



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS

MATEMATINĖS SISTEMOTYROS KATEDRA

Jolita Mežanec

**PAVIRŠIŲ PROFILOGRAMŲ TYRIMAS
FRAKTALINĖS GEOMETRIJOS METO-
DAIS**

Magistro darbas

Vadovas

prof. habil. dr. V. Pekarskas

KAUNAS, 2005



KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
MATEMATINĖS SISTEMOTYROS KATEDRA

TVIRTINU

Katedros vedėjas

prof. habil.dr. V. Pekarskas

2005 06 03

PAVIRŠIŲ PROFILOGRAMŲ TYRIMAS FRAKTALINĖS
GEOMETRIJOS METODAIS

Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas

Kalbos konsultantas

dr. J. Džežulskienė

2005 05 24

Vadovas

prof. habil. dr. V. Pekarskas

2005 06 03

Recenzentas

doc. dr. J. Valantinas

2005 06 01

Atliko

FMMM-3 gr. stud.

J. Mežanec

2005 05 23

KAUNAS, 2005

KVALIFIKACINĖ KOMISIJA

Pirmininkas: Leonas Saulis, profesorius (VGTU)

Sekretorius: Eimutis Valakevičius, docentas (KTU)

Nariai: Algimantas Jonas Aksomaitis, profesorius (KTU)

Vytautas Janilionis, docentas (KTU)

Vidmantas Povilas Pekarskas, profesorius (KTU)

Rimantas Rudzkiš, banko NORD/LB vyriausiasis analitikas

Zenonas Navickas, profesorius (KTU)

Arūnas Barauskas, UAB „Elsis“ generalinio direktoriaus pavaduotojas

Mežanec J. The research of the profilogramms of surface with methods of fractal geometry: Master's work in applied mathematics / supervisor prof. habil. dr. V. Pekarskas; Department of Mathematics Research in System, Faculty of Fundamental Sciences, Kaunas University of Technology. – Kaunas, 2005. – 58 p.

SUMMARY

In this work we used the profilogramms of surfaces, which were gained after the surface was processed (coarsened) with abrasive paper of 24, 36, 40, 60 and 100 numbers. We assessed fractal dimensions of all profilogramms and founded dependence of fractal dimension on abrasive paper number. We found that the more is the coarse of the surface the smaller is fractal dimension.

As we didn't want to do experiment which ask many resources – we modeled theoretically researched profilogramms–fractals, calculated and modeled dimensions of fractal profilogramms.

We created programmable tools for theoretical research: the profilogramms-fractals models of adequate surfaces, also examined fractal dimensions of modeled profilogramms. With every profilogramm which has adequate fractal dimension we modeled the surface and calculated his area. We applied the linear regression model for logarithmic data and founded the interrelation between the area of the surface and fractal dimension.

TURINYS

LENTELIŲ SĄRAŠAS	6
PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS	7
ĮVADAS	8
1. TEORINĖ DALIS	9
1.1. PAGRINDINĖS SAŲVOKOS	9
1.1.1. ŠIURKŠTUMAS	9
1.1.2. METRINĖ ERDVĖ.....	10
1.1.3. FRAKTALINĖS DIMENSIJOS NUSTATYMAS.....	11
1.2. FRAKTALŲ GENERAVIMO ALGORITMAS.....	14
1.3. MODELIAVIMO ALGORITMAS	15
1.4. VIENO KINTAMOJO REGRESINĖ ANALIZĖ	16
1.5. HIPOTEZIŲ TIKRINIMAS.....	18
1.5.1. SUDERINAMUMO HIPOTEZĖS TIKRINIMAS.....	19
1.5.2. HIPOTEZĖ APIE VIDURKIO LYGYBĘ SKAIČIUI, KAI DISPERSIJA NEŽINOMA ..	20
1.5.3. HIPOTEZĖ APIE DISPERSIJOS LYGYBĘ SKAIČIUI, KAI VIDURKIS NEŽINOMAS	21
1.5.4. HIPOTEZĖ APIE REGRESIJOS TIESĖS TIESIŠKUMĄ	21
1.5.5. HIPOTEZĖ APIE REGRESIJOS TIESĖS PARAMETRŲ LYGYBĘ NULIUI	22
2. TIRIAMOJI DALIS.....	23
2.1. PROFILOGRAMŲ TYRIMAS.....	23
2.2. FRAKTALINĖS DIMENSIJOS SAŠAJOS SU ABRAZYVINIO POPIERIAUS NUMERIU. 27	
2.2.1. STATISTINĖS ANALIZĖS MODELIS.....	27
2.2.2. SAS PROGRAMOS AIŠKINIMAS	28
2.3. MODELIAVIMAS	31
2.4. FRAKTALINĖS DIMENSIJOS SAŠAJA SU PAVIRŠIAUS PLOTU.....	37
3. PROGRAMINĖ REALIZACIJA IR INSTRUKCIJA VARTOTOJUI.....	40
IŠVADOS	42
LITERATŪRA.....	43
1. PRIEDAS	44
2. PRIEDAS	45
3. PRIEDAS	56
4. PRIEDAS	58

LENTELIŲ SĄRAŠAS

2.1 lentelė 24-tojo, 36-tojo, 60-tojo numerio abrazyvais pašiurkštintų paviršių profilogramų fraktalinės dimensijos.....	25
2.2 lentelė 40-tojo, 100-tojo numerio abrazyvais pašiurkštintų paviršių profilogramų fraktalinės dimensijos.....	25
2.3 lentelė Profilogramų fraktalinės dimensijos.....	27
2.4 lentelė Dispersijos analizės lentelė.....	28
2.5 lentelė $y=f(x)$ lygties parametrų įverčiai.....	28
2.6 lentelė Paklaidos normalusis skirstinys.....	30
2.7 lentelė Paklaidos normaliojo skirstinio parametrai.....	30
2.8 lentelė Profilogramos-fraktalai 24-tojo numerio abrazyvui.....	35
2.9 lentelė Profilogramos-fraktalai 36-tojo numerio abrazyvui.....	35
2.10 lentelė Profilogramos-fraktalai 40-tojo numerio abrazyvui.....	35
2.11 lentelė Profilogramos-fraktalai 60-tojo numerio abrazyvui.....	36
2.12 lentelė Profilogramos-fraktalai 100-tojo numerio abrazyvui.....	36
2.13 lentelė Dispersijos analizės lentelė.....	37
2.14 lentelė Regresinės lygties $y=f(x)$ koeficientai.....	37
2.15 lentelė Paklaidos normalumo tikrinimas.....	39

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1.1 pav. Abrazyvo (a) ir pašiurkštintos gumos (b) paviršių profilogramos.....	10
1.2 pav. Islandijos kranto linijos ilgis.....	12
1.3 pav. Kranto ilgio priklausomybė nuo žingsnio ilgio	13
1.4 pav. Langelinė dimensija	13
1.5 pav. Fraktalinės dimensijos nustatymas.....	14
1.6 pav. Sumodeliuota profilograma	16
2.1 pav. Profilograma, gauta paviršių apdorojant 100-tojo numerio abrazyviniu popieriumi.....	23
2.2 pav. Profilogramos duomenys, pavaizduoti grafiškai	23
2.4 pav. Fraktalinės dimensijos skaičiavimas	24
2.5 pav. Fraktalinės dimensijos vidurkio abrazyvinio popieriaus numerio sąryšis	26
2.6 pav. Vidutinė profilograma (abrazyvinis popierius Nr. 100).....	26
2.7 pav. Analizės modelis $y \cdot y_{i\text{vertis}}$	29
2.8 pav. Analizės modelis paklaida $\cdot y_{i\text{vertis}}$	29
2.9 pav. Analizės modelis paklaida $\cdot x$	30
2.10 pav. Sumodeliuotas fraktalas, kai $gylis = 1$	31
2.11 pav. Sumodeliuotas fraktalas, kai $gylis = 2$	32
2.12 pav. Sumodeliuotas fraktalas, kai $gylis = 3$	32
2.13 pav. 1-oji paviršiaus profilograma.....	33
2.14 pav. 2-oji paviršiaus profilograma.....	33
2.15 pav. 3-oji paviršiaus profilograma.....	34
2.16 pav. Fraktalinės dimensijos vidurkių ir paviršiaus ploto sąryšis.....	36
2.17 pav. Analizės modelis $y \cdot y_{i\text{vert}}$	38
2.18 pav. Analizės modelis paklaida $\cdot y_{i\text{vert}}$	38
2.19 pav. Analizės modelis paklaida $\cdot x$	39
3.1 pav. Profilogramos programos meniu langas.....	40
3.2 pav. Paviršiaus programos meniu langas	41
4.1 pav. Pagrindinis FracLab langas	58

IVADAS

Suklijuojamų paviršių kontakto plotas turi didelę įtaką klijuotinių sujungimų stiprumui. Realus paviršius visada turi mikroskopinių nelygumų. Jų visuma sudaro paviršiaus šiurkštumą. Todėl suklijuojamų paviršių kontakto plotas tiesiogiai priklauso nuo šiurkštumo. Šiurkštumas tiriamas, nagrinėjant nuo paviršiaus nuimtas profilogramas. Nuo gumos paviršių nuimtas profilogramas traktavome kaip signalus. Tuomet galėjome apskaičiuoti fraktalams palyginti skirtas charakteristikas – fraktalines dimensijas. Šios reikšmės apskaičiuojamos prieš tai diskretizavus ir skaitmeniškai apdorojus profilogramą. Taip buvo sudaromi duomenų masyvai, kurie buvo skirti fraktalinės dimensijos reikšmėms apskaičiuoti.

Šio darbo tikslas – surasti ryšį tarp suklijuojamo paviršiaus kontakto ploto ir paviršiaus profilogramos fraktalinės dimensijos.

Kadangi profilogramos yra labai sudėtingos konstrukcijos kreivės, kurių dėsningumas yra chaotiškas, atsitiktinis ir jo nustatyti neįmanoma, todėl įvertinant suklijuojamų paviršių tikrojo kontakto plotą, tiesioginis jų taikymas nėra įmanomas.

Nenorėdami atlikti daug išteklių reikalaujančių eksperimentų, teoriškai tyrinėjamas profilogramas-fraktalus modeliavome. Buvo apskaičiuota ir sumodeliuotų profilogramų fraktalinės dimensijos.

Kadangi tyrimui ir modeliavimui naudojamos profilogramos buvo gautos paviršių apdorojant skirtingo numerio abrazyviniu popieriumi, tai tyrėme profilogramų fraktalinės dimensijos priklausomybę nuo abrazyvinio popieriaus numerio.

Taip pat buvo modeliuojami paviršiai, pasirenkant atitinkamus parametrus. Taip buvo ieškoma suklijuojamo paviršiaus kontakto ploto ryšio su paviršiaus profilogramų fraktalinėmis dimensijomis.

Šia tema buvo skaitytas pranešimas “Paviršių profilogramų tyrimas fraktalinės geometrijos metodais” V studentų konferencijoje, vykusioje Kauno technologijos universitete 2004 metų gegužės mėnesį.

1. TEORINĖ DALIS

1.1. PAGRINDINĖS SAŲOKOS

1.1.1. ŠIURKŠTUMAS

Šiame darbe nagrinėsime paviršių šiurkštumą ir su juo susijusias savybes. Nuo idealios plokštumos realūs paviršiai skiriasi nelygumais, kurie atsiranda paviršių pašiurkštinant. Kad ir kokie maži būtų geometriniai netikslumai, pasireiškiantys kaip šiurkštumas, jų reikšmė skirtinguose fizikiniuose – technologiniuose reiškiniuose (esant trinčiai, nusidėvėjimui ir t. t.) yra labai didelė. Todėl labai svarbu išnagrinėti paviršių šiurkštumo geometriją, taip pat ir jos sąsajas su šiurkštumo statistinėmis charakteristikomis [1].

