



**KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
MATEMATINĖS SISTEMOTYROS KATEDRA**

Šarūnė Žilinskaitė

**SODROS ĮVAIRIŲ FINANSINIŲ
MODELIŲ STATISTINĖ ANALIZĖ**

Magistro darbas

**Vadovas
doc. dr. V. Karpickaitė**

KAUNAS, 2011



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
MATEMATINĖS SISTEMOTYROS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas

prof. habil.dr. V.Pekarskas
2011 06 02

SODROS ĮVAIRIŲ FINANSINIŲ
MODELIŲ STATISTINĖ ANALIZĖ

Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas

Vadovas
doc. dr. V. Karpickaitė
2010 06 01

Recenzentas
doc.dr. J. Vencloviėnė
2010 06 01

Atliko
FMMM 9 gr. stud.
Š. Žilinskaitė
2010 05 30

KAUNAS, 2011

KVALIFIKACINĖ KOMISIJA

Pirmininkas: Leonas Saulis, profesorius (VGTU)

Sekretorius: Eimutis Valakevičius, docentas (KTU)

Nariai: Algimantas Jonas Aksomaitis, profesorius (KTU)

Vytautas Janilionis, docentas (KTU)

Vidmantas Povilas Pekarskas, profesorius (KTU)

Rimantas Rudzkis, habil. dr., vyriausiasis analitikas (DnB NORD Bankas)

Zenonas Navickas, profesorius (KTU)

Arūnas Barauskas, dr., vice-prezidentas projektams (UAB „Baltic Amadeus“)

Žilinskaitė Š. Sodra various financial models for the statistical analysis: Master's work in applied mathematics / supervisor dr. dr.V. Karpickaitė; Department of Mathematics Research in System, Faculty of Fundamental Sciences, Kaunas University of Technology. – Kaunas, 2011. – 63 p.

SUMMARY

One of the goals is to create working models that would predict the costs of income under the Social Insurance Fund, separate groups of pension costs in accordance with the number of maternity / parental benefits under the Social Insurance Fund and the number of insured earnings in accordance with the following variables: compulsory insurance policyholders' premiums, the insured payments, self-employed contributions, allocations from the Ministry of the state budget, other sources of income. Models set up by examining what relationship existed between the variables. Of identical, or can predict values for the selected variables, linear regression analysis or multiple regression analysis.

Further work is to predict old-age pensions in Lithuania according to two systems: points and virtual. In order to make forecasts based on a points system, is transformed by the current pension calculation formula. Estimate of pensions under a virtual system, whichever is the formula used in Germany. Retirement pension forecast made in accordance with these systems need to predict the insurable earnings, average earnings of the insured persons the average wage, the number of pensioners, the number of insured persons and the number of unemployed.

The comparison points to a virtual old-age pension systems, it was observed that the points system is useful for individuals who receive lower than average income and insured with the necessary experience. Individuals who experience greater than that needed, or receiving more than the average insured income benefits for a virtual system.

TURINYS

| | |
|---|-----|
| 1. BENDROJI DALIS..... | 18 |
| 1.1 TIESINĖ REGRESIJA..... | 18 |
| 1.2 DETERMINACIJOS IR KORELIACIJOS KOEFICIENTAI..... | 20 |
| 1.3 DAUGIALYPĖ TIESINĖ REGRESIJA..... | 21 |
| 1.4 DAUGIALYPĖS REGRESIJOS MODELIO PROBLEMOS IR KOREKTIŠKUMO TYRIMAS..... | 23 |
| 1.5 LAIKO EILUTĖS..... | 25 |
| 1.5.1 PAGRINDINĖS SĄVOKOS..... | 25 |
| 1.5.2 PROGNOZAVIMAS..... | 26 |
| 1.5.3 TRENDAS..... | 27 |
| 1.5.4 PAPERASTOJO EKSPONENTINIO GLODINIMO METODAS..... | 27 |
| 1.5.5 SEZONINIS EKSPONENTINIO GLODINIMO METODAS..... | 28 |
| 1.5.6.1 WINTERS ADITYVINIS METODAS..... | 29 |
| 1.6 SENATVĖS PENSIJŲ SISTEMOS..... | 30 |
| 1.6.1 LIETUVOS SENATVĖS PENSIJŲ FORMULĖ..... | 30 |
| 1.6.2 VOKIETIJOS SENATVĖS PENSIJŲ FORMULĖ..... | 31 |
| 2. TIRIAMOJI DALIS..... | 33 |
| 2.1. SODROS DUOMENŲ ANALIZĖ..... | 33 |
| 2.2. TIESINĖ REGRESINĖ ANALIZĖ..... | 36 |
| 2.3 DAUGIALYPĖ REGRESINĖ ANALIZĖ..... | 43 |
| 2.4 PROGNOZAVIMAS..... | 46 |
| 2.4.1.1 DRAUDŽIAMŲJŲ PAJAMŲ PROGNOZAVIMAS..... | 47 |
| 2.5 PENSIJŲ SISTEMŲ PALYGINIMAS..... | 59 |
| IŠVADOS..... | 62 |
| LITERATŪRA..... | 63 |
| 1 PRIEDAS. TIESINĖ REGRESINĖ ANALIZĖ..... | 64 |
| 2 PRIEDAS. PROGNOZAVIMAS..... | 76 |
| 3 PRIEDAS. TIESINĖS REGRESIJOS PROGRAMOS TEKSTAS..... | 132 |
| 4 PRIEDAS. DAUGIALYPĖS REGRESIJOS PROGRAMOS TEKSTAS..... | 133 |
| 5 PRIEDAS. DUOMENYS..... | 134 |

LENTELIŲ SĄRAŠAS

| | |
|---|----|
| 2.1 lentelė SODROS pajamų ir išlaidų regresinės analizės rezultatai..... | 36 |
| 2.2 lentelė SODROS pajamų ir išlaidų regresinės tiesės parametrai..... | 36 |
| 2.3 lentelė Spirmeno koreliacijos koeficientas..... | 37 |
| 2.4 lentelė SODROS pajamų ir išlaidų liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas..... | 37 |
| 2.5 lentelė SODROS pajamų ir išlaidų liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas..... | 37 |
| 2.6 lentelė Pensijų regresinės analizės rezultatai..... | 38 |
| 2.7 lentelė Pensijų regresinės tiesės parametrai..... | 38 |
| 2.8 lentelė Pensijų Spirmeno koreliacijos koeficientas..... | 39 |
| 2.9 lentelė Pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas..... | 39 |
| 2.10 lentelė Pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas..... | 39 |
| 2.11 lentelė Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų regresinės analizės rezultatai.... | 40 |
| 2.12 lentelė Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų transformuotų parametru regresinės analizės rezultatai..... | 40 |
| 2.13 lentelė Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų regresinės tiesės parametrai..... | 41 |
| 2.14 lentelė Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų Spirmeno koreliacijos koeficientas..... | 42 |
| 2.15 lentelė Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas..... | 42 |
| 2.16 lentelė Maitintojo netekimo pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas..... | 42 |
| 2.17 lentelė Sodros pajamų daugialypės regresinės tiesinės analizės parametrai..... | 43 |
| 2.18 lentelė Sodros pajamų daugialypės regresinės tiesinės analizės reikšmingi parametrai..... | 43 |
| 2.19 lentelė Sodros pajamų Pirsono koreliacijos koeficientai..... | 44 |
| 2.20 lentelė Sodros pajamų multikolinearumo tikrinimas..... | 45 |
| 2.21 lentelė Sodros pajamų daugialypės regresinės tiesinės analizės reikšmingi parametrai patikrinus multikolinearumo sąlygą..... | 45 |
| 2.22 lentelė Sodros pajamų daugialypės regresinės analizės rezultatai..... | 45 |
| 2.23 lentelė Sodros pajamų liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas..... | 46 |
| 2.24 lentelė Sodros pajamų liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas..... | 46 |
| 2.25 lentelė Draudžiamųjų pajamų tiesinio trendo parametru vertinimas..... | 47 |
| 2.26 lentelė Draudžiamųjų pajamų tiesinio trendo statistikų įverčiai..... | 48 |
| 2.27 lentelė Draudžiamųjų pajamų tikrųjų ir prognozuotų pagal tiesinį trendą reikšmių palyginimas..... | 48 |

| | |
|--|----|
| 2.28 lentelė Draudžiamųjų pajamų paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas..... | 49 |
| 2.29 lentelė Draudžiamųjų pajamų paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 50 |
| 2.30 lentelė Draudžiamųjų pajamų tikrųjų ir prognozuotų paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 50 |
| 2.31 lentelė Draudžiamųjų pajamų sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametru vertinimas..... | 51 |
| 2.32 lentelė Draudžiamųjų pajamų sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 52 |
| 2.33 lentelė Draudžiamųjų pajamų tikrųjų ir prognozuotų sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 52 |
| 2.34 lentelė Draudžiamųjų pajamų Winters adityvinio metodo parametru vertinimas..... | 53 |
| 2.35 lentelė Draudžiamųjų pajamų Winters adityvinio metodo statistikų įverčiai..... | 54 |
| 2.36 lentelė Draudžiamųjų pajamų tikrųjų ir prognozuotų Winters adityviniu metodu reikšmių palyginimas..... | 54 |
| 2.37 lentelė Draudžiamųjų pajamų logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas..... | 55 |
| 2.38 lentelė Draudžiamųjų pajamų logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 56 |
| 2.39 lentelė Draudžiamųjų pajamų tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 56 |
| 2.40 lentelė Draudžiamųjų pajamų logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametru vertinimas..... | 57 |
| 2.41 lentelė Draudžiamųjų pajamų logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 58 |
| 2.42 lentelė Draudžiamųjų pajamų tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 58 |
| 2.43 lentelė Draudžiamųjų pajamų prognozavimo metodų paklaidų palyginimas..... | 59 |
| 2.44 lentelė Senatvės pensijų prognozavimas pagal taškų ir virtualiąją sistemas..... | 60 |
| PRIEDAI | |
| 1.1 lentelė Senatvės pensijų regresinės analizės rezultatai..... | 64 |
| 1.2 lentelė Senatvės pensijų transformuotų parametru regresinės analizės rezultatai..... | 64 |
| 1.3 lentelė Senatvės pensijų regresinės tiesės parametrai..... | 65 |
| 1.4 lentelė Senatvės pensijų Spirmeno koreliacijos koeficientas..... | 66 |

| | |
|---|----|
| 1.5 lentelė Senatvės pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas..... | 66 |
| 1.6 lentelė Senatvės pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas..... | 66 |
| 1.7 lentelė Invalidumo pensijų regresinės analizės rezultatai..... | 66 |
| 1.8 lentelė Invalidumo pensijų regresinės tiesės parametrai..... | 67 |
| 1.9 lentelė Invalidumo pensijų Spirmeno koreliacijos koeficientas..... | 68 |
| 1.10 lentelė Invalidumo pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas..... | 68 |
| 1.11 lentelė Invalidumo pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas.. | 68 |
| 1.12 lentelė Maitintojo netekimo pensijų regresinės analizės rezultatai..... | 68 |
| 1.13 lentelė Maitintojo netekimo pensijų regresinės tiesės parametrai..... | 69 |
| 1.14 lentelė Maitintojo netekimo pensijų Spirmeno koreliacijos koeficientas..... | 70 |
| 1.15 lentelė Maitintojo netekimo pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas..... | 70 |
| 1.16 lentelė Maitintojo netekimo pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas..... | 70 |
| 1.17 lentelė Motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų regresinės analizės rezultatai..... | 70 |
| 1.18 lentelė Motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų regresinės tiesės parametrai..... | 71 |
| 1.19 lentelė Motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų Spirmeno koreliacijos koeficientas..... | 72 |
| 1.20 lentelė Motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas..... | 72 |
| 2.21 lentelė Motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas..... | 72 |
| 2.22 lentelė Motinystės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus regresinės analizės rezultatai..... | 73 |
| 2.23 lentelė Motinystės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus regresinės tiesės parametrai..... | 73 |
| 2.24 lentelė Motinystės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus Spirmeno koreliacijos koeficientas..... | 74 |
| 2.25 lentelė Motinystės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas..... | 74 |

| | |
|---|----|
| 2.26 lentelė Motinystės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas..... | 74 |
| 2.1 lentelė Pensininkų skaičiaus tiesinio trendo parametrų vertinimas..... | 76 |
| 2.2 lentelė Pensininkų skaičiaus tiesinio trendo statistikų įverčiai..... | 76 |
| 2.3 lentelė Pensininkų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų pagal tiesinį trendą reikšmių palyginimas..... | 77 |
| 2.4 lentelė Pensininkų skaičiaus paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas..... | 77 |
| 2.5 lentelė Pensininkų skaičiaus paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 78 |
| 2.6 lentelė Pensininkų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 79 |
| 2.7 lentelė Pensininkų skaičiaus sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametrų vertinimas..... | 79 |
| 2.8 lentelė Pensininkų skaičiaus sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 80 |
| 2.9 lentelė Pensininkų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 81 |
| 2.10 lentelė Pensininkų skaičiaus Winters adityvinio metodo parametrų vertinimas..... | 81 |
| 2.11 lentelė Pensininkų skaičiaus Winters adityvinio metodo statistikų įverčiai..... | 82 |
| 2.12 lentelė Pensininkų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų Winters adityviniu metodu reikšmių palyginimas..... | 83 |
| 2.13 lentelė Pensininkų skaičiaus logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas..... | 83 |
| 2.14 lentelė Pensininkų skaičiaus logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 84 |
| 2.15 lentelė Pensininkų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 85 |
| 2.16 lentelė Pensininkų skaičiaus logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametrų vertinimas..... | 85 |
| 2.17 lentelė Pensininkų skaičiaus logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 86 |
| 2.18 lentelė Pensininkų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 87 |
| 2.19 lentelė Pensininkų skaičiaus prognozavimo metodų paklaidų palyginimas..... | 87 |
| 2.20 lentelė Bedarbių skaičiaus tiesinio trendo parametrų vertinimas..... | 88 |

| | |
|---|----|
| 2.21 lentelė Bedarbių skaičiaus paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas..... | 88 |
| 2.22 lentelė Bedarbių skaičiaus paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai. | 89 |
| 2.23 lentelė Bedarbių skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 89 |
| 2.24 lentelė Bedarbių skaičiaus sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametrų vertinimas..... | 90 |
| 2.25 lentelė Bedarbių skaičiaus sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai... | 90 |
| 2.26 lentelė Bedarbių skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 91 |
| 2.27 lentelė Bedarbių skaičiaus Winters adityvinio metodo parametrų vertinimas..... | 91 |
| 2.28 lentelė Bedarbių skaičiaus Winters adityvinio metodo statistikų įverčiai..... | 92 |
| 2.29 lentelė Bedarbių skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų Winters adityviniu metodu reikšmių palyginimas..... | 93 |
| 2.30 lentelė Bedarbių skaičiaus logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas..... | 93 |
| 2.31 lentelė Bedarbių skaičiaus logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 94 |
| 2.32 lentelė Bedarbių skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 95 |
| 2.33 lentelė Bedarbių skaičiaus logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametrų vertinimas..... | 95 |
| 2.34 lentelė Bedarbių skaičiaus logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 96 |
| 2.35 lentelė Bedarbių skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 97 |
| 2.36 lentelė Bedarbių skaičiaus prognozavimo metodų paklaidų palyginimas..... | 97 |
| 2.37 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus tiesinio trendo parametrų vertinimas..... | 98 |
| 2.38 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas..... | 98 |
| 2.39 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 99 |
| 2.40 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 99 |

| | |
|---|-----|
| 2.41 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametru vertinimas..... | 100 |
| 2.42 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 100 |
| 2.43 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 101 |
| 2.44 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus Winters adityvinio metodo parametru vertinimas.. | 101 |
| 2.45 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus Winters adityvinio metodo statistikų įverčiai..... | 102 |
| 2.46 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų Winters adityviniu metodu reikšmių palyginimas..... | 103 |
| 2.47 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas..... | 103 |
| 2.48 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 104 |
| 2.49 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 105 |
| 2.50 lentelė Apdraustųjų skaičiaus logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametru vertinimas..... | 105 |
| 2.51 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 106 |
| 2.52 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 107 |
| 2.53 lentelė Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimo metodų paklaidų palyginimas..... | 107 |
| 2.54 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio tiesinio trendo parametru vertinimas..... | 108 |
| 2.55 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio tiesinio trendo statistikų įverčiai..... | 108 |
| 2.56 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų pagal tiesinį trendą reikšmių palyginimas..... | 109 |
| 2.57 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas..... | 109 |
| 2.58 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 110 |
| 2.59 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 111 |
| 2.60 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametru vertinimas..... | 111 |

| | |
|---|-----|
| 2.61 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 112 |
| 2.62 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 113 |
| 2.63 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio Winters adityvinio metodo parametrų vertinimas..... | 113 |
| 2.64 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio Winters adityvinio metodo statistikų įverčiai..... | 114 |
| 2.65 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų Winters adityviniu metodu reikšmių palyginimas..... | 115 |
| 2.66 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas..... | 115 |
| 2.67 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 116 |
| 2.68 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 117 |
| 2.69 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametrų vertinimas..... | 117 |
| 2.70 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 118 |
| 2.71 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 119 |
| 2.72 lentelė Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimo metodų paklaidų palyginimas..... | 119 |
| 2.73 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tiesinio trendo parametrų vertinimas..... | 120 |
| 2.74 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tiesinio trendo statistikų įverčiai..... | 121 |
| 2.75 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų pagal tiesinį trendą reikšmių palyginimas..... | 121 |
| 2.76 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas..... | 121 |
| 2.77 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 122 |
| 2.78 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 123 |
| 2.79 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametrų vertinimas..... | 123 |
| 2.80 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 124 |

| | |
|---|-----|
| 2.81 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 125 |
| 2.82 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio Winters adityvinio metodo parametų vertinimas..... | 125 |
| 2.83 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio Winters adityvinio metodo statistikų įverčiai..... | 126 |
| 2.84 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų Winters adityviniu metodu reikšmių palyginimas..... | 127 |
| 2.85 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas..... | 127 |
| 2.86 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 128 |
| 2.87 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 129 |
| 2.88 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametų vertinimas..... | 129 |
| 2.89 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai..... | 130 |
| 2.90 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas..... | 131 |
| 2.91 lentelė Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimo metodų paklaidų palyginimas..... | 131 |

PAVEIKSLĖLIŲ SĄRAŠAS

| | |
|--|----|
| 2.1 pav. Sodros pajamos ir išlaidos 2002 – 2009 metais..... | 33 |
| 2.2 pav. Valstybinio socialinio draudimo fondo grynasis einamųjų metų rezultatas 2002 – 2009 metais..... | 34 |
| 2.3 pav. Asignavimai iš Lietuvos Respublikos valstybės biudžeto 2002 – 2009 metais..... | 34 |
| 2.4 pav. Apdraustųjų ir mokamų pensijų skaičiaus santykio kitimas 1998 – 2009 metais..... | 35 |
| 2.5 pav. Bedarbių skaičius Lietuvoje 1993 – 2010 metais..... | 35 |
| 2.6 pav. SODROS pajamų ir išlaidų priklausomybės grafikas..... | 36 |
| 2.7 pav. SODROS pajamų ir išlaidų pasikliautinieji intervalai..... | 37 |
| 2.8 pav. Pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybės grafikas..... | 38 |
| 2.9 pav. Pensijų išlaidų ir skaičiaus pasikliautinieji intervalai..... | 39 |
| 2.10 pav. Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybės grafikas..... | 41 |
| 2.11 pav. Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų išlaidų ir skaičiaus pasikliautinieji intervalai..... | 41 |
| 2.12 pav. Draudžiamųjų pajamų prognozavimas pagal tiesinį trendą..... | 47 |
| 2.13 pav. Draudžiamųjų pajamų prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu..... | 49 |
| 2.14 pav. Draudžiamųjų pajamų prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu..... | 51 |
| 2.15 pav. Draudžiamųjų pajamų prognozavimas Winters adityviniu metodu..... | 53 |
| 2.16 pav. Draudžiamųjų pajamų prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu..... | 55 |
| 2.17 pav. Draudžiamųjų pajamų prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu..... | 57 |
| PRIEDAI | |
| 1.1 pav. Senatvės pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybės grafikas | 65 |
| 1.2 pav. Senatvės pensijų išlaidų ir skaičiaus pasikliautinieji intervalai..... | 65 |
| 1.3 pav. Invalidumo pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybės grafikas..... | 67 |
| 1.4 pav. Invalidumo pensijų išlaidų ir skaičiaus pasikliautinieji intervalai..... | 67 |
| 1.5 pav. Maitintojo netekimo pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybės grafikas..... | 69 |
| 1.6 pav. Maitintojo netekimo pensijų išlaidų ir skaičiaus pasikliautinieji intervalai..... | 69 |

| | |
|--|-----|
| 1.7 pav. Motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų priklausomybės grafikas..... | 71 |
| 1.8 pav. Motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų pasikliautinieji intervalai..... | 71 |
| 1.9 pav. Motinystės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus priklausomybės grafikas..... | 73 |
| 1.10 pav. Motinystės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus pasikliautinieji intervalai..... | 74 |
| 2.1 pav. Pensininkų skaičiaus prognozavimas pagal tiesinį trendą..... | 76 |
| 2.2 pav. Pensininkų skaičiaus prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu..... | 78 |
| 2.3 pav. Pensininkų skaičiaus prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu..... | 80 |
| 2.4 pav. Pensininkų skaičiaus prognozavimas Winters adityviniu metodu..... | 82 |
| 2.5 pav. Pensininkų skaičiaus prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu..... | 84 |
| 2.6 pav. Pensininkų skaičiaus prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu..... | 86 |
| 2.7 pav. Bedarbių skaičiaus prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu..... | 88 |
| 2.8 pav. Bedarbių skaičiaus prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu..... | 90 |
| 2.9 pav. Bedarbių skaičiaus prognozavimas Winters adityviniu metodu..... | 92 |
| 2.10 pav. Bedarbių skaičiaus prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu..... | 94 |
| 2.11 pav. Bedarbių skaičiaus prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu..... | 96 |
| 2.12 pav. Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu..... | 98 |
| 2.13 pav. Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu..... | 100 |
| 2.14 pav. Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas Winters adityviniu metodu..... | 102 |
| 2.15 pav. Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu..... | 104 |
| 2.16 pav. Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu..... | 106 |
| 2.17 pav. Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas pagal tiesinį trendą..... | 108 |
| 2.18 pav. Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu..... | 110 |
| 2.19 pav. Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu..... | 112 |

| | |
|--|-----|
| 2.20 pav. Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas Winters adityviniu metodu..... | 114 |
| 2.21 pav. Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu..... | 116 |
| 2.22 pav. Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu..... | 118 |
| 2.23 pav. Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas pagal tiesinį trendą..... | 120 |
| 2.24 pav. Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu..... | 122 |
| 2.25 pav. Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu..... | 124 |
| 2.26 pav. Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas Winters adityviniu metodu..... | 126 |
| 2.27 pav. Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu..... | 128 |
| 2.28 pav. Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu..... | 130 |

IVADAS

Vienas iš darbo tikslų yra sudaryti modelius, pagal kuriuos būtų galima prognozuoti Sodros pajamas pagal išlaidas, atskirų pensijų grupių išlaidas pagal jų skaičių, motinystės/tėvystės išmokas pagal apdraustųjų skaičių bei Sodros pajamas pagal šiuos kintamuosius: draudėjų privalomąsias draudimo įmokas, apdraustųjų įmokas, savarankiškai dirbančiųjų įmokas, asignavimus iš LR valstybės biudžeto, kitas pajamas.

Modeliai sudaromi tiriant, koks ryšys sieja kintamuosius. Nustatinėjama, ar galima prognozuoti dydžius pagal pasirinktus kintamuosius tiesinės regresinės analizės arba daugialypės regresinės analizės metodais.

Šių metų pradžioje LR premjeras užsiminė apie galimą Sodros reformą. 2011 m. gegužės 17 d. Seimas daugumos balsavimu patvirtino, kad bus vykdoma Sodros reforma senatvės pensijų skaičiavimo srityje. Iki šiol neaišku, kokia skaičiavimo sistema bus priimta: taškų ar virtualioji.

Taškų sistemą naudoja Latvija, Švedija, Lenkija, virtualiąją – Prancūzija, Vokietija.

Todėl kitas darbo tikslas yra prognozuoti senatvės pensijas Lietuvoje pagal dvi sistemas: taškų ir virtualiąją. Kad atlikti prognozes pagal taškų sistemą, yra transformuojama dabartinė pensijų skaičiavimo formulė. Prognozuojant pensijas pagal virtualiąją sistemą naudojama Vokietijos pensijų formulė.

Kad būtų galima prognozuoti senatvės pensijas pagal šias sistemas, pirmiausia reikia prognozuoti draudžiamąsias pajamas, vidutinį darbo užmokestį, apdraustųjų asmenų vidutinį darbo užmokestį, pensininkų skaičių, apdraustųjų asmenų skaičių ir bedarbių skaičių. Tyrime naudojami laiko eilučių metodai: tiesinis trendas, paprastasis eksponentinio glodinimo metodas, sezoninis eksponentinio glodinimo metodas, Winters adityvinis metodas, logaritminis paprastojo eksponentinio glodinimo metodas, logaritminis sezoninio eksponentinio glodinimo metodas.

2 BENDROJI DALIS

1.1 TIESINĖ REGRESIJA

Svarbiausias tiesinės regresinės analizės privalumas yra tai, kad parenkama kintamuosius siejanti funkcija (sudaromas modelis). Apytikslė kintamojo Y priklausomybė nuo X aprašoma lygtimi:

$$y = bx + c.$$

Šia lygtimi galima naudotis prognozuojant Y reikšmes. Parametras b parodo, keliais vienetais pasikeičia prognozuojama y reikšmė, vienetu padidėjus x reikšmei. Tokia lygtis apytiksliai atitinka tikrąją, kintamuosius X ir Y siejančią priklausomybę.

Kintamasis, kurio reikšmes norima prognozuoti, vadinamas *priklausomuoju kintamuoju*. Kintamasis, pagal kurio reikšmes norima prognozuoti kintamojo reikšmes, vadinamas *nepriklausomuoju kintamuoju*.

Tiesinės regresijos modelis.

Bendriausias tiesinis tikimybinis modelis, siejantis intervalinius kintamuosius Y ir X :

$$Y = a + bX + e;$$

a ir b – nežinomos konstantos, o e – atsitiktinė paklaida (dažniausiai matavimo).

Regresijos modelyje pabrėžiama Y priklausomybė nuo X , bet Y gali priklausyti ir nuo kitų neįvardintų kintamųjų.

Svarbu, kokias reikšmes gali įgyti Y , esant neatsitiktinėms X reikšmėms. Tuomet modelis, kai X įgyja x_i reikšmę atrodys taip:

$$Y_i = a + bx_i + e_i ;$$

čia x_i – neatsitiktinė fiksuota reikšmė, o e_i – atsitiktinė paklaida.

Pabrėžtina tai, kad rinkdamiesi regresijos modelį, tik pasirenkame priklausomybės tipą su nežinomais koeficientais a ir b . Tikrindami, ar modelis tinka, kartu randame ir šių koeficientų įverčius.

Modelio lygtis parodo, kodėl esant tai pačiai reikšmei x_i galima gauti skirtingas Y_i realizacijas y_i . Galimos realizacijos priklauso nuo atsitiktinės paklaidos. Paklaidos reikšmės yra laikomos atsitiktiniais nepriklausomais Gauso dydžiais:

$$e_i \sim N(0, \sigma^2);$$

čia e_i – nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, o dispersija σ^2 nežinoma. Taigi, galime išvardinti reikalavimus atsitiktiniams dydžiams, modeliuojantiems paklaidas e_i :

- e_i normaliai pasiskirstę atsitiktiniai dydžiai;
- visų e_i vidurkiai lygūs nuliui, t.y. $Ee_i = 0$;
- visų e_i dispersijos lygios, t.y. $De_i = \sigma^2$;
- visi e_i nepriklausomi.

Regresijos modelio savybės:

1. Paklaidų normalumas.
2. Vidurkių lygybė nuliui.
3. Dispersijų lygybė.
4. Paklaidų nepriklausomumas.

Regresijos tiesė.

Tarkime, kad duomenis sudaro kintamųjų poriniai stebėjimai $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, t.y. imtis yra dvimatė. Svarbu tai, kad tarp x_1, \dots, x_n gali būti ir sutampančių reikšmių, be to, jei $x_i = x_j$, tai dar nebūtinai $y_i = y_j$, t.y. vienodas x reikšmės nebūtinai atitiks vienodos y reikšmės.

Korelacijos koeficientas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\hat{q} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

Svarbu parametrų a ir b įverčius \hat{a} ir \hat{b} parinkti taip, kad funkcijos $\hat{y}(x) = \hat{a} + \hat{b}(x)$ reikšmės taškuose x_i kiek galima mažiau skirtųsi nuo y_i . Gautoji funkcija bus naudojama priklausomojo kintamojo reikšmėms prognozuoti. Kiekvieną x_i atitinka jo porinis stebėjimas y_i ir funkcijos reikšmė $\hat{y}(x_i) = \hat{a} + \hat{b}(x_i)$. Geriausiai tinkanti funkcija yra tokia, kurios skirtumai

$$\hat{e}(x_i) = y_i - \hat{y}(x_i), i = 1, 2, \dots, n,$$

mažiausi.

Taigi, įverčiai \hat{a} ir \hat{b} randami minimizuojant:

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2.$$

Sumą SSE minimizuoja:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i\right)/n}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2/n};$$

$$\hat{a} = \bar{y} + \hat{b}\bar{x}.$$

čia $\bar{y} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n}$, $\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$. Aprašytas funkcijos $\hat{y}(x)$ parametrų parinkimo metodas vadinamas

mažiausiųjų kvadratų metodu. Šiuo metodu gauti įverčiai yra nepaslinktieji ir turi mažiausias dispersijas. $\hat{y}(x) = \hat{a} + \hat{b}(x)$

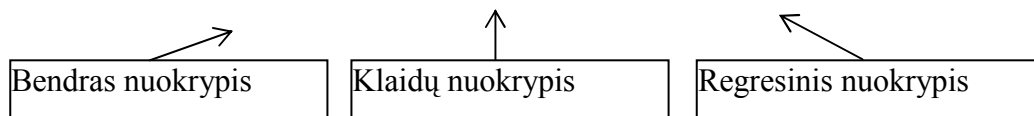
Lygtis $\hat{y}(x) = \hat{a} + \hat{b}(x)$, kurios koeficientai \hat{a} ir \hat{b} , vadinama *regresijos tiesės lygtimi*, $\hat{e}(x_i) = y_i - \hat{y}(x_i)$ vadinama *liekamąja paklaida*, $i = 1, 2, \dots, n$.

1.2 DETERMINACIJOS IR KORELIACIJOS KOEFICIENTAI

Turint regresinę kreivę kyla klausimas, ar ji gerai atitinka eksperimentinius duomenis. Vienas iš svarbiausių tinkamumo matų – determinacijos koeficientas.

Visą priklausomo kintamojo y nuokrypį nuo vidurkio \bar{y} galima išskaidyti į du nuokrypius

$$(y_i - \bar{y}) = (y_i - \hat{y}_i) + (\hat{y}_i - \bar{y}).$$



Klaidų nuokrypis išreiškia skirtumą tarp eksperimentinių priklausomo kintamojo reikšmių ir regresinės kreivės ordinatės reikšmių. Regresinis nuokrypis rodo skirtumus tarp regresinės kreivės ordinatės taškų ir bendro vidurkio. Kadangi nuokrypių nuo vidurkio sumos visada nulinės, nagrinėsime tų nuokrypių kvadratų sumas.

Determinacijos koeficientas žymimas r^2 ir apibrėžiamas santykiu:

$$r^2 = \frac{KSR}{KSB} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad 0 \leq r^2 \leq 1.$$

Kuo r^2 arčiau vieneto, tuo regresinė kreivė geriau tinka eksperimentiniams duomenims. Praktiškai taikant regresinę analizę, dažniausiai reikalaujama, kad $r^2 \geq 0.25$. Jeigu $r^2 < 0.25$ labai abejotina, ar tiesinės regresijos modelis tinka.

Tiesinės priklausomybės stiprumui tarp nagrinėjamų kintamųjų nustatyti naudojamas koreliacijos koeficientas. Jis žymimas r raide ir apibrėžiamas kaip kvadratinė šaknis iš determinacijos koeficiento r^2 , bei turi neigiamą reikšmę neigiamos regresijos atveju ir teigiamą – teigiamos regresijos atveju. Koreliacijos koeficientas įgyja reikšmes tarp -1 ir 1. Kuo arčiau -1 ar 1 yra r , tuo stipresnis koreliacinis ryšys sieja nagrinėjamus kintamuosius.

1.3 DAUGIALYPĖ TIESINĖ REGRESIJA

Daugialypės regresijos modelis – statistinis modelis, leidžiantis vieno kintamojo reikšmes prognozuoti pagal kitų kintamųjų reikšmes. Statistiniai metodai, skirti regresijos modeliui sudaryti, patikrinti ar jis tinkamas ir taikyti prognozėms, vadinami regresine analize.

Daugialypės regresijos modelį galime taikyti, kai nepriklausomų kintamųjų yra daugiau nei vienas. Tarkime, kad Y yra priklausomas kintamasis, kurio i – tają reikšmę Y_i norime prognozuoti esant nustatytoms nepriklausomų kintamųjų reikšmėms $X_1 = x_{1i}, \dots, X_k = x_{ki}$. Tada tiesinės regresijos modelis yra:

$$Y_i = a + b_1 \cdot x_{1i} + b_2 \cdot x_{2i} + \dots + b_k \cdot x_{ki} + e_i$$

Čia e_i yra atsitiktinė paklaida (atsitiktinis dydis). Modelio koeficientai a, b_1, b_2, \dots, b_k – nežinomi. Daugialypės regresinės analizės tikslas yra modelio koeficientų įverčių suradimas.

Vienas iš daugialypės tiesinės regresijos tikslų – priklausomojo kintamojo Y reikšmių prognozavimas. Paaiškinsime, kaip tai atliekama daugialypėje regresijoje. Tarsime, kad duomenis sudaro intervalinių kintamųjų rinkinio stebėjimai $(x_{11}, x_{21}, \dots, x_{k1}, y_1), (x_{12}, x_{22}, \dots, x_{k2}, y_2), \dots, (x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{kn}, y_n)$. Tikslas – rasti parametrų a, b_1, b_2, \dots, b_k tokius įverčius $\hat{a}, \hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_k$, kad funkcijos

$$\hat{y}(\vec{x}) = \hat{y}(x_1, x_2, \dots, x_k) = \hat{a} + \hat{b}_1 x_1 + \hat{b}_2 x_2 + \dots + \hat{b}_k x_k$$

reikšmės taškuose $(x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki})$ kiek galima mažiau skirtųsi nuo y_i , t.y. visi skirtumai (liekamosios paklaidos)

$$\hat{e}_i = y_i - \hat{y}(\vec{x}_i) = y_i - (\hat{a} + \hat{b}_1 x_{1i} + \hat{b}_2 x_{2i} + \dots + \hat{b}_k x_{ki})$$

$i = 1, 2, \dots, n$ būtų kiek galima mažesni.

Tokie parametrai randami mažiausių kvadratų metodu, t. y. parenkami taip, kad liekamųjų paklaidų kvadratų suma $SSE = \sum_1^n \hat{e}_i^2$ būtų mažiausia. Radę SSE minimizuojančius parametru įverčius $\hat{a}, \hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_k$ gauname regresijos funkciją.

Ieškant regresijos funkcijos mažiausių kvadratų metodu, reikia: apskaičiuoti $(k+1)$ dalinę SSE išvestinę pagal nežinomus parametrus, visas gautas išvestines prilyginti nuliui ir gautąją $(k+1)$ lygčių sistemą išspręsti.

Formulės gautų įverčių, dviejų nepriklausomų kintamųjų atveju:

$$\hat{b}_1 = \frac{U_{22} \cdot U_{1y} - U_{12} \cdot U_{2y}}{U_{11} \cdot U_{22} - U_{12}^2}, \quad \hat{b}_2 = \frac{U_{11} \cdot U_{2y} - U_{12} \cdot U_{1y}}{U_{11} \cdot U_{22} - U_{12}^2},$$

$$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}_1 \bar{x}_1 - \hat{b}_2 \bar{x}_2$$

$$U_{11} = \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 - n\bar{x}_1^2, \quad U_{12} = \sum_{i=1}^n x_{1i}x_{2i} - n\bar{x}_1\bar{x}_2, \quad U_{22} = \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 - n\bar{x}_2^2$$

$$U_{1y} = \sum_{i=1}^n x_{1i}y_i - n\bar{x}_1\bar{y}, \quad U_{2y} = \sum_{i=1}^n x_{2i}y_i - n\bar{x}_2\bar{y}$$

Paprasčiausias būdas įvertinti prognozių tikslumą – pasižiūrėti, ar stebimos priklausomojo kintamojo reikšmės labai skiriasi nuo tų, kurias gautume prognozei naudodami regresijos lygtį.

Kuo didesnė liekamoji paklaida \hat{e}_i , tuo labiau prognozuojama reikšmė $\hat{y}(\vec{x}_i)$ skiriasi nuo stebimos reikšmės y_i .

Vienas iš svarbiausių daugialypės regresijos modelio tinkamumo matų yra determinacijos koeficientas. Jis naudojamas norint įvertinti nepriklausomų kintamųjų įtaką Y įgyjamoms reikšmėms. Determinacijos koeficientas žymimas r^2 ir apibrėžiamas santykiu:

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}(x_i) - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

Determinacijos koeficientas $0 \leq r^2 \leq 1$. Kuo r^2 reikšmė didesnė, tuo regresinė kreivė geriau tinka eksperimentiniams duomenims, tuo daugiau informacijos apie Y reikšmes glūdi kintamuosiuose $X_1 = x_{1i}, \dots, X_k = x_{ki}$. Taigi tuo geriau tinka ir pasirinktas regresijos modelis. Tiesinis determinacijos

koeficientas reiškia, kad stebėjimai yra labiau koncentruoti apie mažiausiųjų kvadratų metodu gautą tiesę. Taikant regresinę analizę dažniausiai reikalaujama, kad $r^2 \geq 0,25$. Jeigu $r^2 < 0,25$, labai abejotina, ar tiesinės regresijos modelis tinka. Jeigu kintamųjų skaičius k nedaug skiriasi nuo stebėjimų skaičiaus n , tai vien todėl determinacijos koeficientas yra arti vieneto. Todėl į r^2 rekomenduojama atsižvelgti tik tada, kai k daug kartų mažesnis už n .

Kitais atvejais skaičiuojamas koreguotasis determinacijos koeficientas r_{adj}^2 . Jį skaičiuojant, atsižvelgiama ir į imties didumą, ir į nepriklausomų kintamųjų skaičių. Koreguotas determinacijos koeficientas r_{adj}^2 skaičiuojamas pagal formulę:

$$r_{adj}^2 = 1 - (1 - r^2) \cdot \frac{n - 1}{n - 2}$$

Kuo koreguotas determinacijos koeficientas didesnis, tuo geriau Y reikšmės aprašo regresijos modelyje esančių nepriklausomų kintamųjų elgesys.

Kvadratinė šaknis iš determinacijos koeficiento vadinama daugialypės koreliacijos koeficientu. Šis koeficientas parodo, kaip stipriai prognozuojamas kintamasis priklauso nuo visų nepriklausomų kintamųjų.

1.4 DAUGIALYPĖS REGRESIJOS MODELIO PROBLEMOS IR KOREKTIŠKUMO TYRIMAS

Apžvelgsime problemas, su kuriomis susiduriama atliekant regresinę analizę ir regresijos modelio korektiškumo tyrimo principus.

Multikolinearumas. Daugialypės regresijos modelis tinkamas prognozuoti tada, kai visi nepriklausomi kintamieji X_1, \dots, X_k tarpusavyje nekoreliuoja, o priklausomybė sieja tik juos ir Y . Kai tarp kintamųjų X_1, \dots, X_k yra stipriai koreliuojančių, susiduriame su multikolinearumo problema. Tokiu atveju regresijos funkcijos koeficientai gali tapti nestabilūs. Norint nustatyti, ar vektoriai multikolinearūs, skaičiuojamas dispersijos mažėjimo daugiklis VIF (*angl. Variance Inflation Factor*). Tarkime, kad r_j^2 yra regresijos modelio, kuriame X_j yra priklausomas kintamasis, o $X_1, \dots, X_{j-1}, X_{j+1}, \dots, X_n$ – nepriklausomi kintamieji, determinacijos koeficientas. Tada kintamojo X_j dispersijos mažėjimo daugiklis:

$$VIF = \frac{1}{1 - r_j^2}$$

Paprastai VIF interpretuojamas kaip dispersijos santykis su ta dispersija, kurią turėtų, jeigu X_j nekoreliuotų su likusiais X . Visuotinai priimtina taisyklė yra tokia:

Kintamasis yra „per daug multikolinearus“, jeigu $VIF > 4$.

Autokoreliacija. Kartais regresijos modelio liekamosios paklaidos būna priklausomos. Jei taip atsitinka, modelio rezultatai tampa nekorektiški: determinacijos koeficiento r^2 reikšmė yra didesnė už tikrąją, apskaičiuotų įverčių standartinės paklaidos gaunamos mažesnės, be to negalima tikrinti hipotezių t-Stjudento ir F kriterijaus pagalba.

Autokoreliaciją tikriname Durbino – Watsono kriterijumi. Regresijos modelio paklaidas sieja ryšys:

$$e_i = \rho \cdot e_{i-1} + z_i ;$$

čia $z_i \sim N(0, \sigma^2)$ ir z_1, z_2, \dots – nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai.

Paklaidos e_i nekoreliuoja, jei $\rho = 0$. Apskaičiuojame kriterijaus statistiką:

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (\hat{e}_i - \hat{e}_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \hat{e}_i^2}$$

$d \approx 2(1 - \rho)$, ρ kinta nuo -1 iki 1, taigi Durbino – Watsono statistika kinta nuo 0 iki 4. Kuo d arčiau 2, tuo mažiau tikėtina, kad autokoreliacija yra.

Išskirtys. Labai vienas nuo kito besiskiriantis stebėjimai gali radikaliai pakeisti regresijos tiesės parametrų įverčius. Tokių stebėjimų duomenys vadinami išskirtimis. Išskirtis nebūtinai iš esmės pakeičia parametrų įverčius. Ji gali atitikti tą pačią kintamųjų priklausomybę, kurią galima nustatyti ir iš likusių duomenų. Išskirtimi galima laikyti reikšmę, kuri nuo imties vidurkio nutolusi per du arba tris standartinius nuokrypius.

Ar išskirtis turi didelę įtaką regresijos lygties koeficientams, galima nustatyti atliekant regresinę analizę su išskirtimi ir be jos. Jei išskirtis beveik nepakeičia lygties koeficientų įverčių, tai galime ją palikti. Jeigu pakeičia – tuomet reikia vykdyti tolimesnę jos analizę [7].

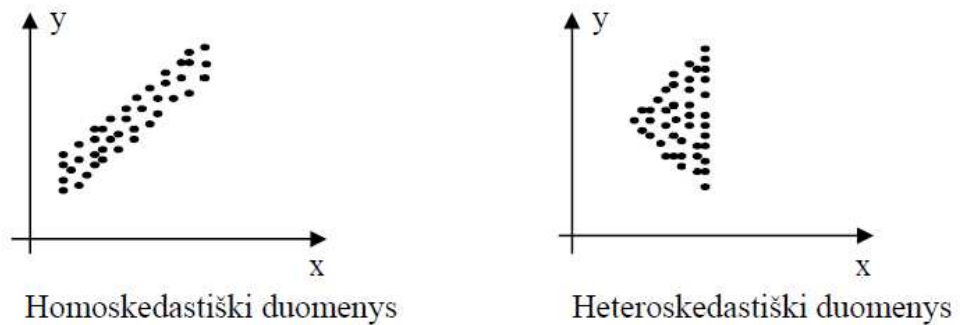
Statistinių programų pakete SAS regresinės analizės metodas yra taikomas korektiškai, kai išpildomi šie reikalavimai:

Liekamųjų paklaidų normalumas. Kadangi paklaidos yra normalieji atsitiktiniai dydžiai, tai su kiekviena fiksuota x_i reikšme kintamieji Y_i taip pat yra normalieji atsitiktiniai dydžiai. Regresinės analizės rezultatai pasikeičia, jeigu kintamųjų skirstiniai stipriai skiriasi nuo normaliųjų.

Visų paklaidų vidurkiai lygūs nuliui.

Dispersijų lygybė. Kai šis reikalavimas netenkinamas, susiduriame su heteroskedastiškumo

problema. Paveiksle matyti kaip atrodo homoskedastiški (dispersijos lygios) ir heteroskedastiški duomenys (dispersijos skirtingos).



Regresijos modelis jautrus šio reikalavimo pažeidimui. Skirtingos dispersijos gali iš esmės iškreipti prognozę.

Nepriklausomų ir priklausomojo kintamojo reikšmių grafikas sudaro 45^o tiesę su abscisių ašimi.

1.5 LAIKO EILUTĖS

1.5.1 PAGRINDINĖS SĄVOKOS

Visus procesus galima suskirstyti į *determinuotus*, kurių kitimą laiko bėgyje galima tiksliai aprašyti, ir *atsitiktinius*.

Tegul T yra skaičių seka arba intervalas. Visuma atsitiktinių dydžių $\{\xi_t, t \in T\}$, apibrėžtų vienoje tikimybinėje erdvėje (Ω, F, P) , vadinama *atsitiktiniu procesu*. Parametro t kitimo aibė T kartais vadinama indeksų aibe. Aibės T pavyzdžiai:

$$Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}, N = \{0, 1, 2, \dots\}, \{-\infty, \infty\}, [0, \infty).$$

Realiai dažniausiai stebima viena atsitiktinio proceso realizacija (trajektorija). Jeigu fiksuosime laiko momentus t_1 ir t_2 , gausime atsitiktinius dydžius ξ_1 ir ξ_2 , kurie vadinami *proceso pjūviais* arba tiesiog atsitiktinio proceso reikšmėmis laiko momentais t_1 ir t_2 .

Kai argumento reikšmė $t = t_1$ fiksuota, proceso pjūvis ξ_1 yra atsitiktinis dydis, kurio tikimybių skirstinį nusako pasiskirstymo funkcija:

$$F_{\xi_1}(x) = P(\xi_1 \leq x), x \in \mathfrak{R}.$$

Vienmatė pasiskirstymo funkcija nėra viso proceso charakteristika. Ji neatspindi ryšio tarp atskirų proceso pjūvių.

