudimo senatvės pensijos papildomai daliai, nustatyta Valstybinio socialinio draudimo fondo biudžeto rodiklių patvirtinimo įstatyme;

t_k – t_k metų kaupiamosios pensijų įmokos tarifas, nustatytas Valstybinio socialinio draudimo fondo biudžeto rodiklių patvirtinimo įstatyme.

Darbe laikomasi prielaidos, kad laikotarpyje nuo 2004 iki 2050 metų dydis t_p yra pastovus ir lygus 10,5 proc. Įmokos tarifas t_k kinta po 1 proc. kasmet, nuo 2,5 proc. 2004 metais iki 5,5 proc. 2007 metais, o vėlesniais metais yra pastovus (5,5 proc.). Programoje įmokos tarifo dalis (t_p), skirta valstybinės socialinio senatvės pensijos papildomai daliai, nėra koreguojama, tačiau kaupiamosios pensijos įmokos tarifas, gali būti koreguojamas kortelės „Atlyginimai, įmokos ir soc. rodikliai“ iškrentančiame koregavimo meniu pasirenkant „Įmokos dalies į II pakopos fondus kitimą“, koreguojant nurodomas metų intervalas, kuriam tas koregavimas taikomas, o koreguojama reikšmė traktuojama kaip absoliutus vienerių metų koreguojamo tarifo pokytis, lyginant su praėjusiais metais.

2004 – 2031 metų bazinės pensijos ir draudžiamųjų pajamų dydžiai skirti pensijai apskaičiuoti modeliuojami neuroniniais tinklais, kurių struktūrą ir veikimas aprašomas 2.1.6 skyriuje. Remiantis 2002–2008 metų SoDros pateikiamais draudžiamųjų pajamų dydžiais, draudžiamosios pajamos, skirtos draudžiamųjų pajamų koeficientui skaičiuoti, apskaičiuojamas kaip 99 proc. dydžio nuo draudžiamųjų pajamų, skirtų pensijos papildomai daliai skaičiuoti. Pastarosios pajamos modeliuojamos neuroniniu tinklu, kurio įėjimo sluoksniui pateikiami santykinis einamųjų metų santykinis atlyginimų padidėjimas ir praėjusių metų draudžiamosios pajamos, skirtos socialinio draudimo išmokų indeksavimui.

Kita labai svarbi prielaida yra ta, jog, skaičiuojant papildomą pensijos dalį, laikoma, kad, jeigu vyras pensijų kaupime dalyvavo mažiau nei 40 metų, tai jo valstybinio socialinio pensijų draudimo stažas yra 40 metų, o jei dalyvavo ilgiau, tai igytu stažu laikomas dalyvavimo pensijų kaupime laikotarpis. Analogiškai su moterimis, skirtumas tik tas, jog joms taikomas 35 metų barjeras.

2.1.5. Prielaidos anuiteto skaičiavime

Bazinio pensijų anuiteto skaičiavimo metodikos tikslas – visoms pensijų kaupimo bendrovėms nustatyti bendrą formulę ir prielaidas, naudotinas nustatant bazinio pensijų anuiteto dydį. Bazinis anuiteto dydis yra mėnesinės pensijų išmokos dydis, kuris apskaičiuojamas atskirai kiekvienai lyčiai ir amžiaus grupei, pradedant senatvės pensijos amžiumi.

Bazinio pensijų anuiteto dydis apskaičiuojamas pagal tokią formulę:

$$\frac{PT}{12 \left(\alpha \sum_{k=0}^{101-x-1} p_x v^k - \beta (1 - {}_{101-x}p_x v^{101-x}) \right)} (1 + \delta) \quad (2.3)$$

kur:

PT – pensijų fondo dalyvio vardu pensijų fonde sukaupto pensijų turto vertė;

$v = \frac{1}{1+i}$, – diskontavimo daugiklis; $d = \frac{i}{1+i}$, – metinė diskontavimo norma;

i – palūkanų norma, lygi maksimaliai techninei palūkanų normai, galiojančiai anuiteto apskaičiavimo metu;

$i^{(12)} = 12\left((1+i)^{1/12} - 1\right)$ – nominali metinė palūkanų norma, palūkanas priskaitant kas mėnesį;

$d^{(12)} = 12\left(1 - v^{1/12}\right)$ – nominali metinė diskontavimo norma, diskontuojant kas mėnesį;

$\alpha = \frac{id}{i^{(12)}d^{(12)}}$; $\beta = \frac{i - i^{(12)}}{i^{(12)}d^{(12)}}$;

$\delta = 0,02$ - atskaitymai, skirti padengti anuiteto įsigijimo ir administravimo kaštus;

${}_k P_x = \prod_{i=0}^{k-1} {}_1 P_{x+i}^{M+i}$ – tikimybė amžiaus x sulaukusiam žmogui numirti per k metų;

${}_1 P_{x+k}^{M+k}$ – tikimybė M -aisiais metais amžiaus x sulaukusiam žmogui išgyventi 1, $(M+k)$ -uosius,

metus, nustatoma pagal mirtingumo lentelę, skirtą bazinio pensijų anuiteto dydžiams apskaičiuoti.

Mirtingumo lentelę, skirtą bazinio pensijų anuiteto dydžiams apskaičiuoti, sudaro draudimo priežiūros komisija. Mirtingumo lentelė yra sudaroma, naudojant statistinius metodus, remiantis Lietuvos gyventojų mirtingumo duomenimis nuo 1993 metų, pateiktais Statistikos departamento prie Lietuvos Respublikos Vyriausybės, bei atsižvelgiant į mirtingumo kitimo tendencijas. Priežiūros komisija perskaičiuoja mirtingumo lentelę kartą per metus, gavusi praeitų metų Lietuvos mirtingumo duomenis, ir paskelbia savo tinklalapyje iki kiekvienų metų liepos 1 dienos.

(2.3) formulė yra pritaikyta, tik tokioms tikimybėms ${}_k P_x$, kurių abu indeksai yra sveikieji skaičiai. Kadangi išėjimo į pensiją momentas ne visuomet sutampa su sveikų metų skaičiumi, todėl šiame darbe anuiteto skaičiavimas realizuotas su trupmeniniais dydžiais, laikantis prielaidos, jog metų bėgyje mirtingumo intensyvumas yra pastovus. Ši hipotezė paaiškinta 1.3.4 skyriuje, todėl trupmeninė išgyvenimo funkcija $\left({}_t P_x, 0 \leq t < 1\right)$ skaičiuojama remiantis (4.2) formule t.y. :

$${}_t P_x = (p_x)^t, \quad 0 \leq t < 1.$$

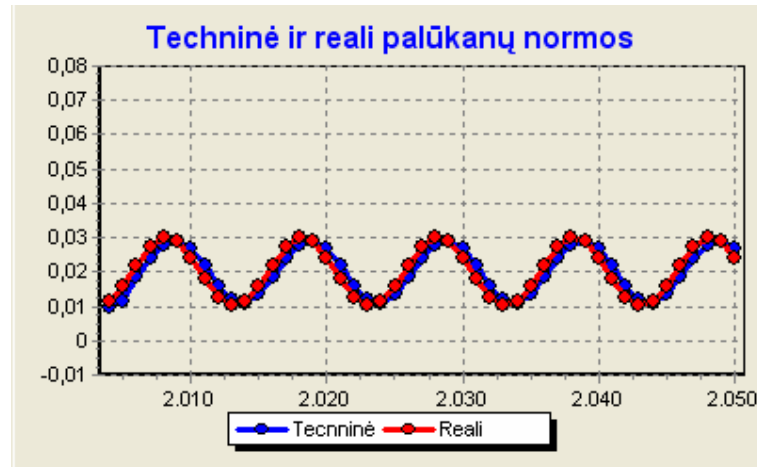
Dar labai svarbu pažymėti, tai jog viso laikotarpio (2004 – 2050 m.) skaičiuojamiems anuitetams taikoma tapati 2005 metų mirtingumo lentelė.

Techninė palūkanų norma i , naudojama bazinio anuiteto skaičiavimui, apskaičiuojama kaip 50 proc. einamųjų metų, 40 proc. praėjusių ir 10 proc. užpraeitų metų realios anuiteto pelningumo normos. Be to, jai yra taikomas kitimo intervalas, kurio apatinis režis yra 2 proc., o viršutinis – 4 proc. Tai bazinės rodiklių reikšmės, nes kortelėje „Anuiteto rodikliai“ apatinis ir viršutinis bazinės palūkanų normos kitimo intervalo režiai gali būti keičiami, iškrentančiame koregavimo meniu pasirenkant trečią punktą „techninės normos apatinį režį“ arba antrą punktą „techninės normos viršutinį režį“.

Realiai anuiteto pelningumo normai taikoma prielaida, jog ji kinta pagal trigonometrinės funkcijos $\sin(x)$ dėsnį, kurio periodas 10 metų, svyruodama 1 proc. amplitudė apie 2 proc.. Pagal šį sinusoidės dėsnį, x-aisiais metais reali anuiteto pelningumo norma apskaičiuojama pagal tokią formulę:

$$i(x - 2000) = 0.02 + 0.01\sin\left(2.7 + 2\pi \frac{x - 2000}{10}\right) \quad (2.4)$$

Realios anuiteto pelningumo normos (funkcijos aprašomos (2.4) formule) ir techninės palūkanų normos, naudojamos bazinio anuiteto vertės skaičiavime grafikai pateikti 2.3 paveiksle.



2.1.3 pav. Techninės ir realios palūkanų normos kitimo grafikas

Gyvybės draudimo bendrovės apskaičiuota pensijų anuiteto vertė privalo būti ne mažesnė už draudimo priežiūros komisijos skelbiamą bazinio anuiteto vertę. Darbe laikoma, kad draudimo bendrovė pasilieka 30 proc. skirtumo tarp jos paskaičiuoto ir bazinio anuiteto vertės. Šis mokestis programoje vadinamas „Sėkmės mokesčiu“. 30 proc. tarifas – bazinė šio rodiklio reikšmė, nes kortelėje „Anuiteto rodikliai“ ji gali būti pakeičiama, iškrentančiame koregavimo meniu pasirenkant ketvirtą punktą „Sėkmės mokesčio kitimą“, nurodant koreguojamų metų intervalą, naują mokesčio tarifo reikšmę ir paspaudžiant mygtuką „Koreguoti“.

Tiek bazinių, tiek realių pensijų anuitetų skaičiavimo rezultatai pateikiami kortelėse „Anuitetai ir pakeitimo normos“, bei „Grafinis algos ir anuiteto palyginimas“ (1 priedo 5 ir 6 paveikslas). Antrojoje kortelėje be grafinio rezultatų vaizdavimo, vartotojui suteikta galimybė pasirinkti įmokų, mokamų į III pakopos pensijų fondą scenarijų (0%, 5%, 8%, 10%, 12%, 15% arba 20% nuo bruto darbo užmokesčio).

2.1.6 Bazinės pensijos ir draudžiamųjų pajamų modeliavimas neuroniniais tinklais

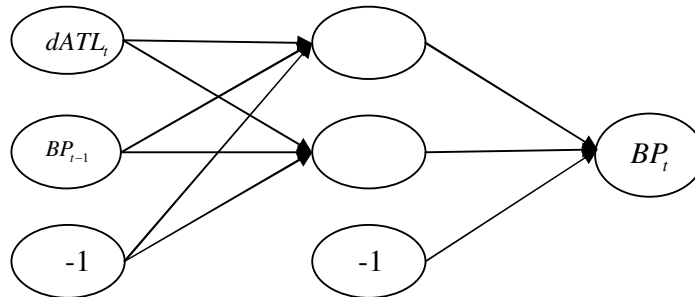
Tiek bazinės pensijos, tiek draudžiamųjų pajamų modeliavimui buvo sukurti identiškos struktūros neuroniniai tinklai, todėl toliau bus kalbama bendrai apie abu neuroninius tinklus, akcentuojant pagrindinius jų skirtumus. Esminis skirtumas yra tas, kad kiekvienam iš jų pasiunčiami skirtingi įėjimo signalai. Bazinės pensijos neuroninio tinklo įėjimo signalai yra einamųjų metų santykinis vidutinio atlyginimo skirtumas ir praėjusiųjų metų bazinė pensija, o draudžiamųjų pajamų neuroniniam tinklui — einamųjų metų santykinis vidutinio atlyginimo skirtumas ir praėjusiųjų metų draudžiamosios pajamos, skirtos draudžiamųjų pajamų koeficientui skaičiuoti. Kiekvienas neuroninis tinklas turi po du neuronus paslėptajame sluoksnyje ir vieną išėjimo sluoksnyje. Bazinės pensijos neuroniniame tinkle išėjimas yra prognozuojama einamųjų metų bazinė pensija, o draudžiamųjų pajamų neuroniniame tinkle — einamųjų metų draudžiamosios pajamos, skirtos draudžiamųjų pajamų koeficientui skaičiuoti. Tiek bazinės pensijos, tiek draudžiamųjų pajamų neuroninių tinklų paslėptojo sluoksnio neuronai turi tokias sigmoidines aktyvavimo funkcijas:

$$f_{psl}(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}},$$

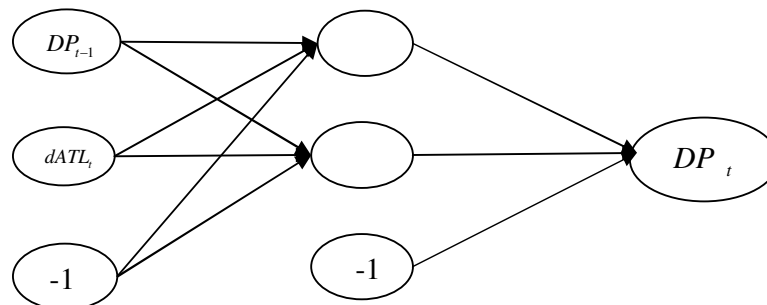
Tuo tarpu išėjimo neuronų aktyvavimo funkcijos yra tiesinės:

$$f_{is}(x) = x,$$

Aprašytų neuroninių tinklų supaprastintos schemas pateiktos žemiau esančiuose paveiksluose.

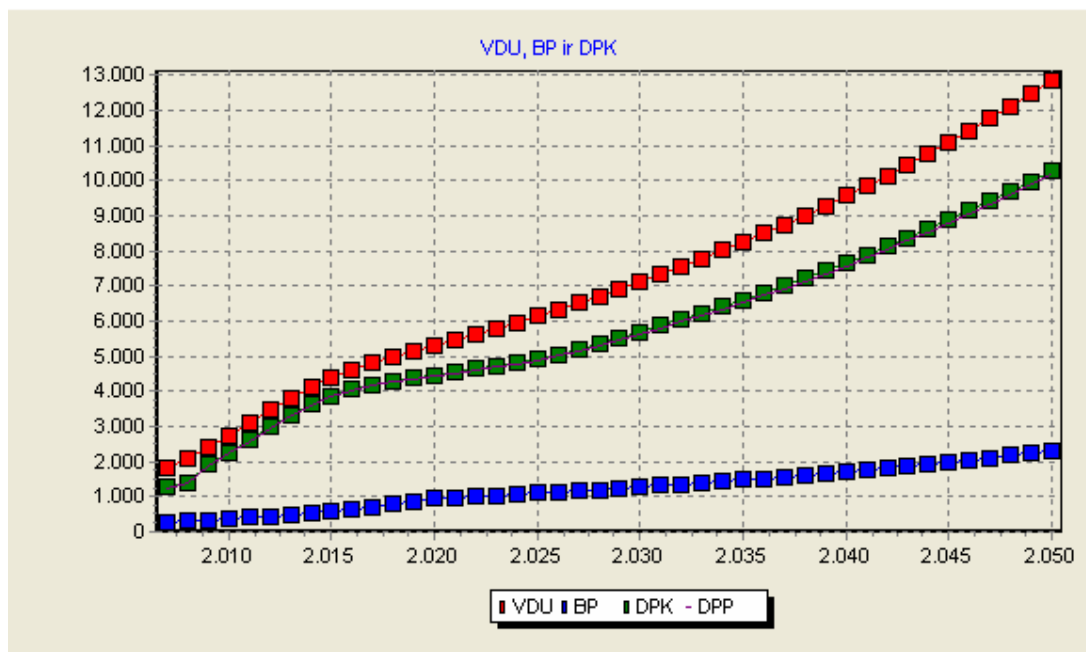


2.1.4 pav. Bazinės pensijos neuroninio tinklo struktūra



2.1.5 pav. Draudžiamųjų pajamų neuroninio tinklo struktūra

Neuroninių tinklų mokymui buvo panaudota 1997 – 2008 metų statistiniai rodikliai: vidutinio atlyginimo santykiniai pokyčiai, bazinės pensijos ir draudžiamosios pajamos, skirtos asmens draudžiamųjų pajamų koeficiento skaičiavimui. Kaip jau buvo minėta anksčiau, bazinės pensijos neuroninio tinklo įėjimai yra einamų metų santykinis vidutinio atlyginimo didėjimas ir praėjusių metų bazinė pensija. Kadangi šių dydžių vertės yra skirtingos eilės, todėl prieš pateikiant juos neuroniniam tinklui, duomenys buvo apdorojami, transformuojant juos į tam tikrus intervalus. Bazinės pensijos vertės įėjimo ir išėjimo signaluose buvo tiesiškai transformuojamos iš intervalo [90; 316] į intervalą [-1; 1], o santykinis vidutinio atlyginimo pokytis paliekamas nepakeistas. Draudžiamųjų pajamų neuroninio tinklo įėjimo ir išėjimo draudžiamųjų pajamų signalai buvo transformuojami iš intervalo [694; 2000]. Neuroninių tinklų apmokymui buvo panaudotas tas pats grupinio antigradientinio nusileidimo metodas. Gauti rezultatai pateikti žemiau esančiame paveiksle.



