

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
INFORMATIKOS FAKULTETAS
PROGRAMŲ INŽINERIJOS KATEDRA

Nerijus Skruodys

**Optimizacinių ekonominės konkurencijos
modelių tyrimas ir jų realizavimas interneto
aplinkoje**

Magistro darbas

Darbo vadovas

prof. hab. dr. J. Mockus

Kaunas, 2004

TURINYS

1	Summary	3
2	Įvadas	4
3	Teorijos apžvalga	6
4	Konkurencinio Walraso modelio tyrimas	9
4.1	Nešo pusiausvyra	9
4.2	Walraso modelis.....	11
4.3	Pusiausvyros paieška	13
4.4	Bayeso optimizavimo metodai.....	14
5	Algoritmo realizacija	16
6	Walraso konkurencinio modelio tyrimo eksperimentai.....	17
6.1	Realizuotas modelis	17
6.2	Parametrų aprašymas	20
6.3	Eksperimentai	22
6.3.1	Eksperimentas Nr. 1	25
6.3.2	Eksperimentas Nr. 2.....	28
6.3.3	Eksperimentas Nr. 3.....	31
6.3.4	Eksperimentas Nr. 4.....	34
7	Išvados	37
8	Literatūra.....	38

1 Summary

Future enterprises will be characterized by a focus on total quality, globalization, an object-oriented approach, and a business process-oriented approach. The globalization will lead to the "virtual enterprise". The virtual enterprise can obtain a competitive position by defining and reengineering its business processes. However, such reengineering requires an enterprise model. Also, as manufacturing is growing more difficult and competition gets more power, there are more useful to have practical realization of theoretic models. Traditional market theory is based on Walras model. There are lots of mathematic results, explaining some processes of competition of market. Programming realization would be a useful tool for simulating real economical processes. Realization on the internet would give possibility to show the algorithm on distance studies. The quality of service is defined by the average time lost by customers while waiting for services. Formal expressions of other quality measures are difficult. A customer prefers the server with lesser total service cost. The total cost includes the service price plus waiting losses. A customer goes away, if the total cost exceeds a certain critical level. A flow of customers is stochastic. Service times are stochastic, too. There is no known analytical solution for this model. The results are obtained by Monte-Carlo simulation. The first market model considers a simple case. Here the server rate depends on a single resource that is freely obtainable at some market price. This model is the "Nash model," for short. In the second model, it is supposed that the server rates depend on several resources. Each server owns a fixed amount of single resource. Thus, the number of different resources is assumed to be equal to the number of servers. The resource limits are controlled using resource prices that are expressed as Lagrange multipliers. This model is the "Walras model," for short. It is similar, but not identical, to the traditional Walras model.

2 Įvadas

Ateities įmonės bus apibūdinamos pagal tai, kaip jos siekia tobulos kokybės, ir globalizacijos. Pagal jų orientuotą į objektą ir verslo procesus darbą. Globalizacija ves prie „virtualių įmonių“. Virtuali įmonė gali užimti konkurencingą poziciją rinkoje, apibrėždama ir perprojektuodama savo verslo procesus. Be abejo, tokiam perprojektavimui reikalingas įmonės modelis. Be to, sudėtingėjant gamybai bei stiprėjant konkurencijai, auga modelių, atspindinčių konkurencinius procesus, ne tik teorinė, bet ir praktinė reikšmė. Tradicinė rinkos teorija remiasi Walraso modeliu. Yra matematinių rezultatų, kurie paaiškina kai kuriuos konkurencinės ekonomikos procesus. Tačiau programinė šių modelių realizacija yra pradinėje stadijoje. Todėl Walraso modelio programinė realizacija interneto aplinkoje būtų svarus indėlis modeliuojant realius ekonominius procesus. Šiuo metu tai aktualu verslo ekonomikos ir ypač verslo informatikos studijoms. Realizacija interneto aplinkoje sudaro galimybę nuotolinėms studijoms būtinoms perkvalifikuojant dirbančius specialistus.

Walraso modelis remiasi Nešo (Nash) pusiausvyra. Nešo pusiausvyra naudojama tiriant ir modeliuojant rinką. Rinką apibūdina tam tikras konkuruojančių paslaugų ar prekių tiekėjų kiekis. Kiekvienas tiekėjas nori pasiekti kuo didesni pelną. Tam reikia nustatyti optimalią parduodamos paslaugos ar prekės kainą, prekybos normas. Prekybos norma - tai vidutinis dalyvių skaičius, kuriuos galima aptarnauti iš karto.

Individualaus paslaugų tiekėjo pelnas yra maksimizuojamas darant prielaidą, kad konkurentai laikosi tam tikro susitarimo dėl paslaugų kainų ir normų. Individualų pelną galima padidinti nesilaikant kontrakto. Optimizacijos tikslas yra surasti tokį kontraktą, kur apgaulės įtaka pelningumui būtų pati mažiausia. Tai pasiekama tokiu atveju, kai bet koks kontrakto nesilaikymas neatneša pelno. Tai yra pelnas didžiausias tada, kai naudojamos kontrakte nustatytos kainos ir normos. Tai vadinama Nešo pusiausvyra.

Paslaugų tiekėjo kokybę apibūdinama vidutiniu laiku, kurį sunaudoja klientas laukdamas paslaugos. Formalios kitų kokybės matmenų išraiškos yra sudėtingos. Klientas renkasi paslaugų tiekėją, kuris siūlo mažesnę pilną paslaugos kainą. Pilną paslaugos kainą sudaro paslaugos kaina ir laukimas. Klientas išeina, jeigu pilna kaina viršija kritinę ribą. Klientų srautas yra atsitiktinis. Paslaugų laukimo laikas irgi atsitiktinis. Nėra teisingo analitinio sprendimo šiam modeliui. Rezultatus galima gauti naudojant Monte-Carlo modeliavimą.

Pirmas rinkos modelis apima paprastą atvejį. Čia paslaugų tiekėjo norma priklauso nuo vieno resurso, kuris laisvai gaunamas tam tikra rinkos kaina. Šis modelis vadinasi „Nešo modeliu“. Kitame modelyje priimama prielaida, kad paslaugų tiekėjo normos priklauso nuo keleto resursų. Kiekvienam paslaugų tiekėjui priklauso fiksuotas vieno resurso kiekis. Taigi laikoma, kad skirtingų resursų skaičius yra lygus paslaugų tiekėjų skaičiui. Resurso apribojimai yra valdomi naudojant resurso kainas, kurios išreikštos kaip Lagranžo daugikliai. Toks modelis vadinamas Walraso modeliu.

Nešo modelyje paslaugų tiekėjai nuomoja savo įrangą fiksuota kaina talpos vienetui. Todėl Nešo modelyje ieškoma pusiausvyra tarp paslaugų tiekėjų talpos ir paslaugų kainos. Walraso modelyje paslaugų tiekėjai dalinasi vienas kito resursais. Todėl čia ieškoma optimali kaina priskiriama dalijamiems resursams. Tai yra priedas prie pusiausvyros tarp paslaugų tiekėjų talpos ir paslaugų kainos paieškos.

Pusiausvyros suradimui reikalingas pilnas visų galimų reikšmių perrinkimas. Dėl ribotų resursų optimizuojami galimi variantai. Tyrimui reikalingoms reikšmėms generuoti naudojami Monte-Carlo ir Bayeso metodai. Kiekvienas iš jų pasižymi sava specifika. Galima atlikti skirtingų modelių tyrimą. Nes remiantis atskirais metodais prie pusiausvyros artėjama visiškai kitaip.

Monte Karlo metodas duoda atsitiktinių reikšmių seką. Naudojant šį metodą reikalingas didelis iteracijų skaičius pusiausvyrai rasti. Kai iteracija trunka trumpai, jis gana gerai tinka. Nagrinėjant sudėtingesnes situacijas ir siekiant didesnio tikslumo vienos iteracijos laikas labai prailgėja. Tokiu atveju daug geresnius rezultatus galima pasiekti Bajeso metodu, iteracijų duomenis parenkančiam pagal prieš tai buvusius rezultatus.

3 Teorijos apžvalga

19 amžiaus antroje pusėje, ekonominiams dėsniams buvo suformuluotas matematinis apibrėžimas. Jį suformulavo Olandų prancūzas Frenchman, Léon Walras. Tuo pačiu tai buvo pirmoji bendroji pusiausvyros teorija. Ji buvo bendra tuo atžvilgiu, kad apėmė visas rinkas prekėms, paslaugoms ir produkcijos faktoriams. Tai buvo pusiausvyros teorija, nes ji aiškino kaip perkami ir tiekiami kiekiai tampa lygūs kiekvienoje iš rinkų.

Ekonominę rinką Walras aiškina matematiniais terminais. Kiekvienam produktui egzistuoja paklausos funkcija, išreiškianti produktų kiekį, kuriam yra paklausa. Paklausa priklauso nuo produkto kainos, nuo panašių prekių kainos, nuo vartotojo pajamų ir poreikių. Kiekvienam produktui taip pat egzistuoja pasiūlos funkcija, išreiškianti produktų kiekį, kurį pateikia gamintojai, atsižvelgdami į pagaminimo kainas ir technines žinias. Rinkoje kiekvienam produktui yra pusiausvyros taškas, kuriame viena kaina patenkina ir pirkėjus ir pardavėjus. Kadangi pusiausvyra kiekvienoje rinkoje priklauso nuo kitų rinkų veiklos, bendros pusiausvyros paieška apima lygiagretų kiekvienos rinkos pusiausvyros nustatymą. Tam tikslui, Walras suformulavo matematinę lygiagrečių skaičiavimų sistemą, atspindinčią pasiūlą ir paklausą visose rinkose.

Priimant, kad rinkų tvarkymas su šia pusiausvyra buvo lygiagretus, taip pat priimant idealios konkurencijos apibrėžimą ir kad kainos ir kiekiai automatiškai nusistovi į pusiausvyros reikšmes prieš tai kol prasideda reali prekyba, Walras nurodė kaip tokia sistema gali sugeneruoti unikalią kainų ir kiekių pusiausvyrų seką.

