KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS

MATEMATINĖS SISTEMOTYROS KATEDRA

Jovita Šimkutė

AKCIJŲ KAINŲ KINTAMUMO ANALIZĖ

Magistro darbas

Vadovas
doc. dr. E. Valakevičius

KAUNAS, 2007

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS

MATEMATINĖS SISTEMOTYROS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas

prof. habil.dr. V.Pekarskas
2007 06 06

AKCIJŲ KAINŲ KINTAMUMO ANALIZĖ

Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas

Vadovas
doc. dr. E. Valakevičius
2007 06 03

Recenzentas
dr. D. Makackas
2007 06 01

Atliko
FMMM-5 gr. stud.
J. Šimkutė
2007 05 25

KAUNAS, 2007

KVALIFIKACINĖ KOMISIJA

Pirmininkas: Leonas Saulis, habil. dr.,Vilniaus Gedimino technikos universiteto profesorius.

Sekretorius: Eimutis Valakevičius, docentas.

Nariai: Algimantas Jonas Aksomaitis, profesorius,

Arūnas Barauskas, dr., UAB „Elsis“ generalinio direktoriaus pavaduotojas,

Vytautas Janilionis, docentas,

Zenonas Navickas, profesorius,

Vidmantas Povilas Pekarskas, profesorius,

Rimantas Rudzkis, habil.dr., banko „NORD/LB“ vyriausiasis analitikas.

Simkute J. Stock Price Volatility Analysis: Master's work in applied mathematics / supervisor Assoc. Prof. Dr. E. Valakevicius; Department of Mathematics Research In System, Faculty of Fundamental Sciences, Kaunas University of Technology. – Kaunas, 2007. – 68 p.

SUMMARY

Analysis of stock market history helps equity market professionals make informed decisions. They use comparisons between current and past stock market conditions, looking at the factors that give rise to them, to determine the direction of prices.

Stock market history shows how events impact and drive stock prices. So in addition to the real-time stock prices they need to follow the markets, equity market professionals also want news and analysis of the significant developments affecting equities. They look for coverage of all the financial markets, economics and interest rates as well as political and general news.

Most of empirical surveys in macro and financial economics are based on time series analysis.

In this work, data of Baltic and Latin America countries is being analyzed and compared. Analysis of stock price returns is presented using daily long term (three years) period data.

In the first part of this work general forecasting theory is presented, also different methods, frequently met in the literature and practice, are described.

In the second part, forecasting models are being applied for real data. We present results of forecasting stock returns comparing them with real values. Also a precision of forecasts is being calculated, which let us to decide about propriety of each model.

Consequently, the aim of this work is to forecast returns of stock price by various time series models and to choose the best one. The analysis was made using SAS statistical package and its econometrics and Time Series Analysis System (SAS/ETS),

TURINYS

LENTELIŲ SĄRAŠAS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

ĮVADAS

Finansų ekonomikos tyrinėtojams ir finansų rinkų analitikams grąžos kintamumas yra vienas iš svarbiausių klausimų. Esamos akcijų ar kitokio turto kainos priklauso nuo numatomo grąžų kintamumo. Bankai ir kitos finansų įstaigos stebi grąžų kintamumą ir įvertina investavimo riziką.

Dauguma empirinių makroekonomikos ir finansų ekonomikos tyrinėjimų yra pagrįsti laiko eilutėmis, kurios standartiškai laikomos atsitiktinių procesų realizacijomis.

Darbe „Akcijų kainų kintamumo analizė" nagrinėjami ir lyginami Baltijos (Lietuvos, Latvijos, Estijos) bei Lotynų Amerikos (Meksikos, Venesuelos) šalių duomenys. Atliekama pasirinktų akcijų kainų grąžų analizė. Jai naudojami trijų metų kiekvienos dienos duomenys (akcijų kainos).

Pirmoje darbo dalyje supažindinama su bendra prognozavimo metodų teorija, aprašomi skirtingi, dažnai literatūroje ir praktikoje sutinkami modeliai.

Antrojoje dalyje aprašyti prognozavimo metodai taikomi realiems duomenims, t.y. pasirinktoms akcijoms. Prognozuojama akcijų kainų grąža, kuri po to yra palyginama su realia reikšme, apskaičiuojamos prognozavimo metodų paklaidos.

Pagrindinis darbo tikslas – atlikti lyginamąją prognozavimo modelių analizę su pasirinktomis akcijomis ir atrinkti tuos metodus, kurie duoda geriausius rezultatus. Darbo tikslui įgyvendinti naudojome SAS statistinio paketo ekonometrikos ir laiko eilučių analizės posistemę SAS/ETS (Time Series Forecasting System).

Gautus grąžų prognozių rezultatus analizuosime ir apibendrinsime šio darbo diskusijų dalyje.

Dalis gautų rezultatų pateikti konferencijoje „Matematika ir matematikos dėstymas – 2007".

1. TEORINĖ DALIS

1.1 AKCIJOS SĄVOKA

Akcijos – tai nuosavybės vertybiniai popieriai, kuriuos įsigijęs asmuo įgyja:

- teisę dalyvauti bendrovės valdyme, t.y. balsuoti visuotiniuose akcininkų susirinkimuose,
- teisę gauti dividendus,
- teisę į bendrovės turto dalį, likusią po bendrovės likvidavimo, ir kt.

Priklausomai nuo to, kiek akcijų asmuo įsigijo, jis tampa bendrovės bendrasavininkiu ar vieninteliu savininku. Kiekviena akcija yra maža bendrovės dalelė ir asmuo jų gali įsigyti mažesnį ar didesnį skaičių – priklauso nuo to, kiek jis gali skirti tam pinigų [6].

Dividendai – tai akcininkui paskirta pelno dalis, proporcinga jam nuosavybės teise priklausančių akcijų nominaliai vertei. Už privilegijuotąsias vardines akcijas paprastai mokama iš anksto nustatyta suma. Dividendų dydis už paprastąsias vardines akcijas kasmet gali skirtis priklausomai nuo bendrovės gauto pelno ir turimų grynųjų pinigų, jie gali būti nemokami, jei veiklos rezultatai blogi arba, jei nusprendžiama nemokėti dividendų, kad tas lėšas būtų galima investuoti į gamybos plėtrą. Kartais bendrovė moka dividendus iš ankstesnių pajamų, net jei einamaisiais metais ir neturi pelno.

Visos bendrovių akcijos yra vardinės, o pagal akcijų savininkams suteikiamas teises jos skirstomos į klases. Yra skiriamos dviejų klasių akcijos – paprastosios ir privilegijuotosios.

Paprastosios vardinės akcijos (PVA) sudaro pagrindinę bendrovės akcijų dalį. Visos paprastosios vardinės akcijos suteikia balsavimo teisę, t.y viena akcija suteikia vieną balsą. Akcininkai taip pat turi teisę gauti dividendus, jeigu bendrovė dirba pelningai, tačiau dividendai jiems nėra garantuoti. Paprastųjų akcijų savininkai dividendus gali gauti tik po to, kai jie išmokami privilegijuotųjų akcijų savininkams, o jiems išmokėjus, dar lieka pelno paprastųjų akcijų savininkų dividendams. Nors dividendai ir nėra garantuoti, bet bendrovės klestėjimo laikotarpiu paprastųjų akcijų savininkai gali gauti didesnius dividendus nei privilegijuotųjų akcijų savininkai, kurių dividendai yra nustatyti bendrovės įstatuose.

Privilegijuotosios vardinės akcijos (PrVA) yra vertybiniai popieriai, garantuojantys investuotojams tam tikrus dividendus, bet paprastai nesuteikiantys balsavimo teisės. Bendrovės, išleidusios privilegijuotąsias akcijas, įstatuose turi būti nustatytas konkretus privilegijuotųjų akcijų dividendo dydis procentais, skaičiuojant nuo akcijos nominalios vertės. Pagrindinis privilegijuotųjų akcijų skirtumas nuo paprastųjų ir yra dividendai bei jų išmokėjimas – privilegijuotosios akcijos suteikia teisę gauti nustatyto procento dividendus ir jie turi būti išmokami pirmiau nei dividendai už paprastąsias akcijas.

1.2 LAIKO EILUTĖS

Per paskutinius 25 metus laiko eilučių analizė tapo viena iš svarbiausių ir plačiausiai naudojamų matematinės statistikos sričių. Šios analizės taikymo diapazonas labai platus: nuo neurofiziologijos[1] iki astrofizikos[2] ir ji apima tokias gerai žinomas sritis kaip ekonominis prognozavimas, biologinių duomenų analizė, sistemų valdymas, signalų apdorojimas ir perdavimas bei virpesių inžinerija.

Vienas pirmųjų darbų iš laiko eilučių yra Yule (1927) straipsnis, kuriame pirmą kartą buvo pasiūlytas autoregresijos modelis Saulės aktyvumo duomenims aprašyti. Darbai laiko eilučių srityje suaktyvėjo apie 1955 metus, pradėjus naudoti kompiuterius, o nuo 1970 metų tapo viena greičiausiai besiplėtojančių tyrimo sričių atsitiktinių procesų ir matematinės statistikos sankirtoje. Kompiuteriai atvėrė vis daugiau galimybių, buvo sukurta daug metodų, leidžiančių sukurti gerus statistinius modelius įvairiems duomenims. Daugelyje statistinės analizės paketų laiko eilučių analizės procedūros yra išskirtos į atskiras posistemes. Pavyzdžiui, sistemoje SPSS yra posistemė SPSS/Trends, sistemoje SAS – SAS/ETS, kurios skirtos laiko eilučių analizei.

1.2.1 PAGRINDINĖS SĄVOKOS

Dažnai aprašyti kokiam nors kintamam reiškiniui yra stebimos kintamo dydžio reikšmės, kurios įgyjamos laikui bėgant. Pavyzdžiui, kiekvieną dieną matuojamas kritulių kiekis, fiksuojamas metinis gyventojų skaičiaus prieaugis ar kiekvieną dieną stebimos akcijų kainos. Visais šiais atvejais turime kintančią sistemą, kurią veikia atsitiktiniai veiksniai. Sistemos praeitis užrašoma renkant duomenis ir, laikui bėgant, suteikia tam tikros informacijos apie nagrinėjamą reiškinį. Įvairiems stebėjimams būdingi svyravimai, kurie neišreiškiami paprasta matematine formule; dėl neišvengiamų matavimo paklaidų turi atsitiktinę komponentę.

---

[1] Neurofiziologija – fiziologijos sritis, tirianti nervų sistemos veikimą. Jai svarbus nervinis dirginimas ir jo ląstelių fiziologijos pagrindai. Tiriama, kaip vyksta signalų perdavimas tarp ląstelių ir kaip atskiros nervinės ląstelės apdoroja informaciją [9].

[2] Astrofizika – astronomijos šaka, tirianti kosminių kūnų (planetų ir jų palydovų, Saulės, žvaigždžių, Galaktikos, kitų galaktikų) ir kosminės erdvės (tarpplanetinės, tarpžvaigždinės ir tarpgalaktinės) medžiagos sandarą, fizinę ir cheminę sudėtį ir fizikines savybes, kosminių kūnų atmosferas, kosminės erdvės fizikinius laukus, Visatos evoliuciją [9].

Tegul T yra skaičių seka arba intervalas. Visuma atsitiktinių dydžių $\{\xi_t, \ t \in T\}$, apibrėžtų vienoje tikimybinėje erdvėje (Ω, F, P), vadinama *atsitiktiniu procesu*. Parametro t kitimo aibė T kartais vadinama indeksų aibe. Aibės T pavyzdžiai:

$$Z = \{0, \ \pm 1, \ \pm 2, ...\}, \ N = \{0, \ 1, \ 2, \ldots\}, \ \{-\infty, \infty\}, \ [0, \infty).$$

Dažniausiai stebima viena atsitiktinio proceso realizacija (trajektorija). Jeigu fiksuosime laiko momentus t_1 ir t_2, gausime atsitiktinius dydžius ξ_1 ir ξ_2, kurie vadinami *proceso pjūviais* arba tiesiog atsitiktinio proceso reikšmėmis laiko momentais t_1 ir t_2.

Kai argumento reikšmė $t = t_1$ fiksuota, proceso pjūvis ξ_1 yra atsitiktinis dydis, kurio tikimybių skirstinį nusako pasiskirstymo funkcija:

$$F_{\xi_1}(x) = P(\xi_1 \le x), \quad x \in \Re.$$

Vienmatė pasiskirstymo funkcija nėra viso proceso charakteristika. Ji neatspindi ryšio tarp atskirų proceso pjūvių.

Atsitiktinis procesas, kurio $T \subset Z$, dažniausiai vadinamas *laiko eilute*. Gali būti atvejų, kai t yra bet koks parametras. Tačiau tradiciškai atsitiktinių sekų stebėjimai siejami su laiku ir jos vadinamos laiko eilutėmis.

Vienu iš pagrindinių laiko eilučių analizės tikslų yra atrasti duomenų kaitos dėsningumus ir pritaikyti matematinius modelius, kurie aprašo tuos dėsningumus. Šie matematiniai modeliai leidžia prognozuoti būsimas laiko eilutės reikšmes, kas yra labai svarbu versle ar moksle.

1.2.2 STATISTINĖ ATSITIKTINIŲ SEKŲ ANALIZĖ IR JŲ MODELIAI

Skiriamasis statistinės laiko eilučių analizės bruožas yra nagrinėjamų atsitiktinių dydžių *statistinių ryšių* ir *koreliacijos* įvertinimas: tariama, kad kiekvienas atsitiktinis dydis ξ_t yra priklausomas nuo buvusių sekos reikšmių $\xi_{t-1}, \xi_{t-2}, ...$, o kartais ir nuo busimų reikšmių $\xi_{t+1}, \xi_{t+2}, ...$.

Statistinė analizė turi atskleisti šio priklausomumo pobūdį, dėsningumus ir sukurti statistinį modelį, tinkantį ne tik nagrinėjamiems, bet ir kitiems tos pačios kilmės reiškiniams aprašyti.

Pati paprasčiausia seka, neturinti jokių vidinių statistinių ryšių, yra *nepriklausomų* atsitiktinių dydžių seka $\{\varepsilon_t\}$. Tegul bet kurio atsitiktinio dydžio ε_t vidurkis μ ir dispersija σ^2 nepriklauso nuo laiko:

$$E\{\varepsilon_t\} = \mu, \quad E\{(\varepsilon_t - \mu)^2\} = \mathrm{var}(\varepsilon_t) = \sigma^2, \quad \forall t,$$

tai bet kurie du dydžiai $\varepsilon_t, \varepsilon_s, \ \forall t \ne s$ yra *nekoreliuoti*:

$$\operatorname{cov}(\varepsilon_t,\varepsilon_s) = E[(\varepsilon_s-\mu)(\varepsilon_t-\mu)] = E(\varepsilon_s-\mu)E(\varepsilon_t-\mu) = 0$$

Bendruoju atveju seka $\{\xi_t\}$ turi sudėtingą struktūrą. Jos vidurkis $\mu_t = E\{\xi_t\}$ gali būti laiko funkcija ir kisti laikui bėgant. Be to, laiko eilutės svyravimai apie vidurkį

$$\xi_t^{\,0} = \xi_t - \mu_t \qquad \text{ir} \qquad \xi_s^{\,0} = \xi_s - \mu_s$$

gali būti koreliuoti dydžiai. Kuriant modelį būtina atsižvelgti į šias sekos savybes.

Paprastumo dėlei tarkime, kad nagrinėjama $\xi_t^{\,0}$ tipo seka ir visiem t turime $E\{\xi_t\}=0$. Dabar belieka įvertinti dydžių tarpusavio priklausomumą, atskleisti statistinius ryšius tarp $\ldots,\xi_{t-2},\xi_{t-1},\xi_t,\xi_{t+1},\xi_{t+2},\ldots$ ir surasti kokiu būdu $\{\xi_t\}$ gali būti keičiama nepriklausomųjų dydžių seka $\{\varepsilon_t\}$. Taigi bendriausia prasme, laiko eilutės modelis būtų išreiškiamas lygtimi

$$\varphi\{\ldots,\xi_{t-2},\xi_{t-1},\xi_t,\xi_{t+1},\xi_{t+2},\ldots\} = \varepsilon_t\,, \tag{1.1}$$

čia $\varphi(\bullet)$ - tam tikra funkcija.

Nepriklausomų atsitiktinių dydžių ε_t seka dešinėje (1.1) lygties pusėje reiškia, kad modelis paaiškino visus ryšius laiko eilutėje $\{\xi_t\}$ ir jį pritaikius liko paprasčiausia struktūra – nepriklausomi dydžiai.

Bendras laiko eilučių teorijos uždavinys gali būti formuluojamas taip: tarkime turime laiko eilutės $\{\xi_t\}$ stebėjimus $\xi_1,\xi_2,..,\xi_N$, reikia surasti tokią funkciją $\varphi(\bullet)$, kuri keičia $\{\xi_t\}$ seką į nepriklausomųjų dydžių seką $\{\varepsilon_t\}$.

Jeigu funkcija $\varphi(\bullet)$ yra tokia, kad (1.1) lygtis gali būti išspręsta ξ_t atžvilgiu:

$$\xi_t = f\{\ldots,\varepsilon_{t-2},\varepsilon_{t-1},\varepsilon_t,\varepsilon_{t+1},\varepsilon_{t+2},\ldots\},$$

čia $f(\bullet)=\varphi^{-1}(\bullet)$ yra funkcija, atvirkštinė funkcijai $\varphi(\bullet)$, tai reiškia, kad turime geriausią modelį sekai $\{\xi_t\}$.

Suprantama, kad kai funkcija $\varphi(\bullet)$ yra bet kuri iš visų galimų funkcijų klasės, o stebėjimų skaičius N yra baigtinis, šis uždavinys neišsprendžiamas. Tenka apriboti nagrinėjamų funkcijų klasę, pavyzdžiui, kintamųjų $\ldots,\varepsilon_{t-2},\varepsilon_{t-1},\varepsilon_t,\varepsilon_{t+1},\varepsilon_{t+2},\ldots$ tiesinių funkcijų klase ir tada spręsti minėtą uždavinį.

1.2.3 STACIONARIŲ SEKŲ SĄVOKOS

Negriežtai šnekant, $\{\xi_t\}$ seka vadinama *stacionariąja*, jeigu jos savybės nekinta laikui bėgant. Griežtai formuluojant, skiriamas stacionarumas plačiąja ir siaurąja prasme.

Procesas ξ_t vadinamas *stacionariu siaurąja prasme*, jei jo daugiamačiai pasiskirstymai nepriklauso nuo postūmio laike, t. y. :

$$t_1,...,t_k \in T, k = 1,2,... \;\; F_{t_1,...,t_k}(\bullet) = F_{t_1+\tau,...,t_k+\tau}(\bullet),\; t_i + \tau \in T .$$

Laiko eilučių analizėje dažniausiai naudojamas kitas apibrėžimas.

Procesas ξ_t vadinamas *stacionariu plačiąja prasme*, jei jo matematinis vidurkis ir kovariacinė funkcija nepriklauso nuo poslinkio laike, t. y. jei

$$\forall t, s \in T \quad \mu(t) = \mu(0),$$

$$R(t,s) = R(t-s,0).$$

Akivaizdu, kad jei procesas ξ_t yra stacionarus siaurąja prasme ir turi dispersiją, tai jis yra stacionarus ir plačiąja prasme, bet ne atvirkščiai. Tačiau, jei procesas ξ_t yra Gauso (t.y., jei jo daugiamačiai pasiskirstymai yra Gauso pasiskirstymo funkcijų rinkinys), jam abu apibrėžimai sutampa.

Taigi stacionaraus proceso ξ_t matematinis vidurkis nekinta laike $E\xi_t = \mu$, o *kovariacinė funkcija* yra vieno argumento funkcija:

$$\text{cov}(\xi_{t+\tau}, \xi_t) = E[(\xi_{t+\tau} - \mu)(\xi_t - \mu)] = R(\tau), \forall t \in T .$$

Ši funkcija yra neneigiamai apibrėžta:

$$\forall t_1,...,t_k \in T, x_1,...,x_k : \sum_{i,j=1}^{k} R(t_i - t_j)x_i x_j \geq 0 .$$

Akivaizdu, kad $R(\bullet)$ yra lyginė funkcija, $R(-\tau) = R(\tau)$.

Kiekvienam τ funkciją $R(\tau)$ padalijus iš $R(0) \equiv \sigma^2$, turime *koreliacinę funkciją*

$$r(\tau) = cor(\xi_{t+\tau}, \xi_t) = \frac{R(\tau)}{R(0)} .$$

Ši funkcija taip pat lyginė, neneigiamai apibrėžta ir $|r(\tau)| \leq 1$. Reikšmė $r(\tau)$ parodo kiek stipriai proceso reikšmės dabartyje tiesiškai priklauso nuo reikšmės prieš τ laiko vienetų. Koreliacinių ryšių žinojimas palengvina laiko eilučių modelio parinkimą ir identifikavimą.

1.2.4 DETERMINACIJOS IR KORELIACIJOS KOEFICIENTAI

Turint regresinę kreivę kyla natūralus klausimas, ar gerai regresinė kreivė atitinka eksperimentinius duomenis. Vienas iš svarbiausių tinkamumo matų yra *determinacijos koeficientas*. Determinacijos koeficientas žymimas r^2 ir apibrėžiamas santykiu:

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{y}_i - \bar{y}\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2},$$

tai yra regresinio nuokrypio kvadratų sumos ir bendro nuokrypio kvadratų sumos santykis. Aišku, kad $0 \le r^2 \le 1$. Kuo r^2 arčiau vieneto, tuo regresinė kreivė geriau tinka eksperimentiniams duomenims.

Kada domina priklausomybės stiprumas tarp nagrinėjamų kintamųjų, naudojamas *koreliacijos koeficientas*. Tai koreliacijos tarp kintamųjų stiprumo matas. Jis žymimas raide r ir apibrėžiamas kaip kvadratinė šaknis iš determinacijos koeficiento. Turi neigiamą reikšmę neigiamos regresijos atveju ir teigiamą – teigiamos regresijos atveju. Kuo arčiau 1 ar -1 yra r, tuo stipresnis koreliacinis ryšys sieja nagrinėjamus kintamuosius.

1.2.5 BENDRA TIESINIO PROGNOZAVIMO TEORIJA IR STATISTINIŲ MODELIŲ PANAUDOJIMAS PROGNOZEI

Statistinio modelio sukūrimas nagrinėjamiems duomenims nėra savitikslis uždavinys. Kiekvienas modelis yra tam tikra tikrovės idealizacija, todėl galimą modelį panaudot sprendžiant tokius uždavinius:

1. prognozuoti būsimas sekos reikšmes;
2. modeliuoti daugiau panašių realizacijų;
3. atkurti trūkstamas reikšmes stebėjimų sekoje;
4. išgryninti stebėjimus, atmetant reikšmes, atsiradusias sekoje dėl pašalinio poveikio.

Prognozė suprantama kaip būsimų proceso reikšmių įvertinimas remiantis turimomis proceso reikšmėmis.