Atsitiktinis procesas, kurio $T \subset Z$, dažniausiai vadinamas *laiko eilute*. Gali būti atveju, kai t yra bet koks parametras. Tačiau tradiciškai atsitiktinių sekų stebėjimai siejami su laiku ir jos vadinamos laiko eilutėmis.

Atsitiktinių sekų analizėje labiausiai domina ne atskiras atsitiktinis dydis ξ_t , o jų sistema $\{\xi_t\}$, priklausanti nuo parametro t , kintančio tam tikrame intervale ar įgyjančio tam tikras reikšmes. Jei tiriama sekos elgsena laiko momentais $t=1,2,\dots,N$, reikia nagrinėti atsitiktinių dydžių $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$ daugiamatį skirstinį.

Pasiskirstymo funkcijų rinkinys

$$\{F_{t_1, \dots, t_k}(x_1, \dots, x_k), t_1, \dots, t_k \in T, k = 1, 2, \dots\}$$

vadinamas *procesu ξ daugiamatais skirstiniais*, jei $F_{t_1, \dots, t_k}(\cdot)$ yra atsitiktinių vektorių $(\xi_{t_1}, \dots, \xi_{t_k})$ pasiskirstymo funkcijos, t. y.

$$F_{t_1, \dots, t_k}(x_1, \dots, x_k) = P\{\xi_{t_1} < x_1, \dots, \xi_{t_k} < x_k\}.$$

Tik iš daugiamatės pasiskirstymo funkcijos bei jos charakteristikų galima spręsti apie tiriamosios sekos savybes. Praktiniuose uždaviniuose dažniausiai neturima tokios išsamios informacijos ir apsiribojama prielaidomis, daugiau ar mažiau adekvačiomis tikrovei.

Vienas pirmųjų darbų iš laiko eilučių yra Yule (1927) straipsnis, kuriame pirmą kartą buvo pasiūlytas autoregresijos modelis Saulės aktyvumo duomenims aprašyti. Darbai laiko eilučių srityje suaktyvėjo apie 1955 metus, pradėjus naudoti kompiuterius, o nuo 1970 metų tapo viena greičiausiai besiplėtojančių tyrimo sričių atsitiktinių procesų ir matematinės statistikos sankirtoje. Kompiuteriai atvėrė vis daugiau galimybių, buvo sukurta daug metodų, leidžiančių sukurti gerus statistinius modelius įvairiems duomenims.

1.5.2 PROGNOZAVIMAS

Statistinio modelio sukūrimas nagrinėjamiems duomenims nėra savitiksliis uždavinys. Kiekvienas modelis yra tam tikra tikrovės idealizacija, todėl galima modelį panaudoti sprendžiant tokius uždavinius:

1. Prognozuoti būsimas sekos reikšmes;
2. Modeliuoti daugiau panašių realizacijų;
3. Atkurti trūkstamas reikšmes stebėjimų sekoje;
4. Išgryninti stebėjimus, atmetant reikšmes, atsiradusias sekoje dėl pašalinio poveikio.

Prognozė suprantama kaip būsimų proceso reikšmių įvertinimas remiantis turimomis proceso reikšmėmis.

Tarkime, stebime atsitiktinį vektorių $X = (X_1, \dots, X_n)^T$. Atsitiktinio dydžio Y tiesinė prognozė:

$$\hat{Y} = a + b_1 X_1 + \dots + b_n X_n = a + b^T X$$

1.5.3 TRENDAS

Laiko eilučių trendas, išreiškiantis bendrą didėjimo ar mažėjimo tendenciją, dažniausiai yra surandamas naudojant mažiausiųjų kvadratų metodą ir regresinę analizę. Trendas yra nusakomas algebrine funkcija. Ji gali būti parinkta įvairiausių pavidalų.

Tiesinis trendas taikomas, kai matavimo gretimų reikšmių skirtumai (pirmieji skirtumai) yra artimi vienas kitam. Tiesinio trendo lygtis:

$$Y = b_0 + b_1 \cdot t.$$

Čia b_0 ir b_1 - nežinomieji trendo koeficientai, o trendo kintamasis laiko eilutėse reiškia sunumeruotus matavimo momentus. Nežinomieji trendo koeficientai nustatomi pagal formules:

$$b_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2},$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}.$$

Čia brūkšnelis virš kintamojo žymi jo vidurkį.

Parabolinis trendas (antros eilės) yra tinkamas, kai duomenų antrieji skirtumai vienas nuo kito ne daug skiriasi. Antrieji skirtumai yra gaunami atimant gretimas pirmųjų skirtumų reikšmes.

EkspONENTINIS trendas yra tinkamas, kai duomenys keičiasi beveik vienodu procentu.

1.5.4 PAPRASTOJO EKSPONENTINIO GLODINIMO METODAS

Paprastojo eksponentinio glodinimo metodas šiandien yra plačiausiai naudojama prognozavimo technika. Prognozuojama reikšmė yra apskaičiuojama pagal formulę:

$$\hat{y}_t = \alpha(y_{t-1} - \hat{y}_{t-1}) + \hat{y}_{t-1}$$

kur α ($0 \leq \alpha \leq 1$) vadinama glodinimo konstanta. Ji susijusi su slenkamųjų vidurkių metodo narių skaičiumi n apytiksliai tokia formule: $\alpha = \frac{2}{n+1}$. Todėl, kai α artimas vienetui, turime nedidelį duomenų glodinimą, o kai α mažas – gana smarkų glodinimą.

1.5.5 SEZONINIS EKSPONENTINIO GLODINIMO METODAS

Naudojamų rodiklių prognozavimui gali būti sudaromas neparametrinis laiko eilučių sezoninio eksponentinio glodinimo (ang. Seasonal Exponential Smoothing) modelis.

Jeigu laiko eilutės stebiniai yra nepriklausomi ir vienodai pasiskirstę, tuomet vidurkis dažniausiai geriausiai vertina kitą stebimą reikšmę, bent jau tokiems kriterijams kaip mažiausių kvadratų ar didžiausio tikėtimumo. Vidurkis yra tik paskutinių dydžių svertinis vidurkis, kur kiekvienam dydžiui suteiktas svoris – daugiklio $1/n$. Jeigu vidurkio modelis μ yra naudojamas būsimų dydžių prognozei, taikomas modelis yra:

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t,$$

kur paklaidos narys ε_t pasiskirstęs pagal normalųjį skirstinį su nuliniu vidurkiu ir sklaida σ^2 . Į žingsnio per vieną laiko momentą modelį galima žiūrėti kaip į eksponentinio glodinimo modelį.

Žingsnio per vieną laiko momentą modelio lygtis:

$$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Eksponentinio glodinimo modelio formulavimas prasideda begaline praeitimi, taikomas svertinis vidurkis su svoriu, kuris eksponentiškai artėja į nulį. Svoriai yra kontroliuojami vienintelio parametro ω . Jeigu duomenys yra iki laiko t , tuomet kitas laiko momentas yra:

$$\hat{Y}_{t+1} = \omega Y_t + \omega(1-\omega)Y_{t-1} + \omega(1-\omega)^2 Y_{t-2} + \dots$$

Iškeliam daugiklį $(1-\omega)$ nuo kito nario iki begalybės:

$$\hat{Y}_{t+1} = \omega Y_t + (1-\omega)[\omega Y_{t-1} + \omega(1-\omega)Y_{t-2} + \dots].$$

Prognozės skaičiavimai yra paremti prognozės lygtimi:

$$\hat{Y}_{t+1} = \omega Y_t + (1-\omega)\hat{Y}_t.$$

Skaičiavimai atspindi faktą, jog tikrasis svertinis vidurkis nėra suskaičiuotas naudojant visas praeities reikšmes, kadangi ekvivalentus rekursijos sąryšis reikalauja tik vieno praeities dydžio ir vienos praeities prognozės.

Eksponentinio glodinimo modelių paskutinių stebinių pusiausvyros koeficientas didesnis negu tolimos praeities stebinių. Tačiau sezoninės laiko eilutės dažnai turi stiprias autokoreliacijas kas

pratešia palyginti toli į praeitį ir tokiu atveju paprasti eksponentinio glodinimo modeliai nenaudoja sezoniniškumo informacijos. Sprendimas yra prie modelio pridėti sezonines komponentes.

Sezoninio eksponentinio glodinimo metodas neturi ilgalaikės tendencijos – trendo komponentės:

$$Y_t = \mu_t + s_p(t) + \varepsilon_t.$$

Funkcija $s_p(t)$ susieja laiką t su vienu iš p sezoninių daugiklių. Įprastinėje regresijos struktūroje, dydis $s_p(v)$ yra toks pats kaip $s_p(v + p)$, tuomet kai nuolydis ir atkarpų tiesinės dedamosios yra konstantos.

Įprasto sezoninio glodinimo modelio lygčių sudarymas iliustruoja lygčių taikymą kur naudojami du glodinimo svoriai:

$$\hat{Y}_{t+k} = L_t + S_{t-p+k},$$

čia $L_t = \omega(Y_t - S_{t-p}) + (1 - \omega)L_{t-1}$ yra lygmens komponentė su lygmens glodinimo svoriu ω , ir $S_t = \delta(Y_t - L_t) + (1 - \delta)S_{t-p}$ yra sezoninė komponentė su sezoninio glodinimo svoriu δ . Bendrai, pradžioje dydžiai yra gaunami prognozuojant praeitį t.y. prognozuojant eilutes atvirkštine tvarka naudojant parinktą modelį [5 p. 139 – 162].

1.5.6 WINTERS ADITYVINIS METODAS

Tiriamų rodiklių prognozavimui taip pat gali būti sudaromas neparametrinis Winters adityvinis (ang. Winters additive) laiko eilučių modelis.

Winters adityvinis metodas susieja tiesinio trendo modelį su sezoninėmis komponentėmis:

$$Y_t = \mu_t + \beta_t t + s_p(t) + \varepsilon_t,$$

čia μ_t apibūdina laike kintamą vidurkio narį, β_t apibūdina laike kintamą nuolydį, $s_p(t)$ apibūdina kintamą sezoninę įtaką vienam iš p sezonų, ir ε_t yra atsitiktiniai nuokrypiai.

Kiekvienu laiko momentu t , glodinimo modeliai skirtingus įvairius laike besikeičiančius komponentus. Pradžioje, taikant glodinimą, kiekvienam stebiniui skaičiuojami jų įverčiai naudojant glodinimo lygtis. Priklausomai nuo glodinimo modelio, glodinimo būseną laiko momentu t susideda iš: L_t glodinimo lygmens, kuris įvertina μ_t , T_t glodinimo trendo, kuris įvertina β_t , S_{t-j} , $j = 1, \dots, p$,

sezoninių daugiklių, kurie įvertina $s_p(t)$. Šiame metode naudojamas lygčių atnaujinimas panašiai kaip ir eksponentinio glodinimo metode:

$$L_t = \omega(Y_t - S_{t-p}) + (1 - \omega)(L_{t-1} + T_{t-1}),$$

$$T_t = \gamma(L_t - L_{t-1}) + (1 - \gamma)T_{t-1},$$

$$S_t = \delta(Y_t - L_t) + (1 - \delta)S_{t-p},$$

čia ω yra lygmės glodinimo svoris, γ yra trendo glodinimo svoris, ir δ yra sezoninio glodinimo svoris.

Prognozavimo per k žingsnių lygtis yra:

$$\hat{Y}_{t+k} = L_t + kT_t + S_{t-p+k}.$$

1.6 SENATVĖS PENSIJŲ SISTEMOS

1.6.1 LIETUVOS SENATVĖS PENSIJŲ FORMULĖ

Senatvės pensija apskaičiuojama pagal šią formulę:

$$P = B + 0,005 \cdot s \cdot k \cdot D + 0,005 \cdot S \cdot K \cdot D + G$$

B - pagrindinė dalis. Ji lygi 120 proc. socialinio draudimo bazinės pensijos, jeigu asmuo turi būtinajį (30 metų) socialinio pensijų draudimo stažą.

s - stažas, įgytas dirbant pagal darbo sutartį, narystės ar tarnybos pagrindu iki 1993 m. gruodžio 31 d.;

k - asmens draudžiamųjų pajamų koeficientas, t.y. per 5 paeiliui einančius palankiausius metus iš laikotarpio nuo 1984 m. sausio 1 d. iki 1993 m. gruodžio 31 d. turėto uždarbio santykis su tų pačių metų vidutiniu uždarbiu Lietuvoje;

S - stažas, įgytas po 1994 m. sausio 1 d. dirbant pagal darbo sutartį, narystės ar tarnybos pagrindu;

K - asmens draudžiamųjų pajamų koeficientas, apskaičiuotas pagal draudžiamąsias pajamas, turėtas nuo 1994 m. sausio 1 d.;

D - Vyriausybės patvirtintos einamųjų metų draudžiamosios pajamos, galiojančios tą mėnesį, už kurį mokama pensija.

G - priedas už stažo metus, skiriamas ir mokamas asmenims, įgijusiems didesnę nei 30 metų pensijų draudimo stažą. Už kiekvienus pilnus stažo metus, viršijančius 30 metų, mokama 3 procentai bazinės pensijos.

Dabartinė formulė lengvai transformuojama į taškų sistemą:

Sandauga $S \cdot K$ tampa taškų suma $S \cdot K = (k_1 + k_2 + \dots + k_s)$.

Laikysime, kad S – stažas, nepriklausantis nuo laiko, kada jis įgytas, K – asmens draudžiamųjų pajamų koeficientas, apskaičiuojamas nepriklausomai nuo draudžiamųjų pajamų turėjimo laikotarpio.

Sandauga $0,005 \cdot D$ tampa vieno taško verte.

Pagrindinės dalies (B) ir priedo už stažo metus (G) nekeičiame.

2009 m. Lietuvoje vidutinis darbo užmokestis buvo 2052 Lt, būtinasis socialinio pensijų draudimo stažas 30 metų.

1.6.2 VOKIETIJOS SENATVĖS PENSIJŲ FORMULĖ

Senatvės pensijos priklauso nuo įmokų, kurias moka apdraustasis. Jos mokamos pagal apdraustojo pajamas. Taip pat senatvės pensijos priklauso nuo nemokumo laikotarpių (pvz., nedarbo, motinystės/tėvystės atostogų) ir pensinio amžiaus. Senatvės pensija apskaičiuojama pagal šią formulę:

$$B_{t,i} = EP_i \cdot AA_i \cdot PV_{t-1} \cdot \frac{ANW_{t-1}}{ANW_{t-2}} \cdot \left(1 - \frac{PQ_{t-1}}{PQ_{t-2}}\right)$$

$B_{t,i}$ – pensiniko i pensija metais t ;

EP_i – pensininko i iki pensijos sukaupta taškų suma;

AA_i - aktuarinės korekcijos daugiklis, priklausantis nuo pensininko i išėjimo į pensiją meto;

PV_{t-1} – pensijų vertės koeficientas, nustatomas valstybės, $t-1$ laikotarpiu;

ANW – vidutinis šalies darbo užmokestis;

$$PQ = \frac{\text{pensininkų skaičius}}{\text{apdraustųjų skaičius} \cdot \text{bedarbių skaičius}}$$

Pensininko taškų suma (EP_i)

Darbo užmokesčio balai nustatomi asmenims, kurie moka įmokas, kas vienerių metų laikotarpį. Jei per vienerius metus asmuo uždirba vidutines pajamas, lygias visų apdraustųjų asmenų vidutinėms pajamoms, jis gauna vieną tašką. Jei jis uždirba pusę vidutinių pajamų - gauna pusę taško, jei gauna dvigubai didesnes pajamas už vidutines - turi du taškus tais metais.

Aktuarinės korekcijos daugiklis (AA_i)

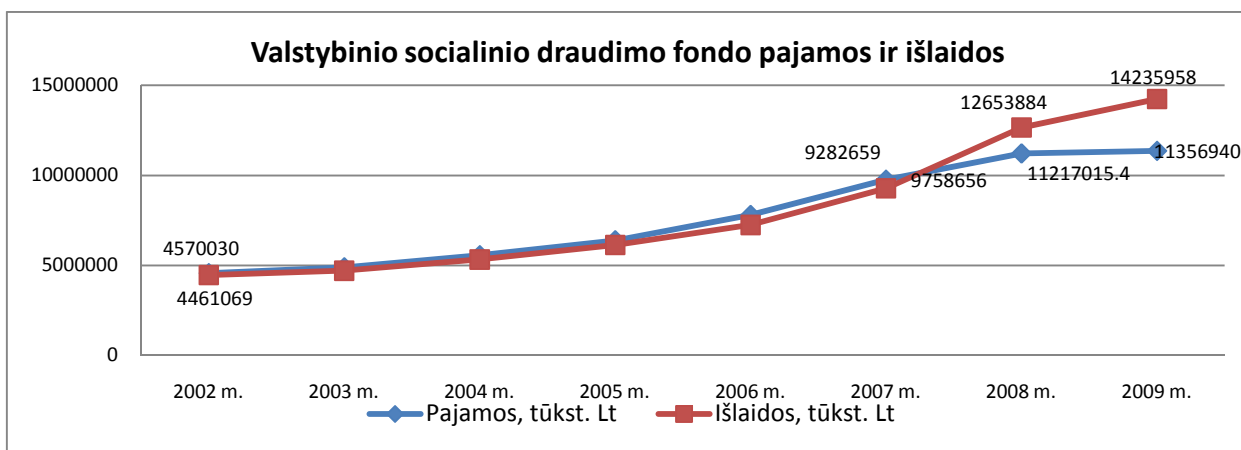
Jei apdraustasis asmuo išeina į pensiją valstybės nustatytu laiku, tuomet $AA_i = 1$. Jei jis išeina anksčiau, aktuarinės korekcijos daugiklis mažinamas 0,003 už kiekvieną kalendorinį mėnesį, jei vėliau – daugiklis didinamas 0,005 už kiekvieną kalendorinį mėnesį.

2. TIRIAMOJI DALIS

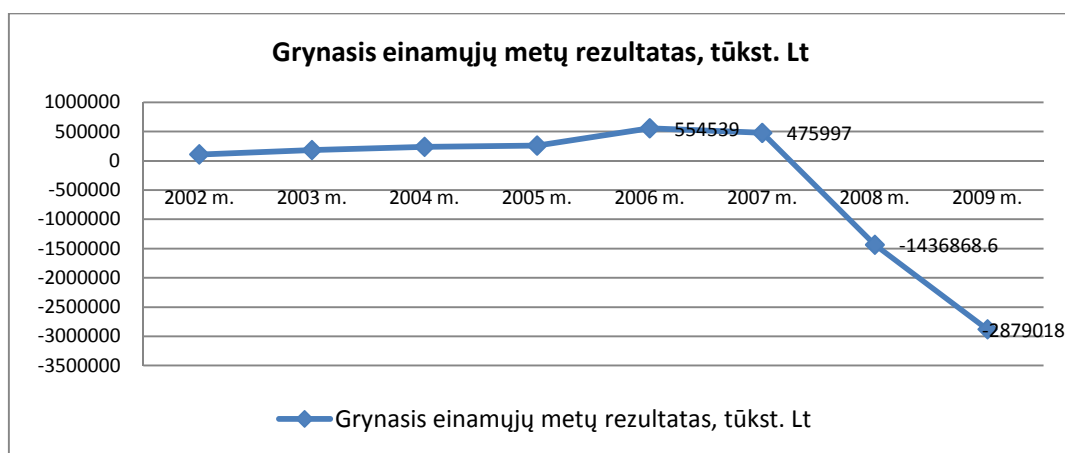
2.1. SODROS DUOMENŲ ANALIZĖ

Valstybinio socialinio draudimo fondo valdyba prie Socialinės apsaugos ir darbo ministerijos (dar vadinama Sodra) yra socialinio draudimo fondą administruojanti centrinė institucija, kuri koordinuoja, metodiškai vadovauja ir užtikrina jai pavaldžių teritorinių skyrių ir įstaigų efektyvų ir kokybišką darbą bei juos kontroliuoja. Pagrindinė Sodros funkcija – valstybinį socialinį draudimą reglamentuojančių teisės aktų įgyvendinimo užtikrinimas. Valdyba:

- organizuoja privalomąjį ir savanorišką valstybinį socialinį draudimą,
- rengia ir vykdo valstybinio socialinio draudimo fondo biudžetą,
- administruoja socialinio draudimo įmokas,
- užtikrina valstybinio socialinio draudimo pensijų, pašalpų ir kitų išmokų teisingą apskaičiavimą, skyrimą bei mokėjimą,
- organizuoja teisingą apdraustųjų įskaitos tvarkymą,
- administruoja pensijų kaupimo dalyvių ir pensijų kaupimo sutarčių registrą,
- organizuoja kaupiamųjų pensijų įmokų pervedimą į pensijų kaupimo bendrovių valdomus pensijų fondus.

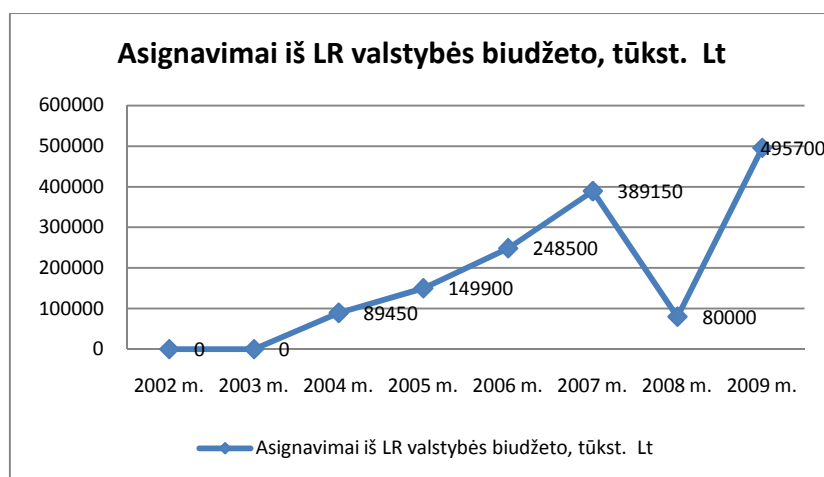


2.1 pav. Sodros pajamos ir išlaidos 2002 – 2009 metais



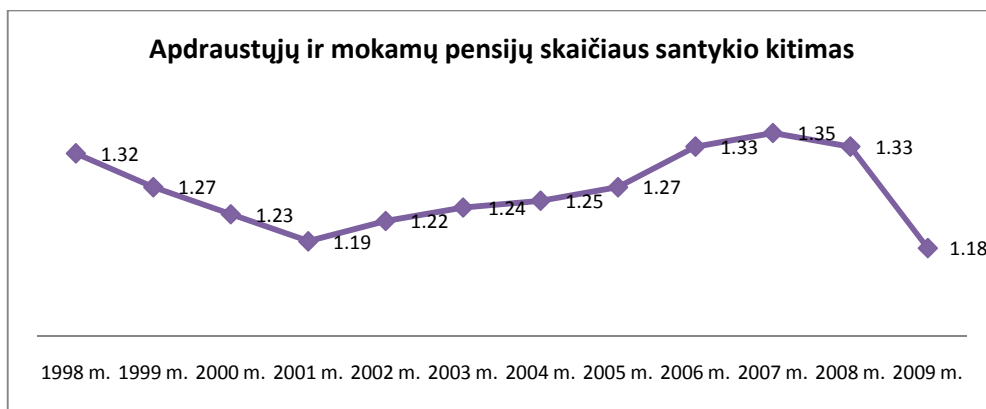
2.2 pav. Valstybinio socialinio draudimo fondo grynasis einamųjų metų rezultatas 2002 – 2009 metais

Iš 2.1 pav. ir 2.2 pav. matome, kad nuo 2002 iki 2007 metų Sodros pajamos viršijo išlaidas. Per šį laikotarpį didžiausias grynasis einamųjų metų rezultatas buvo 2006 metais ir siekė 554539 tūkst. Lt. 2008 metais, kai prasidėjo Pasaulinė ekonominė krizė, Sodros išlaidos viršijo pajamas. Tais metais grynasis einamųjų metų rezultatas buvo -1436868,6 tūkst. Lt, o 2009 m. išaugo iki -2879018 tūkst. Lt.



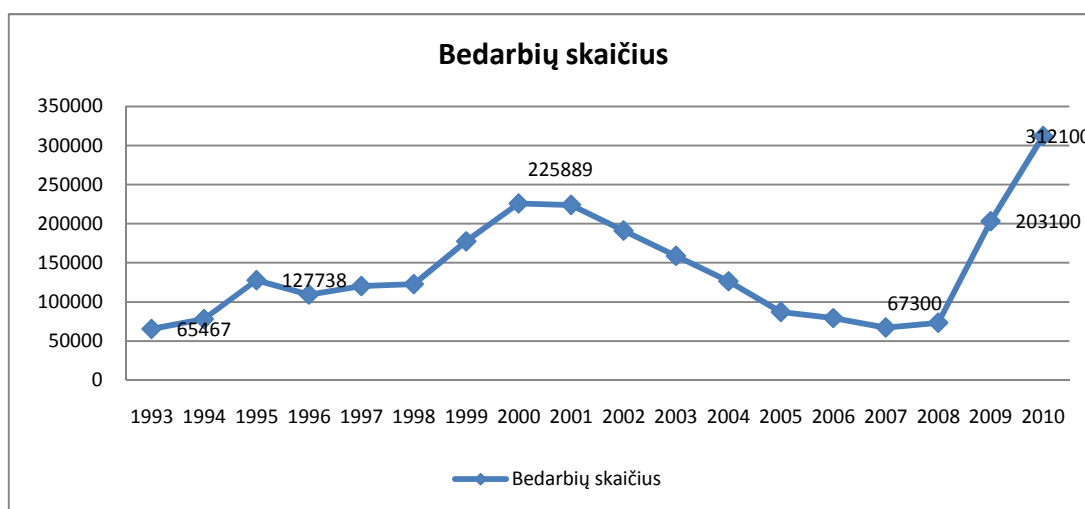
2.3 pav. Asignavimai iš Lietuvos Respublikos valstybės biudžeto 2002 – 2009 metais

Iš 2.3 pav. matome, kad nuo 2004 iki 2007 metų Sodrai buvo skiriama parama iš Lietuvos Respublikos valstybės biudžeto, kuri kasmet buvo vis didesnė. 2007 metais ji siekė daugiau nei 389 mln. Lt. 2008 metais parama iš biudžeto buvo mažiausia nuo 2002 metų ir lygi 80 mln. Lt. 2009 metais Lietuvos Respublikos vyriausybė skyrė Sodrai didžiausią pinigų sumą (daugiau nei 495 mln. Lt.) per nagrinėjamą laikotarpį.



2.4 pav. Apdraustųjų ir mokamų pensijų skaičiaus santykio kitimas 1998 – 2009 metais

Iš 2.4 pav. pateiktų duomenų pastebime, kad nuo 1998 iki 2001 metų apdraustųjų ir mokamų pensijų skaičiaus santykis sumažėjo nuo 1,32 iki 1,19. Nuo 2001 iki 2007 metų šis santykis augo iki 1,35. 2008 metais jis siekė 1,33, o 2009 nukrito iki 1,18. Tai mažiausias skaičius nuo 1998 metų.



2.5 pav. Bedarbių skaičius Lietuvoje 1993 – 2010 metais

Iš 2.5 pav. matome, kad mažiausias bedarbių skaičius per laikotarpį nuo 1993 iki 2010 metų buvo 1993 metais (65467 bedarbiai). Iki 2000 metų skaičius vis augo ir pasiekė 225889. Vėliau jis sumažėjo iki 67300 bedarbių (2007 m.). 2008 metais bedarbių nežymiai padaugėjo lyginant su 2007 metais. Tačiau 2009 metais skaičius išaugo iki 203100 bedarbių, o 2010 metais pasiekė 312100.

2.2. TIESINĖ REGRESINĖ ANALIZĖ

Tyrimas atliekamas naudojant SAS 9.1 programą. Skaičiuojama remiantis metiniais duomenimis.

- Tikrinama hipotezė: „SODROS pajamų ir išlaidų priklausomybė yra netiesinė“. Periodas 2002 - 2009 m.

2.1 lentelė

SODROS pajamų ir išlaidų regresinės analizės rezultatai

| Fišerio statistikos reikšmė (F Value) | PR > F | R-Square |
|---------------------------------------|--------|----------|
| 102.04 | <.0001 | 0.9445 |

Iš 2.1 lentelės matome, kad hipotezė „SODROS pajamų ir išlaidų priklausomybė yra netiesinė“ yra atmetama, nes $0,0001 < 0,05$. Vadinasi, priklausomybė yra tiesinė. Determinacijos koeficientas lygus 0,9445, todėl galime paaiškinti 94,45% nuokrypio nuo vidurkio. Koreliacijos koeficientas lygus $\sqrt{R-Square} = 0,9719$, vadinasi, koreliacinis ryšys tarp SODROS pajamų ir išlaidų yra labai stiprus.

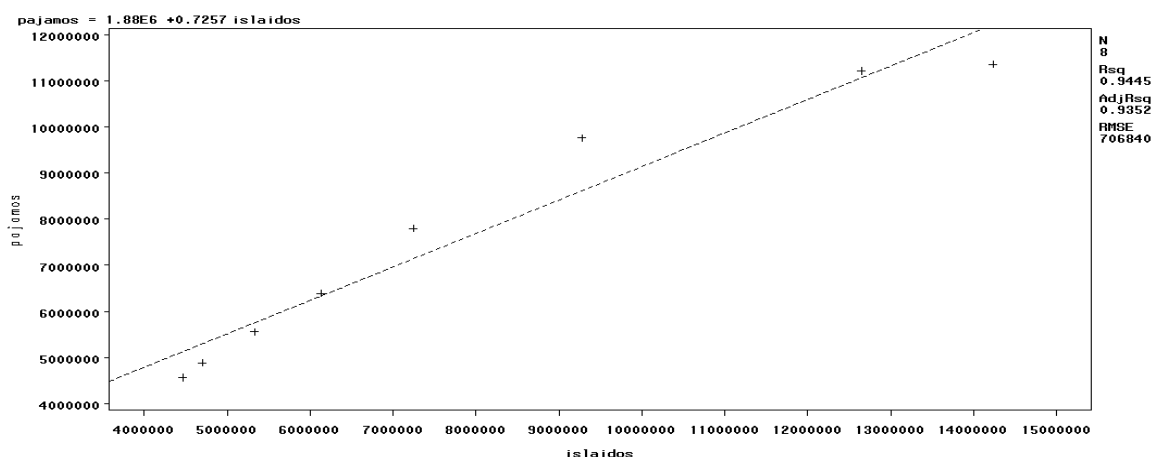
2.2 lentelė

SODROS pajamų ir išlaidų regresinės tiesės parametrai

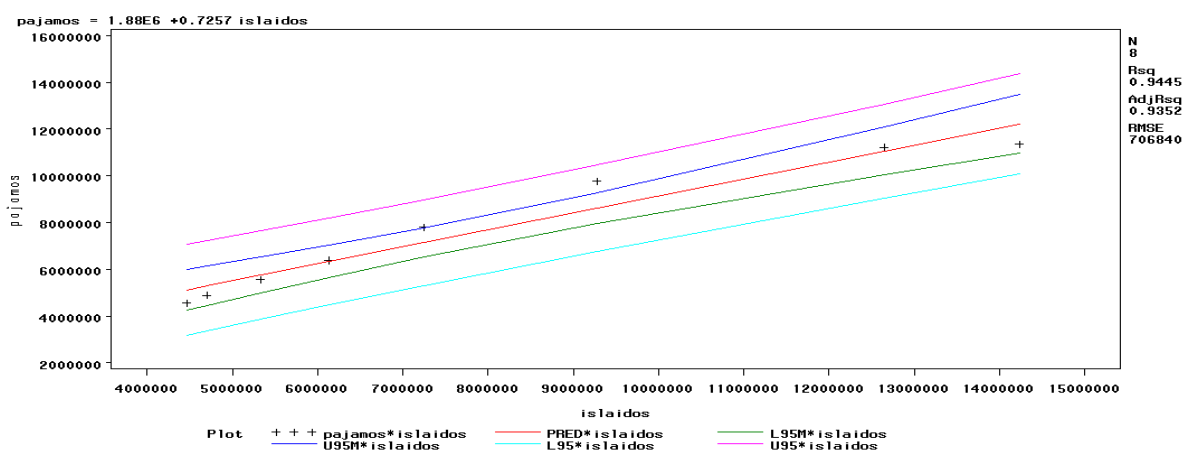
| | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|-----------------|-------------------|---------|---------|
| Laisvasis narys | 1883632 | 3.00 | 0.0239 |
| Skaičius | 0.72573 | 10.10 | <.0001 |

Tikrinama hipotezė „Regresinės tiesės parametrai yra nereikšmingi“. Iš 2.2 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0239 < 0,05$ ir $0,0001 < 0,05$. Vadinasi, abu regresinės tiesės parametrai yra reikšmingi.

Gauname regresijos lygtį: $pajamos = 1883632 + 0.72573 \times išlaidos$.



2.6 pav. SODROS pajamų ir išlaidų priklausomybės grafikas



2.7 pav. SODROS pajamų ir išlaidų pasikliautiniai intervalai

2.3 lentelė

Spirmeno koreliacijos koeficientas

| | Pensijų išlaidos | Pensijų skaičius |
|------------------|------------------|------------------|
| Pensijų išlaidos | 1.0000 | 1.00000 |
| Pensijų skaičius | 1.00000 | 1.0000 |

Iš 2.3 lentelės matome, kad Spirmeno koreliacijos koeficientas yra lygus 1. Vadinasi, tarp SODROS pajamų ir išlaidų yra labai stiprus ryšys.

Modelio taikymo korektiškumo tikrinimas:

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanos pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį“.

2.4 lentelė

SODROS pajamų ir išlaidų liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|--------------|-----------|
| Shapiro-Wilk | 0.8715 |

Iš 2.4 lentelės matome, kad hipotezė priimama. Liekanų pasiskirstymas yra normalusis, nes Shapiro-Wilk kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanų vidurkis lygus nuliui“.

2.5 lentelė

SODROS pajamų ir išlaidų liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|------------|-----------|
| Student'o | 1.0000 |

Pasinaudoję Student'o kriterijumi, hipotezę apie liekanų vidurkio lygybę nuliui primame, nes kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

- Tikrinama hipotezė: „Pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybė yra netiesinė“. Periodas 1998 - 2009 m.

2.6 lentelė

Pensijų regresinės analizės rezultatai

| Fišerio statistikos reikšmė (F Value) | PR > F | R-Square |
|---------------------------------------|--------|----------|
| 18.28 | 0.0016 | 0.6464 |

Iš 2.6 lentelės matome, kad hipotezė „Pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybė yra netiesinė“ yra atmetama, nes $0,0016 < 0,05$. Vadinasi, priklausomybė yra tiesinė. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,6464, todėl galime paaiškinti 64,64% nuokrypio nuo vidurkio. Koreliacijos koeficientas lygus $\sqrt{R - Square} = 0,804$, vadinasi, koreliacinis ryšys tarp pensijų išlaidų ir skaičiaus yra stiprus.

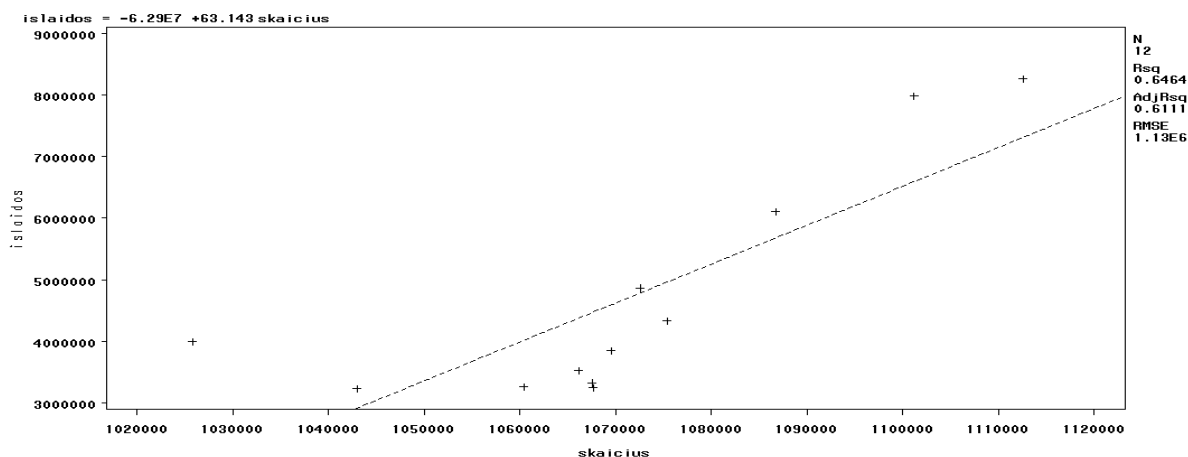
2.7 lentelė

Pensijų regresinės tiesės parametrai

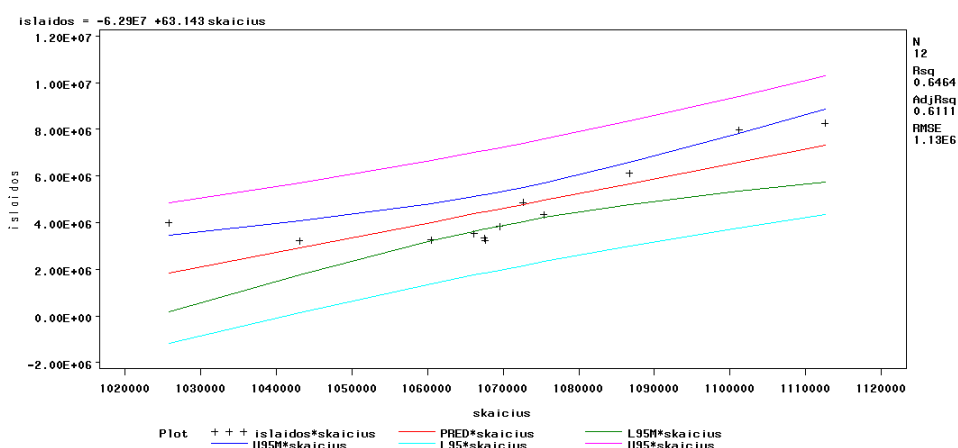
| | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|-----------------|-------------------|---------|---------|
| Laisvasis narys | -62943135 | -3.98 | 0.0026 |
| Skaičius | 63.14326 | 4.28 | 0.0016 |

Tikrinama hipotezė „Regresinės tiesės parametrai yra nereikšmingi“. Iš 2.7 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0026 < 0,05$ ir $0,0016 < 0,05$. Vadinasi, abu regresinės tiesės parametrai yra reikšmingi.

Gauname regresijos lygtį: $išlaidos = -62943135 + 63.14326 \times skaičius$.



2.8 pav. Pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybės grafikas



2.9 pav. Pensijų išlaidų ir skaičiaus pasikliautiniai intervalai

2.8 lentelė

Pensijų Spirmeno koreliacijos koeficientas

| | Pensijų išlaidos | Pensijų skaičius |
|------------------|------------------|------------------|
| Pensijų išlaidos | 1.0000 | 0.79720 |
| Pensijų skaičius | 0.79720 | 1.0000 |

Iš 2.8 lentelės matome, kad Spirmeno koreliacijos koeficientas yra lygus 0,79720, vadinasi, tarp pensijų dydžių ir skaičiaus yra stiprus ryšys.

Modelio taikymo korektiškumo tikrinimas:

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanos pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį“.

2.9 lentelė

Pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|--------------|-----------|
| Shapiro-Wilk | 0.2391 |

Iš 2.9 lentelės matome, kad hipotezė priimama. Liekanų pasiskirstymas yra normalusis, nes Shapiro-Wilk kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanų vidurkis lygus nuliui“.

2.10 lentelė

Pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|------------|-----------|
| Student'o | 1.0000 |

Pasinaudoję Student'o kriterijumi, hipotezę apie liekanų vidurkio lygybę nuliui primame, nes kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

- Tikrinama hipotezė: „Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybė yra netiesinė“. Periodas 2002 - 2009 m.

2.11 lentelė

Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų regresinės analizės rezultatai

| Fišerio statistikos reikšmė (F Value) | PR > F | R-Square |
|---------------------------------------|--------|----------|
| 5.73 | 0.0538 | 0.4884 |

Iš 2.11 lentelės matome, kad hipotezė „Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybė yra netiesinė“ yra priimama, nes $0,0538 > 0,05$. Vadinasi, priklausomybė yra netiesinė.

Kad gautume tiesinę regresijos lygtį, transformuojame parametrus: išlaidas ir skaičių.

2.12 lentelė

Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų transformuotų parametrų regresinės analizės rezultatai

| Funkcija | Transformuojami parametrai | Pr > F | Determinacijos koeficientas | Koreliacijos koeficientas |
|---------------|----------------------------|---------------|-----------------------------|---------------------------|
| log (x) | $x = skaičius$ | 0.0218 | 0.6117 | 0.7821 |
| | $x = išlaidos$ | | | |
| | $x = skaičius$ | 0.0583 | 0.4758 | 0.6898 |
| \sqrt{x} | $x = išlaidos$ | 0.0194 | 0.6254 | 0.7908 |
| | $x = skaičius$ | | | |
| | $x = išlaidos$ | 0.0354 | 0.5490 | 0.7409 |
| $\frac{1}{x}$ | $x = skaičius$ | 0.0560 | 0.4822 | 0.6944 |
| | $x = išlaidos$ | 0.0338 | 0.5556 | 0.7454 |
| | $x = skaičius$ | 0.0067 | 0.7319 | 0.8555 |
| $\frac{1}{x}$ | $x = išlaidos$ | 0.0635 | 0.4625 | 0.6801 |
| | $x = skaičius$ | | | |
| | $x = išlaidos$ | 0.0049 | 0.7585 | 0.8709 |

Iš 2.12 lentelės matome, kad hipotezė „Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybė yra netiesinė“ yra atmetama, kai transformuojame išlaidas funkcija $\frac{1}{x}$. Vadinasi, priklausomybė yra tiesinė. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,7585, todėl galime

paiškinti 75,85% nuokrypio nuo vidurkio. Koreliacijos koeficientas lygus $\sqrt{R-Square} = 0,8709$, vadinasi, koreliacinis ryšys tarp senatvės pensijų išlaidų ir skaičiaus yra stiprus.

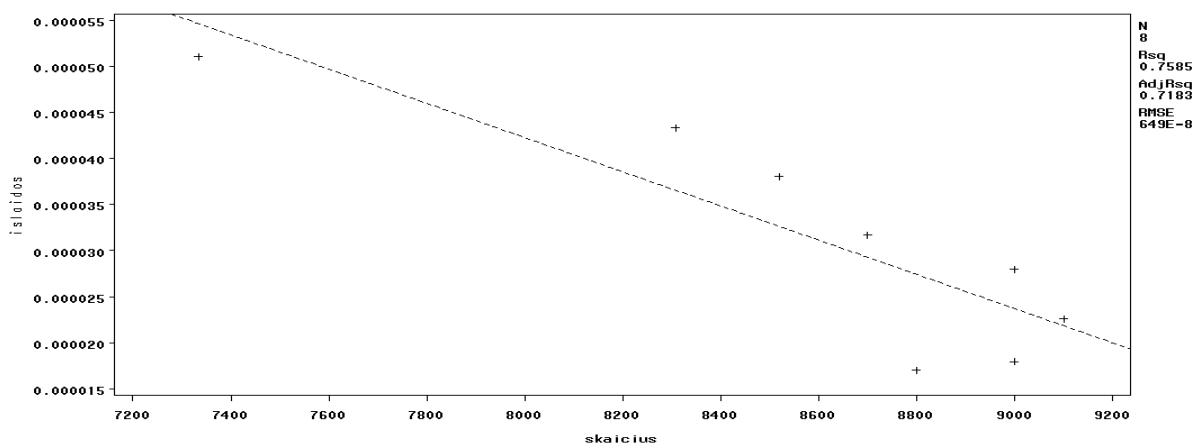
2.13 lentelė

Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų regresinės tiesės parametrai

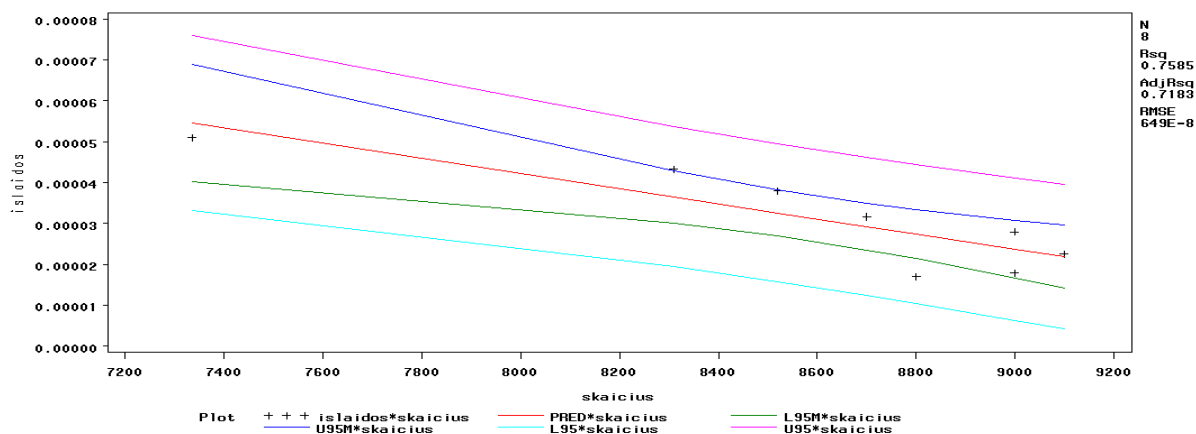
| | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|-----------------|-------------------|---------|---------|
| Laisvasis narys | 0.00019064 | 5.18 | 0.0021 |
| Skaičius | -1.85478 | -4.34 | 0.0049 |

Tikrinama hipotezė „Regresinės tiesės parametrai yra nereikšmingi“. Iš 2.13 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0021 < 0,05$ ir $0,0049 < 0,05$. Vadinasi, abu regresinės tiesės parametrai yra reikšmingi.

Gauname regresijos lygtį: $išlaidos = 0.00019064 - 1.854784 \times skaičius$.



2.10 pav. Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybės grafikas



2.11 pav. Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų išlaidų ir skaičiaus pasikliautinieji intervalai

2.14 lentelė

Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų Spirmeno koreliacijos koeficientas

| | Pensijų išlaidos | Pensijų skaičius |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Pensijų išlaidos | 1.0000 | 0.81439 |
| Pensijų skaičius | 0.81439 | 1.0000 |

Iš 2.14 lentelės matome, kad Spirmeno koreliacijos koeficientas yra lygus 0,81439, vadinasi, tarp senatvės pensijų dydžių ir skaičiaus yra stiprus ryšys.