Beveik kiekvieno konstrukcinio elemento paviršius iš pirmo žvilgsnio atrodo kaip dalis kokio nors paprasto geometrinio paviršiaus – gretasienio, cilindro, kūgio ar sferos paviršiaus. Būtent tokią formą detalėms suteikia konstruktoriai. Bet apdorojus detalę akivaizdžiai pastebimas paviršiaus šiurkštumas. Svarbu ne tai, jog kartais detalių šiurkštumą pavyksta sumažinti, bet tai, kad nepastebimi išoriniai nelygumai padaro esminį poveikį bei įtaką detalių eksploatacinėms savybėms.

Realus detalių paviršius niekada nebūna absoliučiai lygus ir visada turi mikroskopinių nelygumų, yra šiurkštus. Paviršiaus šiurkštumo sąvoka reiškia visumą nelygumų, matomų pasirinktoje riboje.

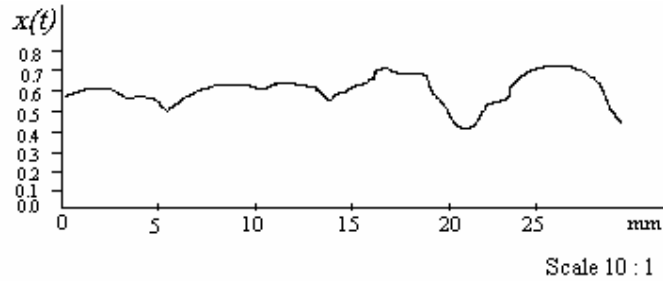
Nors šiurkštumas yra nepaprastai mažų matmenų nelygumas, bet jis, pasirodo, daro esminę įtaką skirtingoms detalių eksploatacinių savybėms: trinčiai ir nusidėvėjimui, kontaktinei deformacijai, smūgio atsparumui, vibraciniam aktyvumui, skysčių ir dujų aptakumui, sujungimų hermetiškumui, sujungimų nejudamai spaudimo trinčiai, paviršių apdulėjimui, elektromagnetinių bangų atspindžiui nuo paviršių, šilumos laidumui ir radiacinėms savybėms, padengimo tvirtumo savybėms, o taip pat daugeliui kitų paviršių savybių.

Klijuotinių sujungimų stiprumas priklauso nuo kontaktuojančių paviršių ploto. Pastarasis rodiklis priklauso ne tik nuo geometrinių substrato matmenų, bet ir nuo jo paviršiaus šiurkštumo. Parinkus tinkamą receptūrą, klijai gali užpildyti visus nelygumus, atsiradusius paviršių apdorojant abrazyvu. Gautas paviršiaus šiurkštumas priklauso ne tik nuo vidinės jo struktūros, bet ir nuo abrazyvo paviršiaus. Tada galime daryti prielaidą, kad yra tarpusavio ryšys tarp abrazyvo ir juo apdoroto paviršiaus.

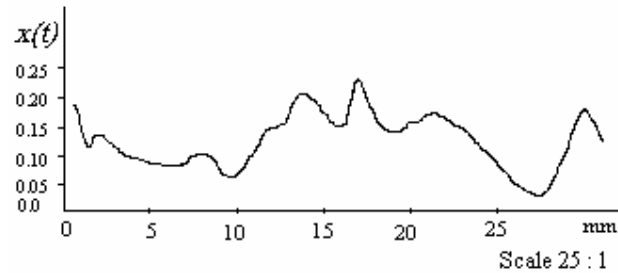
Darbo tyrimo objektas yra monolitinė juoda guma ir skirtingų numerių abrazyviniai popieriai.

Gumos paviršius buvo pašiurkštintas abrazyvo juoste, pritvirtinta prie besisukančio disko.

Abrazyvo ir gumos paviršiaus šiurkštumo profilogramos pavaizduotos 1.1 pav. Braižant profilogramas, vidurinė profilio linija yra parenkama taip, kad profilių vidutinis kvadratinis nuokrypis nuo šios linijos būtų minimalus. 1.1 paveiksle profilogramos pavaizduotos, vidutinę profilio liniją pastūmus aukšty.



a)



b)

1.1 pav. Abrazyvo (a) ir pašlurkštintos gumos (b) paviršių profilogramos

Paviršiaus šiurkštumas paprastai tiriamas pagal paviršiaus profilogramos duomenis. Profilogramos gautos optinės mikroskopijos metodais. Šias charakteristikas tirsime pasitelkę fraktalinės geometrijos metodus.

1.1.2. METRINĖ ERDVĖ

Tolimesnėje analizėje apsiribosime kompaktiniais Euklido metrinių erdvių poaibiais. Tai pateisinama ir suprantama, kadangi taikomoji fraktalinės geometrijos paskirtis – realaus pasaulio objektų modeliavimas [3]. Būtent metrinėse erdvėse (tokiose kaip R , R^2 ir R^3) konstruojama, aprašoma ir vystoma fraktalinė geometrija. Būtent metrinės erdvės padeda nusakyti fraktalo sąvoką.

Erdve vadinama aibė X , aibės elementai vadinami erdvės taškais.

Metrinė erdve (X, d) vadinama erdvė X su joje apibrėžta realiąja funkcija (metrika) $d: X \times X \rightarrow R$, nusakančia atstumą tarp bet kurių dviejų erdvės X taškų. Reikalaujama, kad funkcija d tenkintų tokias aksiomas:

$$d(x, y) = d(y, x), \quad \forall x, y \in X; \quad (1.1)$$

$$0 < d(x, y) < \infty, \quad \forall x, y \in X, x \neq y; \quad (1.2)$$

$$d(x, x) = 0, \quad \forall x \in X; \quad (1.3)$$

$$d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y), \quad \forall x, y, z \in X. \quad (1.4)$$

Tarkime, kad $S \subset X$ yra metrinės erdvės (X, d) poaibis. Poaibis S yra *kompaktinis*, jeigu iš kiekvienos begalinės poaibio S sekos $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ galima išskirti posekį, turintį ribą poaibyje S .

1.1.3. FRAKTALINĖS DIMENSIJOS NUSTATYMAS

Fraktalinę geometriją naudoja chaoso teorija. Fraktalą galima apibūdinti kaip labai daug kartų savyje atsikartojantį objektą. Griežto ir tikslaus fraktalo apibrėžimo nėra ligi šiol [2, 3]. Įvadinės pastabos apie fraktalus pateiktos 1.2 skyrelyje.

Fraktalinė geometrija – tai klasikinės geometrijos plėtinys. Ja naudojantis galima kurti tikslus matematinius fizinių struktūrų modelius. Ar galima palyginti fraktalus, įvertinti jų panašumą? Ar galima kalbėti apie „metriškai ekvivalentiškus“ fraktalus? Ar įmanoma pasakyti, koku tankumu fraktalas užpildo erdvę, kurios poaibis yra jis pats?

Yra daug skaičių, charakterizuojančių fraktalus, ir skirtų pastariesiems palyginti. Jie nustatomi skirtingais metodais, bet dažniausiai visi vadinami fraktalinėmis dimensijomis.

Fraktalinės dimensijos yra svarbios kiekybinės fraktalų charakteristikos dėl dviejų priežasčių: pirma, jas galima apskaičiuoti realaus pasaulio objektams, ir, antra, apytiksles jų reikšmes galime gauti eksperimentiškai. Formuluojuojant naujus požiūrius, siūlomi nauji būdai matuoti erdvę bei dimensiją. Pateiksime kelis iš jų.

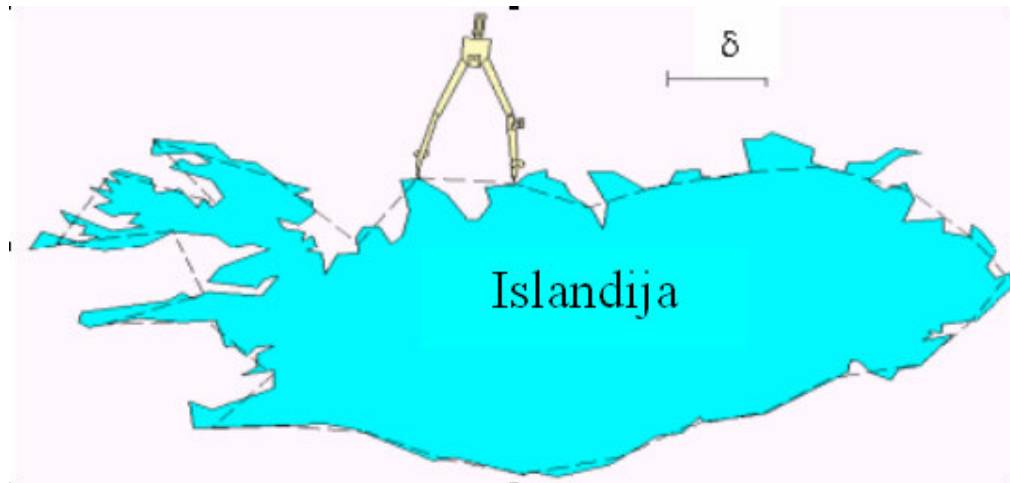
Tarkime, nagrinėjame realaus pasaulio vaizdo modelį [3]. Taigi turim aibę (realaus pasaulio vaizdo modelį) $A \subset K$, o K yra kompaktinis Euklido erdvės R^3 poaibis. Erdvė K skaidoma į baigtinę nesusikertančių dalių (kubiukų su briauna, lygia $1/2^n$) aibę; nustatomas kubiukų, susikertančių su aibe A , skaičius $N_n(A)$; tarpiniai rezultatai, $\{(2^n, N_n(A)), n = 1, 2, \dots, N\}$ (čia N priklauso nuo nagrinėjamos aibės detalizacijos lygio) yra logaritmuojami, ir gautos reikšmių poros (taškai) $(n \ln 2, \ln(N_n(A))), n = 1, 2, \dots, N$, atidedami plokštumoje; panaudojant mažiausių kvadratų metodą, pastarieji duomenys keičiami tiese, kurios krypties koeficientas laikomas aibės A fraktalinės dimensijos įverčiu. Ši procedūra taikoma kompiuterinėse realizacijose.

Nagrinėkime realaus pasaulio modelį – Islandijos salos kranto liniją.

Pagrindinis dėmesys fraktalinės dimensijos D apibrėžime sutelktas į taškų atstumą erdvėje. Paprasčiausiai būdas išmatuoti kreivės ilgį, paviršiaus plotą ar kūno tūrį susideda iš to, jog reikia padalin-

ti erdvę nedideliais δ briaunos kubeliais [2].

Kreivę galima išmatuoti ir suskaičiuojant δ ilgio atkarpėlių, reikalingų kreivei padengti (1.2 pav.), kiekį $N(\delta)$. Šiame paveiksle pavaizduota, kad Islandijos salos kranto liniją galime išmatuoti apeidami apie salą su skriestuvu, praskėstu δ ilgio žingsneliu.