2.1.6 pav. Vidutinio darbo užmokesčio (VDU), bazinės pensijos (BP) ir Draudžiamųjų pajamų modeliavimo rezultatai

2.1.7 Apskaitos vieneto vertės modeliavimas neuroniniais tinklais

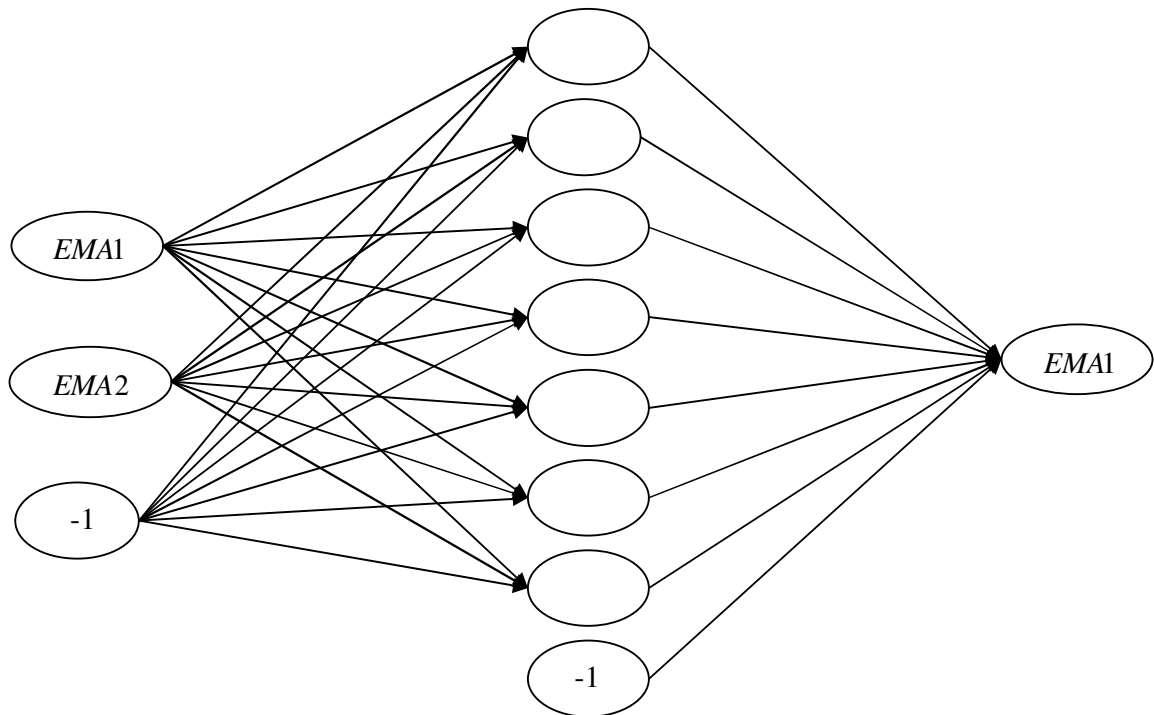
Apskaitos vieneto (AV) vertei modeliuoti buvo parinktas panašios struktūros neuroninis tinklas: du neuronai įėjimo sluoksnyje, septyni neuronai paslėptame sluoksnyje ir vienas neuronas išėjimo sluoksnyje. Paslėpto sluoksnio visi neuronai turi vienodas sigmoidines funkcijas

$$f_{psl}(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}.$$

Išėjimo sluoksnyje esančio neurono aktyvavimo funkcija parinkta paprasta tiesinė

$$f_{iis}(x) = x.$$

Aprašyto neuroninio tinklo supaprastinta schema pateikta žemiau esančiame paveiksle.



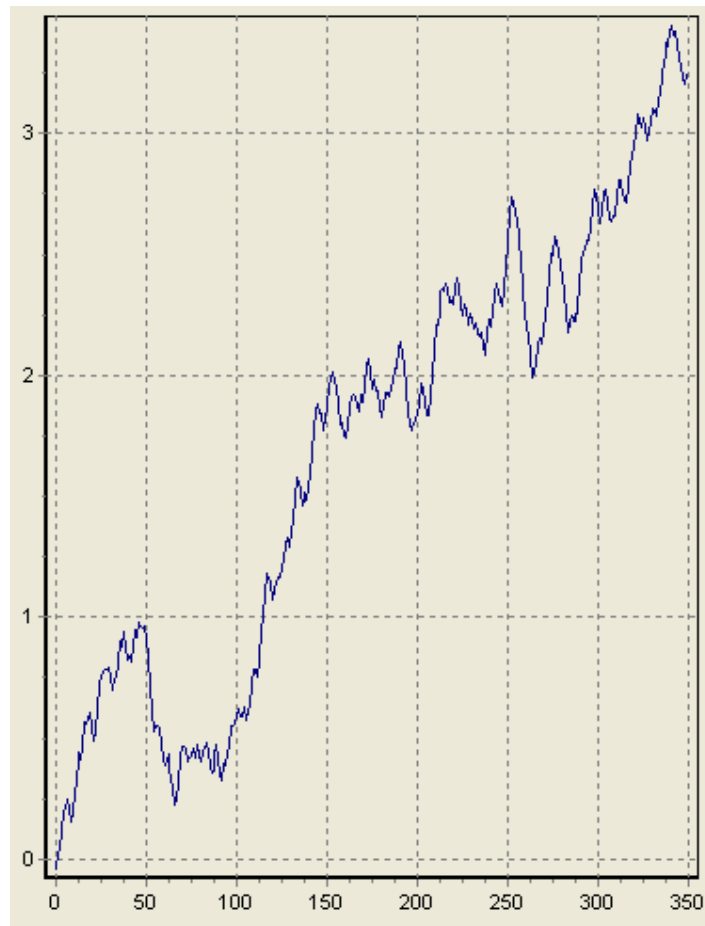
2.1.7 pav. Apskaitos vienetų vertės neuroninio tinklo struktūra

Neuroninio tinklo mokymui buvo panaudota UAB „Hansa investicijų valdymas“ II pakopos pensijų fondo „Pensija 3“ apskaitos vienetų vertės nuo 2004 metų birželio 15 iki 2008 metų gegužės 15 dienos. Mokymo metu teikiamas įėjimo, tiek išėjimo signalams buvo suteikiamos ne tiesioginės AV vertės, o jų modifikacijos. Įėjimo sluoksnyje esantiems neuronams buvo pateikiamos AV verčių pirmos ir antros eilės eksponentiniai slankieji vidurkiai (EMA1 ir EMA2). Prieš pateikiant įėjimo ir išėjimo signalus neuroniniam tinklui tiek EMA1 tiek EMA2 buvo 3 kartus transformuojami. Pirmuoju etapu tikrosioms AV vertėms buvo paskaičiuojami pokyčiai. Antrajame etape šie pokyčiai sunormuojami, o trečiajame tiesiškai transformuojami į intervalą $[0,5; 0,9]$. Tuomet gautoms vertėms Y_t skaičiuojami EMA1 ir EMA2 rodikliai, kurie apmokymo metu pateikiami neuroninio tinklo įėjimo ir išėjimo signalams.

Slankieji eksponentiniai vidurkiai buvo skaičiuojami pagal tokias formules:

$$\begin{aligned} EMA1_t &= EMA1_{t-1} + L_1(Y_{t-1} - EMA1_{t-1}), \\ EMA2_t &= EMA2_{t-1} + L_2(Y_{t-1} - EMA2_{t-1}), \\ L_1 &= \frac{2}{1+1} = 1, \\ L_2 &= \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

Neuroninių tinklų apmokymui buvo panaudotas tas pats grupinio antigradientinio nusileidimo metodas, apmokymo imčiai pateikiant 950 duomenų pavyzdžių. Kadangi neuroninis tinklas buvo apmokomas su dieninėmis AV vertėmis, o darbe naudojamos metinės AV vertės, todėl metinė AV vertė buvo laikoma ta verte, kuri gaunama sumuojant 350 AV vertės pokyčių generuojamų neuroninio tinklo. Vienas iš metinio AV pokyčio modeliavimo pavyzdžių pateiktas žemiau esančiame paveiksle.



2.1.8 pav. Metinės AV vertės pokyčio modeliavimo pavyzdys

2.2. PENSIJŲ SISTEMOS MODELIAVIMO REZULTAI IR JŲ ANALIZĖ

Praeitame skyriuje buvo pateiktos bazinės (pirminės) prielaidos, kuriomis naudojantis yra sukurta programa. Kaip minėta, kai kurias iš tų prielaidų (pvz. pensinio amžiaus kitimą) vartotojas gali tiesiogiai koreguoti programos vykdymo metu, o kai kurios (pvz. draudžiamųjų pajamų skaičiavimą) yra aprašytos pačiame programos kode ir vykdymo metu vartotojas jų pakeisti negali. Kadangi koreguojamų rodiklių yra gana nemažai, todėl pakopų palyginimą galima organizuoti įvairiais aspektais. Šiame darbe pensijų pakopų palyginimui atlikti naudojama ankstesniame skyriuje (2.1) suformuluota prielaidų bazė, o pats palyginimo procesas organizuojamas dviem pjūviais. Pirmasis pjūvis – tai horizontali pensijų ir pajamų pasikeitimo normų analizė, kurioje akcentuojami skirtumai tarp vienodo amžiaus asmenų, esančių skirtingose pajamų kategorijose (programos lentelėse šios kategorijos išdėstytos vienoje eilutėje, todėl ši analizė ir pavadinta horizontalia). Antruoju pjūviu atliekama vertikalė pensijų ir pajamų pasikeitimo normų analizė. Joje akcentuojami skirtumai tarp skirtingo amžiaus asmenų, atstovaujančių tas pačias atlygimų kategorijas, tačiau vienu metu pradėjusių dalyvavimą pensijų kaupime (programos lentelėse skirtingo amžiaus asmenys, pradėję kaupimą tais pačiais metais ir priklausantys tai pačiai atlyginimų kategorijai, išdėstomi vertikaliai viename stulpelyje, todėl ši analizė ir pavadinta vertikalia).

Kadangi apskaitos vieneto vertės yra modeliuojamos neuroniniu tinklu, kurio išėjimai yra atsitiktiniai, todėl, norint gauti apibendrintus rezultatus kiekvieniems metams, pradedant nuo pasirinktų kaip atskaitos metais, iki pat 2050-ųjų metų, buvo generuojama po 200 atsitiktinių AV verčių. Vykdamas pensijų sistemos modeliavimą, skaičiavimai (fonduose sukauptų lėšų, pensijų, pakeitimo normų verčių skaičiavimas) buvo atliekami su kiekviena AV realizacija. Atliekant skaičiavimus visoms 200 AV realizacijoms, buvo skaičiuojamos ne pačių apskaitos vienetų minimalios, vidutinės ir maksimalios vertės, o fonduose sukauptos sumos, paskaičiuotos pensijos (pensiniais metais) ir pajamų pakeitimo koeficientų minimalios, vidutinės ir maksimalios vertės.

2.2.1. Modeliavimo rezultatai, kai atskaitos metais laikomi 2009 m.

Šiame skyriuje tiriamas toks atvejis, kai galimybė dalyvauti pensijų kaupime atsiranda nuo 2009 metų. T. y. asmuo dalyvauti kaupime gali pradėti ne tik 2009 metais, tačiau ir vėlesniais. Rodiklių vertės, kurias vartotojas gali ir negali koreguoti programos vykdymo metu, parenkamos bazinės.

Siekiant rasti palankiausius dalyvavimo pensijų kaupime variantus, galima lyginti ne tik įvairius II ir III pakopų derinius, bet greta jų ir I-ąją (Sodros) pakopą (apskaičiuojant, kokią pensiją asmuo gautų, nusprendęs pasilikti valstybinėje socialinio draudimo sistemoje). Taigi, tiriant dalyvavimą pensijų sistemoje galimi keturi atvejai:

1. Dalyvaujama tik II oje pakopoje;
2. Dalyvaujama tik III pakopoje (su ir be pajamų mokesčio reinvestavimu);
3. Dalyvaujama II ir III pakopoje (su ir be pajamų mokesčio reinvestavimu);
4. Pasiliekiama valstybinio socialinio draudimo sistemoje;

Toliau darbe bus nagrinėjamos dvi alternatyvos: dalyvavimas tik II pakopoje arba likimas senoje valstybinio socialinio draudimo sistemoje.

Pensijų kaupime pradėdant dalyvauti nuo 2009-ųjų, vėliausiai (2050 metais) pensinį amžių pasieks tie asmenys, kuriems 2009 metais sukanka 24 metai. Taigi, tyrime skaičiuojamos ir lyginamos pensijos tik tų asmenų, kurie pradėdami dalyvavimą kaupime yra ne jaunesni kaip 24 metų amžiaus. 2009-ųjų metų visų devynių darbo užmokesčio kategorijų atlyginimai pateikti 2 priedo 1-ame paveiksle, o jų kitimą iki 2050 metų aprašo santykinio atlyginimo pokyčio kreivė, kurios grafikas buvo pateiktas 2.1.1 skyriaus 2.2 paveiksle.

Kadangi darbe laikoma, kad į pensiją išeinama tik sulaukus pensinio amžiaus, todėl visais keturiais atvejais pajamos prieš pensiją bus vienodos. Vyrų pajamos prieš pensiją pateiktos 2 priedo 2 paveiksle, o moterų – to paties priedo 3 paveiksle.

Nuo 2023 metų tiek vyrų, tiek moterų pajamos prieš pensiją susivienodina. Tai sąlygoja pensinio amžiaus didinimas. Kai kuriuose paveiksluose kairiajame programos stulpelyje, kuriame nurodomas asmens amžius 2009 metais, jis pasikartoja du kartus. Taip nutinka dėl to, jog metų bėgyje ne visi asmenys, sulaukę amžiaus, lygaus sveikajai pensinio amžiaus daliai, tais pačiais metais sulaukia ir trupmeninės pensinio amžiaus dalies.