Tarkime, stebime atsitiktinį vektorių $X = \left(X_1, \dots, X_n\right)^T$. Atsitiktinio dydžio Y tiesinė prognozė:

$$\hat{Y} = a + b_1 X_1 + \dots + b_n X_n = a + b^T X .$$

Prognozės tikslumo matas – vidutinė kvadratinė paklaida:

$$\Delta = \Delta\left(a,b\right) = E\varepsilon^2,\ \varepsilon = Y - \hat{Y} .$$

Vidutinė kvadratinė paklaida gaunama mažiausia, kai koeficientai parenkami taip, kad

$$E\varepsilon = 0, \qquad \operatorname{cov}(\varepsilon, X) = 0 .$$

Optimalūs koeficientai randami iš lygčių

$$\operatorname{cov}\left(\varepsilon, X\right) = \operatorname{cov}\left(Y, X\right) - \operatorname{cov}\left(b^T X, X\right) = R_{YX} - b^T R_{XX} = 0 ,$$

$$E\varepsilon = EY - a - b^T EX = 0\,.$$

Jei kovariacinė matrica R_{XX} neišsigimusi, tai sprendinys vienas:

$$b^* = R_{XX}^{-1} R_{XY}, \quad a^* = EY - b^{*T} EX\,.$$

1.2.6 TRENDAS

Laiko eilučių trendas, išreiškiantis bendrą didėjimo ar mažėjimo tendenciją, dažniausiai yra surandamas naudojant mažiausiųjų kvadratų metodą ir regresinę analizę. Trendas yra nusakomas algebrine funkcija. Ji gali būti parinkta įvairiausių pavidalų. Trendo lygties koeficientams ir tikslumo įverčiam nustatyti naudojami koreliacinės ir regresinės analizės metodai.

Aptarsime keletą labiausiai paplitusių trendo formų.

Tiesinis trendas taikomas, kai matavimo gretimų reikšmių skirtumai (pirmieji skirtumai) yra artimi vienas kitam. Tiesinio trendo lygtis:

$$y = b_0 + b_1 \cdot x\,.$$

Antrosios eilės parabolinis trendas yra tinkamas laiko eilučių, kurių duomenų antrieji skirtumai (gretimų pirmųjų skirtumų reikšmės) vienas nuo kito nedaug skiriasi, aproksimavimo modelis. Antros eilės parabolės regresijos (parabolinio trendo) lygtis:

$$y = b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2\,.$$

Labai dažnai laiko eilutės turi eksponentinį trendą. Jis stebimas, kai duomenys keičiasi beveik vienodu procentu.

Eksponentinio trendo lygtis:

$$y = b_0 \cdot e^{b_1 \cdot x}\,.$$

Čia užrašytose lygtyse b_0, b_1 ir b_2 - nežinomieji trendo koeficientai, o trendo kintamasis laiko eilutėse reiškia sunumeruotus matavimo momentus.

Analogiška situacija yra su logaritminiu trendu:

$$y = b_0 + b_1 \ln(x)\,,$$

čia b_0 ir b_1 yra konstantos, o ln – natūrinio logaritmo funkcija.

Nežinomieji trendo koeficientai parenkami mažiausių kvadratų metodu, t.y. minimizuojant skirtumų tarp stebimų ir prognozuojamų reikšmių kvadratų sumą. Taigi parametrai b_0 ir b_1 randami pagal formules:

$$b_1 = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2},$$

$$b_o = \overline{y} - b_1\overline{x}.$$

Čia brūkšnelis virš kintamojo žymi jo vidurkį.

1.2.7 SEZONINIAI SVYRAVIMAI

Laiko eilučių sezoniniai svyravimai pasireiškia kaip reguliarūs, sisteminiai nuokrypiai nuo trendo lygties. Labai dažnai tie svyravimai yra sąlygojami sezoniškumo. Šis faktas atsispindi net šių svyravimų pavadinime.

Vienas populiariausių ir vaizdžiausių būdų nustatyti, kad duotoji eilutė yra veikiama sezoniškumo, yra skirtumų tarp trendo ir laiko eilutės reikšmių nagrinėjimas. Jei tų skirtumų svyravimai yra reguliarūs, galima teigti, kad laiko eilutė yra veikiama sezoniškumo.

Kuomet duomenų kreivės viršūnės išsidėsčiusios beveik pagal horizontalią liniją, sakoma, kad turime adityvųjį sezoniškumo modelį. Jei viršūnių taškai turi tendenciją didėti arba mažėti, turimas vadinamas multiplikatyvusis sezoniškumo modelis.

Laiko eilučių teorijoje sezoniškumui aprašyti dažniausiai naudojami įvairūs sezoniškumo indeksai, leidžiantys iš turimos eilutės išskirti sezoniškumo komponentę. Sezoniškumo indeksas rodo vidutinį sezoninį duomenų nuokrypį nuo slenkamųjų vidurkių kreivės.

Sezoninių svyravimų aprašymas gali remtis regresinės analizės metodais. Šio aprašymo esmė – regresinės kreivės, gerai atspindinčios sezoninius svyravimus, suradimas. Regresinės kreivės pavidalas:

$$Y = b_0 + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t_1 + \ldots + b_n \cdot t_{n-1},$$

kur b_0, $b_2, \ldots$, b_n - nežinomi koeficientai, t – trendo kintamasis, t_1- kintamasis, įgyjantis vienetus reikšmėms tik iš pirmo laiko intervalo ir nulius iš kitų, $t_2, \ldots$, t_n- analogiški kintamieji.

1.3 PROGNOZAVIMO METODAI

Kai turimi duomenys išsidėstę visiškai atsitiktinai ir iš jų sunku išskirti trendą bei sezoniškumo komponentę, reikalingi kiti prognozavimo metodai. Panagrinėsime keletą laiko eilučių prognozavimo metodų, kai duomenis generuojantysis procesas yra stacionarusis.

Norint taikyti tokius prognozavimo metodus nestacionariesiems procesams, nestacionarieji procesai transformuojami, gaunant stacionarųjį minėtų procesų pavidalą, t.y. panaikinant trendą. Ši procedūra vadinama diferencijavimu. Trendą galima panaikinti ir paprasčiausiai iš kiekvieno nagrinėjamos sekos nario atimant atitinkamą trendo reikšmę. Tačiau labiausiai paplitęs transformacijos metodas – proceso diferencijavimas, kada kiekviena eilutės reikšmė yra pakeičiama šios reikšmės ir ankstesnės reikšmės skirtumu.

Taip pat naudojant laiko eilučių prognozavimo metodus reikia visada žiūrėti, ar parinktas metodas leidžia pakankamai tiksliai prognozuoti. Prognozavimo klaida apibrėžiama kaip skirtumas tarp stebimos laiko eilutės reikšmės ir prognozuotos. Tų skirtumų kvadratų suma vadinama prognozavimo tikslumu.

1.3.1 STACIONARŪS TIESINIAI MODELIAI

1.3.1.1 AUTOREGRESIJOS IR SLENKAMŲJŲ VIDURKIŲ MODELIAI

Jei laiko eilutės stebimos reikšmės stipriai koreliuotos tarpusavyje, tai ateities reikšmę galima prognozuoti naudojantis praeityje stebėtomis reikšmėmis, dažniausiai turinčiomis didžiausią įtaką.

Stacionarus procesas ξ_t vadinamas *p eilės autoregresijos procesu* (AR(*p*)), jei jis išreiškiamas:

$$\xi_t = \mu + a_1\xi_{t-1} + \ldots + a_p\xi_{t-p} + \varepsilon_t, \quad t \in Z, \tag{1.2}$$

čia ε_t - baltas triukšmas.

Atsitiktinis procesas ε_t vadinamas baltu triukšmu, jei jis tenkina $E\varepsilon_t = 0$ ir $\operatorname{cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$, jei $t \neq s$ savybes ir yra stacionarus, t. y. $D\varepsilon_t \equiv const \overset{def}{=} \sigma_\varepsilon^2$.

Pagal šį metodą kiekviena laiko eilutės reikšmė yra tiesinė prieš tai buvusios reikšmės ar reikšmių funkcija. Pirmos eilės autoregresinėje lygtyje yra naudojama tik viena prieš tai buvusi reikšmė, antros eilės – dvi prieš tai esančios reikšmės ir t.t. Prieš tas reikšmes esantys koeficientai nusako, kaip stipriai kiekviena laiko eilutės reikšmė priklauso nuo prieš tai buvusių reikšmių.

Pažymėję $P(z) = 1 - a_1 z - \ldots - a_p z^p$, lygybę (1.2) galima užrašyti:

$$P(L)\hat{\xi}_t = \varepsilon_t, \quad \hat{\xi}_t = \xi_t - E\xi_t. \tag{1.3}$$

Be to, $\mu = P(1)E\xi_t$.

Stacionarus procesas ξ_t vadinamas *q eilės slenkamojo vidurkio* (angl. – moving average) procesu (MA(*q*)), jei jis išreiškiamas:

$$\xi_t = \mu + \varepsilon_t + b_1\varepsilon_{t-1} + \ldots + b_q\varepsilon_{t-q}, \quad t \in Z,$$

čia ε_t - balto triukšmo procesas.

Pažymėję $Q(z)=1+b_1z+\ldots+b_qz^q$, gauname $\mu=E\xi_t$ ir

$$\widehat{\xi}_t=Q(L)\varepsilon_t.$$

Pagal šį metodą kiekviena laiko eilutės reikšmė yra apsprendžiama dabartinės triukšmo reikšmės bei vienos ar kelių prieš tai stebėtų triukšmo reikšmių vidurkiu. Slenkamųjų vidurkių metodo eilė nusako prieš tai buvusių triukšmo reikšmių, kurių pagrindu yra skaičiuojamas vidurkis, skaičių.

Stacionarus procesas ξ_t vadinamas ARMA(p,q) procesu, jei

$$\xi_t=\mu+a_1\xi_{t-1}+\ldots+a_p\xi_{t-p}+\varepsilon_t+b_1\varepsilon_{t-1}+\ldots+b_q\varepsilon_{t-q},\quad t\in Z,$$

čia ε_t - balto triukšmo procesas.

1.3.1.2 PAPRASTASIS IR SVERTINIS SLENKAMŲJŲ VIDURKIŲ METODAI

Prognozuodami pagal slenkamųjų vidurkių metodą, tariame, kad prognozuojama reikšmė geriausiai reprezentuojama n prieš tai stebėtų reikšmių aritmetiniu vidurkiu. Simboliškai tai galima užrašyti formule:

$$\hat{y}=\frac{y_{i-1}+y_{i-2}+\cdots+y_{i-n}}{n}.$$

Šis prognozavimo metodas vadinamas paprastuoju slenkamųjų vidurkių prognozavimo metodu. Jei laukiamas nedidelis duomenų pasikeitimas, reikėtų naudoti didesnį dėmenų n skaičių. Laukiant didesnio pasikeitimo, reikėtų prognozuoti su mažesniu n.

Dažnai naudojamas patobulintas paprastasis slenkamųjų vidurkių metodas. Jo esmė remiasi faktu, kad dažniausiai paskutiniosios laiko eilutės reikšmės turi didesnę įtaką prognozuojamam rezultatui nei ankstesnės. Todėl yra imamas svertinis prieš tai stebėtų reikšmių vidurkis:

$$\hat{y}=d_1\cdot y_{t-1}+d_2\cdot y_{t-2}+\ldots+d_n\cdot y_n,$$

čia koeficientai (svoriai) tenkina lygybę $d_1+d_2+\ldots+d_n=1$. Šis prognozavimo metodas vadinamas svertiniu slenkamųjų vidurkiu metodu.

Koeficiento d_i reikšmė parenkama didesnė prieš kintamąjį, turintį didesnę įtaką. Kokias n ir d_i reikšmes parinkti, kad gautume tiksliausią prognozę, priklauso nuo tyrimus atliekančio statistiko.

1.3.1.3 PAPRASTOJO EKSPONENTINIO GLODINIMO METODAS

Šis metodas yra plačiausiai naudojama prognozavimo priemonė, nes reikalauja mažai skaičiavimų. Paprastojo eksponentinio glodinimo metodas yra naudojamas, kai pradinių duomenų struktūra yra horizontali, t.y., juose nėra nei kokių nors periodinių nukrypimų, nei jokios augimo ar mažėjimo tendencijos. Eksponentinio glodinimo lygtis yra tokia:

$$\hat{y}_t = \alpha\left(y_{t-1} - \hat{y}_{t-1}\right) + \hat{y}_{t-1},$$

čia $\hat{y}_t$ – periodo t prognozė, y_{t-1} – tikroji laiko eilutės reikšmė praeitame periode, $\hat{y}_{t-1}$ – praeito periodo prognozė, α – glodinimo konstanta $\left(0 \le \alpha \le 1\right)$. Ji susijusi su slenkamųjų vidurkių metodo narių skaičiumi n apytiksliai tokia lygybe: $\alpha = \dfrac{2}{n+1}$. Todėl, kai α artimas vienetui, turime nedidelį duomenų glodinimą, o kai α mažas – gana smarkų glodinimą.

1.3.2 NESTACIONARŪS TIESINIAI MODELIAI

Tarp ekonominių kintamųjų nesunku rasti tokius, kurie akivaizdžiai nėra stacionarūs. Tai gali būti santaupos, šalies BVP ir pan. Taip yra, nes normaliomis sąlygomis šie rodikliai auga. Tačiau jų pokyčiai (pvz. per metus) dažnai elgiasi kaip stacionarūs procesai.

Atsitiktinis procesas ξ_t vadinamas d – *eilės integruotu* (žymima $\xi \in I(d)$), jei jo d eilės pokyčių procesas yra stacionarus, o d – 1 eilės pokyčiai nėra stacionarūs.

Pažymėkime:

$$\Delta\xi_t = \xi_t - \xi_{t-1} = (1-L)\xi_t\,.$$

Tada:

$$\Delta^2\xi_t = \Delta\xi_t - \Delta\xi_{t-1} = (1-L)^2\,\xi_t = \xi_t - 2\xi_{t-1} + \xi_{t-2}\,.$$

Bendru atveju:

$$\Delta^d\xi_t = \Delta^{d-1}\xi_t - \Delta^{d-1}\xi_{t-1} = (1-L)^d\,\xi_t\,.$$

Taigi $\xi \in I(d) \Rightarrow \eta_t = \Delta^d\xi_t$ yra stacionarus procesas. Jei pats ξ_t yra stacionarus, žymima $\xi \in I(0)$.

Tuo atveju, kai $\xi \in I(1)$, galioja lygybė

$$\xi_t = \xi_0 + \sum_{\tau=1}^{t}\eta_\tau, \qquad t = 1, 2, \ldots$$

čia η_τ - stacionarus procesas. Taigi ξ_t gaunamas sumuojant stacionaraus proceso reikšmes. Iš čia ir pavadinimas – integruoti procesai.

ARIMA – autoregresinis integruotas slenkamųjų vidurkių metodas yra plačiai naudojamas laiko eilučių analizei. Jo esmė – sujungti autoregresijos, diferencijavimo ir slenkamųjų vidurkių metodo galimybes. Visos trys sudėtinės dalys yra pagrįstos atsitiktinio triukšmo (nepaaiškinamo išsibarstymo), iškreipiančio laiko eilutės sisteminę komponentę, koncepcija ir turi savo būdingą reakcijos į šį atsitiktinį triukšmą aprašymo būdą.

Atsitiktinis procesas $\xi_t \in I(d)$ vadinamas ARIMA(p,d,q) procesu, jei jo d eilės pokyčiai $\eta_t = (1-L)^d \xi_t$ yra ARMA(p,q) stacionarus procesas. Taigi, galioja lygybė:

$$P(L)\cdot(1-L)^d \hat{\xi}_t = Q(L)\varepsilon_t,$$

čia $P(z)$ ir Q(z) - p ir q eilės polinomai atitinkamai, o ε_t - balto triukšmo procesas.

1.3.2.1 NESTACIONARUS TIESINIS PROCESAS

Jei stebime $\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_n$, kur ξ_t yra ARIMA (p,d,q) procesas, tai pažymėję

$$\eta_t = (1-L)^d \xi_t$$

randame $\eta_d, \eta_{d+1}, \dots, \eta_n$. Iš šios imties įvertiname nežinomus polinomų $P(z)$ ir $Q(z)$ koeficientus, apskaičiuojame proceso η_t koreliacinę funkciją $r(\tau)$ ir η taikome bendrą tiesinio prognozavimo teoriją.

Gavus prognozes $\hat{\eta}_t, t = n+1, n+2, \dots$, atitinkamas prognozes $\hat{\xi}_t$ galima rasti iš išraiškos:

$$\eta_t = (1-L)^d \xi_t = \sum_{k=0}^{d} (-1)^k \binom{d}{k} \xi_{t-k},$$

čia $\binom{d}{k} = \dfrac{d!}{k!(d-k)!}$.

Žinodami η_t ir $\xi_1, \dots, \xi_n$ reikšmes ξ_t, rekurentiniu būdu galime surasti

$$\xi_t = \eta_t - \sum_{k=1}^{d} (-1)^k \binom{d}{k} \xi_{t-k}, \quad t = n+1, n+2, \dots$$

Nustatant tiriamo proceso ξ_t integruotumo eilę, praktikoje dažniausiai naudojamas *Dickey – Fuller* testas arba jo modifikacijos. Šis testas naudoja AR(1) modelį

$$\xi_t = \mu + a\xi_{t-1} + \varepsilon_t$$

ir tikrina hipotezę H_0: $a = 1$, esant alternatyviai hipotezei: H_1: $a < 1$. Jei hipotezė H_0 priimama, daroma išvada, kad ξ_t nėra stacionarus, ir pereinama prie analogiško $\Delta\xi_t$ nagrinėjimo. Jei ir $\Delta\xi_t$ nėra stacionarus, tiriami antros eilės pokyčiai $\Delta^2\xi_t$ ir taip toliau.

1.3.3 MODELIO EILĖS NUSTATYMO BŪDAI

Pirmas žingsnis taikant ARIMA modelį, yra procesų, apsprendžiančių laiko eilučių pobūdį, identifikacija. Turi būti nustatytas modelio ARIMA(*p, d, q*) parametrų *p, d, q* reikšmės.

Paprastai *d* lygus 0 arba 1, *d* reikšmė lygi pritaikytų diferencijavimo procedūrų skaičiui. Parametrai *p* ir *q* parenkami naudojantis autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijomis. Parametrų *p* ir *q* reikšmės paprastai būna 0, 1 arba 2.

Autoregresiniai modeliai ARIMA(*p, 0, 0*) turi eksponentiškai mažėjančias autokoreliacijos funkcijos reikšmes ir aiškiai išsiskiriančias pirmąsias dalinės autokoreliacijos funkcijos reikšmes.

Slenkamųjų vidurkių modeliai ARIMA(*0, 0, q*) turi aiškiai išsiskiriančias pirmąsias autokoreliacijos funkcijos reikšmes ir eksponentiškai mažėjančias dalinės autokoreliacijos funkcijos reikšmes.

Kai autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos funkcijos reikšmės mažėja eksponentiškai, geriausiai tinka ARIMA(*p, 0, q*) modelis.

1.3.3.1 AUTOKORELIACIJOS IR DALINĖS AUTOKORELIACIJOS FUNKCIJOS

Autokoreliacijos funkcija pateikia pradinių duomenų ir pastumtų per tam tikrą narių skaičių (1, 2, 3 ir t.t.) duomenų koreliacijos koeficiento reikšmių seką. Autokoreliacijos funkcijos reikšmė postūmiui *k* yra skaičiuojama pagal formulę:

$$r_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k}\left(y_i - \bar{y}\right)\left(y_{i+k} - \bar{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \bar{y}\right)^2},$$

čia $\bar{y}$ - vidurkis, *n* – stebėjimų skaičius.

Dalinės autokoreliacijos funkcija prie postūmio *k* yra skaičiuojama pašalinant tarpinių postūmių (1, 2, …, *k*-1) įtaką. Dalinės autokoreliacijos funkcijos reikšmė postūmiui k yra apibrėžiama kaip regresijos lygties

$$y_t = a_{k1} \cdot y_{t-1} + a_{k2} \cdot y_{t-2} + ... + a_{kk} \cdot y_{t-k} + \varepsilon_t ,$$

koeficientas a_{kk}.

1.4 PROGRAMINĖ ĮRANGA

Darbo tikslams įgyvendinti buvo pasirinkti du programiniai paketai: Microsoft Office Excel bei statistinės analizės sistema SAS[3]. Pirmasis paketas naudotas duomenų surinkimui, sutvarkymui ir tokiam jų pateikimui, kad būtų patogu dirbti, o laiko eilučių analizė su turimais duomenimis atlikta SAS programiniu paketu. Tokį pasirinkimą įtakojo geros šio paketo galimybės iškeltoms problemoms spręsti, puikios grafinių rezultatų pateikimo galimybės, patogi vartotojo aplinka bei geras paketo aprašymas. Taip pat labai svarbu skaičiavimų tikslumas, greitis, nagrinėjamų statistinių metodų gausa, bei vidinės programavimo kalbos egzistavimas, leidžiantis atlikti reikalingą duomenų analizę.

Kitaip tariant, SAS technologijos - tai unikalūs sprendimai, užtikrinantys visišką informacinių sistemų technologinį vientisumą kiekvienoje duomenų surinkimo ir apdorojimo grandyje (pradedant didelių duomenų kiekių surinkimu iš nutolusių duomenų šaltinių ir baigiant išsamios statistinės analizės ir sudėtingų prognozavimo modeliais).

[3] **S**tatistical **A**nalysis **S**ystem.

2. TIRIAMOJI DALIS IR REZULTATAI

2.1 TRUMPA AKCIJŲ RINKOS APŽVALGA

Pasaulio besivystančios rinkos augo ketverius metus iš eilės. Žvelgiant į 2007-uosius, galima pasakyti jog per pastaruosius 2-3 metus padėtis rinkose yra gerokai pasikeitusi. Vienu iš pagrindinių „rinkos variklių“ buvęs skirtumas tarp akcijų kainų besivystančiose ir išsivysčiusiose rinkose jau baigia išnykti, o dėl spartesnio augimo besivystančių rinkų akcijos kai kuriais atvejais jau tapo ir brangesnės. Rinkos, kuriose daugelio akcijų vertės remiasi „šviesiomis“ ateities perspektyvomis, pasižymi nemažais svyravimais, kurie buvo laukti ir 2007 metais.

Lietuvos akcijų rinka per pastaruosius trejus metus išaugo 338 proc., o vidutinė visų šiuo metu listinguojamų akcijų grąža šalyje per trejus metus pasiekė 609 proc. [7]. Tai vienas iš geresnių rodiklių pasaulyje, tačiau daugelis žmonių nepasinaudoja šia galimybe. Lietuvoje tik formuojasi gyventojų investavimo kultūra, vis daugiau gyventojų ryžtasi dalį santaupų skirti investicijoms į akcijas, tačiau potencialiems investuotojams iki šiol trūksta žinių, į kokias įmones ir kodėl verta investuoti.

Tarp labiausiai kilusių pernai metais akcijų rinkų buvo Peru, Venesuela (įtraukta į analizę), Kinija, Vietnamas, Rusija — visos jos ganėtinai rizikingos, bet sparčiai besivystančios rinkos.

Inertiška ir nepasiduodanti sumažinimui infliacija, kuri silpnina konkurencingumą (Balasa-Samuelsono efektas), žemos ar net neigiamos realios palūkanų normos, smukdančios taupymą ir skatinančios kreditavimą bei vartojimą, nekilnojamo turto rinkos bumas nėra patys palankiausi veiksniai veikiantys Baltijos valstybių akcijų rinką. Infliacija Lietuvoje daugiausiai atsiranda ne dėl didelės paklausos, o dėl sąnaudų kainų didėjimo; tai yra labai blogai, nes mažina mūsų konkurencingumą. Be to Baltijos valstybėse yra didžiulis einamosios sąskaitos deficitas, tik menka dalimi padengtas tiesioginėmis užsienio investicijomis. Deficitas Lietuvoje, atmetus Mažeikių pardavimą, buvo padengtas tik 17%. Baltijos valstybėse didėja užsienio skola, o šią riziką Latvijoje komplikuoja didelė trumpalaikės skolos dalis ir didelė nerezidentų indėlių apimtis. Baltijos valstybėse yra kartu ir didelė paskolų dalis užsienio valiutomis — tai didelė rizika vietinės valiutos devalvavimo atveju, nes verčia gyventojus labai nerimauti.