1.2 pav. Islandijos kranto linijos ilgis

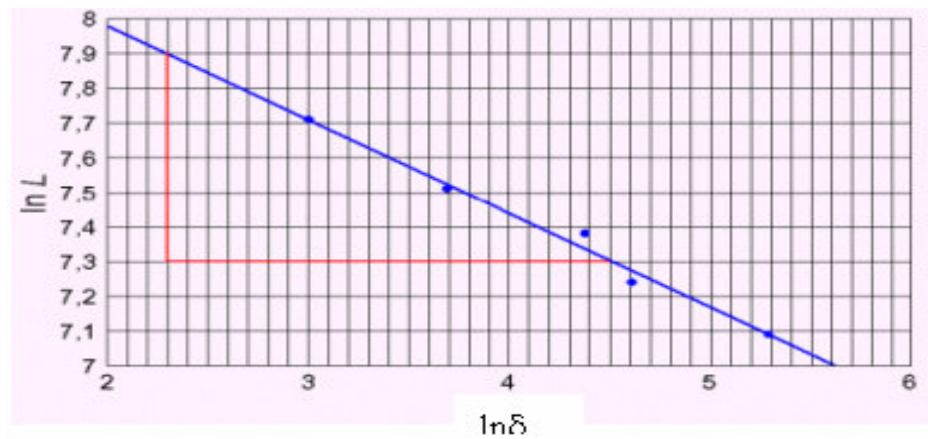
Mažinant skriestuvo žingsnelį, gauname vis tikslesnę Islandijos salos kranto linijos ilgį L . Tada kreivės ilgis L gaunamas sudauginus žingsnelių skaičių $N(\delta)$, reikalingų apeiti kreivę, su žingsnelio ilgiu: $L = N(\delta)\delta$. Natūralu tikėtis, kad dydis L tampa asimptotiškai lygus fiksuotam kreivės ilgiui ir nepriklauso nuo δ , kai $\delta \rightarrow 0$, t. y. $L = N(\delta)\delta \xrightarrow{\delta \rightarrow 0} L_0\delta^0$. Tačiau iš tiesų taip nėra. Tai, kad $N(\delta)$, mažinant δ , neartėja prie baigtinės reikšmės, yra pagrindinis fraktalo požymis.

Šio eksperimento rezultatus pavaizduokime grafiškai. 1.3 paveiksle pateikta kreivės ilgio L ir žingsnio ilgio δ taškų sklaidos diagrama. Kaip matyti iš 1.3 pav., mažėjant δ , kreivės ilgis didėja. Grafikas šiame paveiksle pateiktas logaritminiu tinkleliu. Aišku, kad mažėjant δ , kreivės ilgis L neartėja prie pastovaus dydžio, ir priklauso nuo δ . Kadangi L priklausomybė nuo δ logaritminiame tinklelyje yra tiesinė, tai aproksimuodami duomenis gauname, kad kreivės L ilgio priklausomybė nuo žingsnio ilgio δ nusakoma tokia formule:

$$L(\delta) = a \cdot \delta^{1-D}; \quad (1.5)$$

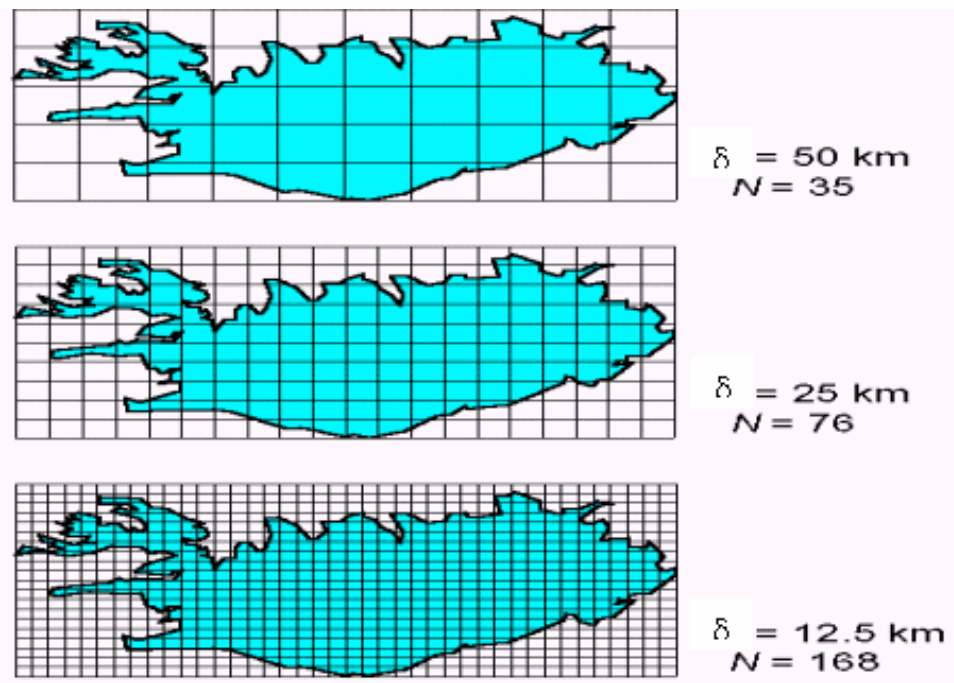
čia L – kranto ilgis; δ – žingsnelio dydis; a – konstanta; D – fraktalinė dimensija.

Fraktalinė dimensija D yra žingsninės dimensijos (*Compass Dimension*) įvertis, kuri gali būti įvertinta 1.3 paveiksle pavaizduotos tiesės krypties koeficientu. Taip apskaičiuota Islandijos salos kranto linijos fraktalinė dimensija $D = 1,27$.



1.3 pav. Kranto ilgio priklausomybė nuo žingsnio ilgio

1.2 paveikslėlyje kranto linijos ilgis buvo apskaičiuotas žingsnių skaičiumi, reikalingu apeiti aplink krantą, pasinaudojant praskėstu skriestuvu. Patogiausias fraktalinės dimensijos įvertis, kaip sutartinė struktūra, yra langelinė dimensija (*box dimension*) [2, 5]. Reikia erdvę padalinti nedideliais δ briaunos kvadratiniais langeliais (1.4 pav.).



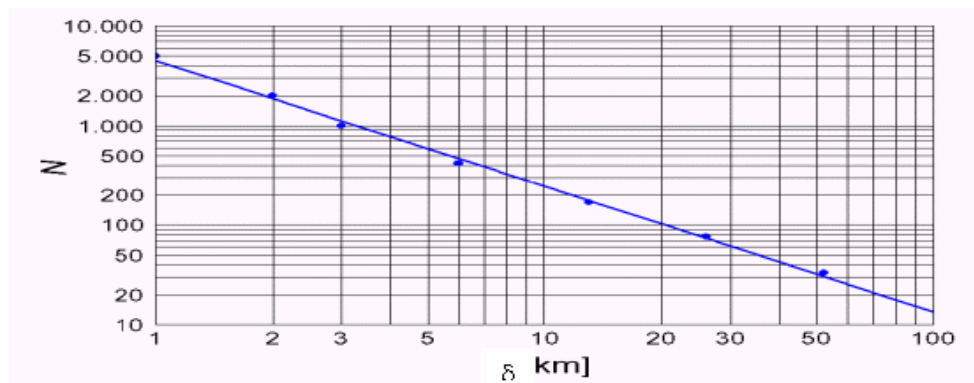
1.4 pav. Langelinė dimensija

Kvadratėlių, reikalingų padengti kranto liniją, skaičius yra ekvivalentiškas žingsnių skaičiui, kai krantą apeiname praskėstu skriestuvu (1.3 pav.). Aproximuodami duomenis (1.5 pav.), pateiktus logaritminiame tinklelyje, gauname, kad tiesi linija aprašoma formule:

$$N(\delta) = a \cdot \delta^{-D} \quad (1.6)$$

čia N – langelių, susikertančių su pradine aibe, skaičius; δ – langelio briauna; a – konstanta; D

– langelinė fraktalinė dimensija. Taip apskaičiuota to paties kranto linijos fraktalinė dimensija $D = 1,26$.



1.5 pav. Fraktalinės dimensijos nustatymas

1.2. FRAKTALŲ GENERAVIMO ALGORITMAS

Nagrinėsime metrinę erdvę (X, d) .

Metrinės erdvės (X, d) taškų seka $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ vadinama *Košio seka*, jeigu

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists N)(\forall n, m > N): d(x_n, x_m) < \varepsilon. \quad (1.7)$$

Sakoma, kad seka $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ *konverguoja į tašką* $x \in X$ metrinėje erdvėje (X, d) , jeigu

$$(\forall \varepsilon > 0)(\exists N)(\forall n > N): d(x_n, x) < \varepsilon. \quad (1.8)$$

Metrinė erdvė (X, d) vadinama *pilnaja*, jeigu kiekviena erdvės X Košio seka $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ turi ribą $x \in X$.

Tarkime, kad (X, d) yra pilnoji metrinė erdvė. Visų netuščių kompaktinių X poabių aibę vadiname Hausdorfo erdve ir žymėsime $H(X)$.

Funkcija $f: R \rightarrow R$ apibrėžiama lygybe $f(x) = ax + b$ (čia a, b yra pastovūs koeficientai), vadinama *afiniąja transformacija* erdvėje R .

Taškas $x_f \in X$ vadinamas *nejudamuoju transformacijos f tašku*, jeigu $f(x_f) = x_f$.

Transformacija (arba atvaizdis) $f: X \rightarrow X$ metrinėje erdvėje (X, d) vadinama *suspaudžiančiąja* (arba suspaudžiančiuoju atvaizdžiu), jeigu

$$(\exists s, 0 \leq s < 1)(\forall x, y \in X): d(f(x), f(y)) \leq s \cdot d(x, y).$$

Bet koks realusis skaičius s , tenkinantis šią sąlygą, vadinamas f suspaudimo koeficientu.

Iteruotųjų funkcijų sistema (IFS) vadinama pilnoji metrinė erdvė (X, d) , su joje apibrėžtų suspaudžiančių atvaizdžių rinkiniu $\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N\}$.

Įveskime suspaudžiančiąją transformaciją tokiu būdu:

$$W(B) = \omega_1(B) \cup \dots \cup \omega_N(B) = \bigcup_{i=1}^N \omega_i(B), \quad \forall B \in H(X).$$

Nejudamasis transformacijos $W : H(X) \rightarrow H(X)$ taškas $A \in H(X)$ vadinamas IFS *atraktoriumi* (arba determinuotoju fraktalu).

Aprašysime geometrinę fraktalų interpretaciją. Yra žinomi keli IFS atraktorių generavimo algoritmai. Mes aptarsime determinuotąjį algoritmą.

Tarkime, kad $\{X : \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N\}$ yra iteruotųjų funkcijų sistema; čia $\omega_i (i = 1, 2, \dots, N)$ yra afiniosios transformacijos. Parenkame pradinę kompaktinę aibę $A_0 \subset X$ ir nuosekliai formuojame aibių seką $\{A_n\}$; čia

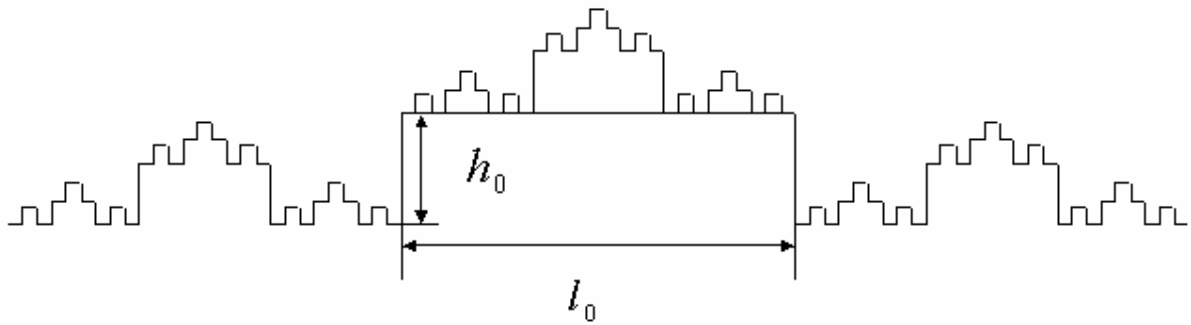
$$A_n = W^{0n}(A_0) = W(A_{n-1}) = \bigcup_{i=1}^N \omega_i(A_{n-1}). \quad (1.9)$$

Su visais $n = 1, 2, \dots$. Tai Koši seka $\{A_n\}_{n=0}^{\infty} \subset H(X)$. Be to seka $\{A_n\}_{n=0}^{\infty}$ konverguoja į IFS atraktorių A . Be to, kai n pakankamai didelis skaičius, aibė A_n yra vizualiai artima aibei (fraktalui) A .