Vyrų dalyvavimas II pakopoje

Pasirinkus dalyvavimą II pakopoje nuo 2009 metų, įmokos į pasirinktą pensijų fondą bus pervedinėjamos nuo tais metais gaunamo bruto darbo užmokesčio. 2009 metų bruto darbo užmokesčiai pateikti 2.1 lentelėje. Kaip jau buvo minėta anksčiau, „3xII“ pogrupio maksimalus darbo užmokestis

atitinka vidutinį šalies bruto darbo užmokestį, o kitų pogrupių maksimalių darbo užmokesčių santykiai buvo pateikti 1.2 lentelėje.

2.1 lentelė

2009 metų mėnesiniai bruto darbo užmokesčiai

Amžius 2009	2xI	2xII	2xIII	3xI	3xII	3xIII	10xI	10xII	10xIII
24	1421	1066	711	1812	1359	906	4348	3262	2174
25	1459	1095	730	1889	1417	944	4688	3517	2344
26	1496	1122	748	1965	1474	982	5022	3768	2511
27	1532	1150	766	2038	1529	1019	5349	4013	2675
28	1568	1176	784	2111	1584	1055	5669	4254	2835
29	1602	1202	801	2181	1636	1091	5982	4488	2991
30	1636	1228	818	2250	1688	1125	6288	4718	3144
31	1669	1252	835	2316	1738	1158	6585	4941	3293
32	1701	1276	850	2381	1786	1190	6875	5158	3437
33	1732	1299	866	2443	1833	1222	7156	5369	3578
34	1762	1322	881	2504	1879	1252	7427	5573	3714
35	1791	1344	895	2562	1922	1281	7690	5770	3845
36	1819	1365	909	2618	1964	1309	7944	5960	3972
37	1846	1385	923	2672	2004	1336	8187	6143	4094
38	1871	1404	936	2723	2043	1361	8420	6318	4210
39	1896	1422	948	2772	2080	1386	8643	6485	4322
40	1919	1440	960	2819	2114	1409	8856	6644	4429
41	1941	1457	971	2862	2147	1431	9057	6795	4528
42	1962	1472	981	2903	2178	1451	9247	6938	4623
43	1982	1487	991	2941	2207	1471	9425	7071	4712
44	2000	1501	1000	2977	2234	1488	9591	7196	4795
45	2017	1514	1009	3010	2258	1505	9744	7311	4872
46	2033	1525	1017	3040	2281	1520	9886	7417	4943
47	2047	1536	1024	3067	2301	1533	10014	7513	5007
48	2060	1546	1030	3091	2319	1545	10129	7599	5064
49	2071	1554	1036	3112	2335	1556	10230	7675	5115
50	2081	1562	1041	3129	2348	1565	10317	7741	5159
51	2090	1568	1045	3144	2359	1572	10390	7796	5195
52	2096	1573	1048	3155	2367	1578	10449	7840	5225
53	2101	1577	1051	3163	2373	1582	10493	7873	5246
54	2105	1579	1053	3168	2377	1584	10521	7894	5261
55	2107	1581	1053	3169	2377	1584	10535	7904	5267
56	2107	1581	1054	3166	2376	1583	10532	7902	5266
57	2106	1580	1053	3160	2371	1580	10513	7888	5257
58	2102	1577	1051	3151	2364	1575	10478	7861	5239
59	2097	1574	1049	3137	2354	1569	10426	7822	5213
60	2090	1568	1045	3120	2341	1560	10357	7770	5178
61	2082	1562	1041	3099	2325	1550	10270	7706	5135

2.1 lentelėje pateikiamos pajamos nepriklauso nuo lyties, todėl jos taikomos apskaičiuojant tiek vyrų tiek moterų darbo užmokesčius. Atlyginimai 2.1 lentelėje pateikiami nuo 24 metų amžiaus, nes, kaip jau buvo minėta, tik šio amžiaus asmenys nagrinėjamame laikotarpyje (1994 - 2050 m.) vėliausiai sulauks pensinio amžiaus. Lentelė baigiama 61 metų amžiaus asmenų darbo užmokesčiais, nes 2010 vyrams sukaks 62 metai ir jie pasieks pensinį tų metų amžių (62,5 m.). Turtas pensijų fonde kaupiamas

iki sulaukiama pensinio amžiaus. Įmokos pensiniais metais jau nebemokamos. Vyrų, pasirinkusių kaupimą, galutinės sukauptos sumos pensijų fonde pateiktos 2.2 lentelėje.

2.2 lentelė

Vyrų sukauptos sumos pensijų fonde, kaupimą pradėdant 2009 m.

Amžius 2009 r.	Išeis į pensiją	Pensijinis a.	2xI	2xII	2xIII	3xI	3xII	3xIII	10xI	10xII	10xIII
61	2010	62,50	1015	762	508	1511	1134	756	5008	3757	2504
60	2011	62,50	2551	1914	1276	3804	2854	1902	12615	9465	6307
59	2012	62,67	4359	3271	2180	6506	4882	3253	21593	16201	10797
58	2013	62,83	6454	4842	3227	9642	7235	4821	32017	24022	16008
58	2014	63,00	8785	6591	4392	13107	9834	6553	43482	32624	21741
57	2015	63,17	11387	8543	5693	17004	12758	8502	56435	42342	28217
56	2016	63,33	14285	10717	7142	21349	16018	10675	70877	53178	35438
55	2017	63,50	17408	13061	8704	26036	19534	13018	86453	64864	43227
54	2018	63,67	20808	15612	10404	31142	23365	15571	103413	77589	51707
53	2019	63,83	24353	18271	12176	36467	27361	18234	121094	90855	60547
53	2020	64,00	28078	21067	14039	41999	31511	20999	139373	104569	69687
52	2021	64,17	32111	24093	16056	48057	36056	24029	159466	119644	79733
51	2022	64,33	36151	27123	18076	54127	40611	27064	179571	134729	89786
50	2023	64,50	40566	30436	20283	60760	45587	30380	201508	151187	100754
49	2024	64,67	45159	33882	22580	67656	50761	33828	224279	168272	112139
48	2025	64,83	50033	37539	25016	74970	56248	37485	248379	186354	124189
48	2026	65,00	55212	41425	27606	82652	62012	41326	273712	205361	136856
47	2027	65,00	60757	45585	30379	90964	68248	45482	301047	225870	150524
46	2028	65,00	66790	50111	33395	99997	75026	49999	330693	248112	165346
45	2029	65,00	72969	54747	36485	109242	81962	54621	360943	270809	180472
44	2030	65,00	78975	59254	39488	118212	88692	59106	390188	292750	195094
43	2031	65,00	85573	64204	42786	128052	96075	64026	422184	316756	211092
42	2032	65,00	92520	69416	46260	138396	103836	69198	455710	341910	227855
41	2033	65,00	99799	74877	49899	149212	111951	74606	490638	368116	245319
40	2034	65,00	107514	80666	53757	160654	120536	80327	527456	395740	263728
39	2035	65,00	115824	86901	57912	172955	129764	86477	566900	425334	283450
38	2036	65,00	124495	93406	62247	185756	139369	92878	607772	455999	303886
37	2037	65,00	133426	100107	66713	198906	149235	99453	649544	487340	324772
36	2038	65,00	141886	106454	70943	211308	158540	105654	688622	516659	344311
35	2039	65,00	150909	113224	75455	224499	168437	112249	730001	547705	365001
34	2040	65,00	160733	120595	80367	238826	179186	119413	774778	581300	387389
33	2041	65,00	170543	127955	85272	253068	189872	126534	818943	614437	409472
32	2042	65,00	180006	135055	90003	266728	200121	133364	860885	645905	430442
31	2043	65,00	190843	143186	95422	282352	211843	141176	908789	681846	454395
30	2044	65,00	202363	151829	101182	298901	224260	149451	959246	719703	479623
29	2045	65,00	214974	161291	107487	316967	237814	158484	1014085	760848	507042
28	2046	65,00	227463	170661	113731	334748	251154	167374	1067493	800919	533747
27	2047	65,00	240027	180087	120013	352528	264495	176264	1120353	840578	560177
26	2048	65,00	252054	189111	126027	369402	277155	184701	1169769	877655	584885
25	2049	65,00	266507	199955	133254	389704	292387	194852	1229416	922406	614708

Už pensijų fonde sukauptas lėšas jiems apskaičiuoti anuitetai pateikti 2.3 lentelėje.

2.3 lentelė

Vyrų, pradėjusių kaupimą 2009 m., anuitetai

Amžius 2009	Išeis į pensiją	Pensijinis a.	2xI	2xII	2xIII	3xI	3xII	3xIII	10xI	10xII	10xIII
61	2010	62,50	764	667	569	959	813	667	2240	1823	1340
60	2011	62,50	859	747	634	1084	916	747	2560	2081	1523
59	2012	62,67	960	832	704	1215	1024	832	2890	2345	1712
58	2013	62,83	1060	918	775	1343	1130	917	3203	2595	1893
58	2014	63,00	1160	1004	849	1469	1237	1003	3508	2837	2070
57	2015	63,17	1254	1088	922	1583	1335	1087	3757	3039	2222
56	2016	63,33	1347	1172	997	1693	1432	1170	3980	3220	2362
55	2017	63,50	1441	1259	1076	1801	1529	1256	4186	3387	2495
54	2018	63,67	1539	1350	1161	1912	1630	1347	4388	3552	2628
53	2019	63,83	1638	1444	1250	2019	1730	1441	4559	3695	2750
53	2020	64,00	1753	1552	1351	2147	1848	1549	4786	3889	2908

52	2021	64,17	1803	1597	1391	2209	1902	1594	4927	4000	2992
51	2022	64,33	1856	1644	1432	2273	1957	1641	5068	4116	3079
50	2023	64,50	1912	1694	1475	2343	2017	1690	5226	4244	3175
49	2024	64,67	1983	1755	1526	2434	2093	1752	5454	4425	3305
48	2025	64,83	2048	1811	1574	2514	2162	1808	5644	4577	3417
48	2026	65,00	2120	1874	1627	2606	2239	1870	5873	4762	3552
47	2027	65,00	2192	1937	1680	2698	2316	1933	6092	4939	3681
46	2028	65,00	2265	2000	1734	2789	2393	1996	6309	5114	3809
45	2029	65,00	2322	2052	1781	2858	2453	2048	6447	5231	3899
44	2030	65,00	2410	2127	1843	2971	2548	2124	6727	5455	4061
43	2031	65,00	2504	2207	1909	3092	2648	2203	7029	5697	4235
42	2032	65,00	2607	2294	1981	3227	2759	2291	7371	5970	4430
41	2033	65,00	2710	2381	2052	3359	2869	2377	7707	6234	4620
40	2034	65,00	2840	2490	2138	3533	3009	2485	8176	6597	4876
39	2035	65,00	2960	2590	2220	3689	3138	2585	8571	6915	5102
38	2036	65,00	3081	2692	2303	3848	3267	2686	8967	7234	5329
37	2037	65,00	3207	2798	2388	4012	3402	2791	9379	7565	5565
36	2038	65,00	3340	2910	2479	4186	3545	2902	9818	7916	5815
35	2039	65,00	3442	2999	2554	4313	3652	2989	10098	8149	5986
34	2040	65,00	3589	3121	2652	4505	3809	3110	10586	8537	6262
33	2041	65,00	3739	3247	2753	4701	3968	3234	11079	8930	6540
32	2042	65,00	3888	3371	2854	4893	4126	3357	11557	9311	6812
31	2043	65,00	4050	3507	2962	5105	4298	3490	12091	9734	7112
30	2044	65,00	4265	3682	3098	5393	4528	3662	12863	10337	7533
29	2045	65,00	4441	3829	3215	5622	4714	3805	13439	10791	7855
28	2046	65,00	4625	3982	3337	5861	4909	3955	14041	11265	8191
27	2047	65,00	4808	4134	3459	6097	5101	4103	14625	11726	8518
26	2048	65,00	5004	4297	3589	6350	5307	4262	15257	12223	8870
25	2049	65,00	5126	4405	3682	6492	5430	4365	15529	12450	9044
24	2050	65,00	5316	4564	3811	6734	5628	4520	16108	12908	9371

Kadangi pensijų kaupimas yra kaip viena iš alternatyvų rūpinantis socialiniu saugumu ateityje, todėl kyla poreikis palyginti šių alternatyvų efektyvumą. Vyrams, pasilikusiems valstybinėje socialinio draudimo sistemoje, sumodeliuoti pensijų dydžiai pateikti 2.4 lentelėje.

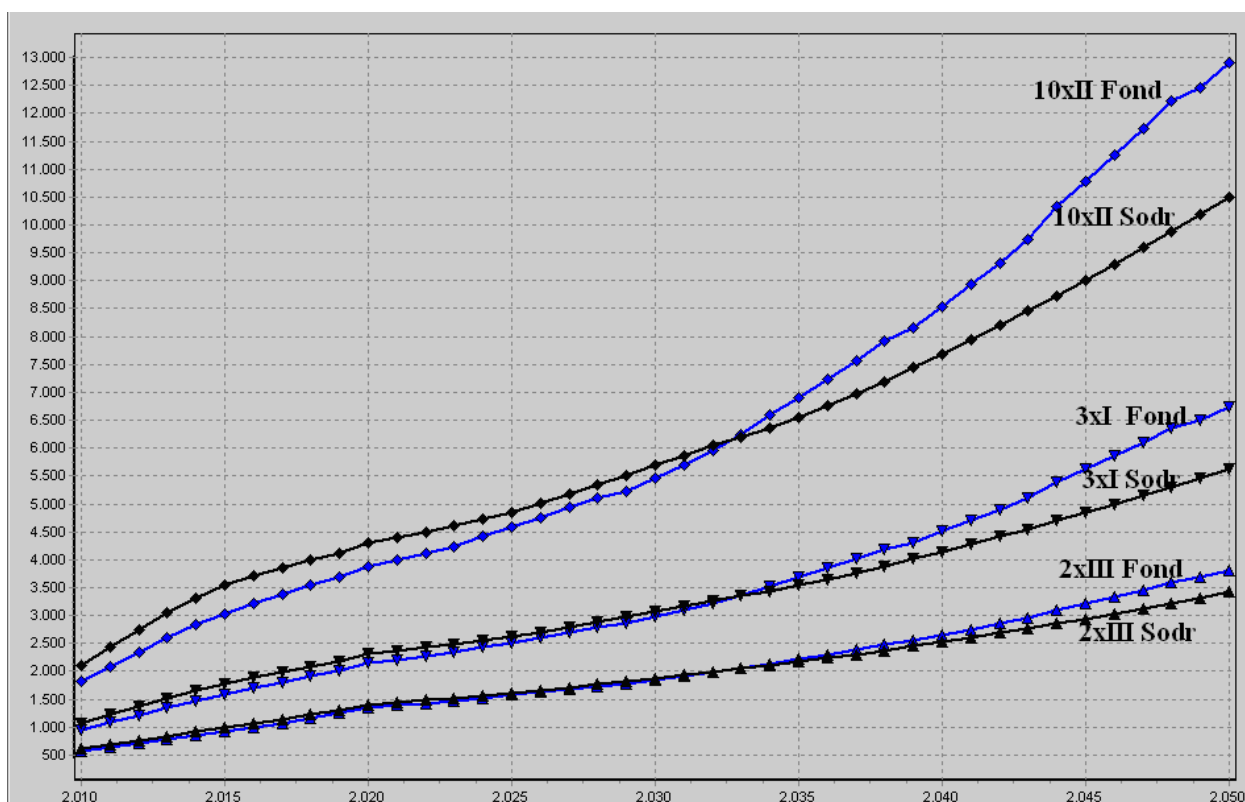
2.4 lentelė

Vyrų, pasilikusių valstybinėje socialinio draudimo sistemoje, pensijos

Amžius 2009	Išėjis į pensiją	Pensijinis a.	2xI	2xII	2xIII	3xI	3xII	3xIII	10xI	10xII	10xIII
61	2010	62,50	841	725	608	1074	900	725	2569	2111	1532
60	2011	62,50	952	817	681	1223	1020	816	2955	2427	1754
59	2012	62,67	1068	913	758	1377	1145	913	3352	2749	1982
58	2013	62,83	1181	1009	836	1525	1267	1008	3725	3049	2196
58	2014	63,00	1289	1101	913	1662	1382	1100	4063	3319	2391
57	2015	63,17	1387	1188	988	1783	1485	1187	4330	3537	2554
56	2016	63,33	1479	1272	1063	1892	1581	1270	4550	3716	2692
55	2017	63,50	1568	1354	1140	1992	1672	1352	4731	3863	2812
54	2018	63,67	1657	1439	1220	2089	1763	1436	4885	3991	2921
53	2019	63,83	1749	1528	1306	2187	1856	1524	5029	4110	3027
53	2020	64,00	1862	1634	1406	2312	1972	1631	5244	4296	3180
52	2021	64,17	1909	1677	1444	2369	2021	1674	5367	4394	3255
51	2022	64,33	1958	1721	1483	2426	2072	1717	5483	4493	3331
50	2023	64,50	2010	1767	1524	2489	2127	1764	5612	4603	3414
49	2024	64,67	2065	1816	1567	2556	2184	1812	5752	4721	3503
48	2025	64,83	2122	1867	1611	2625	2244	1863	5899	4843	3595
48	2026	65,00	2188	1925	1661	2707	2314	1921	6091	5004	3713
47	2027	65,00	2258	1986	1713	2796	2389	1982	6292	5172	3836
46	2028	65,00	2330	2049	1767	2885	2465	2044	6494	5341	3961
45	2029	65,00	2402	2112	1821	2976	2542	2107	6695	5510	4085