Modelio taikymo korektiškumo tikrinimas:

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanos pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį“.

2.15 lentelė

Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|-------------------|------------------|
| Shapiro-Wilk | 0.5549 |

Iš 2.15 lentelės matome, kad hipotezė priimama. Liekanų pasiskirstymas yra normalusis, nes Shapiro-Wilk kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanų vidurkis lygus nuliui“.

2.16 lentelė

Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas netekimo pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|-------------------|------------------|
| Student'o | 1.0000 |

Pasinaudoję Student'o kriterijumi, hipotezę apie liekanų vidurkio lygybę nuliui priimame, nes kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

Pensijų išlaidų pagal pensijų skaičių, senatvės pensijų išlaidų pagal senatvės pensijų skaičių, invalidumo pensijų išlaidų pagal invalidumo pensijų skaičių, maitintojo netekimo pensijų išlaidų pagal maitintojo netekimo pensijų skaičių, motinystės/tėvystės išmokų dydžio pagal apdraustųjų skaičių ir motinystės/tėvystės išmokų pagal motinystės/tėvystės skaičių regresinių analizių rezultatai pateikiami 1 priede.

2.3 DAUGIALYPĖ REGRESINĖ ANALIZĖ

Tyrimas atliekamas naudojant SAS 9.1 programą. Skaičiuojama remiantis metiniais duomenimis.

- Tikrinama hipotezė: „**Sodros pajamos priklauso nuo šių kintamųjų:** draudėjų privalomųjų draudimo įmokų, apdraustųjų įmokų, savarankiškai dirbančiųjų įmokų, asignavimų iš LR valstybės biudžeto, kitų pajamų“.

2.17 lentelė

Sodros pajamų daugialypės regresinės tiesinės analizės parametrai

| Kintamasis | Parametro įvertis | Standartinis nuokrypis | t reikšmė | Pr > t |
|--|-------------------|------------------------|-----------|---------|
| Laisvasis narys | -1551.000 | 73125 | -0.02 | 0.9850 |
| Draudėjų privalomosios draudimo įmokos | 0.98535 | 0.05032 | 19.58 | 0.0026 |
| Apdraustųjų įmokos | 1.01456 | 0.05846 | 17.35 | 0.0033 |
| Savarankiškai dirbančiųjų įmokos | 1.84003 | 3.11364 | 0.59 | 0.6144 |
| Asignavimai iš LR valstybės biudžeto | 1.01850 | 0.07014 | 14.52 | 0.0047 |
| Kitos pajamos | 1.16072 | 1.14783 | 1.01 | 0.4184 |

Tikrinama hipotezė „Daugialypės regresinės tiesės parametrai yra nereikšmingi“. Iš 2.17 lentelės matome, kad hipotezė yra priimama šiems kintamiesiems: laisvajam nariui, savarankiškai dirbančiųjų įmokoms bei kitoms pajamoms, nes jų tikimybių reikšmės ($Pr > |t|$) yra didesnės už reikšmingumo lygmenį 0,05. Likę kintamieji: draudėjų privalomosios draudimo įmokos, apdraustųjų įmokos bei asignavimai iš LR valstybės biudžeto yra reikšmingi. Pašalinus nereikšmingus kintamuosius, gaunamas naujas regresijos modelis.

2.18 lentelė

Sodros pajamų daugialypės regresinės tiesinės analizės reikšmingi parametrai

| Kintamasis | Žymėjimas | Parametro įvertis | Standartinis nuokrypis | t reikšmė | Pr > t |
|-----------------|-----------|-------------------|------------------------|-----------|---------|
| Laisvasis narys | | 42001 | 26050 | 1.61 | 0.1822 |
| Draudėjų | x_1 | 1.01883 | 0.00470 | 216.88 | <.0001 |

| | | | | | |
|--------------------------------------|-------|---------|---------|-------|--------|
| privalomosios draudimo įmokos | | | | | |
| Apdraustųjų įmokos | x_2 | 0.98315 | 0.02007 | 48.99 | <.0001 |
| Asignavimai iš LR valstybės biudžeto | x_3 | 0.97961 | 0.07149 | 13.70 | 0.0002 |

Vėl tikrinama hipotezė „Daugialypės regresinės tiesės parametrai yra nereikšmingi“. Iš 2.18 lentelės matome, kad hipotezė yra priimama laisvajam nariui, nes $0,1822 > 0,05$. Visiems kitiems kintamiesiems hipotezė atmetama, vadinasi, jie yra reikšmingi daugialypės regresinės tiesės parametrai.

Gauname daugialypės regresijos lygtį:

$$pajamos = 1.01883 \times x_1 + 0.98315 \times x_2 + 0.97961 \times x_3 .$$

Daugialypės regresijos modelis tinkamiausias prognozuoti tada, kai visi nepriklausomi kintamieji tarpusavyje nekoreliuoja, o priklausomybė sieja juos tik su Sodros pajamomis.

Skaičiuojame Pirsono koreliacijos koeficientus.

2.19 lentelė

Sodros pajamų Pirsono koreliacijos koeficientai

| | Sodros pajamos | Draudėjų privalomosios draudimo įmokos | Apdraustųjų įmokos | Asignavimai iš LR valstybės biudžeto |
|--|----------------|--|--------------------|--------------------------------------|
| Sodros pajamos | 1.00000 | | | |
| Draudėjų privalomosios draudimo įmokos | 0.97503 | 1.00000 | | |
| Apdraustųjų įmokos | 0.66225 | 0.60293 | 1.00000 | |
| Asignavimai iš LR valstybės biudžeto | 0.71860 | 0.59433 | 0.67999 | 1.00000 |

Iš 2.19 lentelės matome, kad stipriausiai tarpusavyje koreliuoja pajamos ir draudėjų privalomosios draudimo įmokos (koreliacijos koef. 0,97503). Stipriai tarpusavyje koreliuoja Sodros pajamos su apdraustųjų įmokomis (koreliacijos koef. 0,66225) ir asignavimais iš LR valstybės

biudžeto (koreliacijos koef. 0,71860), taip pat apdraustųjų įmokos su asignavimais iš LR valstybės biudžeto (koreliacijos koef. 0.67999).

Kad įsitikintume, jog kintamieji nėra per daug koreliuoti, t. y. regresijos funkcijos koeficientai yra stabilūs, tikriname hipotezę apie kintamųjų multikolinearumą.

2.20 lentelė

Sodros pajamų multikolinearumo tikrinimas

| Kintamasis | Dispersijos mažėjimo koeficientas (VIF) |
|--|---|
| Draudėjų privalomosios draudimo įmokos | 3.23881 |
| Apdraustųjų įmokos | 3.93794 |
| Asignavimai iš LR valstybės biudžeto | 10.35982 |

Kintamieji laikomi per daug multikolinearūs, jeigu $VIF > 4$. Iš X lentelės matome, kad kintamasis asignavimai iš LR valstybės biudžeto yra per stipriai koreliuotas, todėl pašaliname jį iš regresinės lygties. Pašalinus šį kintamąjį, gaunamas naujas regresijos modelis.

2.21 lentelė

Sodros pajamų daugialypės regresinės tiesinės analizės reikšmingi parametrai patikrinus multikolinearumo sąlygą

| Kintamasis | Žymėjimas | Parametro įvertis | Standartinis nuokrypis | t reikšmė | Pr > t |
|--|-----------|-------------------|------------------------|-----------|---------|
| Laisvasis narys | | -33573 | 157666 | -0.21 | 0.8398 |
| Draudėjų privalomosios draudimo įmokos | x_1 | 1.03482 | 0.02818 | 36.72 | <.0001 |
| Apdraustųjų įmokos | x_2 | 1.16389 | 0.09368 | 12.42 | <.0001 |

Gauname daugialypės regresijos lygtį:

$$pajamos = 1.03482 \times x_1 + 1.16389 \times x_2 .$$

2.22 lentelė

Sodros pajamų daugialypės regresinės analizės rezultatai

| Fišerio statistikos reikšmė (F Value) | PR > F | Adj R-Sq |
|---------------------------------------|--------|----------|
| 1612.87 | <.0001 | 0.9978 |

Iš 2.22 lentelės matome, kad hipotezė „Priklausomybė tarp Sodros pajamų ir draudėjų privalomųjų įmokų bei apdraustųjų įmokų yra netiesinė“ yra atmetama, nes $0,0001 < 0,05$. Vadinasi, priklausomybė yra tiesinė. Pataisytas determinacijos koeficientas yra lygus 0,9978, todėl galime paaiškinti 99,78% nuokrypio nuo vidurkio. Koreliacijos koeficientas lygus $\sqrt{R - Square} = 0,9988$, vadinasi, koreliacinis ryšys tarp kintamųjų yra labai stiprus.

Modelio taikymo korektiškumo tikrinimas:

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanos pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį“.

2.23 lentelė

Sodros pajamų liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|-------------------|------------------|
| Shapiro-Wilk | 0.9484 |

Iš 2.23 lentelės matome, kad hipotezė priimama. Liekanų pasiskirstymas yra normalusis, nes Shapiro-Wilk kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanų vidurkis lygus nuliui“.

2.24 lentelė

Sodros pajamų liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|-------------------|------------------|
| Student'o | 0.7336 |

Pasinaudoję Student'o kriterijumi, hipotezė apie liekanų vidurkio lygybę nuliui priimame, nes kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

2.4 PROGNOZAVIMAS

Norint palyginti dvi pensijų sistemas: taškinę ir virtualiąją, reikia prognozuoti tam tikrus duomenis. Kiekvienam asmeniui taškinėje pensijų sistemoje įtaką turi draudžiamosios pajamos, virtualioje – vidutinis darbo užmokestis, apdraustųjų asmenų vidutinis darbo užmokestis, pensininkų skaičius, apdraustųjų asmenų skaičius ir bedarbių skaičius. Todėl, pasinaudoję laiko eilučių metodais, prognozuosime šiuos duomenis.

Tyrimo naudojami laiko eilučių metodai:

- Tiesinis trendas;
- Paprastasis eksponentinio glodinimo metodas;
- Sezoninis eksponentinio glodinimo metodas;

- Winters adityvinis metodas;
- Logaritminis paprastojo eksponentinio glodinimo metodas;
- Logaritminis sezoninio eksponentinio glodinimo metodas.

Tyrimas atliekamas naudojant SAS 9.1 programos posistemę Times Series Forecasting System. Skaičiuojama remiantis metiniais duomenimis.

2.4.1 DRAUDŽIAMŪJŲ PAJAMŲ PROGNOZAVIMAS

- Draudžiamųjų pajamų prognozavimas pagal tiesinį trendą

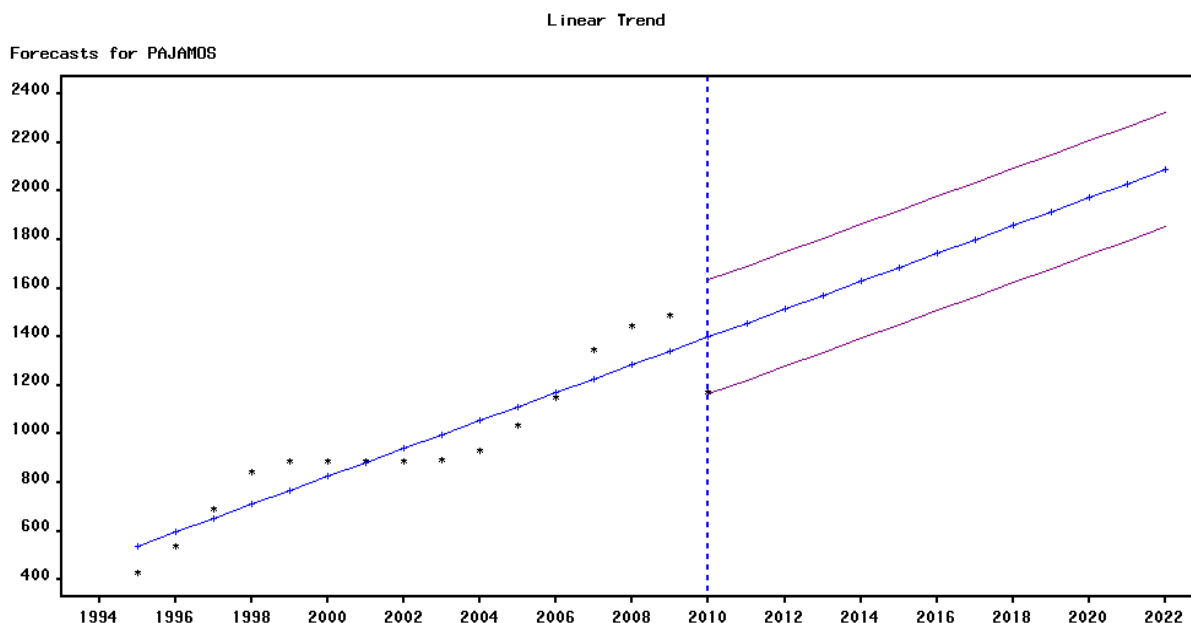
2.25 lentelė

Draudžiamųjų pajamų tiesinio trendo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| b_0 | 481,82500 | 7,6567 | <0,001 |
| b_1 | 57,32206 | 8,8080 | <0,001 |

Tikrinama hipotezė „Tiesinio trendo parametrai yra nereikšmingi“. Iš 2.25 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,001 < 0,05$ ir $0,001 < 0,05$. Vadinas, abu tiesinio trendo parametrai yra reikšmingi.

Gaunama tiesinio trendo išraiška: $Y = 481,82500 + 57,32206 \cdot t$.



2.12 pav. Draudžiamųjų pajamų prognozavimas pagal tiesinį trendą

2.26 lentelė

Draudžiamųjų pajamų tiesinio trendo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------------|--|----------------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 12600,0 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 112,24991 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 10,53880 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 97,35276 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,847 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 112,24991. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,847, todėl galime paaiškinti 84,7% nuokrypio nuo vidurkio.

2.27 lentelė

Draudžiamųjų pajamų tikrųjų ir prognozuotų pagal tiesinį trendą reikšmių palyginimas

| Data | Tikroji reikšmė | Prognozuojama reikšmė | Viršutinis rėžis | Apatinis rėžis | Skirtumas |
|-------------|------------------------|------------------------------|-------------------------|-----------------------|------------------|
| 1995 | 427,00 | 539,14 | 774,34 | 303,95 | -112,14 |
| 1996 | 538,00 | 596,46 | 831,66 | 361,27 | -58,46 |
| 1997 | 694,00 | 653,79 | 888,98 | 418,59 | 40,21 |
| 1998 | 845,00 | 711,11 | 946,30 | 475,91 | 133,89 |
| 1999 | 886,00 | 768,43 | 1004 | 533,23 | 117,57 |
| 2000 | 886,00 | 825,75 | 1061 | 590,56 | 60,25 |
| 2001 | 886,00 | 883,07 | 1118 | 647,88 | 2,93 |
| 2002 | 886,00 | 940,40 | 1176 | 705,20 | -54,40 |
| 2003 | 894,00 | 997,72 | 1233 | 762,52 | -103,72 |
| 2004 | 931,00 | 1055 | 1290 | 819,84 | -124,00 |
| 2005 | 1037 | 1112 | 1348 | 877,17 | -75,00 |
| 2006 | 1148 | 1170 | 1405 | 934,49 | -22,00 |
| 2007 | 1344 | 1227 | 1462 | 991,81 | 117,00 |
| 2008 | 1445 | 1284 | 1520 | 1049 | 161,00 |
| 2009 | 1488 | 1342 | 1577 | 1106 | 146,00 |
| 2010 | 1170 | 1399 | 1634 | 1164 | -229,00 |
| 2011 | | 1456 | 1691 | 1221 | |
| 2012 | | 1514 | 1749 | 1278 | |
| 2013 | | 1571 | 1806 | 1336 | |
| 2014 | | 1628 | 1863 | 1393 | |
| 2015 | | 1686 | 1921 | 1450 | |
| 2016 | | 1743 | 1978 | 1508 | |
| 2017 | | 1800 | 2035 | 1565 | |

| | | | | | |
|------|--|------|------|------|--|
| 2018 | | 1858 | 2093 | 1622 | |
| 2019 | | 1915 | 2150 | 1680 | |
| 2020 | | 1972 | 2207 | 1737 | |
| 2021 | | 2030 | 2265 | 1794 | |
| 2022 | | 2087 | 2322 | 1852 | |

- Draudžiamųjų pajamų prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.28 lentelė

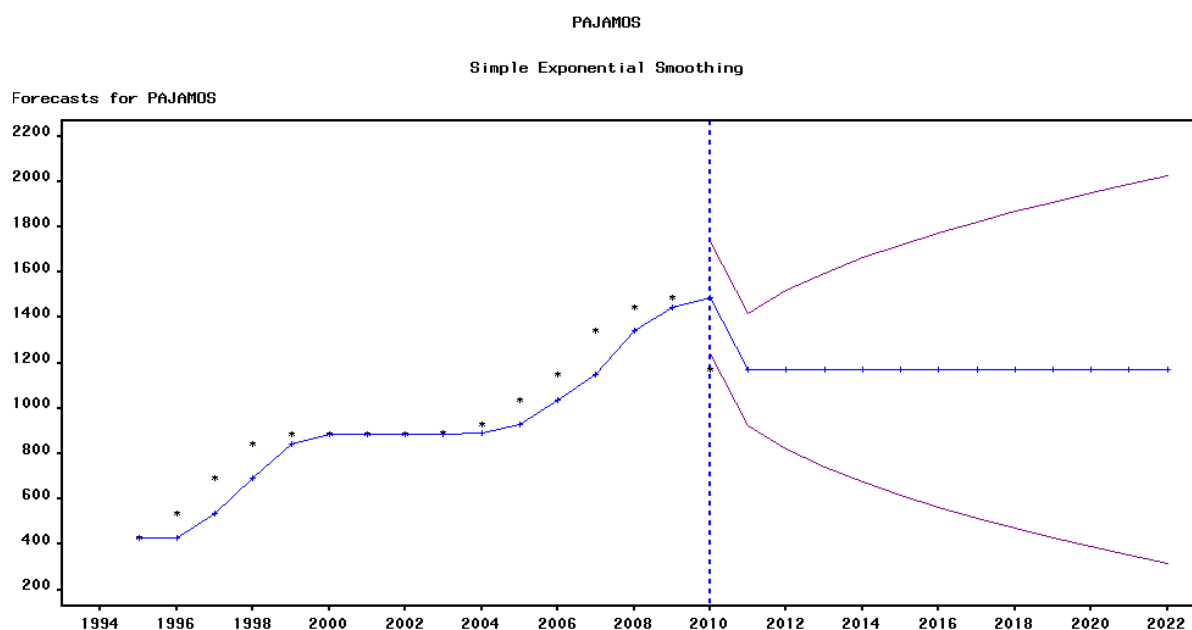
Draudžiamųjų pajamų paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas

| Kintamasis | Konstantos reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------------------------|--------------------|---------|---------|
| Glodinimo konstanta α | 0,999 | 4,3364 | 0,006 |

Tikrinama hipotezė „Paprastojo eksponentinio glodinimo metodo konstanta yra nereikšminga“. Iš 2.28 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,006 < 0,05$. Vadinasi, konstanta yra reikšminga.

Gaunama paprastojo eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$F_t = 0,999Y_{t-1} + 0,001F_{t-1}$$



2.13 pav. Draudžiamųjų pajamų prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.29 lentelė

Draudžiamųjų pajamų paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 14869,4 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 121,93998 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 8,88316 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 86,25543 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,820 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 121,93998. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,820, todėl galime paaiškinti 82,0% nuokrypio nuo vidurkio.

2.30 lentelė

Draudžiamųjų pajamų tikrųjų ir prognozuotų paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

| Data | Tikroji reikšmė | Prognozuojama reikšmė | Viršutinis rėžis | Apatinis rėžis | Skirtumas |
|------|-----------------|-----------------------|------------------|----------------|-----------|
| 1995 | 427,00 | 427,11 | 673,94 | 180,27 | -0,11 |
| 1996 | 538,00 | 427,00 | 673,83 | 180,16 | 111,00 |
| 1997 | 694,00 | 537,88 | 784,72 | 291,05 | 156,12 |
| 1998 | 845,00 | 693,84 | 940,67 | 447,00 | 151,16 |
| 1999 | 886,00 | 844,84 | 1092 | 598,01 | 41,16 |
| 2000 | 886,00 | 885,95 | 1133 | 639,12 | 0,05 |
| 2001 | 886,00 | 886,00 | 1133 | 639,16 | 0,00 |
| 2002 | 886,00 | 886,00 | 1133 | 639,16 | 0,00 |
| 2003 | 894,00 | 886,00 | 1133 | 639,16 | 8,00 |
| 2004 | 931,00 | 893,99 | 1141 | 647,15 | 37,01 |
| 2005 | 1037 | 930,96 | 1178 | 684,12 | 106,04 |
| 2006 | 1148 | 1037 | 1284 | 790,05 | 111,00 |
| 2007 | 1344 | 1148 | 1395 | 901,05 | 196,00 |
| 2008 | 1445 | 1344 | 1591 | 1097 | 101,00 |
| 2009 | 1488 | 1445 | 1692 | 1198 | 43,00 |
| 2010 | 1170 | 1488 | 1735 | 1241 | -318,00 |
| 2011 | | 1170 | 1417 | 923,48 | |
| 2012 | | 1170 | 1519 | 821,41 | |
| 2013 | | 1170 | 1598 | 743,07 | |
| 2014 | | 1170 | 1664 | 677,01 | |
| 2015 | | 1170 | 1722 | 618,81 | |

| | | | | | |
|------|--|------|------|--------|--|
| 2016 | | 1170 | 1774 | 566,19 | |
| 2017 | | 1170 | 1823 | 517,81 | |
| 2018 | | 1170 | 1868 | 472,77 | |
| 2019 | | 1170 | 1910 | 430,46 | |
| 2020 | | 1170 | 1950 | 390,45 | |
| 2021 | | 1170 | 1988 | 352,39 | |
| 2022 | | 1170 | 2025 | 316,03 | |

- Draudžiamųjų pajamų prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.31 lentelė

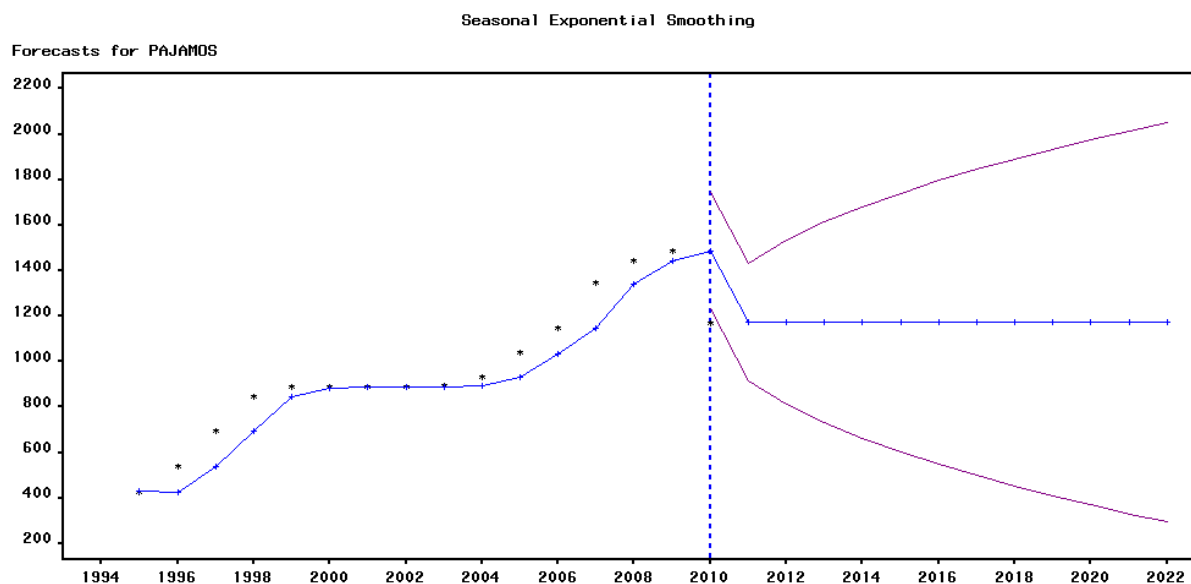
Draudžiamųjų pajamų sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,8992 | 0,3847 | 0,7061 |
| δ | 0,8992 | 34376 | <0,001 |

Tikrinama hipotezė „Parametrų reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.31 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama lygmens glodinimo svoriui δ , nes $0,001 < 0,05$, o sezoninio glodinimo svoriui ω – priimama, $0,7061 > 0,05$. Vadinasi, δ yra reikšmingas, o ω – nereikšmingas.

Gaunama sezoninio eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = L_{t-1+k} + 0,899(\widehat{Y}_{t+k} + L_{t+k}) + 0,1015S_{t+p+k}.$$



2.14 pav. Draudžiamųjų pajamų prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.32 lentelė

Draudžiamųjų pajamų sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 14979,7 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 122,39165 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 8,95287 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 86,88274 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,818 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 122,39165. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,818, todėl galime paaiškinti 81,8% nuokrypio nuo vidurkio.

2.33 lentelė

Draudžiamųjų pajamų tikrųjų ir prognozuotų sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

| Data | Tikroji reikšmė | Prognozuojama reikšmė | Viršutinis rėžis | Apatinis rėžis | Skirtumas |
|------|-----------------|-----------------------|------------------|----------------|-----------|
| 1995 | 427,00 | 428,14 | 684,59 | 171,69 | -1,14 |
| 1996 | 538,00 | 427,01 | 683,45 | 170,56 | 110,99 |
| 1997 | 694,00 | 536,87 | 793,31 | 280,42 | 157,13 |
| 1998 | 845,00 | 692,40 | 948,84 | 435,95 | 152,60 |
| 1999 | 886,00 | 843,44 | 1100 | 587,00 | 42,56 |
| 2000 | 886,00 | 885,56 | 1142 | 629,12 | 0,44 |
| 2001 | 886,00 | 885,99 | 1142 | 629,54 | 0,01 |
| 2002 | 886,00 | 886,00 | 1142 | 629,55 | 0,00 |
| 2003 | 894,00 | 886,00 | 1142 | 629,55 | 8,00 |
| 2004 | 931,00 | 893,91 | 1150 | 637,47 | 37,09 |
| 2005 | 1037 | 930,62 | 1187 | 674,17 | 106,38 |
| 2006 | 1148 | 1036 | 1292 | 779,47 | 112,00 |
| 2007 | 1344 | 1147 | 1403 | 890,41 | 197,00 |
| 2008 | 1445 | 1342 | 1598 | 1086 | 103,00 |
| 2009 | 1488 | 1444 | 1700 | 1188 | 44,00 |
| 2010 | 1170 | 1488 | 1744 | 1231 | -318,00 |
| 2011 | | 1173 | 1430 | 916,78 | |
| 2012 | | 1173 | 1534 | 812,39 | |
| 2013 | | 1173 | 1614 | 732,05 | |
| 2014 | | 1173 | 1682 | 664,23 | |
| 2015 | | 1173 | 1742 | 604,45 | |

| | | | | | |
|------|--|------|------|--------|--|
| 2016 | | 1173 | 1796 | 550,37 | |
| 2017 | | 1173 | 1846 | 500,63 | |
| 2018 | | 1173 | 1892 | 454,33 | |
| 2019 | | 1173 | 1936 | 410,83 | |
| 2020 | | 1173 | 1977 | 369,68 | |
| 2021 | | 1173 | 2016 | 330,54 | |
| 2022 | | 1173 | 2053 | 293,14 | |

- Draudžiamųjų pajamų prognozavimas Winters adityviniu metodu

2.34 lentelė

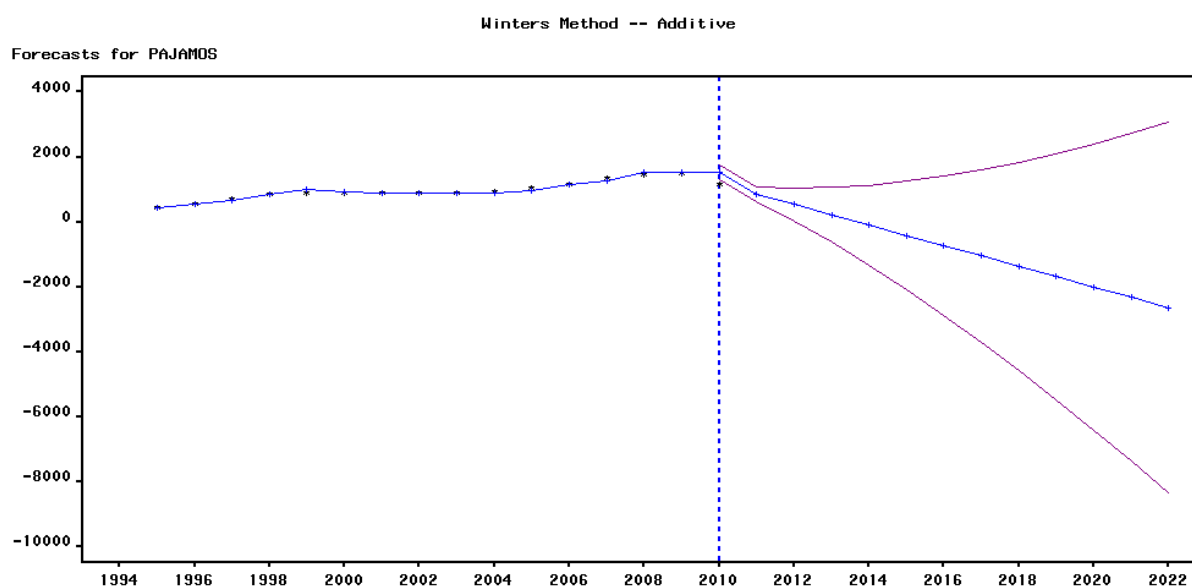
Draudžiamųjų pajamų Winters adityvinio metodo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,999 | 2,4337 | 0,0301 |
| δ | 0,999 | 1,1554 | 0,2687 |
| γ | 0,001 | 0,0022 | 0,9983 |

Tikrinama hipotezė „Parametrų reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.34 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama ω , nes $0,0301 < 0,05$, o δ ir γ – priimama, $0,2687 > 0,05$ ir $0,9983 > 0,05$. Vadinasi, ω yra reikšmingas, o δ ir γ – nereikšmingi.

Gaunama Winters adityvinio metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = 0,999(Y_t - S_{t-p}) + 0,001(\widehat{L}_{t-1} + T_{t-1}) + kT_{t-1} + S_{t-2p+k}.$$



2.15 pav. Draudžiamųjų pajamų prognozavimas Winters adityviniu metodu

2.35 lentelė

Draudžiamųjų pajamų Winters adityvinio metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 10722,1 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 130,54774 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 11,18598 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 106,99482 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,870 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakantį RMSE statistikos įvertis yra 103,54774. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,870, todėl galime paaiškinti 87% nuokrypio nuo vidurkio.

2.36 lentelė

Draudžiamųjų pajamų tikrųjų ir prognozuotų Winters adityviniu metodu reikšmių palyginimas

| Data | Tikroji reikšmė | Prognozuojama reikšmė | Viršutinis rėžis | Apatinis rėžis | Skirtumas |
|------|-----------------|-----------------------|------------------|----------------|-----------|
| 1995 | 427,00 | 426,95 | 652,10 | 201,80 | 0,05 |
| 1996 | 538,00 | 538,14 | 763,29 | 312,98 | -0,14 |
| 1997 | 694,00 | 649,00 | 874,15 | 423,84 | 45,00 |
| 1998 | 845,00 | 849,86 | 1075 | 624,71 | -4,86 |
| 1999 | 886,00 | 996,05 | 1221 | 770,90 | -110,05 |
| 2000 | 886,00 | 927,32 | 1152 | 702,17 | -41,32 |
| 2001 | 886,00 | 886,01 | 1111 | 660,84 | -0,01 |
| 2002 | 886,00 | 885,95 | 1111 | 660,80 | 0,05 |
| 2003 | 894,00 | 885,99 | 1111 | 660,84 | 8,01 |
| 2004 | 931,00 | 901,97 | 1127 | 676,82 | 29,03 |
| 2005 | 1037 | 967,92 | 1193 | 742,76 | 69,08 |
| 2006 | 1148 | 1143 | 1368 | 917,66 | 5,00 |
| 2007 | 1344 | 1259 | 1484 | 1034 | 85,00 |
| 2008 | 1445 | 1540 | 1765 | 1315 | -95,00 |
| 2009 | 1488 | 1546 | 1772 | 1321 | -58,00 |
| 2010 | 1170 | 1531 | 1756 | 1306 | -361,00 |
| 2011 | | 853,02 | 1078 | 627,87 | |
| 2012 | | 535,68 | 1039 | 32,83 | |
| 2013 | | 218,35 | 1060 | -622,83 | |
| 2014 | | 98,98 | 1132 | -1330 | |
| 2015 | | 416,32 | 1251 | -2083 | |
| 2016 | | 733,65 | 1410 | -2878 | |
| 2017 | | 1051 | 1608 | -3710 | |
| 2018 | | 1368 | 1842 | -4578 | |

| | | | | | |
|------|--|------|------|-------|--|
| 2019 | | 1686 | 2108 | -5480 | |
| 2020 | | 2003 | 2407 | -6413 | |
| 2021 | | 2320 | 2735 | -7376 | |
| 2022 | | 2638 | 3092 | -8367 | |

- **Draudžiamųjų pajamų prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu**

2.37 lentelė

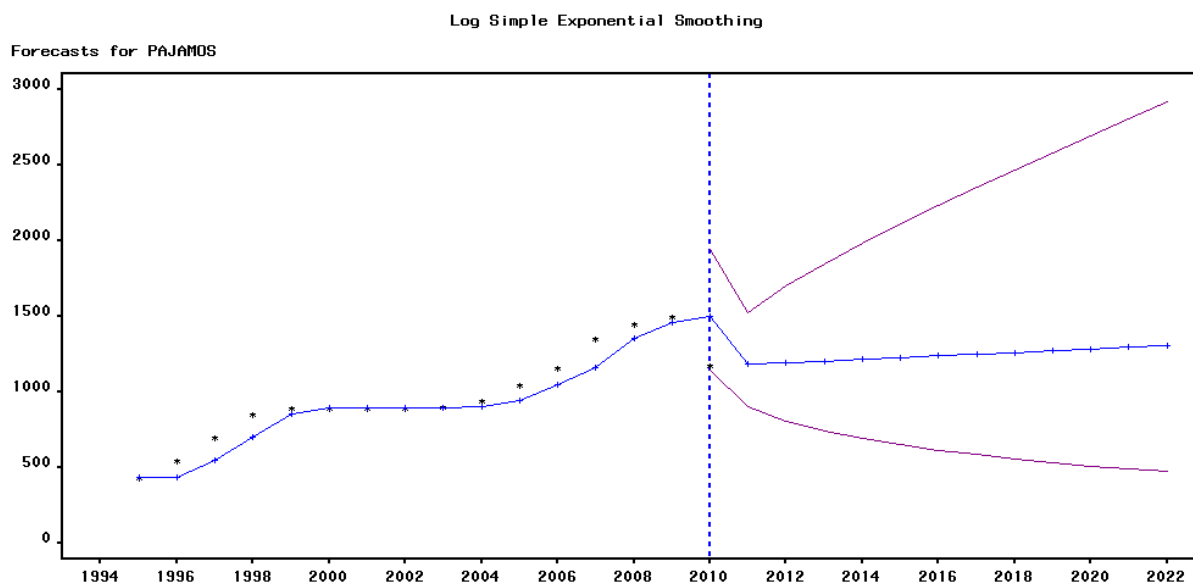
Draudžiamųjų pajamų logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas

| Kintamasis | Konstantos reikšmė | t Value | Pr > t |
|--|--------------------|---------|---------|
| Glodinimo konstanta α | 0,999 | 5,4331 | <0,001 |

Tikrinama hipotezė „Logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo konstanta yra nereikšminga“. Iš 2.37 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,001 < 0,05$. Vadinasi, konstanta yra reikšminga.

Gaunama logaritminio eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$F_t = 0,999Y_{t-1} + 0,001F_{t-1}$$



2.16 pav. Draudžiamųjų pajamų prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.38 lentelė

**Draudžiamųjų pajamų logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų
įverčiai**

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------------|--|----------------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 14407,8 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 120,03256 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 8,62326 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 83,06698 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,825 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 120,03256. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,825, todėl galime paaiškinti 82,5% nuokrypio nuo vidurkio.

2.39 lentelė

**Draudžiamųjų pajamų tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo
metodu reikšmių palyginimas**

| Data | Tikroji reikšmė | Prognozuojama reikšmė | Viršutinis rėžis | Apatinis rėžis | Skirtumas |
|-------------|------------------------|------------------------------|-------------------------|-----------------------|------------------|
| 1998 | 845,00 | 700,14 | 903,37 | 532,87 | 144,86 |
| 1999 | 886,00 | 852,52 | 1100 | 648,85 | 33,48 |
| 2000 | 886,00 | 894,02 | 1154 | 680,44 | -8,02 |
| 2001 | 886,00 | 894,06 | 1154 | 680,47 | -8,06 |
| 2002 | 886,00 | 894,06 | 1154 | 680,47 | -8,06 |
| 2003 | 894,00 | 894,06 | 1154 | 680,47 | -0,06 |
| 2004 | 931,00 | 902,13 | 1164 | 686,61 | 28,87 |
| 2005 | 1037 | 939,44 | 1212 | 715,00 | 97,56 |
| 2006 | 1148 | 1046 | 1350 | 796,36 | 102,00 |
| 2007 | 1344 | 1158 | 1495 | 881,60 | 186,00 |
| 2008 | 1445 | 1356 | 1750 | 1032 | 89,00 |
| 2009 | 1488 | 1458 | 1881 | 1110 | 30,00 |
| 2010 | 1170 | 1502 | 1937 | 1143 | -332,00 |
| 2011 | | 1181 | 1524 | 898,81 | |
| 2012 | | 1192 | 1699 | 805,88 | |
| 2013 | | 1203 | 1848 | 741,12 | |
| 2014 | | 1213 | 1983 | 690,58 | |
| 2015 | | 1224 | 2111 | 648,92 | |
| 2016 | | 1236 | 2233 | 613,42 | |
| 2017 | | 1247 | 2351 | 582,49 | |
| 2018 | | 1258 | 2467 | 555,10 | |

| | | | | | |
|------|--|------|------|--------|--|
| 2019 | | 1270 | 2581 | 530,56 | |
| 2020 | | 1281 | 2694 | 508,34 | |
| 2021 | | 1293 | 2806 | 488,07 | |
| 2022 | | 1305 | 2917 | 469,45 | |

- **Draudžiamųjų pajamų prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu**

2.40 lentelė

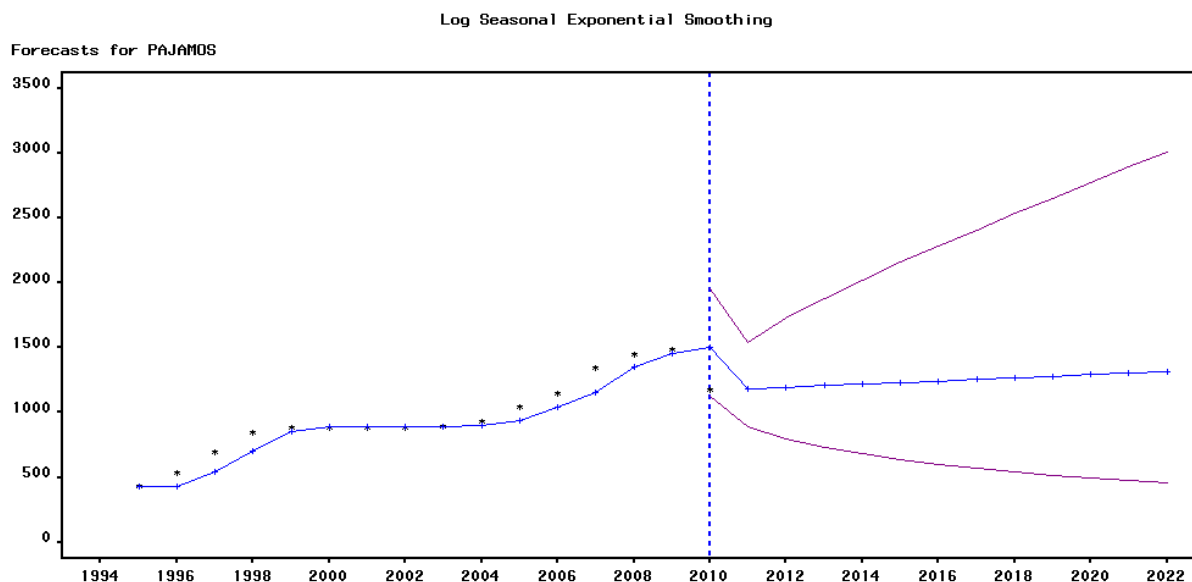
Draudžiamųjų pajamų logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametru vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,8992 | 0,4810 | 0,6379 |
| δ | 0,8992 | 8,4183 | <0,001 |

Tikrinama hipotezė „Parametru reikšmės yra nereikšmingos“. Iš X lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama lygmens glodinimo svoriui δ , nes $0,001 < 0,05$, o sezoninio glodinimo svoriui ω – priimama, $0,6379 > 0,05$. Vadinasi, δ yra reikšmingas, o ω – nereikšmingas.

Gaunama sezoninio eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = L_{t-1+k} + 0,899(\widehat{Y}_{t+k} + L_{t+k}) + 0,1011S_{t+p+k}.$$



2.17 pav. Draudžiamųjų pajamų prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.41 lentelė

Draudžiamųjų pajamų logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 14485,9 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 120,35719 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 8,67883 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 83,50766 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,824 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 122,39165. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,824, todėl galime paaiškinti 82,4% nuokrypio nuo vidurkio.

2.42 lentelė

Draudžiamųjų pajamų tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

| Data | Tikroji reikšmė | Prognozuojama reikšmė | Viršutinis rėžis | Apatinis rėžis | Skirtumas |
|------|-----------------|-----------------------|------------------|----------------|-----------|
| 1998 | 845,00 | 699,01 | 910,96 | 525,95 | 145,99 |
| 1999 | 886,00 | 851,60 | 1110 | 640,76 | 34,40 |
| 2000 | 886,00 | 894,29 | 1165 | 672,88 | -8,29 |
| 2001 | 886,00 | 894,73 | 1166 | 673,21 | -8,73 |
| 2002 | 886,00 | 894,74 | 1166 | 673,22 | -8,74 |
| 2003 | 894,00 | 894,74 | 1166 | 673,22 | -0,74 |
| 2004 | 931,00 | 902,73 | 1176 | 679,23 | 28,27 |
| 2005 | 1037 | 939,79 | 1225 | 707,12 | 97,21 |
| 2006 | 1148 | 1046 | 1363 | 787,09 | 102,00 |
| 2007 | 1344 | 1158 | 1509 | 871,39 | 186,00 |
| 2008 | 1445 | 1355 | 1766 | 1020 | 90,00 |
| 2009 | 1488 | 1458 | 1900 | 1097 | 30,00 |
| 2010 | 1170 | 1502 | 1958 | 1130 | -332,00 |
| 2011 | | 1184 | 1544 | 891,18 | |
| 2012 | | 1196 | 1726 | 796,92 | |
| 2013 | | 1207 | 1881 | 731,22 | |
| 2014 | | 1219 | 2023 | 680,00 | |
| 2015 | | 1231 | 2157 | 673,82 | |
| 2016 | | 1243 | 2285 | 601,94 | |
| 2017 | | 1255 | 2410 | 570,71 | |
| 2018 | | 1267 | 2533 | 543,10 | |
| 2019 | | 1279 | 2654 | 518,38 | |
| 2020 | | 1292 | 2773 | 496,03 | |

| | | | | | |
|------|--|------|------|--------|--|
| 2021 | | 1304 | 2892 | 475,67 | |
| 2022 | | 1317 | 3010 | 456,99 | |

2.43 lentelė

Draudžiamųjų pajamų prognozavimo metodų paklaidų palyginimas

| Metodas | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | Vidutinė absoliutinė paklaida |
|---|--|-------------------------------|
| Tiesinis trendas | 10,53880 | 97,35276 |
| Paprastasis eksponentinis glodinimas | 8,88316 | 86,25543 |
| Sezoninis eksponentinis glodinimas | 8,95287 | 86,88274 |
| Winters adityvinis | 11,18598 | 106,99482 |
| Logaritminis paprastasis eksponentinis glodinimas | 8,62326 | 83,06698 |
| Logaritminis sezoninis eksponentinis | 8,67883 | 83,50766 |

Iš 2.43 lentelės matome, kad mažiausios paklaidos prognozuojant draudžiamąsias pajamas gaunamos logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu. Todėl prognozuojant senatvės pensiją pagal taškinę sistemą remsimės prognozuojamais duomenimis, gautais šiuo metodu.

Vidutinio darbo užmokesčio, apdraustųjų asmenų vidutinį darbo užmokesčio, pensininkų skaičiaus, apdraustųjų asmenų skaičiaus ir bedarbių skaičiaus prognozės pateikiamos 2 priede.

2.5 PENSIJŲ SISTEMŲ PALYGINIMAS

Skaičiuojant pagal modifikuotą Lietuvoje egzistuojančią senatvės pensijų sistemą (laikome ją taškų) fiksuojame bazinės pensijos dydį. Kadangi bazinės pensijos dydį nustato LR Vyriausybė, laikome, jog tai politinis sprendimas, todėl jo neprognozuojame. Šiuo metu bazinė pensija yra 360Lt.

Naudosimės draudžiamųjų pajamų, kurias nustato LR Vyriausybė kasmet, prognoze, gauta naudojant logaritminį paprastojo eksponentinio glodinimo metodą. Taip pat - vidutine darbo užmokesčio prognoze, gauta Winters adityviniu metodu.

Skaičiuojant pagal Vokietijoje egzistuojančią senatvės pensijų sistemą (virtualiąją), fiksuojame pensijų vertės koeficientą. Laikysime, kad jis lygus 20. Pensijų skaičiavimui pagal šią sistemą naudosime šiuos prognozuojamus duomenis: šalies vidutinį darbo užmokesčių, pensininkų skaičių, apdraustųjų asmenų skaičių, apdraustųjų asmenų vidutinį darbo užmokesčių ir bedarbių skaičių. Visi jie

prognozuojami Winters adityviniu metodu, išskyrus apdraustųjų asmenų vidutinį darbo užmokestį, kuris prognozuojamas logaritminiu sezoniniu eksponentiniu metodu.

Žymėsime: TS – taškų sistema, NDC – virtualioji sistema.