1.3. MODELIAVIMO ALGORITMAS

Daugelyje eksperimentinių darbų [2] buvo parodyta, kad dažnai kontūro linijos ilgis aprašomas fraktaline laipsnine priklausomybe. Bet darbų susijusių su šiuurškšiais fraktaliniais paviršiais yra nedaug, ir tai paaiškinama tuo, kad išskyla nemažai matematinių sunkumų, formuluojant ir sprendžiant tokias užduotis. Todėl buvo kuriami nauji fraktaliniai modeliai. Sukursime profilogramos modelį.

Nagrinėsime modelį, kuriame paviršiaus profilograma – fraktalu laikysime laiptuotą kreivę, gautą nuosekliais statiniais iš atkarpelių. Konstravimo algoritmą nesunku suprasti iš (1.6 pav.) paveikslo.



1.6 pav. Sumodeliuota profilograma

(1.6 pav.) pavaizduotas profilogramos modelis aprašomas tokiais ryšiais:

$$l_i = \alpha l_{i-1}; \quad (1.10)$$

$$h_i = \beta h_{i-1}. \quad (1.11)$$

čia l_i ir h_i – profilio i -tojo iškyšulio plotis ir aukštis; α ir β – panašumo konstantos, tenkinančios nelygybes $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ ir $\frac{1}{2} < \beta < 1$.

Sukonstruotą kreivę vadinsime Kantoro profiliu. Jis sudarytas iš daug laiptelių, kurie gauti transformuojant pradinį stačiakampį. Taigi kiekvienas kitos eilės fraktalo stačiakampis disponuoja ankstesnės eilės stačiakampiais.

Modelis yra pakankamai paprastas, o tai leidžia jį gerai išanalizuoti, pasirenkant atitinkamas konstantų reikšmes. Nepaisant modelio ribotumo, jis yra pakankamai lankstus, nes yra charakterizuojamas net keliais parametrais l_0, h_0, α, β . Be to šis modelis leidžia padaryti nemažus apibendrinimus, o tai labai padidina jo vertę.

Būtina pažymėti, kad aprašytas modelis turi ir trūkumą (kurį ateityje reikėtų pašalinti): aibės fraktalinį charakterį sąlygoja ne tik fraktalinė dimensija, bet ir begalinio ilgio kontūro linija, taigi sumos atkarpų ilgis turėtų būti neribotas.

1.4. VIENO KINTAMOJO REGRESINĖ ANALIZĖ

Regresinės analizės uždaviniai yra: regresinės funkcijos analizės išraiškos radimas; regresijos funkcijos nežinomų parametru taškinių įverčių radimas; hipotezių regresijos funkcijos parametru atžvilgiu tikrinimas; regresijos funkcijos atitikimo stebėjimo rezultatams tyrimas [8, 9].

Skiriamoji statistikos, kaip mokslo, ypatybė ta, kad ji nagrinėja ne pavienius objektus bet jų aibes (visumas), vadinamas generalinėmis aibėmis, statistinėmis visumomis arba populiacijomis. Duomenis renkami tik iš populiacijos dalies, kuri vadinama imtimi.

Turint surinktus duomenis apie nagrinėjamus kintamuosius, įprasta juos pavaizduoti grafiškai vadinamojoje taškų sklaidos diagramoje. Ši diagrama leidžia vizualiai parinkti geriausiai tinkantį regresinį modelį. Tik tuo atveju, kai diagramos taškai grupuojasi apie tiesę, turime pagrindą taikyti tiesinę regresiją.

Kaip gauti tokią tiesinę funkciją, kuri geriausiai apibūdintų turimus duomenis? Dažniausiai tam naudojama matematinė procedūra, vadinama mažiausių kvadratų metodu. Šis metodas leidžia tarp visų galimų tiesių surasti tokią, kuri nutolusi nuo eksperimento duomenų mažiausiai. Mažiausiųjų kvadratų metodo pavadinimas atspindi faktą, kad minimizuojama atstumų tarp tiesės ir duomenų kvadratų suma.

Tarkime $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ išreiškia bendrą nežinomą tiesinės paprastosios priklausomybės formą populiacijoje (pavyzdžiui, benzino sąnaudų priklausomybę nuo automobilio svorio ir t. t.). Čia ε yra populiacijos paklaida (paklaida gaunama keičiant tikrą priklausomybės formą tiesine), o β_0 ir β_1 – nežinomi parametrai. Iš imties žinome tik keletą šios funkcijos realizacijų y_i , atitinkančių nepriklausomojo kintamojo reikšmes x_i esant nenusakytoms kitų faktorių reikšmėms. Remiantis šiais duomenimis norime surasti tiesinės statistinės x ir y priklausomybės nagrinėjamoje populiacijoje įvertį, išreikštą tiesinės regresijos lygtimi $\hat{y} = b_0 + b_1 x$, čia b_0 ir b_1 yra tiesinės priklausomybės parametru β_0 ir β_1 įverčiai, gaunami iš konkrečios imties duomenų. Taikant regresinę analizę svarbu, kad kiekvienam fiksuotam x atsitiktinio dydžio ε skirstinys būtų standartinis normalusis.

Parametrai b_0 ir b_1 yra parenkami iš sąlygos, kad $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ įgytų mažiausią galimą reikšmę.

Dviejų kintamųjų funkcija

$$S(b_0, b_1) = \sum_{i=1}^n (y_i - b_0 - b_1 x_i)^2 ; \quad (1.12)$$

įgyja ekstremumą taškuose, kuriuose tos funkcijos dalinės išvestinės, pagal kintamuosius b_0 ir b_1 , lygios nuliui. Taigi ieškomos kintamųjų reikšmės išreiškiamos taip:

$$b_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2} ; \quad (1.13)$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x} . \quad (1.14)$$

Brūkšneliu virš kintamojo žymime vidurkį. Pavyzdžiui, $\overline{x^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$, n – imties dydis.

Tarkime, kad pagal stebėjimo rezultatus (x_i, y_i) $i = \overline{1, n}$ gavome regresijos lygties įvertį

$\hat{y} = b_0 + b_1 x$. Pagal regresijos lygtį prognozuojame atsitiktinio dydžio y reikšmes $\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i$.

Prognozės paklaida $e_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - b_0 - b_1 x_i$, čia e_i – prognozės paklaida, y_i – stebėta reikšmė, \hat{y}_i – pagal regresijos lygtį apskaičiuota reikšmė (prognozuojama reikšmė).

Tiesinės regresijos prielaidos yra tokios: e_i normaliai pasiskirstę atsitiktiniai dydžiai; visų e_i vidurkiai lygūs nuliui; visų e_i dispersijos lygios; visi e_i nepriklausomi.

1.5. HIPOTEZIŲ TIKRINIMAS

Hipoteze statistikoje vadinama teiginys apie nežinomus populiacijų požymių (kintamųjų) skirstinius. Tikrinamoji hipotezė vadinama nuline ir žymima H_0 . Kartu nagrinėjama ir jai priešinga hipotezė H_a . Ji vadinama alternatyviaja. Hipotezės skirstomos į parametrines ir neparametrines. Jei statistinė hipotezė tikrinama nežinomų pasiskirstymo dėsnio parametrų atžvilgiu, tai ji vadinama parametrine. Neparametrinės hipotezės būna: suderinamumo ($H_0 : F(x) \equiv N(\mu_0, \sigma_0)$), atsitiktinumumo, nepriklausomumo, homogeniškumo.

Statistikoje nagrinėjami atsitiktiniai dydžiai, todėl apie hipotezės atmetimą arba priėmimą galime kalbėti tik su tam tikra tikimybe. Taigi galimos hipotezės tikrinamo klaidos. Pažymėkime α tikimybę, kad teisinga hipotezė H_0 bus atmesta. Tada $1-\alpha$ bus tikimybė, kad teisinga hipotezė bus priimta. Tikimybė α vadinama reikšmingumo lygmeniu. Taisyklė, pagal kurią hipotezė H_0 priimama arba atmetama, vadinama statistiniu kriterijumi.

Hipotezei tikrinti parenkama statistika. Ji parenkama atsižvelgiant į populiacijos skirstinį, hipotezės H_0 ir H_a . Parinktos statistikos galimų reikšmių sritis suskaidoma į dvi nesikertančias sritis: hipotezės priėmimo sritį ir kritinę sritį. Taškai, skiriantys vieną sritį nuo kitos, vadinami kritinėmis reikšmėmis. Jei pagal imties duomenis apskaičiuota statistikos reikšmė patenka į hipotezės kritinę sritį, tai hipotezė H_0 yra nesuderinama su stebėjimo duomenimis ir todėl atmetama, priešingu atveju ji priimama.

Bendroji hipotezės tikrinimo schema:

Formuluojamos nulinės H_0 ir alternatyvios H_a hipotezės;

Parinkama reikšmingumo lygmuo $\alpha \in (0,1; 0,05; 0,01)$;

Hipotezei tikrinti parenkama statistika U , kurios tankio funkcija, kai H_0 yra teisinga, yra $f(u | H_0)$, o vidurkis $M(U) = u_0$;

Parinktam reikšmingumo lygmeniui α randamos kritinės reikšmės, hipotezės priėmimo U_{H_0} ir

kritinės U_K sritys. Hipotezės tikrinimo sritys priklauso nuo tiriamos hipotezės, ji gali būti viapusė ir dvipusė. Pavyzdžiui, jei tikrinama hipotezė $H_0 : \Theta = \Theta_0$, o alternatyvi hipotezė $H_a : \Theta \neq \Theta_0$, tai kritinė sritys yra dvipusė. Kritinės reikšmės gaunamos išsprendus lygtis:

$$P(U < u_{\alpha/2}) = \int_{-\infty}^{u_{\alpha/2}} f(u | H_0) du = \alpha/2;$$

$$P(U > u_{1-\alpha/2}) = \int_{u_{1-\alpha/2}}^{\infty} f(u | H_0) du = \alpha/2;$$

$$U_{H_0} = (u_{\alpha/2}, u_{1-\alpha/2}), U_K = (-\infty, u_{\alpha/2}] \cup [u_{1-\alpha/2}, +\infty).$$

Statistiniuose paketuose naudojama modifikuota hipotezės tikrinimo schema. Pagal imties duomenis apskaičiuojama tikimybė:

$$p = \begin{cases} P(U \geq u_{imt}), & \text{kai kritinė sritys yra dešininė,} \\ P(U \leq u_{imt}), & \text{kai kritinė sritys yra kairinė} \\ 2 \cdot \min(P(U \geq u_{imt}), P(U \leq u_{imt})), & \text{kai kritinė sritys yra dvipusė} \end{cases} \quad (1.15)$$

Tai yra tiksliai skaičiuojama pirmos rūšies klaidos tikimybė. Tikimybė p vadinama statistikos u_{imt} reikšmingumo lygmeniu arba p -reikšme (statistiniuose paketuose dar gali būti žymimos p -value arba *Sig. Leve* ir kt.). Nulinė hipotezė atmetama, kai $\alpha \geq p$, priešingu atveju ji priimama.