Ši teorija turėjo fundamentalią reikšmę tolesniam ekonomikos vystymuisi. Nepaisant šio svarbaus fakto, iki dvidešimto amžiaus nebuvo rimtų bandymų pagrįsti šio teorinio modelio teisingumą. Ar tikrai egzistuoja kainų rinkinys kuris subalansuoja visas rinkas vienu metu. Ar pusiausvyros kurias apibrėžia Walraso modelis turi kokį nors prasmingą sprendimą. Šiuos klausimus bandę atsakyti mokslininkai yra gavę Nobelio premijas (Kenneth Arrow 1972, Gerard Debreu 1983).

Vienas svarbiausių diferencialinio modeliavimo uždavinių tikslų yra pusiausvyros situacijos egzistavimo sąlygų nustatymas ir jos radimas. Įdomūs yra *Smol'yakov E. R. (Maskva)* tyrimai, kuriuose nagrinėjamos diferencialinio koalicinio ir nekoalicinio lošimo ypatybės, nustatomos, apibrėžiamos ir įrodomos Nash'o pusiausvyros egzistavimo sąlygos. Darbe "Daugiaparametriniai nekoaliciniai diferencialiniai uždaviniai" jis

nagrinėja diferencialinius n objektų, grįžtamojo ryšio strategijų lošimus, kur nustačius fiksuotą pradinį vektorių yra randamas galutinis taškas. Tokio tipo lošimuose objektai negali keisti savo parametrų atsižvelgdami į tuo metu sistemoje esančią situaciją. Autorius nustato Nešo pusiausvyros egzistavimo sąlygas tokio tipo uždaviniuose.

Subjektai keičiasi kontraktais prekių pristatymui konkurencinėse rinkose ir tuo pačiu vykdo savo strategiją. Veiksmai daro poveikį priemonėms tiesiogiai per subjektus arba per kontraktų apmokėjimus. Tai apima ekonomikas su asimetriška informacija. Nešo-Walraso pusiausvyra egzistuoja didelėms ekonomikoms netgi jei priemonių funkcijos yra ne pusiau-išgaubtos ir pasirinkimų rinkiniai yra ne išgaubti, kas turėtų būti standartiniuose nustatymuose. Pardavimo atskyrimas nuo užsakymo ir pristatymų kaupimas kontraktams garantuoja, kad rinkos prekėms teisingos. Taip teigia E. Minelli ir H. Plemerchakis straipsnyje „Nešo-Walraso pusiausvyra didelėms ekonomikoms“ [3].

D. Gale darbe “Walraso rinkos teorija su neigiamu pasirinkimu” parodo, kaip pusiausvyros patobulinimai gali būti naudojami apibrėžti pusiausvyros rezultato unikalumą. Pusiausvyra egzistuoja esant standartinėms sąlygoms. Jis parodo, kad prie tam tikrų sąlygų egzistuoja stabili aibė ir ji yra nuosekloje pusiausvyros aibėje. Bendriems modeliams egzistuoja stabilus rezultatas, tai yra, visos pusiausvyros stabilioje aibėje turi tą patį rezultatą. Šios idėjos taikomos rinkoms su vienos-pusės ir dviejų-pusių neapibrėžtumais. Prie standartinių pastovių sąlygų, jos rodo, kad stabilus rezultatas skiriasi ir atitinka konkretų pirkėjų ir pardavėjų šabloną [4].

J. Bonnisseau straipsnyje “Oligopolijos pusiausvyros optimalumo egzistavimas tiesinėje ekonomikoje” apibrėžiama tiesinė ekonomika ir jos sėkmingos kopijos. Autorius nagrinėja Walraso pusiausvyros sąvoką, kai klientai naudojami prekių kiekiu, esančiu rinkoje, kaip strateginiais kintamaisiais. Įrodoma, kad bendru atveju, jei kopijų skaičius pakankamai didelis, bet baigtinis, konkurencija yra oligopolinė pusiausvyra. Tada nesmarkiai keičiant sąlygas, kurios interpretuojamos rinkos reguliavimo ir rinkos aktyvumo terminais, parodoma, kad bet kokia oligopolinės pusiausvyros seka sėkmingai ekonomikos kopijai konverguoja į Walraso rezultatą. Todėl, prie tų pačių ekonomikos pagrindų hipotezių, tai turi rezultatą oligopolijos pusiausvyros konvergavimui į Walraso pusiausvyrą tuo pat metu turint Nešo-Walraso bendrąjį rezultatą [5].

Ne visi autoriai rašo teigiamus atsiliepimus apie Walraso modelį. D. Walker savo darbe „Walraso modeliai prekių akcijų mainuose“ rašo, kad modeliai yra apibrėžiami

atsižvelgiant į jų savybes nustatyti ir išreikšti kainodarą ir mainų procesus, o būtent, jų fizines charakteristikas, dalyvius, institucijas, procedūras, taisykles ir veikimo šablonus. Parodoma, kad Walraso modelis yra ne visai teisingas. Kad šis modelis nėra pusiausvyros mechanizmas, lyginant su kitais modeliais tinkančiais barteriniams mainams aprašyti. Modelis nesupaprastina kainodaros, kainodaros procesų charakteristika neįtraukia centrinės rinkos reikšmės. Taip pat modelis nenaudoja ir logiškai nepriklauso nuo didelio pardavėjų kiekio[6].

4 Konkurencinio Walraso modelio tyrimas

4.1 Nešo pusiausvyra

Sakykim m paslaugų tiekėjų teikia tą pačią paslaugą:

$$u_i = u_i(x_1, y_1, \dots, x_m, y_m) = a_i y_i - x_i, i = 1, \dots, m \quad (4.1.1),$$

kur u_i pelnas, y_i paslaugos kaina, a_i vartotojų normos, x_i einamoji kaina ir i paslaugų tiekėjo numeris. Sakykim, kad paslaugų tiekėjo talpa w_i didėjanti einamosios kainos x_i funkcija:

$$\omega_i = \phi_i(x_i) \quad (4.1.2).$$

Paprastas šios funkcijos pavyzdys :

$$\omega_i = k_i(1 - \exp(-k_{i0} x_i)) \quad (4.1.3).$$

Čia k_i apibrėžia maksimalią paslaugų tiekėjo normą ir k_{i0} rodo x_i resurso efektingumą. Tada pilna paslaugos kaina :

$$c_i = y_i + \gamma_i \quad (4.1.4),$$

kur γ_i vidutinė laukimo kaina. Kad išraiška supaprastėtų, darome prielaidą, kad laukimo kaina yra lygi vidutiniam laukimo laikui. Sakykim, kad atvykstantys klientai nustato vidutinį laukimo laiką pagal tai, kiek yra laukiančių klientų n_i tenkančių paslaugos tiekėjo talpai w_i .

$$\gamma_i = \frac{n_i}{w_i} \quad (4.1.5)$$

Klientas pasirenka i -tąją paslaugų tiekėją i , jei

$$c_i \leq c_j, j=1, \dots, m, j \neq i, c_i \leq c_0 \quad (4.1.6).$$

Klientas išeina kitur, jei

$$\min_i c_i > c_0 \quad (4.1.7),$$

kur c_0 kritinė kaina. Įeinančių klientų procentas a sutvarkomas

$$a = \sum_{i=0}^m a_i \quad (4.1.8),$$

kur a_0 prarandamų klientų procentas.

Formulės (4.1.6) ir (4.1.7) atskiria įeinančių klientų srautą į $m+1$ srautus. Tai labai apsunkina problemą. Atskirti srautai nėra paprasti. Taigi reikalingas Monte Carlo modeliavimas, nustatantis vidutinius klientų procentus, a_i , $i=0,1,\dots,m$, naudojant sąlygas (4.1.6) (4.1.7), ir vidutinius pelnus u_i , $i=1,\dots,m$ pagal išraišką (4.1.1).

4.2 Walraso modelis

Nešo modelyje paslaugų tiekėjo talpos vieneto kaina yra fiksuoto dydžio. Kiekvienas individualus paslaugų tiekėjas i valdo talpą x_i ir kainą y_i už paslaugas. Taigi Nešo modelis iliustruoja konkuruojančių paslaugų tiekėjų kainų formavimąsi, kai resursų kainos yra fiksuotos kokio nors didelio išorinio tiekėjo.

Walraso modeliai yra sudėtingesni. Jie be visko dar apibūdina konkuruojančių resursų kainų formavimąsi. Walraso modelyje paslaugų tiekėjų $i=1,2,\dots,m$ talpa w_i priklauso nuo resursų vektoriaus $x_i = (x_{ij}, i, j = 1, \dots, m)$, apibrėžiančio skirtingų resursų panaudojimą. Kiekvienam paslaugų tiekėjui i priklauso vienas resursas b_i ir tas tiekėjas nustato šio resurso vieneto kainą p_i konkuruojantiems paslaugų tiekėjams. Komponentas x_{ij} žymi resurso kiekį b_j naudojamą paslaugų tiekėjo i . Resursų balanso sąlyga reiškia, kad

$$b_i = \sum_{j=1,\dots,m} x_{ij}, i = 1, \dots, m \quad (4.2.1).$$

Paslaugų tiekėjas i taip pat nustato kainą y_i , kuri imama už paslaugas, kaip ir Nešo modelyje. Taigi galima sakyti, kad Walraso modelis panašus į Nešo modelį (žr. 10.1 išraišką).