44	2030	65,00	2478	2178	1877	3070	2622	2173	6907	5687	4216
43	2031	65,00	2555	2246	1935	3167	2704	2241	7119	5869	4350
42	2032	65,00	2633	2314	1994	3263	2786	2309	7327	6048	4483
41	2033	65,00	2704	2377	2050	3350	2862	2372	7516	6204	4600
40	2034	65,00	2777	2442	2107	3437	2938	2437	7706	6360	4718
39	2035	65,00	2860	2515	2170	3541	3026	2510	7919	6553	4861
38	2036	65,00	2948	2592	2236	3650	3119	2587	8148	6757	5012
37	2037	65,00	3040	2673	2305	3765	3217	2667	8390	6973	5170
36	2038	65,00	3135	2756	2376	3885	3318	2751	8648	7200	5337
35	2039	65,00	3235	2843	2450	4010	3424	2838	8919	7436	5511
34	2040	65,00	3338	2933	2527	4139	3534	2927	9203	7682	5692
33	2041	65,00	3445	3026	2606	4273	3647	3020	9496	7936	5878
32	2042	65,00	3555	3121	2687	4411	3764	3115	9799	8196	6069
31	2043	65,00	3667	3220	2771	4552	3883	3213	10112	8463	6265
30	2044	65,00	3782	3320	2857	4696	4006	3313	10432	8736	6466
29	2045	65,00	3901	3423	2945	4844	4131	3416	10762	9015	6671
28	2046	65,00	4022	3529	3035	4995	4259	3522	11099	9299	6880
27	2047	65,00	4145	3637	3128	5150	4391	3630	11446	9590	7094
26	2048	65,00	4272	3748	3223	5308	4525	3741	11801	9886	7313
25	2049	65,00	4402	3862	3320	5470	4663	3854	12164	10189	7537
24	2050	65,00	4536	3979	3421	5636	4804	3971	12534	10499	7766

Vyrų, priklausančių „2xIII“, „3xI“ ir „10xI“ atlyginimų kategorijoms, pensijų, priklausomai nuo to, ar dalyvaujama kaupime, ar liekama valstybinėje socialinio draudimo sistemoje, dydžiai pateikti 2.1.8 paveiksle. Kreivės su skrituliais atitinka „10xII“ atlyginimų grupę, su atvirksčiais trikampiais — „3xI“ atlyginimų grupę, o su paprastais trikampiais — „2xIII“ grupę. Juoda spalva žymi pensijų, kurias gauna pasilikusieji valstybinio socialinio draudimo sistemoje, o mėlyna — pasirinkusiems dalyvavimą kaupime (nuo 2009 m.).



2.1.8 pav. „2xII“, „3xI“ ir „10xII“ algų grupių kaupimo ir Sodros pensijos

Pensijos išmoka – absoliutus dydis, todėl jos sumažėjimas ar padidėjimas gali būti interpretuojamas klaidingai. Pavyzdžiui, jeigu vidutinis pensijos dydis per penkerius metus pakinta nuo 500 iki 800 litų, atrodytų, jog pensijų sistemą veikia gerai. Tačiau, jeigu per tuos pačius penkerius metus vidutinis atlyginimas padidėjo 2,5 karto iki 1250 litų, tuomet akivaizdu, kad pensijų sistema „šlubuoja“. Todėl, kad būtų išvengta neinformatyvumo, reikia pereiti prie santykinų dydžių, kurie šio trūkumo neturi. Pensijų sistemoje toks santykinis dydis yra pakeitimo norma. Ji skaičiuojama kaip gaunamos pensijos ir pajamų santykis. Skiriamos neto ir bruto pakeitimo normos, kurios skaičiuojamos atitinkamai nuo neto ir bruto atlyginimo. Neto pajamų pakeitimo koeficientai dalyvaujant kaupime visoms 9 darbo užmokesčio grupėms pateiktas 2.4 lentelėje

2.4 lentelė

Vyrų, pradėjusių kaupimą 2009 m., vidutinės pakeitimo normos

Amžius 2009	Išėis į pensiją	Pensijinis a.	2xI	2xII	2xIII	3xI	3xII	3xIII	10xI	10xII	10xIII
61	2010	62,50	0,4991	0,5743	0,7174	0,4243	0,4769	0,5786	0,3003	0,3258	0,3592
60	2011	62,50	0,4909	0,5626	0,6990	0,4195	0,4697	0,5666	0,3004	0,3253	0,3571
59	2012	62,67	0,4838	0,5529	0,6844	0,4149	0,4633	0,5568	0,2993	0,3236	0,3543
58	2013	62,83	0,4776	0,5453	0,6739	0,4100	0,4574	0,5488	0,2967	0,3202	0,3503
58	2014	63,00	0,4776	0,5453	0,6740	0,4110	0,4585	0,5503	0,2984	0,3216	0,3518
57	2015	63,17	0,4778	0,5466	0,6774	0,4099	0,4582	0,5514	0,2957	0,3187	0,3494
56	2016	63,33	0,4820	0,5531	0,6882	0,4116	0,4614	0,5578	0,2941	0,3170	0,3488
55	2017	63,50	0,4903	0,5647	0,7062	0,4163	0,4685	0,5694	0,2939	0,3170	0,3502
54	2018	63,67	0,5028	0,5815	0,7312	0,4241	0,4793	0,5861	0,2953	0,3187	0,3539
53	2019	63,83	0,5175	0,6015	0,7612	0,4332	0,4922	0,6061	0,2966	0,3206	0,3582
53	2020	64,00	0,5406	0,6310	0,8030	0,4513	0,5150	0,6380	0,3057	0,3313	0,3720
52	2021	64,17	0,5399	0,6304	0,8024	0,4507	0,5144	0,6374	0,3054	0,3307	0,3714
51	2022	64,33	0,5392	0,6297	0,8017	0,4500	0,5137	0,6368	0,3048	0,3302	0,3708
50	2023	64,50	0,5394	0,6299	0,8019	0,4503	0,5139	0,6370	0,3051	0,3305	0,3712
49	2024	64,67	0,5428	0,6332	0,8051	0,4538	0,5174	0,6404	0,3088	0,3342	0,3749
48	2025	64,83	0,5439	0,6343	0,8062	0,4550	0,5186	0,6415	0,3101	0,3355	0,3762
48	2026	65,00	0,5500	0,6409	0,8136	0,4623	0,5265	0,6505	0,3174	0,3433	0,3845
47	2027	65,00	0,5522	0,6431	0,8157	0,4647	0,5288	0,6528	0,3198	0,3458	0,3869
46	2028	65,00	0,5548	0,6456	0,8181	0,4673	0,5315	0,6553	0,3225	0,3486	0,3898
45	2029	65,00	0,5526	0,6434	0,8161	0,4652	0,5293	0,6533	0,3203	0,3465	0,3877
44	2030	65,00	0,5564	0,6472	0,8197	0,4691	0,5332	0,6571	0,3242	0,3506	0,3917
43	2031	65,00	0,5614	0,6520	0,8244	0,4742	0,5383	0,6620	0,3292	0,3557	0,3968
42	2032	65,00	0,5666	0,6572	0,8294	0,4796	0,5436	0,6672	0,3344	0,3611	0,4021
41	2033	65,00	0,5717	0,6621	0,8341	0,4848	0,5487	0,6721	0,3396	0,3662	0,4072
40	2034	65,00	0,5820	0,6723	0,8439	0,4954	0,5591	0,6824	0,3504	0,3769	0,4178
39	2035	65,00	0,5886	0,6788	0,8502	0,5021	0,5658	0,6888	0,3566	0,3835	0,4243
38	2036	65,00	0,5952	0,6853	0,8565	0,5088	0,5724	0,6953	0,3629	0,3901	0,4309
37	2037	65,00	0,6020	0,6919	0,8629	0,5156	0,5791	0,7018	0,3691	0,3966	0,4374
36	2038	65,00	0,6085	0,6983	0,8690	0,5221	0,5856	0,7081	0,3751	0,4029	0,4436
35	2039	65,00	0,6086	0,6985	0,8692	0,5221	0,5855	0,7081	0,3744	0,4025	0,4432
34	2040	65,00	0,6150	0,7047	0,8752	0,5284	0,5918	0,7142	0,3801	0,4084	0,4491
33	2041	65,00	0,6216	0,7112	0,8815	0,5350	0,5982	0,7205	0,3860	0,4146	0,4552
32	2042	65,00	0,6275	0,7170	0,8871	0,5407	0,6039	0,7260	0,3911	0,4198	0,4604
31	2043	65,00	0,6339	0,7233	0,8932	0,5470	0,6101	0,7321	0,3968	0,4256	0,4661
30	2044	65,00	0,6469	0,7360	0,9055	0,5599	0,6229	0,7445	0,4090	0,4378	0,4783
29	2045	65,00	0,6530	0,7420	0,9113	0,5657	0,6286	0,7501	0,4141	0,4430	0,4834
28	2046	65,00	0,6590	0,7479	0,9169	0,5714	0,6342	0,7556	0,4189	0,4479	0,4882
27	2047	65,00	0,6640	0,7529	0,9217	0,5760	0,6388	0,7601	0,4228	0,4518	0,4921
26	2048	65,00	0,6695	0,7582	0,9269	0,5810	0,6438	0,7649	0,4269	0,4559	0,4962
25	2049	65,00	0,6673	0,7561	0,9248	0,5783	0,6411	0,7623	0,4234	0,4523	0,4926
24	2050	65,00	0,6726	0,7613	0,9298	0,5831	0,6458	0,7669	0,4271	0,4561	0,4964

Visi iki šio daryti skaičiavimai atlikti darant prielaidą, kad kaupime pradama dalyvauti 2009 metais. Tačiau kaupimą galima pradėti ir vėlesniais metais, todėl tai reikėtų įvertinti ir apskaičiuoti, kada konkrečios amžiaus ir darbo užmokesčio grupės parankiausia įsitraukti į kaupimą. Tuo tikslu, remiantis 2.1 lentele, plačiau bus panagrinėtos trys atlyginimų grupės: „2xIII“, „3xI“ ir „10xII“. Vyrus, priklausančius pirmajai atlyginimų grupei, galima priskirti prie gaunančių minimalias pajamas. Analogiškai, vyrus priklausančius „3xI“ atlyginimų grupei — prie gaunančių vidutines pajamas, o priklausančius „10xII“ — gaunančių dideles pajamas. 2.5 lentelėje pateikti mažas pajamas gaunančių (priklausantys „2xIII“ atlyginimų kategorijai) vyrų pakeitimo koeficientai.

2.5 lentelė

Mažas pajamas („2xIII“) gaunančių vyrų optimali kaupimo momento pradžia

Amžius 20	PM OPT	Kaup. m.	PM_S	PM_Min	PM_Vid	PM_Max
24	0,9298	2009	0,8409	0,8913	0,9298	0,9703
25	0,9248	2009	0,8408	0,8899	0,9248	0,9723
26	0,9269	2009	0,8406	0,8890	0,9269	0,9795
27	0,9217	2009	0,8403	0,8842	0,9217	0,9696
28	0,9169	2009	0,8399	0,8810	0,9169	0,9663
29	0,9113	2009	0,8393	0,8768	0,9113	0,9613
30	0,9055	2009	0,8387	0,8704	0,9055	0,9426
31	0,8932	2009	0,8380	0,8559	0,8932	0,9291
32	0,8871	2009	0,8372	0,8511	0,8871	0,9295
33	0,8815	2009	0,8362	0,8498	0,8815	0,9231
34	0,8752	2009	0,8353	0,8468	0,8752	0,9189
35	0,8692	2009	0,8343	0,8408	0,8692	0,9149
36	0,8691	2009	0,8334	0,8441	0,8691	0,9079
37	0,8629	2009	0,8326	0,8409	0,8629	0,8996
38	0,8565	2009	0,8321	0,8350	0,8565	0,8837
39	0,8502	2009	0,8318	0,8266	0,8502	0,8756
40	0,8440	2009	0,8317	0,8217	0,8440	0,8696
41	0,8342	2009	0,8334	0,8143	0,8342	0,8574
42	0,8348	0	0,8348	0,8092	0,8294	0,8515
43	0,8346	0	0,8346	0,8061	0,8244	0,8399
44	0,8340	0	0,8340	0,8028	0,8197	0,8337
45	0,8332	0	0,8332	0,8032	0,8161	0,8314
46	0,8327	0	0,8327	0,8072	0,8181	0,8328
47	0,8319	0	0,8319	0,8053	0,8157	0,8305
48	0,8307	0	0,8307	0,8039	0,8136	0,8239
49	0,8262	0	0,8262	0,7962	0,8051	0,8142
50	0,8275	0	0,8275	0,7938	0,8019	0,8096
51	0,8292	0	0,8292	0,7942	0,8017	0,8093
52	0,8315	0	0,8315	0,7971	0,8024	0,8070
53	0,8338	0	0,8338	0,7990	0,8030	0,8076
54	0,7662	0	0,7662	0,7275	0,7312	0,7353
55	0,7455	0	0,7455	0,7032	0,7062	0,7087
56	0,7312	0	0,7312	0,6855	0,6882	0,6910
57	0,7234	0	0,7234	0,6757	0,6774	0,6797
58	0,7222	0	0,7222	0,6731	0,6740	0,6756
59	0,7339	0	0,7339	0,6839	0,6844	0,6854
60	0,7470	0	0,7470	0,6987	0,6990	0,6994
61	0,7630	0	0,7630	0,7173	0,7174	0,7174

Pirmasis lentelės stulpelis nurodo asmens amžių 2009 metais. Ketvirtajame stulpelyje („PM_S“) yra pakeitimo koeficientai (priskaičiuotos pensijos ir turėtų neto pajamų santykis), kuriuos turėtų asmenys, likę socialinio draudimo sistemoje. Penktajame stulpelyje („PM_Min“) pateikiami minimalūs pakeitimo koeficientai, kurie skaičiuojami modeliavimo metu. Šeštajame stulpelyje („PM_Vid“) pateikiami vidutiniai pakeitimo koeficientai, kurie skaičiuojami modeliavimo metu. Septintajame stulpelyje („PM_Max“) pateikiami vidutiniai pakeitimo koeficientai, kurie skaičiuojami modeliavimo metu. Antrajame stulpelyje („PM_OPT“) pateikiama optimali neto pajamų pakeitimo koeficiento reikšmė, kuri parenkama priklausomai nuo to ar nurodyto amžiaus asmeniui didesnis pakeitimo koeficientas tektų, jei jis liktų valstybinio socialinio draudimo sistemoje, ar pasirinktų dalyvavimą kaupimą privačiuose fonduose, t. y.

$$PM_OPT = \max(PM_S, PM_Vid) .$$

Trečiajame stulpelyje („Kaup. m.“) nurodomas optimalus dalyvavimo kaupime momentas. Šio stulpelio reikšmė lygi nuliui, jeigu nurodyto amžiaus asmeniui didžiausias pakeitimo koeficientas gaunamas, jam pasilikus valstybinėje socialinio draudimo sistemoje. Jeigu yra tokie metai, kuriais, pradėjus dalyvavimą pensijų kaupime, asmens pakeitimo koeficientas ne tik yra maksimalus (lyginant su pakeitimo koeficientais atitinkančius kitus kaupimo momento pradžios metus), bet ir viršija pakeitimo koeficientą, kurį jis gautų pasilikęs socialinio draudimo sistemoje, tuomet šie metai nurodomi trečiajame stulpelyje.