2.44 lentelė

Senatvės pensijų prognozavimas pagal taškų ir virtualiąją sistemas

| Metai | Asmens draudžiamosios pajamos 1500Lt, stažas 30m. | | Asmens draudžiamosios pajamos 2500Lt, stažas 30m. | | Asmens draudžiamosios pajamos 3500Lt, stažas 30m. | |
|-------|---|--------|---|---------|---|---------|
| | TS | NDC | TS | NDC | TS | NDC |
| 2011 | 550,83 | 416,23 | 630,06 | 693,72 | 709,2 | 971,21 |
| 2012 | 551,94 | 403,55 | 631,91 | 672,58 | 711,87 | 941,62 |
| 2013 | 553,05 | 383,88 | 633,75 | 639,80 | 714,45 | 895,72 |
| 2014 | 554,05 | 365,90 | 635,43 | 609,83 | 716,80 | 853,76 |
| 2015 | 555,16 | 349,79 | 637,27 | 582,99 | 719,38 | 816,19 |
| 2016 | 556,37 | 334,79 | 639,28 | 557,99 | 722,20 | 781,19 |
| 2017 | 557,48 | 321,15 | 641,13 | 535,26 | 724,78 | 749,36 |
| 2018 | 558,58 | 308,58 | 642,97 | 514,30 | 727,37 | 720,02 |
| 2019 | 559,79 | 296,95 | 644,99 | 494,93 | 730,18 | 692,90 |
| 2020 | 560,90 | 286,18 | 646,83 | 476,96 | 732,77 | 667,75 |
| 2021 | 562,10 | 276,07 | 648,84 | 460,12 | 735,58 | 644,17 |
| 2022 | 563,31 | 266,81 | 650,86 | 444,69 | 738,40 | 622,56 |
| Metai | Asmens draudžiamosios pajamos 1500Lt, stažas 40m. | | Asmens draudžiamosios pajamos 2500Lt, stažas 40m. | | Asmens draudžiamosios pajamos 3500Lt, stažas 40m. | |
| | TS | NDC | TS | NDC | TS | NDC |
| 2011 | 658,83 | 887,96 | 738,06 | 1479,94 | 817,29 | 2071,92 |
| 2012 | 659,94 | 860,91 | 739,91 | 1434,85 | 819,87 | 2008,79 |
| 2013 | 661,05 | 818,94 | 741,75 | 1364,91 | 822,45 | 1910,88 |
| 2014 | 662,05 | 780,58 | 743,43 | 1300,98 | 824,80 | 1821,37 |
| 2015 | 663,16 | 746,23 | 745,27 | 1243,72 | 827,38 | 1741,21 |
| 2016 | 664,37 | 714,23 | 747,28 | 1190,39 | 830,20 | 1666,55 |
| 2017 | 665,48 | 685,13 | 749,13 | 1141,89 | 832,78 | 1598,64 |
| 2018 | 666,58 | 658,31 | 750,97 | 1097,18 | 835,37 | 1536,06 |
| 2019 | 667,79 | 633,51 | 752,99 | 1055,85 | 838,18 | 1478,19 |
| 2020 | 668,90 | 610,51 | 754,83 | 1017,52 | 840,77 | 1424,54 |
| 2021 | 670,10 | 588,96 | 756,84 | 981,60 | 843,5 | 1374,24 |
| 2022 | 671,31 | 569,20 | 758,86 | 948,67 | 846,40 | 1328,14 |

Iš 2.44 lentelės matome, kad senatvės pensijų dydis pagal taškų sistemą, nepriklausomai nuo asmens draudžiamųjų pajamų dydžio ir stažo, kiekvienu atveju laipsniškai didėja. Taip yra todėl, kad prognozuojama, jog draudžiamosios pajamos ir vidutinis darbo užmokestis didės. Virtualiosios sistemos atveju – priešingai, senatvės pensijų dydis turėtų mažėti, kadangi visi prognozuojami rodikliai, išskyrus apdraustųjų skaičių, turėtų didėti.

Iš 2.44 lentelėje pateiktų duomenų pastebime, kad senatvės pensijų dydis pagal taškų sistemą yra naudingesnis asmenims, gaunantiems mažesnes nei vidutinės draudžiamosios pajamos ir turint būtinąjį stažą (30 metų). Asmenims, turintiems stažą, didesnę nei būtinąsį, arba gaunantiems didesnes nei vidutinės draudžiamąsias pajamas naudingesnė virtualioji sistema.

IŠVADOS

1. Pasinaudojus tiesinės regresijos lygtimis sudaryti pakankamai tikslūs modeliai prognozuoti Sodros pajamas pagal išlaidas, atskirų pensijų grupių išlaidas pagal jų skaičių ir motinystės/tėvystės išmokas pagal apdraustųjų skaičių. Determinacijos koeficientai kinta nuo 0,65 iki 0,95.
2. Gauta daugialypės regresijos lygtis, kurios pagalba galima prognozuoti visas Sodros pajamas pagal draudėjų privalomąsias draudimo įmokas ir apdraustųjų įmokas.
3. Palyginus taškų ir virtualiąją senatvės pensijų sistemas, pastebėta, kad taškų sistema naudingesnė asmenims, gaunantiems mažesnes nei vidutinės draudžiamosios pajamos ir turint būtinaį stažą. Asmenims, turintiems stažą, didesnę nei būtinais, arba gaunantiems didesnes nei vidutinės draudžiamąsias pajamas naudingesnė virtualioji sistema.
4. Kadangi ir taškų, ir virtuali pensijų skaičiavimo sistemos yra įtakojamos LR Vyriausybės priimtų normatyvų, todėl gautos prognozės nėra labai tikslios.

LITERATŪRA

1. V. Sakalauskas. Statistika su Statistica. Vilnius, 1998. 227 p.
2. V. Čechanavičius, G. Murauskas. Statistika ir jos taikymai, I. Vilnius, 2001. 239 p.
3. V. Čechanavičius, G. Murauskas. Statistika ir jos taikymai, II. Vilnius, 2008. 268 p.
4. J. Rebecca Elliott. Learning SAS in the Computer Lab. Duxbury Press, 1995. 175 p
5. A. Aksomaitis. Tikimybių teorija ir statistika. Kaunas, 2002. 347 p.
6. T. Gudaitis. Senatvės pensijų sistemos modelių teorinė analizė. Iš: Organizacijų vadyba : sisteminiai tyrimai. 2009, Nr. 49, p. 37-56. Straipsnis
7. <http://www.sodra.lt/index.php?cid=336>
8. <http://www.pensionformula.org/europe.html>

1 PRIEDAS. TIESINĖ REGRESINĖ ANALIZĖ

- Tikrinama hipotezė: „Senatvės pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybė yra netiesinė“. Periodas 2002 - 2009 m.

1.1 lentelė

Senatvės pensijų regresinės analizės rezultatai

| Fišerio statistikos reikšmė (F Value) | PR > F | R-Square |
|---------------------------------------|--------|----------|
| 3.00 | 0.1339 | 0.3335 |

Iš 1.1 lentelės matome, kad hipotezė „Senatvės pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybė yra netiesinė“ yra priimama, nes $0,3335 > 0,05$. Vadinasi, priklausomybė yra netiesinė.

Kad gautume tiesinę regresijos lygtį, transformuojame parametrus: išlaidas ir skaičių.

1.2 lentelė

Senatvės pensijų transformuotų parametrų regresinės analizės rezultatai

| Funkcija | Transformuojami parametrai | Pr > F | Determinacijos koeficientas | Koreliacijos koeficientas |
|---------------|----------------------------|---------------|-----------------------------|---------------------------|
| log (x) | $x = skaičius$ | 0.0849 | 0.4146 | 0.6439 |
| | $x = išlaidos$ | | | |
| | $x = skaičius$ | 0.1350 | 0.3319 | 0.5761 |
| \sqrt{x} | $x = išlaidos$ | 0.0840 | 0.4165 | 0.6454 |
| | $x = skaičius$ | 0.1073 | 0.3737 | 0.6113 |
| | $x = išlaidos$ | 0.1344 | 0.3327 | 0.5780 |
| $\frac{1}{x}$ | $x = išlaidos$ | 0.1068 | 0.3746 | 0.6120 |
| | $x = skaičius$ | 0.0524 | 0.4924 | 0.7017 |
| | $x = išlaidos$ | 0.1363 | 0.3302 | 0.5746 |
| | $x = išlaidos$ | 0.0498 | 0.4968 | 0.7048 |

Iš 1.2 lentelės matome, kad hipotezė „Senatvės pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybė yra netiesinė“ yra atmetama, kai transformuojame išlaidas funkcija $\frac{1}{x}$. Vadinasi, priklausomybė yra tiesinė. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,4968, todėl galime paaiškinti 49,68% nuokrypio nuo vidurkio.

Koreliacijos koeficientas lygus $\sqrt{R-Square} = 0,7048$, vadinasi, koreliacinis ryšys tarp senatvės pensijų išlaidų ir skaičiaus yra stiprus.

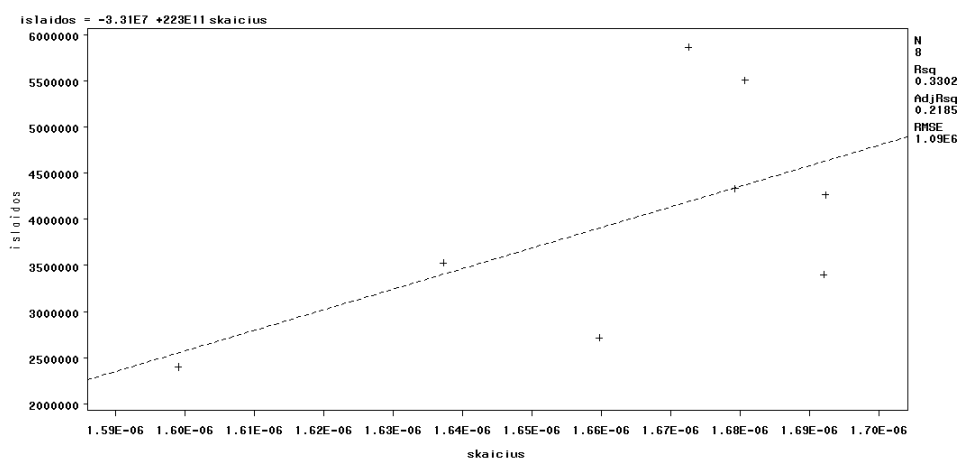
1.3 lentelė

Senatvės pensijų regresinės tiesės parametrai

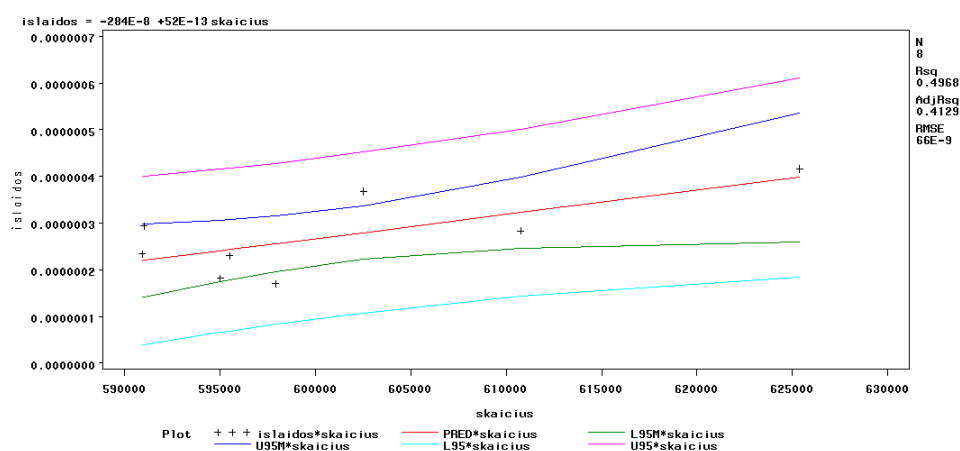
| | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|-----------------|-------------------|---------|---------|
| Laisvasis narys | -0.00000284 | -2.22 | 0.0482 |
| Skaičius | 5.17264 | 2.43 | 0.0409 |

Tikrinama hipotezė „Regresinės tiesės parametrai yra nereikšmingi“. Iš 1.3 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0482 < 0,05$ ir $0,0409 < 0,05$. Vadinasi, abu regresinės tiesės parametrai yra reikšmingi.

Gauname regresijos lygtį: $išlaidos = -0.00000284 + 5.17264 \times skaičius$.



1.1 pav. Senatvės pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybės grafikas



1.2 pav. Senatvės pensijų išlaidų ir skaičiaus pasikliautiniai intervalai

1.4 lentelė

Senatvės pensijų Spirmeno koreliacijos koeficientas

| | Pensijų išlaidos | Pensijų skaičius |
|------------------|------------------|------------------|
| Pensijų išlaidos | 1.0000 | 0.42857 |
| Pensijų skaičius | 0.42857 | 1.0000 |

Iš 1.4 lentelės matome, kad Spirmeno koreliacijos koeficientas yra lygus 0,42857, vadinasi, tarp senatvės pensijų dydžių ir skaičiaus yra vidutinio stiprumo ryšys.

Modelio taikymo korektiškumo tikrinimas:

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanos pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį“.

1.5 lentelė

Senatvės pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|--------------|-----------|
| Shapiro-Wilk | 0.7996 |

Iš 1.5 lentelės matome, kad hipotezė priimama. Liekanų pasiskirstymas yra normalusis, nes Shapiro-Wilk kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanų vidurkis lygus nuliui“.

1.6 lentelė

Senatvės pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|------------|-----------|
| Student'o | 1.0000 |

Pasinaudoję Student'o kriterijumi, hipotezė apie liekanų vidurkio lygybę nuliui priimame, nes kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

- Tikrinama hipotezė: „Invalidumo pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybė yra netiesinė“. Periodas 2002 - 2009 m.

1.7 lentelė

Invalidumo pensijų regresinės analizės rezultatai

| Fišerio statistikos reikšmė (F Value) | PR > F | R-Square |
|---------------------------------------|--------|----------|
| 30.24 | 0.0015 | 0.8344 |

Iš 1.7 lentelės matome, kad hipotezė „Invalidumo pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybė yra netiesinė“ yra atmetama, nes $0,0015 < 0,05$. Vadinasi, priklausomybė yra tiesinė. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,8344, todėl galime paaikškinti 83,44% nuokrypio nuo vidurkio. Koreliacijos koeficientas lygus $\sqrt{R-Square} = 0,9135$, vadinasi, koreliacinis ryšys tarp invalidumo pensijų išlaidų ir skaičiaus yra stiprus.

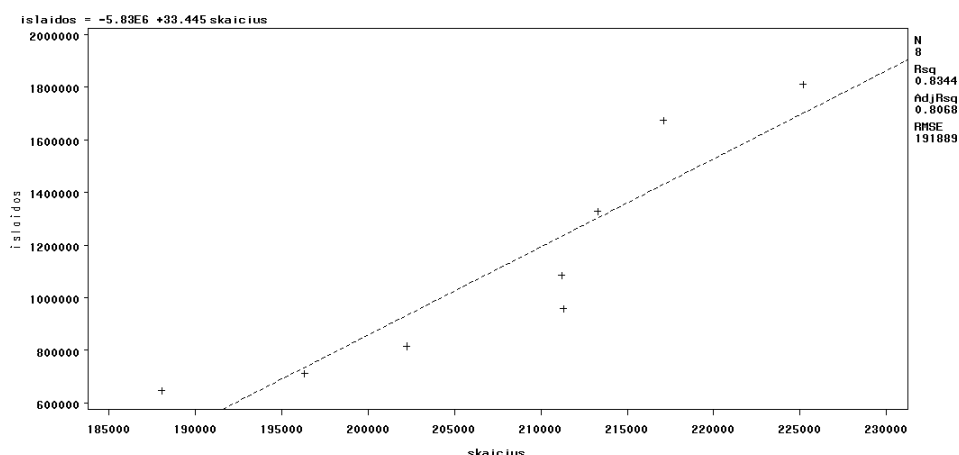
1.8 lentelė

Invalidumo pensijų regresinės tiesės parametrai

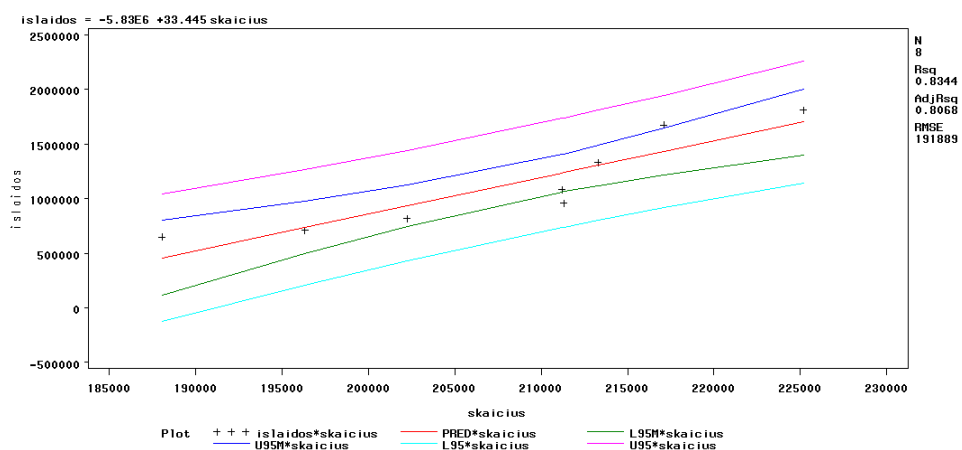
| | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|-----------------|-------------------|---------|---------|
| Laisvasis narys | -5830452 | -4.60 | 0.0037 |
| Skaičius | 33.44462 | 5.50 | 0.0015 |

Tikrinama hipotezė „Regresinės tiesės parametrai yra nereikšmingi“. Iš 1.8 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0037 < 0,05$ ir $0,0015 < 0,05$. Vadinasi, abu regresinės tiesės parametrai yra reikšmingi.

Gauname regresijos lygtį: $išlaidos = -5830452 + 33.44462 \times skaičius$.



1.3 pav. Invalidumo pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybės grafikas



1.4 pav. Invalidumo pensijų išlaidų ir skaičiaus pasikliautinieji intervalai

1.9 lentelė

Invalidumo pensijų Spirmeno koreliacijos koeficientas

| | Pensijų išlaidos | Pensijų skaičius |
|------------------|------------------|------------------|
| Pensijų išlaidos | 1.0000 | 0.97619 |
| Pensijų skaičius | 0.97619 | 1.0000 |

Iš 1.9 lentelės matome, kad Spirmeno koreliacijos koeficientas yra lygus 0,97619, vadinasi, tarp senatvės pensijų dydžių ir skaičiaus yra labai stiprus ryšys.

Modelio taikymo korektiškumo tikrinimas:

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanos pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį“.

1.10 lentelė

Invalidumo pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|--------------|-----------|
| Shapiro-Wilk | 0.9431 |

Iš 1.10 lentelės matome, kad hipotezė priimama. Liekanų pasiskirstymas yra normalusis, nes Shapiro-Wilk kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanų vidurkis lygus nuliui“.

1.11 lentelė

Invalidumo pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|------------|-----------|
| Student'o | 1.0000 |

Pasinaudoję Student'o kriterijumi, hipotezė apie liekanų vidurkio lygybę nuliui priimame, nes kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

- Tikrinama hipotezė: „Maitintojo netekimo pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybė yra netiesinė“. Periodas 2002 - 2009 m.

1.12 lentelė

Maitintojo netekimo pensijų regresinės analizės rezultatai

| Fišerio statistikos reikšmė (F Value) | PR > F | R-Square |
|--|------------------|-----------------|
| 11.73 | 0.0141 | 0.6617 |

Iš 1.12 lentelės matome, kad hipotezė „Maitintojo netekimo pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybė yra netiesinė“ yra atmetama, nes $0,0141 < 0,05$. Vadinasi, priklausomybė yra tiesinė. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,6617, todėl galime paaiškinti 66,17% nuokrypio nuo vidurkio. Koreliacijos koeficientas lygus $\sqrt{R-Square} = 0,8134$, vadinasi, koreliacinis ryšys tarp maitintojo netekimo pensijų išlaidų ir skaičiaus yra stiprus.

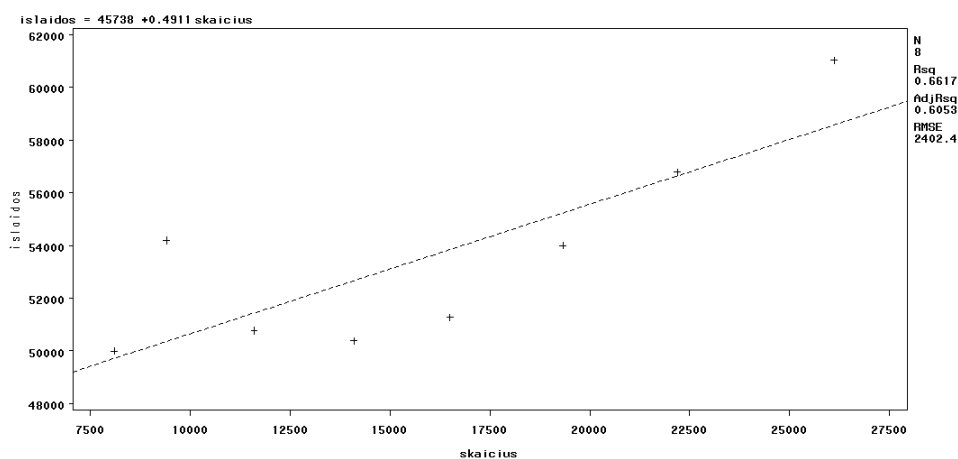
1.13 lentelė

Maitintojo netekimo pensijų regresinės tiesės parametrai

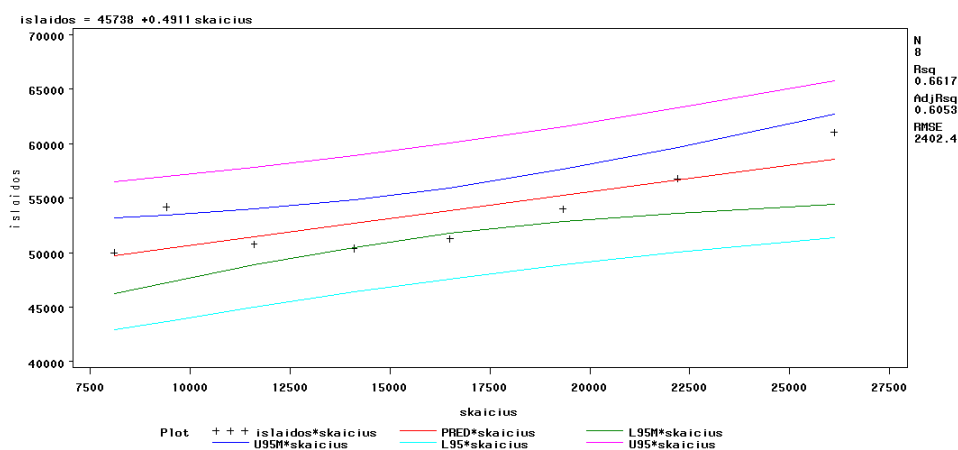
| | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------------------|--------------------------|----------------|--------------------|
| Laisvasis narys | 45738 | 18.78 | <.0001 |
| Skaičius | 0.49113 | 3.43 | 0.0141 |

Tikrinama hipotezė „Regresinės tiesės parametrai yra nereikšmingi“. Iš 1.13 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0001 < 0,05$ ir $0,0141 < 0,05$. Vadinasi, abu regresinės tiesės parametrai yra reikšmingi.

Gauname regresijos lygtį: $išlaidos = 45738 + 0.49113 \times skaičius$.



1.5 pav. Maitintojo netekimo pensijų išlaidų ir skaičiaus priklausomybės grafikas



1.6 pav. Maitintojo netekimo pensijų išlaidų ir skaičiaus pasikliautiniai intervalai

1.14 lentelė

Maitintojo netekimo pensijų Spirmeno koreliacijos koeficientas

| | Pensijų išlaidos | Pensijų skaičius |
|------------------|------------------|------------------|
| Pensijų išlaidos | 1.0000 | 0.73810 |
| Pensijų skaičius | 0.73810 | 1.0000 |

Iš 1.14 lentelės matome, kad Spirmeno koreliacijos koeficientas yra lygus 0,73810, vadinasi, tarp senatvės pensijų dydžių ir skaičiaus yra stiprus ryšys.

Modelio taikymo korektiškumo tikrinimas:

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanos pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį“.

1.15 lentelė

Maitintojo netekimo pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|--------------|-----------|
| Shapiro-Wilk | 0.5507 |

Iš 1.15 lentelės matome, kad hipotezė priimama. Liekanų pasiskirstymas yra normalusis, nes Shapiro-Wilk kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanų vidurkis lygus nuliui“.

1.16 lentelė

Maitintojo netekimo pensijų išlaidų ir skaičiaus liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|------------|-----------|
| Student'o | 1.0000 |

Pasinaudoję Student'o kriterijumi, hipotezę apie liekanų vidurkio lygybę nuliui primame, nes kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

- Tikrinama hipotezė: „**Motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų priklausomybė yra netiesinė**“. Periodas 2002 - 2009 m.

1.17 lentelė

Motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų regresinės analizės rezultatai

| Fišerio statistikos reikšmė (F Value) | PR > F | R-Square |
|---------------------------------------|--------|----------|
| 18.98 | 0.0048 | 0.7598 |

Iš 1.17 lentelės matome, kad hipotezė „Motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų priklausomybė yra netiesinė“ yra atmetama, nes $0,0048 < 0,05$. Vadinasi, priklausomybė yra tiesinė. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,7598, todėl galime paaiškinti 75,98% nuokrypio nuo vidurkio. Koreliacijos koeficientas lygus $\sqrt{R-Square} = 0,8717$, vadinasi, koreliacinis ryšys tarp motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų yra stiprus.

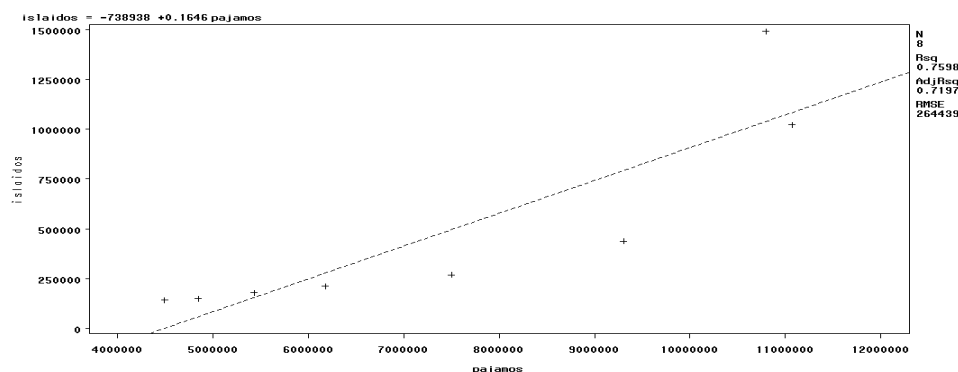
1.18 lentelė

Motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų regresinės tiesės parametrai

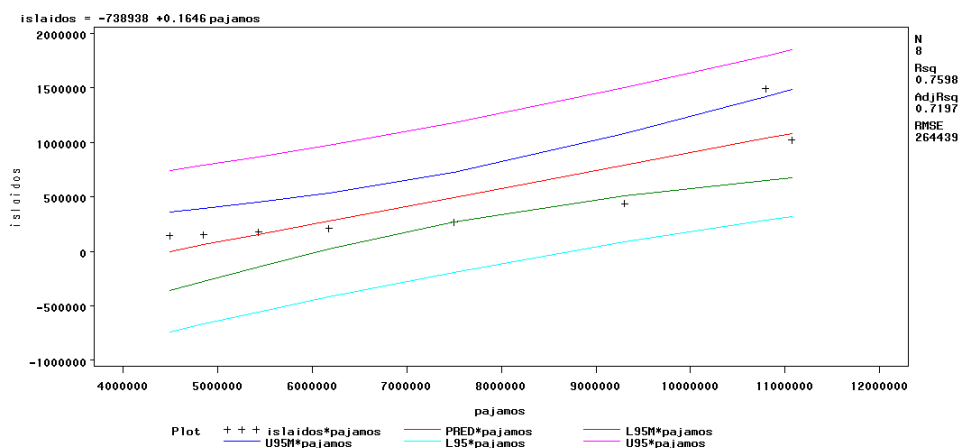
| | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|-----------------|-------------------|---------|---------|
| Laisvasis narys | -738938 | -2.49 | 0.0471 |
| Įmokos | 0.16457 | 4.36 | 0.0048 |

Tikrinama hipotezė „Regresinės tiesės parametrai yra nereikšmingi“. Iš 1.18 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0471 < 0,05$ ir $0,0048 < 0,05$. Vadinasi, abu regresinės tiesės parametrai yra reikšmingi.

Gauname regresijos lygtį: $išmokos = -738938 + 0.16457 \times įmokos$.



1.7 pav. Motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų priklausomybės grafikas



1.8 pav. Motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų pasikliautinieji intervalai

1.19 lentelė

Motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų Spirmeno koreliacijos koeficientas

| | Pensijų išlaidos | Pensijų skaičius |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Pensijų išlaidos | 1.0000 | 0.97619 |
| Pensijų skaičius | 0.97619 | 1.0000 |

Iš 1.19 lentelės matome, kad Spirmeno koreliacijos koeficientas yra lygus 0,97619, vadinasi, tarp senatvės pensijų dydžių ir skaičiaus yra labai stiprus ryšys.

Modelio taikymo korektiškumo tikrinimas:

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanos pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį“.

1.20 lentelė

Motinystės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|-------------------|------------------|
| Shapiro-Wilk | 0.8911 |

Iš 1.20 lentelės matome, kad hipotezė priimama. Liekanų pasiskirstymas yra normalusis, nes Shapiro-Wilk kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanų vidurkis lygus nuliui“.

1.21 lentelė

Motinstės/tėvystės išmokų ir apdraustųjų/draudėjų įmokų liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|------------|-----------|
| Student'o | 1.0000 |

Pasinaudoję Student'o kriterijumi, hipotezę apie liekanų vidurkio lygybę nuliui priimame, nes kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

- Tikrinama hipotezė: „Motinstės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus priklausomybė yra netiesinė“. Periodas 1998 - 2009 m

1.22 lentelė

Motinstės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus regresinės analizės rezultatai

| Fišerio statistikos reikšmė (F Value) | PR > F | R-Square |
|---------------------------------------|--------|----------|
| 44.02 | 0.0003 | 0.8628 |

Iš 1.22 lentelės matome, kad hipotezė „Motinstės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus priklausomybė yra netiesinė“ yra atmetama, nes $0,0003 < 0,05$. Vadinasi, priklausomybė yra tiesinė. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,8628, todėl galime paaiškinti 86,28% nuokrypio nuo vidurkio. Koreliacijos koeficientas lygus $\sqrt{R-Square} = 0,9289$, vadinasi, koreliacinis ryšys tarp motinstės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus yra labai stiprus.

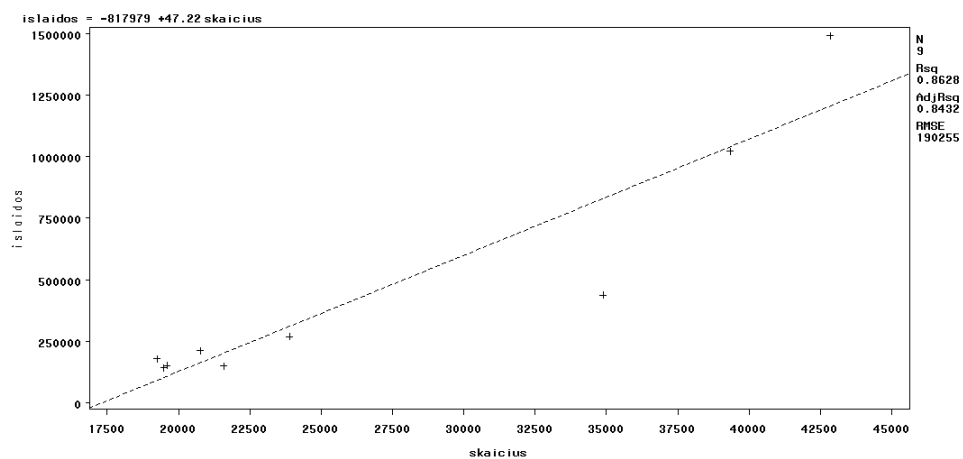
1.23 lentelė

Motinstės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus regresinės tiesės parametrai

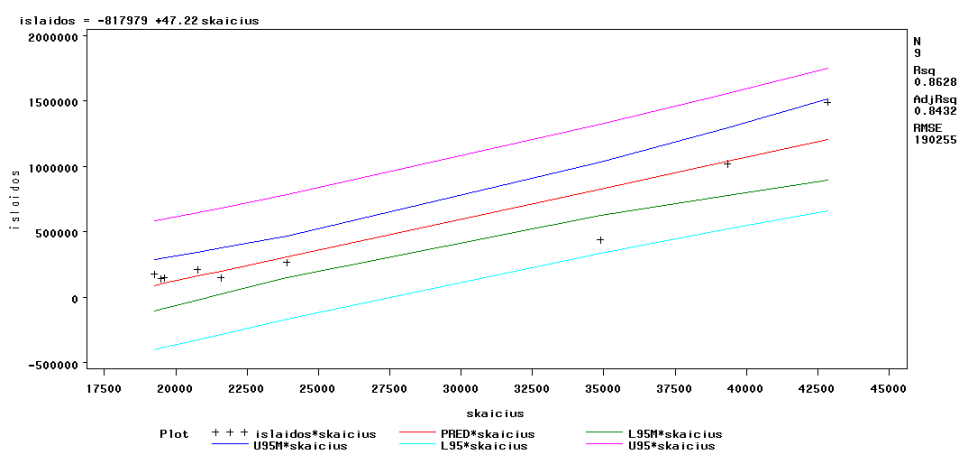
| | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------------------|-------------------|---------|---------|
| Laisvasis narys | -817979 | -4.06 | 0.0048 |
| Skaičius | 47.22046 | 6.63 | 0.0003 |

Tikrinama hipotezė „Regresinės tiesės parametrai yra nereikšmingi“. Iš 2.23 lentelės matome, kad hipotesė yra atmetama, nes $0,0048 < 0,05$ ir $0,0003 < 0,05$. Vadinasi, abu regresinės tiesės parametrai yra reikšmingi.

Gauname regresijos lygtį: $išlaidos = -817979 + 47.22046 \times skaičius$.



1.9 pav. Motinystės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus priklausomybės grafikas



1.10 pav. Motinystės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus pasikliautiniai intervalai

1.24 lentelė

Motinystės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus Spirmeno koreliacijos koeficientas

| | Pensijų išlaidos | Pensijų skaičius |
|------------------|------------------|------------------|
| Pensijų išlaidos | 1.0000 | 0.83333 |
| Pensijų skaičius | 0.83333 | 1.0000 |

Iš 1.24 lentelės matome, kad Spirmeno koreliacijos koeficientas yra lygus 0,83333, vadinasi, tarp senatvės pensijų dydžių ir skaičiaus yra stiprus ryšys.

Modelio taikymo korektiškumo tikrinimas:

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanos pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį“.

1.25 lentelė

Motinystės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus liekanų normaliojo skirstinio tinkamumo tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|-------------------|------------------|
| Shapiro-Wilk | 0.1032 |

Iš 1.25 lentelės matome, kad hipotezė priimama. Liekanų pasiskirstymas yra normalusis, nes Shapiro-Wilk kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

- ✓ Tikrinama hipotezė „Liekanų vidurkis lygus nuliui“.

1.26 lentelė

Motinstės/tėvystės pašalpų išlaidų ir atvejų skaičiaus liekanų vidurkio lygybės nuliui tikrinimas

| Kriterijus | p reikšmė |
|-------------------|------------------|
| Student'o | 1.0000 |

Pasinaudoję Student'o kriterijumi, hipotezė apie liekanų vidurkio lygumą nuliui priimame, nes kriterijaus tikimybės p reikšmė yra didesnė už reikšmingumo lygmenį 0,05.

2 PRIEDAS. PROGNOZAVIMAS

Pensininkų skaičiaus prognozavimas

- Pensininkų skaičiaus prognozavimas pagal tiesinį trendą

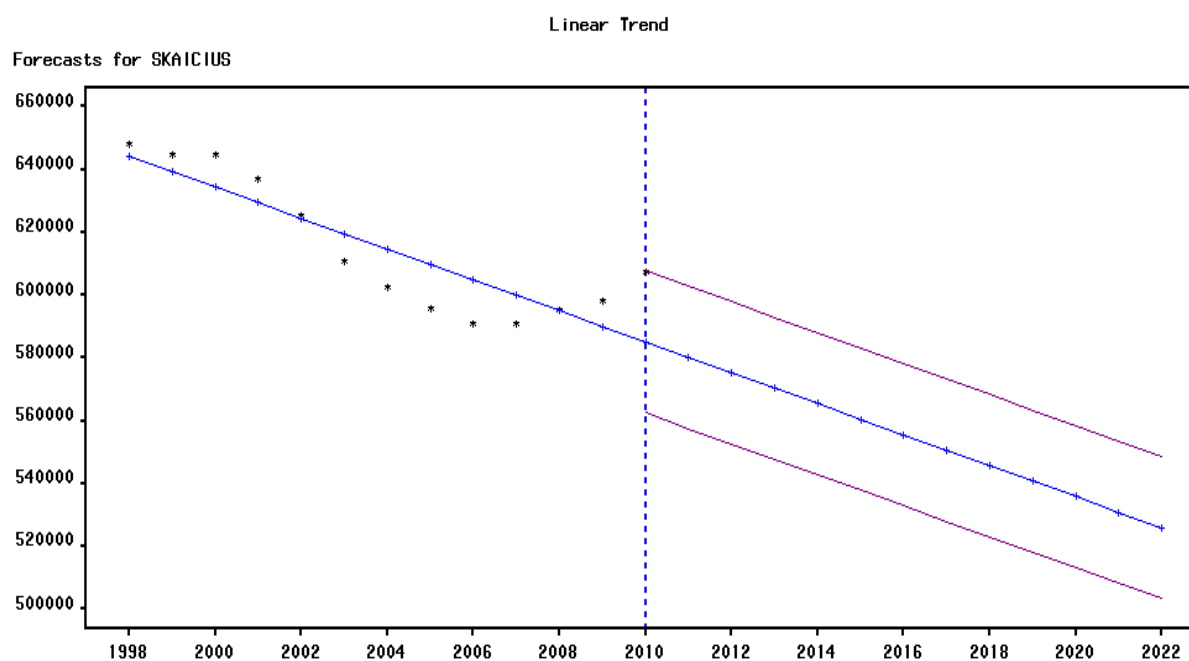
2.1 lentelė

Pensininkų skaičiaus tiesinio trendo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| b_0 | 649143 | 95,6058 | <0,001 |
| b_1 | -4927 | -5,7597 | 0,001 |

Tikrinama hipotezė „Tiesinio trendo parametrai yra nereikšmingi“. Iš 2.1 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,001 < 0,05$ ir $0,001 < 0,05$. Vadinas, abu tiesinio trendo parametrai yra reikšmingi.

Gaunama tiesinio trendo išraiška: $Y = 649143 - 4927 \cdot t$.



2.1 pav. Pensininkų skaičiaus prognozavimas pagal tiesinį trendą

2.2 lentelė

Pensininkų skaičiaus tiesinio trendo statistikų įvertiniai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|-----------|------------------------------|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 112691903 |

| | | |
|------------|--|---------|
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 10625,6 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 1,46259 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 8915,4 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,751 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 10625,6. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,751, todėl galime paaiškinti 75,1% nuokrypio nuo vidurkio.

2.3 lentelė

Pensininkų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų pagal tiesinį trendą reikšmių palyginimas

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LINEAR_ |
|------|--------|---------|--------|--------|----------|----------|----------|
| 2002 | 625378 | 624508 | 647127 | 601890 | 869.5934 | 0.0754 | 5 |
| 2003 | 610775 | 619581 | 642200 | 596963 | -8806 | -0.7631 | 6 |
| 2004 | 602512 | 614654 | 637273 | 592036 | -12142 | -1.0522 | 7 |
| 2005 | 595500 | 609727 | 632346 | 587109 | -14227 | -1.2328 | 8 |
| 2006 | 591000 | 604800 | 627419 | 582182 | -13800 | -1.1958 | 9 |
| 2007 | 590900 | 599873 | 622492 | 577255 | -8973 | -0.7776 | 10 |
| 2008 | 595000 | 594946 | 617565 | 572328 | 53.6593 | 0.004650 | 11 |
| 2009 | 597900 | 590019 | 612638 | 567401 | 7881 | 0.6829 | 12 |
| 2010 | 607494 | 585092 | 607711 | 562474 | 22402 | 1.9411 | 13 |
| 2011 | . | 580165 | 602784 | 557546 | . | . | 14 |
| 2012 | . | 575238 | 597857 | 552619 | . | . | 15 |
| 2013 | . | 570311 | 592930 | 547692 | . | . | 16 |
| 2014 | . | 565384 | 588003 | 542765 | . | . | 17 |
| 2015 | . | 560457 | 583076 | 537838 | . | . | 18 |
| 2016 | . | 555530 | 578149 | 532911 | . | . | 19 |
| 2017 | . | 550603 | 573222 | 527984 | . | . | 20 |
| 2018 | . | 545676 | 568295 | 523057 | . | . | 21 |
| 2019 | . | 540749 | 563368 | 518130 | . | . | 22 |
| 2020 | . | 535822 | 558441 | 513203 | . | . | 23 |
| 2021 | . | 530895 | 553514 | 508276 | . | . | 24 |
| 2022 | . | 525968 | 548587 | 503349 | . | . | 25 |

- Pensininkų skaičiaus prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.4 lentelė

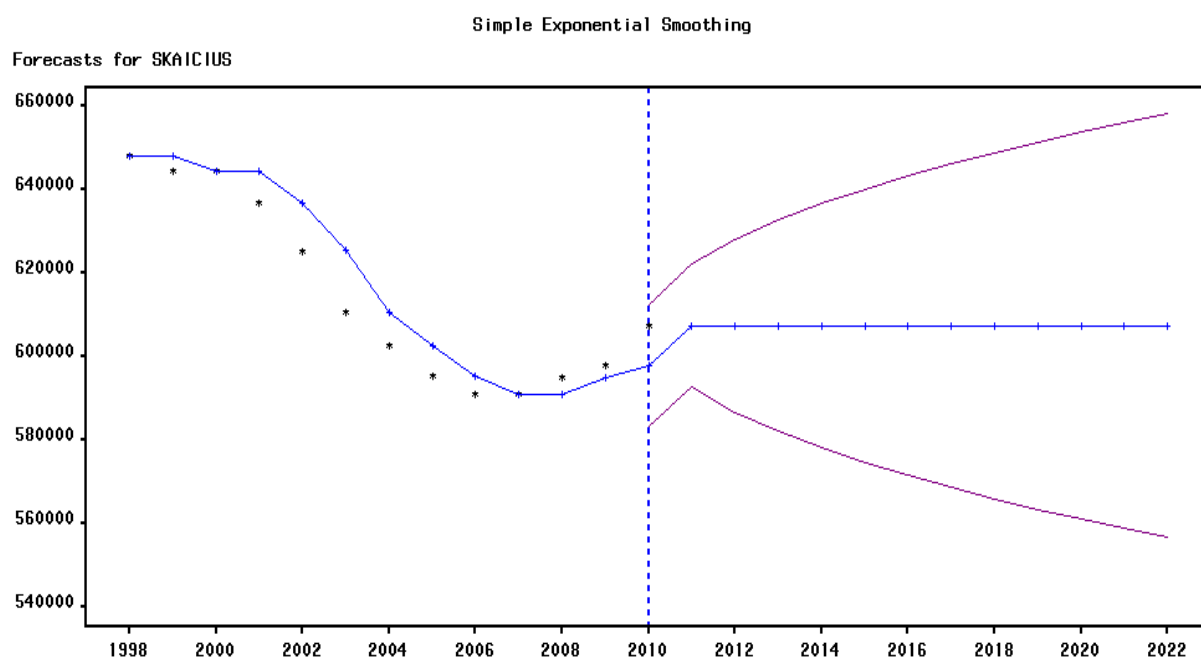
Pensininkų skaičiaus paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas

| Kintamasis | Konstantos reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------------------------|--------------------|---------|---------|
| Glodinimo konstanta α | 0,999 | 4,5932 | 0,0006 |

Tikrinama hipotezė „Paprastojo eksponentinio glodinimo metodo konstanta yra nereikšminga“. Iš 2.4 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0006 < 0,05$. Vadinasi, konstanta yra reikšminga.

Gaunama paprastojo eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$F_t = 0,999Y_{t-1} + 0,001F_{t-1}$$



2.2 pav. Pensininkų skaičiaus prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.5 lentelė

Pensininkų skaičiaus paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 51644447 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 7186,4 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 0,92743 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 5671,6 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,886 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 7186,4. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,886, todėl galime paaiškinti 88,6% nuokrypio nuo vidurkio.