Švelninantys veiksniai Baltijos valstybėse: žemas valstybės skolos lygis (taigi sunku daryti spekuliacines atakas), bankų sistemos priklausymas užsienio kapitalui (SEB, Swedbank ir DNB Nord veikia kaip centrinis bankas ir yra pasiryžę suteikti dideles likvidumo paskolas), padedantis lengviau atsispirti valiutos krizėms, tradiciškai didelis kainų ir darbo užmokesčio lankstumo lygis, tiesa, pastaruoju metu pažeistas struktūrinio darbo jėgos stygiaus, mažas jautrumas „užkratui“ iš Centrinės ir Rytų Europos (Čekijos, Lenkijos, Vengrijos).

2.2 PRADINIAI DUOMENYS

Tyrimui buvo parinktos iš viso aštuonios akcijos: dvi Lotynų Amerikos šalių ir šešios Baltijos valstybių akcijos, t.y. dvi Lietuvos, dvi Latvijos ir dar dvi Estijos [10]. 2.1 lentelėje pateiktas jų sąrašas bei pagrindinės charakteristikos.

Daugeliui makroekonominių ir finansinių laiko eilučių, tame tarpe ir akcijų kainoms, būdinga nestacionarumo savybė. Tai reiškia, kad kintamasis neturi aiškaus polinkio grįžti prie pastovios reikšmės ar tiesinio trendo. Taigi, šiame darbe yra nagrinėjamos būtent kainų grąžos, nes jos turi aiškų trendą, todėl ir prognozuoti yra žymiai paprasčiau.

Kiekvienos akcijos grąža apskaičiuojama pagal formulę:

$$R_i = \frac{P_i - P_{i-1}}{P_{i-1}},$$

kur P_i - akcijos kaina laiko momentu *i*, o P_i - akcijos kaina praėjusiu laiko momentu *i*-1.

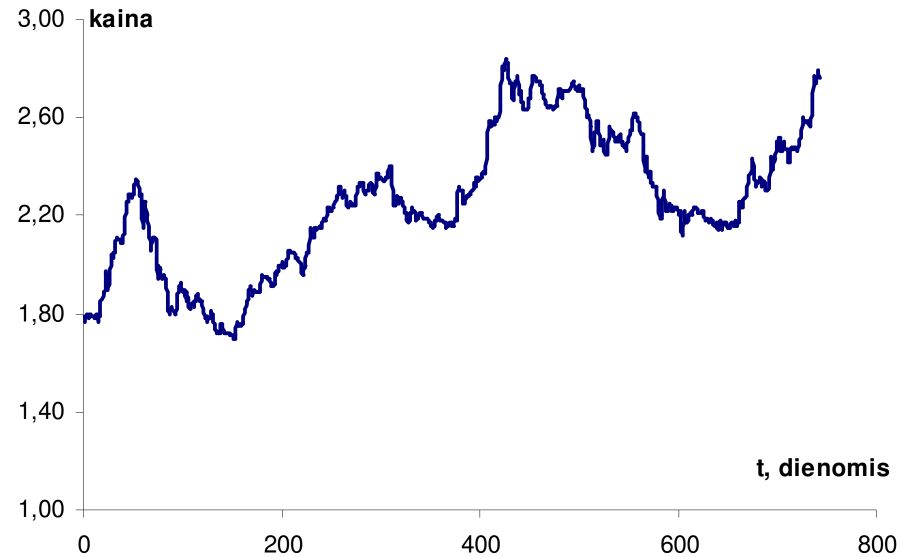
2.1 lentelė

Pasirinktos akcijos; jų kainų ir grąžų pagrindinės charakteristikos

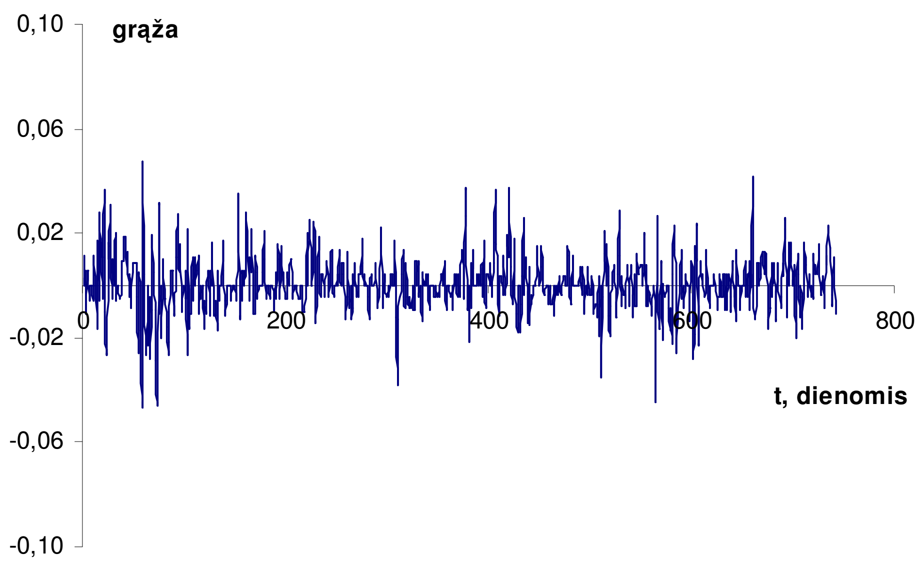
		Kaina		Grąža	
		Vidurkis, $E(R)$	Dispersija, σ^2	Vidurkis, $E(R)$	Dispersija, σ^2
Lietuva	Teo	2.2430	0.2790	0.0006	0.0107
	Panevėžio statybos trestas	6.9981	4.6473	0.0034	0.0255
Latvija	Grindeks	4.8343	2.2516	0.0029	0.0181
	Ventspilis Nafta	1.8791	0.3662	0.0009	0.0191
Estija	Harju Elekter	6.1007	2.7858	-0.0004	0.0301
	Eesti Telekom	7.4943	0.3950	0.0001	0.0083
Lotynų Amerika	Telefonos de Mexico	27.9948	6.5836	-0.0003	0.0178
	Telefonos de Venezuela	18.5750	2.6981	0.0004	0.0219

2.1 lentelėje matome, jog mažiausią išsibarstymą turi „Eesti Telekom“ akcijos grąža (0.0083), o didžiausią išsibarstymą turi Estijos „Harju Elekter“ grąža (0.0301), taip pat nemažas reikšmių išsibarstymas pastebimas Lietuvos „Panevėžio statybos tresto“ (0.0255) bei Lotynų Amerikos „Telefonos de Venezuela“ (0.0219) grąžose. Tai gali įtakoti didesnes prognozavimo modelių paklaidas.

Akcijų kainų ir grąžų dinamikai (2.1 pav.) stebėti pasirinktas laikotarpis nuo 2004.01.20 iki 2006.12.29 (1 priedas, 1 lentelė). laiko eilučių analizei atlikti naudojome duomenis iki 2006.11.30, o likusieji buvo palikti palyginimui su prognozių rezultatais.



(a)



(b)

2.1 pav. „Teo“ akcija. (a) kainos dinamika; (b) grąžos dinamika.

Kitų akcijų kainų ir grąžų dinamikos pateiktos 2 priede (1 – 7 pav.).

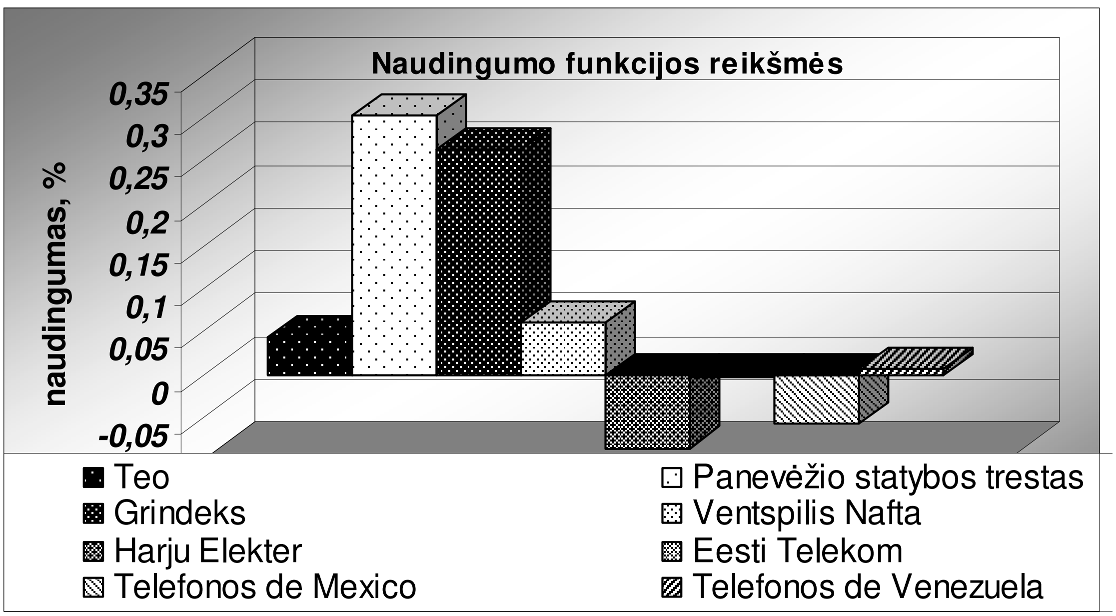
Pasižiūrėsime, kurių tyrinėjamų akcijų naudingumas didžiausias, t.y. apskaičiuosime naudingumo funkciją:

$$U = E(R) - 0.005 \cdot A \cdot \sigma^2,$$

čia A – investuotojo rizikos koeficientas. Daugiausiai yra investuotojų, kurių koeficiento reikšmės yra iš intervalo $2 < A < 4$. Šiuo atveju parinkom $A = 3$.

Daugiklis 0.005 prieš dispersiją naudojamas reikšmių masteliui pakeisti.

Įvertinome kiekvienos akcijos naudingumo funkciją. Kaip matome iš stulpelinės diagramos (2.2 pav.), pačios naudingiausios akcijos yra „Panevėžio statybos tresto“ bei Latvijos „Grindeks“, o nenaudingiausios – Estijos „Harju Elekter“ ir Meksikos įmonės „Telefonos de Mexico“.



2.2 pav. Akcijų naudingumas.

2.3 GRĄŽŲ PROGNOZAVIMAS REGRESINIŲ KREIVIŲ METODAIS

Tarkime, kad turimus duomenis galima aproksimuoti tiesine funkcija.

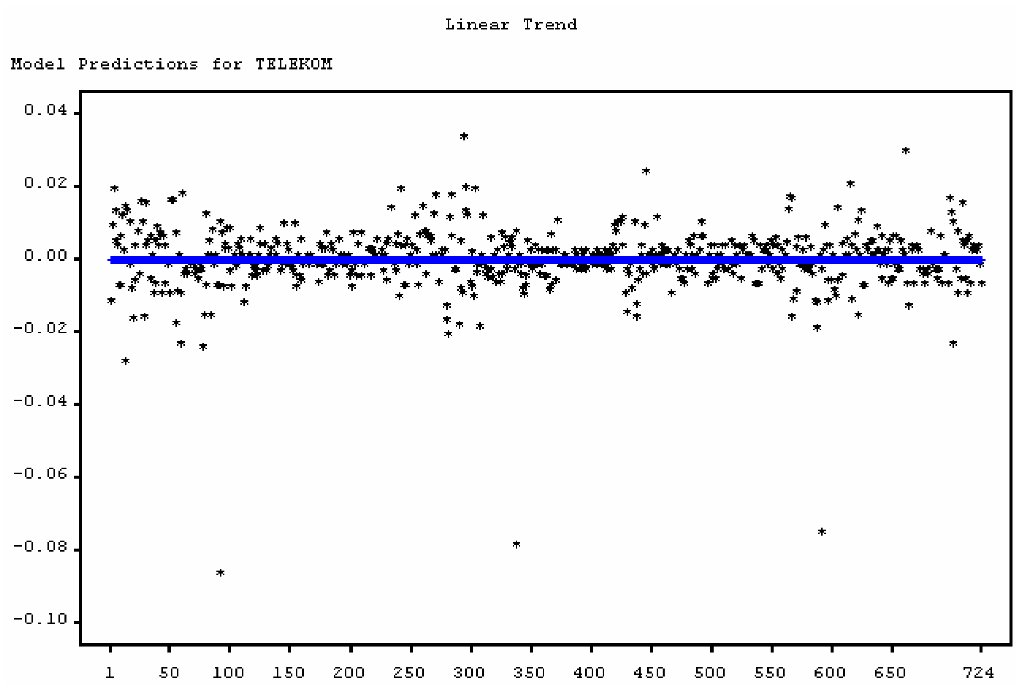
2.2 lentelėje pateikti prognozės rezultatai, kai buvo taikomas tiesinis trendas. Tikrinama modelio tinkamumo duomenims hipotezė. Reikšmingumo lygmuo $\alpha = 0.05$; kadangi p-reikšmės gautos didesnės už 0.05, tai hipotezę atmetame. Tiesinio trendo metodą grąžos prognozavimui taikyti nekorektiška. Determinacijos koeficientas šio modelio atveju lygus 0,005. Vadinasi tiesinis trendas

(2.3 pav.) paaiškina tik 0,5% duomenų, tai labai prastas rezultatas. Taigi tokį modelį taikyti nekorektiška ir netikslinga.

2.2 lentelė

„Eesti Telekom“ akcija. Tiesinio trendo modelio parametrų įvertinimas

Parametrai	Reikšmė	Standartinis nuokrypis	*T* Statistikos reikšmė	*p*-reikšmė	Determinacijos Koeficientas
Laisvasis narys	0,000149	0,000614	0,243251	0,80788	0,005
Narys prie *x*	-1,6E-08	1,47E-06	-0,01117	0,991091	

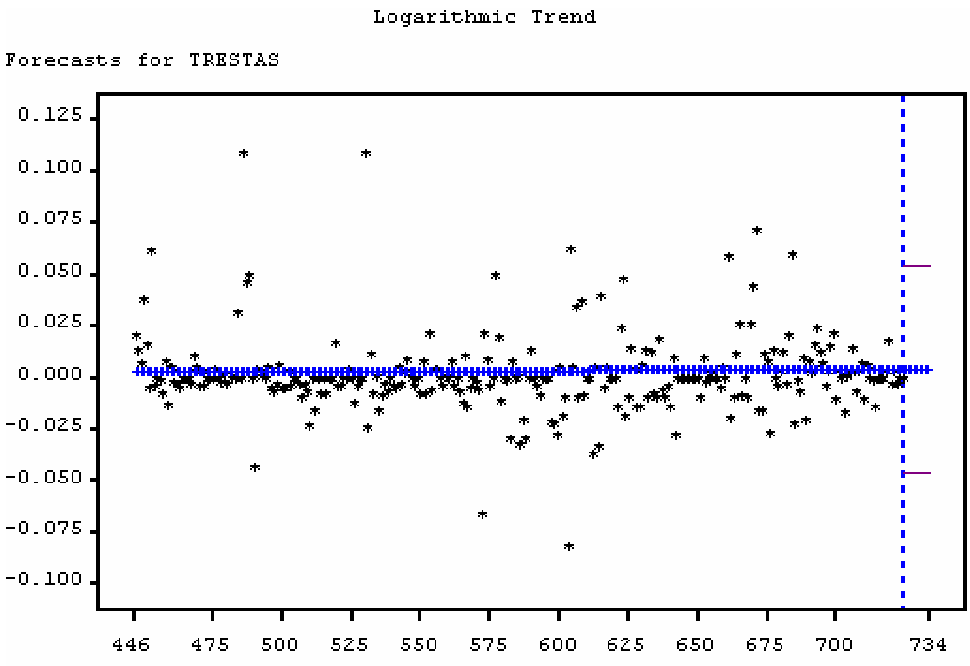


2.3 pav. „Eesti Telekom“ akcija: tiesinė duomenų aproksimacija.

Panašūs rezultatai gauti su visom akcijom, todėl tiesinį trendą, kaip prognozavimui tinkamą modelį, atmetame.

Pritaikius logaritminį trendą „Panevėžio statybos tresto“ akcijai (2.4 pav.), gauname labai mažą determinacijos koeficientą. Jis lygus 0.0003, vadinasi trendas paaiškina tik 0.03% turimų duomenų. Greičiausiai būtų nekorektiška taikyti tokį modelį prognozavimui.

Analogiška situacija gauta ir kitoms akcijoms – labai mažas determinacijos koeficientas.



2.4 pav. „Panevėžio statybos tresto“ akcija: logaritminis trendas.

2.4 BALTIJOS IR LOTYNŲ AMERIKOS ŠALIŲ AKCIJŲ GRĄŽŲ PROGNOZAVIMAS SLENKAMŲJŲ VIDURKIŲ METODU

2.4.1 LIETUVOS AKCIJŲ KAINŲ GRĄŽŲ PROGNOZAVIMAS PAPRASTUOJU IR SVERTINIU SLENKAMŲJŲ VIDURKIŲ METODU

Prognozuosime 2006.12.01 dienos Lietuvos akcijų grąžų reikšmes. Prognozę atliksime paprastuoju ir svertiniu pločio 3 slenkamųjų vidurkių metodu (2.3 ir 2.4 lentelės). Svorius imsime lygius 0.2, 0.4 ir 0.4. Toks svorių parinkimas rodo, kad didžiausią įtaką prognozei, mūsų manymu, turi dvi paskutinės reikšmės iš trijų.

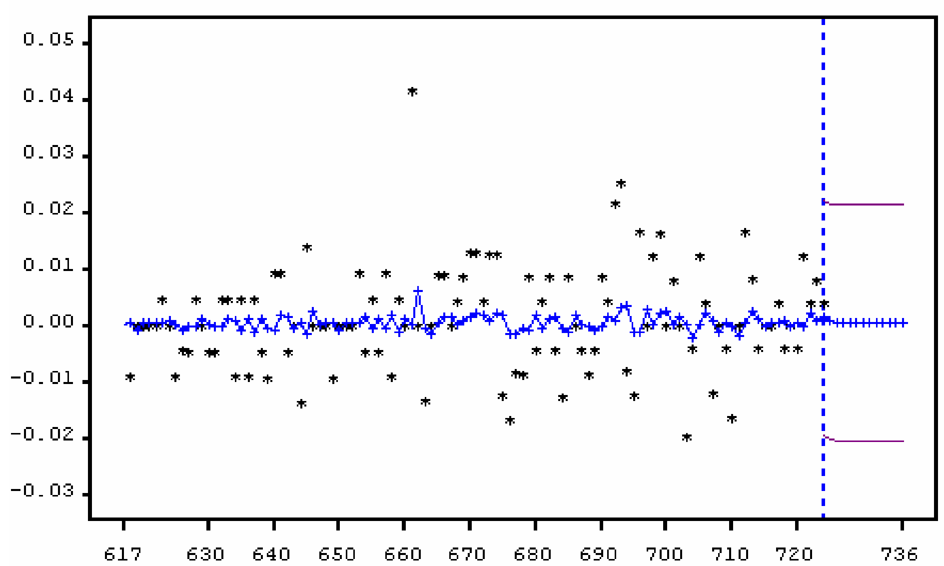
2.3 lentelė

„Teo“ akcija. Prognozavimas paprastuoju ir svertiniu slenkamųjų vidurkių metodu

Data	Tikroji grąžos reikšmė	Paprastasis slenkamųjų vidurkių metodas	Prognozės paklaida	Svertinis slenkamųjų vidurkių metodas	Prognozės paklaida
...	***Teo***				
2006.11.10	-0,016260	-0,005350	0,000119	-0,004019	0,000119
2006.11.13	0,000000	-0,006770	0,000046	-0,008123	0,000046
2006.11.14	0,016529	-0,006770	0,000543	-0,007314	0,000543
2006.11.15	0,008130	0,000090	0,000065	0,003360	0,000065
2006.11.16	-0,004032	0,008220	0,000150	0,009864	0,000150
2006.11.17	0,000000	0,006876	0,000047	0,004945	0,000047
2006.11.20	0,000000	0,001366	0,000002	0,000013	0,000002
2006.11.21	0,004049	-0,001344	0,000029	-0,000806	0,000029
2006.11.22	-0,004032	0,001350	0,000029	0,001619	0,000029
2006.11.23	0,000000	0,000005	0,000000	0,000007	0,000000
2006.11.24	-0,004049	0,000005	0,000016	-0,000803	0,000016
2006.11.27	0,012195	-0,002694	0,000222	-0,002426	0,000222
2006.11.28	0,004016	0,002716	0,000002	0,003259	0,000002
2006.11.29	0,008000	0,004054	0,000016	0,005675	0,000016
2006.11.30	0,003968	0,008070	0,000017	0,007245	0,000017
2006.12.01	0,015810				
Prognozė		***0,005328***		***0,005591***	
Prognozės tikslumas			***0,0001521***		***0,0001523***

Prognozuodami pagal paprastąjį slenkamųjų vidurkių metodą, „Teo“ akcijos grąžą gauname lygią 0,005328, o pagal svertinį slenkamųjų vidurkių metodą – 0,005591, kai tuo tarpu tikroji 2006.12.01 dienos grąžos reikšmė yra 0,015810. Didesnis prognozės tikslumas gautas paprastojo slenkamojo vidurkio metodo atveju, t.y. 0,0001521 < 0,0001523. Tikrajai reikšmei artimesnė prognozė gauta svertinių slenkamojo vidurkių metodo atveju, nors ir paprastojo slenkamųjų vidurkių metodo prognozės tikslumas didesnis.

2.5 paveiksle pavaizduota slenkamųjų vidurkių prognozė „Teo“ akcijos grąžai. Kitų akcijų prognozės šiuo metodu pateiktos 3 priede (8 – 14 pav.).



2.5 pav. „Teo“ akcija. Slenkamųjų vidurkių prognozė.

2.4 lentelė

„Panevėžio statybos tresto“ akcija. Prognozavimas paprastuoju ir svertiniu slenkamųjų vidurkių metodu

Data	Tikroji grąžos reikšmė	Paprastasis slenkamųjų vidurkių metodas	Prognozės paklaida	Svertinis slenkamųjų vidurkių metodas	Prognozės paklaida
...	***Panevėžio statybos trestas***				
2006.11.10	-0,010676	0,001205	0,000141	0,002732	0,000180
2006.11.13	0,005755	-0,000211	0,000036	-0,000828	0,000043
2006.11.14	0,000000	0,000749	0,000001	-0,000535	0,000000
2006.11.15	-0,001431	-0,001640	0,000000	0,000167	0,000003
2006.11.16	-0,014327	0,001442	0,000249	0,000579	0,000222
2006.11.17	-0,000727	-0,005252	0,000020	-0,006303	0,000031
2006.11.20	0,000000	-0,005495	0,000030	-0,006307	0,000040
2006.11.21	0,000000	-0,005018	0,000025	-0,003156	0,000010
2006.11.22	0,003636	-0,000242	0,000015	-0,000145	0,000014
2006.11.23	0,017391	0,001212	0,000262	0,001455	0,000254
2006.11.24	-0,002849	0,007009	0,000097	0,008411	0,000127
2006.11.27	0,003571	0,006060	0,000006	0,006544	0,000009
2006.11.28	-0,003559	0,006038	0,000092	0,003767	0,000054
2006.11.29	0,000000	-0,000945	0,000001	-0,000565	0,000000
2006.11.30	0,000000	0,000004	0,000000	-0,000709	0,000001
2006.12.01	0,000000				
Prognozė		***-0,001186***		***-0,000712***	
Prognozės tikslumas			***0,000764***		***0,000765***

Analogiškai, pagal paprastąjį slenkamųjų vidurkių metodą, „Panevėžio statybos tresto“ akcijos grąžą gauname lygią -0,001186, o pagal svertinį slenkamųjų vidurkių metodą – (-0,000712), kai tuo tarpu tikroji 2006.12.01 dienos grąžos reikšmė yra 0,00. Tikslesnė prognozė gauta paprastojo slenkamojo vidurkio metodo atveju (0,000764 **<** 0,000765).