Sakykim, kad paslaugų tiekėjo talpa w_i yra didėjanti resursų vektoriaus $x_i = (x_{ij}, i, j = 1, \dots, m)$ funkcija

$$w_i = \phi_i(x_i) \quad (4.2.2).$$

Paprastas pavyzdys būtų toks:

$$w_i = k_i \prod_{j=1}^m (1 - \exp(-k_{ij} x_{ij})) \quad (4.2.3).$$

Resursų komponentas x_{ij} apibūdina paslaugų tiekėjo i naudojamą resurso b_j kiekį. Koeficientas k_{ij} parodo, kiek naudingas resursas b_j paslaugų tiekėjui. Koeficientas k_i nurodo talpos limitą, kai $x_{ij} \rightarrow \infty$. Tada i -tojo paslaugų tiekėjo pelnas:

$$u_i = u_i(x_j, y_j, p_j, j = 1, \dots, m) = a_i y_i + p_i \sum_{j \neq i} x_{ij} - \sum_{j \neq i} p_j x_{ij} \quad (4.2.4).$$

Čia i yra paslaugų vartotojo indeksas, a_i klientų procentas, y_i paslaugos kaina, $x_j = (x_{jk}, k = 1, \dots, m)$ resursų vektorius apibūdinantis paslaugų tiekėjo j talpą w_j .

Iš pusiausvyros sąlygos seka $x_{ii} = b_j - \sum_{j \neq i} x_{ji}$. Dviejų paslaugų tiekėjų atveju

$$u_1 = u_1(x_{12}, y_1, p_1, x_{21}, y_2, p_2) = a_1 y_1 + p_1 x_{21} - p_2 x_{12} \quad (4.2.5)$$

ir

$$u_2 = u_2(x_{21}, y_2, p_2, x_{12}, y_1, p_1) = a_2 y_2 + p_2 x_{12} - p_1 x_{21} \quad (4.2.6).$$

Čia x_{11} ir x_{22} yra paskaičiuojami pagal pusiausvyros sąlygas

$$x_{11} = b_1 - x_{21}, \quad x_{22} = b_2 - x_{12} \quad (4.2.7).$$

Fiksuojant viršutines ir žemutines ribas gaunamos tokios nelygybės:

$$\begin{aligned} a_{p_i} \leq p_i \leq b_{p_i}, \quad a_{x_{ij}} \leq x_{ij} \leq b_{x_{ij}}, \\ a_{y_i} \leq y_i \leq b_{y_i}, \quad i, j = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (4.2.8).$$

Walraso modelyje paslaugos kaina, laukimo kaina ir kliento elgesys yra panašūs į tuos pačius Nešo modelio parametrus.

$$c_i = y_i + v_i \quad (4.2.9).$$

4.3 Pusiausvyros paieška

Paieška remiasi Nešo Look-Ahead (NLA) pusiausvyra. NLA pusiausvyros apibrėžimas yra panašus į Nešo pusiausvyrą. Skirtumas tas, kad konkuruojančių tiekėjų veiksmai yra numatomi pusiausvyros kainos paieškos metu. Apibrėžiamos dvi NLA versijos.

Pirmoje versijoje, $NLA(p)$, resursų suvartojimas x_j ir paslaugų kaina y_i yra numatoma visiems paslaugų tiekėjams pagal duotą resursų kainą p . Konkuruojantys paslaugų tiekėjai $j \in I$ apibrėžia parametrus (x_j, y_j) pagal įprastas Nešo pusiausvyros sąlygas fiksuota kaina $p = (p_i, i = 1, \dots, m)$. Pavyzdžiui, resursų suvartojimas padidinamas, jeigu krinta kaina.

Kitu atveju, $NLA(p, y)$, tik resursų sunaudojimas x_j yra numatomas visiems paslaugų tiekėjams. Tai reiškia, kad visi paslaugų tiekėjai j apibrėžia resursų poreikį x_j pagal įprastas Nešo pusiausvyros sąlygas su fiksuota perkamų paslaugų $p = (p_j, j=1, \dots, m)$ ir fiksuota parduodamų paslaugų $y = (y_j, j=1, \dots, m)$ kaina. Pavyzdžiui, jei krinta p_j kaina, ne tik didinamas resursų sunaudojimas x_j , bet ir pritaikomos parduodamų paslaugų kainos y_j , tuo pačiu keičiant ir resursų kainas.

Pusiausvyra naudoja pasitikėjimo ir apgavystės vektorius. Nustatomos tam tikros sąlygos, kurių laikosi konkurentai. Žinant konkurento pelno funkciją, galima daryti kainos ir resursų kiekio pakeitimus norint padidinti savo pelną. Walraso metodo ieškoma pusiausvyra pasiekama tada, kai nesilaikant kontrakto sąlygų negaunamas didesnis pelnas. Taip tarp visų paslaugų tiekėjų nustatomos taisyklės, kurias laužyti niekam nenaudinga.

4.4 Bayeso optimizavimo metodai

Tradicinė skaitinė analizė apibrėžia optimizavimo algoritmus, kurie garantuoja tam tikrą visų optimizuojamų funkcijų tikslumą. Tai apima tikslius algoritmus. Tai yra blogiausio atvejo analizė. Norint apriboti klaidų skaičių reikia daugiau skaičiavimo bandymų, dažniausiai didėjančių eksponentiškai. Tai pagrindinis blogiausio atvejo analizės trūkumas.

Kaip alternatyva yra naudojama vidutinio atvejo analizė. Čia vidutinė paklaida ne apribojama, bet sumažinama tiek kiek įmanoma. Vidurkis imamas optimizuojamų funkcijų rinkiniui. Tokia vidutinio atvejo analizė vadinama Bayeso metodu.

Bayeso optimizacijos taikymui yra keli būdai. Pirmasis yra tiesioginis Bayeso algoritmas. Jis apibrėžiamas fiksuojant ankstesnio išsibarstymo P funkcijų $f(x)$ rinkiniui ir minimizuojant Bayeso rizikos funkciją. Rizikos funkcija $R(x)$ yra planuojamas skirtumas iš globalaus minimumo fiksuotame taške x . P išsibarstymas yra apgalvotas kaip stochastinis modelis funkcijai $f(x)$, $x \in R$, kur $f(x)$ gali būti determinuota arba stochastinė funkcija. Gauso atveju, laikant kad $(n+1)$ stebėjimas yra paskutinis

$$R(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi s_n(x)}} \times_{-\infty}^{+\infty} \min(c_n, z) e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y - m_n(x)}{s_n(x)} \right)^2} dz \quad (4.4.1).$$

Čia $c_n = \min_i z_i$, $z_i = f(x_i)$. $m_n(x)$ yra sąlyginė tikimybė atsižvelgiant į stebėjimų reikšmes z_i , $i = 1, \dots, n$. $s_n^2(x)$ yra sąlyginis pasiskirstymas ir $\varepsilon > 0$ yra taisymo parametras. Rizikos funkcijos $R(x)$ minimumas yra surandamas taške

$$x_{n+1} = \arg \max_x \frac{s_n(x)}{m_n(x) - c_n} \quad (4.4.2).$$

Tiesioginio Bayeso algoritmo tikslas, naudojamas daugeliu atveju, yra pateikti kiek įmanomai mažą paklaidą laikantis konvergavimo sąlygų.

Wienerio procesas yra bendras stochastinis modelis vienmačiu atveju $m = 1$. Šis modelis laiko, kad skirtumai $f(x_4) - f(x_3)$ ir $f(x_2) - f(x_1)$, $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, yra stochastiškai nepriklausomi. Čia $f(x)$ yra Gauso $(0, \sigma^2 x)$ kiekviename fiksuotame $x > 0$.

Taip pat šis modelis yra išplėstas į daugiamatį atvejį. Tačiau paprasti apytiksliai stochastiniai modeliai pageidautini, jei $m > 1$. Apytiksliai modeliai yra suprojektuoti pakeičiant tradicines Kolmogorovo tikslumo sąlygoms. Šios sąlygos reikalauja n -tojo laipsnio matricų inversijos, kad surasti sąlyginę tikimybę $m_n(x)$ ir pasiskirstymą $s_n^2(x)$.

Keičiant įprastas tikslumo sąlygas :

- Rizikos funkcijos $R(x)$ tęstinumu
- x_n konvergavimu iki globalaus minimumo
- išraiškų $m_n(x)$ ir $s_n(x)$ supaprastinimu
- $R(x)$ išraiška apskaičiuojama naudojant

$$R(x) = \min_{1 \leq i \leq n} z_i - \min_{1 \leq i \leq n} \frac{x - x_i^2}{z_i - c_n} \quad (4.4.3).$$

Kitas būdas yra Bayeso euristinis metodas. Jis fiksuoja ankstesnį pasiskirstymą P pagalbinėms funkcijoms $f_k(x)$. Šios funkcijos apibrėžia geriausias reikšmes gautas K kartų, naudojant kokią nors euristiką $h(x)$. Laikoma kad euristika $h(x)$ priklauso nuo tęstinių parametru $\rightarrow x \in R^m$. Euristika padeda optimizuoti originalią funkciją $C(y)$ kintamiesiems $y \in R^n$, kur $m < n$. Paprastai, komponentai y yra diskretinės reikšmės. Euristika yra paremta ekspertų nuomonėmis apie sprendimo prioritetus.

Bayeso euristinis metodas yra naudojamais optimizuoti funkcijoms su dideliais kintamųjų skaičiais. Tai daugelio diskretinių optimizavimo problemų atvejai. Ekspertų nuomonėmis pagrįstos euristikos dažnai įtraukia atsitiktinių skaičių generavimo procedūras

5 Algoritmo realizacija

Algoritmas realizuojamas naudojant Monte-Carlo techniką. Vykdomi tokie pagrindiniai žingsniai :

- Generuojamas sekantis laiko įvykis \mathbf{t} ;
- Atnaujinama laukiančių klientų vektoriaus $\mathbf{n}(\mathbf{t}) = (\mathbf{n}_i(\mathbf{t}), i = 1, \dots, \mathbf{m})$ eilės būseną;
- Atnaujinamas paslaugų kainų vektorius $\mathbf{h}(\mathbf{t}) = (\mathbf{h}_i(\mathbf{t}), i = 1, \dots, \mathbf{m})$, įskaitant ir laiko praradimus;

Yra $2\mathbf{m} + 2$ įvykių tipų \mathbf{t} .