2.6 lentelė

**Pensininkų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų paprastojo eksponentinio glodinimo metodu
reikšmių palyginimas**

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LEVEL_ |
|------|--------|---------|--------|--------|-----------|---------|---------|
| 2001 | 636919 | 644523 | 659183 | 629863 | -7604 | -1.0166 | 636927 |
| 2002 | 625378 | 636927 | 651587 | 622266 | -11549 | -1.5440 | 625390 |
| 2003 | 610775 | 625390 | 640050 | 610729 | -14615 | -1.9539 | 610790 |
| 2004 | 602512 | 610790 | 625450 | 596129 | -8278 | -1.1067 | 602520 |
| 2005 | 595500 | 602520 | 617181 | 587860 | -7020 | -0.9386 | 595507 |
| 2006 | 591000 | 595507 | 610167 | 580847 | -4507 | -0.6026 | 591005 |
| 2007 | 590900 | 591005 | 605665 | 576344 | -104.5070 | -0.0140 | 590900 |
| 2008 | 595000 | 590900 | 605560 | 576240 | 4100 | 0.5481 | 594996 |
| 2009 | 597900 | 594996 | 609656 | 580336 | 2904 | 0.3883 | 597897 |
| 2010 | 607494 | 597897 | 612557 | 583237 | 9597 | 1.2830 | 607484 |
| 2011 | . | 607484 | 622145 | 592824 | . | . | 607484 |
| 2012 | . | 607484 | 628207 | 586762 | . | . | 607484 |
| 2013 | . | 607484 | 632860 | 582109 | . | . | 607484 |
| 2014 | . | 607484 | 636783 | 578186 | . | . | 607484 |
| 2015 | . | 607484 | 640239 | 574729 | . | . | 607484 |
| 2016 | . | 607484 | 643365 | 571604 | . | . | 607484 |
| 2017 | . | 607484 | 646238 | 568730 | . | . | 607484 |
| 2018 | . | 607484 | 648914 | 566055 | . | . | 607484 |
| 2019 | . | 607484 | 651426 | 563543 | . | . | 607484 |
| 2020 | . | 607484 | 653802 | 561166 | . | . | 607484 |
| 2021 | . | 607484 | 656063 | 558906 | . | . | 607484 |
| 2022 | . | 607484 | 658222 | 556746 | . | . | 607484 |

- Pensininkų skaičiaus prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.7 lentelė

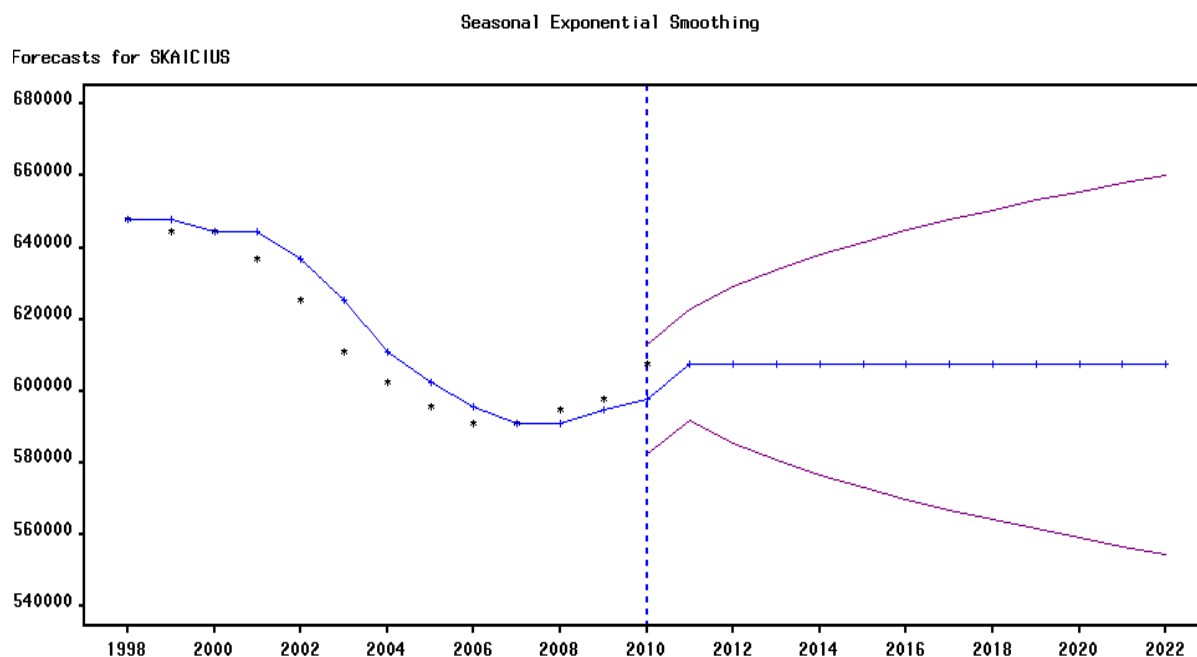
Pensininkų skaičiaus sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,8992 | 0,4022 | 0,6952 |
| δ | 0,8992 | 3,8447 | 0,0027 |

Tikrinama hipotezė „Parametrų reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.7 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama lygmens glodinimo svoriui δ , nes $0,0027 < 0,05$, o sezoninio glodinimo svoriui ω – priimama, $0,6952 > 0,05$. Vadinasi, δ yra reikšmingas, o ω – nereikšmingas.

Gaunama sezoninio eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = L_{t-1+k} + 0,899(\widehat{Y}_{t+k} + L_{t+k}) + 0,1015S_{t+p+k}.$$



2.3 pav Pensininkų skaičiaus prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.8 lentelė

Pensininkų skaičiaus sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 52370364 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 7236,7 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 0,93529 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 5719,4 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,884 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 7236,7. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,884, todėl galime paaiškinti 88,4% nuokrypio nuo vidurkio.

2.9 lentelė

**Pensininkų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu
reikšmių palyginimas**

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LEVEL_ | _SFACTOR |
|------|--------|---------|--------|--------|-----------|---------|---------|----------|
| 2001 | 636919 | 644524 | 659944 | 629105 | -7605 | -0.9667 | 637998 | -1002 |
| 2002 | 625378 | 636996 | 652416 | 621577 | -11618 | -1.4768 | 627551 | -2055 |
| 2003 | 610775 | 625496 | 640915 | 610077 | -14721 | -1.8712 | 614314 | -3389 |
| 2004 | 602512 | 610925 | 626344 | 595505 | -8413 | -1.0693 | 606749 | -4152 |
| 2005 | 595500 | 602597 | 618017 | 587178 | -7097 | -0.9022 | 600367 | -4795 |
| 2006 | 591000 | 595572 | 610991 | 580153 | -4572 | -0.5812 | 596256 | -5209 |
| 2007 | 590900 | 591046 | 606466 | 575627 | -146.4556 | -0.0186 | 596124 | -5223 |
| 2008 | 595000 | 590901 | 606321 | 575482 | 4099 | 0.5210 | 599810 | -4851 |
| 2009 | 597900 | 594958 | 610378 | 579539 | 2942 | 0.3739 | 602455 | -4585 |
| 2010 | 607494 | 597870 | 613289 | 582451 | 9624 | 1.2233 | 611108 | -3712 |
| 2011 | . | 607396 | 622816 | 591977 | . | . | 611108 | -3712 |
| 2012 | . | 607396 | 629092 | 585700 | . | . | 611108 | -3712 |
| 2013 | . | 607396 | 633923 | 580870 | . | . | 611108 | -3712 |
| 2014 | . | 607396 | 638000 | 576792 | . | . | 611108 | -3712 |
| 2015 | . | 607396 | 641595 | 573197 | . | . | 611108 | -3712 |
| 2016 | . | 607396 | 644846 | 569946 | . | . | 611108 | -3712 |
| 2017 | . | 607396 | 647837 | 566955 | . | . | 611108 | -3712 |
| 2018 | . | 607396 | 650621 | 564171 | . | . | 611108 | -3712 |
| 2019 | . | 607396 | 653237 | 561556 | . | . | 611108 | -3712 |
| 2020 | . | 607396 | 655711 | 559082 | . | . | 611108 | -3712 |
| 2021 | . | 607396 | 658064 | 556728 | . | . | 611108 | -3712 |
| 2022 | . | 607396 | 660313 | 554479 | . | . | 611108 | -3712 |

- Pensininkų skaičiaus prognozavimas Winters adityviniu metodu

2.10 lentelė

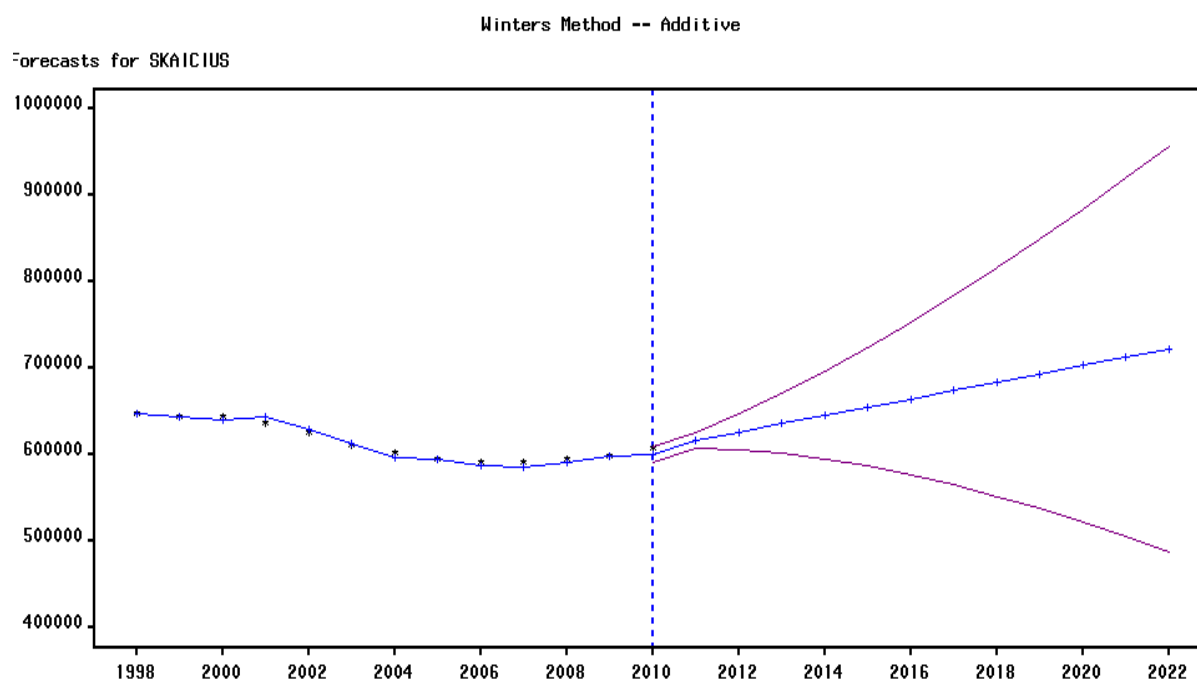
Pensininkų skaičiaus Winters adityvinio metodo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,999 | 4,6607 | 0,0009 |
| δ | 0,999 | 2,0713 | 0,0651 |
| γ | 0,001 | 7,6064 | 0,999 |

Tikrinama hipotezė „Parametrų reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.10 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama ω , nes $0,0009 < 0,05$, o δ ir γ – priimama, $0,0651 > 0,05$ ir $0,999 > 0,05$. Vadinasi, ω yra reikšmingas, o δ ir γ – nereikšmingi.

Gaunama Winters adityvinio metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = 0,999(Y_t - S_{t-p}) + 0,001(\widehat{L}_{t-1} + T_{t-1}) + kT_{t-1} + S_{t-2p+k}.$$



2.4 pav. Pensininkų skaičiaus prognozavimas Winters adityviu metodu

2.11 lentelė

Pensininkų skaičiaus Winters adityvinio metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 17136066 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 4139,6 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 0,55818 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 3412,6 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,962 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 4139,6. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,962, todėl galime paaiškinti 96,2% nuokrypio nuo vidurkio.

2.12 lentelė

Pensininkų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų Winters adityviniu metodu reikšmių palyginimas

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LEVEL_ | _TREND_ | SFACTOR |
|------|--------|---------|--------|--------|-------|---------|---------|-----------|-----------|
| 2002 | 625378 | 629341 | 638591 | 620090 | -3963 | -0.8396 | 625382 | -11541 | -0.008237 |
| 2003 | 610775 | 613841 | 623092 | 604591 | -3066 | -0.6497 | 610778 | -14601 | -0.0113 |
| 2004 | 602512 | 596177 | 605428 | 586927 | 6335 | 1.3422 | 602506 | -8279 | -0.004969 |
| 2005 | 595500 | 594227 | 603478 | 584976 | 1273 | 0.2697 | 595499 | -7008 | -0.003695 |
| 2006 | 591000 | 588491 | 597741 | 579240 | 2509 | 0.5317 | 590997 | -4504 | -0.001186 |
| 2007 | 590900 | 586494 | 595744 | 577243 | 4406 | 0.9336 | 590896 | -106.3011 | 0.003220 |
| 2008 | 595000 | 590789 | 600040 | 581539 | 4211 | 0.8921 | 594996 | 4096 | 0.007431 |
| 2009 | 597900 | 599092 | 608342 | 589841 | -1192 | -0.2525 | 597901 | 2907 | 0.006239 |
| 2010 | 607494 | 600808 | 610058 | 591557 | 6686 | 1.4166 | 607487 | 9579 | 0.0129 |
| 2011 | . | 617067 | 626317 | 607816 | . | . | 617067 | 9579 | 0.0129 |
| 2012 | . | 626646 | 647307 | 605986 | . | . | 626646 | 9579 | 0.0129 |
| 2013 | . | 636226 | 670787 | 601665 | . | . | 636226 | 9579 | 0.0129 |
| 2014 | . | 645805 | 696391 | 595220 | . | . | 645805 | 9579 | 0.0129 |
| 2015 | . | 655385 | 723872 | 586897 | . | . | 655385 | 9579 | 0.0129 |
| 2016 | . | 664964 | 753055 | 576873 | . | . | 664964 | 9579 | 0.0129 |
| 2017 | . | 674543 | 783803 | 565284 | . | . | 674543 | 9579 | 0.0129 |
| 2018 | . | 684123 | 816009 | 552236 | . | . | 684123 | 9579 | 0.0129 |
| 2019 | . | 693702 | 849585 | 537819 | . | . | 693702 | 9579 | 0.0129 |
| 2020 | . | 703282 | 884457 | 522106 | . | . | 703282 | 9579 | 0.0129 |
| 2021 | . | 712861 | 920562 | 505160 | . | . | 712861 | 9579 | 0.0129 |
| 2022 | . | 722441 | 957846 | 487036 | . | . | 722441 | 9579 | 0.0129 |

- Pensininkų skaičiaus prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.13 lentelė

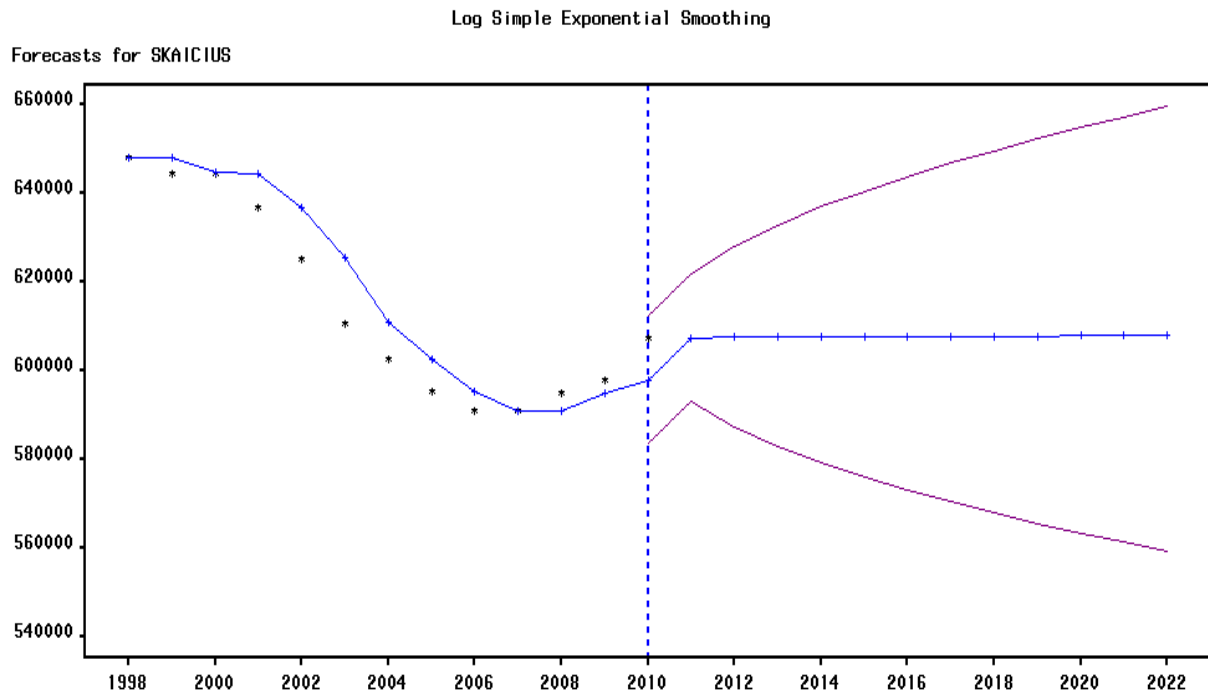
Pensininkų skaičiaus logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas

| Kintamasis | Konstantos reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------------------------|--------------------|---------|---------|
| Glodinimo konstanta α | 0,999 | 4,5729 | 0,0006 |

Tikrinama hipotezė „Logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo konstanta yra nereikšminga“. Iš 2.13 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0006 < 0,05$. Vadinasi, konstanta yra reikšminga.

Gaunama paprastojo eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$F_t = 0,999Y_{t-1} + 0,001F_{t-1}$$



2.5 pav. Pensininkų skaičiaus prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.14 lentelė

Pensininkų skaičiaus logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 51937976 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 7206,8 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 0,93138 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 5696,4 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,885 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 7206,8. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,885, todėl galime paaiškinti 88,5% nuokrypio nuo vidurkio.

2.15 lentelė

Pensininkų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | RESIDUAL | RESSTD | NRESID | LEVEL |
|------|--------|---------|--------|--------|-----------|---------|-----------|--------|---------|---------|
| 2001 | 636919 | 644571 | 660039 | 629372 | -7652 | -0.9780 | 0.0119 | 0.0121 | 0.9778 | 13.3644 |
| 2002 | 625378 | 636973 | 652260 | 621954 | -11595 | -1.4998 | 0.0183 | 0.0121 | 1.5076 | 13.3461 |
| 2003 | 610775 | 625436 | 640445 | 610688 | -14661 | -1.9312 | 0.0236 | 0.0121 | 1.9482 | 13.3225 |
| 2004 | 602512 | 610834 | 625494 | 596431 | -8322 | -1.1225 | 0.0136 | 0.0121 | 1.1242 | 13.3089 |
| 2005 | 595500 | 602565 | 617025 | 588356 | -7065 | -0.9659 | 0.0117 | 0.0121 | 0.9656 | 13.2972 |
| 2006 | 591000 | 595551 | 609843 | 581508 | -4551 | -0.6296 | 0.007597 | 0.0121 | 0.6259 | 13.2896 |
| 2007 | 590900 | 591048 | 605232 | 577111 | -148.0241 | -0.0206 | 0.000177 | 0.0121 | 0.0146 | 13.2894 |
| 2008 | 595000 | 590944 | 605126 | 577009 | 4056 | 0.5655 | -0.006914 | 0.0121 | -0.5697 | 13.2963 |
| 2009 | 597900 | 595040 | 609320 | 581009 | 2860 | 0.3960 | -0.004869 | 0.0121 | -0.4012 | 13.3012 |
| 2010 | 607494 | 597941 | 612291 | 583842 | 9553 | 1.3162 | -0.0159 | 0.0121 | -1.3119 | 13.3171 |
| 2011 | . | 607529 | 622109 | 593203 | . | . | . | . | . | 13.3171 |
| 2012 | . | 607574 | 628259 | 587397 | . | . | . | . | . | 13.3171 |
| 2013 | . | 607618 | 633020 | 582978 | . | . | . | . | . | 13.3171 |
| 2014 | . | 607663 | 637063 | 579279 | . | . | . | . | . | 13.3171 |
| 2015 | . | 607708 | 640646 | 576039 | . | . | . | . | . | 13.3171 |
| 2016 | . | 607752 | 643903 | 573125 | . | . | . | . | . | 13.3171 |
| 2017 | . | 607797 | 646913 | 570459 | . | . | . | . | . | 13.3171 |
| 2018 | . | 607842 | 649727 | 567988 | . | . | . | . | . | 13.3171 |
| 2019 | . | 607886 | 652382 | 565677 | . | . | . | . | . | 13.3171 |
| 2020 | . | 607931 | 654902 | 563500 | . | . | . | . | . | 13.3171 |
| 2021 | . | 607976 | 657309 | 561437 | . | . | . | . | . | 13.3171 |
| 2022 | . | 608021 | 659616 | 559473 | . | . | . | . | . | 13.3171 |

- Pensininkų skaičiaus prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.16 lentelė

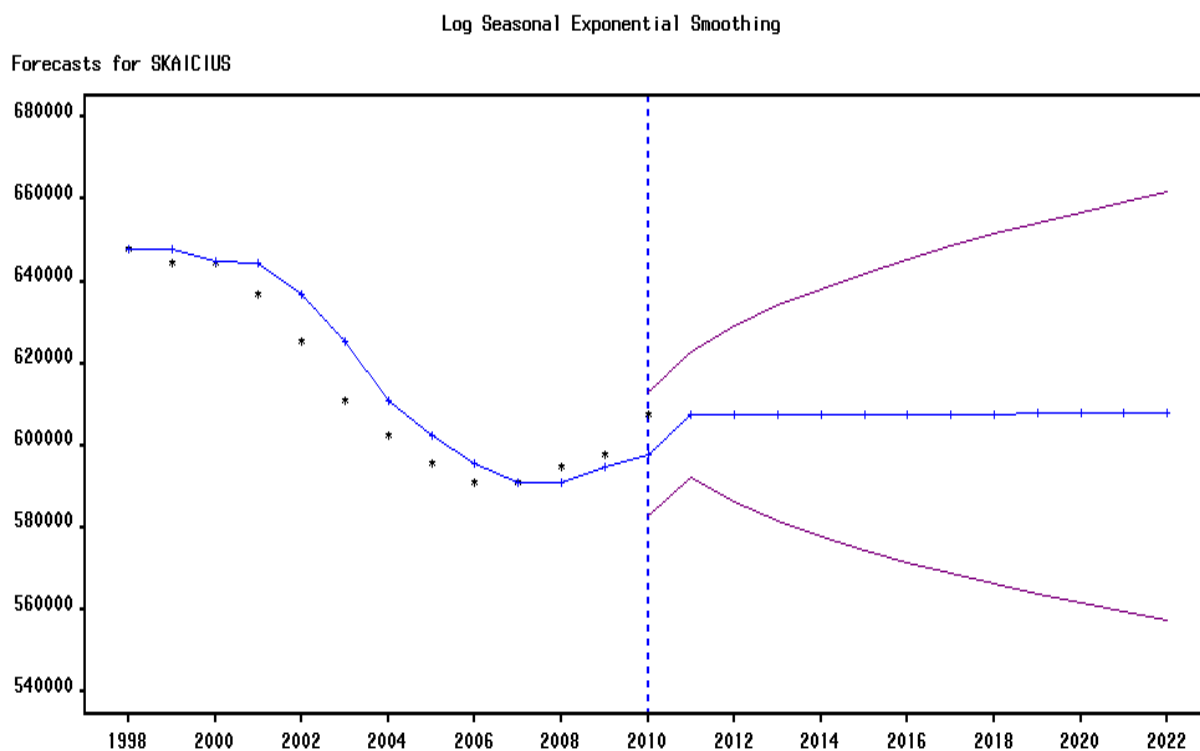
Pensininkų skaičiaus logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,8992 | 0,4005 | 0,6965 |
| δ | 0,8992 | 8,7136 | <0,0001 |

Tikrinama hipotezė „Parametrų reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.16 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama lygmens glodinimo svoriui δ , nes $0,0001 < 0,05$, o sezoninio glodinimo svoriui ω – priimama, $0,6965 > 0,05$. Vadinasi, δ yra reikšmingas, o ω – nereikšmingas.

Gaunama sezoninio eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = L_{t-1+k} + 0,899(\widehat{Y}_{t+k} + L_{t+k}) + 0,1015S_{t+p+k}$$



2.6 pav. Pensininkų skaičiaus prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.17 lentelė

Pensininkų skaičiaus logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 52693026 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 7259,0 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 0,93890 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 5741,8 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,884 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 7259,0. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,884, todėl galime paaiškinti 88,4% nuokrypio nuo vidurkio.

2.18 lentelė

Pensininkų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

Log Seasonal Exponential Smoothing

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | RESIDUAL | RESSTD | NRESID | LEVEL |
|------|--------|---------|--------|--------|-----------|-----------|-----------|--------|-----------|---------|
| 1998 | 647970 | 647989 | 664352 | 631926 | -18.8151 | -0.002274 | -0.000052 | 0.0128 | -0.004108 | 13.3816 |
| 1999 | 644636 | 648022 | 664387 | 631958 | -3386 | -0.4093 | 0.005158 | 0.0128 | 0.4041 | 13.3770 |
| 2000 | 644523 | 644722 | 661003 | 628740 | -199.3167 | -0.0242 | 0.000228 | 0.0128 | 0.0178 | 13.3768 |
| 2001 | 636919 | 644577 | 660854 | 628598 | -7658 | -0.9306 | 0.0119 | 0.0128 | 0.9299 | 13.3661 |
| 2002 | 625378 | 637048 | 653135 | 621256 | -11670 | -1.4349 | 0.0184 | 0.0128 | 1.4419 | 13.3495 |
| 2003 | 610775 | 625546 | 641343 | 610039 | -14771 | -1.8496 | 0.0238 | 0.0128 | 1.8655 | 13.3281 |
| 2004 | 602512 | 610973 | 626401 | 595827 | -8461 | -1.0847 | 0.0139 | 0.0128 | 1.0860 | 13.3156 |
| 2005 | 595500 | 602646 | 617864 | 587707 | -7146 | -0.9288 | 0.0118 | 0.0128 | 0.9280 | 13.3050 |
| 2006 | 591000 | 595620 | 610661 | 580855 | -4620 | -0.6076 | 0.007706 | 0.0128 | 0.6036 | 13.2981 |
| 2007 | 590900 | 591094 | 606021 | 576442 | -194.4358 | -0.0258 | 0.000248 | 0.0128 | 0.0194 | 13.2978 |
| 2008 | 595000 | 590950 | 605873 | 576300 | 4050 | 0.5369 | -0.006912 | 0.0128 | -0.5415 | 13.3041 |
| 2009 | 597900 | 595007 | 610032 | 580257 | 2893 | 0.3809 | -0.004932 | 0.0128 | -0.3864 | 13.3085 |
| 2010 | 607494 | 597919 | 613018 | 583097 | 9575 | 1.2544 | -0.0160 | 0.0128 | -1.2509 | 13.3229 |
| 2011 | . | 607445 | 622784 | 592387 | . | . | . | . | . | 13.3229 |
| 2012 | . | 607493 | 629160 | 586384 | . | . | . | . | . | 13.3229 |
| 2013 | . | 607542 | 634111 | 581806 | . | . | . | . | . | 13.3229 |
| 2014 | . | 607590 | 638320 | 577969 | . | . | . | . | . | 13.3229 |
| 2015 | . | 607639 | 642054 | 574607 | . | . | . | . | . | 13.3229 |
| 2016 | . | 607687 | 645451 | 571584 | . | . | . | . | . | 13.3229 |
| 2017 | . | 607736 | 648591 | 568817 | . | . | . | . | . | 13.3229 |
| 2018 | . | 607784 | 651527 | 566253 | . | . | . | . | . | 13.3229 |
| 2019 | . | 607833 | 654298 | 563855 | . | . | . | . | . | 13.3229 |
| 2020 | . | 607882 | 656930 | 561596 | . | . | . | . | . | 13.3229 |
| 2021 | . | 607930 | 659444 | 559455 | . | . | . | . | . | 13.3229 |
| 2022 | . | 607979 | 661855 | 557417 | . | . | . | . | . | 13.3229 |

2.19 lentelė

Pensininkų skaičiaus prognozavimo metodų paklaidų palyginimas

| Metodas | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | Vidutinė absoliutinė paklaida |
|---|--|-------------------------------|
| Tiesinis trendas | 1,46259 | 8915,4 |
| Paprastasis eksponentinis glodinimas | 0,92743 | 5671,6 |
| Sezoninis eksponentinis glodinimas | 0,93529 | 5719,4 |
| Winters adityvinis | 0,55818 | 3412,6 |
| Logaritminis paprastasis eksponentinis glodinimas | 0,93138 | 5696,4 |
| Logaritminis sezoninis eksponentinis | 0,93890 | 5741,8 |

Iš 2.19 lentelės matome, kad mažiausios paklaidos prognozuojant pensininkų skaičių gaunamos Winters adityviniu metodu. Todėl prognozuojant pensininkų skaičių pagal virtualiąją sistemą remsimės prognozuojamais duomenimis, gautais šiuo metodu.

Bedarbių skaičiaus prognozavimas

- Bedarbių skaičiaus prognozavimas pagal tiesinį trendą

2.20 lentelė

Bedarbių skaičiaus tiesinio trendo parametru vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| b_0 | 0,0061 | 3,1553 | 0,0061 |
| b_1 | 0,2185 | 1,2808 | 0,2185 |

Tikrinama hipotezė „Tiesinio trendo parametrai yra nereikšmingi“. Iš 2.20 lentelės matome, kad hipotezė yra priimama koeficientui b_1 , nes $0,2185 > 0,05$. Todėl šio metodo netaikome prognozavimui.

- Bedarbių skaičiaus prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.21 lentelė

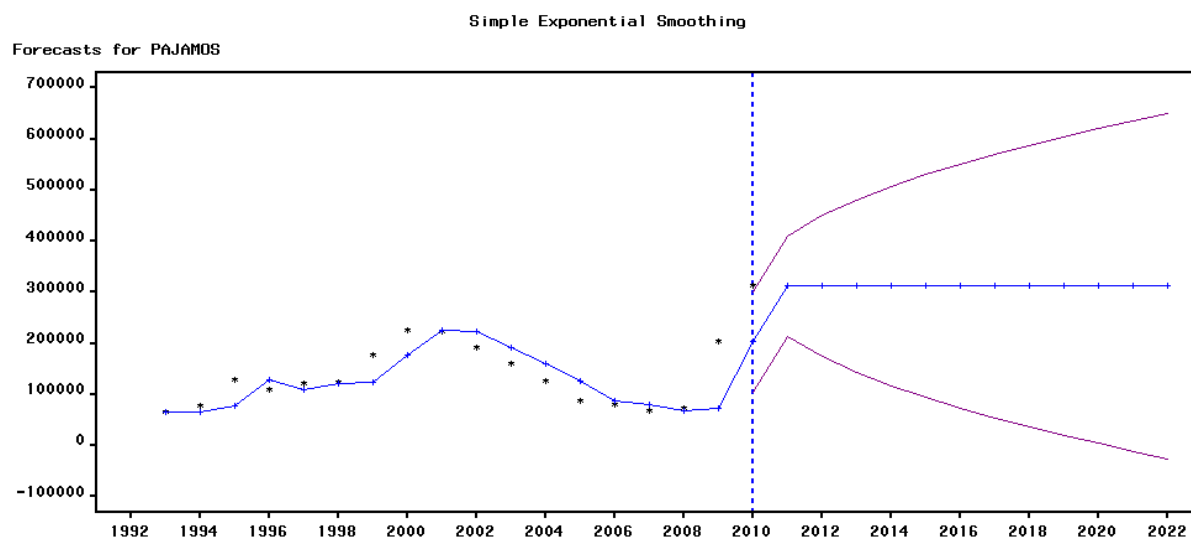
Bedarbių skaičiaus paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametru vertinimas

| Kintamasis | Konstantos reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------------------------|--------------------|---------|---------|
| Glodinimo konstanta α | 0,999 | 4,9478 | 0,0001 |

Tikrinama hipotezė „Paprastojo eksponentinio glodinimo metodo konstanta yra nereikšminga“. Iš 2.21 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0001 < 0,05$. Vadinasi, konstanta yra reikšminga.

Gaunama paprastojo eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$F_t = 0,999Y_{t-1} + 0,001F_{t-1}$$



2.7 pav. Bedarbių skaičiaus prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.22 lentelė

Bedarbių skaičiaus paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|------------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 2341000148 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 48383,9 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 21,06426 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 33375,8 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,473 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 48383,9. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,473, todėl galime paaiškinti 47,3% nuokrypio nuo vidurkio.

2.23 lentelė

Bedarbių skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LEVEL_ |
|------|--------|---------|--------|--------|--------|---------|---------|
| 2000 | 225889 | 177361 | 274941 | 79781 | 48528 | 0.9747 | 225840 |
| 2001 | 224040 | 225840 | 323420 | 128261 | -1800 | -0.0362 | 224042 |
| 2002 | 191150 | 224042 | 321622 | 126462 | -32892 | -0.6607 | 191183 |
| 2003 | 158816 | 191183 | 288763 | 93603 | -32367 | -0.6501 | 158848 |
| 2004 | 126442 | 158848 | 256428 | 61268 | -32406 | -0.6509 | 126474 |
| 2005 | 87213 | 126474 | 224054 | 28894 | -39261 | -0.7886 | 87252 |
| 2006 | 79309 | 87252 | 184832 | -10328 | -7943 | -0.1595 | 79317 |
| 2007 | 67300 | 79317 | 176897 | -18263 | -12017 | -0.2414 | 67312 |
| 2008 | 73400 | 67312 | 164892 | -30268 | 6088 | 0.1223 | 73394 |
| 2009 | 203100 | 73394 | 170974 | -24186 | 129706 | 2.6052 | 202970 |
| 2010 | 312100 | 202970 | 300550 | 105390 | 109130 | 2.1919 | 311991 |
| 2011 | . | 311991 | 409571 | 214411 | . | . | 311991 |
| 2012 | . | 311991 | 449921 | 174061 | . | . | 311991 |
| 2013 | . | 311991 | 480892 | 143090 | . | . | 311991 |
| 2014 | . | 311991 | 507004 | 116977 | . | . | 311991 |
| 2015 | . | 311991 | 530012 | 93970 | . | . | 311991 |
| 2016 | . | 311991 | 550813 | 73169 | . | . | 311991 |
| 2017 | . | 311991 | 569942 | 54040 | . | . | 311991 |
| 2018 | . | 311991 | 587747 | 36235 | . | . | 311991 |
| 2019 | . | 311991 | 604471 | 19511 | . | . | 311991 |
| 2020 | . | 311991 | 620288 | 3694 | . | . | 311991 |
| 2021 | . | 311991 | 635333 | -11351 | . | . | 311991 |
| 2022 | . | 311991 | 649708 | -25726 | . | . | 311991 |

- **Bedarbių skaičiaus prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu**

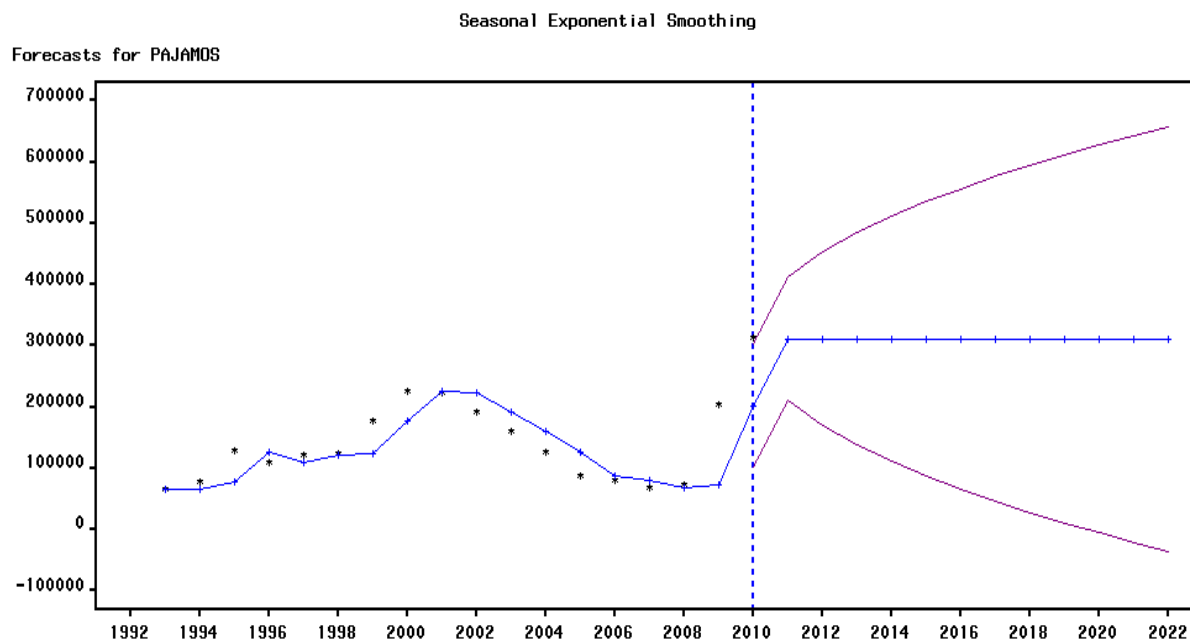
2.24 lentelė

Bedarbių skaičiaus sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,8992 | 0,4355 | 0,6690 |
| δ | 0,8992 | 0,2295 | 0,8214 |

Tikrinama hipotezė „Parametrų reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.24 lentelės matome, kad hipotezė yra priimam lygmens glodinimo svoriui δ , nes $0,8214 > 0,05$, ir sezoninio glodinimo svoriui ω , $0,6690 > 0,05$. Vadinasi, abu parametrai nereikšmingi.

Gaunama sezoninio eksponentinio glodinimo metodo išraiška: $\hat{Y}_{t+k} = L_{t-1+k} + S_{t-p+k}$



2.8 pav Bedarbių skaičiaus prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.25 lentelė

Bedarbių skaičiaus sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|------------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 2362503053 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 48605,6 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 21,144 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 33501,9 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,468 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 48605,6. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,468, todėl galime paaiškinti 46,8% nuokrypio nuo vidurkio.

2.26 lentelė

Bedarbių skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LEVEL_ | _SFACOR |
|------|--------|---------|--------|--------|--------|---------|---------|----------|
| 2000 | 225889 | 176860 | 277904 | 75816 | 49029 | 0.9510 | 210759 | 14632 |
| 2001 | 224040 | 225391 | 326435 | 124347 | -1351 | -0.0262 | 209544 | 14510 |
| 2002 | 191150 | 224054 | 325098 | 123010 | -32904 | -0.6382 | 179957 | 11527 |
| 2003 | 158816 | 191484 | 292528 | 90440 | -32668 | -0.6337 | 150582 | 8566 |
| 2004 | 126442 | 159148 | 260192 | 58104 | -32706 | -0.6344 | 121173 | 5602 |
| 2005 | 87213 | 126774 | 227818 | 25730 | -39561 | -0.7674 | 85599 | 2016 |
| 2006 | 79309 | 87615 | 188659 | -13429 | -8306 | -0.1611 | 78130 | 1263 |
| 2007 | 67300 | 79393 | 180437 | -21651 | -12093 | -0.2346 | 67256 | 167.0068 |
| 2008 | 73400 | 67423 | 168467 | -33621 | 5977 | 0.1159 | 72630 | 708.7694 |
| 2009 | 203100 | 73339 | 174383 | -27705 | 129761 | 2.5170 | 189311 | 12470 |
| 2010 | 312100 | 201782 | 302826 | 100738 | 110318 | 2.1399 | 288510 | 22469 |
| 2011 | . | 310979 | 412023 | 209935 | . | . | 288510 | 22469 |
| 2012 | . | 310979 | 453153 | 168805 | . | . | 288510 | 22469 |
| 2013 | . | 310979 | 484809 | 137149 | . | . | 288510 | 22469 |
| 2014 | . | 310979 | 511529 | 110429 | . | . | 288510 | 22469 |
| 2015 | . | 310979 | 535086 | 86873 | . | . | 288510 | 22469 |
| 2016 | . | 310979 | 556391 | 65567 | . | . | 288510 | 22469 |
| 2017 | . | 310979 | 575990 | 45968 | . | . | 288510 | 22469 |
| 2018 | . | 310979 | 594235 | 27723 | . | . | 288510 | 22469 |
| 2019 | . | 310979 | 611375 | 10583 | . | . | 288510 | 22469 |
| 2020 | . | 310979 | 627588 | -5630 | . | . | 288510 | 22469 |
| 2021 | . | 310979 | 643010 | -21052 | . | . | 288510 | 22469 |
| 2022 | . | 310979 | 657747 | -35789 | . | . | 288510 | 22469 |

- **Bedarbių skaičiaus prognozavimas Winters adityviniu metodu**

2.27 lentelė

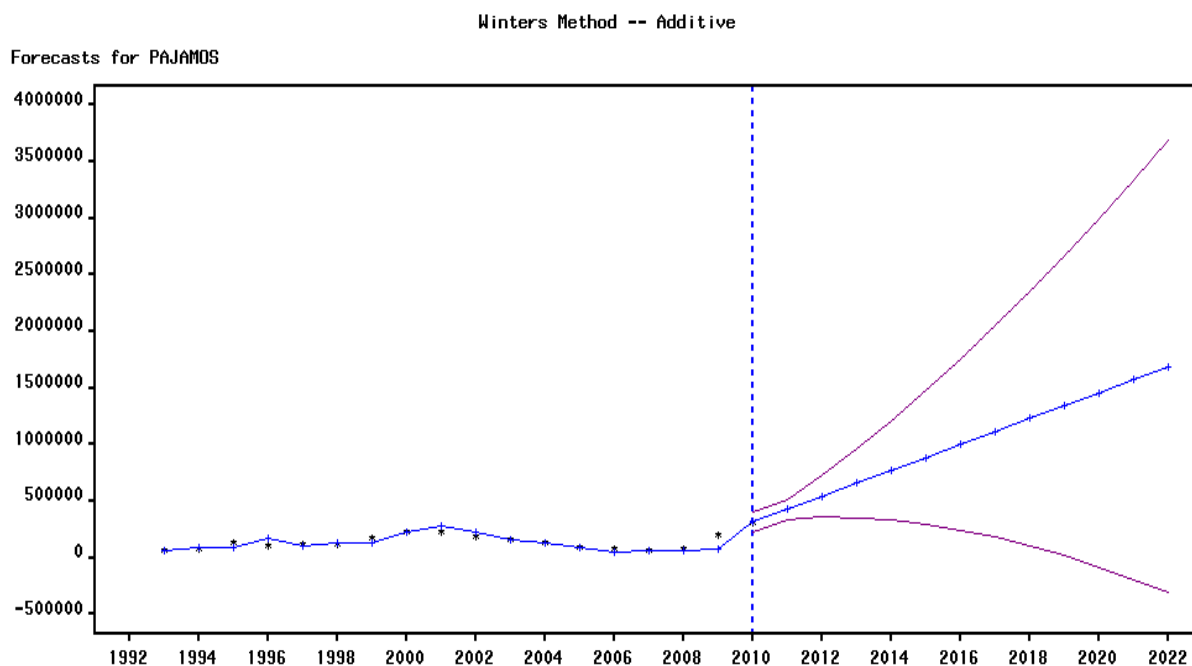
Bedarbių skaičiaus Winters adityvinio metodo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,89456 | 1,5253 | 0,1480 |
| δ | 0,999 | 1,0738 | 0,2999 |
| γ | 0,59454 | 0,0188 | 0,9852 |

Tikrinama hipotezė „Parametrų reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.27 lentelės matome, kad hipotezė yra priima visiems parametrams: ω , δ ir γ , nes $0,1480 > 0,05$, $0,2999 > 0,05$ ir $0,9852 > 0,05$. Vadinasi visi svoriai – nereikšmingi.

Gaunama Winters adityvinio metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = kT_{t-1} + S_{t-2p+k}.$$



2.9 pav. Bedarbių skaičiaus prognozavimas Winters adityviniu metodu

2.28 lentelė

Bedarbių skaičiaus Winters adityvinio metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|------------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 1644451337 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 40551,8 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 17,86844 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 25463,9 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,630 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 40551,8. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,630, todėl galime paaiškinti 63% nuokrypio nuo vidurkio.

2.29 lentelė

Bedarbių skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų Winters adityviniu metodu reikšmių palyginimas

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LEVEL_ | _TREND_ | _SFAC TOR |
|------|--------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|---------|-----------|
| 2000 | 225889 | 224377 | 311443 | 137311 | 1512 | 0.0340 | 223550 | 50487 | 2275 |
| 2001 | 224040 | 276312 | 363378 | 189245 | -52272 | -1.1767 | 227277 | 3774 | -1002 |
| 2002 | 191150 | 230049 | 317115 | 142982 | -38899 | -0.8757 | 196254 | -30988 | -3441 |
| 2003 | 158816 | 161825 | 248891 | 74758 | -3009 | -0.0677 | 162574 | -33677 | -3629 |
| 2004 | 126442 | 125268 | 212334 | 38201 | 1174 | 0.0264 | 129947 | -32628 | -3556 |
| 2005 | 87213 | 93764 | 180830 | 6698 | -6551 | -0.1475 | 91459 | -38482 | -3966 |
| 2006 | 79309 | 49011 | 136077 | -38055 | 30298 | 0.6820 | 80081 | -11406 | -2067 |
| 2007 | 67300 | 66608 | 153674 | -20458 | 692.0670 | 0.0156 | 69294 | -10787 | -2024 |
| 2008 | 73400 | 56483 | 143549 | -30583 | 16917 | 0.3808 | 73640 | 4331 | -963.0803 |
| 2009 | 203100 | 77008 | 164074 | -10059 | 126092 | 2.8385 | 190768 | 117015 | 6941 |
| 2010 | 312100 | 314725 | 401791 | 227659 | -2625 | -0.0591 | 305435 | 114670 | 6777 |
| 2011 | . | 426882 | 513948 | 339816 | . | . | 420105 | 114670 | 6777 |
| 2012 | . | 541552 | 724720 | 358384 | . | . | 534775 | 114670 | 6777 |
| 2013 | . | 656221 | 957307 | 355136 | . | . | 649444 | 114670 | 6777 |
| 2014 | . | 770891 | 1207920 | 333862 | . | . | 764114 | 114670 | 6777 |
| 2015 | . | 885561 | 1474360 | 296761 | . | . | 878784 | 114670 | 6777 |
| 2016 | . | 1000230 | 1755102 | 245359 | . | . | 993454 | 114670 | 6777 |
| 2017 | . | 1114900 | 2049000 | 180800 | . | . | 1108123 | 114670 | 6777 |
| 2018 | . | 1229570 | 2355149 | 103991 | . | . | 1222793 | 114670 | 6777 |
| 2019 | . | 1344240 | 2672808 | 15671 | . | . | 1337463 | 114670 | 6777 |
| 2020 | . | 1458909 | 3001358 | -83539 | . | . | 1452132 | 114670 | 6777 |
| 2021 | . | 1573579 | 3340271 | -193113 | . | . | 1566802 | 114670 | 6777 |
| 2022 | . | 1688249 | 3689088 | -312591 | . | . | 1681472 | 114670 | 6777 |

- Bedarbių skaičiaus prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.30 lentelė

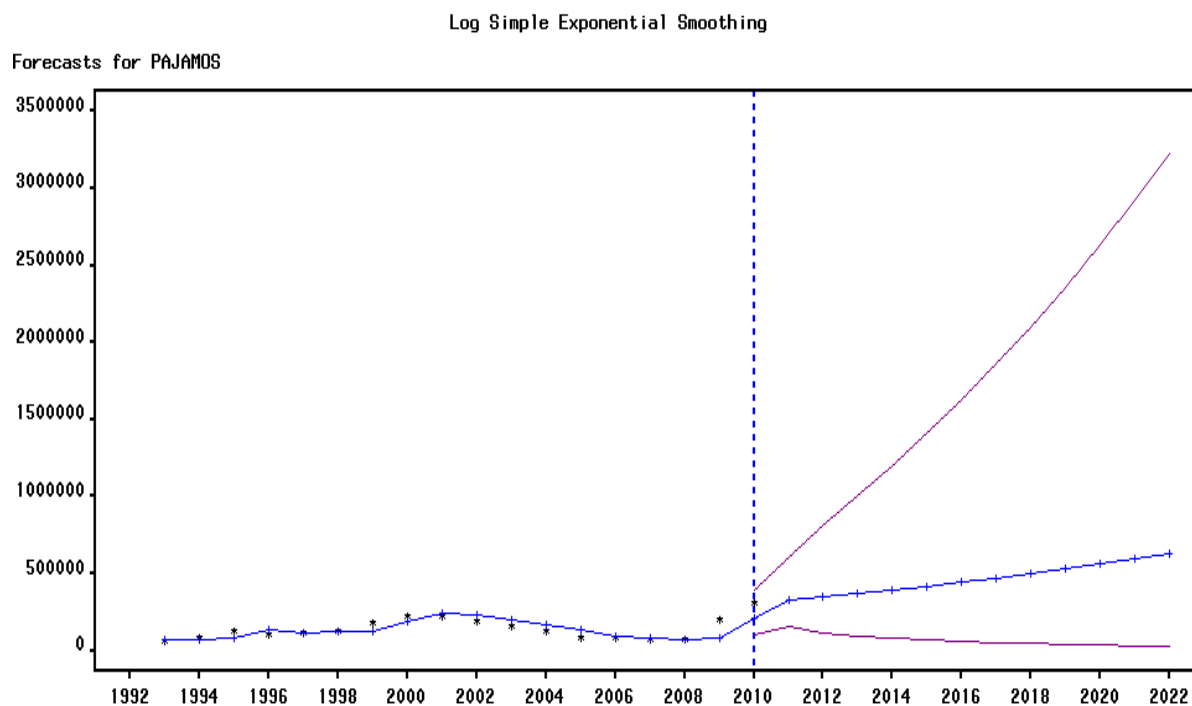
Bedarbių skaičiaus logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas

| Kintamasis | Konstantos reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------------------------|--------------------|---------|---------|
| Glodinimo konstanta α | 0,999 | 5,5985 | <0,001 |

Tikrinama hipotezė „Logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo konstanta yra nereikšminga“. Iš 2.31 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,001 < 0,05$. Vadinasi, konstanta yra reikšminga.