1.5.1. SUDERINAMUMO HIPOTEZĖS TIKRINIMAS

Kolmogorovo-Smirnovo kriterijus

Tarkime, kad stebime atsitiktinį dydį ξ su tolydžia skirstinio funkcija $F_\xi(x)$. Gauname imtį x_1, \dots, x_n . Tikrinsime suderinamumo hipotezę $H_0 : F_\xi(x) \equiv F_0(x)$.

Kolmogorovo-Smirnovo kriterijus grindžiamas empirinės ir teorinės pasiskirstymo funkcijos didžiausiu nuokrypiu. Pagal imties duomenis randame empirinę pasiskirstymo funkciją $F_n(x)$ ir apibrėžiame Kolmogorovo statistiką:

$$D_n = \max_x |F_n(x) - F_0(x)| \quad (1.16)$$

Kolmogorovo buvo įrodyta, kad šios statistikos skirstinys, kai H_0 yra teisinga ir $n \rightarrow \infty$, konverguoja į skirstinį:

$$K(x) = P(\sqrt{n}D_n < x) = \begin{cases} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \exp(-2k^2 x^2), & x > 0, \\ 0, & \text{kai } x \leq 0. \end{cases} \quad (1.17)$$

Šis skirstinys vadinamas Kolmogorovo skirstiniu.

Tikrinant hipotezę H_0 , naudojamas kriterijus su dešine kritine sritimi. Išsprendę lygtį

$P(\sqrt{n}D_n \geq \lambda_p) = 1 - K(\lambda_{1-\alpha}) = \alpha$ apibrėžiame kritinę sritį L_K ; čia λ_p yra statistikos $\sqrt{n}D_n$ p -tasis kvantilis ($p=1-\alpha$). Jis apytiksliai lygus lygties $\sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \exp(-2k^2 x^2) = 1 - \alpha$, $x > 0$ sprendiniui, tai yra Kolmogorovo skirstinio p -tajam kvantiliui λ_p , kai $p=1-\alpha$. Tada kritinė sritis $L_K = [\lambda_p, +\infty)$, $p = 1 - \alpha$, priėmimo sritis $L_{H_0} = [0, \lambda_{1-\alpha})$.

Statistikos reikšmę D_n galime apskaičiuoti taip: imame imties duomenis surašytus į variacinę seką ir randame reikšmes:

$$d_n^+ = \max_{1 \leq k \leq n} \left(\frac{k}{n} - F_0(x_k) \right), \quad d_n^- = \max_{1 \leq k \leq n} \left(F_0(x_k) - \frac{k-1}{n} \right).$$

$$\text{Tuomet } D_n = \max(d_n^+, d_n^-).$$

Statistinio kriterijaus formuluotė tokia: jei $\sqrt{n}D_n \geq \lambda_{1-\alpha}$, hipotezė H_0 yra atmetama, jei priešingai – priimama.

1.5.2. HIPOTEZĖ APIE VIDURKIO LYGYBĘ SKAIČIUI, KAI DISPERSIJA NEŽINOMA

Tarkime, kad stebime normalųjį atsitiktinį dydį $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Populiacijos dispersija σ^2 ir vidurkis μ nežinomi. Norime patikrinti hipotezę

$$\begin{cases} H_0 : \mu = a, \\ H_a : \mu \neq a. \end{cases}$$

čia a fiksuotas skaičius. Kritinė sritis sudaroma remiantis tuo, kad

$$T = \frac{\bar{X} - a}{\sqrt{S^2 / n}} \tag{1.18}$$

turi Stjudento skirstinį su $(n-1)$ laisvės laipsnių, kai $\mu = a$. Čia \bar{X} yra imties vidurkis, S^2 – imties dispersija, n – imties didumas.

Stjudento skirstinys yra simetriškas nulinio atžvilgiu, todėl esant dvipusei alternatyvai $H_a : \mu \neq a$ kritinė sritis yra aibė $W = (-\infty, -t_{\alpha/2}(n-1)] \cup [t_{\alpha/2}(n-1), \infty)$, čia $t_{\alpha/2}(n-1)$ yra Stjudento skirstinio su $(n-1)$ laisvės laipsnių $\alpha/2$ lygmens kritinė reikšmė.

Tegu reikšmingumo lygmuo lygus α . Hipotezė H_0 atmetama (taigi μ statistiškai reikšmingai skiriasi nuo a), jeigu $|T| \geq t_{\alpha/2}(n-1)$. Hipotezė H_0 neatmetama, jeigu $|T| < t_{\alpha/2}(n-1)$.

Analogiškai sudaromos kritinės sritys vienpusių alternatyvų atveju.

1.5.3. HIPOTEZĖ APIE DISPERSIJOS LYGYBĘ SKAIČIUI, KAI VIDURKIS NEŽINOMAS

Tarkime stebime normalųjį atsitiktinį dydį $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Populiacijos dispersija σ^2 ir vidurkis μ nežinomi. Norime patikrinti hipotezę:
$$\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = a, \\ H_a : \sigma^2 \neq a. \end{cases}$$

čia a fiksuotas skaičius. Kritinė sritis sudaroma remiantis tuo, kad

$$T = \left(\frac{X_1 - \bar{X}}{\sigma} \right)^2 + \left(\frac{X_2 - \bar{X}}{\sigma} \right)^2 + \dots + \left(\frac{X_n - \bar{X}}{\sigma} \right)^2 \quad (1.19)$$

turi χ^2 skirstinį su $(n-1)$ laisvės laipsnių. Dydžiai X_1, X_2, \dots, X_n nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai.

Dvipusės alternatyvos kritinę sritį sudaro aibė $W = (0, \chi_{\alpha/2}^2(n-1)] \cup [\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1), \infty)$, čia $\chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)$ yra χ^2 skirstinio su $(n-1)$ laisvės laipsnių $1-\alpha/2$ lygmens kritinė reikšmė. Analogiškai sudaromos kritinės sritys vienpusių alternatyvų atveju.

Tegu reikšmingumo lygmuo lygus α . Hipotezė H_0 atmetama (taigi σ^2 statistiškai reikšmingai skiriasi nuo a), jeigu $T \leq \chi_{\alpha/2}^2(n-1)$ arba $T \geq \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)$. Hipotezė H_0 neatmetama, jeigu $\chi_{\alpha/2}^2(n-1) < T < \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)$.

1.5.4. HIPOTEZĖ APIE REGRESIJOS TIESĖS TIESIŠKUMĄ

Vieno kintamojo regresinė analizė nagrinėja dviejų atsitiktinių dydžių X ir Y tarpusavio priklausomybę [8]. Praktikoje regresijos lygties stebėjimų yra nedaug, todėl sunku patikrinti, ar tenkinamos visos teorinės prielaidos. Dažniausiai apsiribojama tik hipoteze apie regresijos tiesiškumą tikrinimu:

$$\begin{cases} H_0 : \text{"Regresija yra netiesinė"}, \\ H_a : \text{"Regresija yra tiesinė"} \end{cases}$$

Hipotezė tikrinama dispersinės analizės metodu, panaudojant Fišerio kriterijų su dešinine kritine sritimi:

$$F = \frac{SS_R}{SS_e} \sim F(1, n-2) \quad (1.20)$$

Čia $\overline{SS_e} = \frac{SS_e}{n-2}$, $SS_e = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2$ yra liekanų kvadratų suma ir apibūdinanti eksperimento taškų sklaidą apie regresijos tiesę; $SS_R = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ – regresinė nuokrypių kvadratų suma, apibūdina eksperimento taškų sklaidos apie vidurkį \bar{y} dalį, kuri paaiškinama Y tiesine priklausomybe X atžvilgiu

(t. y. jų tiesine priklausomybe); y_i – stebėta reikšmė, \hat{y}_i – pagal regresijos lygtį apskaičiuota reikšmė,

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \quad n - \text{imties dydis.}$$

Hipotezės priėmimo sritis $F_{H_0} = [0, F_{1-\alpha;1;n-2})$, kritinė sritis $F_K = [F_{1-\alpha;1;n-2}; \infty)$.

1.5.5. HIPOTEZĖ APIE REGRESIJOS TIESĖS PARAMETRŲ LYGYBĘ NULIUI

Sakykime, turime porinius stebėjimus $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ ir jiems visos tiesinės regresijos prielaidos galioja [10]. Gauname $\hat{y} = b_0 + b_1 x$.

Formuluojame nulinę ir alternatyvią hipotezes:
$$\begin{cases} H_0 : b_1 = 0, \\ H_a : b_1 \neq 0. \end{cases}$$

Apskaičiuojame statistiką:

$$T = \frac{b_1}{s_{b_1}}, \quad (1.21)$$

čia $s_{b_1} = \sqrt{\frac{S_e^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$, $S_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-2}}$, e_i – prognozės paklaida, S_e – standartinė regresijos

įverčio paklaida, apibūdinanti eksperimento taškų sklaidą apie regresijos tiesę; s_x^2 yra empirinė x_1, \dots, x_n dispersija; $s_{b_1}^2$ – parametro b_1 dispersijos įvertis.

Tegul reikšmingumo lygmuo lygus α . Hipotezė H_0 atmetama, jeigu $|T| \geq t_{\alpha/2}(n-2)$; čia $t_{\alpha/2}(n-2)$ yra Stjudento skirstinio su $(n-2)$ laisvės laipsnių $\alpha/2$ lygmens kritinė reikšmė. Hipotezė H_0 neatmetama, jeigu $|T| < t_{\alpha/2}(n-2)$.

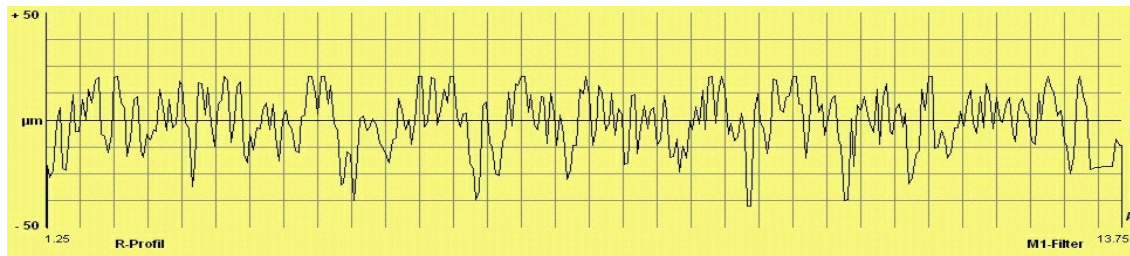
Statistinė hipotezė $H_0 : b_0 = 0$ tikrinama analogiškai hipotezei apie b_1 reikšmę ir naudojama statistika $(b_0 - \beta_0) / s_{b_0}$, čia $s_{b_0} = \sqrt{S_{b_1}^2 \cdot \bar{x}^2 + \frac{S_e^2}{n}}$.