2.4.2 LATVIJOS AKCIJŲ KAINŲ GRĄŽŲ PROGNOZAVIMAS PAPRASTUOJU IR SVERTINIU SLENKAMŲJŲ VIDURKIŲ METODU

Prognozuosime 2006.12.01 dienos Latvijos akcijų grąžų reikšmes. Prognozę atliksime paprastuoju ir svertiniu pločio 3 slenkamųjų vidurkių metodu (2.5 lentelė). Svorius imsime lygius 0.2, 0.4 ir 0.4. Toks svorių parinkimas rodo, kad didžiausią įtaką prognozei, mūsų manymu, turi dvi paskutinės reikšmės iš trijų.

2.5 lentelė

Latvijos akcijos. Prognozavimas paprastuoju ir svertiniu slenkamųjų vidurkių metodu

Data	Tikroji grąžos reikšmė	Paprastasis slenkamųjų vidurkių metodas	Prognozės paklaida	Svertinis slenkamųjų vidurkių metodas	Prognozės paklaida
...	***Grindeks***				
2006.11.20	0,022059	-0,002290	0,000593	0,000172	0,000479
2006.11.21	0,005755	0,009929	0,000017	0,007471	0,000003
2006.11.22	-0,012876	0,004440	0,000300	0,008227	0,000445
2006.11.23	-0,007246	0,004980	0,000149	0,001564	0,000078
2006.11.24	0,000000	-0,004789	0,000023	-0,006898	0,000048
2006.11.27	0,000000	-0,006707	0,000045	-0,005474	0,000030
2006.11.28	0,000000	-0,002415	0,000006	-0,001449	0,000002
2006.11.29	0,021898	0,000000	0,000480	0,000000	0,000480
2006.11.30	-0,017143	0,007299	0,000597	0,008759	0,000671
2006.12.01	-0,010174				
Prognozė		***0,001585***		***0,001902***	
Prognozės tikslumas			***0,000415***		***0,000425***

2.5 lentelė (tęsinys)

...	*Ventspilis NAFTA*				
2006.11.20	0,000000	-0,004210	0,000018	-0,005914	0,000035
2006.11.21	0,008734	-0,005647	0,000207	-0,001626	0,000107
2006.11.22	0,000000	0,005848	0,000034	0,005256	0,000028
2006.11.23	0,008658	0,002911	0,000033	0,003493	0,000027
2006.11.24	0,004292	0,005797	0,000002	0,005210	0,000001
2006.11.27	0,000000	0,004317	0,000019	0,005180	0,000027
2006.11.28	0,000000	0,004317	0,000019	0,003448	0,000012
2006.11.29	0,000000	0,001431	0,000002	0,000858	0,000001
2006.11.30	0,004274	0,000000	0,000018	0,000000	0,000018
2006.12.01	-0,012766				
Prognozė		***0,001425***		***0,001709***	
Prognozės tikslumas			***0,000503***		***0,000505***

Prognozuodami pagal paprastąjį slenkamųjų vidurkių metodą, „Grindeks“ akcijos grąžą gauname lygią 0,001585, o pagal svertinį slenkamųjų vidurkių metodą – 0,001902, kai tuo tarpu tikroji 2006.12.01 dienos grąžos reikšmė yra -0,010174. Didesnis prognozės tikslumas gautas paprastojo slenkamojo vidurkio metodo atveju, t.y. 0,000415 < 0,000425. Tikrajai reikšmei artimesnė prognozė gauta paprastojo slenkamųjų vidurkių metodo atveju.

Analogiškai, pagal paprastąjį slenkamųjų vidurkių metodą, „Ventspilis Nafta“ akcijos grąžą gauname lygią 0,001425, o pagal svertinį slenkamųjų vidurkių metodą – 0,001709, kai tuo tarpu tikroji 2006.12.01 dienos grąžos reikšmė yra -0,012766. Tikslesnė prognozė gauta paprastojo slenkamojo vidurkio metodo atveju (0,000503 < 0,000505).

2.4.3 ESTIJOS AKCIJŲ KAINŲ GRĄŽŲ PROGNOZAVIMAS PAPRASTUOJU IR SVERTINIU SLENKAMŲJŲ VIDURKIŲ METODU

Prognozuosime 2006.12.01 dienos Estijos akcijų grąžų reikšmes. Prognozę atliksime paprastuoju ir svertiniu pločio 3 slenkamųjų vidurkių metodu (2.6 lentelė). Svorius imsime lygius 0.2, 0.4 ir 0.4. Toks svorių parinkimas rodo, kad didžiausią įtaką prognozei, mūsų manymu, turi dvi paskutinės reikšmės iš trijų.

2.6 lentelė

Estijos akcijos. Prognozavimas paprastuoju ir svertiniu slenkamųjų vidurkių metodu

Data	Tikroji grąžos reikšmė	Paprastasis slenkamųjų vidurkių metodas	Prognozės paklaida	Svertinis slenkamųjų vidurkių metodas	Prognozės paklaida
...	***Harju Elekter***				
2006.11.20	0,067568	0,001899	0,004312	0,004996	0,003915
2006.11.21	-0,005063	0,028950	0,001157	0,030884	0,001292
2006.11.22	-0,015267	0,020835	0,001303	0,025002	0,001622
2006.11.23	-0,023256	0,015746	0,001521	0,005381	0,000820
2006.11.24	0,029101	-0,014529	0,001904	-0,016422	0,002072
2006.11.27	0,002571	-0,003141	0,000033	-0,000716	0,000011
2006.11.28	0,000000	0,002805	0,000008	0,008017	0,000064
2006.11.29	-0,005128	0,010557	0,000246	0,006848	0,000143
2006.11.30	-0,012887	-0,000853	0,000145	-0,001537	0,000129
2006.12.01	0,015666				
Prognozė		***-0,006005***		***-0,007206***	
Prognozės tikslumas			***0,001119***		***0,001132***
...	***Eesti TELEKOM***				
2006.11.20	0,000000	-0,002970	0,000009	-0,001774	0,000003
2006.11.21	0,002581	0,000014	0,000007	-0,001274	0,000015
2006.11.22	0,003861	-0,001277	0,000026	-0,000250	0,000017
2006.11.23	0,000000	0,002147	0,000005	0,002577	0,000007
2006.11.24	0,002564	0,002147	0,000000	0,002061	0,000000
2006.11.27	0,000000	0,002142	0,000005	0,001798	0,000003
2006.11.28	0,003836	0,000855	0,000009	0,001026	0,000008
2006.11.29	-0,001274	0,002133	0,000012	0,002047	0,000011
2006.11.30	-0,006378	0,000854	0,000052	0,001025	0,000055
2006.12.01	-0,002567				
Prognozė		***-0,001272***		***-0,002293***	
Prognozės tikslumas			***0,000091***		***0,000093***

Prognozuodami pagal paprastąjį slenkamųjų vidurkių metodą, „Harju Elekter“ akcijos grąžą gauname lygią -0,006005, o pagal svertinį slenkamųjų vidurkių metodą – (-0,007206), kai tuo tarpu tikroji 2006.12.01 dienos grąžos reikšmė yra 0,015666. Didesnis prognozės tikslumas gautas paprastojo slenkamojo vidurkio metodo atveju, t.y. 0,001119 < 0,001132. Tikrajai reikšmei artimesnė prognozė gauta taip pat paprastojo slenkamųjų vidurkių metodo atveju.

Analogiškai, pagal paprastąjį slenkamųjų vidurkių metodą, „Eesti Telekom“ akcijos grąžą gauname lygią -0,001272, o pagal svertinį slenkamųjų vidurkių metodą – (-0,002293), kai tuo tarpu tikroji 2006.12.01 dienos grąžos reikšmė yra -0,002567. Tikslesnė prognozė gauta paprastojo slenkamojo vidurkio metodo atveju (0,000091 < 0,000093).

2.4.4 LOTYNŲ AMERIKOS AKCIJŲ KAINŲ GRĄŽŲ PROGNOZAVIMAS PAPRASTUOJU IR SVERTINIU SLENKAMŲJŲ VIDURKIŲ METODU

Prognozuosime 2006.12.01 dienos Lotynų Amerikos šalių akcijų grąžų reikšmes. Prognozę atliksime paprastuoju ir svertiniu pločio 3 slenkamųjų vidurkių metodu (2.7 lentelė). Svorius imsime lygius 0.2, 0.4 ir 0.4. Toks svorių parinkimas rodo, kad didžiausią įtaką prognozei, mūsų manymu, turi dvi paskutinės reikšmės iš trijų.

2.7 lentelė

Lotynų Amerikos akcijos. Prognozavimas paprastuoju ir svertiniu slenkamųjų vidurkių metodu

Data	Tikroji grąžos reikšmė	Paprastasis slenkamųjų vidurkių metodas	Prognozės paklaida	Svertinis slenkamųjų vidurkių metodas	Prognozės paklaida
...	***Telefonos de Mexico***				
2006.11.20	0,006839	-0,005978	0,000164	-0,007174	0,000196
2006.11.21	0,003019	-0,003699	0,000045	-0,004140	0,000051
2006.11.22	0,000376	-0,002195	0,000007	0,000655	0,000000
2006.11.23	0,000000	0,003411	0,000012	0,002726	0,000007
2006.11.24	-0,019556	0,001132	0,000428	0,000754	0,000413
2006.11.27	-0,006521	-0,006393	0,000000	-0,007747	0,000002
2006.11.28	0,015058	-0,008692	0,000564	-0,010431	0,000650
2006.11.29	-0,007227	-0,003673	0,000013	-0,000496	0,000045
2006.11.30	-0,011494	0,000437	0,000142	0,001828	0,000177
2006.12.01	0,040310				
Prognozė		***-0,001221***		***-0,004477***	
Prognozės tikslumas			***0,0003488***		***0,0003475***
...	***Telefonos de Venezuela***				
2006.11.20	0,002571	-0,003403	0,000036	-0,003066	0,000032
2006.11.21	0,002051	-0,000850	0,000008	-0,000713	0,000008
2006.11.22	-0,001024	0,000345	0,000002	0,001132	0,000005
2006.11.23	-0,001025	0,001199	0,000005	0,000925	0,000004
2006.11.24	-0,001026	0,000001	0,000001	-0,000409	0,000000
2006.11.27	-0,001540	-0,001025	0,000000	-0,001025	0,000000
2006.11.28	0,011825	-0,001197	0,000170	-0,001231	0,000170
2006.11.29	0,001016	0,003087	0,000004	0,003909	0,000008
2006.11.30	0,012690	0,003767	0,000080	0,004829	0,000062
2006.12.01	-0,026065				
Prognozė		***0,008511***		***0,007848***	
Prognozės tikslumas			***0,000606***		***0,000622***

Prognozuodami pagal paprastąjį slenkamųjų vidurkių metodą, „Telefonos de Mexico“ akcijos grąžą gauname lygią -0,001221, o pagal svertinį slenkamųjų vidurkių metodą – (-0,004477), kai tuo tarpu tikroji 2006.12.01 dienos grąžos reikšmė yra 0,040310. Didesnis prognozės tikslumas gautas svertinio slenkamojo vidurkio metodo atveju, t.y. 0,0003488 > 0,0003475. Nors tikrajai reikšmei artimesnė prognozė gauta paprastojo slenkamųjų vidurkių metodo atveju.

Analogiškai, pagal paprastąjį slenkamųjų vidurkių metodą, „Telefonos de Venezuela“ akcijos grąžą gauname lygią 0,008511, o pagal svertinį slenkamųjų vidurkių metodą – 0,007848, kai tuo tarpu tikroji 2006.12.01 dienos grąžos reikšmė yra -0,026065. Tikslesnė prognozė gauta paprastojo slenkamojo vidurkio metodo atveju (0,000606 < 0,000622).

2.4.5 PROGNOZAVIMO REZULTATŲ PALYGINIMAS

Turėdami realius duomenis bei slenkamojo vidurkio paprastojo ir svertinio rezultatus, galime palyginti prognozavimo rezultatų tikslumą (2.8 lentelė).

2.8 lentelė

Prognozavimo rezultatų tikslumo palyginimas

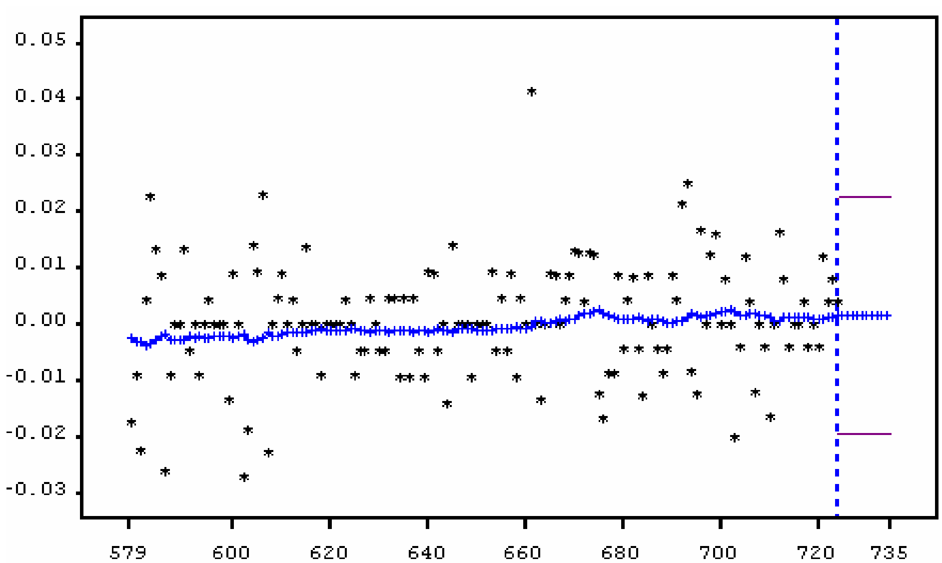
Akcijos pavadinimas	Paprastojo slenkamųjų vidurkių metodo paklaida	Svertinio slenkamųjų vidurkių metodo paklaida
Teo	0,000152	0,000152
Panevėžio statybos trestas	0,000764	0,000765
Grindeks	0,000415	0,000425
Ventspilis Nafta	0,000503	0,000505
Harju Elekter	0,001119	0,001132
Eesti Telekom	0,000091	0,000093
Telefonos de Mexico	0,000349	0,000348
Telefonos de Venezuela	0,000606	0,000622

Labiausiai slenkamųjų vidurkių prognozavimo metodas tinka Estijos telekomo akcijos grąžai prognozuoti, nes šiuo atveju paklaidos gautos mažiausios, t.y., paprastojo slenkamojo vidurkio atveju paklaida lygi 0,000091, o svertinių vidurkių metodu – 0,000093. Tikslesnė prognozė gauta todėl, kad šios akcijos grąžos reikšmės mažiausiai išsibarsčiusios apie vidurkį, t.y., dispersija mažiausia (2.1 lentelė). Analogiškai, teisingas atvirkščias teiginys – kadangi „Harju Elekter“ akcijos grąža turi didžiausią dispersiją, tai ir jos prognozės paklaida didžiausia: paprastojo slenkamųjų vidurkių metodo atveju paklaida lygi 0,001119, o svertinio – 0,001132.

2.5 KAINŲ GRĄŽŲ PROGNOZAVIMAS PAPRASTOJO EKSPONENTINIO GLODINIMO METODU

Prognozuosime akcijų kainų grąžas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu. Prognozės vaizdas „Teo“ akcijai yra 2.6 paveiksle. Kitų akcijų grafines prognozes galime rasti 4 priede (15 – 21 pav.).

2.9 lentelėje pateikti prognozavimo rezultatai, modelio paklaidos kiekvienai akcijai atskirai. Kaip matome, mažiausia paklaida gauta „Eesti Telekom“ akcijai, kaip ir buvo galima tikėtis, o didžiausias nukrypimas gautas „Harju Elekter“ akcijai.



2.6 pav. „Teo“ akcija. Paprastasis eksponentinis glodinimas.

2.9 lentelė

Prognozavimo rezultatai – paprastasis eksponentinis glodinimas

Akcijos pavadinimas	Tikroji reikšmė	Prognozė	MSE *
Teo	0.015810	0.001706	0.0001145
Panevėžio statybos trestas	0	0.002010	0.0006384
Grindeks	-0.010174	0.000661	0.0003223
Ventspilis Nafta	-0.012766	0.001098	0.0003667
Harju Elekter	0.015666	-0.000525	0.0009057
Eesti Telekom	-0.002567	0.000122	0.0000683
Telefonos de Mexico	0.040310	-0.003988	0.0003121
Telefonos de Venezuela	-0.026065	0.000601	0.0004799

2.6 KAINŲ GRĄŽŲ PROGNOZAVIMAS TAIKANT AUTOREGRESINĮ MODELĮ

Tam, kad sėkmingai galėtume pritaikyti autoregresinį modelį, patikrinsime keletą svarbių hipotezių ir įsitikinsime, jog modelis adekvačiai tinka prognozuoti nagrinėjamoms laiko eilutėms.

Parenkame AR(p) modelį, kurio autoregresijos eilei p =1, t.y. AR(1).

Pirmiausiai ištirsime hipotezę apie baltąjį triukšmą – tai Ljung-Box testas apie modelio adekvatumą (2.10 lentelė).

2.10 lentelė

Hipotezės apie baltąjį triukšmą tikrinimas (*Ljung-Box kriterijus*)

Akcijos pavadinimas	*p*-reikšmė	Reikšmingumo lygmuo
Teo	0,5738	0,05
Panevėžio statybos trestas	0,0062	
Grindeks	0,2629	
Ventspilis Nafta	0,1896	
Harju Elekter	0,7801	
Eesti Telekom	0,9983	
Telefonos de Mexico	0,1277	
Telefonos de Venezuela	0,0018	

Tam, kad modelis būtu adekvatus, *p*-reikšmė turi būti mažesnė už reikšmingumo lygmenį, tuomet hipotezę apie baltąjį triukšmą galėtume atmesti. Tačiau, kaip matome 2.10 lentelėje, autoregresinį modelį adekvačiai galėtume pritaikyti tik dviem akcijom, t.y. „Panevėžio statybos trestui“ (0,0062 < 0,05) bei „Telefonos de Venezuela“ (0,0018 < 0,05). Taigi AR(1) modelis nėra tinkamas mūsų duomenims, todėl ieškome kitų alternatyvų.

Laiko eilutę išdiferencijuosime vieną kartą, t.y. ištirsime modelio IAR(1,1)[4] adekvatumą, kurio integruotumo eilė d =1 (2.11 lentelė).

2.11 lentelė

Hipotezės apie baltąjį triukšmą tikrinimas (*Ljung-Box kriterijus*)

Akcijos pavadinimas	*p*-reikšmė	Reikšmingumo lygmuo
Teo	< 0,0001	0,05
Panevėžio statybos trestas		
Grindeks		
Ventspilis Nafta		
Harju Elekter		
Eesti Telekom		
Telefonos de Mexico		
Telefonos de Venezuela		

[4] IAR(d,p) – *Integrated Autoregressive modelį*, d – integruotumo eilė.

Iš 2.11 lentelėje pateiktų rezultatų matome, kad pritaikius IAR(1,1) modelį,hipotezę apie baltąjį triukšmą galime atmesti, nes gautos *p*-reikšmės visoms akcijoms yra mažesnės už 0,0001 ir tuo labiau už reikšmingumo lygmenį 0,05. Modelis adekvatus.

Toliau tikriname hipotezę apie duomenų stacionarumą, t.y., atliekamas Dickey-Fuller[5] testas (2.12 lentelė). Kadangi *p*-reikšmė gauta mažesnė už reikšmingumo lygmenį (0,0001 < 0,05), tai priimame, jog duomenys yra stacionarūs.

2.12 lentelė

Hipotezės apie stacionarumą tikrinimas (*Dickey-Fuller kriterijus*)

Akcijos pavadinimas	*p*-reikšmė	Reikšmingumo lygmuo
Teo	< 0,0001	0,05
Panevėžio statybos trestas		
Grindeks		
Ventspilis Nafta		
Harju Elekter		
Eesti Telekom		
Telefonos de Mexico		
Telefonos de Venezuela		

2.13 lentelėje pateikti prognozavimo rezultatai. Mažiausia vidutinė kvadratinė paklaida (MSE) gauta „Teo" (0,0001621) bei „Eesti Telekom" (0,0001032) akcijoms; didžiausia – Estijos „Harju Elekter" akcijai (0,0012237).

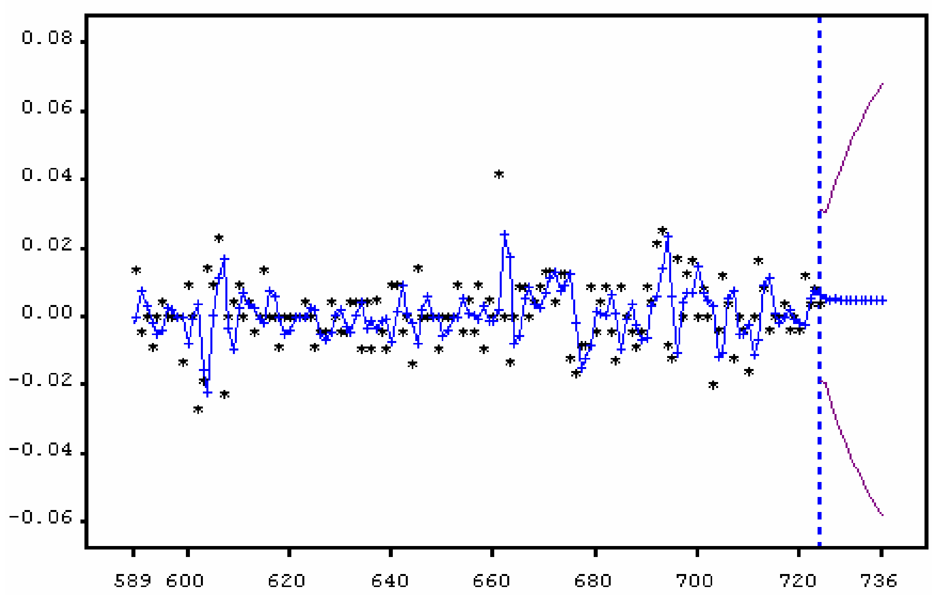
Modelio IAR(1,1) prognozė „Teo" akcijos grąžai pavaizduota 2.7 paveiksle. Kitų akcijų prognozes galima rasti 5 priede (22 – 28 pav.).

2.13 lentelė

Prognozavimo rezultatai – IAR(1,1)

Akcijos pavadinimas	Tikroji reikšmė	Prognozė	MSE *
Teo	0.015810	0,004943	0,0001621
Panevėžio statybos trestas	0	5,694E-19	0,0008166
Grindeks	-0.010174	-0,007396	0,0004705
Ventspilis Nafta	-0.012766	0,003248	0,0005359
Harju Elekter	0.015666	-0,011000	0,0012237
Eesti Telekom	-0.002567	-0,005105	0,0001032
Telefonos de Mexico	0.040310	-0,010500	0,0003639
Telefonos de Venezuela	-0.026065	0,009816	0,0006855

[5] Dickey-Fuller test (Unit root test).



2.7 pav. „Teo“ akcija. IAR(1,1).