Asmenims, priklausantiems „3xI“ ir „10xII“ darbo užmokesčio pogrupiams, optimalios pakeitimo koeficientų reikšmės, gautos atlikus modeliavimą, pateiktos atitinkamai 2.6 ir 2.7 lentelėse.

2.6 lentelė

Vidutines pajamas („3xI“) gaunančių vyrų optimali kaupimo momento pradžia

Amzius 20	PM OPT	Kaup. m.	PM_S	PM_Min	PM_Vid	PM_Max
24	0.5842	2009	0.4920	0.5483	0.5842	0.6303
25	0.5792	2009	0.4919	0.5396	0.5792	0.6257
26	0.5825	2009	0.4916	0.5420	0.5825	0.6283
27	0.5771	2009	0.4913	0.5385	0.5771	0.6285
28	0.5718	2009	0.4909	0.5390	0.5718	0.6106
29	0.5664	2009	0.4903	0.5342	0.5664	0.6020
30	0.5605	2009	0.4896	0.5300	0.5605	0.5981
31	0.5472	2009	0.4888	0.5193	0.5472	0.5800
32	0.5418	2009	0.4880	0.5165	0.5418	0.5723
33	0.5357	2009	0.4870	0.5110	0.5357	0.5656
34	0.5297	2009	0.4859	0.5022	0.5297	0.5575
35	0.5234	2009	0.4849	0.4985	0.5234	0.5554
36	0.5235	2009	0.4839	0.4961	0.5235	0.5540
37	0.5163	2009	0.4830	0.4908	0.5163	0.5476
38	0.5093	2009	0.4824	0.4879	0.5093	0.5381
39	0.5030	2009	0.4821	0.4854	0.5030	0.5315
40	0.4961	2009	0.4820	0.4790	0.4961	0.5234
41	0.4853	2009	0.4837	0.4657	0.4853	0.5073
42	0.4853	0	0.4853	0.4627	0.4795	0.4992
43	0.4851	0	0.4851	0.4576	0.4741	0.4917
44	0.4844	0	0.4844	0.4519	0.4690	0.4880
45	0.4836	0	0.4836	0.4521	0.4649	0.4830
46	0.4831	0	0.4831	0.4560	0.4672	0.4845
47	0.4821	0	0.4821	0.4540	0.4651	0.4799
48	0.4809	0	0.4809	0.4528	0.4628	0.4799
49	0.4766	0	0.4766	0.4476	0.4544	0.4668
50	0.4781	0	0.4781	0.4443	0.4505	0.4626
51	0.4799	0	0.4799	0.4451	0.4503	0.4590
52	0.4824	0	0.4824	0.4460	0.4509	0.4573
53	0.4849	0	0.4849	0.4476	0.4516	0.4561
54	0.4621	0	0.4621	0.4211	0.4242	0.4285
55	0.4589	0	0.4589	0.4137	0.4163	0.4201
56	0.4582	0	0.4582	0.4095	0.4116	0.4152
57	0.4598	0	0.4598	0.4078	0.4099	0.4140
58	0.4632	0	0.4632	0.4096	0.4110	0.4128
59	0.4684	0	0.4684	0.4145	0.4149	0.4156
60	0.4713	0	0.4713	0.4193	0.4196	0.4199
61	0.4734	0	0.4734	0.4242	0.4243	0.4243

2.7 lentelė

Dideles pajamas („10xII“) gaunančių vyrų optimali kaupimo momento pradžia

Amzius 20	PM OPT	Kaup. m.	PM_S	PM_Min	PM_Vid	PM_Max
24	0,4843	2009	0,4023	0,4461	0,4843	0,5243
25	0,4805	2009	0,4021	0,4456	0,4805	0,5189
26	0,4840	2009	0,4019	0,4463	0,4840	0,5231
27	0,4800	2009	0,4015	0,4421	0,4800	0,5225
28	0,4762	2009	0,4011	0,4395	0,4762	0,5171
29	0,4713	2009	0,4006	0,4358	0,4713	0,5095
30	0,4662	2009	0,3999	0,4298	0,4662	0,5023
31	0,4541	2009	0,3991	0,4148	0,4541	0,4915
32	0,4484	2009	0,3982	0,4103	0,4484	0,4932
33	0,4433	2009	0,3973	0,4094	0,4433	0,4874
34	0,4371	2009	0,3962	0,4067	0,4371	0,4839
35	0,4313	2009	0,3952	0,4006	0,4313	0,4804
36	0,4316	2009	0,3942	0,4046	0,4316	0,4737
37	0,4254	2009	0,3933	0,4016	0,4254	0,4654
38	0,4189	2009	0,3926	0,3955	0,4189	0,4486
39	0,4125	2009	0,3923	0,3865	0,4125	0,4403
40	0,4060	2009	0,3921	0,3814	0,4060	0,4342
41	0,3953	2009	0,3938	0,3734	0,3953	0,4211
42	0,3953	0	0,3953	0,3678	0,3902	0,4147
43	0,3951	0	0,3951	0,3646	0,3848	0,4020
44	0,3944	0	0,3944	0,3609	0,3797	0,3952
45	0,3936	0	0,3936	0,3614	0,3758	0,3928
46	0,3931	0	0,3931	0,3657	0,3779	0,3942
47	0,3922	0	0,3922	0,3633	0,3751	0,3915
48	0,3910	0	0,3910	0,3617	0,3726	0,3840
49	0,3859	0	0,3859	0,3532	0,3631	0,3732
50	0,3874	0	0,3874	0,3503	0,3594	0,3679
51	0,3893	0	0,3893	0,3507	0,3591	0,3675
52	0,3918	0	0,3918	0,3537	0,3597	0,3648
53	0,3943	0	0,3943	0,3557	0,3602	0,3653
54	0,3824	0	0,3824	0,3396	0,3437	0,3482
55	0,3839	0	0,3839	0,3372	0,3405	0,3433
56	0,3870	0	0,3870	0,3365	0,3395	0,3425
57	0,3912	0	0,3912	0,3386	0,3404	0,3428
58	0,3961	0	0,3961	0,3419	0,3429	0,3447
59	0,3997	0	0,3997	0,3448	0,3453	0,3463
60	0,4005	0	0,4005	0,3475	0,3478	0,3482
61	0,3995	0	0,3995	0,3494	0,3494	0,3495

Moterų dalyvavimas II pakopoje

Analogiškai kaip ir vyrų atveju plačiau bus panagrinėtos trys darbo užmokesčio grupės: „2xIII“, „3xI“ ir „10xII“. Moteris, priklausančias pirmajai atlyginimų grupei, galima priskirti prie gaunančių minimalias pajamas. Analogiškai, moteris priklausančias „3xI“ atlyginimų grupei — prie gaunančių vidutines pajamas, o priklausančias „10xII“ — gaunančių dideles pajamas. Darbingo amžiaus periodu gaunamas atlyginimas nepriklauso nuo lyties, todėl moterų atlyginimai atskaitos metais (2009 m.) sutaps su vyrų darbo užmokesčiu, kuris buvo pateiktas 2.1 lentelėje. Tuo tarpų sukauptos sumos, apskaičiuoti anuitetai ir pakeitimo normos bus skirtingi. 2.8 lentelėje nurodytos moterų vidutinės pakeitimo normos.

2.8 entelė

Moterų, pradėjusių kaupimą 2009 m., vidutiniškos pakeitimo normos

Amžius 2009	Išeis į pensiją	Pensijinis a.	2xI	2xII	2xIII	3xI	3xII	3xIII	10xI	10xII	10xIII
59	2010	60,00	0,4930	0,5678	0,7101	0,4165	0,4686	0,5694	0,2920	0,3173	0,3503
58	2011	60,00	0,4773	0,5487	0,6847	0,4041	0,4538	0,5501	0,2843	0,3088	0,3403
57	2012	60,33	0,4630	0,5320	0,6633	0,3921	0,4402	0,5331	0,2760	0,2995	0,3300
56	2013	60,67	0,4501	0,5177	0,6465	0,3803	0,4274	0,5186	0,2665	0,2891	0,3190
56	2014	61,00	0,4430	0,5107	0,6396	0,3739	0,4212	0,5126	0,2610	0,2830	0,3130
55	2015	61,33	0,4373	0,5062	0,6373	0,3667	0,4148	0,5079	0,2525	0,2740	0,3046
54	2016	61,67	0,4409	0,5121	0,6475	0,3679	0,4175	0,5136	0,2504	0,2718	0,3034
54	2017	62,00	0,4513	0,5260	0,6682	0,3755	0,4278	0,5289	0,2532	0,2752	0,3085
53	2018	62,33	0,4630	0,5421	0,6924	0,3826	0,4379	0,5448	0,2539	0,2763	0,3115
52	2019	62,67	0,4772	0,5614	0,7218	0,3911	0,4501	0,5641	0,2546	0,2777	0,3152
52	2020	63,00	0,4987	0,5894	0,7619	0,4075	0,4711	0,5941	0,2619	0,2865	0,3271
51	2021	63,33	0,4974	0,5881	0,7606	0,4061	0,4698	0,5928	0,2606	0,2852	0,3258
50	2022	63,67	0,4961	0,5868	0,7594	0,4048	0,4685	0,5915	0,2594	0,2840	0,3246
50	2023	64,00	0,4991	0,5902	0,7636	0,4088	0,4729	0,5970	0,2632	0,2882	0,3292
49	2024	64,33	0,5012	0,5924	0,7657	0,4110	0,4752	0,5992	0,2656	0,2906	0,3316
48	2025	64,67	0,5015	0,5927	0,7660	0,4114	0,4755	0,5995	0,2661	0,2911	0,3321
48	2026	65,00	0,5065	0,5981	0,7723	0,4174	0,4821	0,6072	0,2718	0,2973	0,3388
47	2027	65,00	0,5075	0,5991	0,7733	0,4185	0,4832	0,6083	0,2730	0,2985	0,3400
46	2028	65,00	0,5088	0,6004	0,7745	0,4199	0,4846	0,6096	0,2744	0,3000	0,3415
45	2029	65,00	0,5062	0,5978	0,7720	0,4172	0,4819	0,6070	0,2716	0,2974	0,3389
44	2030	65,00	0,5086	0,6002	0,7744	0,4198	0,4845	0,6095	0,2741	0,3000	0,3415
43	2031	65,00	0,5121	0,6036	0,7776	0,4233	0,4880	0,6129	0,2776	0,3036	0,3451
42	2032	65,00	0,5158	0,6073	0,7812	0,4272	0,4918	0,6166	0,2813	0,3074	0,3489
41	2033	65,00	0,5194	0,6108	0,7846	0,4308	0,4954	0,6202	0,2850	0,3111	0,3525
40	2034	65,00	0,5274	0,6187	0,7922	0,4391	0,5035	0,6281	0,2934	0,3194	0,3607
39	2035	65,00	0,5323	0,6235	0,7968	0,4440	0,5084	0,6329	0,2979	0,3243	0,3656
38	2036	65,00	0,5372	0,6283	0,8015	0,4490	0,5134	0,6377	0,3025	0,3292	0,3704
37	2037	65,00	0,5422	0,6332	0,8062	0,4541	0,5184	0,6426	0,3071	0,3340	0,3753
36	2038	65,00	0,5471	0,6380	0,8108	0,4589	0,5232	0,6473	0,3116	0,3387	0,3799
35	2039	65,00	0,5467	0,6376	0,8105	0,4584	0,5226	0,6467	0,3104	0,3379	0,3791
34	2040	65,00	0,5514	0,6423	0,8149	0,4631	0,5273	0,6512	0,3147	0,3423	0,3835
33	2041	65,00	0,5564	0,6471	0,8196	0,4680	0,5321	0,6560	0,3191	0,3469	0,3880
32	2042	65,00	0,5607	0,6514	0,8238	0,4723	0,5363	0,6601	0,3229	0,3508	0,3919
31	2043	65,00	0,5656	0,6562	0,8283	0,4770	0,5410	0,6646	0,3271	0,3551	0,3962
30	2044	65,00	0,5759	0,6663	0,8381	0,4872	0,5511	0,6745	0,3368	0,3649	0,4059
29	2045	65,00	0,5804	0,6707	0,8424	0,4916	0,5554	0,6787	0,3406	0,3688	0,4097
28	2046	65,00	0,5849	0,6751	0,8467	0,4958	0,5596	0,6828	0,3442	0,3724	0,4134
27	2047	65,00	0,5886	0,6788	0,8502	0,4993	0,5630	0,6861	0,3471	0,3753	0,4162
26	2048	65,00	0,5927	0,6828	0,8541	0,5030	0,5667	0,6897	0,3502	0,3784	0,4193
25	2049	65,00	0,5903	0,6805	0,8518	0,5002	0,5640	0,6870	0,3468	0,3750	0,4159
24	2050	65,00	0,5942	0,6843	0,8555	0,5037	0,5674	0,6904	0,3496	0,3778	0,4187

2.9 lentelėje pateikti mažas pajamas gaunančių (priklausančių „2xIII“ atlyginimų kategorijai) moterų pakeitimo koeficientai. 2.10 ir 2.11 lentelėse atitinkamai vidutines ir dideles pajamas gaunančių moterų pakeitimo koeficientai.