Brūkšneliu virš kintamojo žymime vidurkį: $\bar{x} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)$, n – imties dydis

2. TRIAMOJI DALIS

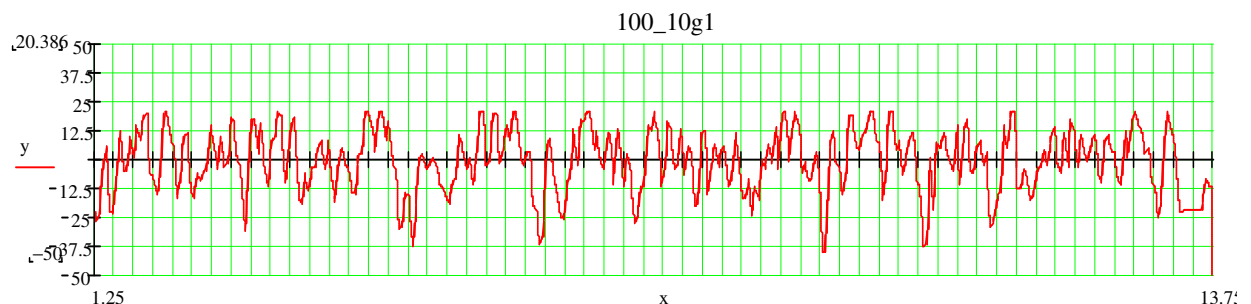
2.1. PROFILOGRAMŲ TYRIMAS

Šiame darbe buvo tiriamos realios profilogramos, gautos paviršius apdorojant 100-tojo, 40-tojo, 36-tojo ir 24-tojo numerio abrazyviniu popieriumi. (Abrazyvinio popieriaus numeris parodo 1 kvadratiname centimetre esančių dalelių skaičių). Nuo kiekvieno bandinio buvo nuimta po 8 – 10 profilogramų, atitinkančių tą patį abrazyvinio popieriaus numerį. Žemiau pateiktas profilogramos pavyzdys.



2.1 pav. Profilograma, gauta paviršių apdorojant 100-tojo numerio abrazyviniu popieriumi

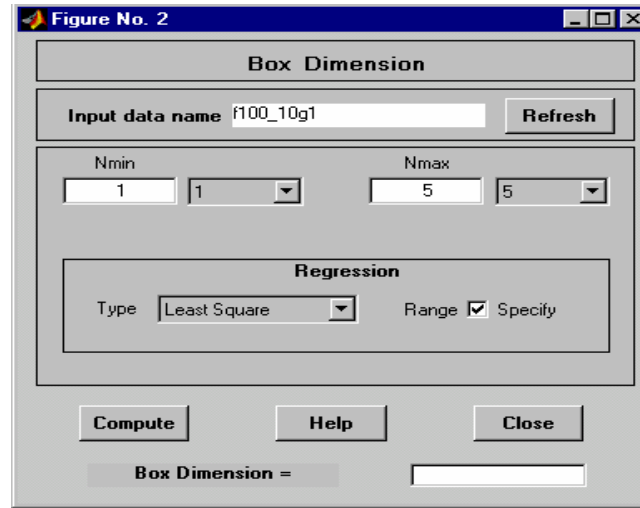
Profilogramų tyrimui reikalingos jų konkrečios reikšmės, todėl *MathCad 2000 Professional* paketu buvo sukurta programa (pateikta 1 priede), kuri nuskaitydavo paveikslėlių pavidalu pateiktas profilogramas, įvertindama kiekvieną taško spalvą ir atrinkdavo reikiamas spalvos taškus, ir po to kaip rezultatą pateikdavo jų diskrečių reikšmių vektorius. Taip buvo nagrinėjama kiekviena profilograma atskirai, siekiant iš reikšmių vektorių atmesti nereikalingas vienodos spalvos linijas. Be to diskretieji reikšmių masyvai dar kartą buvo perfiltruojami, išmetant pasikartojančias ordinačių reikšmes, esant fiksuotai abscisei. Tai reikalinga tolimesniam profilogramų tyrimui, bei tuo mačiu sumažina duomenų kiekį ir pagreitina skaičiavimus. Žemiau pateikta ta pati profilograma, kai po nuskaitymo gautos reikšmės pavaizduotos grafiškai *MathCad 2000 Professional* paketu.



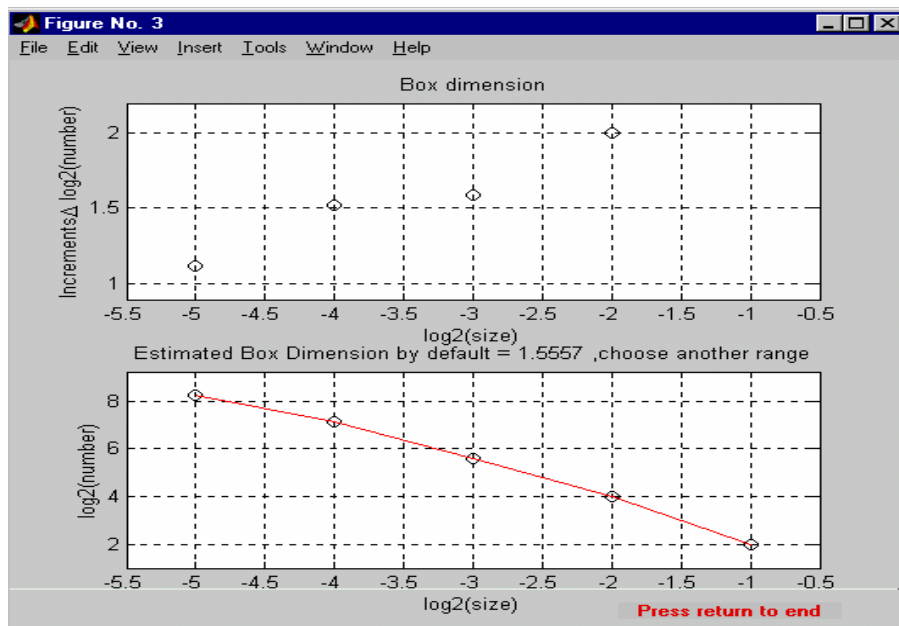
2.2 pav. Profilogramos duomenys, pavaizduoti grafiškai

Gavus profilogramų duomenis, buvo skaičiuojamos kiekvienos profilogramos – fraktalo fraktalinės langelinės dimensijos (box dimension) su *MATLAB R12* paketu sukurta *FracLab* [4] programa.

Šiai programai pradiniai duomenys yra vienmačiai duomenų masyvai, kuriuos ji traktuoja kaip signalus. Taip pat buvo kiekvienai profilogramai nustatyti tie patys skaičiavimo parametrai (2.3 pav.): langelinis (*box method*) metodas; parinkti parametrai $N_{min} = 1$; $N_{max} = 5$, kurie nusako langelio briaunos ilgį, N_{min} yra apatinė briaunos ilgio riba, N_{max} – viršutinė briaunos ilgio riba (skaičiavimai gali labai užtrukti, jei parametą N_{max} parinksime lygų 8); regresijos lygtis buvo skaičiuojama mažiausių kvadratų metodu (buvo parinkta Type: Least Square, bei parinkta Range: Specify. Paskutinysis parametras parodo kaip gaunama regresijos lygtis grafiškai). Nustačius visus parametrus, spaudžiame mygtuką Compute, tada atsiveria 2.4 pav. pavaizduotas langas.



2.3 pav. Parametrai



2.4 pav. Fraktalinės dimensijos skaičiavimas

2.4 paveiksle parodyta taškų sklaidos diagrama ($\log_2(2^{-n}), \log_2(N_n(A))$), čia n – langelio briaunos dydis, $N_n(A)$ – netuščių langelių, susikertančių su fraktalu A, skaičius.

Apskaičiavę profilogramų – fraktalų fraktalines dimensijas, gavome tokius rezultatus:

2.1 lentelė

24-tojo, 36-tojo, 60-tojo numerio abrazyvais pašiurkštintų paviršių profilogramų fraktalinės dimensijos

Profilograma	Fraktalinė dimensija	Profilograma	Fraktalinė dimensija	Profilograma	Fraktalinė dimensija
24g1_1	1,3516	36g1_1	1,4955	60g1_1	1,5367
24g1_2	1,3081	36g1_2	1,3516	60g1_2	1,5144
24g1_3	1,2558	36g1_3	1,4884	60g1_3	1,5241
24g1_4	1,3271	36g1_5	1,3696	60g1_5	1,5228
24g1_5	1,3919	36g1_6	1,4435	60g1_6	1,5583
24g1_6	1,2551	36g1_8	1,4583	60g1_8	1,5560
24g1_7	1,3417	36g1_9	1,4310	60g1_9	1,5672
24g1_8	1,2953	36g1_1_5_1	1,2635	60g1_1_5_1	1,2908
24g1_9	1,3593	36g1_1_5_3	1,1606	60g1_1_5_3	1,3488
24g1_10	1,3460	36g1_1_5_4	1,3011	60g1_1_5_4	1,322

2.2 lentelė

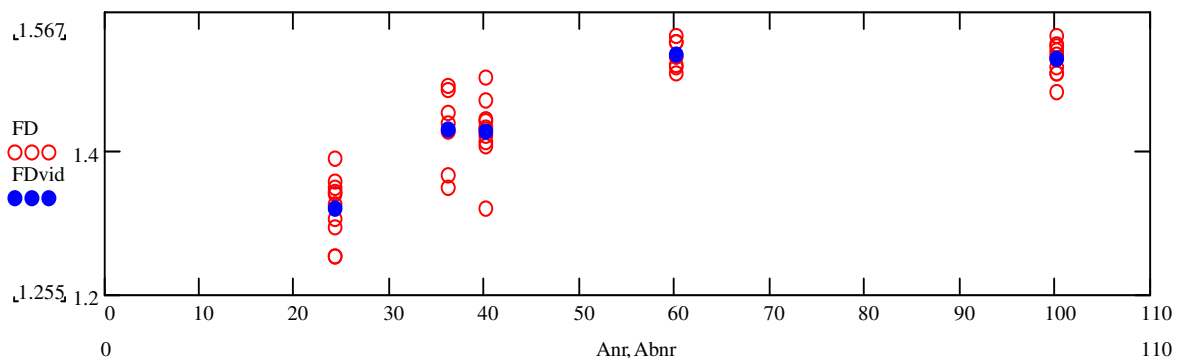
40-tojo, 100-tojo numerio abrazyvais pašiurkštintų paviršių profilogramų fraktalinės dimensijos

Profilograma	Fraktalinė dimensija	Profilograma	Fraktalinė dimensija
40g1_1	1,4449	100_1g1	1,567
40g1_2	1,4108	100_2g1	1,4862
40g1_3	1,4382	100_3g1	1,5141
40g1_4	1,4755	100_4g1	1,5215
40g1_5	1,4349	100_5g1	1,5459
40g1_6	1,5077	100_6g1	1,5147
40g1_7	1,4484	100_7g1	1,5506
40g1_8	1,4245	100_8g1	1,5386
40g1_9	1,4156	100_9g1	1,5345
40g1_10	1,3226	100_10g1	1,5557
40g1_1_5_1	1,3247		
40g1_1_5_2	1,3212		

Buvo skaičiuoti skirtingu abrazyviniu popieriumi pašiurkštintų paviršių profilogramų fraktalinių

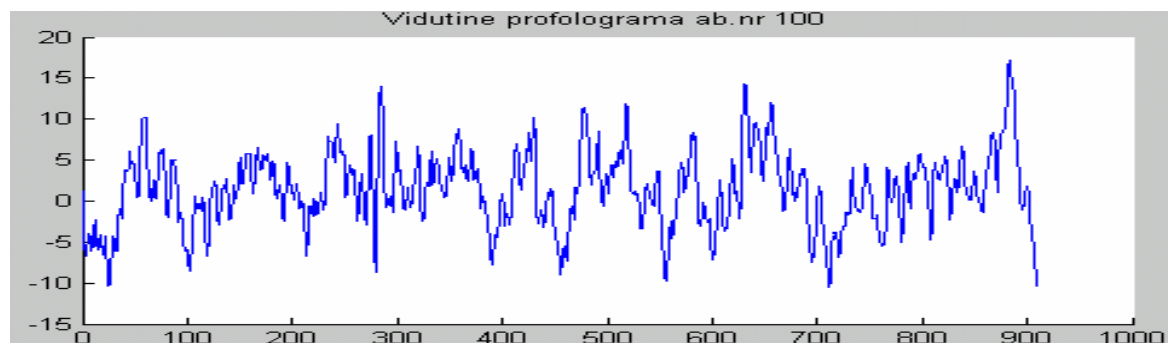
dimensijų vidurkiai, atrenkant vienodo ilgio profilogramas ((100_1g1,..., 100_10g1); (40g1_1,...,40g1_10); (24g1_1,..., 24g1_10); (36g1_1,..., 36g1_9); (60g1_1,..., 60g1_9)).