2.7 PROGNOZAVIMO METODŲ PALYGINIMAS

Palyginsime naudotus prognozavimo modelius pagal vidutinę absoliutinę paklaidą bei vidutinę kvadratinę paklaidą bendrai (2.14 lentelė). Gavome, kad tiksliausiai buvo prognozuota paprastuoju eksponentiniu glodinimu, nes šio metodo atveju vidutinė absoliutinė ir vidutinė kvadratinė paklaidos yra mažiausios, o iš visų išvardintų modelių didžiausia paklaida gauta integruotajam autoregresiniam modeliui.

Tačiau apskritai, matome, kad vidutiniškai visais atvejais gautos paklaidos mažai tesiskiria tarpusavyje, todėl visi modeliai yra daugmaž vienodai tinkami prognozavimai .

2.14 lentelė

Bendras prognozavimo metodų palyginimas

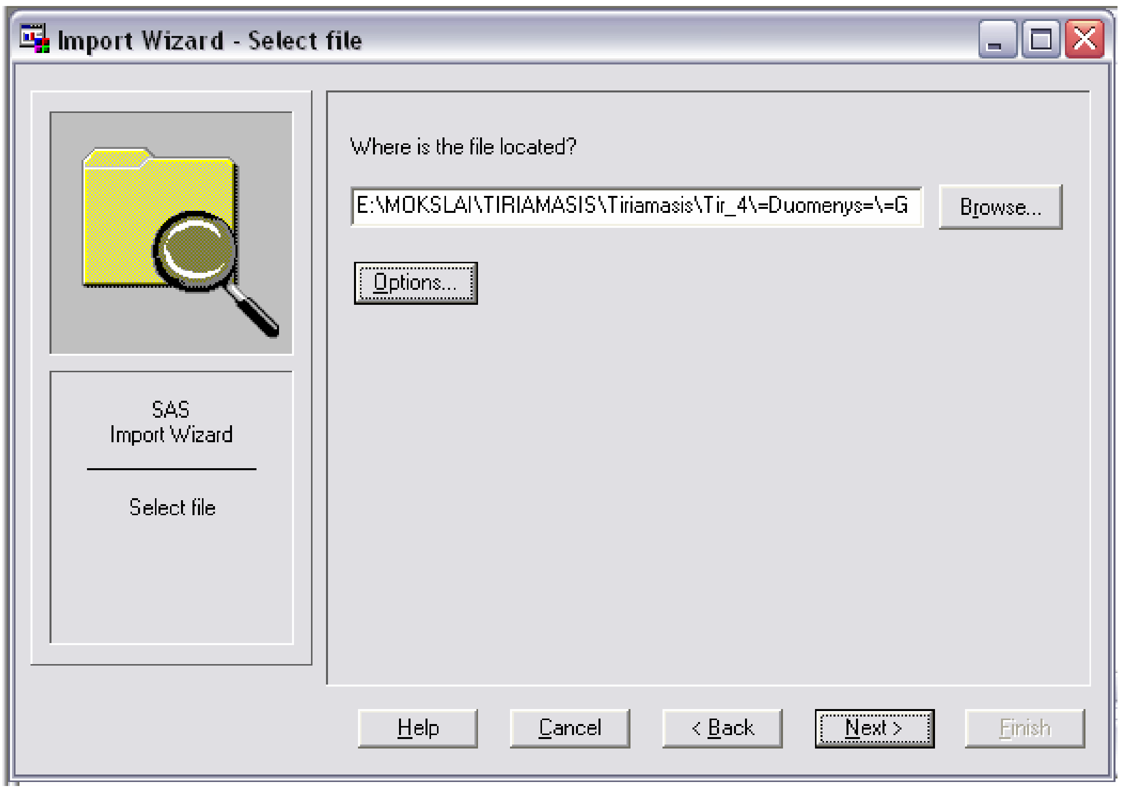
Metodas	Vidutinė absoliutinė paklaida	Vidutinė kvadratinė paklaida
PSV *	0,017086	0,0004999
SSV **	0,017416	0,0005052
PEG ***	0,016332	0,0004010
IAR(1,1)	0,018194	0,0005452

* Paprastasis Slenkamųjų Vidurkių metodas.
** Svertinis Slenkamųjų Vidurkių metodas.
*** Paprastasis Eksponentinis Glodinimas

3. PROGRAMINĖ REALIZACIJA IR INSTRUKCIJA VARTOTOJUI

Šiame skyriuje pateikiama pasirinkto statistinio paketo SAS naudojimo instrukcija. Trumpai apžvelgsime paketo galimybes, kuriomis pasinaudojome šiame darbe.

Visų pirma darbui reikalingi duomenys iš išorinės duomenų bazės perkeliami į SAS duomenų bazę. Šiam tikslui labai patogu ir paprasta naudoti SAS duomenų importavimo gidą (3.1 pav.), kuris pažingsniui leidžia:



3.1 pav. Failų importavimo langas

- parinkti reikiamą duomenų formatą,
- nurodyti kelią, iš kur tuos duomenis paimti,
- parinkti SAS sistemos biblioteką, kurioje bus saugomi importuoti duomenys.

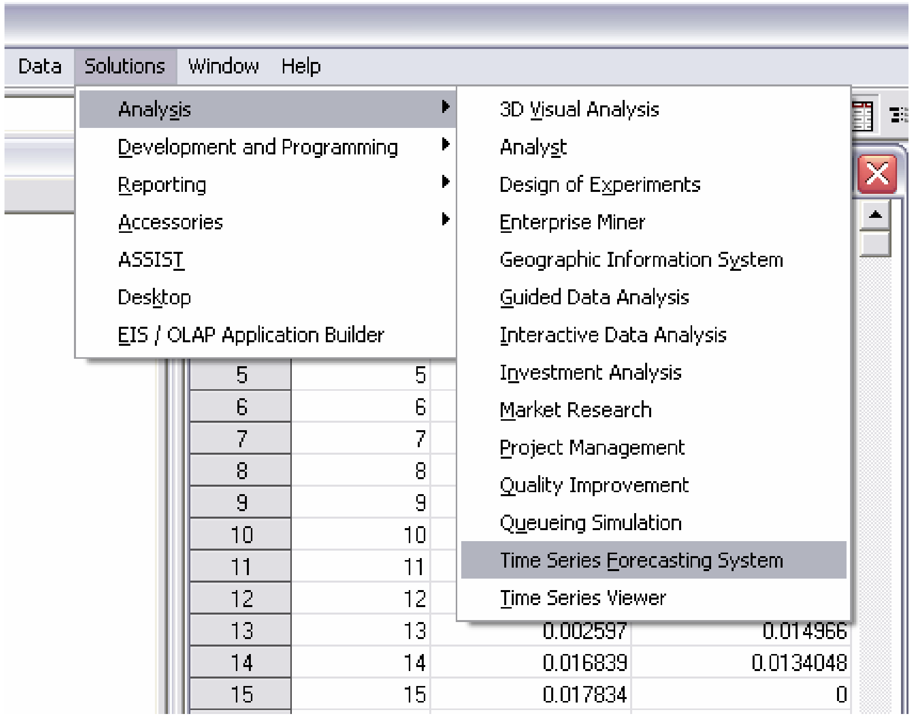
Jei duomenys importuojami teisingai, sisteminiame *Log* lange galime pamatyti pranešimą apie sėkmingai sukurtą duomenų failą, kuris vizualiai atrodo kaip 3.2 paveiksle.

VIEWTABLE: Work.Duom

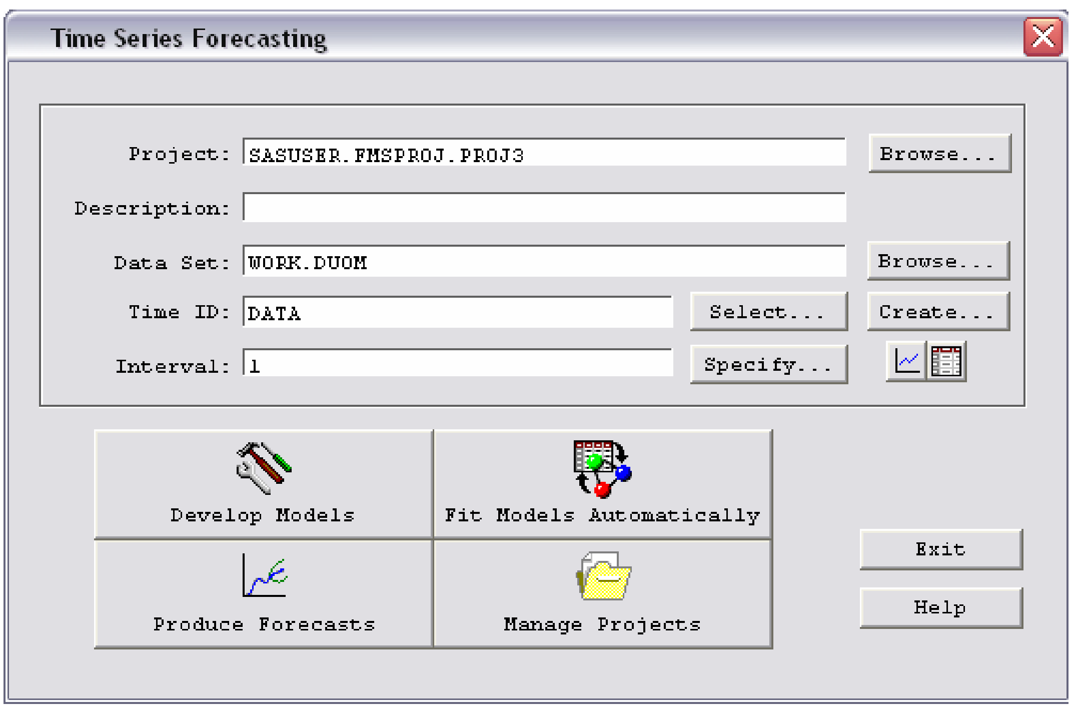
	Data	Harju	Telekom
1	1	0.011842	-0.011111
2	2	0.0013	0.0098315
3	3	0.012987	0.0194715
4	4	0.00641	0.0136426
5	5	0	0.0053836
6	6	-0.04459	0.0040161
7	7	0	-0.006667
8	8	0.010667	0.0067114
9	9	0.015831	-0.006667
10	10	0.006494	0.0120805
11	11	0.012903	0.0026525
12	12	-0.01911	-0.027778
13	13	0.002597	0.014966
14	14	0.016839	0.0134048
15	15	0.017834	0
16	16	0	-0.001323
17	17	-0.03004	0.010596
18	18	0	-0.007864
19	19	-0.02581	-0.015852
20	20	0.007947	-0.005369
21	21	0	0.0040486
22	22	0	0
23	23	0.043364	0.0080645
24	24	0	0
25	25	-0.03526	-0.004
26	26	0	0.0160643
27	27	0.044386	0.0105402
28	28	-0.0125	-0.015645

3.2 pav. Importuotų duomenų lentelės langas

Toliau, su turimais tvarkingais duomenimis atliekama analizė naudojant SAS paketo posistemę SAS/ETC, t.y. parenkame meniu srityje (3.3 pav.) laiko eilučių prognozavimo sistemą (*Time Series Forecasting System*). Pagrindiniame sistemos lange (3.4 pav.) būtina nurodyti duomenų failą (*Data Set*) bei laiko atitikmenį (*Time ID*). Dabar jau galima taikyti prognozavimo modelius, spaudžiant mygtuką *Develop Models*.

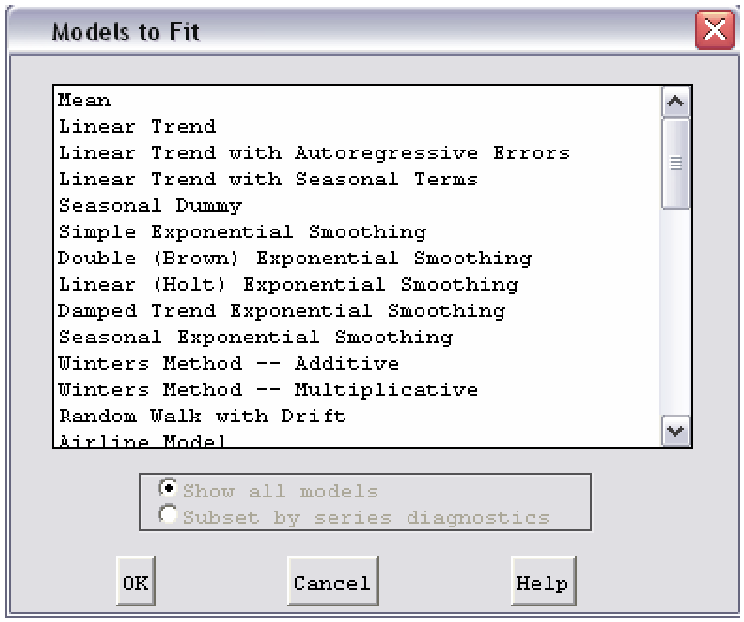


3.3 pav. Laiko eilučių prognozavimo sistemos parinkimas



3.4 pav. Laiko eilučių prognozavimo sistemos langas

Modeliai, kuriuos taikysime savo duomenims, parenkami iš SAS paketo sąrašo (3.5 pav.), kuris yra pakankamai platus – galime parinkti modelius, pradedant nuo pačių paprasčiausių, t.y. vidurkio ar tiesinio trendo modelių iki sudėtingesnių, tokių kaip eksponentinis glodinimas, slenkamųjų vidurkių ar net ARIMA[6] modelių.

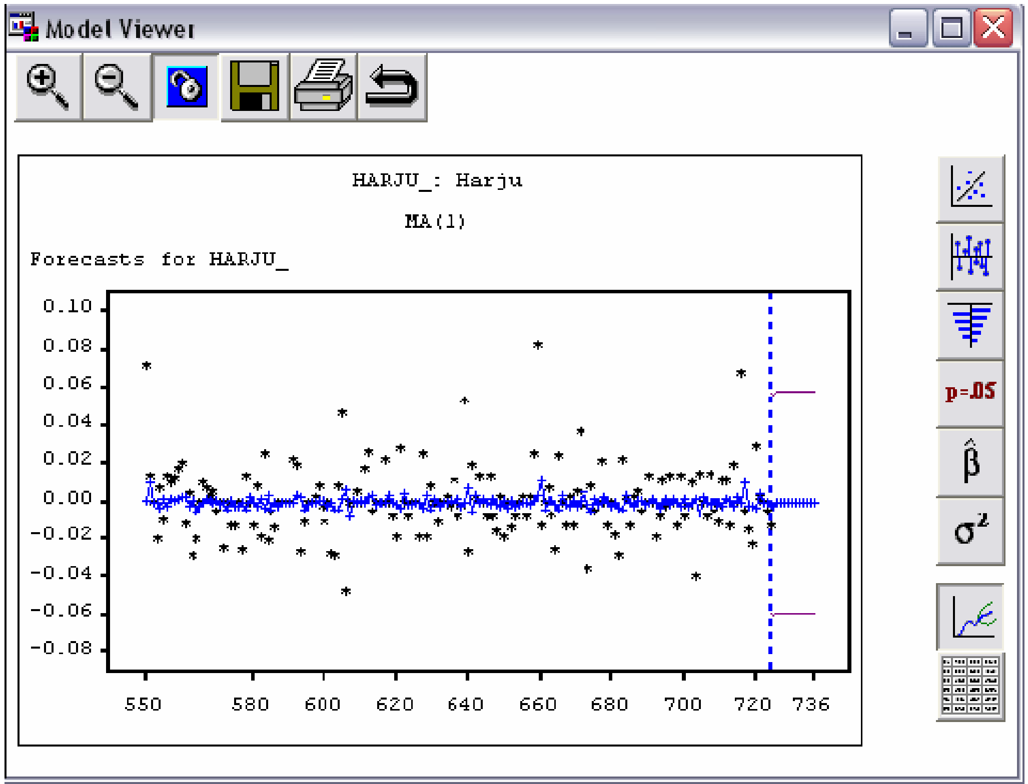


3.5 pav. Modelio parinkimo langas

Parinktą modelį SAS sistema realizuoja, o gautus rezultatus stebime modelio peržiūros (*Model Viewer*) lange (3.6 pav.). Čia pateikiama tokia informacija:

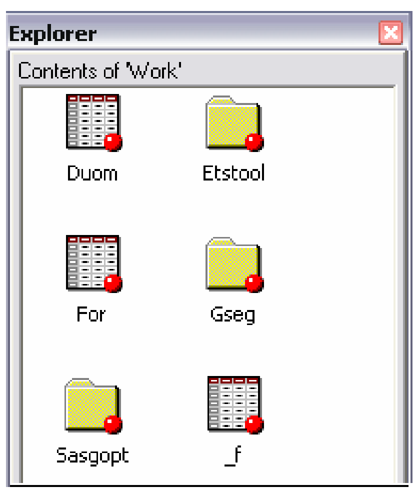
- modelio prognozės (grafinis vaizdas),
- prognozavimo paklaidos,
- prognozavimo paklaidų autokoreliacija,
- prognozavimo paklaidų hipotezių tikrinimas (apie baltąjį triukšmą),
- parametrų įverčiai,
- modelio tinkamumo statistikos (vidutinė kvadratinė paklaida, determinacijos koeficientas ir kt.),
- prognozės grafikas,
- prognozinė lentelė (prognozuojamos reikšmės, pasikliautini jų intervalai ir pan.).

[6] ***A**uto**R**egressive **I**ntegrated **M**oving **A**verage* – autoregresinis integruotas slenkamųjų vidurkių modelis.



3.6 pav. Parinkto modelio realizacijos langas

Visi gauti rezultatai yra išsaugomi toje pačioje bibliotekoje, tik atskiruose failuose. Visus rezultatų failus iš SAS *Explorer* (3.7 pav.) aplinkos galima taip pat sėkmingai eksportuoti į išorines duomenų bazes kaip tai buvo daroma ir importuojant, t.y. naudojant analogišką eksportavimo gidą.



3.7 pav. Sistemos *Explorer* langas

4. DISKUSIJA

Norint išsiaiškinti tiksliausius prognozavimo metodus, kuriuos taikant prognozės geriausiai atitiktų tikrąją esamąją akcijos kainos grąžos reikšmę, skaičiavome vidutines kvadratines paklaidas. Taip pat gautas prognozes lyginome su tikraisiais duomenimis

Apibendrinant galima pasakyti, kad ne visuomet taikant pačius tiksliausius modelius gaudavome labiausiai tikrovę atitinkančias prognozes. Vis dėl to prognozės, kurioms gavome didžiausias paklaidas, labiausiai skirdavosi nuo tikrųjų duomenų.

Beje, pastebėta, jog apskaičiuota naudingumo funkcija (2.2 pav.) nepilnai atspindėjo gautus rezultatus. Naudingiausios akcijos buvo gautos „Panevėžio statybos tresto“ bei „Grindeks“, tačiau geriausios prognozės gautos „Eesti Telekom“ akcijai, kurios naudingumas tikrai nedidelis. Mažiausias naudingumas paskaičiuotas „Harju Elekter“ akcijai – šis rezultatas tiesiogiai siejasi su prognozavimo rezultatais: būtent šiai akcijai prognozių paklaidos dėl didelės dispersijos (2.1 lentelė) gautos didžiausios.

Iš duomenų grafikų matyti, kad viena iš pagrindinių kainų grąžų laiko eilučių komponenčių yra trendas. Tačiau taikant duomenų aproksimavimą tiesiniais ir netiesiniais trendais nepavyko gauti labai tikslių prognozių, tiksliau determinacijos koeficientas buvo gautas labai mažas (kai kuriais atvejais tik iki 1%), todėl darėme prielaidą, kad tokius modelius taikyti nekorektiška.

Viena iš prognozavimo metodų taikymo sąlygų buvo duomenų stacionarumas. Vizualiai duomenis generuojantys procesai atrodo stacionarūs, nes vien jau pats kainų grąžų procesas yra diferencijuotas ir jo reikšmės svyruoja apie nulį. Taigi darėme prielaidą, jog duomenys ir yra stacionarūs. O autoregresinio modelio atveju tikrinome specialią hipotezę stacionarumui, t.y. atlikome Dickey-Fuller testą, kurio metu paaiškėjo, jog duomenys iš tikrųjų tenkina stacionarumo sąlygą.

Mūsų tikslas yra, kad prognozė kuo mažiau skirtųsi nuo turimų duomenų, o naudojamo metodo vidutinė kvadratinė paklaida būtų kuo mažesnė. Šiuo atžvilgiu būtų geriausias paprastojo eksponentinio glodinimo modelis. Atvirkščiai, autoregresinio modelio atveju gauta prognozė yra mažiausiai tiksli.

IŠVADOS

Išanalizavus kai kurių Baltijos bei Lotynų Amerikos šalių akcijų kainų ir grąžų kintamumus bei pritaikius laiko eilučių prognozavimo modelius, gauti tokie rezultatai:

- Tiesinis bei logaritminis trendai pasirodė netinkami turimiems duomenims aproksimuoti dėl gautų labai mažų determinacijos koeficientų;
- Paprastojo ir svertinio slenkamųjų vidurkių prognozavimo modeliai tiksliausiai prognozuoja „Eesti Telekom“ akcijos kainą; didžiausia prognozės paklaida gauta Estijos „Harju Elekter“ įmonės akcijos grąžai.
- Prognozuojant paprastojo eksponentinio glodinimo modeliu, geriausia prognozė gauta „Eesti Telekom“ akcijos grąžai; didžiausia prognozės paklaida gauta Estijos „Harju Elekter“ bei „Panevėžio statybos tresto“ akcijų grąžoms.
- IAR(1,1) modelio atveju mažiausia vidutinė kvadratinė paklaida (MSE) gauta „Teo“ bei „Eesti Telekom“ akcijoms; didžiausia – Estijos „Harju Elekter“ akcijai.
- Bendru atveju, tiksliausiai buvo prognozuojama paprastuoju eksponentiniu glodinimu; šio metodo atveju vidutinė absoliutinė ir vidutinė kvadratinė paklaidos gautos mažiausios, o iš visų naudotų modelių didžiausia paklaida gauta integruotajam autoregresiniam modeliui IAR(1,1).