Gaunama paprastojo eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$F_t = 0,999Y_{t-1} + 0,001F_{t-1}$$



2.10 pav. Bedarbių skaičiaus prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.31 lentelė

Bedarbių skaičiaus logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|------------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 2240689088 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 47335,9 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 22,78025 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 34820,2 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,495 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 47335,9. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,495, todėl galime paaiškinti 49,5% nuokrypio nuo vidurkio.

2.32 lentelė

Bedarbių skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | RESIDUAL | RESSTD | NRESID | LEVEL |
|------|--------|---------|---------|--------|--------|---------|----------|--------|---------|---------|
| 2001 | 224040 | 239636 | 443582 | 114976 | -15596 | -0.1834 | 0.007977 | 0.3444 | 0.0232 | 12.3196 |
| 2002 | 191150 | 237734 | 440061 | 114063 | -46584 | -0.5521 | 0.1588 | 0.3444 | 0.4610 | 12.1610 |
| 2003 | 158816 | 202864 | 375515 | 97333 | -44048 | -0.6118 | 0.1855 | 0.3444 | 0.5385 | 11.9757 |
| 2004 | 126442 | 168553 | 312003 | 80871 | -42111 | -0.7040 | 0.2281 | 0.3444 | 0.6624 | 11.7478 |
| 2005 | 87213 | 134200 | 248413 | 64388 | -46987 | -0.9865 | 0.3717 | 0.3444 | 1.0790 | 11.3765 |
| 2006 | 79309 | 92577 | 171367 | 44418 | -13268 | -0.4038 | 0.0954 | 0.3444 | 0.2769 | 11.2812 |
| 2007 | 67300 | 84164 | 155793 | 40381 | -16864 | -0.5646 | 0.1643 | 0.3444 | 0.4770 | 11.1171 |
| 2008 | 73400 | 71425 | 132212 | 34269 | 1975 | 0.0779 | -0.0866 | 0.3444 | -0.2514 | 11.2036 |
| 2009 | 203100 | 77879 | 144159 | 37366 | 125221 | 4.5305 | -1.0179 | 0.3444 | -2.9552 | 12.2204 |
| 2010 | 312100 | 215293 | 398521 | 103296 | 96807 | 1.2670 | -0.4306 | 0.3444 | -1.2503 | 12.6506 |
| 2011 | . | 331031 | 612760 | 158826 | . | . | . | . | . | 12.6506 |
| 2012 | . | 351219 | 810073 | 120140 | . | . | . | . | . | 12.6506 |
| 2013 | . | 372639 | 1003639 | 96970 | . | . | . | . | . | 12.6506 |
| 2014 | . | 395365 | 1202361 | 80943 | . | . | . | . | . | 12.6506 |
| 2015 | . | 419477 | 1409813 | 69032 | . | . | . | . | . | 12.6506 |
| 2016 | . | 445059 | 1628018 | 59780 | . | . | . | . | . | 12.6506 |
| 2017 | . | 472202 | 1858376 | 52370 | . | . | . | . | . | 12.6506 |
| 2018 | . | 501000 | 2101989 | 46300 | . | . | . | . | . | 12.6506 |
| 2019 | . | 531554 | 2359808 | 41242 | . | . | . | . | . | 12.6506 |
| 2020 | . | 563972 | 2632699 | 36967 | . | . | . | . | . | 12.6506 |
| 2021 | . | 598367 | 2921485 | 33313 | . | . | . | . | . | 12.6506 |
| 2022 | . | 634859 | 3226967 | 30159 | . | . | . | . | . | 12.6506 |

- **Bedarbių skaičiaus prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu**

2.33 lentelė

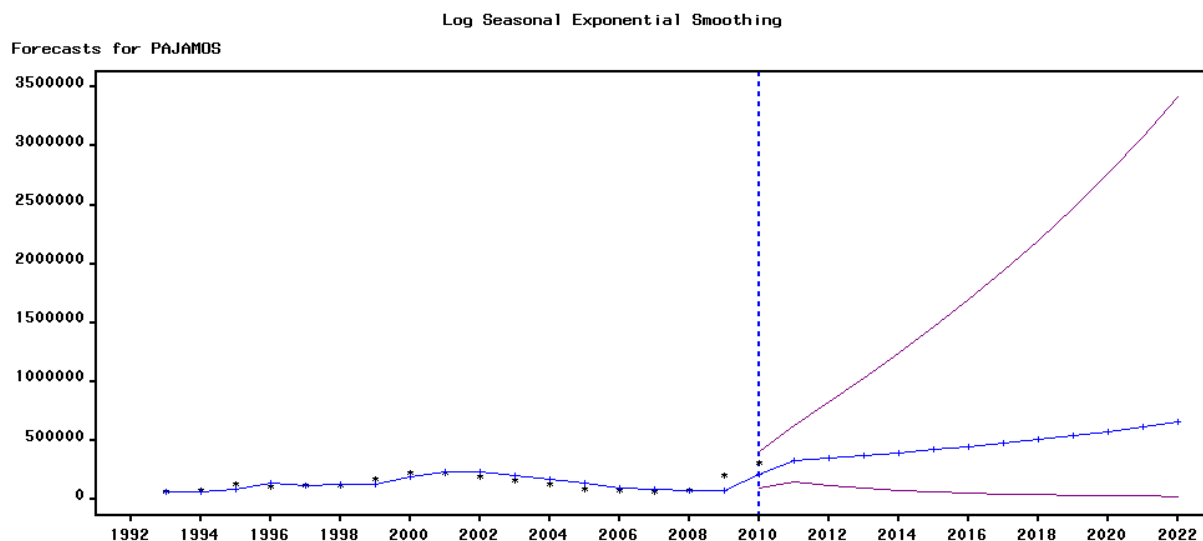
Bedarbių skaičiaus logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,8992 | 0,4932 | 0,6285 |
| δ | 0,8992 | 2,0345 | <0,0001 |

Tikrinama hipotezė „Parametrų reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.33 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama lygmens glodinimo svoriui δ , nes $0,0001 < 0,05$, o sezoninio glodinimo svoriui ω – priimama, $0,6285 > 0,05$. Vadinasi, δ yra reikšmingas, o ω – nereikšmingas.

Gaunama sezoninio eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = L_{t-1+k} + 0,899(\widehat{Y}_{t+k} + L_{t+k}) + 0,1015S_{t+p+k}.$$



2.11 pav. Bedarbių skaičiaus prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.34 lentelė

Bedarbių skaičiaus logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|------------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 2267059842 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 47613,7 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 22,99684 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 35097,3 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,489 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 47613,7. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,489, todėl galime paaiškinti 48,9% nuokrypio nuo vidurkio.

2.35 lentelė

Bedarbių skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

Log Seasonal Exponential Smoothing

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | RESIDUAL | RESSTD | NRESID | LEVEL |
|------|--------|---------|---------|--------|--------|---------|----------|--------|---------|---------|
| 1998 | 122751 | 127916 | 241370 | 59706 | -5165 | -0.1097 | -0.0223 | 0.3564 | -0.0625 | 11.6603 |
| 1999 | 177416 | 130768 | 246752 | 61037 | 46648 | 0.9694 | -0.3686 | 0.3564 | -1.0343 | 11.9917 |
| 2000 | 225889 | 188340 | 355386 | 87909 | 37549 | 0.5418 | -0.2453 | 0.3564 | -0.6883 | 12.2123 |
| 2001 | 224040 | 240098 | 453051 | 112067 | -16058 | -0.1818 | 0.005727 | 0.3564 | 0.0161 | 12.2071 |
| 2002 | 191150 | 238741 | 450490 | 111434 | -47591 | -0.5417 | 0.1588 | 0.3564 | 0.4457 | 12.0643 |
| 2003 | 158816 | 204010 | 384954 | 95223 | -45194 | -0.6020 | 0.1869 | 0.3564 | 0.5245 | 11.8962 |
| 2004 | 126442 | 169549 | 319929 | 79138 | -43107 | -0.6909 | 0.2299 | 0.3564 | 0.6450 | 11.6896 |
| 2005 | 87213 | 135046 | 254824 | 63034 | -47833 | -0.9625 | 0.3738 | 0.3564 | 1.0488 | 11.3535 |
| 2006 | 79309 | 93284 | 176021 | 43541 | -13975 | -0.4071 | 0.0988 | 0.3564 | 0.2772 | 11.2646 |
| 2007 | 67300 | 84593 | 159622 | 39484 | -17293 | -0.5555 | 0.1652 | 0.3564 | 0.4636 | 11.1161 |
| 2008 | 73400 | 71832 | 135543 | 33528 | 1568 | 0.0593 | -0.0851 | 0.3564 | -0.2388 | 11.1926 |
| 2009 | 203100 | 78144 | 147453 | 36474 | 124956 | 4.3455 | -1.0186 | 0.3564 | -2.8585 | 12.1085 |
| 2010 | 312100 | 214186 | 404156 | 99973 | 97914 | 1.2423 | -0.4400 | 0.3564 | -1.2346 | 12.5042 |
| 2011 | . | 331076 | 624721 | 154532 | . | . | . | . | . | 12.5042 |
| 2012 | . | 352328 | 830152 | 116291 | . | . | . | . | . | 12.5042 |
| 2013 | . | 374943 | 1033212 | 93436 | . | . | . | . | . | 12.5042 |
| 2014 | . | 399010 | 1242805 | 77679 | . | . | . | . | . | 12.5042 |
| 2015 | . | 424622 | 1462581 | 66006 | . | . | . | . | . | 12.5042 |
| 2016 | . | 451878 | 1694650 | 56967 | . | . | . | . | . | 12.5042 |
| 2017 | . | 480883 | 1940503 | 49750 | . | . | . | . | . | 12.5042 |
| 2018 | . | 511750 | 2201343 | 43855 | . | . | . | . | . | 12.5042 |
| 2019 | . | 544598 | 2478222 | 38955 | . | . | . | . | . | 12.5042 |
| 2020 | . | 579555 | 2772117 | 34825 | . | . | . | . | . | 12.5042 |
| 2021 | . | 616756 | 3083962 | 31304 | . | . | . | . | . | 12.5042 |
| 2022 | . | 656344 | 3414676 | 28272 | . | . | . | . | . | 12.5042 |

2.36 lentelė

Bedarbių skaičiaus prognozavimo metodų paklaidų palyginimas

| Metodas | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | Vidutinė absoliutinė paklaida |
|---|--|-------------------------------|
| Paprastasis eksponentinis glodinimas | 21,06426 | 33375,8 |
| Sezoninis eksponentinis glodinimas | 21,144 | 33501,9 |
| Winters adityvinis | 17,86844 | 25463,9 |
| Logaritminis paprastasis eksponentinis glodinimas | 22,78025 | 34820,2 |
| Logaritminis sezoninis eksponentinis | 22,99684 | 35097,3 |

Iš 2.36 lentelės matome, kad mažiausios paklaidos prognozuojant bedarbių skaičių gaunamos Winters adityviniu metodu. Todėl prognozuojant pensininkų skaičių pagal virtualiąją sistemą remsimės prognozuojamais duomenimis, gautais šiuo metodu.

Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas

- **Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas pagal tiesinį trendą**

2.37 lentelė

Apdraustųjų asmenų skaičiaus tiesinio trendo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| b_0 | 1317083 | 29,3666 | <0,001 |
| b_1 | 3299 | 0,5838 | 0,5712 |

Tikrinama hipotezė „Tiesinio trendo parametrai yra nereikšmingi“. Iš 2.37 lentelės matome, kad hipotezė yra priimama koeficientui b_1 , nes $0,2185 > 0,05$. Todėl šio metodo netaikome prognozavimui.

- Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.38 lentelė

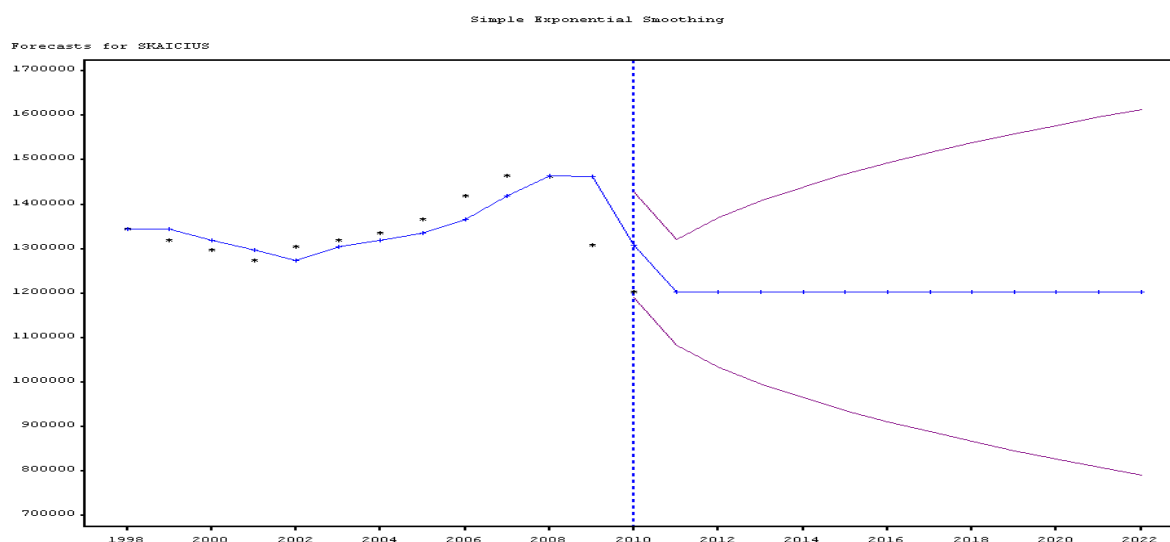
Apdraustųjų asmenų skaičiaus paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas

| Kintamasis | Konstantos reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------------------------|--------------------|---------|---------|
| Glodinimo konstanta α | 0,999 | 4,2543 | 0,0011 |

Tikrinama hipotezė „Paprastojo eksponentinio glodinimo metodo konstanta yra nereikšminga“. Iš 2.38 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0011 < 0,05$. Vadinasi, konstanta yra reikšminga.

Gaunama paprastojo eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$F_t = 0,999Y_{t-1} + 0,001F_{t-1}$$



2.12 pav. Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.39 lentelė

Apdraustųjų asmenų skaičiaus paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|------------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 3388759719 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 58213,1 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 3,08753 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 40464,9 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,332 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 58213,1. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,332, todėl galime paaiškinti 33,2% nuokrypio nuo vidurkio.

2.40 lentelė

Apdraustųjų asmenų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

Simple Exponential Smoothing

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LEVEL_ |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|---------|
| 1998 | 1344800 | 1344775 | 1463530 | 1226021 | 24.6217 | 0.000406 | 1344800 |
| 1999 | 1320200 | 1344800 | 1463554 | 1226046 | -24600 | -0.4060 | 1320225 |
| 2000 | 1298500 | 1320225 | 1438979 | 1201470 | -21725 | -0.3586 | 1298522 |
| 2001 | 1273200 | 1298522 | 1417276 | 1179767 | -25322 | -0.4179 | 1273225 |
| 2002 | 1304300 | 1273225 | 1391980 | 1154471 | 31075 | 0.5129 | 1304269 |
| 2003 | 1319200 | 1304269 | 1423023 | 1185515 | 14931 | 0.2464 | 1319185 |
| 2004 | 1336600 | 1319185 | 1437939 | 1200431 | 17415 | 0.2874 | 1336583 |
| 2005 | 1367100 | 1336583 | 1455337 | 1217828 | 30517 | 0.5037 | 1367069 |
| 2006 | 1419000 | 1367069 | 1485824 | 1248315 | 51931 | 0.8571 | 1418948 |
| 2007 | 1464900 | 1418948 | 1537702 | 1300194 | 45952 | 0.7584 | 1464854 |
| 2008 | 1463000 | 1464854 | 1583608 | 1346100 | -1854 | -0.0306 | 1463002 |
| 2009 | 1309000 | 1463002 | 1581756 | 1344248 | -154002 | -2.5417 | 1309154 |
| 2010 | 1202458 | 1309154 | 1427908 | 1190400 | -106696 | -1.7609 | 1202565 |
| 2011 | . | 1202565 | 1321319 | 1083810 | . | . | 1202565 |
| 2012 | . | 1202565 | 1370425 | 1034705 | . | . | 1202565 |
| 2013 | . | 1202565 | 1408116 | 997013 | . | . | 1202565 |
| 2014 | . | 1202565 | 1439895 | 965234 | . | . | 1202565 |
| 2015 | . | 1202565 | 1467895 | 937234 | . | . | 1202565 |
| 2016 | . | 1202565 | 1493210 | 911920 | . | . | 1202565 |
| 2017 | . | 1202565 | 1516490 | 888640 | . | . | 1202565 |
| 2018 | . | 1202565 | 1538159 | 866971 | . | . | 1202565 |
| 2019 | . | 1202565 | 1558511 | 846618 | . | . | 1202565 |
| 2020 | . | 1202565 | 1577761 | 827368 | . | . | 1202565 |
| 2021 | . | 1202565 | 1596070 | 809059 | . | . | 1202565 |
| 2022 | . | 1202565 | 1613565 | 791565 | . | . | 1202565 |

- **Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu**

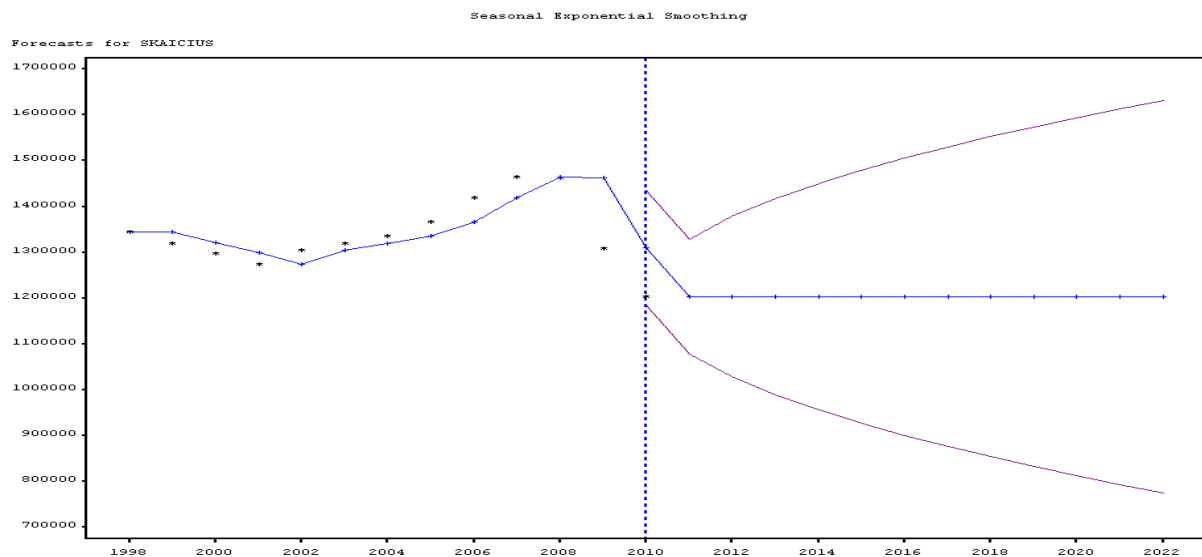
2.41 lentelė

Apdraustųjų asmenų skaičiaus sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,8992 | 0,3691 | 0,7190 |
| δ | 0,8992 | 0,0628 | 0,9510 |

Tikrinama hipotezė „Parametrų reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.42 lentelės matome, kad hipotezė yra priimama lygmens glodinimo svoriui δ , nes $0,9510 > 0,05$, ir sezoninio glodinimo svoriui ω , $0,7190 > 0,05$. Vadinasi, abu parametrai nereikšmingi.

Gaunama sezoninio eksponentinio glodinimo metodo išraiška: $\hat{Y}_{t+k} = L_{t-1+k} + S_{t-p+k}$



2.13 pav Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.42 lentelė

Apdraustųjų asmenų skaičiaus sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|------------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 3420131021 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 58481,5 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 3,10424 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 40677,0 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,325 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 58481,5. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,325, todėl galime paaiškinti 32,5% nuokrypio nuo vidurkio.

2.43 lentelė

Apdraustųjų asmenų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

Seasonal Exponential Smoothing

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LEVEL_ | _SFACTOR |
|------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|---------|-----------|
| 1998 | 1344800 | 1344548 | 1469155 | 1219940 | 252.2182 | 0.003967 | 1344775 | 22.8609 |
| 1999 | 1320200 | 1344797 | 1469405 | 1220190 | -24597 | -0.3869 | 1322657 | -2207 |
| 2000 | 1298500 | 1320450 | 1445058 | 1195842 | -21950 | -0.3453 | 1302919 | -4196 |
| 2001 | 1273200 | 1298723 | 1423331 | 1174115 | -25523 | -0.4015 | 1279969 | -6510 |
| 2002 | 1304300 | 1273459 | 1398067 | 1148852 | 30841 | 0.4851 | 1307701 | -3714 |
| 2003 | 1319200 | 1303987 | 1428594 | 1179379 | 15213 | 0.2393 | 1321381 | -2335 |
| 2004 | 1336600 | 1319045 | 1443653 | 1194438 | 17555 | 0.2761 | 1337166 | -744.1094 |
| 2005 | 1367100 | 1336422 | 1461029 | 1211814 | 30678 | 0.4825 | 1364752 | 2037 |
| 2006 | 1419000 | 1366788 | 1491396 | 1242181 | 52212 | 0.8212 | 1411701 | 6769 |
| 2007 | 1464900 | 1418469 | 1543077 | 1293862 | 46431 | 0.7303 | 1453451 | 10977 |
| 2008 | 1463000 | 1464428 | 1589036 | 1339821 | -1428 | -0.0225 | 1452167 | 10848 |
| 2009 | 1309000 | 1463015 | 1587622 | 1338407 | -154015 | -2.4225 | 1313677 | -3112 |
| 2010 | 1202458 | 1310565 | 1435173 | 1185957 | -108107 | -1.7004 | 1216467 | -12911 |
| 2011 | . | 1203556 | 1328164 | 1078949 | . | . | 1216467 | -12911 |
| 2012 | . | 1203556 | 1378885 | 1028228 | . | . | 1216467 | -12911 |
| 2013 | . | 1203556 | 1417924 | 989189 | . | . | 1216467 | -12911 |
| 2014 | . | 1203556 | 1450875 | 956238 | . | . | 1216467 | -12911 |
| 2015 | . | 1203556 | 1479925 | 927188 | . | . | 1216467 | -12911 |
| 2016 | . | 1203556 | 1506199 | 900913 | . | . | 1216467 | -12911 |
| 2017 | . | 1203556 | 1530368 | 876745 | . | . | 1216467 | -12911 |
| 2018 | . | 1203556 | 1552869 | 854244 | . | . | 1216467 | -12911 |
| 2019 | . | 1203556 | 1574005 | 833108 | . | . | 1216467 | -12911 |
| 2020 | . | 1203556 | 1593999 | 813114 | . | . | 1216467 | -12911 |
| 2021 | . | 1203556 | 1613018 | 794095 | . | . | 1216467 | -12911 |
| 2022 | . | 1203556 | 1631191 | 775921 | . | . | 1216467 | -12911 |

- **Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas Winters adityviniu metodu**

2.44 lentelė

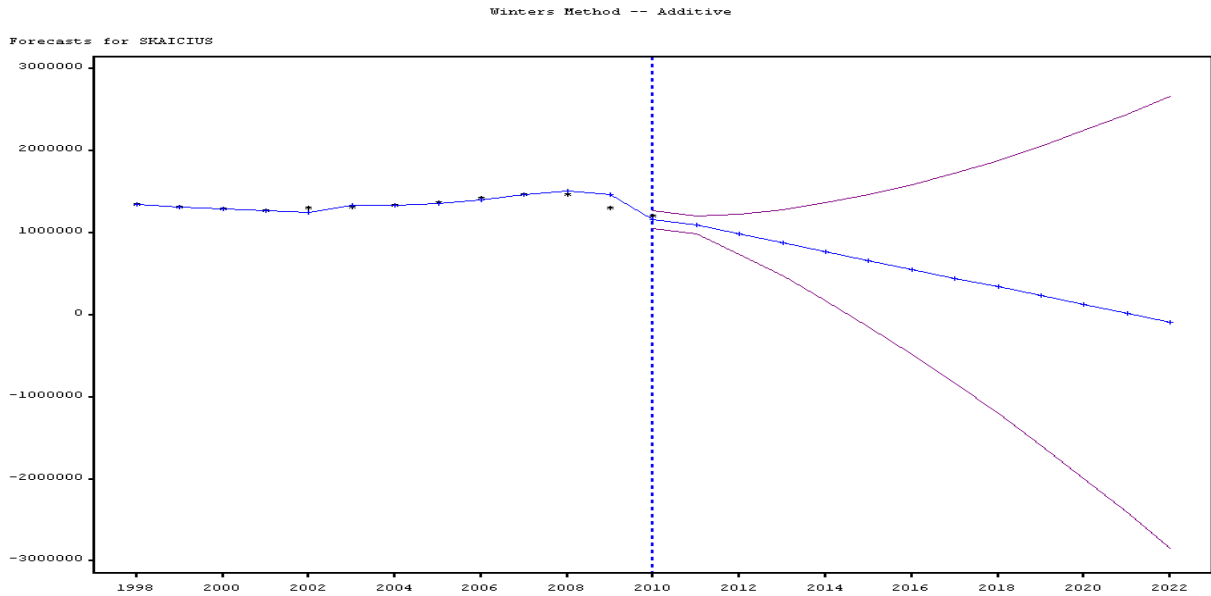
Apdraustųjų asmenų skaičiaus Winters adityvinio metodo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,999 | 1,9484 | 0,0800 |
| δ | 0,97544 | 0,0138 | 0,9893 |
| γ | 0,999 | 0,0017 | 0,9987 |

Tikrinama hipotezė „Parametrų reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.44 lentelės matome, kad hipotezė yra priima visiems parametrams: ω , δ ir γ , nes $0,0800 > 0,05$, $0,9893 > 0,05$ ir $0,9987 > 0,05$. Vadinasi visi svoriai – nereikšmingi.

Gaunama Winters adityvinio metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = kT_{t-1} + S_{t-2p+k}.$$



2.14 pav. Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas Winters adityviniu metodu

2.45 lentelė

Apdraustųjų asmenų skaičiaus Winters adityvinio metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|------------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 2445510075 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 49452,1 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 2,12134 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 28064,1 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,518 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 49452,1. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,518, todėl galime paaiškinti 51,8% nuokrypio nuo vidurkio.

2.46 lentelė

Apdraustųjų asmenų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų Winters adityviniu metodu reikšmių palyginimas

Winters Method -- Additive

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LEVEL_ | _TREND_ | _SFACOR |
|------|---------|---------|---------|----------|----------|-----------|---------|-----------|-----------|
| 1998 | 1344800 | 1344800 | 1455311 | 1234289 | 0.002845 | 5.0449E-8 | 1344800 | -24527 | 2.8417E-6 |
| 1999 | 1320200 | 1320273 | 1430783 | 1209762 | -72.6367 | -0.001288 | 1320200 | -24598 | -0.0726 |
| 2000 | 1298500 | 1295602 | 1406113 | 1185091 | 2898 | 0.0514 | 1298497 | -21774 | 2.8227 |
| 2001 | 1273200 | 1276726 | 1387237 | 1166215 | -3526 | -0.0625 | 1273201 | -25210 | -0.6998 |
| 2002 | 1304300 | 1247990 | 1358501 | 1137479 | 56310 | 0.9987 | 1304244 | 29662 | 55.5539 |
| 2003 | 1319200 | 1333962 | 1444473 | 1223451 | -14762 | -0.2618 | 1319159 | 15277 | 40.8065 |
| 2004 | 1336600 | 1334477 | 1444988 | 1223966 | 2123 | 0.0377 | 1336557 | 17346 | 42.9274 |
| 2005 | 1367100 | 1353946 | 1464457 | 1243435 | 13154 | 0.2333 | 1367044 | 30164 | 56.0684 |
| 2006 | 1419000 | 1397264 | 1507775 | 1286753 | 21736 | 0.3855 | 1418922 | 51345 | 77.7826 |
| 2007 | 1464900 | 1470345 | 1580856 | 1359834 | -5445 | -0.0966 | 1464828 | 46039 | 72.3431 |
| 2008 | 1463000 | 1510939 | 1621450 | 1400428 | -47939 | -0.8502 | 1462976 | -675.9354 | 24.4519 |
| 2009 | 1309000 | 1462324 | 1572835 | 1351813 | -153324 | -2.7193 | 1309129 | -150085 | -128.7189 |
| 2010 | 1202458 | 1158915 | 1269426 | 1048404 | 43543 | 0.7723 | 1202543 | -107654 | -85.2195 |
| 2011 | . | 1094804 | 1205315 | 984293 | . | . | 1094889 | -107654 | -85.2195 |
| 2012 | . | 987150 | 1231739 | 742561 | . | . | 987235 | -107654 | -85.2195 |
| 2013 | . | 879496 | 1286960 | 472032 | . | . | 879581 | -107654 | -85.2195 |
| 2014 | . | 771842 | 1366835 | 176849 | . | . | 771927 | -107654 | -85.2195 |
| 2015 | . | 664188 | 1468542 | -140166 | . | . | 664273 | -107654 | -85.2195 |
| 2016 | . | 556534 | 1590038 | -476969 | . | . | 556619 | -107654 | -85.2195 |
| 2017 | . | 448880 | 1729755 | -831995 | . | . | 448965 | -107654 | -85.2195 |
| 2018 | . | 341226 | 1886449 | -1203996 | . | . | 341311 | -107654 | -85.2195 |
| 2019 | . | 233572 | 2059097 | -1591952 | . | . | 233657 | -107654 | -85.2195 |
| 2020 | . | 125918 | 2246842 | -1995005 | . | . | 126003 | -107654 | -85.2195 |
| 2021 | . | 18264 | 2448951 | -2412422 | . | . | 18349 | -107654 | -85.2195 |
| 2022 | . | -89390 | 2664788 | -2843567 | . | . | -89305 | -107654 | -85.2195 |

- **Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu**

2.47 lentelė

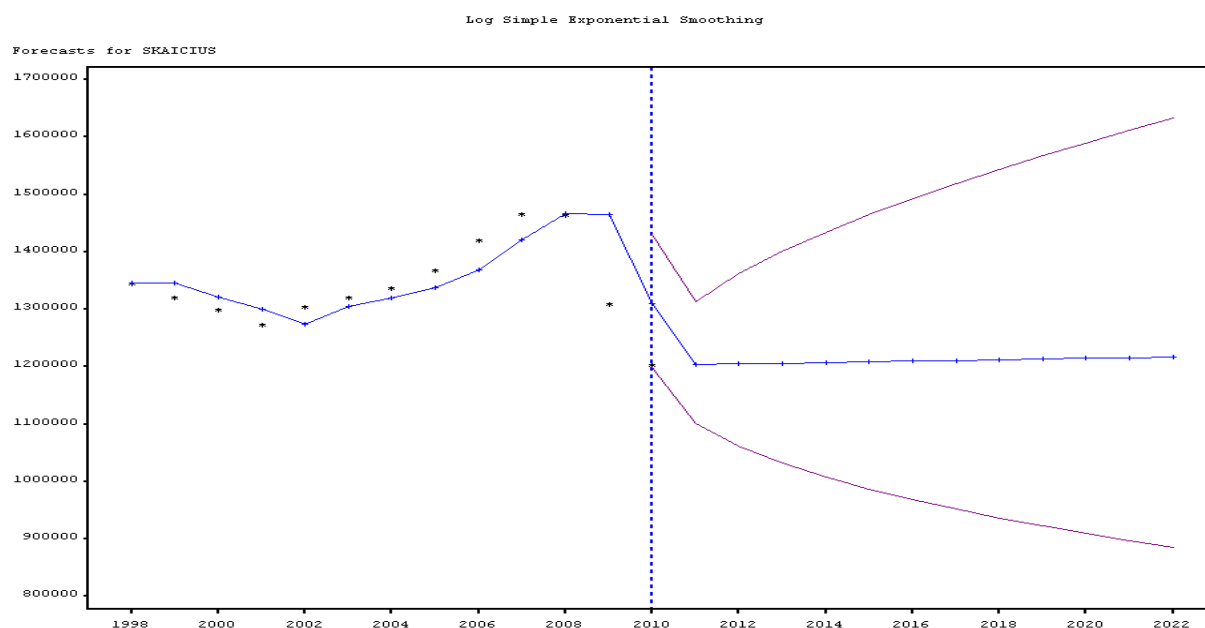
Apdraustųjų asmenų skaičiaus logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas

| Kintamasis | Konstantos reikšmė | t Value | Pr > t |
|--|--------------------|---------|---------|
| Glodinimo konstanta α | 0,999 | 4,1474 | 0,0014 |

Tikrinama hipotezė „Logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo konstanta yra nereikšminga“. Iš 2.47 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0014 < 0,05$. Vadinasi, konstanta yra reikšminga.

Gaunama paprastojo eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$F_t = 0,999Y_{t-1} + 0,001F_{t-1}$$



2.15 pav. Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.48 lentelė

Apdraustųjų asmenų skaičiaus logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|------------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 3422341767 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 58500,8 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 3,09816 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 40579,9 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,325 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 58500,8. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,325, todėl galime paaiškinti 32,5% nuokrypio nuo vidurkio.

2.49 lentelė

Apdraustųjų asmenų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

Log Simple Exponential Smoothing

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | RESIDUAL | RESSTD | NRRESID | _LEVEL_ |
|------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|-----------|--------|-----------|---------|
| 1998 | 1344800 | 1346143 | 1469041 | 1231021 | -1343 | -0.0221 | -0.000018 | 0.0451 | -0.000410 | 14.1118 |
| 1999 | 1320200 | 1346168 | 1469068 | 1231044 | -25968 | -0.4276 | 0.0185 | 0.0451 | 0.4094 | 14.0933 |
| 2000 | 1298500 | 1321567 | 1442221 | 1208547 | -23067 | -0.3869 | 0.0166 | 0.0451 | 0.3679 | 14.0767 |
| 2001 | 1273200 | 1299842 | 1418513 | 1188680 | -26642 | -0.4543 | 0.0197 | 0.0451 | 0.4367 | 14.0571 |
| 2002 | 1304300 | 1274520 | 1390879 | 1165524 | 29780 | 0.5179 | -0.0241 | 0.0451 | -0.5347 | 14.0812 |
| 2003 | 1319200 | 1305595 | 1424791 | 1193941 | 13605 | 0.2310 | -0.0114 | 0.0451 | -0.2524 | 14.0925 |
| 2004 | 1336600 | 1320527 | 1441086 | 1207596 | 16073 | 0.2698 | -0.0131 | 0.0451 | -0.2908 | 14.1056 |
| 2005 | 1367100 | 1337942 | 1460091 | 1223522 | 29158 | 0.4830 | -0.0226 | 0.0451 | -0.5006 | 14.1282 |
| 2006 | 1419000 | 1368460 | 1493395 | 1251429 | 50540 | 0.8186 | -0.0373 | 0.0451 | -0.8268 | 14.1654 |
| 2007 | 1464900 | 1420391 | 1550067 | 1298919 | 44509 | 0.6946 | -0.0319 | 0.0451 | -0.7068 | 14.1973 |
| 2008 | 1463000 | 1466343 | 1600215 | 1340942 | -3343 | -0.0505 | 0.001266 | 0.0451 | 0.0281 | 14.1960 |
| 2009 | 1309000 | 1464490 | 1598192 | 1339247 | -155490 | -2.3533 | 0.1112 | 0.0451 | 2.4666 | 14.0849 |
| 2010 | 1202458 | 1310477 | 1430119 | 1198406 | -108019 | -1.8270 | 0.0850 | 0.0451 | 1.8851 | 14.0000 |
| 2011 | . | 1203784 | 1313684 | 1100836 | . | . | . | . | . | 14.0000 |
| 2012 | . | 1205006 | 1362583 | 1061330 | . | . | . | . | . | 14.0000 |
| 2013 | . | 1206229 | 1401347 | 1031972 | . | . | . | . | . | 14.0000 |
| 2014 | . | 1207454 | 1434887 | 1007850 | . | . | . | . | . | 14.0000 |
| 2015 | . | 1208679 | 1465102 | 987065 | . | . | . | . | . | 14.0000 |
| 2016 | . | 1209906 | 1492967 | 968643 | . | . | . | . | . | 14.0000 |
| 2017 | . | 1211135 | 1519059 | 952004 | . | . | . | . | . | 14.0000 |
| 2018 | . | 1212364 | 1543756 | 936774 | . | . | . | . | . | 14.0000 |
| 2019 | . | 1213595 | 1567317 | 922692 | . | . | . | . | . | 14.0000 |
| 2020 | . | 1214827 | 1589933 | 909567 | . | . | . | . | . | 14.0000 |
| 2021 | . | 1216061 | 1611747 | 897257 | . | . | . | . | . | 14.0000 |
| 2022 | . | 1217295 | 1632870 | 885650 | . | . | . | . | . | 14.0000 |

- **Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu**

2.50 lentelė

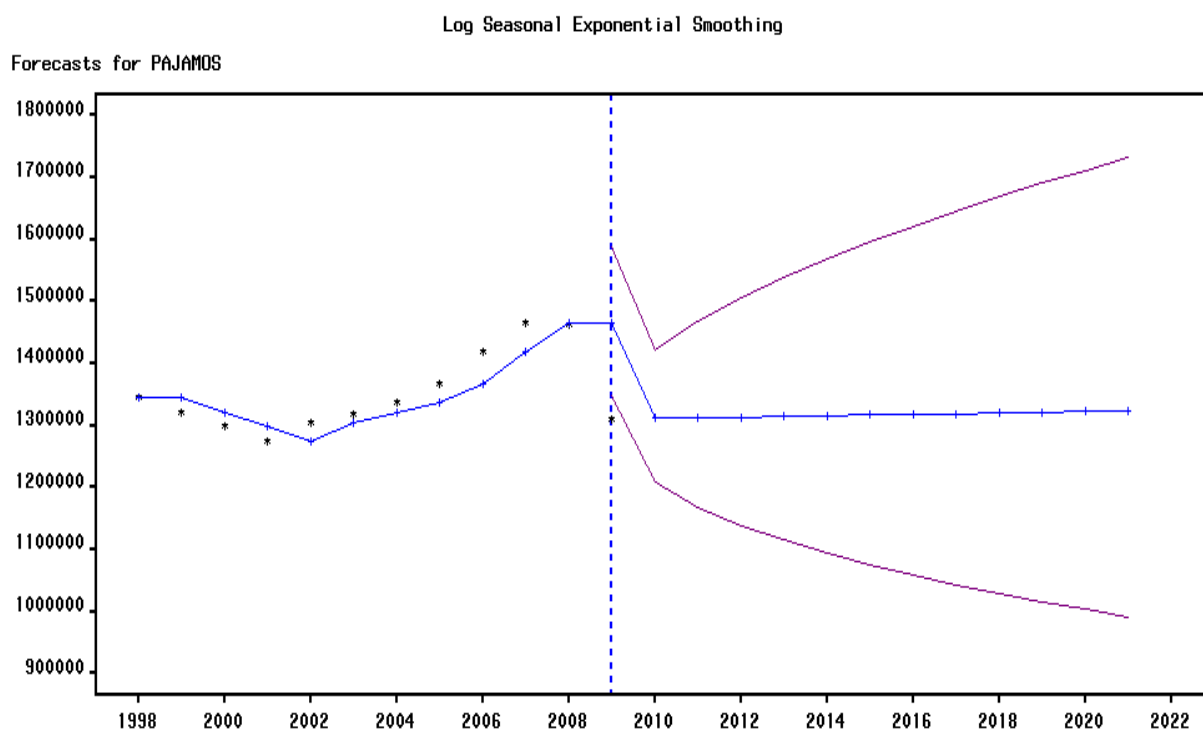
Apdraustųjų skaičiaus logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametru vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,8992 | 0,2242 | 0,8271 |
| δ | 0,8992 | 2.0303 | <0,0001 |

Tikrinama hipotezė „Parametru reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.50 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama lygmens glodinimo svoriui δ , nes $0,0001 < 0,05$, o sezoninio glodinimo svoriui ω – priimama, $0,8271 > 0,05$. Vadinasi, δ yra reikšmingas, o ω – nereikšmingas.

Gaunama sezoninio eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = L_{t-1+k} + 0,899(\widehat{Y}_{t+k} + L_{t+k}) + 0,1015S_{t+p+k}.$$



2.16 pav. Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.51 lentelė

Apdraustųjų asmenų skaičiaus logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|------------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 2741571692 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 52360,0 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 2,61288 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 35032,1 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,275 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 52360,0. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,275, todėl galime paaiškinti 27,5% nuokrypio nuo vidurkio.

2.52 lentelė

Apdraustųjų asmenų skaičiaus tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

Log Seasonal Exponential Smoothing

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | RESIDUAL | RESSTD | NRESID | _LEVEL_ |
|------|---------|---------|---------|---------|-----------|---------|-----------|--------|-----------|---------|
| 1998 | 1344800 | 1345704 | 1458508 | 1239488 | -904.2971 | -0.0162 | -0.000189 | 0.0415 | -0.004561 | 14.1117 |
| 1999 | 1320200 | 1345956 | 1458781 | 1239720 | -25756 | -0.4608 | 0.0185 | 0.0415 | 0.4447 | 14.0951 |
| 2000 | 1298500 | 1321586 | 1432367 | 1217273 | -23086 | -0.4206 | 0.0168 | 0.0415 | 0.4038 | 14.0801 |
| 2001 | 1273200 | 1299841 | 1408799 | 1197244 | -26641 | -0.4935 | 0.0198 | 0.0415 | 0.4781 | 14.0622 |
| 2002 | 1304300 | 1274554 | 1381394 | 1173954 | 29746 | 0.5620 | -0.0239 | 0.0415 | -0.5765 | 14.0837 |
| 2003 | 1319200 | 1305107 | 1414507 | 1202095 | 14093 | 0.2600 | -0.0116 | 0.0415 | -0.2795 | 14.0942 |
| 2004 | 1336600 | 1320181 | 1430845 | 1215979 | 16419 | 0.2995 | -0.0132 | 0.0415 | -0.3185 | 14.1061 |
| 2005 | 1367100 | 1337572 | 1449694 | 1231998 | 29528 | 0.5316 | -0.0227 | 0.0415 | -0.5468 | 14.1265 |
| 2006 | 1419000 | 1367963 | 1482632 | 1259989 | 51037 | 0.8984 | -0.0375 | 0.0415 | -0.9032 | 14.1602 |
| 2007 | 1464900 | 1419682 | 1538687 | 1307627 | 45218 | 0.7670 | -0.0322 | 0.0415 | -0.7761 | 14.1891 |
| 2008 | 1463000 | 1465683 | 1588543 | 1349996 | -2683 | -0.0441 | 0.000971 | 0.0415 | 0.0234 | 14.1883 |
| 2009 | 1309000 | 1464275 | 1587018 | 1348700 | -155275 | -2.5535 | 0.1112 | 0.0415 | 2.6797 | 14.0883 |
| 2010 | . | 1311610 | 1421555 | 1208084 | . | . | . | . | . | 14.0883 |
| 2011 | . | 1312717 | 1469420 | 1168732 | . | . | . | . | . | 14.0883 |
| 2012 | . | 1313826 | 1507355 | 1139319 | . | . | . | . | . | 14.0883 |
| 2013 | . | 1314935 | 1540136 | 1115069 | . | . | . | . | . | 14.0883 |
| 2014 | . | 1316046 | 1569627 | 1094119 | . | . | . | . | . | 14.0883 |
| 2015 | . | 1317157 | 1596786 | 1075510 | . | . | . | . | . | 14.0883 |
| 2016 | . | 1318270 | 1622183 | 1058671 | . | . | . | . | . | 14.0883 |
| 2017 | . | 1319383 | 1646190 | 1043232 | . | . | . | . | . | 14.0883 |
| 2018 | . | 1320497 | 1669065 | 1028934 | . | . | . | . | . | 14.0883 |
| 2019 | . | 1321612 | 1690996 | 1015590 | . | . | . | . | . | 14.0883 |
| 2020 | . | 1322728 | 1712125 | 1003057 | . | . | . | . | . | 14.0883 |
| 2021 | . | 1323845 | 1732562 | 991225 | . | . | . | . | . | 14.0883 |

2.53 lentelė

Apdraustųjų asmenų skaičiaus prognozavimo metodų paklaidų palyginimas

| Metodas | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | Vidutinė absoliutinė paklaida |
|---|--|-------------------------------|
| Paprastasis eksponentinis glodinimas | 3,08753 | 40464,9 |
| Sezoninis eksponentinis glodinimas | 3,10424 | 40677,0 |
| Winters adityvinis | 2,12134 | 28064,1 |
| Logaritminis paprastasis eksponentinis glodinimas | 3,09816 | 40579,9 |
| Logaritminis sezoninis eksponentinis | 2,61288 | 35032,1 |

Iš 2.53 lentelės matome, kad mažiausios paklaidos prognozuojant apdraustųjų asmenų skaičių gaunamos Winters adityviniu metodu. Todėl prognozuojant pensininkų skaičių pagal virtualiąją sistemą remsimės prognozuojamais duomenimis, gautais šiuo metodu.

Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas

- Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas pagal tiesinį trendą

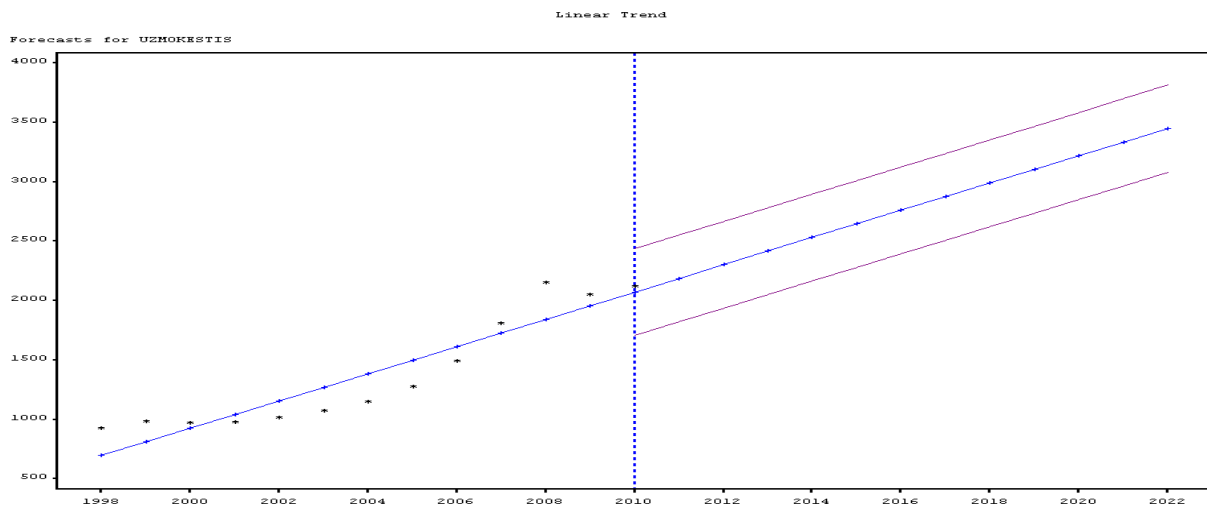
2.54 lentelė

Vidutinio darbo užmokesčio tiesinio trendo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| b_0 | 583,57692 | 5,3190 | 0,0002 |
| b_1 | 114,62088 | 8,2921 | <0,0001 |

Tikrinama hipotezė „Tiesinio trendo parametrai yra nereikšmingi“. Iš 2.54 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0002 < 0,05$ ir $0,0001 < 0,05$. Vadinasi, abu tiesinio trendo parametrai yra reikšmingi.

Gaunama tiesinio trendo išraiška: $Y = 583,57692 + 114,62088 \cdot t$.



2.17 pav. Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas pagal tiesinį trendą

2.55 lentelė

Vidutinio darbo užmokesčio tiesinio trendo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 29425,4 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 171,53846 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 12,12328 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 151,02705 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,862 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 171,53846. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,862, todėl galime paaiškinti 86,2% nuokrypio nuo vidurkio.

2.56 lentelė

Vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų pagal tiesinį trendą reikšmių palyginimas

Linear Trend

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LINEAR_ |
|------|----------|----------|------|----------|-----------|---------|----------|
| 1998 | 930.0000 | 698.1978 | 1064 | 332.6999 | 231.8022 | 1.2430 | 1 |
| 1999 | 987.0000 | 812.8187 | 1178 | 447.3207 | 174.1813 | 0.9340 | 2 |
| 2000 | 971.0000 | 927.4396 | 1293 | 561.9416 | 43.5604 | 0.2336 | 3 |
| 2001 | 982.0000 | 1042 | 1408 | 676.5625 | -60.0604 | -0.3221 | 4 |
| 2002 | 1014 | 1157 | 1522 | 791.1834 | -142.6813 | -0.7651 | 5 |
| 2003 | 1073 | 1271 | 1637 | 905.8043 | -198.3022 | -1.0634 | 6 |
| 2004 | 1149 | 1386 | 1751 | 1020 | -236.9231 | -1.2705 | 7 |
| 2005 | 1276 | 1501 | 1866 | 1135 | -224.5440 | -1.2041 | 8 |
| 2006 | 1496 | 1615 | 1981 | 1250 | -119.1648 | -0.6390 | 9 |
| 2007 | 1813 | 1730 | 2095 | 1364 | 83.2143 | 0.4462 | 10 |
| 2008 | 2152 | 1844 | 2210 | 1479 | 307.5934 | 1.6495 | 11 |
| 2009 | 2052 | 1959 | 2325 | 1594 | 92.9725 | 0.4986 | 12 |
| 2010 | 2122 | 2074 | 2439 | 1708 | 48.3516 | 0.2593 | 13 |
| 2011 | . | 2188 | 2554 | 1823 | . | . | 14 |
| 2012 | . | 2303 | 2668 | 1937 | . | . | 15 |
| 2013 | . | 2418 | 2783 | 2052 | . | . | 16 |
| 2014 | . | 2532 | 2898 | 2167 | . | . | 17 |
| 2015 | . | 2647 | 3012 | 2281 | . | . | 18 |
| 2016 | . | 2761 | 3127 | 2396 | . | . | 19 |
| 2017 | . | 2876 | 3241 | 2510 | . | . | 20 |
| 2018 | . | 2991 | 3356 | 2625 | . | . | 21 |
| 2019 | . | 3105 | 3471 | 2740 | . | . | 22 |
| 2020 | . | 3220 | 3585 | 2854 | . | . | 23 |
| 2021 | . | 3334 | 3700 | 2969 | . | . | 24 |
| 2022 | . | 3449 | 3815 | 3084 | . | . | 25 |

- Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.57 lentelė

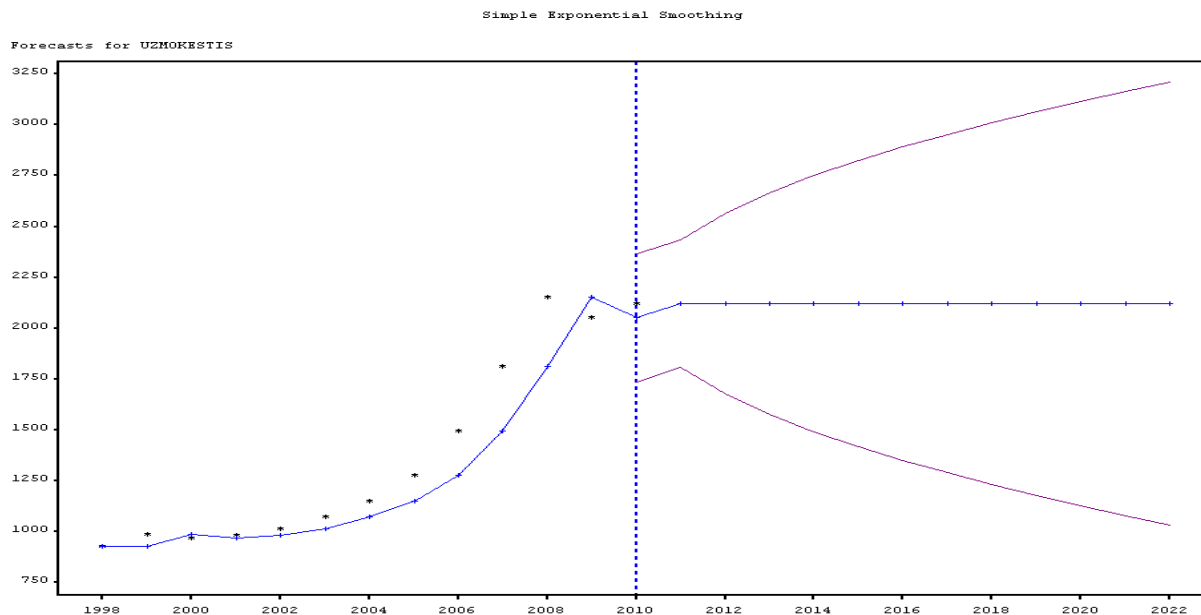
Vidutinio darbo užmokesčio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas

| Kintamasis | Konstantos reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------------------------|--------------------|---------|---------|
| Glodinimo konstanta α | 0,999 | 4,8840 | 0,0004 |

Tikrinama hipotezė „Paprastojo eksponentinio glodinimo metodo konstanta yra nereikšminga“. Iš 2.57 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0004 < 0,05$. Vadinasi, konstanta yra reikšminga.

Gaunama paprastojo eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$F_t = 0,999Y_{t-1} + 0,001F_{t-1}$$



2.18 pav. Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.58 lentelė

Vidutinio darbo užmokesčio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 23777,4 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 154,19908 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 6,91603 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 109,56827 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,889 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 154,19908. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,889, todėl galime paaiškinti 88,9% nuokrypio nuo vidurkio.

2.59 lentelė

**Vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų paprastojo eksponentinio glodinimo metodu
reikšmių palyginimas**

Simple Exponential Smoothing

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LEVEL_ |
|------|----------|----------|------|----------|----------|-----------|----------|
| 1998 | 930.0000 | 930.0570 | 1245 | 615.4916 | -0.0570 | -0.000355 | 930.0001 |
| 1999 | 987.0000 | 930.0001 | 1245 | 615.4347 | 56.9999 | 0.3551 | 986.9430 |
| 2000 | 971.0000 | 986.9430 | 1302 | 672.3776 | -15.9430 | -0.0993 | 971.0159 |
| 2001 | 982.0000 | 971.0159 | 1286 | 656.4506 | 10.9841 | 0.0684 | 981.9890 |
| 2002 | 1014 | 981.9890 | 1297 | 667.4236 | 32.0110 | 0.1995 | 1014 |
| 2003 | 1073 | 1014 | 1329 | 699.4026 | 59.0320 | 0.3678 | 1073 |
| 2004 | 1149 | 1073 | 1388 | 758.3756 | 76.0590 | 0.4739 | 1149 |
| 2005 | 1276 | 1149 | 1463 | 834.3586 | 127.0761 | 0.7918 | 1276 |
| 2006 | 1496 | 1276 | 1590 | 961.3075 | 220.1271 | 1.3715 | 1496 |
| 2007 | 1813 | 1496 | 1810 | 1181 | 317.2201 | 1.9765 | 1813 |
| 2008 | 2152 | 1813 | 2127 | 1498 | 339.3172 | 2.1142 | 2152 |
| 2009 | 2052 | 2152 | 2466 | 1837 | -99.6607 | -0.6210 | 2052 |
| 2010 | 2122 | 2052 | 2367 | 1738 | 69.9003 | 0.4355 | 2122 |
| 2011 | . | 2122 | 2436 | 1807 | . | . | 2122 |
| 2012 | . | 2122 | 2567 | 1677 | . | . | 2122 |
| 2013 | . | 2122 | 2666 | 1577 | . | . | 2122 |
| 2014 | . | 2122 | 2751 | 1493 | . | . | 2122 |
| 2015 | . | 2122 | 2825 | 1419 | . | . | 2122 |
| 2016 | . | 2122 | 2892 | 1352 | . | . | 2122 |
| 2017 | . | 2122 | 2953 | 1290 | . | . | 2122 |
| 2018 | . | 2122 | 3011 | 1233 | . | . | 2122 |
| 2019 | . | 2122 | 3065 | 1179 | . | . | 2122 |
| 2020 | . | 2122 | 3116 | 1128 | . | . | 2122 |
| 2021 | . | 2122 | 3164 | 1080 | . | . | 2122 |
| 2022 | . | 2122 | 3211 | 1033 | . | . | 2122 |

- Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.60 lentelė

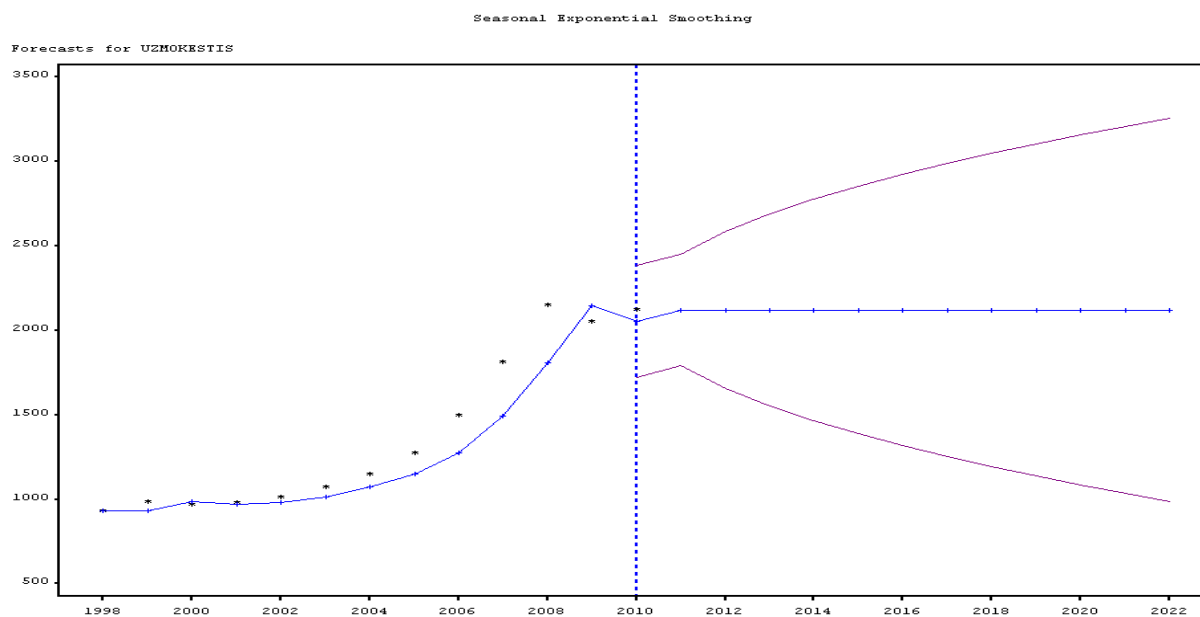
Vidutinio darbo užmokesčio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,8992 | 0,4268 | 0,6778 |
| δ | 0,8992 | 10880 | <0,0001 |

Tikrinama hipotezė „Parametrų reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.60 lentelės matome, kad hipotezė yra priimama lygmens glodinimo svoriui ω , nes $0,6778 > 0,05$, o sezoninio glodinimo svoriui δ - atmetama, $0,0001 < 0,05$. Vadinasi, glodinimo svoris – nereikšmingas, o sezonis - reikšmingas.

Gaunama sezoninio eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = S_{t-1+k} + 0,899(Y_t + S_{t+k}) + 0,101L_{t+p+k}$$



2.19 pav Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.61 lentelė

Vidutinio darbo užmokesčio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 24034,9 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 155,03192 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 6,93592 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 109,84507 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,887 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 155,03192. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,887, todėl galime paaiškinti 88,7% nuokrypio nuo vidurkio.

2.62 lentelė

**Vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu
reikšmių palyginimas**

Seasonal Exponential Smoothing

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LEVEL_ | _SFACTOR |
|------|----------|----------|------|----------|----------|-----------|----------|----------|
| 1998 | 930.0000 | 930.5775 | 1261 | 600.2502 | -0.5775 | -0.003427 | 930.0582 | -0.0523 |
| 1999 | 987.0000 | 930.0059 | 1260 | 599.6785 | 56.9941 | 0.3382 | 981.3073 | 5.1136 |
| 2000 | 971.0000 | 986.4209 | 1317 | 656.0935 | -15.4209 | -0.0915 | 967.4409 | 3.7158 |
| 2001 | 982.0000 | 971.1567 | 1301 | 640.8293 | 10.8433 | 0.0643 | 977.1912 | 4.6987 |
| 2002 | 1014 | 981.8898 | 1312 | 651.5625 | 32.1102 | 0.1905 | 1006 | 7.6091 |
| 2003 | 1073 | 1014 | 1344 | 683.3464 | 59.3263 | 0.3520 | 1059 | 12.9864 |
| 2004 | 1149 | 1072 | 1403 | 742.0699 | 76.6028 | 0.4545 | 1128 | 19.9296 |
| 2005 | 1276 | 1148 | 1479 | 817.8943 | 127.7783 | 0.7582 | 1243 | 31.5114 |
| 2006 | 1496 | 1275 | 1605 | 944.3743 | 221.2983 | 1.3131 | 1442 | 51.5697 |
| 2007 | 1813 | 1494 | 1824 | 1163 | 319.2485 | 1.8942 | 1729 | 80.5062 |
| 2008 | 2152 | 1810 | 2140 | 1479 | 342.2438 | 2.0307 | 2037 | 111.5269 |
| 2009 | 2052 | 2149 | 2479 | 1818 | -96.5226 | -0.5727 | 1950 | 102.7782 |
| 2010 | 2122 | 2053 | 2383 | 1723 | 69.0193 | 0.4095 | 2012 | 109.0341 |
| 2011 | . | 2121 | 2452 | 1791 | . | . | 2012 | 109.0341 |
| 2012 | . | 2121 | 2586 | 1657 | . | . | 2012 | 109.0341 |
| 2013 | . | 2121 | 2690 | 1553 | . | . | 2012 | 109.0341 |
| 2014 | . | 2121 | 2777 | 1466 | . | . | 2012 | 109.0341 |
| 2015 | . | 2121 | 2854 | 1389 | . | . | 2012 | 109.0341 |
| 2016 | . | 2121 | 2924 | 1319 | . | . | 2012 | 109.0341 |
| 2017 | . | 2121 | 2988 | 1255 | . | . | 2012 | 109.0341 |
| 2018 | . | 2121 | 3047 | 1195 | . | . | 2012 | 109.0341 |
| 2019 | . | 2121 | 3103 | 1139 | . | . | 2012 | 109.0341 |
| 2020 | . | 2121 | 3156 | 1086 | . | . | 2012 | 109.0341 |
| 2021 | . | 2121 | 3207 | 1036 | . | . | 2012 | 109.0341 |
| 2022 | . | 2121 | 3255 | 987.6644 | . | . | 2012 | 109.0341 |

- Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas Winters adityviniu metodu

2.63 lentelė

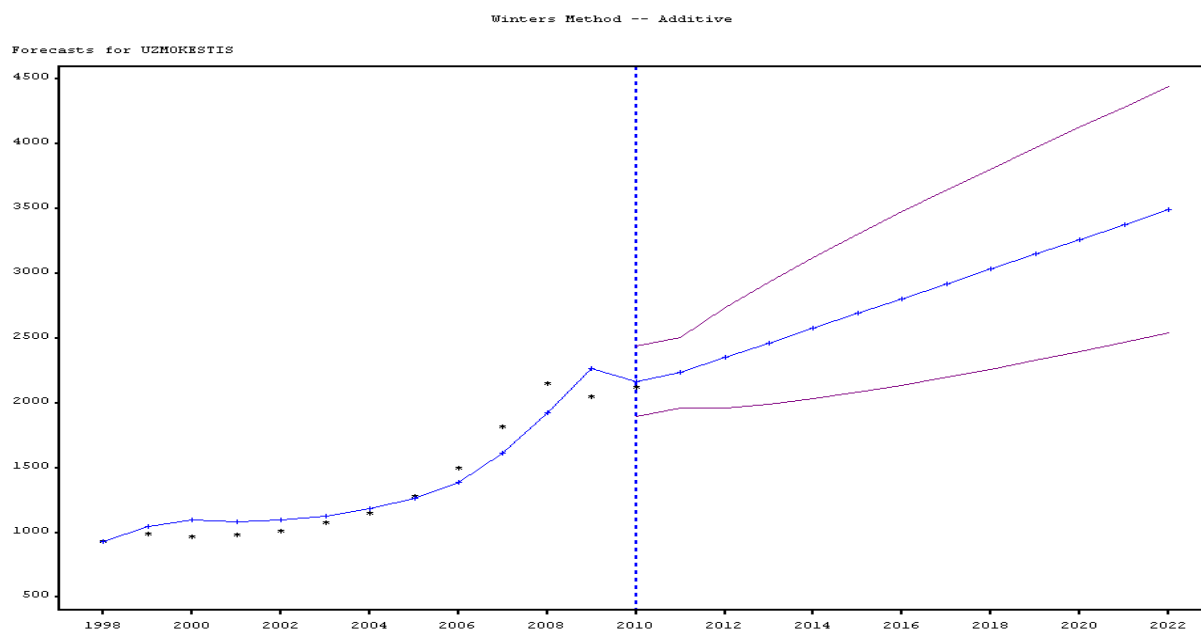
Vidutinio darbo užmokesčio Winters adityvinio metodo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|----------|---------|
| ω | 0,999 | 0,00442 | 0,9966 |
| δ | 0,001 | 0,004161 | 0,9968 |
| γ | 0,999 | 329099 | <0,0001 |

Tikrinama hipotezė „Parametrų reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.63 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama γ , nes $0,0001 < 0,05$, o ω ir γ – priimama, $0,9966 > 0,05$ ir $0,9968 > 0,05$. Vadinasi, γ yra reikšmingas, o ω ir γ – nereikšmingi.

Gaunama Winters adityvinio metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = 0,999(Y_t - L_t) + 0,001S_{t-p} + kT_{t-1}$$



2.20 pav. Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas Winters adityviniu metodu

2.64 lentelė

Vidutinio darbo užmokesčio Winters adityvinio metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 14861,4 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 121,90727 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 6,81047 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 97,79351 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,930 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 121,90727. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,930, todėl galime paaiškinti 93,0% nuokrypio nuo vidurkio.

2.65 lentelė

Vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų Winters adityviniu metodu reikšmių palyginimas

Winters Method -- Additive

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LEVEL_ | _TREND_ | SFACTOR |
|------|----------|----------|------|----------|-----------|-----------|----------|----------|-----------|
| 1998 | 930.0000 | 929.9999 | 1202 | 657.5734 | 0.0000574 | 4.1283E-7 | 930.0000 | 114.3237 | 5.7324E-8 |
| 1999 | 987.0000 | 1044 | 1317 | 771.8972 | -57.3237 | -0.4124 | 987.0573 | 114.2664 | -0.0573 |
| 2000 | 971.0000 | 1101 | 1374 | 828.8399 | -130.2665 | -0.9372 | 971.1875 | 114.1363 | -0.1874 |
| 2001 | 982.0000 | 1085 | 1358 | 812.7099 | -103.1364 | -0.7420 | 982.2905 | 114.0332 | -0.2904 |
| 2002 | 1014 | 1096 | 1368 | 823.6068 | -82.0333 | -0.5902 | 1014 | 113.9513 | -0.3724 |
| 2003 | 1073 | 1128 | 1400 | 855.5249 | -54.9514 | -0.3953 | 1073 | 113.8964 | -0.4273 |
| 2004 | 1149 | 1187 | 1459 | 914.4699 | -37.8964 | -0.2726 | 1149 | 113.8585 | -0.4651 |
| 2005 | 1276 | 1263 | 1535 | 990.4321 | 13.1414 | 0.0945 | 1276 | 113.8716 | -0.4520 |
| 2006 | 1496 | 1390 | 1662 | 1117 | 106.1284 | 0.7635 | 1496 | 113.9777 | -0.3460 |
| 2007 | 1813 | 1610 | 1882 | 1338 | 203.0224 | 1.4606 | 1813 | 114.1805 | -0.1432 |
| 2008 | 2152 | 1927 | 2200 | 1655 | 224.8197 | 1.6175 | 2152 | 114.4051 | 0.0814 |
| 2009 | 2052 | 2266 | 2539 | 1994 | -214.4049 | -1.5425 | 2052 | 114.1909 | -0.1328 |
| 2010 | 2122 | 2166 | 2439 | 1894 | -44.1911 | -0.3179 | 2122 | 114.1467 | -0.1769 |
| 2011 | . | 2236 | 2509 | 1964 | . | . | 2236 | 114.1467 | -0.1769 |
| 2012 | . | 2350 | 2736 | 1965 | . | . | 2350 | 114.1467 | -0.1769 |
| 2013 | . | 2464 | 2937 | 1992 | . | . | 2465 | 114.1467 | -0.1769 |
| 2014 | . | 2579 | 3124 | 2033 | . | . | 2579 | 114.1467 | -0.1769 |
| 2015 | . | 2693 | 3303 | 2082 | . | . | 2693 | 114.1467 | -0.1769 |
| 2016 | . | 2807 | 3476 | 2138 | . | . | 2807 | 114.1467 | -0.1769 |
| 2017 | . | 2921 | 3644 | 2198 | . | . | 2921 | 114.1467 | -0.1769 |
| 2018 | . | 3035 | 3808 | 2262 | . | . | 3035 | 114.1467 | -0.1769 |
| 2019 | . | 3149 | 3970 | 2329 | . | . | 3149 | 114.1467 | -0.1769 |
| 2020 | . | 3263 | 4129 | 2398 | . | . | 3264 | 114.1467 | -0.1769 |
| 2021 | . | 3378 | 4286 | 2470 | . | . | 3378 | 114.1467 | -0.1769 |
| 2022 | . | 3492 | 4441 | 2543 | . | . | 3492 | 114.1467 | -0.1769 |

- Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.66 lentelė

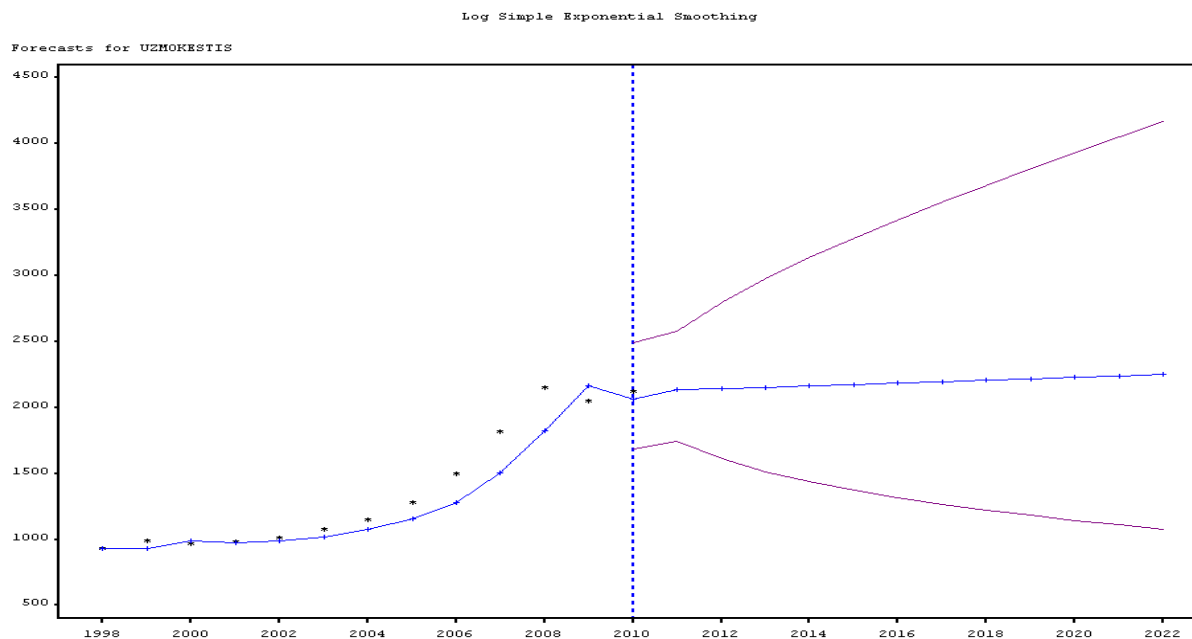
Vidutinio darbo užmokesčio logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas

| Kintamasis | Konstantos reikšmė | t Value | Pr > t |
|--|--------------------|---------|---------|
| Glodinimo konstanta α | 0,999 | 4,9469 | 0,0003 |

Tikrinama hipotezė „Logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo konstanta yra nereikšminga“. Iš 2.66 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0003 < 0,05$. Vadinasi, konstanta yra reikšminga.

Gaunama paprastojo eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$F_t = 0,999Y_{t-1} + 0,001F_{t-1}$$



2.21 pav. Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.67 lentelė

Vidutinio darbo užmokesčio logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 22551,2 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 150,17046 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 6,68286 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 106,24897 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,894 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 150,17046. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,894, todėl galime paaiškinti 89,4% nuokrypio nuo vidurkio.

2.68 lentelė

Vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

Log Simple Exponential Smoothing

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | RESIDUAL | RESSTD | NRESID | LEVEL |
|------|----------|----------|------|----------|-----------|---------|-----------|--------|----------|--------|
| 1998 | 930.0000 | 934.6786 | 1131 | 765.1399 | -4.6786 | -0.0501 | 0.0000595 | 0.0996 | 0.000597 | 6.8352 |
| 1999 | 987.0000 | 934.6231 | 1130 | 765.0944 | 52.3769 | 0.5613 | -0.0595 | 0.0996 | -0.5973 | 6.8946 |
| 2000 | 971.0000 | 991.8474 | 1200 | 811.9390 | -20.8474 | -0.2105 | 0.0163 | 0.0996 | 0.1635 | 6.8783 |
| 2001 | 982.0000 | 975.8428 | 1180 | 798.8374 | 6.1572 | 0.0632 | -0.0112 | 0.0996 | -0.1130 | 6.8896 |
| 2002 | 1014 | 986.8704 | 1194 | 807.8648 | 27.1296 | 0.2754 | -0.0321 | 0.0996 | -0.3221 | 6.9216 |
| 2003 | 1073 | 1019 | 1233 | 834.1729 | 53.9921 | 0.5307 | -0.0566 | 0.0996 | -0.5682 | 6.9782 |
| 2004 | 1149 | 1078 | 1304 | 882.6880 | 70.7271 | 0.6570 | -0.0685 | 0.0996 | -0.6877 | 7.0466 |
| 2005 | 1276 | 1155 | 1397 | 945.1971 | 121.3674 | 1.0529 | -0.1049 | 0.0996 | -1.0534 | 7.1514 |
| 2006 | 1496 | 1282 | 1551 | 1050 | 213.7915 | 1.6701 | -0.1592 | 0.0996 | -1.5983 | 7.3104 |
| 2007 | 1813 | 1503 | 1818 | 1231 | 309.8026 | 2.0644 | -0.1923 | 0.0996 | -1.9315 | 7.5025 |
| 2008 | 2152 | 1822 | 2203 | 1491 | 330.3380 | 1.8164 | -0.1716 | 0.0996 | -1.7232 | 7.6740 |
| 2009 | 2052 | 2162 | 2615 | 1770 | -110.3265 | -0.5111 | 0.0474 | 0.0996 | 0.4761 | 7.6266 |
| 2010 | 2122 | 2062 | 2494 | 1688 | 59.7017 | 0.2900 | -0.0335 | 0.0996 | -0.3364 | 7.6601 |
| 2011 | . | 2132 | 2579 | 1746 | . | . | . | . | . | 7.6601 |
| 2012 | . | 2143 | 2796 | 1610 | . | . | . | . | . | 7.6601 |
| 2013 | . | 2154 | 2975 | 1514 | . | . | . | . | . | 7.6601 |
| 2014 | . | 2164 | 3134 | 1437 | . | . | . | . | . | 7.6601 |
| 2015 | . | 2175 | 3282 | 1372 | . | . | . | . | . | 7.6601 |
| 2016 | . | 2186 | 3421 | 1316 | . | . | . | . | . | 7.6601 |
| 2017 | . | 2197 | 3555 | 1267 | . | . | . | . | . | 7.6601 |
| 2018 | . | 2208 | 3684 | 1222 | . | . | . | . | . | 7.6601 |
| 2019 | . | 2219 | 3809 | 1182 | . | . | . | . | . | 7.6601 |
| 2020 | . | 2230 | 3931 | 1145 | . | . | . | . | . | 7.6601 |
| 2021 | . | 2241 | 4052 | 1111 | . | . | . | . | . | 7.6601 |
| 2022 | . | 2252 | 4170 | 1080 | . | . | . | . | . | 7.6601 |

- Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.69 lentelė

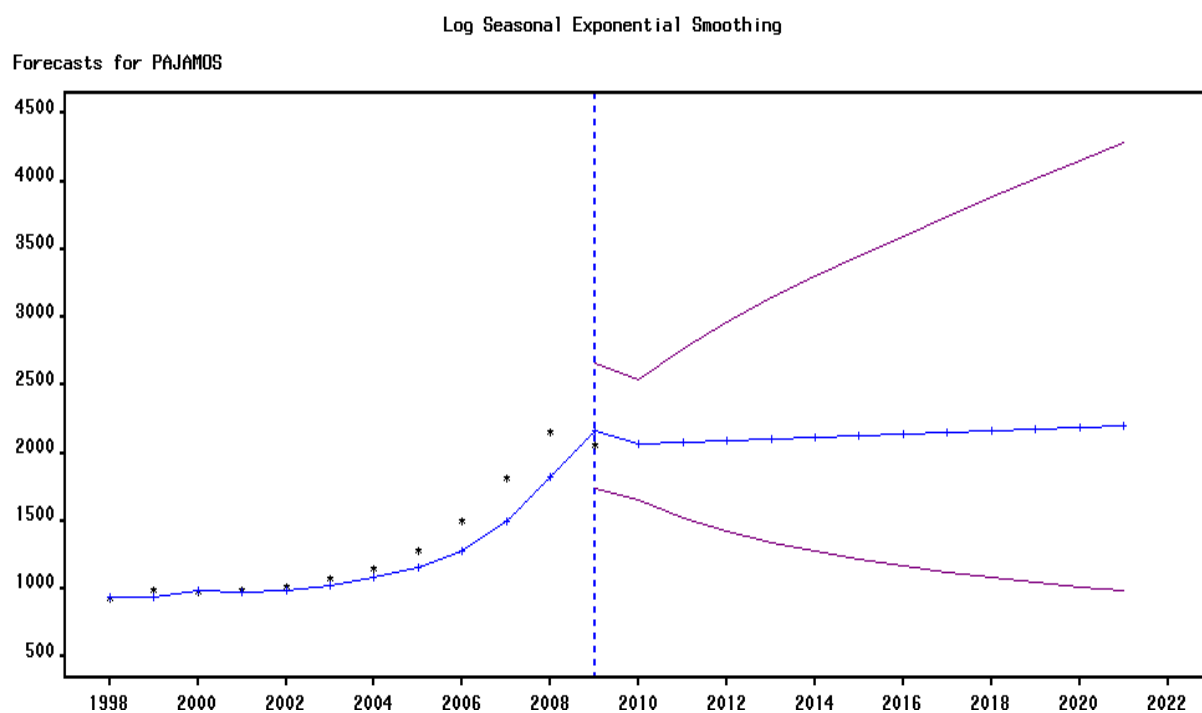
Vidutinio darbo užmokesčio logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametru vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,8992 | 0,4110 | 0,6898 |
| δ | 0,8992 | 3,9061 | <0,0001 |

Tikrinama hipotezė „Parametru reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.69 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama lygmens glodinimo svoriui δ , nes $0,0001 < 0,05$, o sezoninio glodinimo svoriui ω – priimama, $0,6898 > 0,05$. Vadinasi, δ yra reikšmingas, o ω – nereikšmingas.

Gaunama sezoninio eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = L_{t-1+k} + 0,899(\widehat{Y}_{t+k} + L_{t+k}) + 0,101S_{t+p+k}.$$



2.22 pav. Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.70 lentelė

Vidutinio darbo užmokesčio logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 24188,4 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 155,52624 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 6,98802 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 109,96122 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,867 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 155,52624. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,867, todėl galime paaiškinti 86,7% nuokrypio nuo vidurkio.

2.71 lentelė

Vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

Log Seasonal Exponential Smoothing

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | RESIDUAL | RESSTD | NRESID | _LEVEL_ |
|------|----------|----------|------|----------|-----------|---------|----------|--------|---------|---------|
| 1999 | 987.0000 | 935.5768 | 1152 | 750.6796 | 51.4232 | 0.5014 | -0.0595 | 0.1093 | -0.5442 | 6.8887 |
| 2000 | 971.0000 | 992.3127 | 1222 | 796.2027 | -21.3127 | -0.1959 | 0.0157 | 0.1093 | 0.1440 | 6.8746 |
| 2001 | 982.0000 | 976.9729 | 1203 | 783.8946 | 5.0271 | 0.0469 | -0.0111 | 0.1093 | -0.1016 | 6.8846 |
| 2002 | 1014 | 987.7711 | 1216 | 792.5588 | 26.2289 | 0.2422 | -0.0322 | 0.1093 | -0.2944 | 6.9135 |
| 2003 | 1073 | 1020 | 1256 | 818.2103 | 53.2592 | 0.4764 | -0.0569 | 0.1093 | -0.5205 | 6.9646 |
| 2004 | 1149 | 1079 | 1329 | 865.6009 | 70.1960 | 0.5936 | -0.0690 | 0.1093 | -0.6314 | 7.0267 |
| 2005 | 1276 | 1155 | 1422 | 926.7967 | 120.9272 | 0.9550 | -0.1055 | 0.1093 | -0.9656 | 7.1216 |
| 2006 | 1496 | 1282 | 1579 | 1029 | 213.7320 | 1.5205 | -0.1601 | 0.1093 | -1.4652 | 7.2656 |
| 2007 | 1813 | 1503 | 1850 | 1206 | 310.4850 | 1.8851 | -0.1938 | 0.1093 | -1.7733 | 7.4399 |
| 2008 | 2152 | 1820 | 2242 | 1461 | 331.7275 | 1.6625 | -0.1734 | 0.1093 | -1.5864 | 7.5958 |
| 2009 | 2052 | 2161 | 2661 | 1734 | -109.0809 | -0.4605 | 0.0458 | 0.1093 | 0.4192 | 7.5546 |
| 2010 | . | 2065 | 2543 | 1657 | . | . | . | . | . | 7.5546 |
| 2011 | . | 2077 | 2775 | 1519 | . | . | . | . | . | 7.5546 |
| 2012 | . | 2090 | 2968 | 1420 | . | . | . | . | . | 7.5546 |
| 2013 | . | 2102 | 3141 | 1342 | . | . | . | . | . | 7.5546 |
| 2014 | . | 2114 | 3302 | 1277 | . | . | . | . | . | 7.5546 |
| 2015 | . | 2127 | 3454 | 1220 | . | . | . | . | . | 7.5546 |
| 2016 | . | 2139 | 3601 | 1171 | . | . | . | . | . | 7.5546 |
| 2017 | . | 2152 | 3743 | 1126 | . | . | . | . | . | 7.5546 |
| 2018 | . | 2164 | 3881 | 1086 | . | . | . | . | . | 7.5546 |
| 2019 | . | 2177 | 4017 | 1049 | . | . | . | . | . | 7.5546 |
| 2020 | . | 2190 | 4150 | 1015 | . | . | . | . | . | 7.5546 |
| 2021 | . | 2203 | 4282 | 984.2625 | . | . | . | . | . | 7.5546 |

2.72 lentelė

Vidutinio darbo užmokesčio prognozavimo metodų paklaidų palyginimas

| Metodas | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | Vidutinė absoliutinė paklaida |
|---|--|-------------------------------|
| Tiesinis trendas | 12,12328 | 151,02705 |
| Paprastasis eksponentinis glodinimas | 6,91603 | 109,56827 |
| Sezoninis eksponentinis glodinimas | 6,93592 | 109,84507 |
| Winters adityvinis | 6,81047 | 97,79351 |
| Logaritminis paprastasis eksponentinis glodinimas | 6,68286 | 106,24897 |
| Logaritminis sezoninis eksponentinis | 6,98802 | 109,96122 |

Iš 2.72 lentelės matome, kad mažiausios paklaidos prognozuojant vidutinį darbo užmokesčių gaunamos Winters adityviniu metodu. Todėl prognozuojant pensininkų skaičių pagal virtualiąją sistemą remsimės prognozuojamais duomenimis, gautais šiuo metodu.

Apraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas

- Apraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas pagal tiesinį trendą

2.73 lentelė

Apraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tiesinio trendo parametrų vertinimas

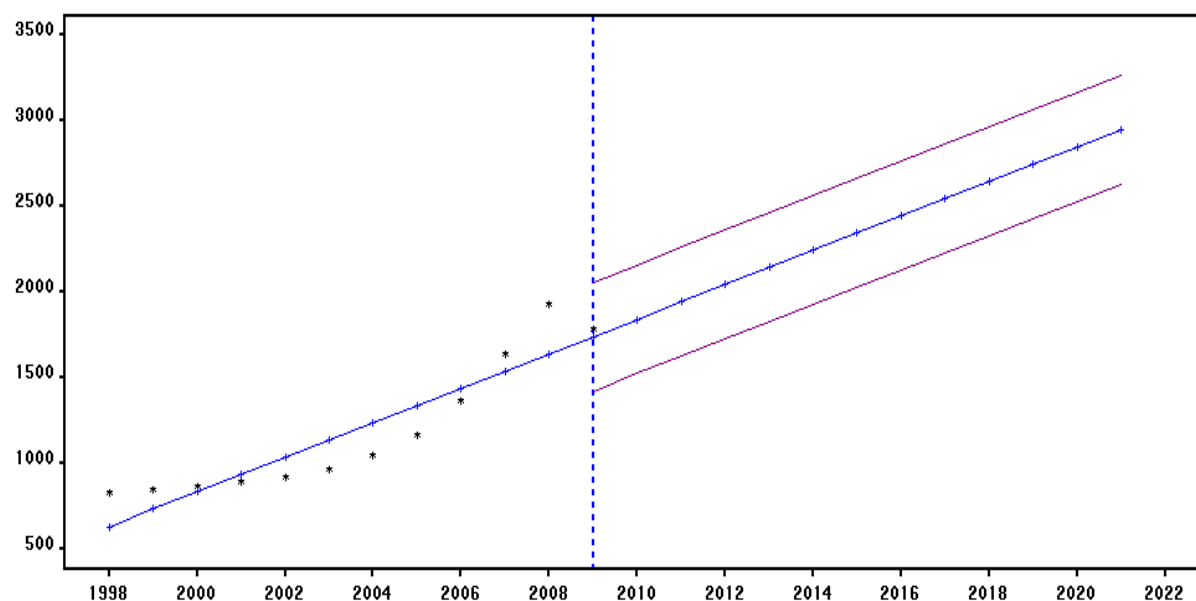
| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| b_0 | 532,93939 | 5,3333 | 0,0003 |
| b_1 | 100,80420 | 7,4245 | <0,0001 |

Tikrinama hipotezė „Tiesinio trendo parametrai yra nereikšmingi“. Iš 2.73 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0003 < 0,05$ ir $0,0001 < 0,05$. Vadinasi, abu tiesinio trendo parametrai yra reikšmingi.

Gaunama tiesinio trendo išraiška:

$$Y = 532,93939 + 100,80420 \cdot t.$$

Forecasts for PAJAMOS



2.23 pav. Apraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas pagal tiesinį trendą

2.74 lentelė

Apraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tiesinio trendo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|-----------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 21967,4 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 148,21414 |

| | | |
|------------|--|-----------|
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 11,47126 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 128,16667 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,846 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 148,21414. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,846, todėl galime paaiškinti 84,6% nuokrypio nuo vidurkio.