2.5 paveiksle pateiktos penkių rūšių profilogramų fraktalinės dimensijos; tuščiais rutuliukais pa-vaizduotos profilogramų, nuimtų nuo tuo pačiu abrazyviniu popieriumi apdorotų paviršių, fraktalinės dimensijos, pilnaviduriu rutuliuku – tų dimensijų vidurkiai. Horizontalioje ašyje skirtingais skaičiais pažymėti abrazyvinių popierių numeriai: 24; 36; 40; 60; 100. Iš paveikslo galime pastebėti, kad kuo šiurkštesnis abrazyvinis popierius, tuo dimensija yra mažesne (šiukščiausio abrazyvinio popieriaus fraktalinės dimensijos svyruoja nuo 1.2558 iki 1.3949, o švelniausio nuo 1.4862 iki 1.567).



2.5 pav. Fraktalinės dimensijos vidurkio abrazyvinio popieriaus numerio sąryšis

Fraktalinės dimensijos buvo skaičiuojamos ir vidutinėms profilogramoms. Gavus profilogramų duomenis, iš visų vieną abrazyvinio popieriaus numerį atitinkančių profilogramų buvo apskaičiuota ir toliau tyrimui naudojama vidutinė profilograma. Tokia vidutinė profilograma, gauta iš profilogramų, kai paviršius buvo šiurkštinamas 100-tojo numerio abrazyviniu popieriumi, pateikta 2.6 pav.



2.6 pav. Vidutinė profilograma (abrazyvinis popierius Nr. 100)

2.3 lentelėje palyginimui pateikiamos fraktalinių dimensijų reikšmės, apskaičiuotos minėtais būdais.

Profilogramų fraktalinės dimensijos

Abrazyvinio popieriaus numeris	Vidutinės profilogramos fraktalinė dimensija	Profilogramų fraktalinių dimensijų vidurkis
24	1,455	1,323
36	1,521	1,434
40	1,424	1,432
60	1,522	1,540
100	1,467	1,533

2.2. FRAKTALINĖS DIMENSIJOS SĄSAJOS SU ABRAZYVINIO POPIERIAUS NUMERIU

2.2.1. STATISTINĖS ANALIZĖS MODELIS

Paprasčiausias būdas nustatyti priklausomybę tarp duomenų, remiasi tiesinės regresijos lygties metodu. Statistinę analizę atliksime statistiniu paketu *SAS*. Statistinės analizės programa yra 3 priede.

Norėdami ištiesinti duomenis, pažymėkime $y=\ln(D)$, $x=\ln(N)$, čia D – profilogramų, nuimtų nuo tuo pačiu abrazyviniu popieriumi pašiurkštintų paviršių, fraktalinių dimensijų vidurkių duomenys; N – abrazyvinio popieriaus numeris.

Su procedūra *reg* sudarome regresijos lygtį, norėdami ištirti kaip fraktalinė dimensija priklauso nuo abrazyvinio popieriaus numerio: $y = f(x)$.

Būtina patikrinti ar ši lygtis gerai apibūdina mūsų tiriamą atvejį: tam reikalingi papildomi regresinės lygties tiesiškumo ir adekvatumo, parametrų reikšmingumo, paklaidos normalumo tyrimai.

Naudodami Fišerio statistiką, tiriame nulinę hipotezę H_0 : regresijos lygtis yra netiesinė; H_a : regresijos lygtis yra tiesinė. Be to, apibrėžiame reikšmingumo lygmenį $\alpha=0,05$, kuris apibūdina pirmos rūšies klaidos tikimybę (kad teisinga hipotezė bus atmesta).

Naudodami Stjudento statistiką, tikriname regresijos lygties parametrų β_0 ir β_1 reikšmingumą, t. y. tiriame hipotezę, ar parametrai statistiškai reikšmingai skiriasi nuo nulio. $H_0: \beta_i = 0$; $H_a: \beta_i \neq 0$, $i=1,2$.

Regresijos lygties adekvatumą tirsime taškų sklaidos grafikais, naudodami procedūrą **gplot**:

- 1) `y*y_ıvert` (priklausomas kintamasis su jo ıverčiu pagal regresijos lygtį). Taškų sklaidos diagrama turi atrodyti kaip 45° kampą su horizontaliaja ašimi sudaranti linija, tada prielaida, kad modelis yra adekvatus, patvirtinama.

- 2) paklaida*y_įvert (paklaida – skirtumas tarp priklausomojo kintamojo ir jo įverčio). Modelis korektiškas, kai taškai atsitiktinai išsidėstę apie abscisių ašį.
- 3) paklaida*x (paklaida su nepriklausomu kintamuoju). Modelis korektiškas, kai taškai atsitiktinai išsidėstę apie abscisių ašį. (2 ir 3 punktais tikriname ar kiekvienam x_i prognozės paklaidų e_i vidurkiai lygūs nuliui; visų e_i dispersijos lygios).
- 4) taikydami Kolmogorovo suderinamumo kriterijų patikriname hipotezę, ar paklaida pasiskirsčiusi pagal normalųjį skirstinį, tam naudojame *univariate* procedūrą.

Tarkime, kad regresijos modelio duomenys pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį. Atliekame statistinę analizę.

2.2.2. SAS PROGRAMOS AIŠKINIMAS

Gavome regresijos lygtį: $y = 0,10482 \cdot x$.

Pagal Fišerio statistiką ir statistikos reikšmingumo lygmenį (p -reikšmę) sprendžiame, ar gautoji regresijos lygtis yra tiesinė. Parenkame $\alpha = 0,05$ (reikšmingumo lygmuo) ir tikriname H_0 : regresija yra netiesinė; H_a : regresija yra tiesinė.

2.4 lentelė

Dispersijos analizės lentelė

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	0.01293	0.01293	15.65	0.0288
Error	3	0.00248	0.00082610		
Corrected Total	4	0.01541			

Pagal Fišerio statistiką ir p -reikšmę (2.4 lentelė) gauname, kad H_0 yra atmesta, taigi regresija yra tiesinė.

Tirdami regresijos lygties koeficientų reikšmingumą tikriname hipotezes $H_0: \beta_0 = 0$, $H_a: \beta_0 \neq 0$ ir $H_0: \beta_1 = 0$, $H_a: \beta_1 \neq 0$. Buvo apskaičiuotos Stjudento statistikos ir p -reikšmės (2.5 lentelė).

2.5 lentelė

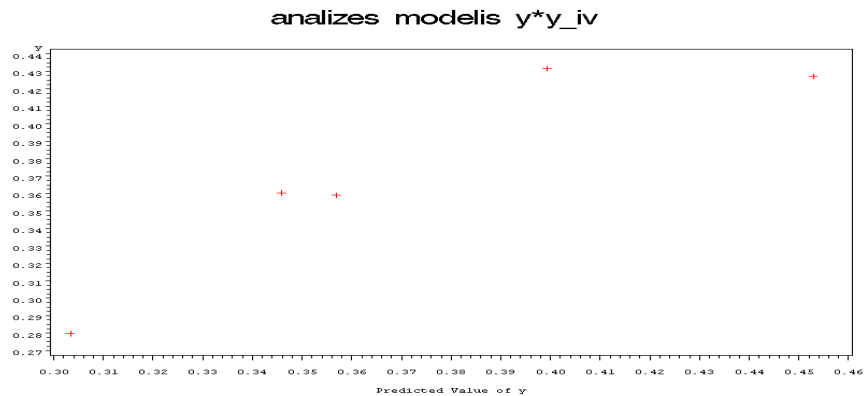
$y=f(x)$ lygties parametrų įverčiai

Parameter Estimates					
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	-0.02979	0.10230	-0.29	0.7899
x	1	0.10482	0.02650	3.96	0.0288

Statistinei analizei buvo pasirinktas reikšmingumo lygmuo $\alpha = 0,05$, ir gauta, kad parametras β_0 statistiškai nesiskiria nuo nulio, nes p -reikšmė=0,7899 yra didesnė už pasirinktą reikšmingumo lygmenį, todėl nulinė hipotezė neatmetama. Parametras β_1 su pasirinktu reikšmingumo lygmeniu statistiškai skiriasi nuo nulio.

Tikrinsime gautos tiesinės regresijos lygties korektiškumą:

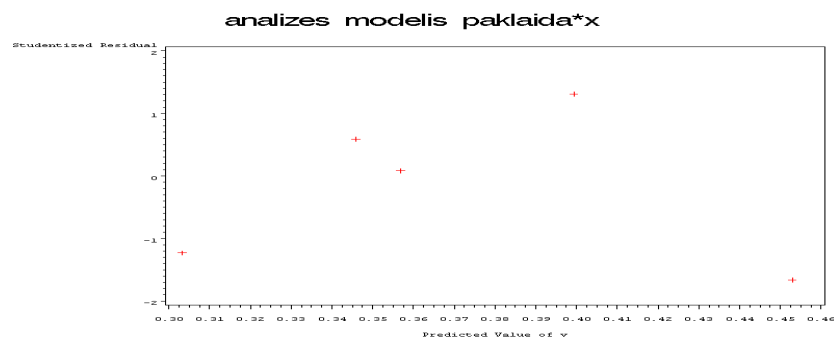
1. Sudarome taškų sklaidos diagramą tarp stebėtų reikšmių ir prognozuojamų pagal regresijos lygtį reikšmių (2.7 pav.):



2.7 pav. Analizės modelis y*y_ivvertis

Duomenų kiekis nėra didelis, todėl tikslios išvados padaryti neįmanoma, bet iš gautos taškų sklaidos diagramos, galime spręsti, kad modelis yra korektiškas, nes gautieji taškai beveik išsidėstę 45° laipsnių tiesėje.

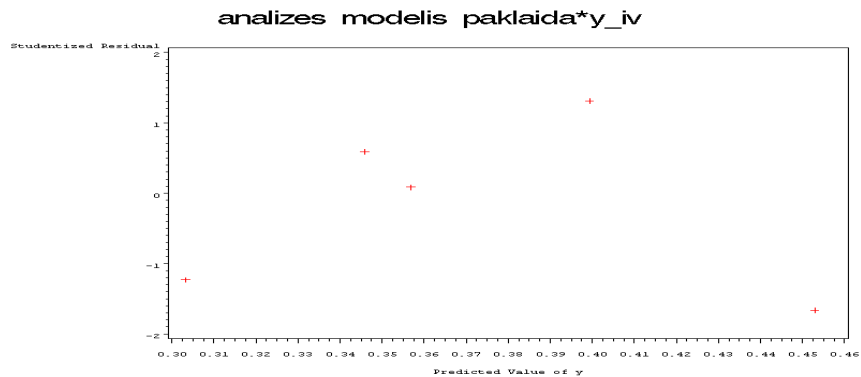
2. Sudarome taškų sklaidos diagramą tarp prognozės paklaidų ir reikšmių, gautų pagal regresijos lygtį (2.8 pav.).