2.9 lentelė

Mažas pajamas („2xIII“) gaunančių moterų optimali kaupimo momento pradžia

Amžius 20	PM OPT	Kaup. m.	PM_S	PM_Min	PM_Vid	PM_Max
24	0,8555	2009	0,8088	0,8271	0,8555	0,8853
25	0,8518	2009	0,8087	0,8261	0,8518	0,8867
26	0,8541	2009	0,8085	0,8261	0,8541	0,8929
27	0,8502	2009	0,8082	0,8225	0,8502	0,8856
28	0,8467	2009	0,8079	0,8201	0,8467	0,8831
29	0,8424	2009	0,8074	0,8169	0,8424	0,8794
30	0,8381	2009	0,8069	0,8122	0,8381	0,8656
31	0,8284	2009	0,8063	0,8009	0,8284	0,8547
32	0,8238	2009	0,8055	0,7973	0,8238	0,8550
33	0,8196	2009	0,8047	0,7963	0,8196	0,8503
34	0,8149	2009	0,8039	0,7941	0,8149	0,8471
35	0,8105	2009	0,8031	0,7896	0,8105	0,8440
36	0,8109	2009	0,8023	0,7924	0,8109	0,8395
37	0,8062	2009	0,8016	0,7900	0,8062	0,8334
38	0,8015	2009	0,8011	0,7856	0,8015	0,8216
39	0,8008	0	0,8008	0,7794	0,7968	0,8156
40	0,8008	0	0,8008	0,7757	0,7922	0,8111
41	0,8022	0	0,8022	0,7700	0,7846	0,8017
42	0,8035	0	0,8035	0,7663	0,7812	0,7975
43	0,8033	0	0,8033	0,7642	0,7776	0,7890
44	0,8028	0	0,8028	0,7619	0,7744	0,7846
45	0,8021	0	0,8021	0,7625	0,7720	0,7833
46	0,8017	0	0,8017	0,7665	0,7745	0,7853
47	0,8009	0	0,8009	0,7656	0,7733	0,7843
48	0,7999	0	0,7999	0,7651	0,7723	0,7799
47	0,8009	0	0,8009	0,7656	0,7733	0,7843
48	0,7999	0	0,7999	0,7651	0,7723	0,7799
49	0,7955	0	0,7955	0,7592	0,7657	0,7723
50	0,7966	0	0,7966	0,7577	0,7636	0,7692
51	0,7993	0	0,7993	0,7568	0,7606	0,7639
52	0,8013	0	0,8013	0,7590	0,7619	0,7652
53	0,7331	0	0,7331	0,6898	0,6924	0,6953
54	0,7117	0	0,7117	0,6661	0,6682	0,6700
55	0,6875	0	0,6875	0,6361	0,6373	0,6389
56	0,6927	0	0,6927	0,6389	0,6396	0,6407
57	0,7182	0	0,7182	0,6630	0,6633	0,6640
58	0,7386	0	0,7386	0,6845	0,6847	0,6849
59	0,7619	0	0,7619	0,7101	0,7101	0,7101

2.10 lentelė

Vidutines pajamas („3xI“) gaunančių moterų optimali kaupimo momento pradžia

Amžius 20	PM OPT	Kaup. m.	PM_S	PM_Min	PM_Vid	PM_Max
24	0,5037	2009	0,4571	0,4739	0,5037	0,5349
25	0,5002	2009	0,4570	0,4731	0,5002	0,5370
26	0,5030	2009	0,4568	0,4735	0,5030	0,5442
27	0,4993	2009	0,4565	0,4699	0,4993	0,5368
28	0,4958	2009	0,4561	0,4676	0,4958	0,5347
29	0,4916	2009	0,4556	0,4644	0,4916	0,5311
30	0,4872	2009	0,4550	0,4595	0,4872	0,5166
31	0,4770	2009	0,4543	0,4475	0,4770	0,5052
32	0,4723	2009	0,4535	0,4438	0,4723	0,5058
33	0,4680	2009	0,4527	0,4429	0,4680	0,5009
34	0,4631	2009	0,4518	0,4405	0,4631	0,4978
35	0,4584	2009	0,4509	0,4358	0,4584	0,4947
36	0,4590	2009	0,4500	0,4390	0,4590	0,4900
37	0,4541	2009	0,4492	0,4365	0,4541	0,4835
38	0,4490	2009	0,4487	0,4317	0,4490	0,4709
39	0,4484	0	0,4484	0,4250	0,4440	0,4644
40	0,4483	0	0,4483	0,4211	0,4391	0,4597
41	0,4499	0	0,4499	0,4149	0,4309	0,4496
42	0,4512	0	0,4512	0,4109	0,4272	0,4449
43	0,4510	0	0,4510	0,4087	0,4233	0,4358
44	0,4504	0	0,4504	0,4062	0,4198	0,4310
45	0,4497	0	0,4497	0,4069	0,4172	0,4295
46	0,4493	0	0,4493	0,4111	0,4199	0,4317
47	0,4484	0	0,4484	0,4101	0,4185	0,4305
48	0,4474	0	0,4474	0,4095	0,4174	0,4257
49	0,4434	0	0,4434	0,4039	0,4110	0,4183
50	0,4446	0	0,4446	0,4023	0,4088	0,4148
49	0,4434	0	0,4434	0,4039	0,4110	0,4183
50	0,4446	0	0,4446	0,4023	0,4088	0,4148
51	0,4475	0	0,4453	0,4020	0,4061	0,4097
52	0,4496	0	0,4475	0,4044	0,4075	0,4110
53	0,4262	0	0,4496	0,3797	0,3826	0,3957
54	0,4223	0	0,4262	0,3732	0,3755	0,3774
55	0,4207	0	0,4223	0,3655	0,3667	0,3684
56	0,4312	0	0,4197	0,3732	0,3739	0,3751
57	0,4513	0	0,4207	0,3917	0,3921	0,3928
58	0,4623	0	0,4312	0,4039	0,4041	0,4044
59	0,4723	0	0,4513	0,4165	0,4165	0,4166

2.11 lentelė

Dideles pajamas („10xII“) gaunančių moterų optimali kaupimo momento pradžia

Amžius 20	PM OPT	Kaup. m.	PM_S	PM_Min	PM_Vid	PM_Max
24	0,3778	2009	0,3376	0,3493	0,3778	0,4073
25	0,3750	2009	0,3375	0,3490	0,3750	0,4103
26	0,3784	2009	0,3373	0,3501	0,3784	0,4182
27	0,3753	2009	0,3370	0,3470	0,3753	0,4118
28	0,3724	2009	0,3366	0,3450	0,3724	0,4105
29	0,3688	2009	0,3362	0,3422	0,3688	0,4077
30	0,3650	2009	0,3356	0,3377	0,3650	0,3939
31	0,3551	2009	0,3349	0,3260	0,3551	0,3828
32	0,3508	2009	0,3341	0,3225	0,3508	0,3840
33	0,3469	2009	0,3332	0,3218	0,3469	0,3797
34	0,3423	2009	0,3323	0,3197	0,3423	0,3770
35	0,3379	2009	0,3314	0,3152	0,3379	0,3743

36	0,3388	2009	0,3305	0,3186	0,3388	0,3700
37	0,3341	2009	0,3297	0,3163	0,3341	0,3638
38	0,3292	0	0,3292	0,3117	0,3292	0,3513
39	0,3288	0	0,3288	0,3050	0,3243	0,3450
40	0,3287	0	0,3287	0,3011	0,3194	0,3405
41	0,3302	0	0,3302	0,2949	0,3111	0,3303
42	0,3315	0	0,3315	0,2909	0,3075	0,3256
43	0,3313	0	0,3313	0,2886	0,3036	0,3163
44	0,3307	0	0,3307	0,2861	0,3000	0,3115
45	0,3300	0	0,3300	0,2867	0,2974	0,3100
46	0,3296	0	0,3296	0,2909	0,3000	0,3122
47	0,3288	0	0,3288	0,2898	0,2985	0,3108
48	0,3277	0	0,3277	0,2892	0,2973	0,3058
49	0,3234	0	0,3234	0,2833	0,2906	0,2981
50	0,3247	0	0,3247	0,2816	0,2882	0,2944
51	0,3271	0	0,3249	0,2810	0,2852	0,2889
52	0,3293	0	0,3271	0,2833	0,2865	0,2902
53	0,3207	0	0,3293	0,2734	0,2763	0,2795
54	0,3230	0	0,3207	0,2729	0,2752	0,2772
55	0,3290	0	0,3230	0,2727	0,2740	0,2758
56	0,3416	0	0,3246	0,2823	0,2830	0,2842
57	0,3600	0	0,3290	0,2992	0,2995	0,3003
58	0,3682	0	0,3416	0,3086	0,3088	0,3091
59	0,3741	0	0,3600	0,3172	0,3173	0,3173

Nepaisant vienodo darbo užmokesčio prielaidos, moterų dalyvavimo kaupime rezultatai skiriasi nuo vyrų rezultatų. Taip yra dėl dviejų priežasčių:

- 1) Moterų pensinis amžius, iki 2026 metų yra trumpesnis nei vyrų, todėl jų dalyvavimo laikotarpis II pakopoje yra trumpesnis, kas sąlygoja mažesnę sukauptą turtą pensijų kaupimo bendrovėje.
- 2) Remiantis statistiniais duomenimis moterys gyvena ilgiau nei vyrai, todėl gyvybės draudimo bendrovės skaičiuodamos anuitetus joms taiko didesnes išgyvenimo tikimybes, kas sąlygoja mažesnius anuitetus.

Be to remiantis gautais modeliavimo rezultatais matyti, kad kaupimas yra patrauklesnis asmenims, kurių amžius yra iki 35-erių metų. Vyrams ši riba gali būti 3-4 metais ilgesnė nei moterims.

IŠVADOS

Analizuojant statistinius duomenis ir darant įvairias prielaidas, buvo sukurta programa, kurios pagalba galima konstruoti ir palyginti įvairius reformuotos Lietuvos pensijų sistemos modelio atvejus. Aktyvavus programą, automatiškai nustatomi įvairūs (ekonominiai, socialiniai) baziniai rodikliai, todėl ja gana lengvai gali naudotis paprastas vartotojas.

Parinkus bazines parametrų reikšmes, buvo atliktas reformuotos Lietuvos pensijų sistemos II pakopos modeliavimas ir tyrimas. Remiantis modeliavimo, prie parinktos prielaidų bazės, rezultatais galima daryti tokias išvadas:

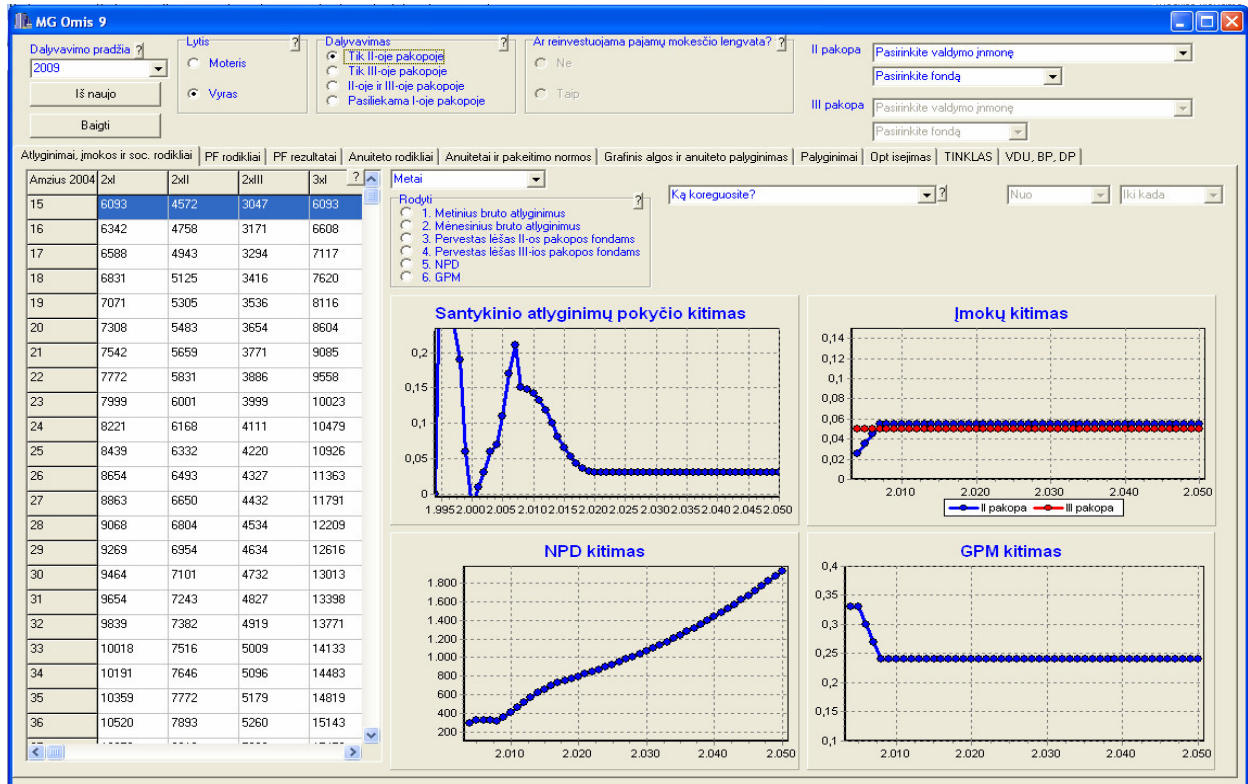
1. Kaupimas II pakopos pensijų fonduose yra patrauklesnis jaunesniems (iki 35 amžiaus) asmenims.
2. Asmenys, gaunantys mažas pajamas (maksimalus atlyginimas siekia iki pusės vidutinio šalies darbo užmokesčio) ir dalyvaujantys pensijų kaupime, gali tikėtis iki 93 proc., o nekaupiantys – iki 84 proc. buvusių pajamų (moterys atitinkamai iki 86 proc. ir iki 81 proc.).
3. Asmenys, gaunantys vidutines pajamas (maksimalus atlyginimas siekia iki 1.33 vidutinio šalies darbo užmokesčio) ir dalyvaujantys pensijų kaupime, gali tikėtis iki 58 proc. buvusių pajamų, o nekaupiantys – iki 50 proc. buvusių pajamų (moterys atitinkamai iki 50 proc. ir iki 46 proc.).
4. Asmenys, gaunantys dideles pajamas (maksimalus atlyginimas siekia iki 3,33 vidutinio šalies darbo užmokesčio) ir dalyvaujantys pensijų kaupime, gali tikėtis iki 48 proc. buvusių pajamų, o nekaupiantys – iki 40 proc. buvusių pajamų. (moterys atitinkamai iki 38 proc. ir iki 34 proc.).
5. Efektyvių dalyvavimo rezultatų, galima tikėtis tik kaupiant ilgesnį laiką, todėl, nusprendus dalyvauti pensijų kaupime, būtina tai pradėti daryti kuo anksčiau.

LITERATŪRA

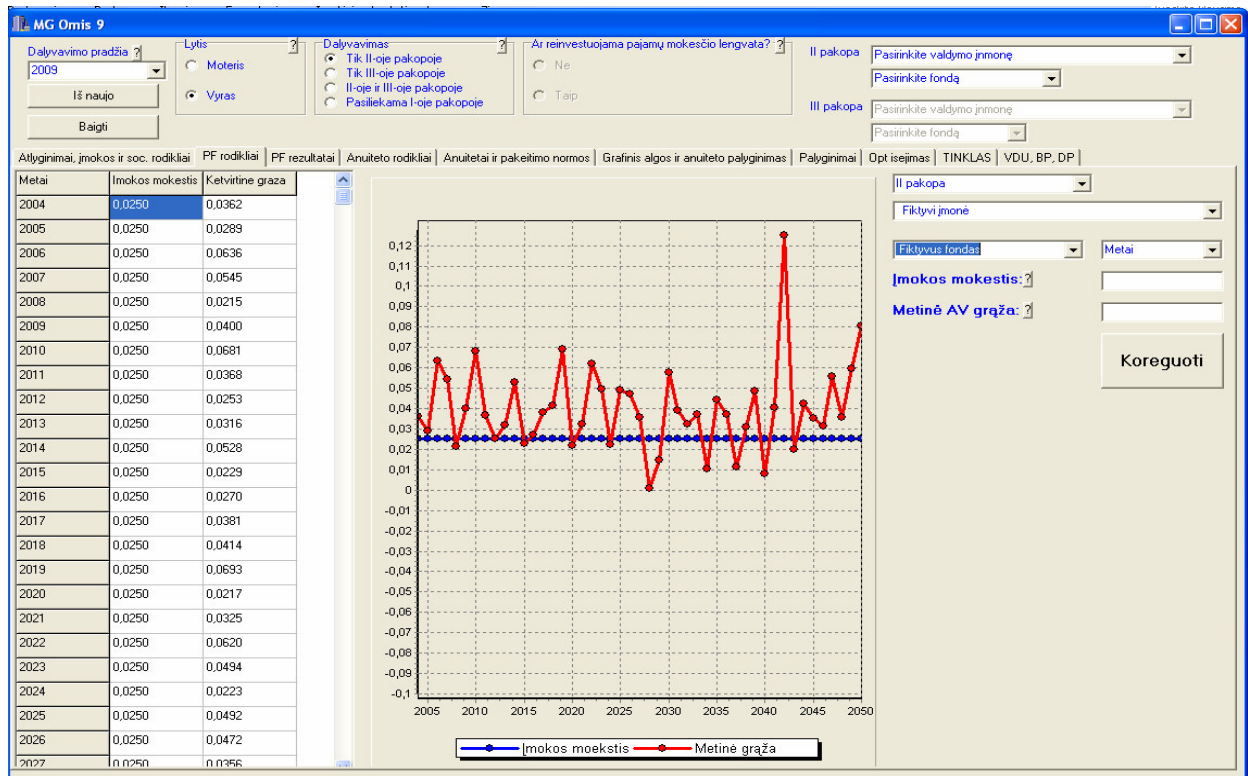
1. Pekarskas, V. Diferencialinis ir integralinis skaičiavimas I dalis. Kaunas, 2000. 138 -139 p..
2. Blonskis, J., Bukšnaitis, V., Jusas, V., Marcinkevičius, R., Smolinskas, J., Programavimo C+ Builder pavyzdžiai. Kaunas, 2002. 292 p. ISBN 9986-965-83-7
3. Andries, P. Engelbrecht. Computational Intelligence Second Edition. 1 – 125 p.
4. CHAN Man-Chung. Financial time Series Forecasting by Neural Network Using Conjugate Gradient Learning Algorithm and Multiple Linear regression Weight Initialization. <http://www.jurikres.com/down/financial%20forecasting%20and%20gradient%20descent%20.pdf>
5. Plukas, K., Skaitiniai metodai ir algoritmai. Kaunas, 2001. 149-153 p., 412-414 p..
6. Lietuvos respublikos pensijų kaupimo įstatymas.
http://www3.lrs.lt/pls/inter3/dokpaieska.showdoc_l?p_id=215829&p_query=&p_tr2=
7. Lietuvos respublikos pensijų fondų pakeitimo įstatymas.
http://www3.lrs.lt/pls/inter2/dokpaieska.showdoc_l?p_id=82576
8. Lietuvos respublikos gyventojų pajamų mokesčio įstatymas.
http://www3.lrs.lt/pls/inter3/dokpaieska.showdoc_l?p_id=171369
9. Castillo, E., Fontenla_Romero, O., A very fast method for neural networks based on sensitivity analysis. <http://jmlr.csail.mit.edu/papers/volume7/castillo06a/castillo06a.pdf>
10. Pissarenko, D., Neural networks for financial time series prediction: overview over recent research. <http://dapissarenko.com/resources/fyp/Pissarenko2002.pdf>
11. www.sodra.lt
12. www.socmin.lt
13. www.dpk.lt
14. www.vpk.lt
15. www.pensijusistema.lt
16. <http://mathworld.wolfram.com/TriangularDistribution.html>