- Laikas \mathbf{t} , kai klientas atvyksta į sistemą;
- Laikas \mathbf{t} , kai klientas atvyksta į i -tąjį paslaugų tiekėją;
- Laikas \mathbf{t} , kai klientas išvyksta iš i -tojo paslaugų tiekėjo;
- Laikas \mathbf{t} , kai klientas negauna paslaugos (išvyksta iš sistemos neaptarnautas);

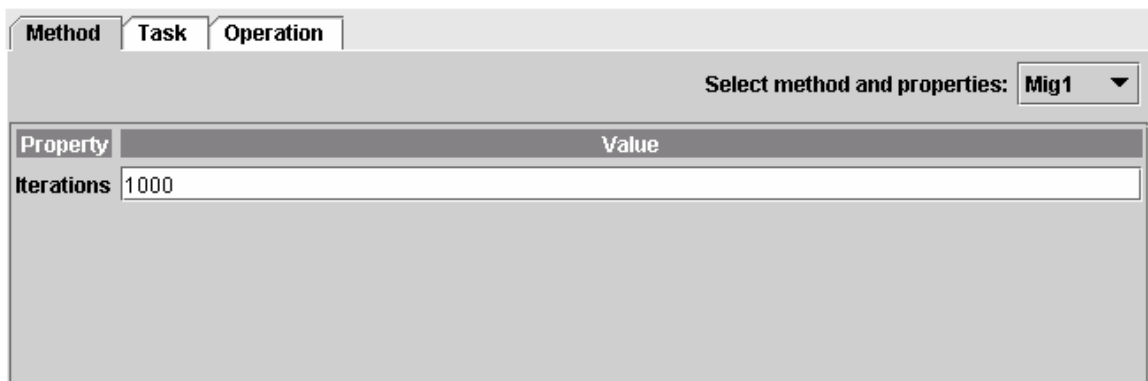
Sistemos būseną atnaujinama po kiekvieno įvykio. Sistemą apibūdina du vektoriai :

- Vektorius $\mathbf{n} = \mathbf{n}(\mathbf{t})$ su \mathbf{m} komponentų $\mathbf{n} = (\mathbf{n}_1, \dots, \mathbf{n}_\mathbf{m})$, kur $\mathbf{n}_i = \mathbf{n}_i(\mathbf{t})$ rodo klientų skaičių, laukiančių i -tojo paslaugų tiekėjo paslaugos.
- Vektorius $\mathbf{h} = \mathbf{h}(\mathbf{t})$ su \mathbf{m} komponentų $\mathbf{h} = (\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_\mathbf{m})$, kur $\mathbf{h}_i = \mathbf{y}_i + \gamma_i$, $\gamma_i = \mathbf{n}_i(\mathbf{t})/\mathbf{w}_i$ nurodo pilnas klientų išlaidas, \mathbf{y}_i yra pinigai už paslaugą ir γ_i yra laikas, sugaištas laukiant paslaugos.

6 Walraso konkurencinio modelio tyrimo eksperimentai

6.1 Realizuotas modelis

Pasinaudojus sistema GMJ ir pritaikius algoritmus, sudaryta programa Walraso modeliui tirti. Pasirenkamas metodas ir nustatomas iteracijų skaičius (6.1.1 pav.). Taip parenkamas duomenų kiekis. Kiekvienoje iteracijoje naudojamas skirtingas reikšmių rinkinys. Paprastai, naudojant didelį kiekį iteracijų, gaunamos optimalios Walraso pusiausvyros sąlygos.



The screenshot shows a software interface with three tabs: "Method", "Task", and "Operation". The "Method" tab is active. Below the tabs, there is a label "Select method and properties:" followed by a dropdown menu showing "Mig1". Below this, there is a table with two columns: "Property" and "Value". The table contains one row with "Iterations" in the "Property" column and "1000" in the "Value" column.

Property	Value
Iterations	1000

6.1.1 pav. Iteracijų skaičius

Nustatomi pradiniai algoritmo skaičiavimo parametrai (6.1.2 pav.). Būtent šie parametrai daro didžiausią įtaką algoritmo veikimui. Pagal juos galima tiksliai sumodeliuoti reikalingą tyrimui situaciją.

Property	Value		
B1 (1-st resource, total capacity)	10.0		
B2 (2-nd resource, total capacity)	10.0		
B11 1-st server reserve, B11 < B1)	3.0		
B22 2-nd server reserve, B22 < B2)	3.0		
B12 1-st server reserve, B12 < B2-B22)	2.0		
B21 2-nd server reserve, B21 < B1-B11)	2.0		
C0 (critical cost, when customer goes away)	40.0		
A (number of clients per time unit)	20.0		
M (number of conditional time units)	1.0		
Z01 (1-st server resources usefulness coefficient (value systems differ...))	1.0		
Z11 (1-st server resource x1 coefficient of usefulness)	0.1		
Z21 (1-st server resource x2 coefficient of usefulness)	0.1		
Z02 (2-nd server resources usefulness coefficient)	1.0		
Z12 (2-nd server resource x1 coefficient of usefulness)	0.1		
Z22 (2-nd server resource x2 coefficient of usefulness)	0.1		
Accuracy % (Accuracy for Equilibrium)	50.0		
Accuracy for Analyzer %	1.0		
Seed (0.0 means Real Monte Carlo)	0.0		
Dimension	Min	Default	Max
p1 (1-st server charges for 1-st resource) (x1)	1.0	30.5	60.0
p2 (2-nd server charges for 2-nd resource) (x2)	1.0	30.5	60.0
y1 (1-st server charge for the service) (x3)	5.0	32.5	60.0
y2 (2-nd server charge for the service) (x4)	5.0	32.5	60.0

6.1.2 pav. Algoritmo nustatymai

Algoritmas atlikdamas darbą duomenis pateikia vartotojui. Po daug iteracijų nusistovi geriausia pateiktiems duomenims reikšmė. $F(x)$ reikšmė parodo kiek pelno daugiau vienas paslaugų tiekėjas turės už kitą. Jeigu ši reikšmė pakankamai maža, reiškia algoritmas pateikta Walraso pusiausvyra yra maždaug vienodai naudinga abiem paslaugų tiekėjams.

Method	Task	Operation
Property		Value
Iteration		999
$F(x)$		9.881
$p1$	(1-st server charges for 1-st resource)	9.778
$p2$	(2-nd server charges for 2-nd resource)	4.005
$y1$	(1-st server charge for the service)	24.517
$y2$	(2-nd server charge for the service)	19.624

6.1.3 pav. Rezultatai

6.2 Parametrų aprašymas

Eksperimentams naudojamos programos pradiniai kintamieji :

Iteracijų skaičius – skaičius, kiek kartų turi būti bandoma atlikti skaičiavimus norint gauti optimalų sprendinį.

B1 – resursų, kuriuos turi pirmas paslaugų tiekėjas skaičius.

B2 - resursų, kuriuos turi antras paslaugų tiekėjas skaičius.

B11 – resursų pirmam paslaugų tiekėjui rezervas(jų negalima parduoti antram paslaugų tiekėjui)

B22 – resursų antram paslaugų tiekėjui rezervas(jų negalima parduoti pirmam paslaugų tiekėjui)

B12 – resursų kiekis, kurį pirmas paslaugų tiekėjas dovanoja antram paslaugų tiekėjui

B21 – resursų kiekis, kurį antras paslaugų tiekėjas dovanoja pirmam paslaugų tiekėjui

C0 – kritinė kaina, kai klientas palieka paslaugų tiekėją nepirkęs paslaugos

A – klientų skaičius per laiko vienetą

M – laiko vienetų skaičius

Z01 – pirmo paslaugų tiekėjo resurso naudingumo koeficientas

Z11 – pirmo paslaugų tiekėjo resurso naudingumo koeficientas pirmam paslaugų tiekėjui

Z21 – antro paslaugų tiekėjo resurso naudingumo koeficientas pirmam paslaugų tiekėjui

Z02 – antro paslaugų tiekėjo resurso naudingumo koeficientas

Z12 – pirmo paslaugų tiekėjo resurso naudingumo koeficientas antram paslaugų tiekėjui

Z22 – antro paslaugų tiekėjo resurso naudingumo koeficientas antram paslaugų tiekėjui

Accuracy for equilibrium – pusiausvyros ieškojimo tikslumas procentais

Accuracy for Analyzer – pusiausvyros analizės priemonių tikslumas procentais.

Seed – atsitiktinių skaičių generatoriui paduodama pradinė reikšmė.

P1 – pirmojo paslaugų tiekėjo resurso kainos kitimo intervalas

P2 – antrojo paslaugų tiekėjo resurso kainos kitimo intervalas
Y1 – pirmojo paslaugų tiekėjo paslaugos kainos kitimo intervalas
Y2 – antrojo paslaugų tiekėjo paslaugos kainos kitimo intervalas
Apt1 – pirmo paslaugų tiekėjo aptarnautų klientų skaičius
Apt2 – antro paslaugų tiekėjo aptarnautų klientų skaičius
U1 – pirmo paslaugų tiekėjo gautas pelnas
U2 – antro paslaugų tiekėjo gautas pelnas

6.3 Eksperimentai

Pagal realizuotą modelį buvo atlikta nemažai eksperimentų. Lentelėse 1, 2 ir 3 pateikiama dvidešimt eksperimentų. Pirmoji pusė jų padaryta naudojant Monte Carlo taškų parinkimo metodą. Antroji – Bayeso metodą.