LITERATŪRA

1. V. Čekanavičius, G. Murauskas. Statistika ir jos taikymai, I. Vilnius: TEV, 2001. – 239 p.
2. V. Čekanavičius, G. Murauskas. Statistika ir jos taikymai, II. Vilnius: TEV, 2002. – 271 p.
3. V. Sakalauskas. Duomenų analizė su „Statistica“, Vilnius: Margi raštai, 2003, 235p.
4. Cuthbertson K. Quantitative Financial Economics: Stocks, Bonds and Foreign Exchange (Financial Economics & Quantitative Analysis). - John Wiley & Sons Ltd, 1996. – 492 p.
5. Koop G. Analysis of Financial Data. – John Wiley & Sons Ltd, 2006. – 250 p.
6. http://www.vpk.lt/.
7. http://www.indexfund.lt/lt/.
8. http://www.traders.lt/page.php?id=236
9. http://lt.wikipedia.org/wiki/.
10. http://www.omxgroup.com.
11. http://about.reuters.com/

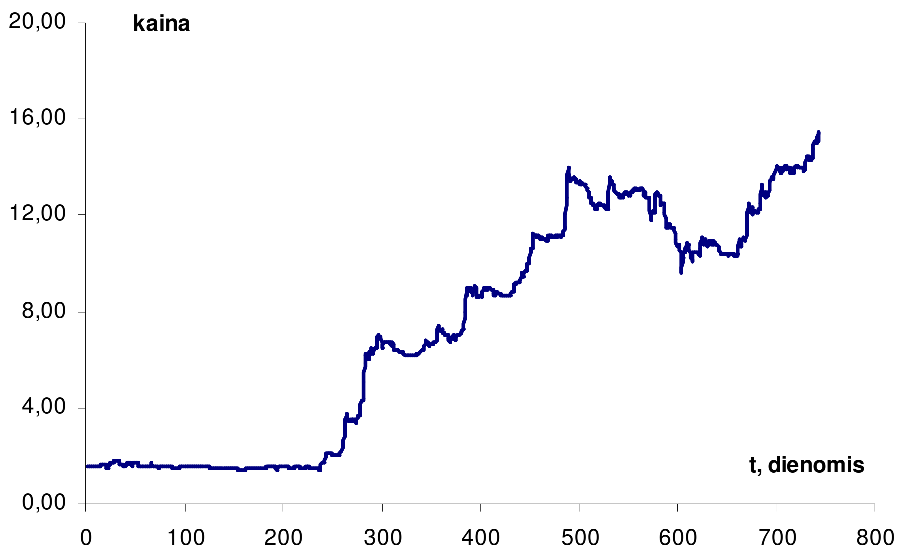
1 PRIEDAS. PRADINIAI DUOMENYS

1 lentelė

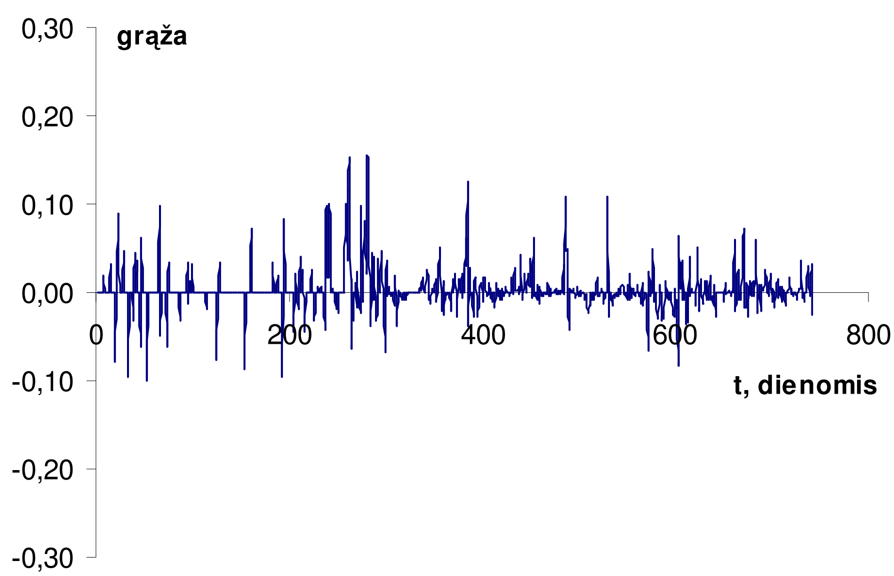
Pradinių duomenų fragmentas

Data	Lietuva		Latvija		Estija		Lot. Amerika	
	Teo	Trestas	Grindeks	Nafta	Elekter	Telekom	Mexico	Venezuela
2004.01.20	1,77	1,55	0,95	1,35	7,60	7,20	34,92	18,38
2004.01.21	1,79	1,55	0,95	1,35	7,69	7,12	35,25	18,72
2004.01.22	1,79	1,55	0,95	1,35	7,70	7,19	35,19	18,82
2004.01.23	1,80	1,55	0,93	1,35	7,80	7,33	35,10	19,10
2004.01.26	1,78	1,55	0,92	1,40	7,85	7,43	35,71	19,11
2004.01.27	1,79	1,55	0,93	1,40	7,85	7,47	35,25	18,64
2004.01.28	1,80	1,55	0,92	1,40	7,50	7,50	35,15	18,50
2004.01.29	1,79	1,55	0,93	1,40	7,50	7,45	34,30	18,00
2004.01.30	1,79	1,58	0,93	1,45	7,58	7,50	34,41	18,28
2004.02.02	1,79	1,58	1,00	1,44	7,70	7,45	34,98	18,59
2004.02.03	1,79	1,58	0,95	1,44	7,75	7,54	34,92	18,50
2004.02.04	1,78	1,58	0,92	1,43	7,85	7,56	34,15	18,24
2004.02.05	1,80	1,58	0,95	1,43	7,70	7,35	34,66	18,33
2004.02.06	1,80	1,58	0,95	1,44	7,72	7,46	35,00	18,84
2004.02.09	1,77	1,58	0,95	1,44	7,85	7,56	35,09	19,00
2004.02.10	1,80	1,63	1,00	1,44	7,99	7,56	34,93	18,58
2004.02.11	1,79	1,63	0,98	1,44	7,99	7,55	35,12	18,78
2004.02.12	1,84	1,63	0,97	1,44	7,75	7,63	35,21	18,39
2004.02.13	1,86	1,63	0,96	1,45	7,75	7,57	35,20	18,55
2004.02.17	1,89	1,63	0,97	1,45	7,55	7,45	35,55	18,50
2004.02.18	1,88	1,50	1,00	1,45	7,61	7,41	35,32	18,08
2004.02.19	1,90	1,50	0,99	1,45	7,61	7,44	35,05	18,15
2004.02.20	1,97	1,50	1,00	1,45	7,61	7,44	34,60	18,50
2004.02.23	1,95	1,63	1,00	1,45	7,94	7,50	33,70	18,30
2004.02.24	1,90	1,71	0,99	1,45	7,94	7,50	34,00	18,60
2004.02.25	1,93	1,71	1,00	1,45	7,66	7,47	34,19	18,10
2004.02.26	1,95	1,71	1,02	1,45	7,66	7,59	34,14	18,28
2004.02.27	2,01	1,71	1,03	1,45	8,00	7,67	33,97	18,53
2004.03.01	2,04	1,71	1,00	1,45	7,90	7,55	34,83	18,94
2004.03.02	2,03	1,79	1,02	1,45	7,90	7,67	34,95	19,20
2004.03.03	2,05	1,79	1,10	1,45	7,90	7,70	34,66	18,80
2004.03.04	2,05	1,79	1,10	1,45	7,95	7,74	35,58	18,90
2004.03.05	2,07	1,79	1,15	1,45	8,09	7,74	35,71	19,00
2004.03.08	2,11	1,79	1,07	1,46	8,10	7,70	35,27	18,95
2004.03.09	2,10	1,62	1,07	1,46	8,10	7,75	34,97	18,70
2004.03.10	2,10	1,62	1,10	1,50	8,15	7,76	34,54	18,10
2004.03.12	2,10	1,62	1,12	1,60	8,00	7,69	34,47	18,20
2004.03.15	2,09	1,62	1,11	1,62	8,00	7,73	34,01	18,20
2004.03.16	2,09	1,57	1,13	1,60	7,99	7,68	34,03	18,00
2004.03.17	2,11	1,57	1,16	1,60	8,20	7,75	34,51	18,35
2004.03.18	2,13	1,64	1,15	1,60	8,20	7,78	34,23	18,30
2004.03.19	2,17	1,64	1,17	1,60	7,85	7,83	34,07	18,47
2004.03.22	2,21	1,70	1,17	1,63	7,83	7,89	33,70	17,84
2004.03.23	2,25	1,70	1,23	1,65	7,82	7,82	33,84	18,46
2004.03.24	2,26	1,70	1,25	1,65	7,82	7,87	33,95	18,26
2004.03.25	2,29	1,70	1,24	1,65	7,90	7,90	33,98	18,78
2004.03.26	2,28	1,60	1,24	1,66	8,19	7,85	34,15	19,16
2004.03.29	2,29	1,70	1,31	1,66	8,25	7,85	34,57	19,51
...								

2 PRIEDAS. AKCIJŲ KAINŲ IR GRĄŽŲ DINAMIKA

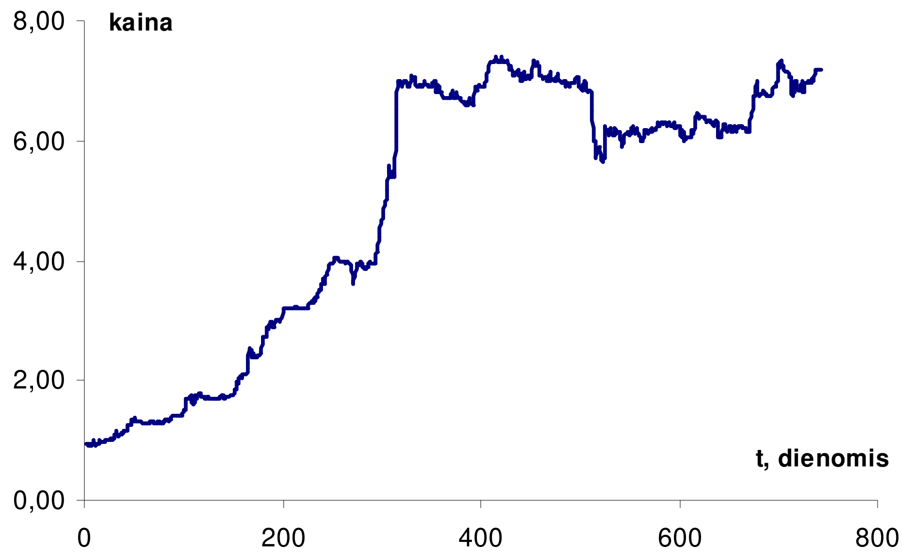


(a)

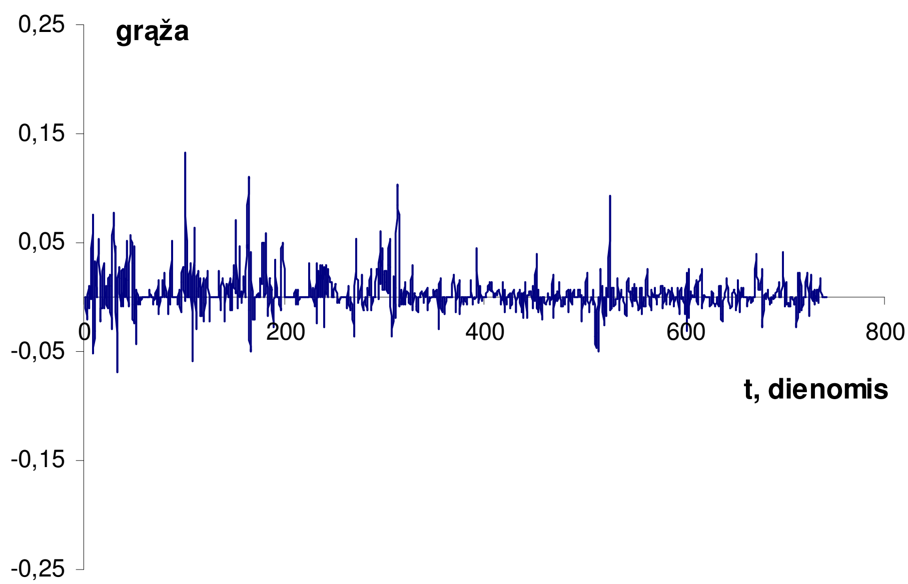


(b)

1 pav. „Panevėžio statybos tresto“ akcija. (a) kainos dinamika; (b) grąžos dinamika.

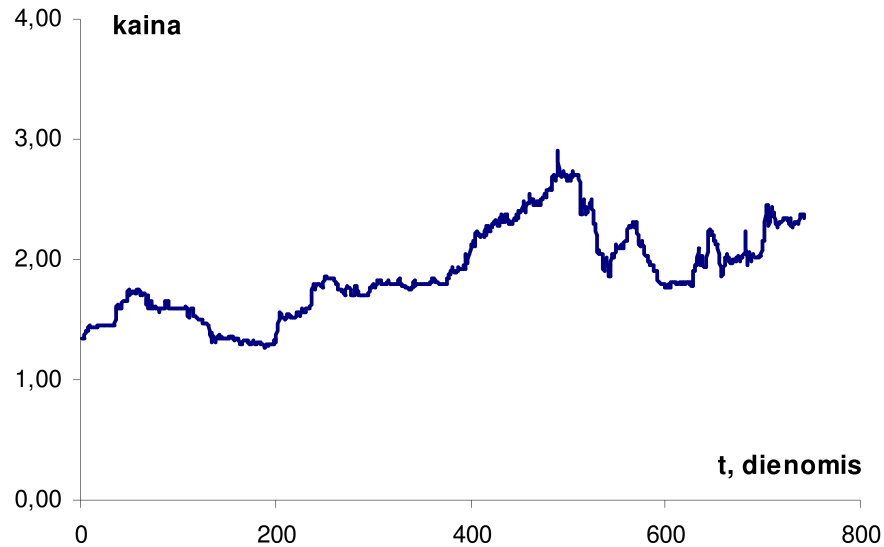


(a)

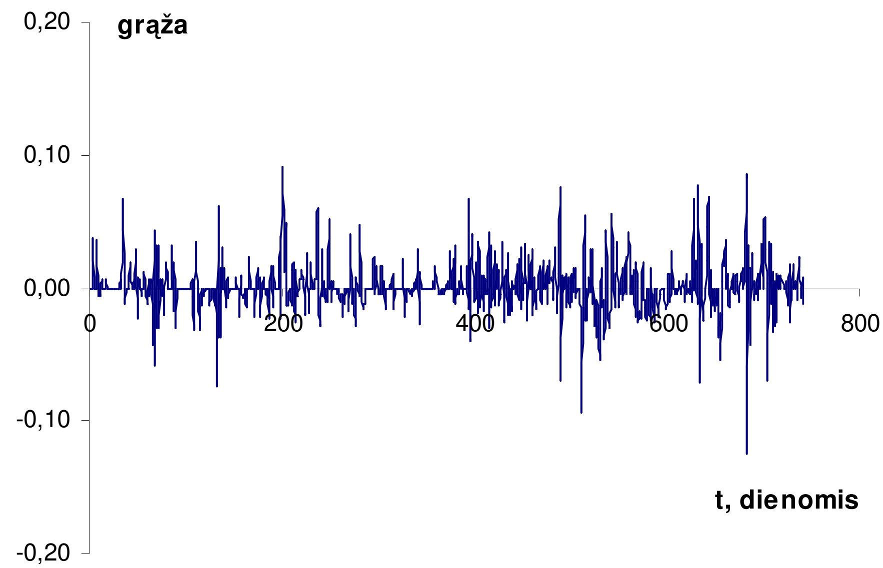


(b)

2 pav. Latvijos „Grindeks“ akcija. (a) kainos dinamika; (b) grąžos dinamika.

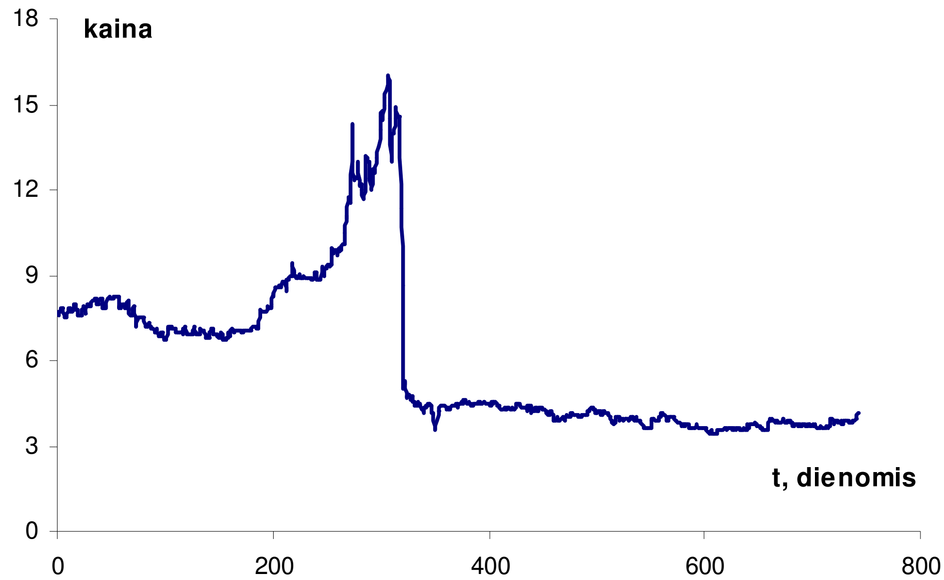


(a)

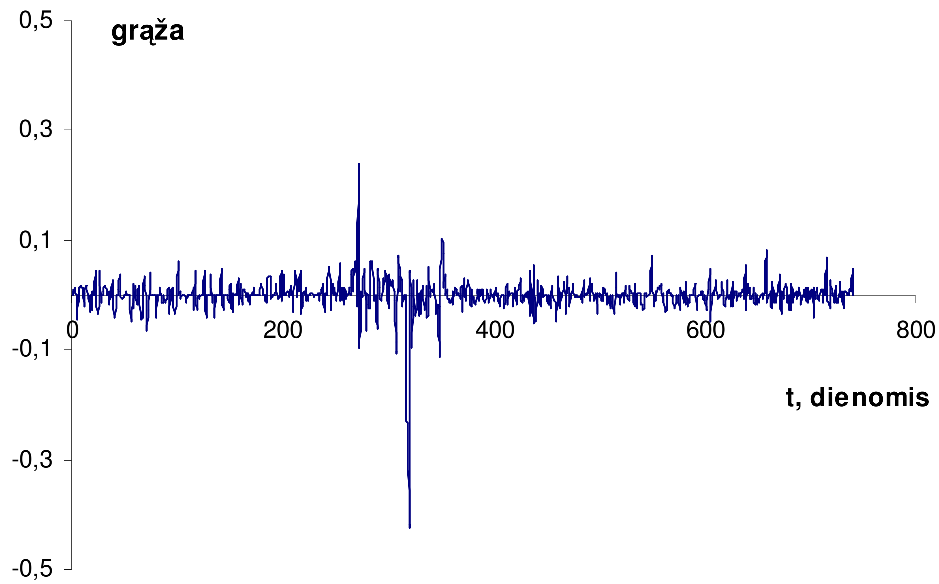


(b)

3 pav. „Ventspilis Nafta“ akcija. (a) kainos dinamika; (b) grąžos dinamika.

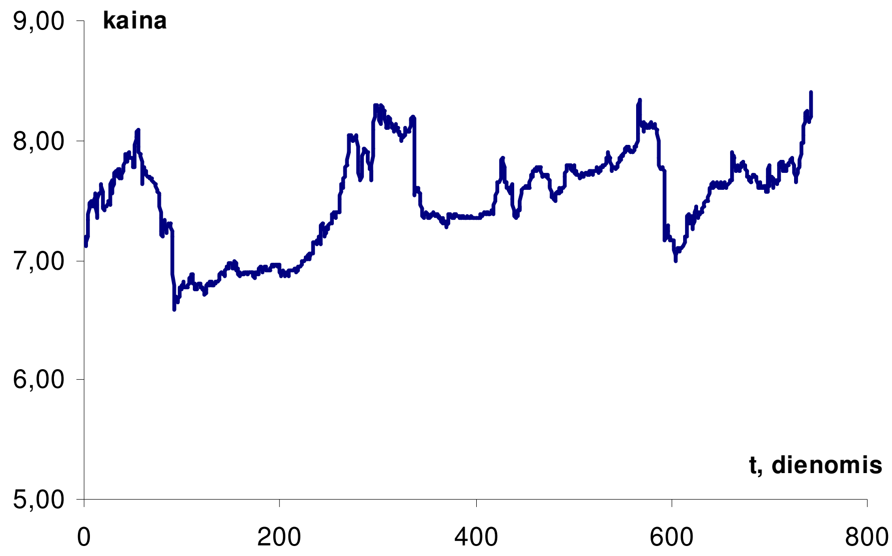


(a)

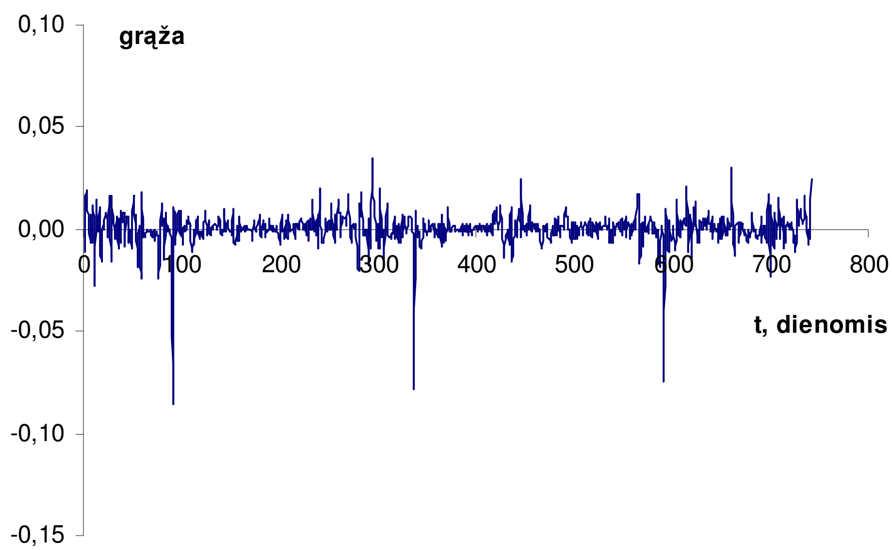


(b)

4 pav. „Harju Elekter“ akcija. (a) kainos dinamika; (b) grąžos dinamika.

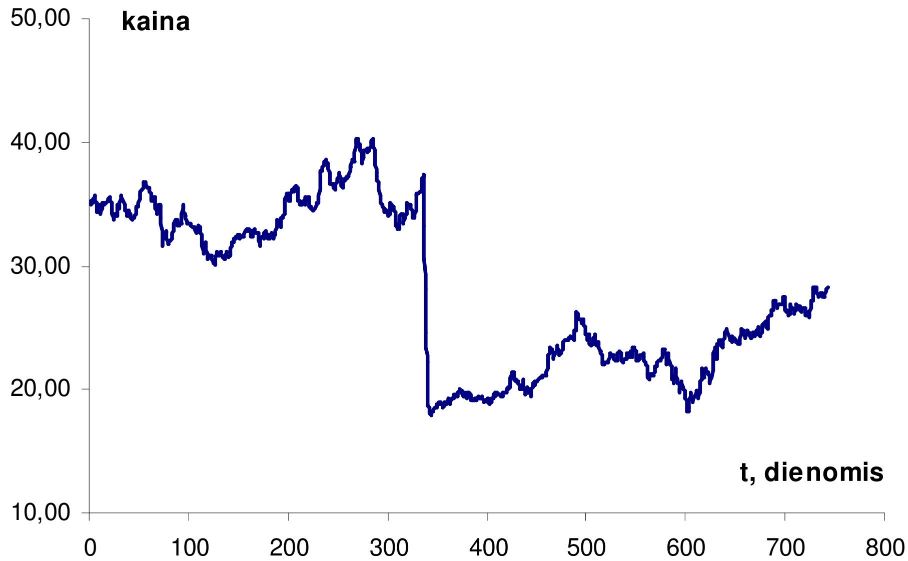


(a)

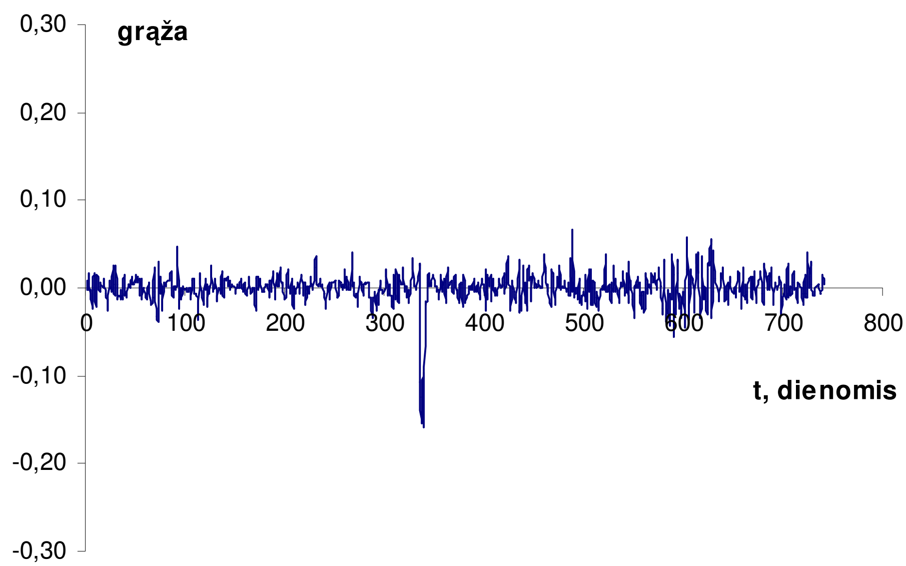


(b)

5 pav. „Eesti Telekom“ akcija. (a) kainos dinamika; (b) grąžos dinamika.