1 PRIEDAS

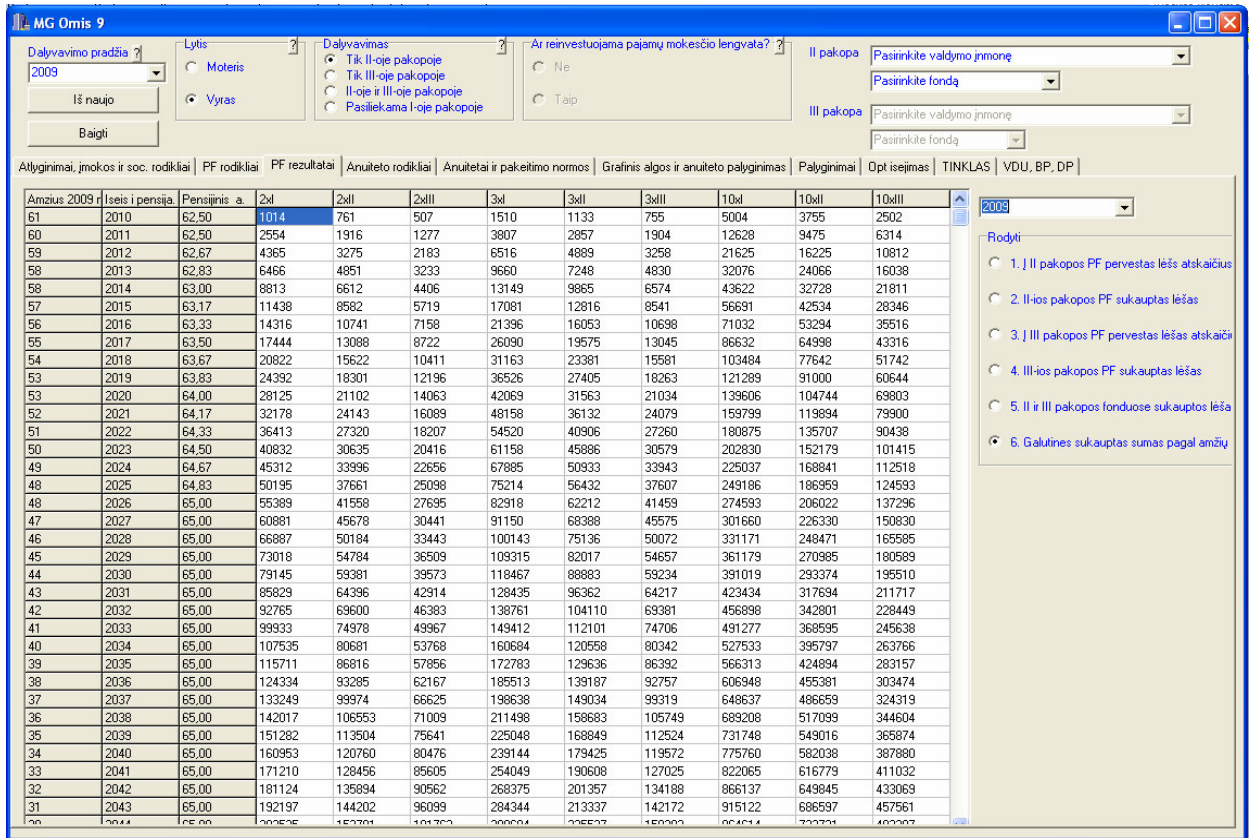
Programos darbo langų pavyzdžiai



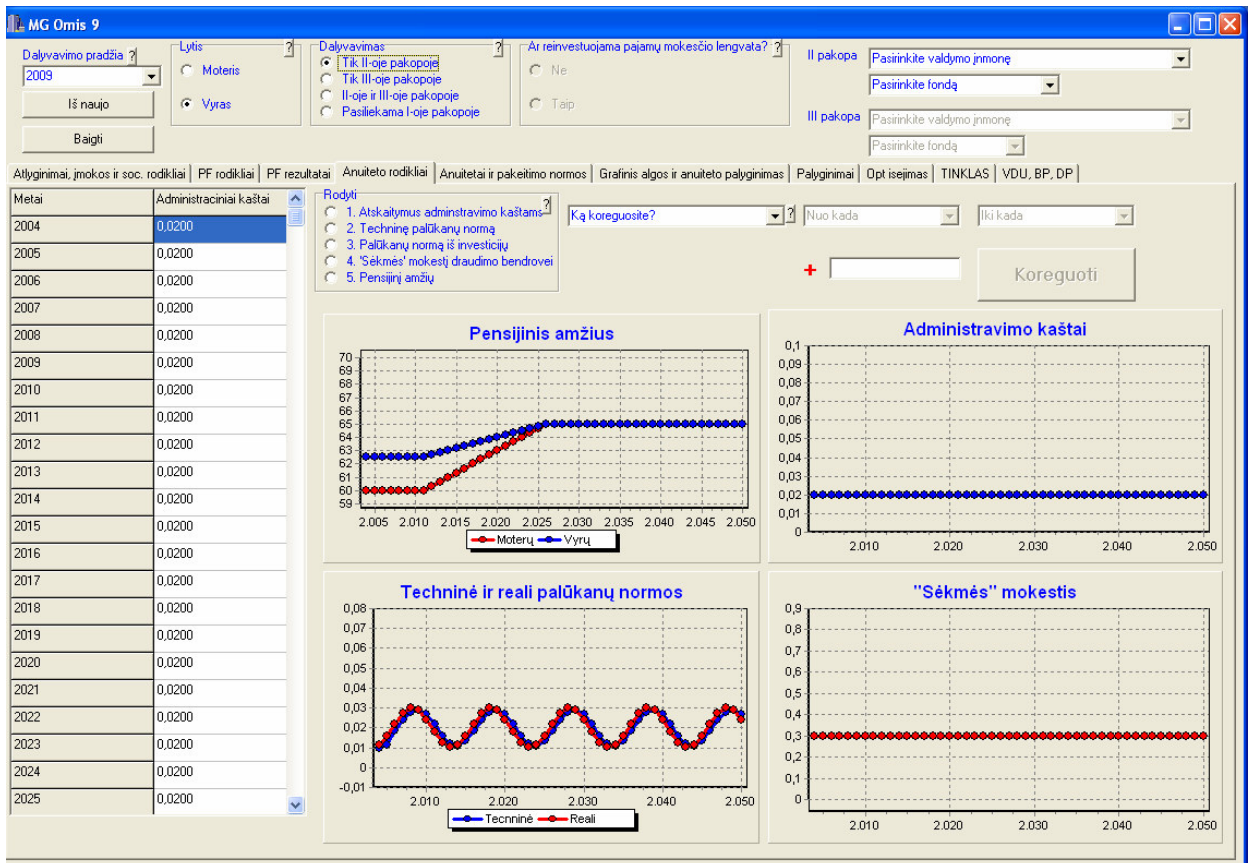
1 pav. kortelė „Atlyginimai, įmokos ir soc. rodikliai“