Duomenys eksperimentams pateikiami 1 ir 2 lentelėse:

1 lentelė. Pradiniai duomenys paslaugų tiekėjams

Nr.	B1	B2	B11	B22	B12	B21	C0	A	M	Z01	Z11	Z21	Z02	Z12	Z22	Acc
1	10	10	3	3	2	2	40	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
2	10	10	3	3	2	2	40	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
3	10	10	3	3	2	2	40	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
4	100	10	30	3	2	2	40	110	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
5	100	10	3	3	2	2	40	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
6	10	10	3	3	2	2	40	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
7	10	10	3	3	2	2	40	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
8	10	10	3	3	2	2	40	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
9	10	10	3	3	2	2	40	50	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
10	10	10	3	3	2	2	40	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
11	10	10	3	7	2	2	40	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
12	10	10	3	3	2	2	40	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
13	10	10	3	3	2	2	40	5	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	25
14	10	10	1	1	2	2	10	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
15	10	10	3	3	2	2	100	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
16	10	10	3	7	2	2	55	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
17	10	10	3	3	2	2	40	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	25
18	10	10	3	3	6	2	40	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
19	6	6	3	3	2	2	40	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50
20	10	10	3	3	2	2	40	20	1	1	0,1	0,1	1	0,1	0,1	50

2 lentelē. pradinēs paslaugū tiekējū kainos

Nr.	P1min	P1max	P2min	P2max	Y1min	Y1max
1	1	60	1	60	5	60
2	1	60	1	60	5	60
3	1	60	1	60	5	60
4	1	60	1	60	5	60
5	1	60	1	60	5	60
6	1	1000	1	1000	5	60
7	1	7	1	60	5	60
8	1	60	1	60	5	60
9	1	60	1	60	5	60
10	1	60	1	60	5	60
11	1	60	1	60	5	60
12	1	10	1	10	5	20
13	1	60	1	60	5	60
14	1	60	1	60	5	60
15	1	80	1	80	5	90
16	1	60	1	60	5	60
17	1	60	1	5	5	60
18	1	60	1	60	5	60
19	1	60	1	60	5	60
20	1	8	1	8	5	60

Eksperimentų rezultatai pateikiami 3 lentelėje:

3 lentelė. Eksperimentų rezultatai

Nr.	Y1	Y2	P1	P2	X11	X22	X12	X22	U1	U2	Apt1	Apt2
1	32,50	25,64	13,40	33,35	5,50	8,00	4,50	2,00	260,98	171,64	7,00	8,00
2	24,11	35,47	33,15	23,54	8,00	8,00	2,00	2,00	241,12	141,88	10,00	4,00
3	19,93	22,10	27,97	23,50	8,00	8,00	2,00	2,00	199,31	176,82	10,00	8,00
4	35,83	32,48	22,26	30,53	64,00	8,00	36,00	2,00	2584,05	542,17	51,00	40,00
5	24,57	25,36	42,61	19,49	98,00	8,00	2,00	2,00	442,20	40,73	18,00	2,00
6	34,64	19,31	57,73	20,08	8,00	8,00	2,00	2,00	311,78	135,18	9,00	7,00
7	20,87	33,69	542,79	39,61	8,00	8,00	2,00	2,00	146,05	168,45	7,00	5,00
8	22,54	37,59	2,68	26,50	3,00	5,50	7,00	4,50	217,67	278,39	12,00	6,00
9	38,02	31,91	28,27	27,38	8,00	3,00	2,00	7,00	433,37	455,99	15,00	10,00
10	28,77	28,63	11,50	48,47	3,00	8,00	7,00	2,00	201,37	286,07	5,00	12,00
11	29,88	30,93	59,58	45,52	8,00	7,50	2,00	2,50	246,12	270,16	9,00	8,00
12	19,63	19,08	6,65	2,71	3,00	3,00	7,00	7,00	176,70	152,08	8,00	9,00
13	12,96	20,39	9,50	20,39	8,00	8,00	2,00	2,00	51,84	18,24	4,00	1,00
14	6,95	5,66	51,49	33,95	8,00	8,00	2,00	2,00	48,62	50,90	7,00	9,00
15	79,76	75,10	29,51	23,13	5,50	3,00	4,50	7,00	596,20	792,85	8,00	10,00
16	51,41	26,84	48,56	15,70	8,00	7,50	2,00	2,50	249,18	195,74	5,00	7,00
17	20,98	25,05	44,30	2,62	8,00	3,00	2,00	7,00	154,77	88,25	8,00	3,00
18	25,66	36,79	1,22	50,57	5,50	4,00	4,50	6,00	103,81	314,45	12,00	3,00
19	28,53	13,08	21,75	29,26	4,00	4,00	2,00	2,00	141,26	65,38	5,00	5,00
20	27,15	20,50	3,31	7,78	5,50	8,00	4,50	2,00	144,01	176,21	5,00	9,00

Įdomesnius eksperimentus panagrinėsime detaliau. Tam bus naudojami analizės priemonės WalrasProfit ir Wienerio filtravimas.

6.3.1 Eksperimentas Nr. 1

Šio eksperimento paslaugų tiekėjų parametrai ekvivalentiški. 6.3.1.1 paveikslėlyje pateikiamos pradinėjų parametru reikšmės:

Property	Value		
B1 (1-st resource, total capacity)	10.0		
B2 (2-nd resource, total capacity)	10.0		
B11 1-st server reserve, B11 < B1)	3.0		
B22 2-nd server reserve, B22 < B2)	3.0		
B12 1-st server reserve, B12 < B2-B22)	2.0		
B21 2-nd server reserve, B21 < B1-B11)	2.0		
C0 (critical cost, when customer goes away)	40.0		
A (number of clients per time unit)	20.0		
M (number of conditional time units)	1.0		
Z01 (1-st server resources usefulness coefficient (value systems differ...))	1.0		
Z11 (1-st server resource x1 coefficient of usefulness)	0.1		
Z21 (1-st server resource x2 coefficient of usefulness)	0.1		
Z02 (2-nd server resources usefulness coefficient)	1.0		
Z12 (2-nd server resource x1 coefficient of usefulness)	0.1		
Z22 (2-nd server resource x2 coefficient of usefulness)	0.1		
Accuracy % (Accuracy for Equilibrium)	50.0		
Accuracy for Analyzer %	1.0		
Seed (0.0 means Real Monte Carlo)	0.0		
Dimension	Min	Default	Max
p1 (1-st server charges for 1-st resource) (x1)	1.0	30.5	60.0
p2 (2-nd server charges for 2-nd resource) (x2)	1.0	30.5	60.0
y1 (1-st server charge for the service) (x3)	5.0	32.5	60.0
y2 (2-nd server charge for the service) (x4)	5.0	32.5	60.0

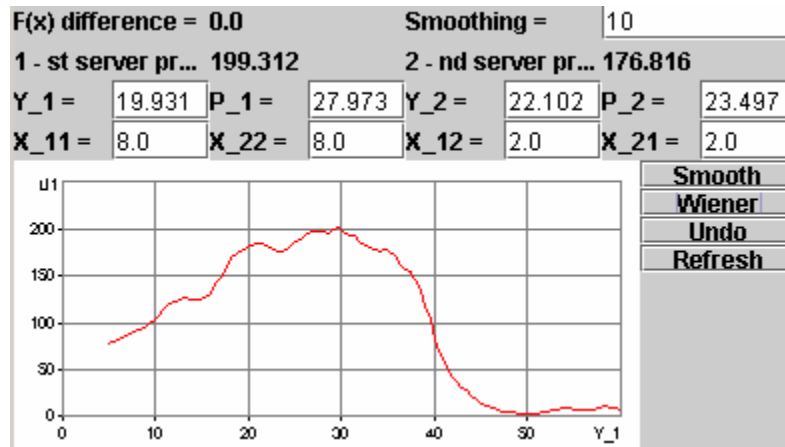
6.3.1.1 pav. Eksperimento Nr. 1 pradiniai duomenys

Optimalus rezultatas programos buvo pasiektas esant tokioms reikšmėms :

Y1	Y2	P1	P2	X11	X22	X12	X22	U1	U2	Apt1	Apt2
19,93	22,10	27,97	23,50	8,00	8,00	2,00	2,00	199,31	176,82	10,00	8,00

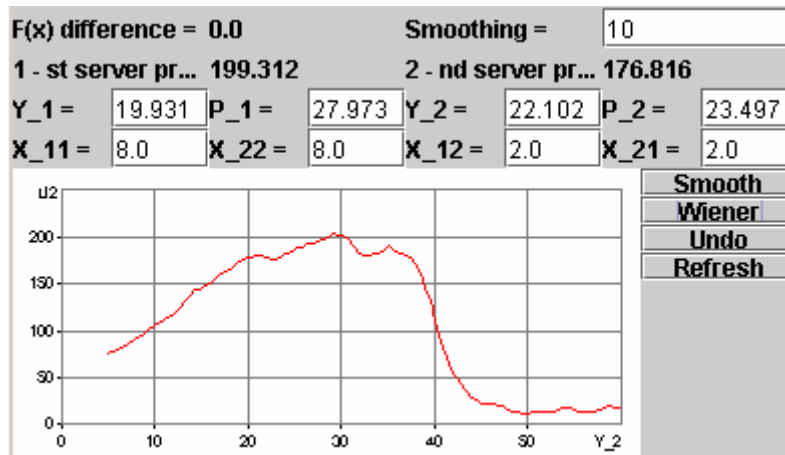
Naudojant WalrasProfit analizės priemones buvo gauti pelno priklausomybių nuo resursų ir paslaugų kainų grafikai. Kadangi klientų atėjimas yra atsitiktinis, tai gauti

rezultatai apdoroti Wienerio filtru. Pirmojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo paslaugų kainos kreivė pateikiama 6.3.1.2 paveikslėlyje.