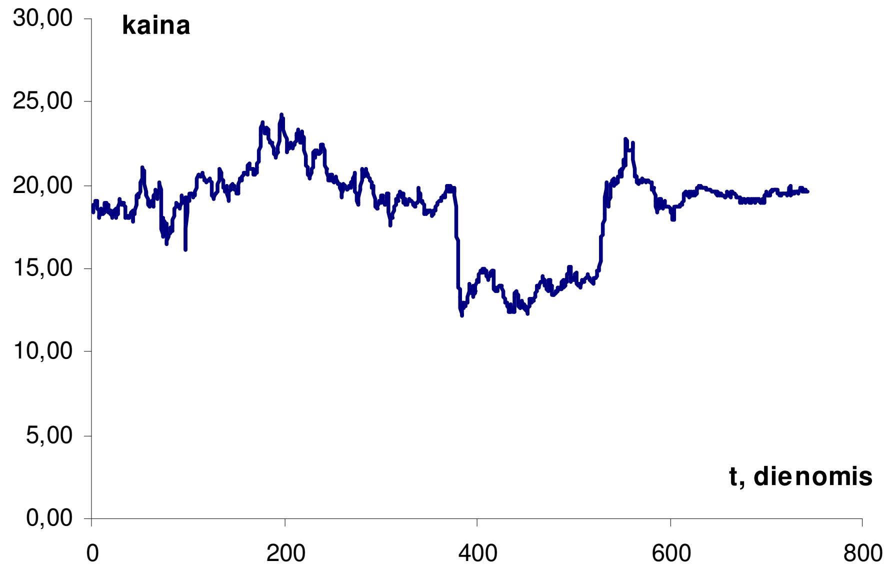


(a)

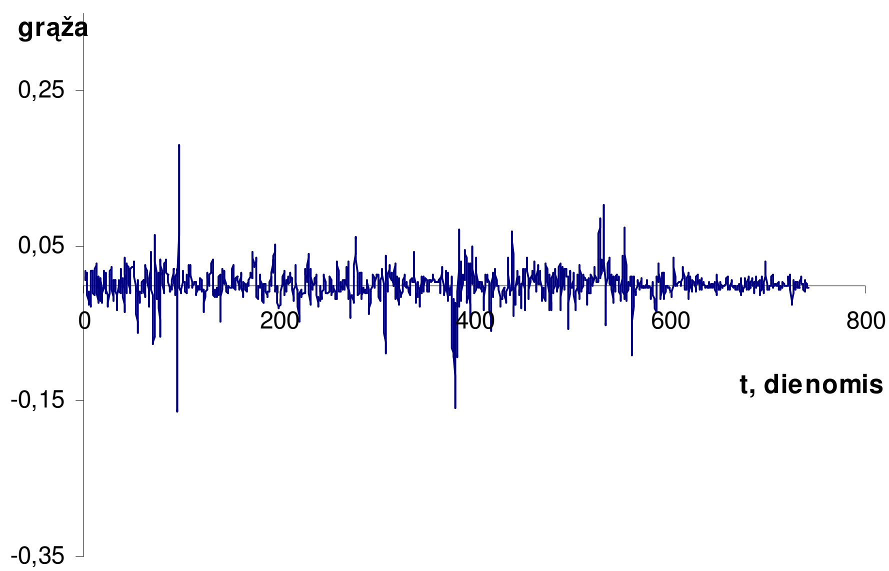


(b)

6 pav. „Telefonos de Mexico“ akcija. (a) kainos dinamika; (b) grąžos dinamika.



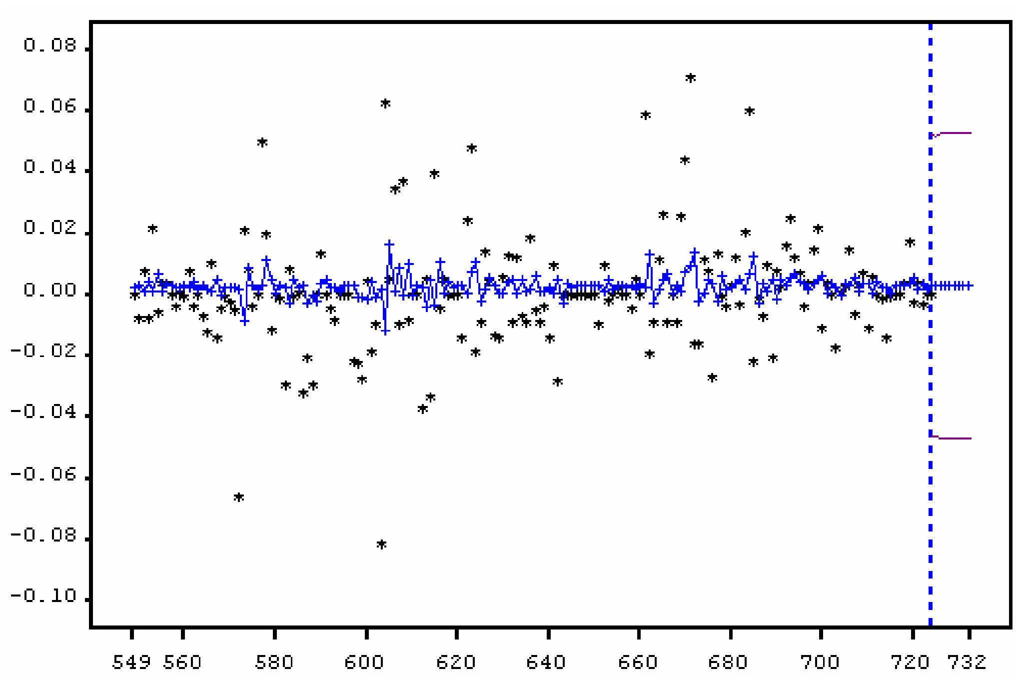
(a)



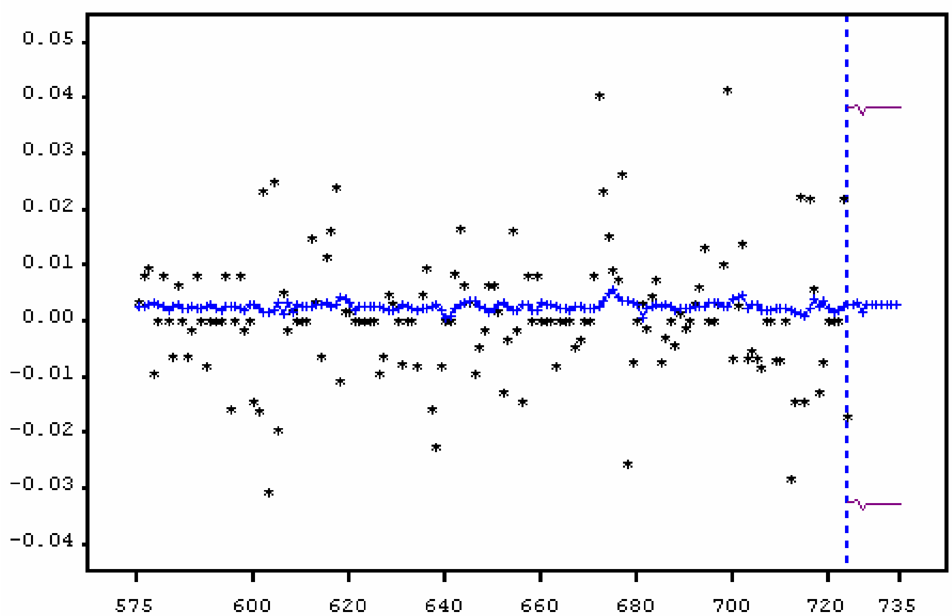
(b)

7 pav. „Telefonos de Venezuela“ akcija. (a) kainos dinamika; (b) grąžos dinamika.

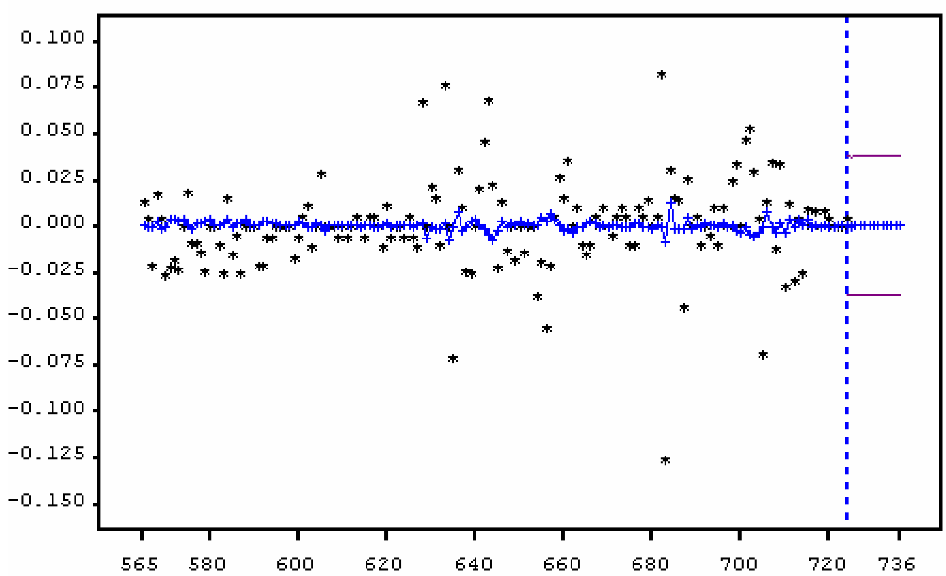
3 PRIEDAS. SLENKAMŲJŲ VIDURKIŲ PROGNOZIŲ GRAFIKAI



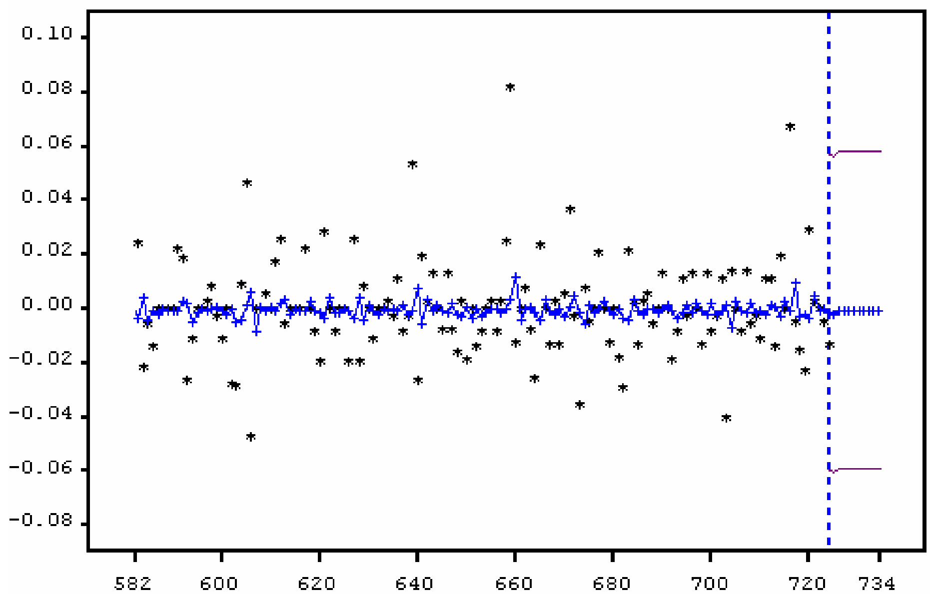
8 pav. „Panevėžio statybos tresto“ akcija. Slenkamųjų vidurkių prognozė.



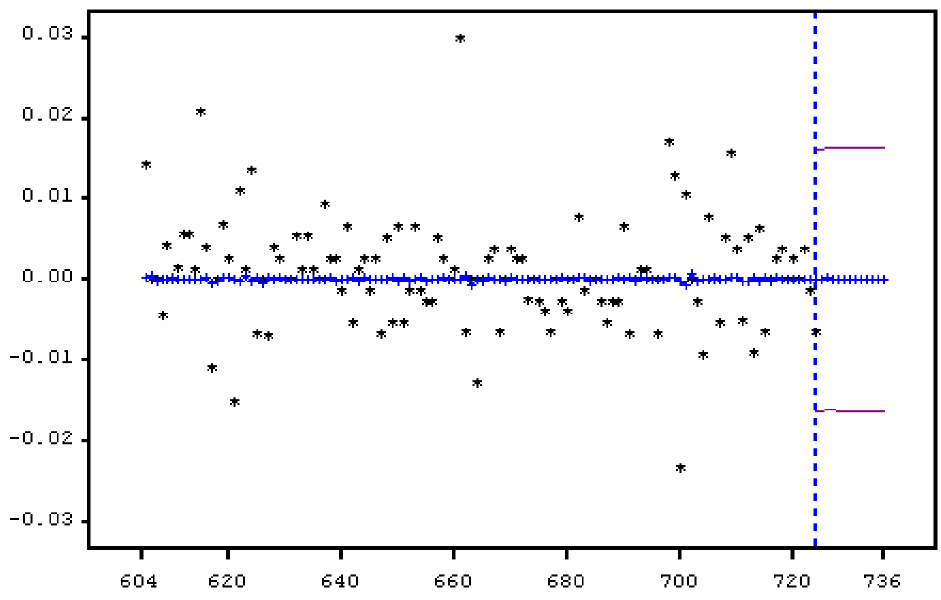
9 pav. Latvijos „Grindeks“ akcija. Slenkamųjų vidurkių prognozė.



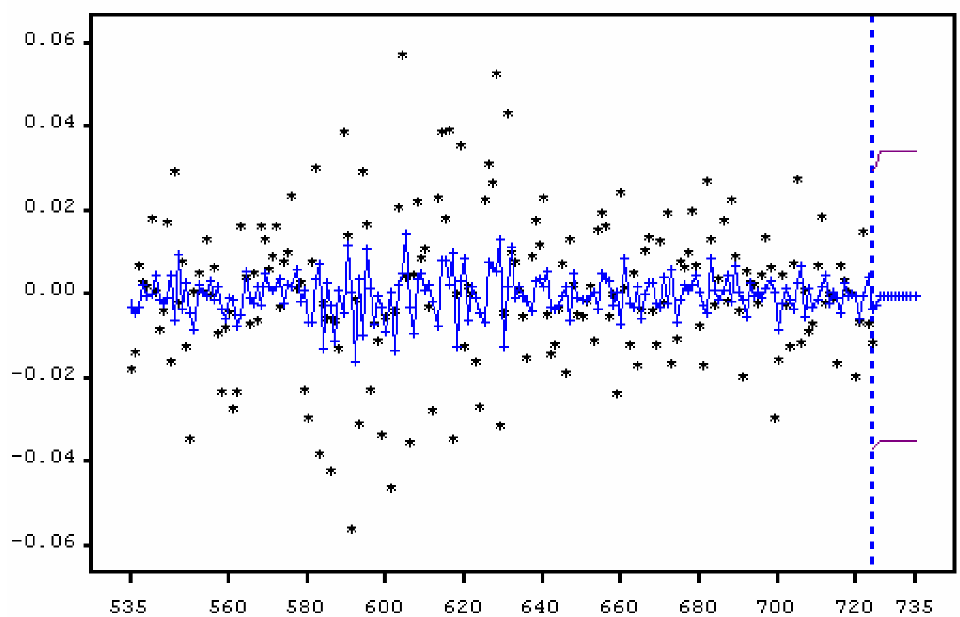
10 pav. Latvijos ,,Ventspilis NAFTA“ akcija. Slenkamųjų vidurkių prognozė.



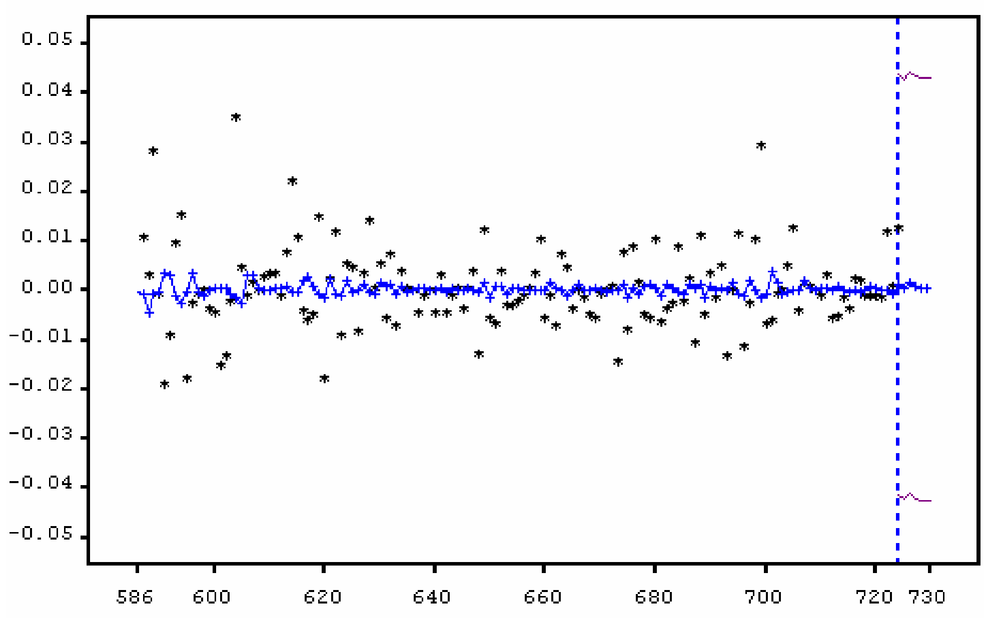
11 pav. Estijos ,,Harju Elekter“ akcija. Slenkamųjų vidurkių prognozė.



12 pav. „Eesti TELEKOM“ akcija. Slenkamųjų vidurkių prognozė.

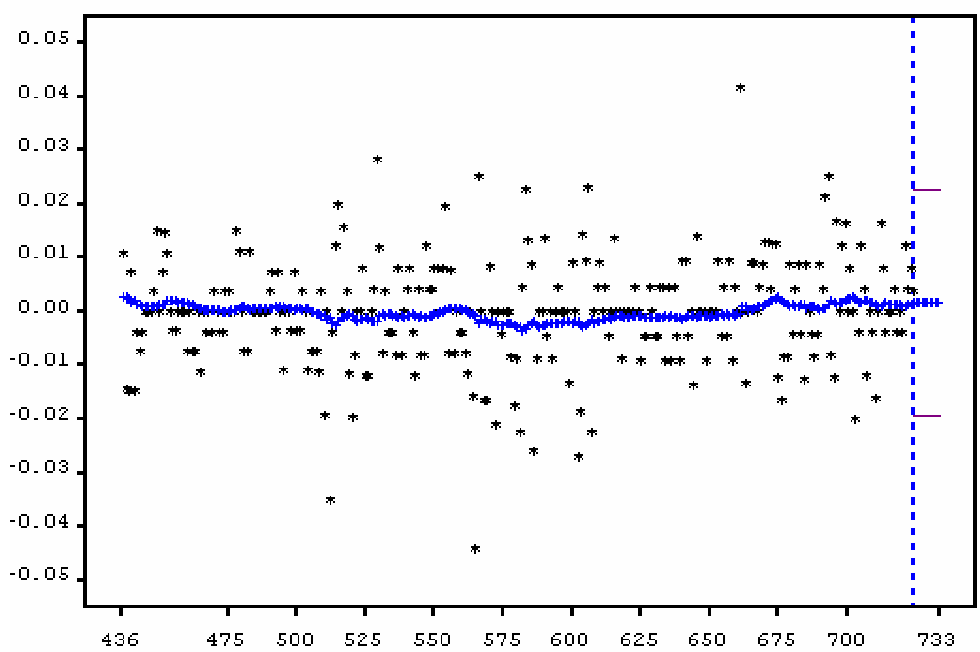


13 pav. „Telefonos de Mexico“ akcija. Slenkamųjų vidurkių prognozė.

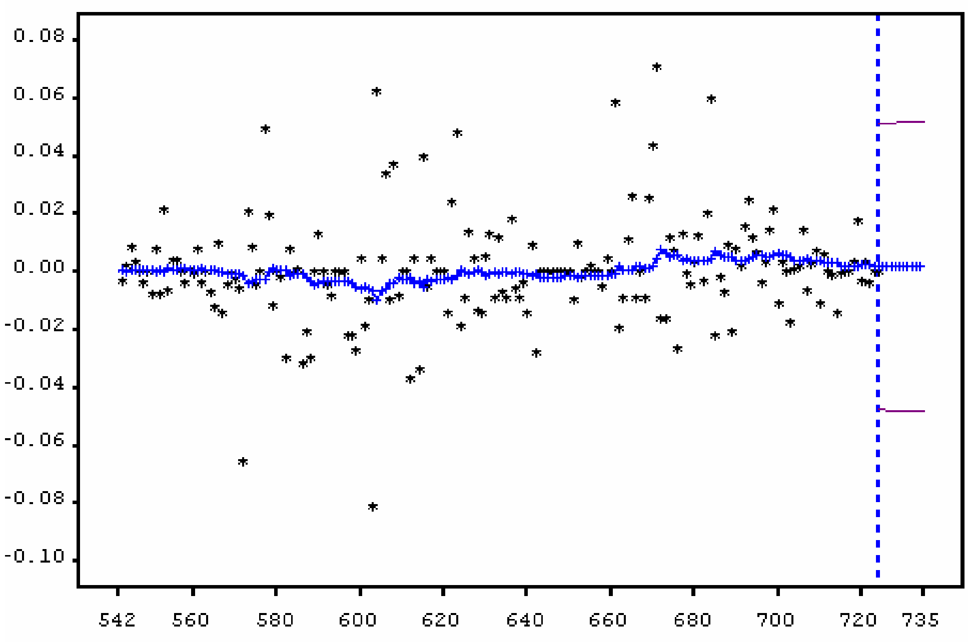


14 pav. „Telefonos de Venezuela“ akcija. Slenkamųjų vidurkių prognozė.