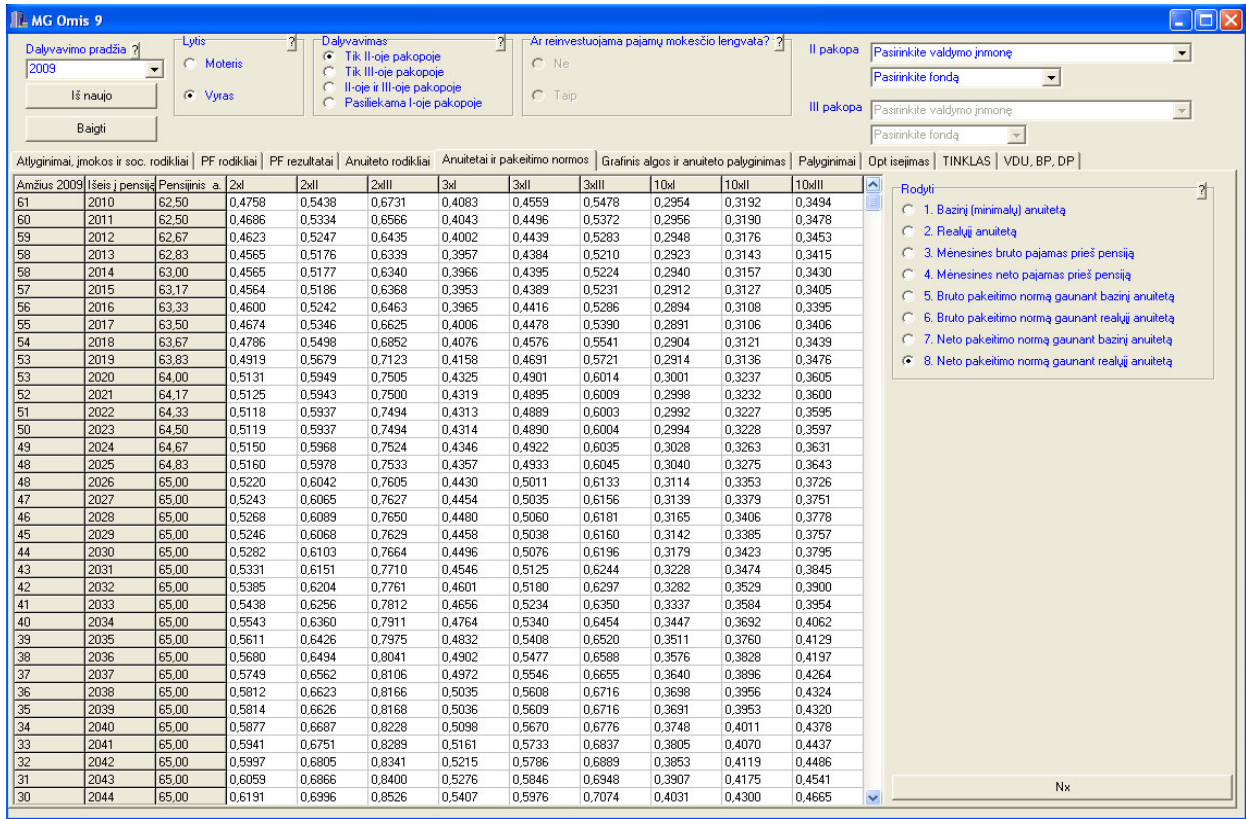
2 pav. kortelė „PF rodikliai“



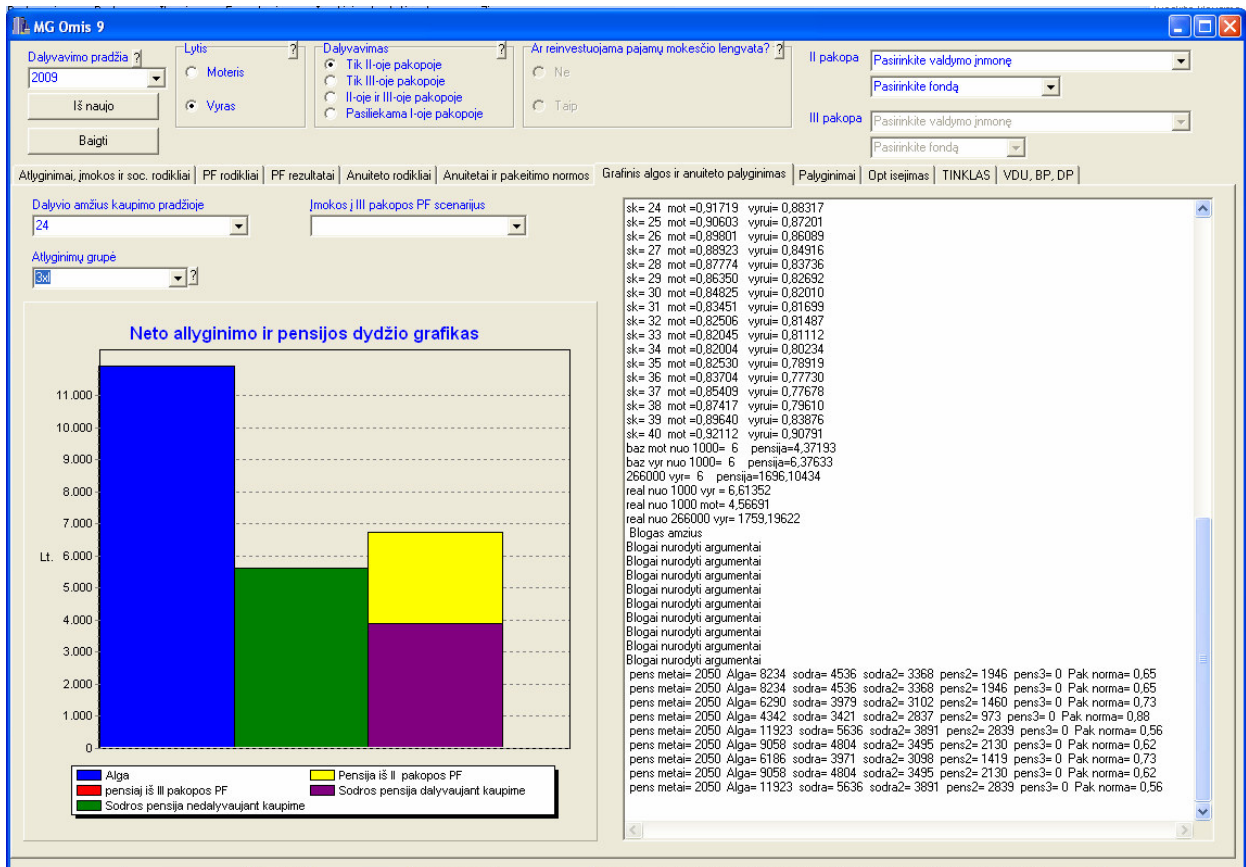
3 pav. kortelė „PF rezultatai“



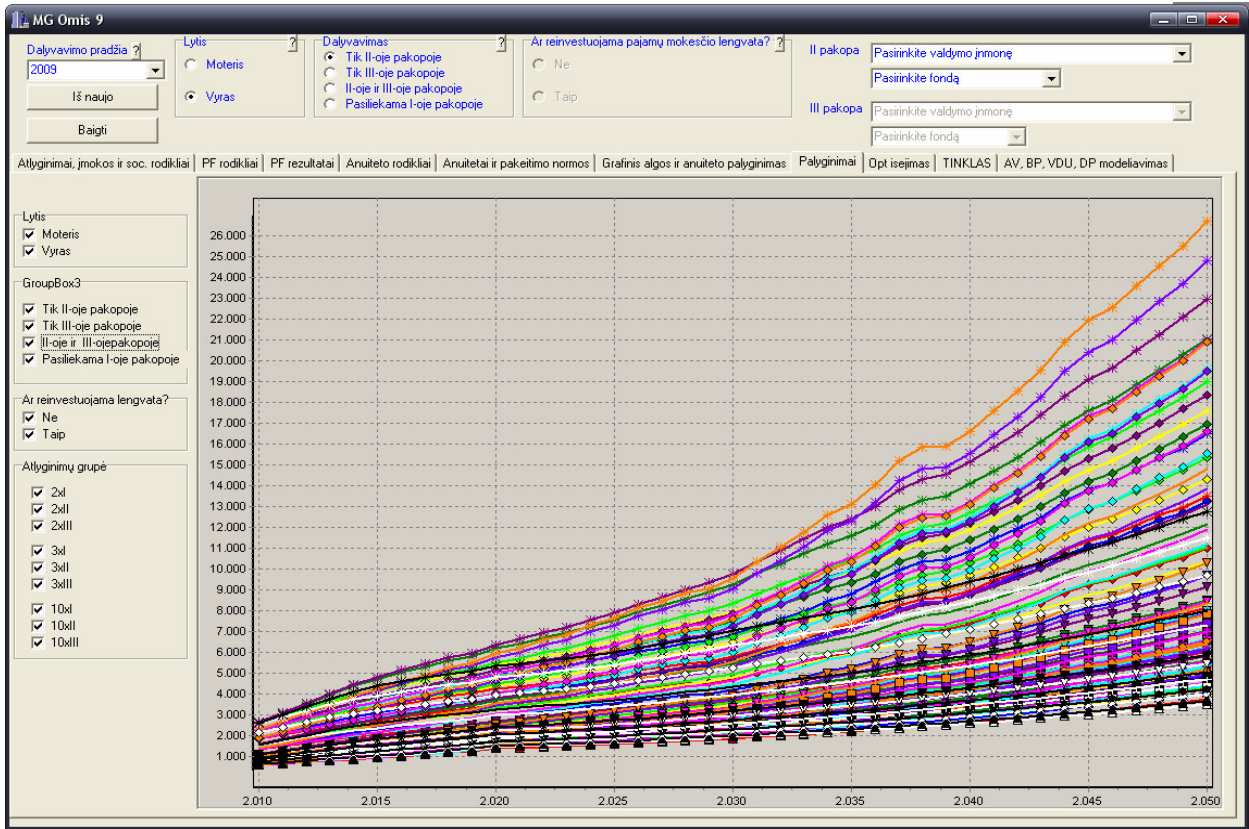
4 pav. kortelė „Anuiteto rodikliai“



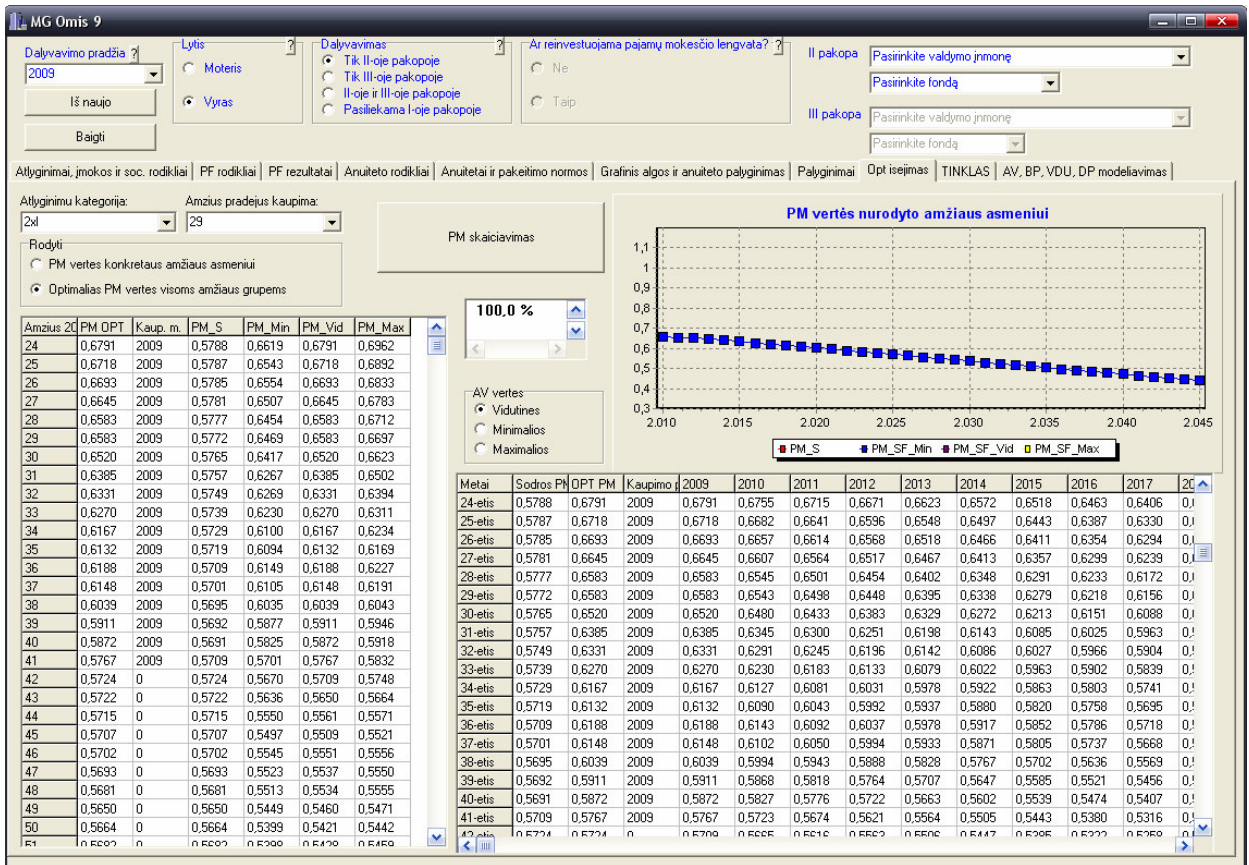
5 pav. kortelė „Anuitetai ir pakeitimo normos“



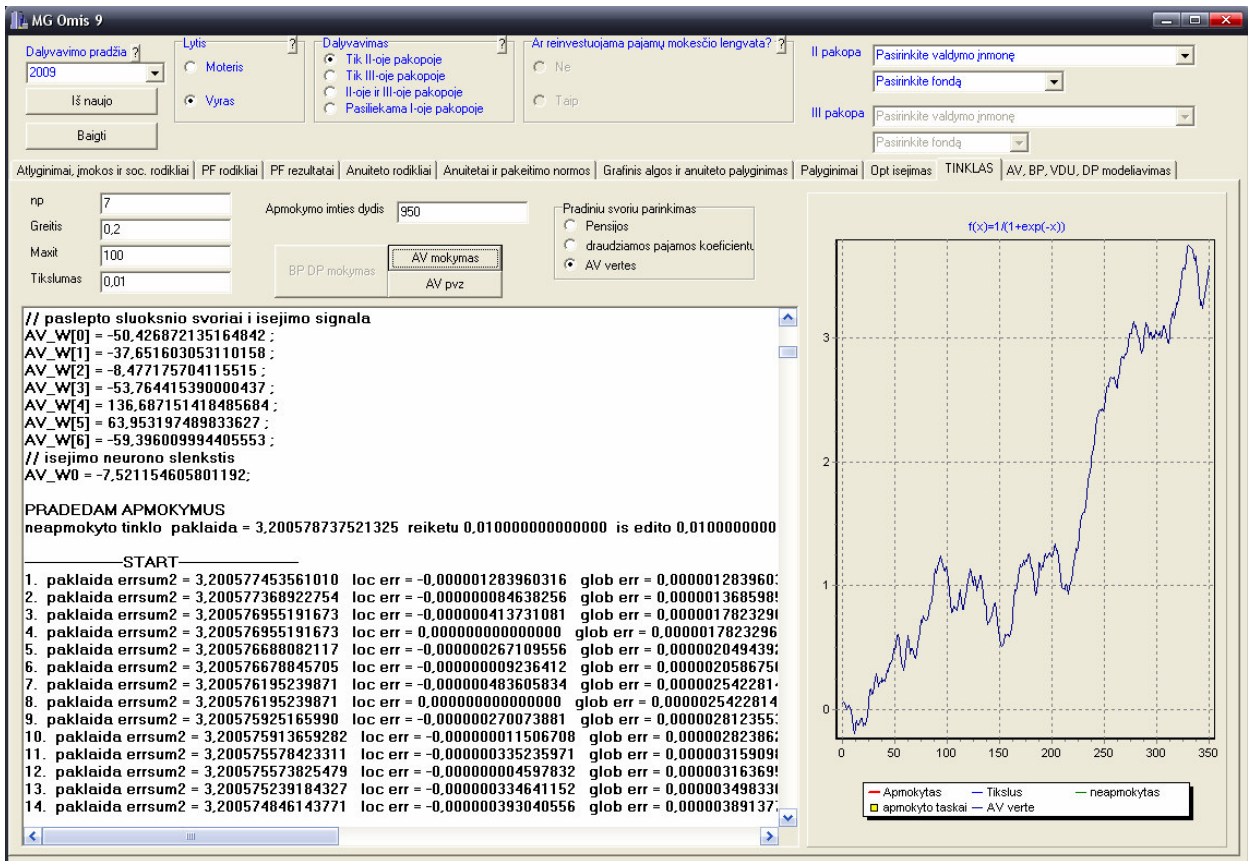
6 pav. kortelė „Grafinis algų ir anuitetų palyginimas“



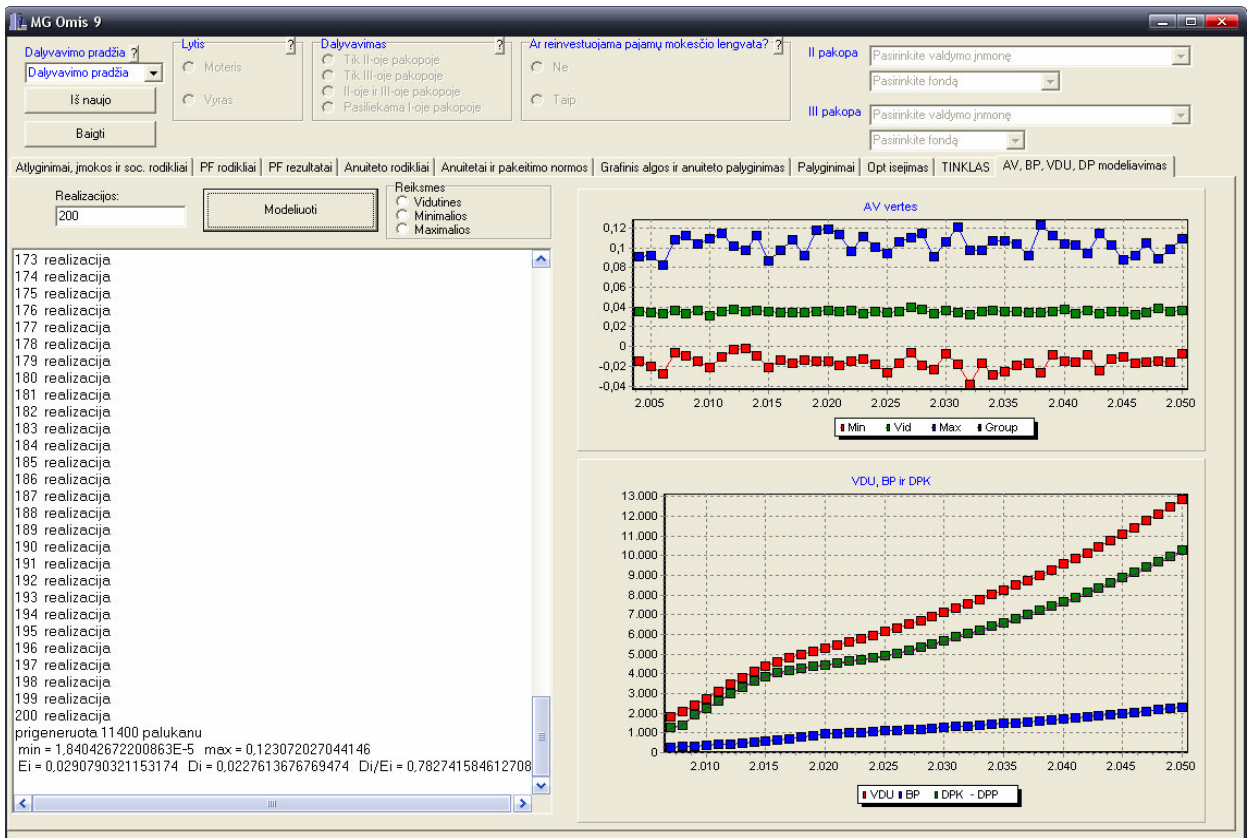
7 pav. kortelė „Palyginimai“



8 pav. kortelė „Opt isejimas“



9 pav. kortelė „Tinklas“



10 pav. kortelė „AV, BP, VDU, DP modeliavimas“

2 PRIEDAS

Programos teksto fragmentas

```

void TForm1::Skaiciuoti_Anuitetus()
{
int   k2=ComboBox12->ItemIndex,           // dalyvavimo pradzia
      nuo = 4,
      pen_am_sv,
      stazas;
double anuitetas,
      pen_am;
if (k2 >= 0) nuo = StrToInt(ComboBox12->Text) - 2000; // dalyvavimo pradzia
for (int metai=nuo+6+1; metai<=50+6; metai++)
{
for (int vyras=0; vyras<=1; vyras++) // 0=moteris, 1= vyras
for (int bazinis=0; bazinis<=1; bazinis++) // 0=realus, 1=bazinis
for (int j=0; j<=8; j++) // devynios atlyginimu grupes
{
if (!vyras) anuitetas = Anuitetas(metai,vyras,M[metai].TotalM[j],bazinis);
if (vyras) anuitetas = Anuitetas(metai,vyras,M[metai].TotalV[j],bazinis);

if (vyras) // is pradziu randame priespensini amziu
{
pen_am = M[metai].pen_am_v+ 0.001; // randa sveiku
pen_am_sv = floor(pen_am); // randa pensijinio amziaus sveikaja dali
}
else
{
pen_am = M[metai].pen_am_m+ 0.001;
pen_am_sv = floor(pen_am);
}
int i = metai-1,
    n = 1; // n<=25
double suma=0., // draudziamuju pajamu koeficientu suma
        K; // vidutinis draudziamuju pajamu koeficientas
while (i >=0 && (n<=25))
{
if(pakopa==1 || pakopa==3)
suma = suma + M[i].Koeff[pen_am_sv-15-n][j]
if(pakopa==0 || pakopa==2)
suma = suma + M[i].Koeff_k[pen_am_sv-15-n][j]
i = i - 1;
n = n + 1;
}
n = n-1;
K = suma/n;
if (!vyras ) // moterims stazas = 35 metu
{
if (50+6-metai<=35) stazas = 35;
else stazas = 50+6-metai;
anuitetas = anuitetas + M[metai].Sodra[0] +
0.005*stazas*K*M[metai].Sodra[1];
}
if (vyras) // vyrams stazas = 40 metu

```