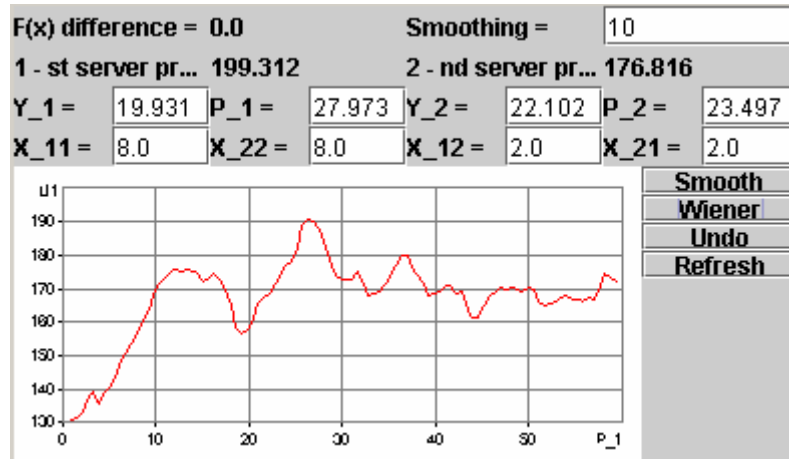
6.3.1.2 pav. Pirmojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal paslaugos kainą

Antrojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo paslaugų kainos kreivė 6.3.1.3 paveikslėlyje:



6.3.1.3 pav. Antrojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal paslaugos kainą

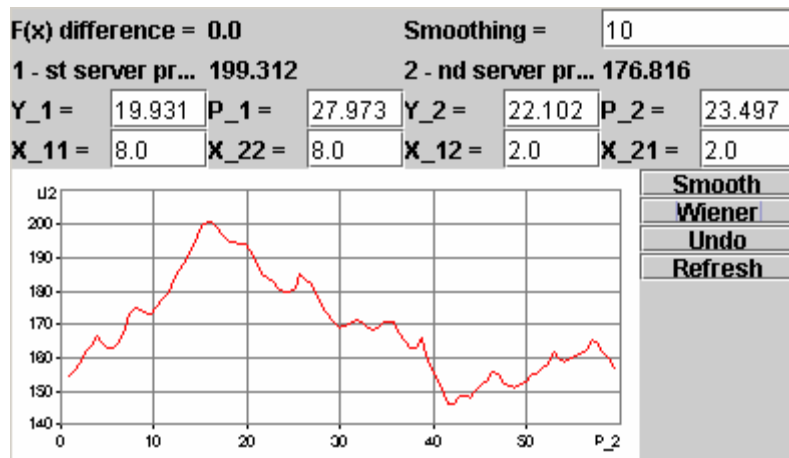
Pirmojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo jo resursų kainos kreivė pateikiama 5.3.1.4 paveikslėlyje :



6.3.1.4 pav. Pirmojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal resursų kainą

Antrojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo jo resursų kainos kreivė pateikiama

6.3.1.5 paveikslėlyje :



6.3.1.5 pav. Antrojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal resursų kainą

6.3.2 Eksperimentas Nr. 2

Šio eksperimento pirmojo paslaugų tiekėjo resursų kiekis 10 kartų didesnis nei antro paslaugų tiekėjo kiekis. 6.3.2.1 paveikslėlyje pateikiamos pradinėjų parametru reikšmės:

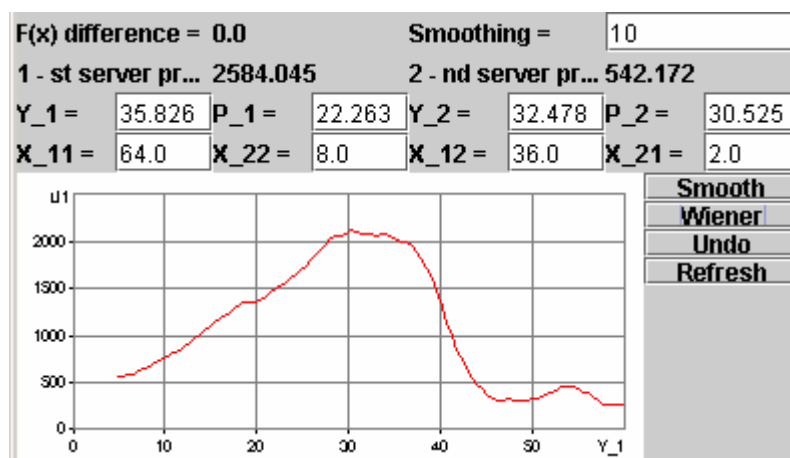
B1 (1-st resource, total capacity)	100
B2 (2-nd resource, total capacity)	10.0
B11 1-st server reserve, B11 < B1)	30
B22 2-nd server reserve, B22 < B2)	3.0
B12 1-st server reserve, B12 < B2-B22)	2.0
B21 2-nd server reserve, B21 < B1-B11)	2.0
C0 (critical cost, when customer goes away)	40.0
A (number of clients per time unit)	110
M (number of conditional time units)	1.0
Z01 (1-st server resources usefulness coefficient (value systems differ...))	1.0
Z11 (1-st server resource x1 coefficient of usefulness)	0.1
Z21 (1-st server resource x2 coefficient of usefulness)	0.1
Z02 (2-nd server resources usefulness coefficient)	1.0
Z12 (2-nd server resource x1 coefficient of usefulness)	0.1
Z22 (2-nd server resource x2 coefficient of usefulness)	0.1
Accuracy % (Accuracy for Equilibrium)	50.0
Accuracy for Analyzer %	1.0
Seed (0.0 means Real Monte Carlo)	0.0
Dimension	Min Default Max
p1 (1-st server charges for 1-st resource) (x1)	1.0 30.5 60.0
p2 (2-nd server charges for 2-nd resource) (x2)	1.0 30.5 60.0
y1 (1-st server charge for the service) (x3)	5.0 32.5 60.0
y2 (2-nd server charge for the service) (x4)	5.0 32.5 60.0

6.3.2.1 pav. Eksperimento Nr. 2 pradiniai duomenys

Optimalus rezultatas programos buvo pasiektas esant tokioms reikšmėms :

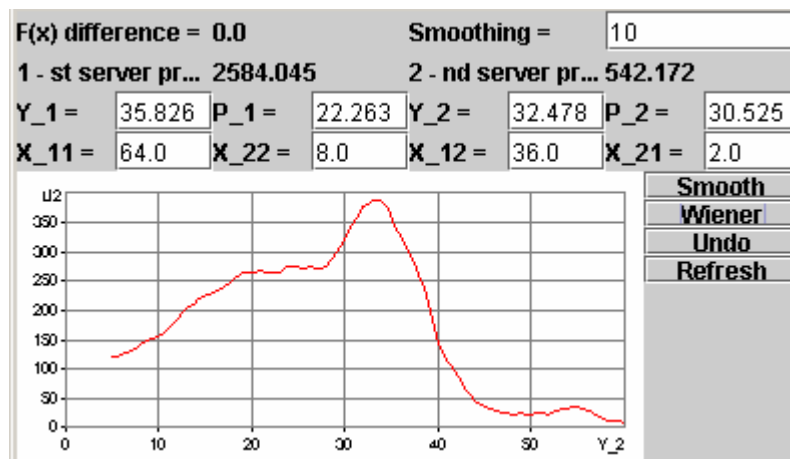
Y1	Y2	P1	P2	X11	X22	X12	X22	U1	U2	Apt1	Apt2
35,83	32,48	22,26	30,53	64,00	8,00	36,00	2,00	2584,05	542,17	51,00	40,00

Naudojant WalrasProfit analizės priemones buvo gauti pelno priklausomybių nuo resursų ir paslaugų kainų grafikai. Kadangi klientų atėjimas yra atsitiktinis, tai gauti rezultatai apdoroti Wienerio filtru. Pirmojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo paslaugų kainos kreivė pateikiama 6.3.2.2 paveikslėlyje.



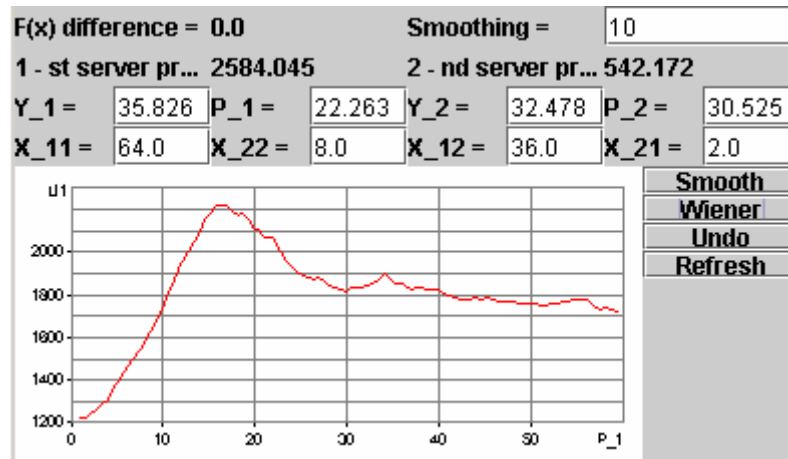
6.3.2.2 pav. Pirmojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal paslaugos kainą

Antrojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo paslaugų kainos kreivė 6.3.2.3 paveikslėlyje:



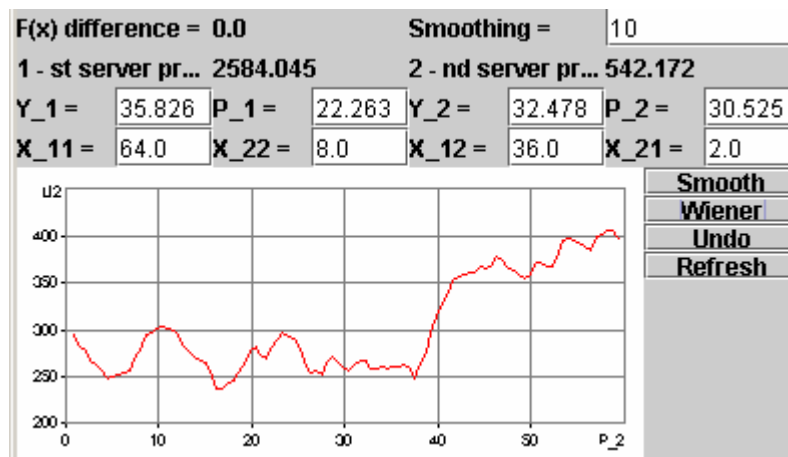
6.3.2.3 pav. Antrojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal paslaugos kainą

Pirmojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo jo resursų kainos kreivė pateikiama 6.3.2.4 paveikslėlyje :



6.3.2.4 pav. Pirmojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal resursų kainą

Antrojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo jo resursų kainos kreivė pateikiama 6.3.2.5 paveikslėlyje :



6.3.2.5 pav. Antrojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal resursų kainą

6.3.3 Eksperimentas Nr. 3

Šio eksperimento pirmojo paslaugų tiekėjo resursų kainos maksimumas yra 1000.