2.75 lentelė

Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų pagal tiesinį trendą reikšmių palyginimas

Linear Trend

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LINEAR_ |
|------|----------|----------|----------|----------|-----------|---------|----------|
| 1998 | 827.0000 | 633.7436 | 951.9642 | 315.5229 | 193.2564 | 1.1903 | 1 |
| 1999 | 851.0000 | 734.5478 | 1053 | 416.3271 | 116.4522 | 0.7172 | 2 |
| 2000 | 867.0000 | 835.3520 | 1154 | 517.1313 | 31.6480 | 0.1949 | 3 |
| 2001 | 893.0000 | 936.1562 | 1254 | 617.9355 | -43.1562 | -0.2658 | 4 |
| 2002 | 919.0000 | 1037 | 1355 | 718.7397 | -117.9604 | -0.7265 | 5 |
| 2003 | 967.0000 | 1138 | 1456 | 819.5439 | -170.7646 | -1.0518 | 6 |
| 2004 | 1050 | 1239 | 1557 | 920.3481 | -188.5688 | -1.1614 | 7 |
| 2005 | 1163 | 1339 | 1658 | 1021 | -176.3730 | -1.0863 | 8 |
| 2006 | 1368 | 1440 | 1758 | 1122 | -72.1772 | -0.4445 | 9 |
| 2007 | 1639 | 1541 | 1859 | 1223 | 98.0186 | 0.6037 | 10 |
| 2008 | 1931 | 1642 | 1960 | 1324 | 289.2145 | 1.7813 | 11 |
| 2009 | 1783 | 1743 | 2061 | 1424 | 40.4103 | 0.2489 | 12 |
| 2010 | . | 1843 | 2162 | 1525 | . | . | 13 |
| 2011 | . | 1944 | 2262 | 1626 | . | . | 14 |
| 2012 | . | 2045 | 2363 | 1727 | . | . | 15 |
| 2013 | . | 2146 | 2464 | 1828 | . | . | 16 |
| 2014 | . | 2247 | 2565 | 1928 | . | . | 17 |
| 2015 | . | 2347 | 2666 | 2029 | . | . | 18 |
| 2016 | . | 2448 | 2766 | 2130 | . | . | 19 |
| 2017 | . | 2549 | 2867 | 2231 | . | . | 20 |
| 2018 | . | 2650 | 2968 | 2332 | . | . | 21 |
| 2019 | . | 2751 | 3069 | 2432 | . | . | 22 |
| 2020 | . | 2851 | 3170 | 2533 | . | . | 23 |
| 2021 | . | 2952 | 3270 | 2634 | . | . | 24 |

- Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.76 lentelė

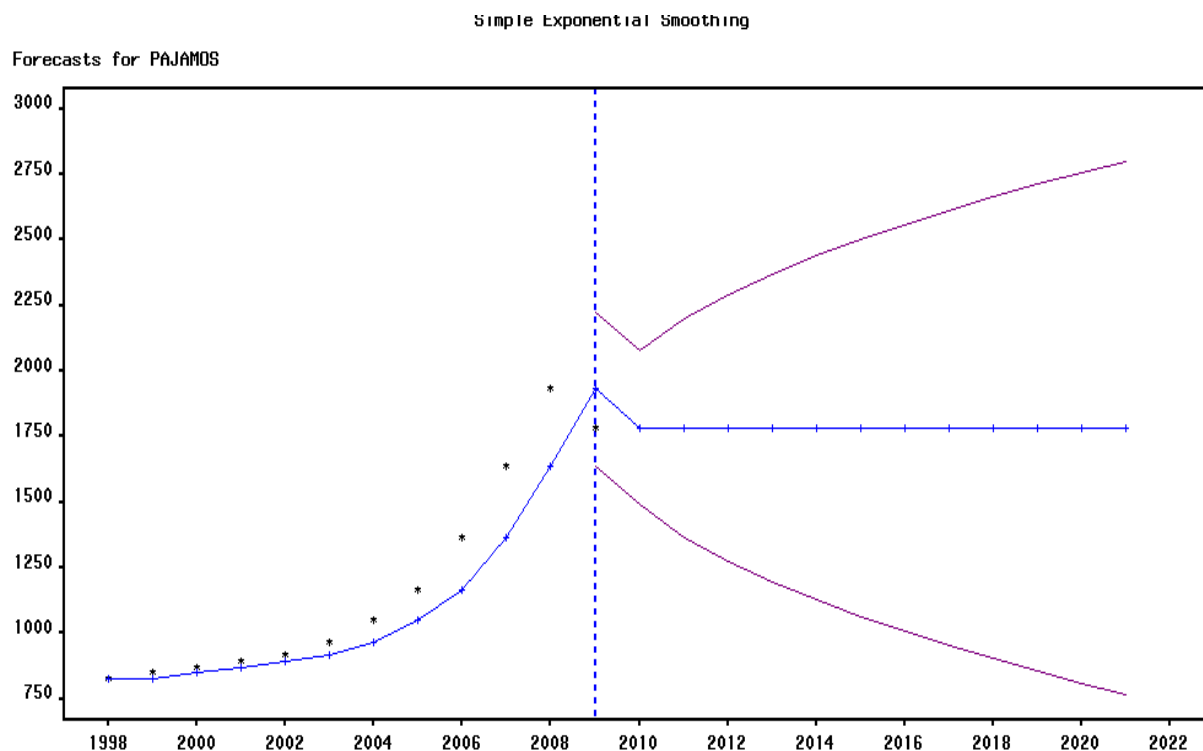
Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo parametro vertinimas

| Kintamasis | Konstantos reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------------------------|--------------------|---------|---------|
| Glodinimo konstanta α | 0,999 | 4,4832 | 0,0009 |

Tikrinama hipotezė „Paprastojo eksponentinio glodinimo metodo konstanta yra nereikšminga“. Iš 2.76 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0009 < 0,05$. Vadinasi, konstanta yra reikšminga.

Gaunama paprastojo eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$F_t = 0,999Y_{t-1} + 0,001F_{t-1}$$



2.24 pav. Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.77 lentelė

Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 20586,8 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 143,48107 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 7,33137 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 104,37869 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,856 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 143,48107. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,856, todėl galime paaiškinti 85,6% nuokrypio nuo vidurkio.

2.78 lentelė

Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

Simple Exponential Smoothing

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | _LEVEL_ |
|------|----------|----------|------|----------|-----------|-----------|----------|
| 1998 | 827.0000 | 827.0240 | 1121 | 533.3017 | -0.0240 | -0.000160 | 827.0000 |
| 1999 | 851.0000 | 827.0000 | 1121 | 533.2777 | 24.0000 | 0.1601 | 850.9760 |
| 2000 | 867.0000 | 850.9760 | 1145 | 557.2537 | 16.0240 | 0.1069 | 866.9840 |
| 2001 | 893.0000 | 866.9840 | 1161 | 573.2616 | 26.0160 | 0.1736 | 892.9740 |
| 2002 | 919.0000 | 892.9740 | 1187 | 599.2516 | 26.0260 | 0.1737 | 918.9740 |
| 2003 | 967.0000 | 918.9740 | 1213 | 625.2516 | 48.0260 | 0.3205 | 966.9520 |
| 2004 | 1050 | 966.9520 | 1261 | 673.2296 | 83.0480 | 0.5542 | 1050 |
| 2005 | 1163 | 1050 | 1344 | 756.1946 | 113.0830 | 0.7546 | 1163 |
| 2006 | 1368 | 1163 | 1457 | 869.1646 | 205.1131 | 1.3687 | 1368 |
| 2007 | 1639 | 1368 | 1662 | 1074 | 271.2051 | 1.8097 | 1639 |
| 2008 | 1931 | 1639 | 1932 | 1345 | 292.2712 | 1.9503 | 1931 |
| 2009 | 1783 | 1931 | 2224 | 1637 | -147.7077 | -0.9856 | 1783 |
| 2010 | . | 1783 | 2077 | 1489 | . | . | 1783 |
| 2011 | . | 1783 | 2198 | 1368 | . | . | 1783 |
| 2012 | . | 1783 | 2292 | 1275 | . | . | 1783 |
| 2013 | . | 1783 | 2370 | 1196 | . | . | 1783 |
| 2014 | . | 1783 | 2439 | 1127 | . | . | 1783 |
| 2015 | . | 1783 | 2502 | 1064 | . | . | 1783 |
| 2016 | . | 1783 | 2560 | 1007 | . | . | 1783 |
| 2017 | . | 1783 | 2613 | 953.1023 | . | . | 1783 |
| 2018 | . | 1783 | 2664 | 902.7639 | . | . | 1783 |
| 2019 | . | 1783 | 2711 | 855.1520 | . | . | 1783 |
| 2020 | . | 1783 | 2756 | 809.8665 | . | . | 1783 |
| 2021 | . | 1783 | 2800 | 766.5963 | . | . | 1783 |

- **Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu**

2.79 lentelė

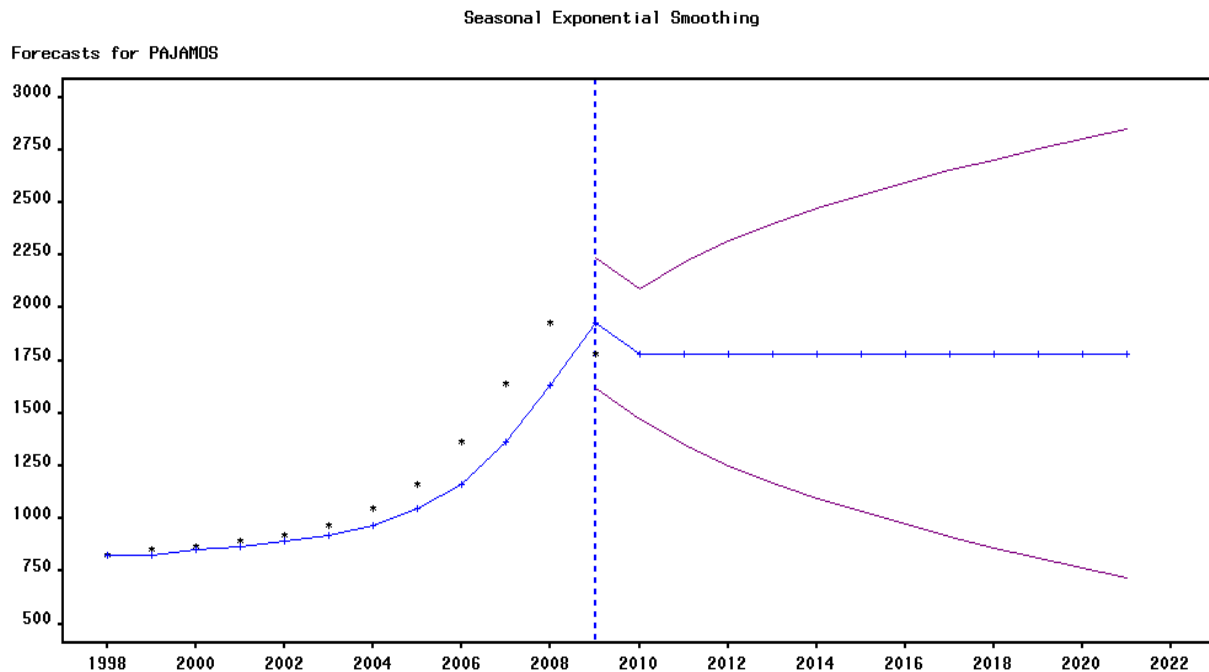
Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,8992 | 0,3915 | 0,7037 |
| δ | 0,8992 | 11278 | <0,0001 |

Tikrinama hipotezė „Parametrų reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.78 lentelės matome, kad hipotezė yra priimama lygmens glodinimo svoriui ω , nes $0,7037 > 0,05$, o sezoninio glodinimo svoriui δ - atmetama, $0,0001 < 0,05$. Vadinasi, glodinimo svoris – nereikšmingas, o sezonis - reikšmingas.

Gaunama sezoninio eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = S_{t-1+k} + 0,899(Y_t + S_{t+k}) + 0,101L_{t+p+k}$$



2.25 pav Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.80 lentelė

Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 20789,7 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 144,18623 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 7,36447 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 104,79621 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,855 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 144,18623. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,855, todėl galime paaiškinti 85,5% nuokrypio nuo vidurkio.

2.81 lentelė

Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

Seasonal Exponential Smoothing

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | LEVEL_ | _SFACOR |
|------|----------|----------|------|----------|-----------|-----------|----------|----------|
| 1998 | 827.0000 | 827.2455 | 1137 | 517.6729 | -0.2455 | -0.001555 | 827.0247 | -0.0223 |
| 1999 | 851.0000 | 827.0025 | 1137 | 517.4299 | 23.9975 | 0.1519 | 848.6033 | 2.1529 |
| 2000 | 867.0000 | 850.7562 | 1160 | 541.1836 | 16.2438 | 0.1028 | 863.2098 | 3.6252 |
| 2001 | 893.0000 | 866.8350 | 1176 | 557.2624 | 26.1650 | 0.1657 | 886.7374 | 5.9968 |
| 2002 | 919.0000 | 892.7341 | 1202 | 583.1616 | 26.2659 | 0.1663 | 910.3556 | 8.3775 |
| 2003 | 967.0000 | 918.7331 | 1228 | 609.1605 | 48.2669 | 0.3056 | 953.7572 | 12.7524 |
| 2004 | 1050 | 966.5096 | 1276 | 656.9370 | 83.4904 | 0.5286 | 1029 | 20.3199 |
| 2005 | 1163 | 1049 | 1359 | 739.5791 | 113.8483 | 0.7208 | 1131 | 30.6390 |
| 2006 | 1368 | 1162 | 1471 | 852.2706 | 206.1568 | 1.3052 | 1317 | 49.3250 |
| 2007 | 1639 | 1366 | 1675 | 1056 | 273.0947 | 1.7290 | 1562 | 74.0781 |
| 2008 | 1931 | 1636 | 1946 | 1327 | 294.7748 | 1.8663 | 1827 | 100.7963 |
| 2009 | 1783 | 1928 | 2238 | 1618 | -145.0049 | -0.9181 | 1697 | 87.6531 |
| 2010 | . | 1784 | 2094 | 1475 | . | . | 1697 | 87.6531 |
| 2011 | . | 1784 | 2220 | 1349 | . | . | 1697 | 87.6531 |
| 2012 | . | 1784 | 2317 | 1252 | . | . | 1697 | 87.6531 |
| 2013 | . | 1784 | 2399 | 1170 | . | . | 1697 | 87.6531 |
| 2014 | . | 1784 | 2471 | 1098 | . | . | 1697 | 87.6531 |
| 2015 | . | 1784 | 2536 | 1033 | . | . | 1697 | 87.6531 |
| 2016 | . | 1784 | 2596 | 972.5493 | . | . | 1697 | 87.6531 |
| 2017 | . | 1784 | 2652 | 916.6495 | . | . | 1697 | 87.6531 |
| 2018 | . | 1784 | 2705 | 864.1387 | . | . | 1697 | 87.6531 |
| 2019 | . | 1784 | 2754 | 814.4664 | . | . | 1697 | 87.6531 |
| 2020 | . | 1784 | 2802 | 767.2167 | . | . | 1697 | 87.6531 |
| 2021 | . | 1784 | 2847 | 722.0663 | . | . | 1697 | 87.6531 |

- Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas Winters adityviniu metodu

2.82 lentelė

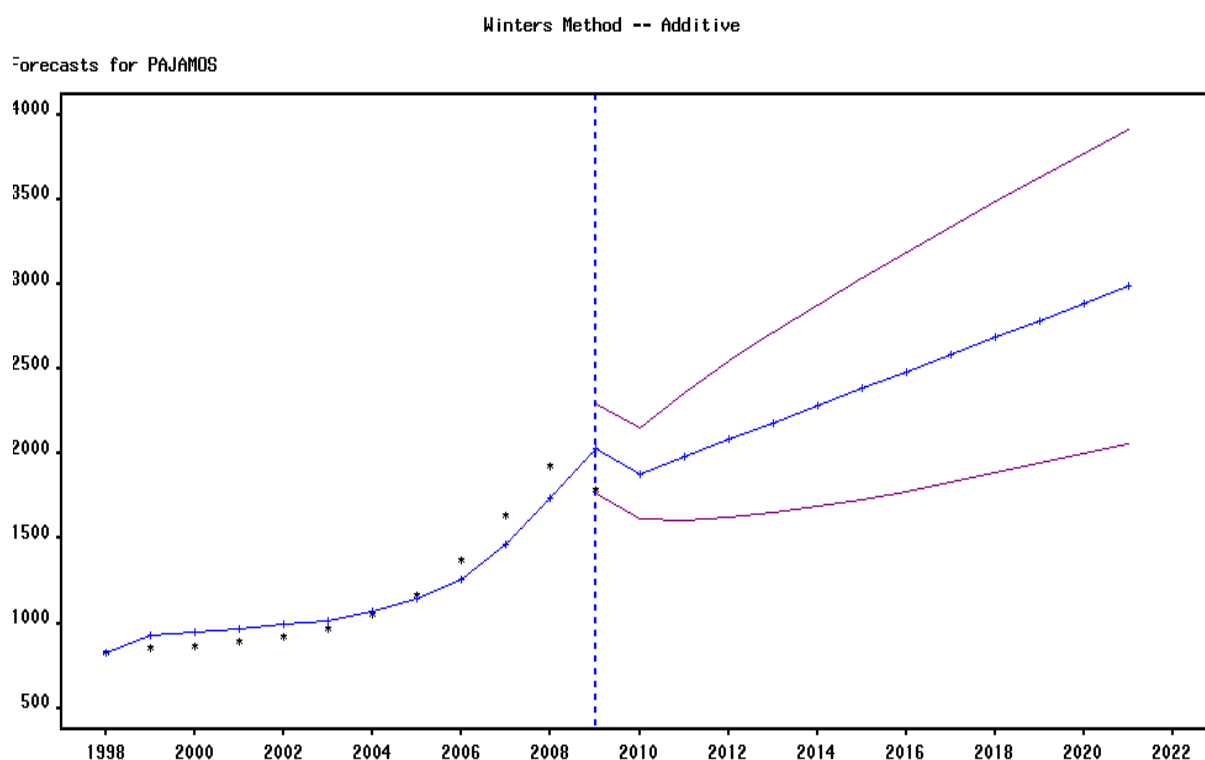
Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio Winters adityvinio metodo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|----------|---------|
| ω | 0,999 | 0,003446 | 0,9973 |
| δ | 0,001 | 0,003229 | 0,9974 |
| γ | 0,999 | 393625 | <0,0001 |

Tikrinama hipotezė „Parametrų reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.82 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama γ , nes $0,0001 < 0,05$, o ω ir γ – priimama, $0,9973 > 0,05$ ir $0,9974 > 0,05$. Vadinasi, γ yra reikšmingas, o ω ir γ – nereikšmingi.

Gaunama Winters adityvinio metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = 0,999(Y_t - L_t) + 0,001S_{t-p} + kT_{t-1}$$



2.26 pav. Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas Winters adityviu metodu

2.83 lentelė

Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio Winters adityvinio metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 13823,8 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 117,57457 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 7,10339 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 102,30901 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,903 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 117,57457. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,930, todėl galime paaiškinti 93,0% nuokrypio nuo vidurkio.

2.84 lentelė

**Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų Winters adityviniu metodu
reikšmių palyginimas**

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | LEVEL | TREND | SFACTOR |
|------|----------|----------|------|----------|-----------|-----------|----------|----------|-----------|
| 1998 | 827.0000 | 826.9999 | 1093 | 560.9085 | 0.0000766 | 5.6442E-7 | 827.0000 | 100.5513 | 7.6551E-8 |
| 1999 | 851.0000 | 927.5513 | 1194 | 661.4599 | -76.5513 | -0.5639 | 851.0766 | 100.4748 | -0.0765 |
| 2000 | 867.0000 | 951.4749 | 1218 | 685.3835 | -84.4749 | -0.6222 | 867.1609 | 100.3904 | -0.1609 |
| 2001 | 893.0000 | 967.3905 | 1233 | 701.2991 | -74.3905 | -0.5479 | 893.2353 | 100.3161 | -0.2352 |
| 2002 | 919.0000 | 993.3162 | 1259 | 727.2248 | -74.3162 | -0.5474 | 919.3095 | 100.2418 | -0.3094 |
| 2003 | 967.0000 | 1019 | 1285 | 753.1505 | -52.2419 | -0.3848 | 967.3617 | 100.1897 | -0.3616 |
| 2004 | 1050 | 1067 | 1333 | 801.0983 | -17.1897 | -0.1266 | 1050 | 100.1725 | -0.3788 |
| 2005 | 1163 | 1150 | 1416 | 884.0811 | 12.8275 | 0.0945 | 1163 | 100.1853 | -0.3660 |
| 2006 | 1368 | 1263 | 1529 | 997.0939 | 104.8147 | 0.7720 | 1368 | 100.2900 | -0.2613 |
| 2007 | 1639 | 1468 | 1734 | 1202 | 170.7101 | 1.2574 | 1639 | 100.4605 | -0.0907 |
| 2008 | 1931 | 1739 | 2006 | 1473 | 191.5396 | 1.4108 | 1931 | 100.6519 | 0.1006 |
| 2009 | 1783 | 2032 | 2298 | 1766 | -248.6517 | -1.8315 | 1783 | 100.4035 | -0.1478 |
| 2010 | . | 1883 | 2149 | 1617 | . | . | 1884 | 100.4035 | -0.1478 |
| 2011 | . | 1984 | 2360 | 1607 | . | . | 1984 | 100.4035 | -0.1478 |
| 2012 | . | 2084 | 2546 | 1623 | . | . | 2084 | 100.4035 | -0.1478 |
| 2013 | . | 2185 | 2718 | 1652 | . | . | 2185 | 100.4035 | -0.1478 |
| 2014 | . | 2285 | 2881 | 1689 | . | . | 2285 | 100.4035 | -0.1478 |
| 2015 | . | 2385 | 3039 | 1732 | . | . | 2386 | 100.4035 | -0.1478 |
| 2016 | . | 2486 | 3192 | 1780 | . | . | 2486 | 100.4035 | -0.1478 |
| 2017 | . | 2586 | 3341 | 1831 | . | . | 2586 | 100.4035 | -0.1478 |
| 2018 | . | 2687 | 3488 | 1885 | . | . | 2687 | 100.4035 | -0.1478 |
| 2019 | . | 2787 | 3632 | 1942 | . | . | 2787 | 100.4035 | -0.1478 |
| 2020 | . | 2887 | 3774 | 2001 | . | . | 2888 | 100.4035 | -0.1478 |
| 2021 | . | 2988 | 3915 | 2061 | . | . | 2988 | 100.4035 | -0.1478 |

- **Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu**

2.85 lentelė

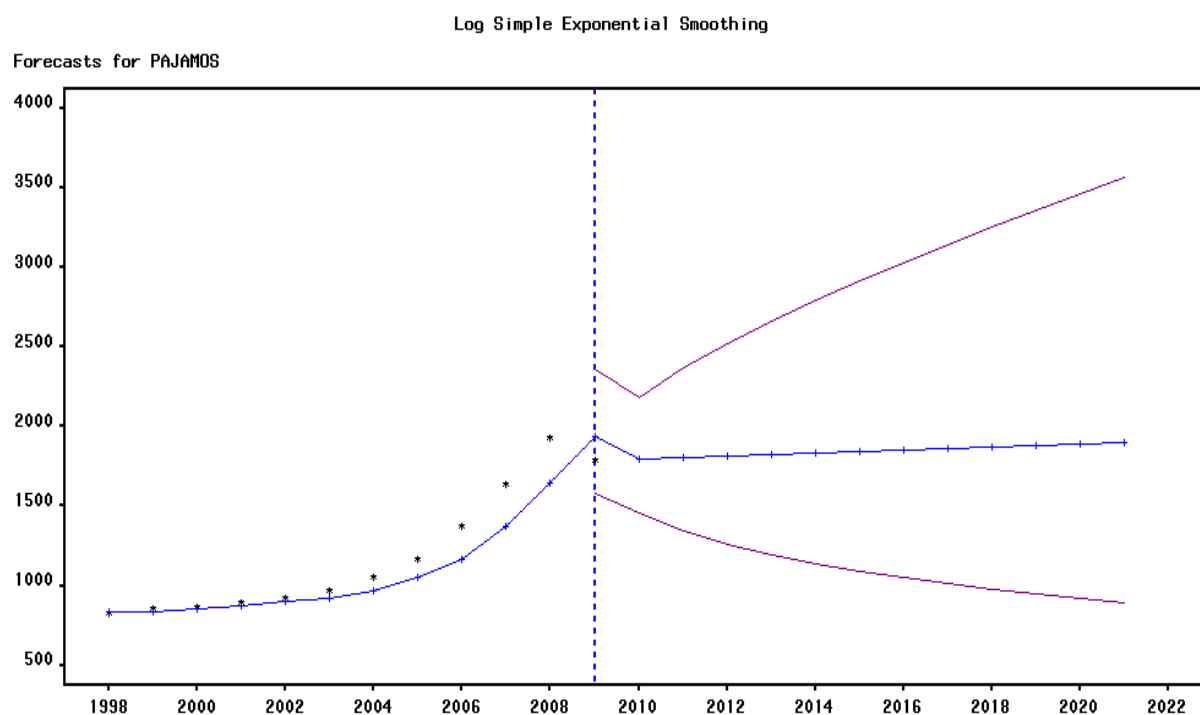
**Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo
metodo parametro vertinimas**

| Kintamasis | Konstantos reikšmė | t Value | Pr > t |
|--|--------------------|---------|---------|
| Glodinimo konstanta α | 0,999 | 4,5760 | 0,0008 |

Tikrinama hipotezė „Logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo konstanta yra nereikšminga“. Iš 2.84 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama, nes $0,0008 < 0,05$. Vadinasi, konstanta yra reikšminga.

Gaunama paprastojo eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$F_t = 0,999Y_{t-1} + 0,001F_{t-1}$$



2.27 pav. Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu

2.86 lentelė

Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio logaritminio paprastojo eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 19641,3 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 140,14751 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 7,02029 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 100,97788 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,863 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 140,14751. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,863, todėl galime paaiškinti 86,3% nuokrypio nuo vidurkio.

2.87 lentelė

Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu paprastojo eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | RES IDUAL | RESSTD | NRES ID | LEVEL |
|------|----------|----------|------|----------|-----------|---------|-----------|--------|----------|--------|
| 1998 | 827.0000 | 831.3619 | 1011 | 676.7786 | -4.3619 | -0.0512 | 0.0000286 | 0.1023 | 0.000280 | 6.7178 |
| 1999 | 851.0000 | 831.3381 | 1011 | 676.7593 | 19.6619 | 0.2306 | -0.0286 | 0.1023 | -0.2797 | 6.7464 |
| 2000 | 867.0000 | 855.4395 | 1040 | 696.3792 | 11.5605 | 0.1318 | -0.0187 | 0.1023 | -0.1824 | 6.7650 |
| 2001 | 893.0000 | 871.5316 | 1059 | 709.4792 | 21.4684 | 0.2402 | -0.0296 | 0.1023 | -0.2890 | 6.7946 |
| 2002 | 919.0000 | 897.6577 | 1091 | 730.7474 | 21.3423 | 0.2318 | -0.0287 | 0.1023 | -0.2809 | 6.8233 |
| 2003 | 967.0000 | 923.7941 | 1123 | 752.0240 | 43.2059 | 0.4560 | -0.0509 | 0.1023 | -0.4980 | 6.8741 |
| 2004 | 1050 | 972.0229 | 1182 | 791.2852 | 77.9771 | 0.7822 | -0.0824 | 0.1023 | -0.8055 | 6.9565 |
| 2005 | 1163 | 1055 | 1283 | 859.1761 | 107.5791 | 0.9939 | -0.1023 | 0.1023 | -1.0000 | 7.0587 |
| 2006 | 1368 | 1169 | 1421 | 951.6209 | 199.0190 | 1.6600 | -0.1624 | 0.1023 | -1.5881 | 7.2209 |
| 2007 | 1639 | 1375 | 1671 | 1119 | 264.0474 | 1.8725 | -0.1809 | 0.1023 | -1.7685 | 7.4017 |
| 2008 | 1931 | 1647 | 2002 | 1341 | 283.7005 | 1.6792 | -0.1641 | 0.1023 | -1.6045 | 7.5656 |
| 2009 | 1783 | 1941 | 2359 | 1580 | -157.8106 | -0.7928 | 0.0796 | 0.1023 | 0.7779 | 7.4861 |
| 2010 | . | 1792 | 2179 | 1459 | . | . | . | . | . | 7.4861 |
| 2011 | . | 1802 | 2367 | 1343 | . | . | . | . | . | 7.4861 |
| 2012 | . | 1811 | 2523 | 1260 | . | . | . | . | . | 7.4861 |
| 2013 | . | 1821 | 2662 | 1194 | . | . | . | . | . | 7.4861 |
| 2014 | . | 1830 | 2791 | 1139 | . | . | . | . | . | 7.4861 |
| 2015 | . | 1840 | 2913 | 1092 | . | . | . | . | . | 7.4861 |
| 2016 | . | 1850 | 3029 | 1050 | . | . | . | . | . | 7.4861 |
| 2017 | . | 1859 | 3142 | 1012 | . | . | . | . | . | 7.4861 |
| 2018 | . | 1869 | 3252 | 977.6966 | . | . | . | . | . | 7.4861 |
| 2019 | . | 1879 | 3360 | 946.4333 | . | . | . | . | . | 7.4861 |
| 2020 | . | 1889 | 3465 | 917.6256 | . | . | . | . | . | 7.4861 |
| 2021 | . | 1898 | 3569 | 890.9195 | . | . | . | . | . | 7.4861 |

- **Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu**

2.88 lentelė

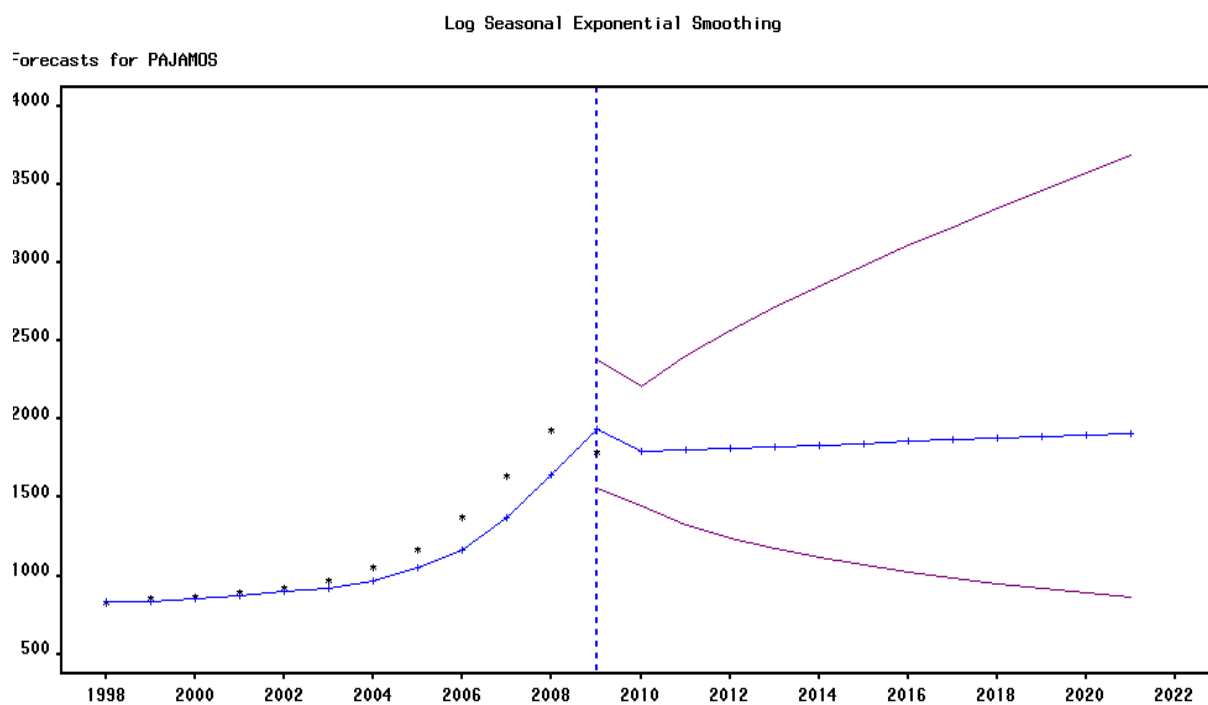
Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo parametrų vertinimas

| Kintamasis | Parametro reikšmė | t Value | Pr > t |
|------------|-------------------|---------|---------|
| ω | 0,8992 | 0,3995 | 0,6979 |
| δ | 0,8992 | 1,6428 | <0,0001 |

Tikrinama hipotezė „Parametrų reikšmės yra nereikšmingos“. Iš 2.87 lentelės matome, kad hipotezė yra atmetama lygmens glodinimo svoriui δ , nes $0,0001 < 0,05$, o sezoninio glodinimo svoriui ω – priimama, $0,6979 > 0,05$. Vadinasi, δ yra reikšmingas, o ω – nereikšmingas.

Gaunama sezoninio eksponentinio glodinimo metodo išraiška:

$$\hat{Y}_{t+k} = L_{t-1+k} + 0,899(\widehat{Y}_{t+k} + L_{t+k}) + 0,101S_{t+p+k}.$$



2.28 pav. Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimas logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu

2.89 lentelė

Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio logaritminio sezoninio eksponentinio glodinimo metodo statistikų įverčiai

| Žymėjimas | Statistika | Įvertis |
|------------|--|-----------|
| MSE | Vidutinė kvadratinė paklaida | 19742,0 |
| RMSE | Vidutinės kvadratinės paklaidos šaknis | 140,50632 |
| MAPE | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | 7,01947 |
| MAE | Vidutinė absoliutinė paklaida | 101,03132 |
| R - Square | Determinacijos koeficientas | 0,862 |

Modelio vertinimo tikslumą nusakančio RMSE statistikos įvertis yra 140,50632. Determinacijos koeficientas yra lygus 0,862, todėl galime paaiškinti 86,2% nuokrypio nuo vidurkio.

2.90 lentelė

Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio tikrųjų ir prognozuotų logaritminiu sezoniniu eksponentinio glodinimo metodu reikšmių palyginimas

| DATE | ACTUAL | PREDICT | U95 | L95 | ERROR | NERROR | RESIDUAL | RESSTD | NRESID | _LEVEL_ |
|------|----------|----------|------|----------|-----------|---------|----------|--------|----------|---------|
| 1998 | 827.0000 | 832.0773 | 1022 | 669.4742 | -5.0773 | -0.0564 | 0.000293 | 0.1080 | 0.002710 | 6.7178 |
| 1999 | 851.0000 | 831.8364 | 1022 | 669.2803 | 19.1636 | 0.2128 | -0.0286 | 0.1080 | -0.2649 | 6.7436 |
| 2000 | 867.0000 | 855.7254 | 1051 | 688.5010 | 11.2746 | 0.1217 | -0.0189 | 0.1080 | -0.1752 | 6.7606 |
| 2001 | 893.0000 | 871.9001 | 1071 | 701.5148 | 21.0999 | 0.2235 | -0.0297 | 0.1080 | -0.2755 | 6.7873 |
| 2002 | 919.0000 | 897.9483 | 1103 | 722.4727 | 21.0517 | 0.2165 | -0.0290 | 0.1080 | -0.2686 | 6.8134 |
| 2003 | 967.0000 | 924.0993 | 1135 | 743.5134 | 42.9007 | 0.4287 | -0.0512 | 0.1080 | -0.4743 | 6.8594 |
| 2004 | 1050 | 972.1463 | 1194 | 782.1711 | 77.8537 | 0.7396 | -0.0829 | 0.1080 | -0.7675 | 6.9339 |
| 2005 | 1163 | 1055 | 1296 | 849.0336 | 107.7515 | 0.9430 | -0.1031 | 0.1080 | -0.9545 | 7.0266 |
| 2006 | 1368 | 1169 | 1436 | 940.2129 | 199.4264 | 1.5761 | -0.1634 | 0.1080 | -1.5134 | 7.1735 |
| 2007 | 1639 | 1374 | 1688 | 1105 | 265.2864 | 1.7835 | -0.1824 | 0.1080 | -1.6894 | 7.3375 |
| 2008 | 1931 | 1646 | 2021 | 1324 | 285.4723 | 1.6022 | -0.1658 | 0.1080 | -1.5357 | 7.4866 |
| 2009 | 1783 | 1939 | 2382 | 1560 | -156.0175 | -0.7431 | 0.0781 | 0.1080 | 0.7230 | 7.4165 |
| 2010 | . | 1795 | 2205 | 1444 | . | . | . | . | . | 7.4165 |
| 2011 | . | 1805 | 2403 | 1325 | . | . | . | . | . | 7.4165 |
| 2012 | . | 1815 | 2568 | 1240 | . | . | . | . | . | 7.4165 |
| 2013 | . | 1826 | 2716 | 1172 | . | . | . | . | . | 7.4165 |
| 2014 | . | 1836 | 2853 | 1116 | . | . | . | . | . | 7.4165 |
| 2015 | . | 1847 | 2983 | 1067 | . | . | . | . | . | 7.4165 |
| 2016 | . | 1857 | 3108 | 1024 | . | . | . | . | . | 7.4165 |
| 2017 | . | 1868 | 3229 | 985.9986 | . | . | . | . | . | 7.4165 |
| 2018 | . | 1879 | 3347 | 951.2356 | . | . | . | . | . | 7.4165 |
| 2019 | . | 1889 | 3463 | 919.4805 | . | . | . | . | . | 7.4165 |
| 2020 | . | 1900 | 3577 | 890.2585 | . | . | . | . | . | 7.4165 |
| 2021 | . | 1911 | 3689 | 863.2030 | . | . | . | . | . | 7.4165 |

2.91 lentelė

Apdraustųjų vidutinio darbo užmokesčio prognozavimo metodų paklaidų palyginimas

| Metodas | Vidutinė absoliutinė procentinė paklaida | Vidutinė absoliutinė paklaida |
|---|--|-------------------------------|
| Tiesinis trendas | 11,47126 | 128,16667 |
| Paprastasis eksponentinis glodinimas | 7,33137 | 104,37869 |
| Sezoninis eksponentinis glodinimas | 7,36447 | 104,79621 |
| Winters adityvinis | 7,10339 | 102,30901 |
| Logaritminis paprastasis eksponentinis glodinimas | 7,02029 | 100,97788 |
| Logaritminis sezoninis eksponentinis | 7,01947 | 101,03132 |

Iš 2.91 lentelės matome, kad mažiausios paklaidos prognozuojant apdraustųjų vidutinį darbo užmokestį gaunamos logaritminiu sezoniniu eksponentiniu metodu. Todėl prognozuojant pensininkų skaičių pagal virtualiąją sistemą remsimės prognozuojamais duomenimis, gautais šiuo metodu.

3 PRIEDAS. TIESINĖS REGRESIJOS PROGRAMOS TEKSTAS

```
filename failas 'C:\SARUNES\MAGISTRAS\Regresija\Pensiju_islaidos_sk\Invalidumo_islaid_sk.txt';
data duomenys;
infile failas;
input islaidos skaicius;
run;
```

```
proc reg data=duomenys;
model islaidos = skaicius;
plot islaidos * skaicius = '+';
plot islaidos * skaicius = '+' / conf pred;
output out=naujas p=prognoze r=liekana;
title "Regresine analize";
run;
```

```
proc reg data = duomenys;
model islaidos = skaicius;
plot residual. * predicted. ;
title "regresijos taikymo korektiskumas";
run;
```

```
proc gplot data=naujas;
plot islaidos*skaicius;
plot islaidos*prognoze;
plot skaicius*prognoze;
plot liekana*prognoze;
plot liekana*islaidos;
plot liekana*skaicius;
run;
```

```
proc univariate normal plot data=naujas;
var liekana;
run;
```

```
proc univariate data = duomenys normaltest;
var islaidos skaicius;
title "Skirstinio normalumas";
run;
```

```
proc corr data = duomenys spearman;
var islaidos skaicius;
title "Spearmano koreliacijos koeficientas";
run;
```

4 PRIEDAS. DAUGIALYPĖS REGRESIJOS PROGRAMOS TEKSTAS

```
filename failas 'C:\SARUNES\MAGISTRAS\Regresija\Daugialype_regresija\Sodros_pajamos.txt';
data duomenys;
infile failas;
input pajamos x1 x2 x3 x4 x5;
run;
proc print data = duomenys;
run;
```

```
proc print noobs;
run;
```

```
proc corr data = duomenys pearson;
var pajamos x1 x2;
title "Pirsono koreliacijos koeficientas";
run;
```

```
proc reg data=duomenys;
model pajamos = x1 x2 / p VIF selection=stepwise;
output out=naujas p=prognose r=liekana student=stresidual;
plot pajamos*x1;
plot pajamos*x2;
/*plot pajamos*x3;*/
/*plot pajamos*x4;*/
/*plot pajamos*x5;*/
run;
```

```
proc reg data = duomenys;
model pajamos = x1 x2 / collin tol vif influence dw;
run;
```

```
proc gplot data=naujas;
plot pajamos*liekana;
plot stresidual*x1;
plot stresidual*x2;
/*plot stresidual*x3;*/
/*plot stresidual*x4;*/
/*plot stresidual*x5;*/
run;
```

```
proc gplot data=naujas;
plot stresidual*liekana;
run;
```

```
proc univariate normal plot data=naujas;
var stresidual;
run;
```

5 PRIEDAS. DUOMENYS

| | 2002 m. | 2003 m. | 2004 m. | 2005 m. | 2006 m. | 2007 m. | 2008 m. | 2009 m. |
|--|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|
| Pajamos, tūkst. Lt | 4570030 | 4886200 | 5564141 | 6390527 | 7799667 | 9758656 | 11217015 | 11356940 |
| Išlaidos, tūkst. Lt | 4461069 | 4703144 | 5326348 | 6129633 | 7245128 | 9282659 | 12653884 | 14235958 |
| Grynasis einamųjų metų rezultatas, tūkst. Lt | 108961 | 183056 | 237793 | 260894 | 554539 | 475997 | -1436869 | -2879018 |

| | 2002 m. | 2003 m. | 2004 m. | 2005 m. | 2006 m. | 2007 m. | 2008 m. | 2009 m. |
|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Draudėjų privalomosios draudimo įmokos, tūkst. Lt | 4040920 | 4367647 | 4896400 | 5562897 | 6760890 | 8378773 | 9967949 | 8345263 |
| Apdraustųjų privalomosios draudimo įmokos, tūkst. Lt | 388709 | 419955 | 470540 | 533152 | 648578 | 805172 | 956187 | 2366808 |
| Savarankiškai dirbančių ir jiems prilygstančių asmenų privalomasis draudimas, tūkst. Lt | 59371 | 59583 | 61832 | 74671 | 88026 | 116234 | 142461 | 82666 |
| Asignavimai iš LR valstybės biudžeto, tūkst. Lt | 0 | 0 | 89450 | 149900 | 248500 | 389150 | 80000 | 495700 |
| Valstybinio savanoriškojo socialinio draudimo įmokos, tūkst. Lt | 653 | 802 | 2131 | 3038 | 3285 | 3986 | 4304 | 2364 |
| Baudos, delspinigiai ir kt. pajamos, tūkst. Lt | 30891 | 9850 | 7001 | 5923 | 5056 | 7320 | 7258 | 14320 |
| Atgautos į ankstesnių metų išlaidas iškelto abejotina gautos pajamos, tūkst. Lt | 18300 | 33390 | 24990 | 41873 | 17667 | 18556 | 13486 | 8145 |
| Veiklos pajamos, tūkst. Lt | 16097 | 10810 | 11798 | 19074 | 27665 | 39466 | 45371 | 41675 |

| | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
|--|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Metai | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
| Darbingo amžiaus gyventojų skaičius metų pradžioje | 2135400 | 2148300 | 2163800 | 2181000 | 2046800 | 2076000 | 2097300 | 2112000 | 2121000 | 2136600 | 2140000 | 2154000 |
| Užimtieji šalies gyventojai | 1656100 | 1647500 | 1586000 | 1521800 | 1405900 | 1435000 | 1436300 | 1473900 | 1499000 | 1534200 | 1520000 | 1416000 |
| Apdraustieji | 1344800 | 1320200 | 1298500 | 1273200 | 1304300 | 1319200 | 1336600 | 1367100 | 1419000 | 1464900 | 1463000 | 1309000 |
| Bedarbių skaičius | 113700 | 148700 | 204900 | 223500 | 198400 | 167000 | 184400 | 132900 | 89300 | 69000 | 94300 | 224900 |
| Vidutinis darbo užmokestis šalyje, Lt | 929,8 | 987,4 | 970,8 | 982,3 | 1014 | 1072,6 | 1149,3 | 1276,2 | 1495,7 | 1813 | 2151,7 | 2052 |
| Apdraustųjų vidutinis darbo užmokestis, Lt | 826,6 | 851 | 867 | 893 | 918,1 | 967 | 1049,1 | 1163,3 | 1368,4 | 1638,5 | 1930,6 | 1783 |
| Apdraustųjų ir mokamų pensijų skaičiaus santykis | 1,32 | 1,27 | 1,23 | 1,19 | 1,22 | 1,24 | 1,25 | 1,27 | 1,33 | 1,35 | 1,33 | 1,18 |

| | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
|--|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Pensijų skaičius | 1025788 | 1043023 | 1060447 | 1067637 | 1067546 | 1066135 | 1069510 | 1075400 | 1072600 | 1086700 | 1101200 | 1112600 | 1109159 |
| Senatvės | 647970 | 644636 | 644523 | 636919 | 625378 | 610775 | 602512 | 595500 | 591000 | 590900 | 595000 | 597900 | 607494 |
| Invalidumo | 158770 | 165910 | 173614 | 181119 | 188048 | 196321 | 202253 | 211300 | 211200 | 213300 | 217100 | 225200 | 226943 |
| Išarnauto laiko | 2048 | 1922 | 1815 | 1677 | 1621 | 1463 | 1314 | 1100 | 1100 | 1000 | 800 | 700 | 672 |
| Maitintojo netekimo | 40718 | 36895 | 33423 | 29502 | 26114 | 22187 | 19325 | 16500 | 14100 | 11600 | 9400 | 8100 | 6976 |
| Našių ir našlaičių | 172923 | 188687 | 200779 | 211802 | 219050 | 227080 | 233129 | 236600 | 238100 | 252600 | 262500 | 265400 | 267074 |
| Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas | 3360 | 4973 | 6293 | 6618 | 7335 | 8309 | 8520 | 8700 | 9000 | 9100 | 9000 | 8800 | 8366 |

| | 2002 m. | 2003 m. | 2004 m. | 2005 m. | 2006 m. | 2007 m. | 2008 m. | 2009 m. |
|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Pensijų socialinio draudimo išlaidos, tūkst. Lt | 3325309 | 3528189 | 3844945 | 4335671 | 4865179 | 6103152 | 7979767 | 8261606 |
| Senatvės | 2402376 | 2530617 | 2721714 | 3051146 | 3438222 | 4309538 | 5556789 | 5911628 |
| Netekto darbingumo (invalidumo) | 647966 | 711905 | 816330 | 959305 | 1084531 | 1328394 | 1674496 | 1809446 |
| Išarnauto laiko | 4271 | 5001 | 7543 | 5269 | 5204 | 5598 | 6133 | 5797 |
| Maitintojo netekimo | 61022 | 56779 | 53998 | 51273 | 50393 | 50777 | 54200 | 49996 |
| Našių ir našlaičių | 129107 | 139243 | 157726 | 173829 | 186464 | 240928 | 358524 | 369699 |
| Kompensacijos už ypatingas darbo sąlygas | 19586 | 23086 | 26292 | 31551 | 35745 | 44297 | 55650 | 58661 |

| | 1995 m. | 1996 m. | 1997 m. | 1998 m. | 1999 m. | 2000 m. | 2001 m. | 2002 m. | 2003 m. | 2004 m. | 2005 m. | 2006 m. | 2007 m. | 2008 m. | 2009 m. | 2010 m. |
|------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Bazinė pensija | 80 | 110 | 121 | 132 | 138 | 138 | 138 | 138 | 147 | 152 | 186 | 215 | 263 | 334 | 360 | 360 |
| Draudžiamosios pajamos | 427 | 538 | 694 | 845 | 886 | 886 | 886 | 886 | 894 | 931 | 1037 | 1148 | 1344 | 1445 | 1488 | 1170 |

| | 2001 m. | 2002 m. | 2003 m. | 2004 m. | 2005 m. | 2006 m. | 2007 m. | 2008 m. | 2009 m. |
|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|
| Ligos, Lt | 191817,4 | 191551,9 | 208855,4 | 234848,5 | 283266,7 | 352408,7 | 503319,7 | 664935,9 | 630098,9 |
| Motinstės, tėvystės, Lt | 151515,5 | 141604,8 | 149745,5 | 179348 | 210844,4 | 269018,4 | 437143 | 1020906,1 | 1490730,7 |
| Išmokėta suma ligos ir motinstės atvejais | 343332,9 | 333156,7 | 358600,9 | 414196,5 | 494111,1 | 621427,1 | 940462,7 | 1685842 | 2120829,6 |

| | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
|------------------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|
| Amžius | 1993 | 1994 | 1995 | 1996 | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
| Bedarbių iš viso | 65467 | 77960 | 127738 | 109385 | 120159 | 122751 | 177416 | 225889 | 224040 | 191150 | 158816 | 126442 | 87213 | 79309 | 67300 | 73400 | 203100 | 312100 |