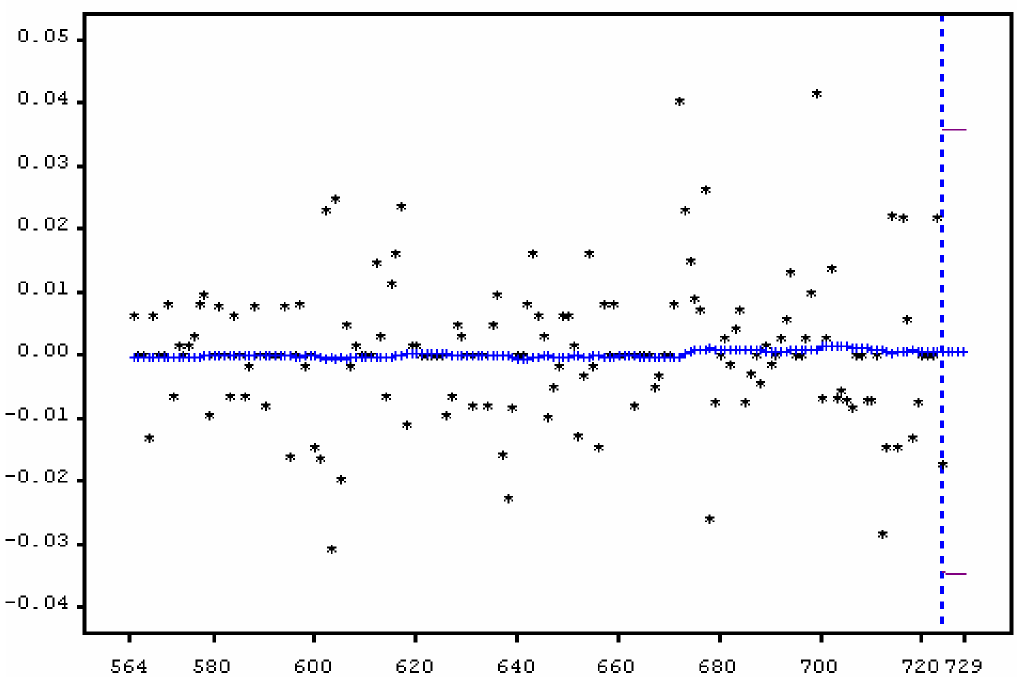
4 PRIEDAS. PAPRASTOJO EKSPONENTINIO GLODINIMO PROGNOZIŲ GRAFIKAI



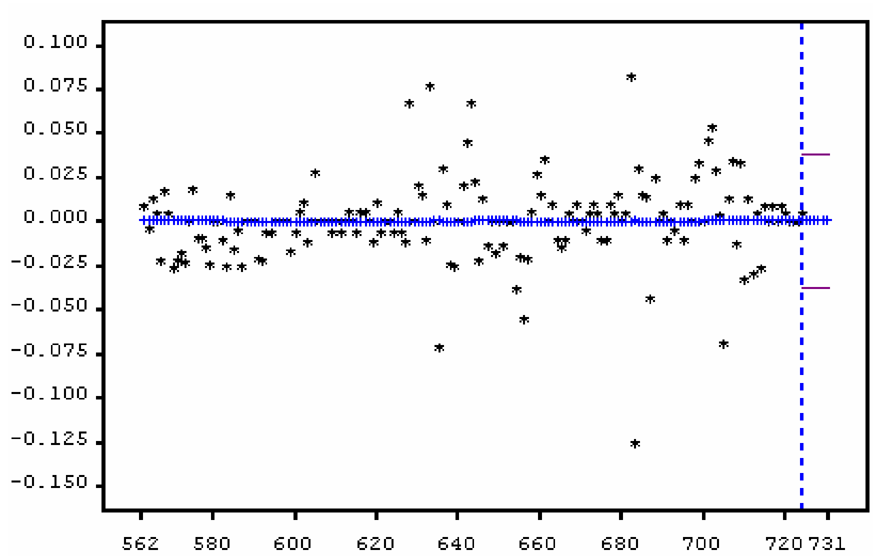
15 pav. „Teo“ akcija. Paprastojo eksponentinio glodinimo metodas.



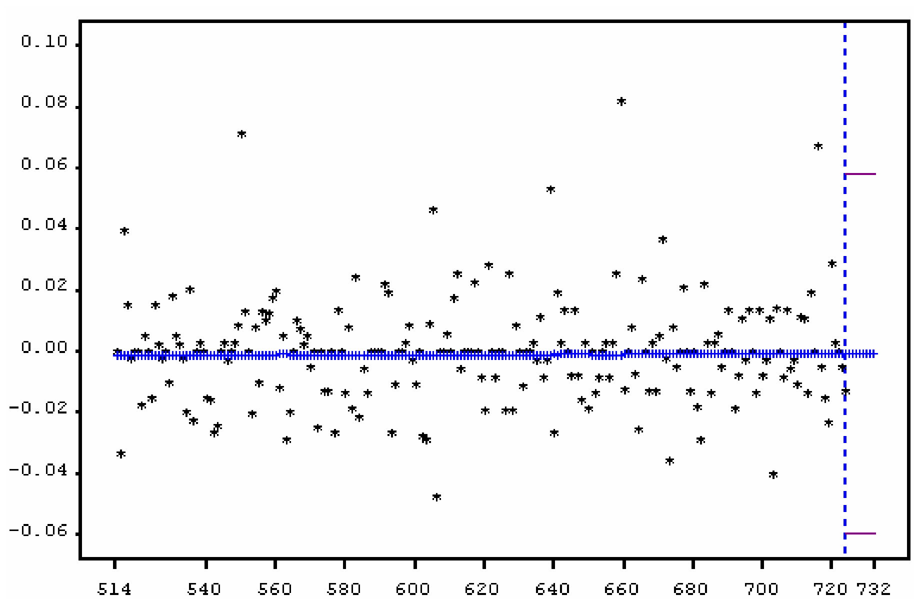
16 pav. „Panevėžio statybos tresto“ akcija. Paprastojo eksponentinio glodinimo metodas.



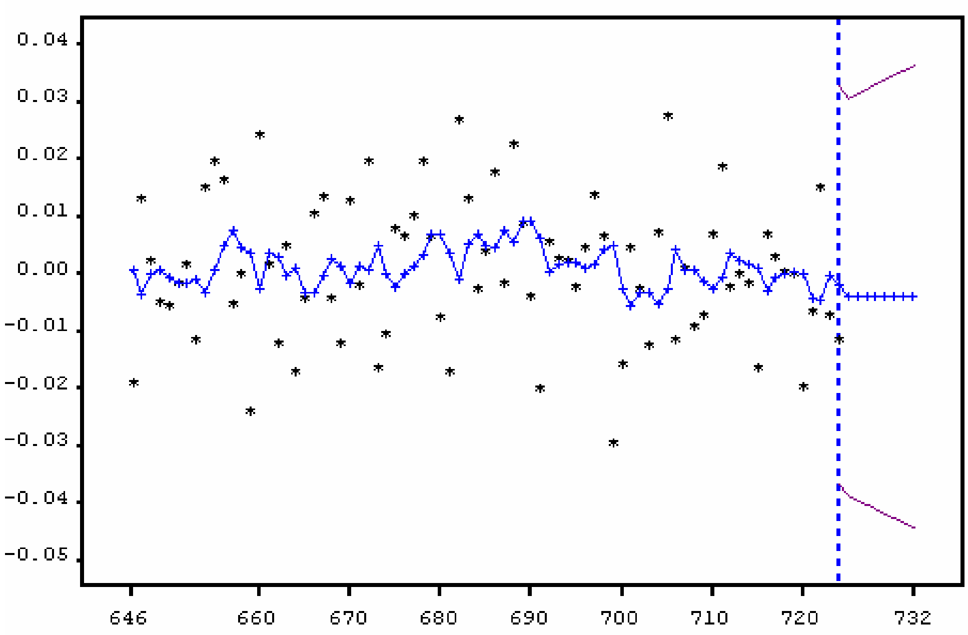
17 pav. „Grindeks“ akcija. Paprastojo eksponentinio glodinimo metodas.



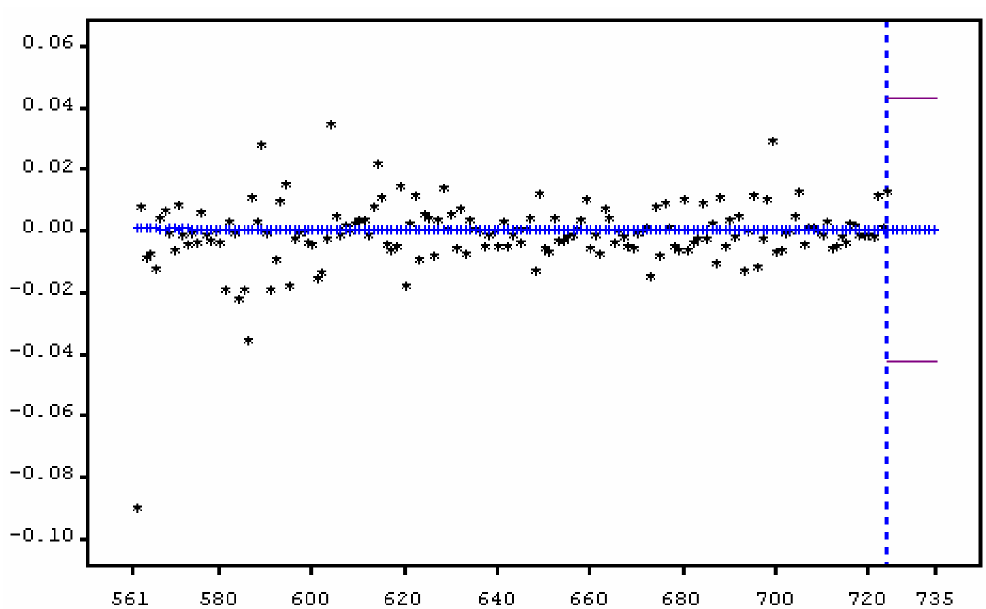
18 pav. „Ventspilis NAFTA“ akcija. Paprastojo eksponentinio glodinimo metodas.



19 pav. „Harju Elekter“ akcija. Paprastojo eksponentinio glodinimo metodas.

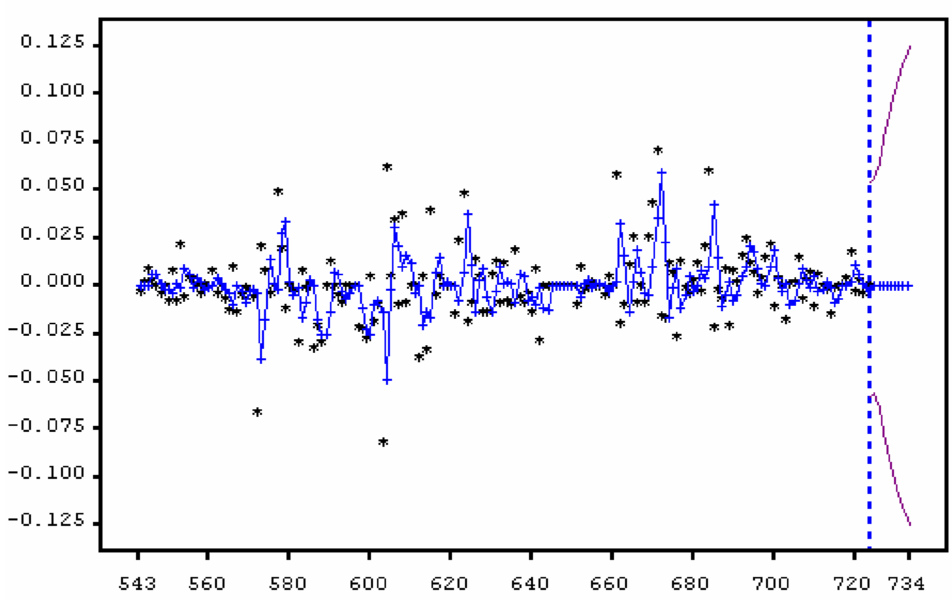


20 pav. „Telefonos de Mexico“ akcija. Paprastojo eksponentinio glodinimo metodas.

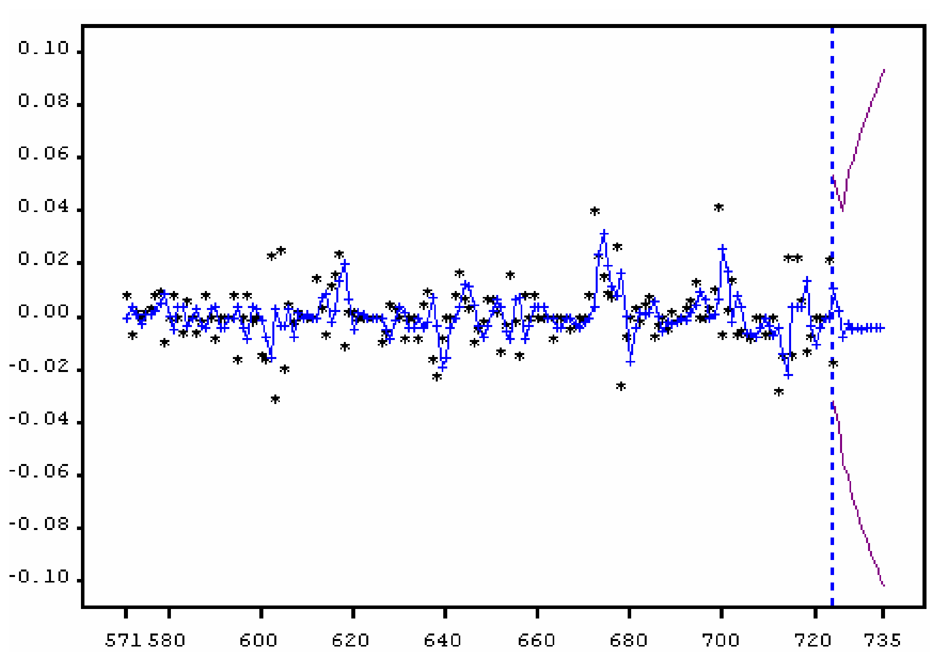


21 pav. „Telefonos de Venezuela“ akcija. Paprastojo eksponentinio glodinimo metodas.

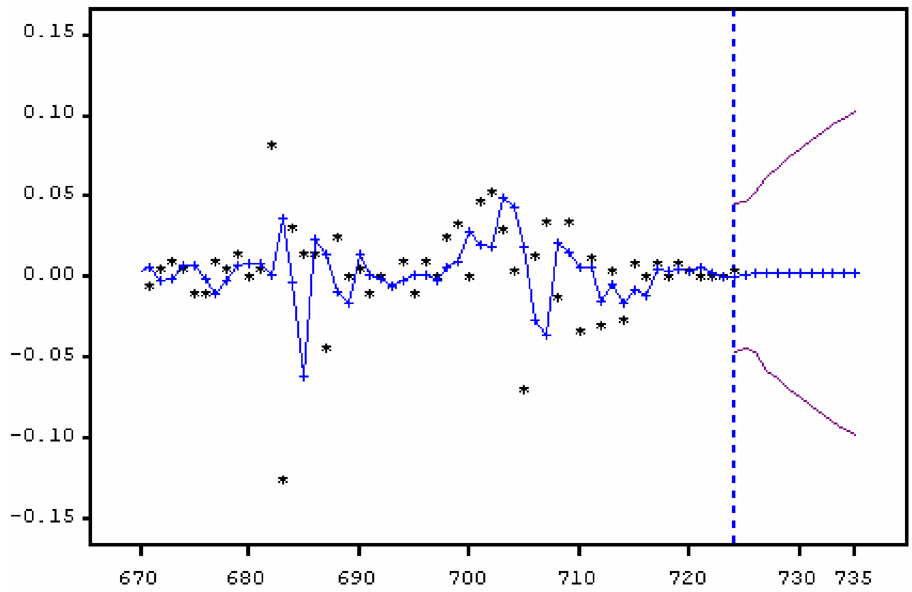
5 PRIEDAS. IAR(1,1) PROGNOZAVIMO GRAFIKAI



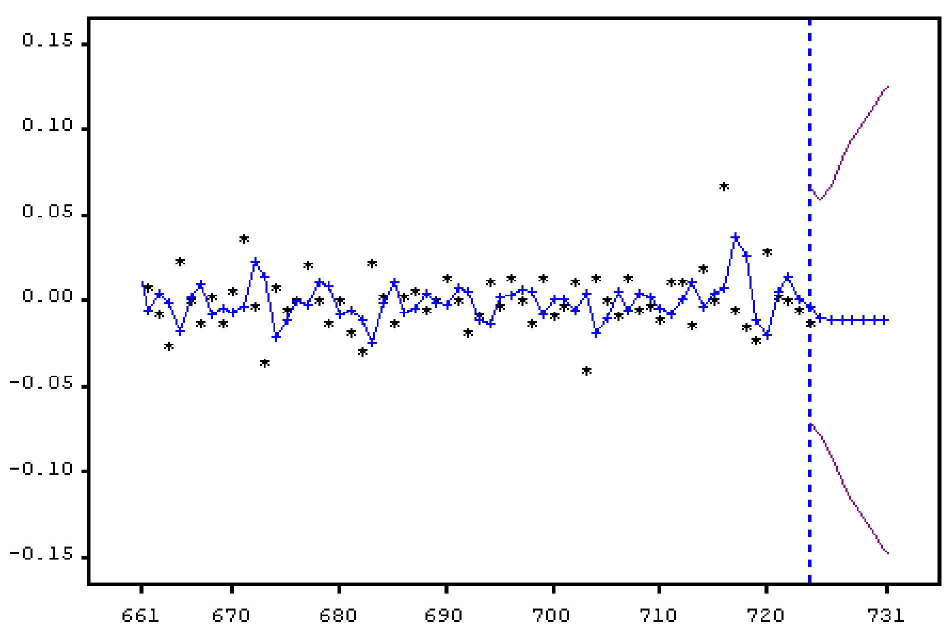
22 pav. „Panevėžio statybos tresto“ akcija. IAR(1,1) metodas.



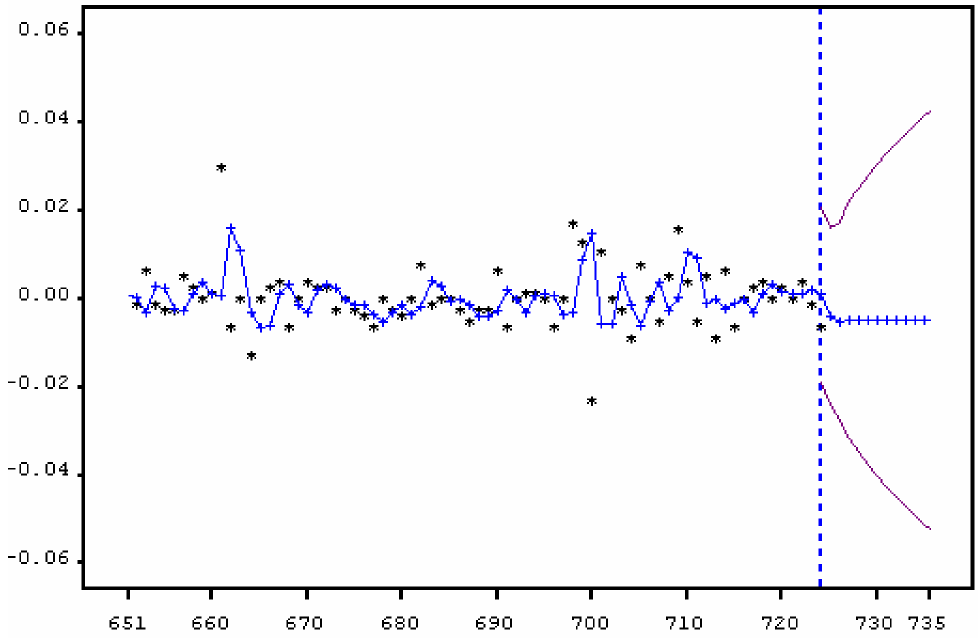
23 pav. „Grindeks“ akcija. IAR(1,1) metodas.



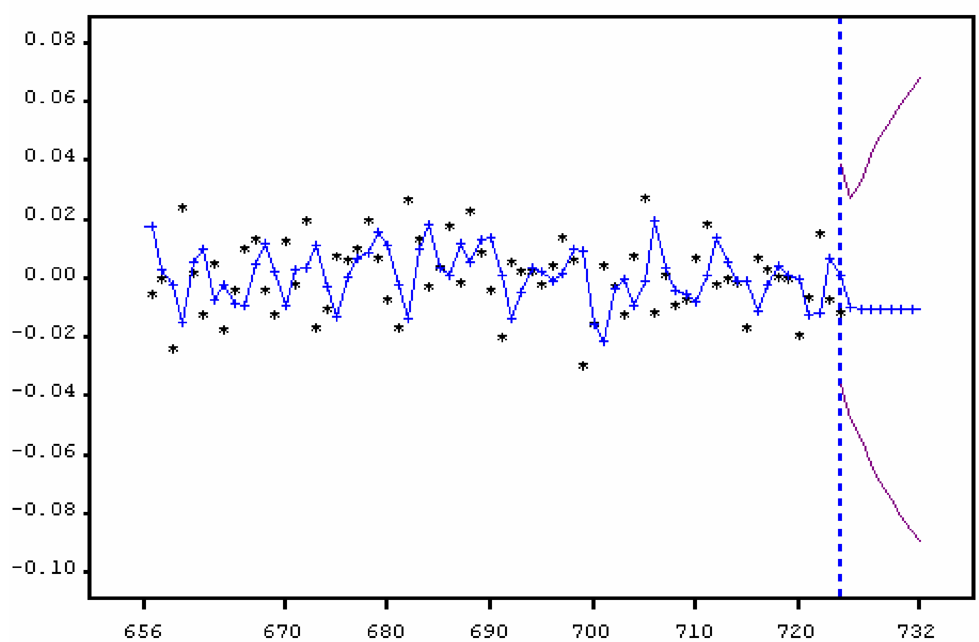
24 pav. „Ventspilis NAFTA“ akcija. IAR(1,1) metodas.



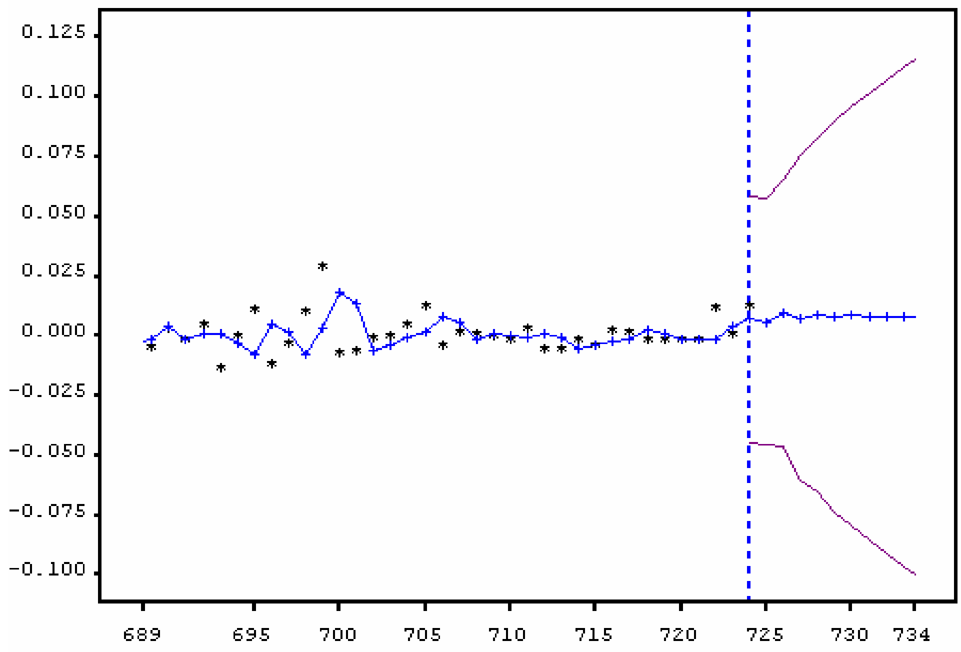
25 pav. „Harju Elekter“ akcija. IAR(1,1) metodas.



26 pav. „Eesti TELEKOM“ akcija. IAR(1,1) metodas.



27 pav. „Telefonos de Mexico“ akcija. IAR(1,1) metodas.



28 pav. „Telefonos de Venezuela“ akcija. IAR(1,1) metodas.