6.3.3.1 paveikslėlyje pateikiamos pradinių parametru reikšmės:

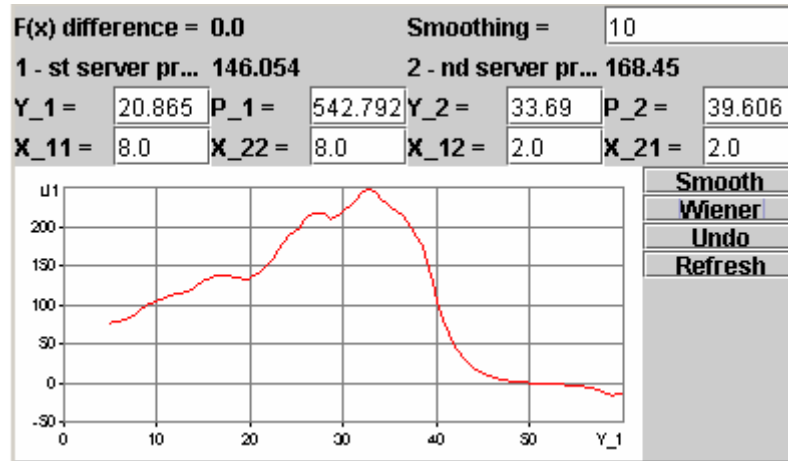
B1 (1-st resource, total capacity)	100
B2 (2-nd resource, total capacity)	10.0
B11 1-st server reserve, B11 < B1)	30
B22 2-nd server reserve, B22 < B2)	3.0
B12 1-st server reserve, B12 < B2-B22)	2.0
B21 2-nd server reserve, B21 < B1-B11)	2.0
C0 (critical cost, when customer goes away)	40.0
A (number of clients per time unit)	110
M (number of conditional time units)	1.0
Z01 (1-st server resources usefulness coefficient (value systems differ...))	1.0
Z11 (1-st server resource x1 coefficient of usefulness)	0.1
Z21 (1-st server resource x2 coefficient of usefulness)	0.1
Z02 (2-nd server resources usefulness coefficient)	1.0
Z12 (2-nd server resource x1 coefficient of usefulness)	0.1
Z22 (2-nd server resource x2 coefficient of usefulness)	0.1
Accuracy % (Accuracy for Equilibrium)	50.0
Accuracy for Analyzer %	1.0
Seed (0.0 means Real Monte Carlo)	0.0
Dimension	Min Default Max
p1 (1-st server charges for 1-st resource) (x1)	1.0 30.5 60.0
p2 (2-nd server charges for 2-nd resource) (x2)	1.0 30.5 60.0
y1 (1-st server charge for the service) (x3)	5.0 32.5 60.0
y2 (2-nd server charge for the service) (x4)	5.0 32.5 60.0

6.3.3.1 pav. Eksperimento Nr. 3 pradiniai duomenys

Optimalus rezultatas programos buvo pasiektas esant tokioms reikšmėms :

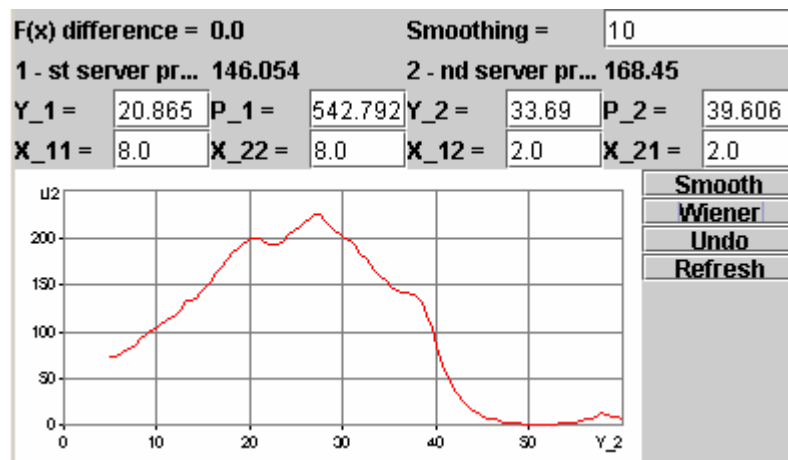
Y1	Y2	P1	P2	X11	X22	X12	X22	U1	U2	Apt1	Apt2
20,87	33,69	542,79	39,61	8,00	8,00	2,00	2,00	146,05	168,45	7,00	5,00

Naudojant WalrasProfit analizės priemones buvo gauti pelno priklausomybių nuo resursų ir paslaugų kainų grafikai. Kadangi klientų atėjimas yra atsitiktinis, tai gauti rezultatai apdoroti Wienerio filtru. Pirmojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo paslaugų kainos kreivė pateikiama 6.3.3.2 paveikslėlyje.



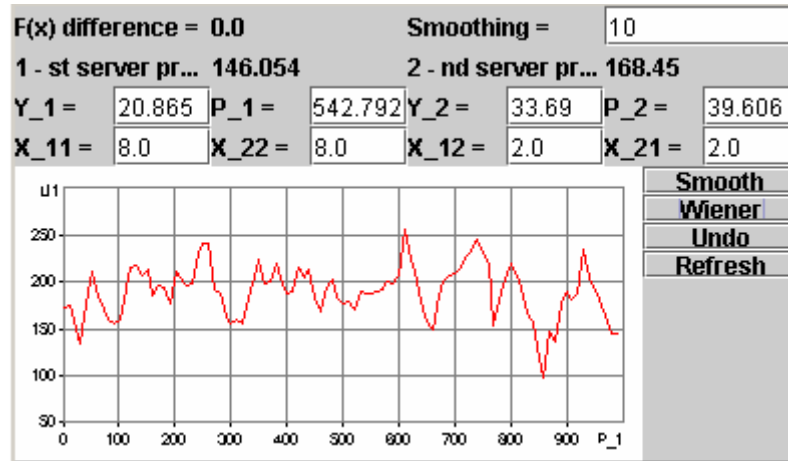
6.3.3.2 pav. Pirmojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal paslaugos kainą

Antrojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo paslaugų kainos kreivė
6.3.3.3 paveikslėlyje:



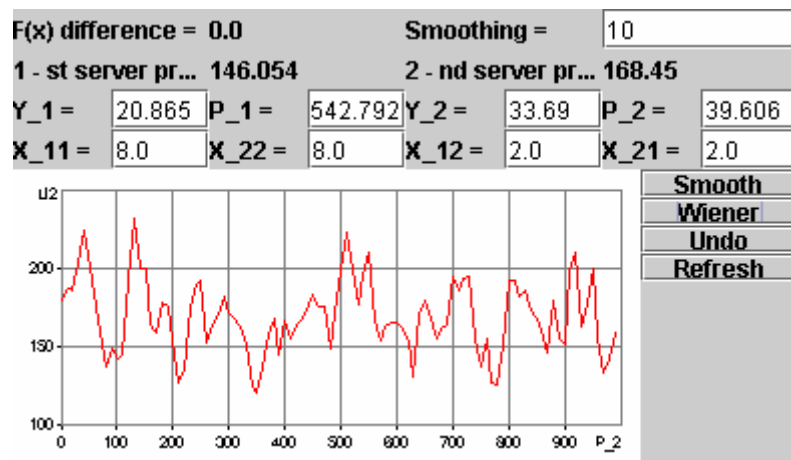
6.3.3.3 pav. Antrojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal paslaugos kainą

Pirmojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo jo resursų kainos kreivė
pateikiama 6.3.3.4 paveikslėlyje :



6.3.3.4 pav. Pirmojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal resursų kainą

Antrojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo jo resursų kainos kreivė pateikiama 6.3.3.5 paveikslėlyje :



6.3.3.5 pav. Antrojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal resursų kainą

6.3.4 Eksperimentas Nr. 4

Šio eksperimento pirmojo paslaugų tiekėjo resursų rezervas padidintas iki 7 todėl šis paslaugų tiekėjas beveik neparduoda resursų. 6.3.4.1 paveikslėlyje pateikiamos pradinių parametrų reikšmės:

B1 (1-st resource, total capacity)	10.0
B2 (2-nd resource, total capacity)	10.0
B11 1-st server reserve, B11 < B1)	3.0
B22 2-nd server reserve, B22 < B2)	7.0
B12 1-st server reserve, B12 < B2-B22)	2.0
B21 2-nd server reserve, B21 < B1-B11)	2.0
C0 (critical cost, when customer goes away)	40.0
A (number of clients per time unit)	20.0
M (number of conditional time units)	1.0
Z01 (1-st server resources usefulness coefficient (value systems differ...))	1.0
Z11 (1-st server resource x1 coefficient of usefulness)	0.1
Z21 (1-st server resource x2 coefficient of usefulness)	0.1
Z02 (2-nd server resources usefulness coefficient)	1.0
Z12 (2-nd server resource x1 coefficient of usefulness)	0.1
Z22 (2-nd server resource x2 coefficient of usefulness)	0.1
Accuracy % (Accuracy for Equilibrium)	50.0
Accuracy for Analyzer %	1.0
Seed (0.0 means Real Monte Carlo)	0.0
Dimension	Min Default Max
p1 (1-st server charges for 1-st resource) (x1)	1.0 30.5 60.0
p2 (2-nd server charges for 2-nd resource) (x2)	1.0 30.5 60.0
y1 (1-st server charge for the service) (x3)	5.0 32.5 60.0
y2 (2-nd server charge for the service) (x4)	5.0 32.5 60.0

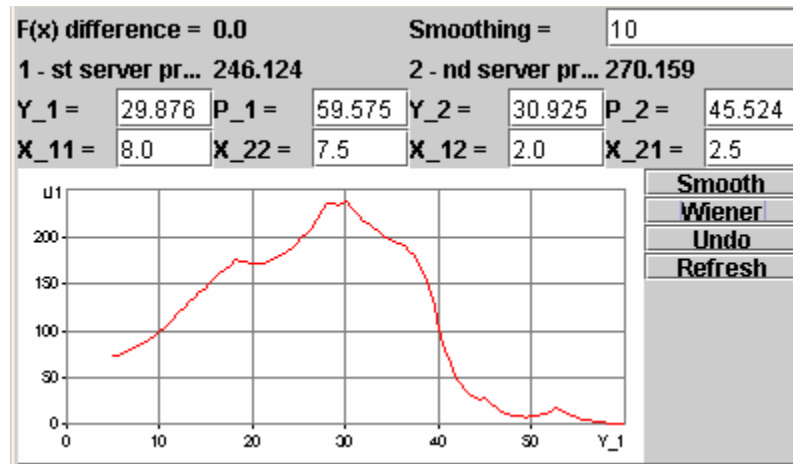
6.3.4.1 pav. Eksperimento Nr. 4 pradiniai duomenys

Optimalus rezultatas programos buvo pasiektas esant tokioms reikšmėms :

Y1	Y2	P1	P2	X11	X22	X12	X22	U1	U2	Apt1	Apt2
29,88	30,93	59,58	45,52	8,00	7,50	2,00	2,50	246,12	270,16	9,00	8,00

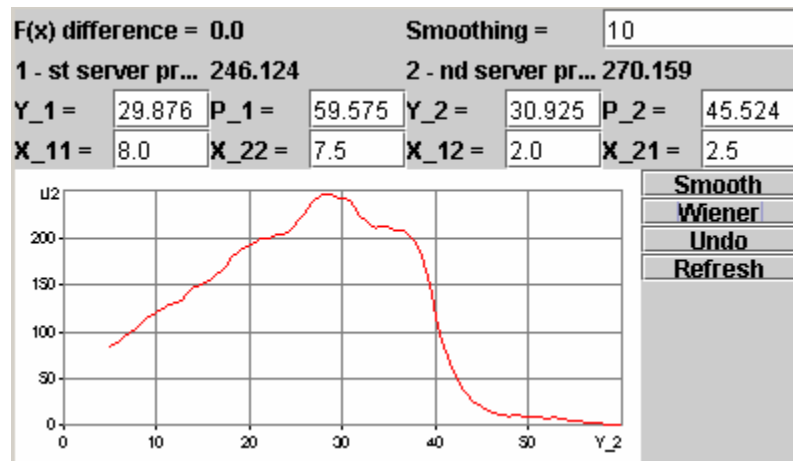
Naudojant WalrasProfit analizės priemones buvo gauti pelno priklausomybių nuo resursų ir paslaugų kainų grafikai. Kadangi klientų atėjimas yra atsitiktinis, tai gauti

rezultatai apdoroti Wienerio filtru. Pirmojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo paslaugų kainos kreivė pateikiama 6.3.3.2 paveikslėlyje.



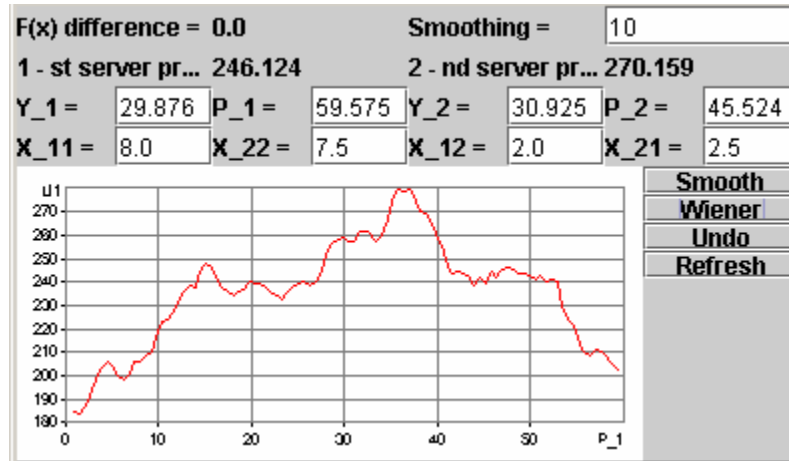
6.3.4.2 pav. Pirmojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal paslaugos kainą

Antrojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo paslaugų kainos kreivė 6.3.4.3 paveikslėlyje:



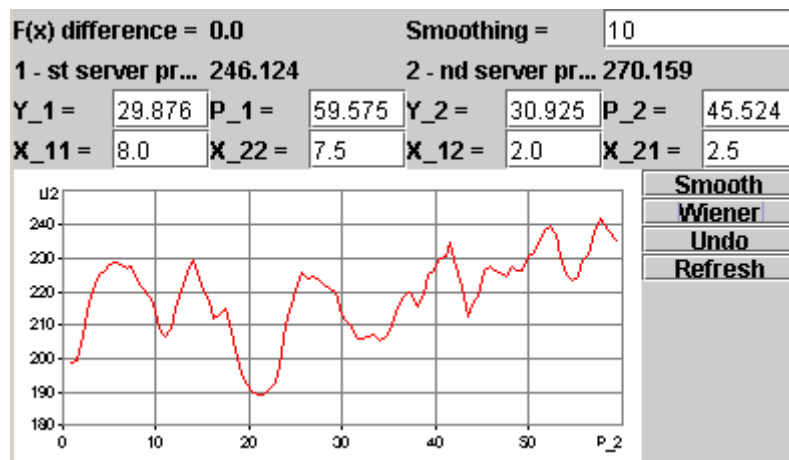
6.3.4.3 pav. Antrojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal paslaugos kainą

Pirmojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo jo resursų kainos kreivė pateikiama 6.3.4.4 paveikslėlyje :



6.3.4.4 pav. Pirmojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal resursų kainą

Antrojo paslaugų tiekėjo pelno priklausomybės nuo jo resursų kainos kreivė pateikiama 6.3.4.5 paveikslėlyje :



6.3.4.5 pav. Antrojo paslaugų tiekėjo pelnas pagal resursų kainą

7 Išvados

- Ištirtas Walraso konkurencinis modelis ir nustatyta, kad jo realizacija iš dalies atitinka realaus pasaulio rinkos dėsnius.
- Pastebėta, kad paslaugų tiekėjai linkę didinti tarpusavyje pardavinėjamų resursų kainas. Daugelio bandymų atveju optimali resursų kaina labai artima kritinei kainai, kai klientas palieka paslaugų tiekėją.
- Nagrinėjant optimalų tašką detaliau su WalrasProfit analizės priemonėmis keičiant po vieną parametą kitiems esant pastoviams, nustatyta, kad optimalūs taškai pagal grafiką atitinka sistemos paskaičiuotas optimalaus taško reikšmes.
- Nustatyta, kad šiam uždaviniui spręsti naudojamas Monte Carlo metodas konverguoja. 80 proc. bandymų užteko mažiau nei 1000 iteracijų sprendžiant uždavinį pagal Monte Carlo metodą.
- Sprendžiant uždavinį Bayeso metodu gauti tarpiniai rezultatai daug tikslesni nei gautieji Monte Carlo metodu. Realaus ir „sukčiavimo“ pelnų skirtumai vidutiniškai nuo 10 optimalaus varianto neviršija 3.
- Walraso modelis atspindi artimesnę realybei simuliaciją nei tyrinėtas Nešo modelis.
- Nešo modelio rezultatus gana lengva prognozuoti, jie priklauso nuo nedidelio faktorių skaičiaus. Walraso modelyje daugelio eksperimentų metu gauti labai įdomūs ir sudėtingi rezultatai leidžia kitaip pažvelgti į rinkos dėsnius.
- Modelio realizacija pritaikoma tiek informatikos mokslui – nagrinėja sudėtingo algoritmo optimizaciją, tiek ekonomikos mokslui – tai kol kas vienintelė žinoma nemokama klasikinio Walraso modelio realizacija internete, ją galima pritaikyti dėstant atitinkamas disciplinas.
- Lieka neaiškumų susijusių su resursų kainos įtaka paslaugų tiekėjo pelnui. Šiuo realizuotu atveju pelnas didėja didinant resurso kainą. Už labai mažą kainą visi resursai išperkami kito paslaugų tiekėjo, už didelę kainą jie lieka ir pelnas gaunamas aptarnavus klientus. Optimali resursų pardavimo kaina viršija lūkesčius. Pagal ekonomikos ir logikos dėsnius optimali kaina turėtų būti mažesnė ir labiau daryti įtaką pelnui.

8 Literatūra

- [1] Mockus J. A SET OF EXAMPLES OF GLOBAL AND DISCRETE OPTIMIZATION 2 Home Work for Graduate Students. p.161-182
- [2] Walker D. European Economic Review. ELSEVIER SCIENCE BV, 1993. p.1425-1446
- [3] Minelli E., Polemarchakis H. Proceedings of the national academy of sciences of the United States of America. NATL ACAD SCIENCES, 2000. p.5675-5678
- [4] Gale D. Review of Economic Studies. REVIEW OF ECONOMIC STUDIES LTD 1992. p.229-255
- [5] Bonnisseau J., Florig M.. Economic Theory. SPRINGER-VERLAG, 2003. p.727-741
- [6] A. Rolstadas. Control Engineering practice. PERGAMON-ELSEVIER SCIENCE LTD, OXFORD, 1995. 43-50 psl.