2.8 pav. Analizės modelis paklaida*y_ivvertis

Gavome, kad taškai išsidėstę apie abscisių ašį beveik vienoda sklaida, t.y. dispersija pastovi, taigi modelis yra korektiškas.

3. sudarome taškų sklaidos diagramą tarp gautų prognozės paklaidų ir nepriklausomojo kintamojo (2.9 pav.).



2.9 pav. Analizės modelis paklaida*x

Gavome, kad taškai išsidėstę apie abscisių ašį beveik vienoda sklaida, t. y. dispersija pastovi, taigi modelis yra korektiškas.

4. tikriname ar prognozės paklaida pasiskirsčiusi pagal normalųjį skirstinį:

2.6 lentelė

Paklaidos normalusis skirstinys

Tests for Normality				
Test		Statistic		p Value
Shapiro-Wilk	W	0.943009	Pr < W	0.6873
Kolmogorov-Smirnov	D	0.200548	Pr > D	>0.1500
Cramer-von Mises	W-Sq	0.035612	Pr > W-Sq	>0.2500
Anderson-Darling	A-Sq	0.22705	Pr > A-Sq	>0.2500

Kolmogorovo statistika ir p -reikšmė (2.6 lentelė), parodo, kad suderinamumo hipotezė neatmes-ta, duomenys pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį.

Korektiškumo sąlyga reikalauja, kad vidurkis būtų lygus nuliui, o dispersija- konstanta. Tikrina-me hipotezę apie prognozės paklaidos normaliojo skirstinio vidurkį: $H_0 : \mu = 0; H_a : \mu \neq 0$.

2.7 lentelė

Paklaidos normaliojo skirstinio parametra

Parameters for Normal Distribution		
Parameter	Symbol	Estimate
Mean	Mu	-0.18266
Std Dev	Sigma	1.243562

Tests for Location: Mu0=0				
Test	Statistic		p Value	
Student's t	t	-0.32844	Pr > t	0.7591
Sign	M	0.5	Pr >= M	1.0000
Signed Rank	S	-0.5	Pr >= S	1.0000

Paskutinis kriterijus neatitinka korektiškumo sąlygų bet, kadangi mes turime mažai duomenų, o kiti kriterijai nelabai prieštaravo modeliui, galime teigti, kad gautasis modelis yra korektiškas.

Gauname fraktalinių dimensijų vidurkių sąsają su abrazyvinio popieriaus numeriu:

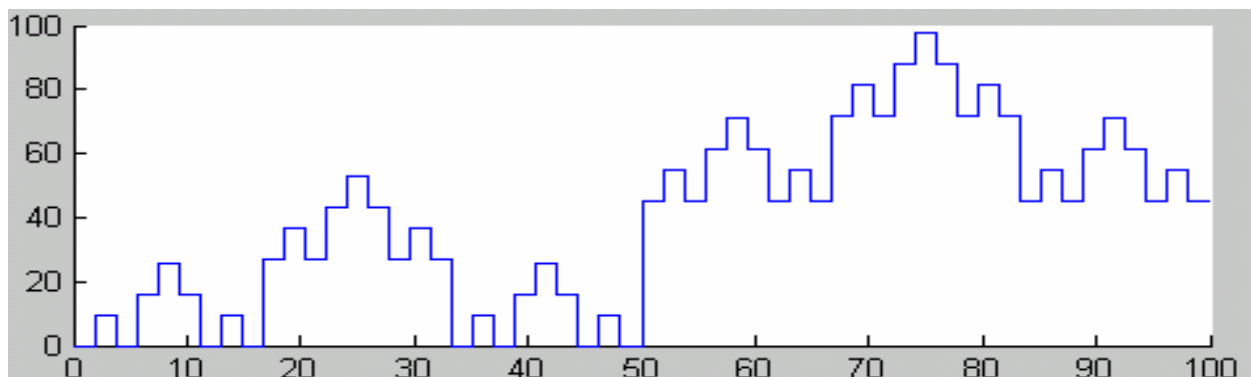
$$D = N^{0,10482} \quad (2.1)$$

2.3. MODELIAVIMAS

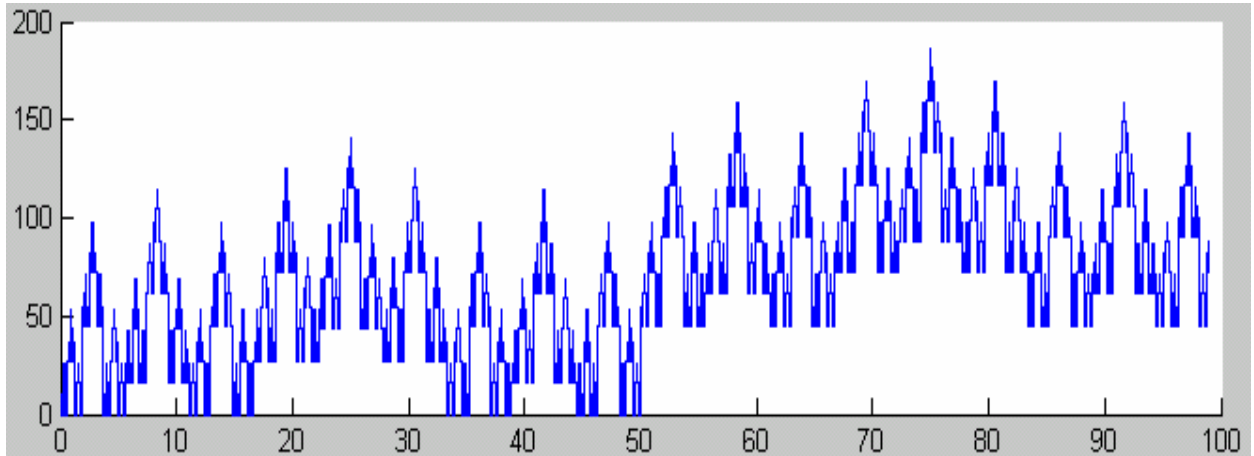
Profilogramas modeliuojame sukurtu metodu, aprašytu 1.3 skyriuje. Modeliavimo vykdymui programavimo kalba *MALTA B R12* buvo sudaryta programa, sukurianti profilogramą *profilogramam*. Modeliavimo vykdymui reikia įvesti parametrus: l_0 – profilio pradinio stačiakampio plotis ; h_0 – profilio pradinio stačiakampio aukštis ; K – algoritmo (1.8) panašumo konstanta ($K = \beta$), tenkinanti nelygybę $\frac{1}{2} < \beta < 1$; *ilgis* – profilogramos ilgis; *gylis*, kuris nusako kokio gylio (lygio) profilogramą-fraktalą modeliuosime. Parametrų l_i , h_i , *ilgis* matmenys yra 10^{-6} eilės.

Šiame darbe buvo pasirinktos tokios reikšmės: algoritmo (1.7) panašumo konstanta $\alpha = \frac{1}{3}$; profilogramos pradžios taškas $(x, y) = (0,0)$.

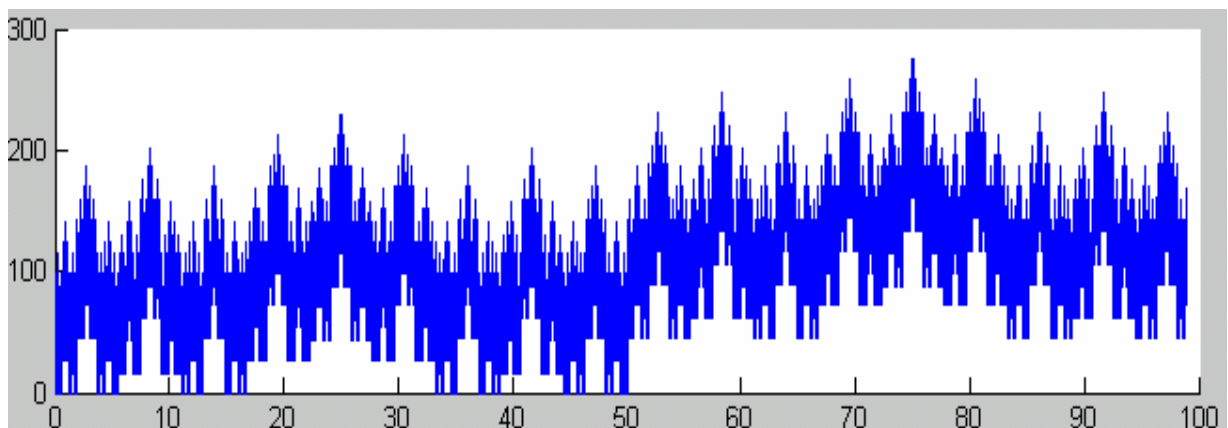
Pateiksime keletą modeliavimo pavyzdžių, keičiant tik parametą *gylis* (2.10 pav., 2.11 pav., 2.12 pav.), kitus parametrus parenksime tokius: $l_0 = 50 \mu\text{m}$; $h_0 = 45 \mu\text{m}$; $K = 0,6$; *ilgis* = 99 μm .



2.10 pav. Sumodeliuotas fraktalas, kai *gylis* = 1



2.11 pav. Sumodeliuotas fraktalas, kai *gylis* = 2



2.12 pav. Sumodeliuotas fraktalas, kai *gylis* = 3

Atkreipsime dėmesį, kad šiame pavyzdyje didinant parametą *gylis* labai smarkiai išauga sumodeliuotos profilogramos taškų skaičius, bei modeliavimo trukmė (būtina sugeneruoti du vienodo ilgio taškų masyvus), todėl *gylis* reikšmė 3 pasirinktas kaip baigtinė šio parametro reikšmė, nors teoriškai šis parametras nėra ribojamas.

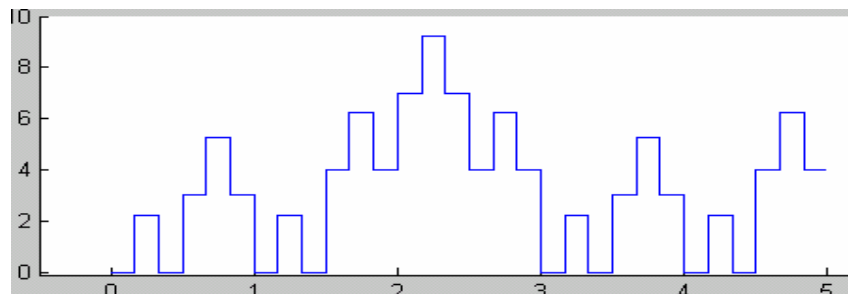
Buvo sudarytos programos *Pavirsius.m* ir *PavirsiausPlotas.m*, kurios atitinkamai sumodeliuoja paviršių, bei apskaičiuoja paviršiaus plotą. Pradiniai duomenys šioms programoms yra *profilograma.m* sukurta profilograma, be to įvedamas naujas parametras *plotis* – tai modeliuojamo paviršiaus plotis.

Įvedamo parametro *plotis* matmenys yra 10^{-6} eilės, gauto ploto matmenys yra 10^{-12} eilės.

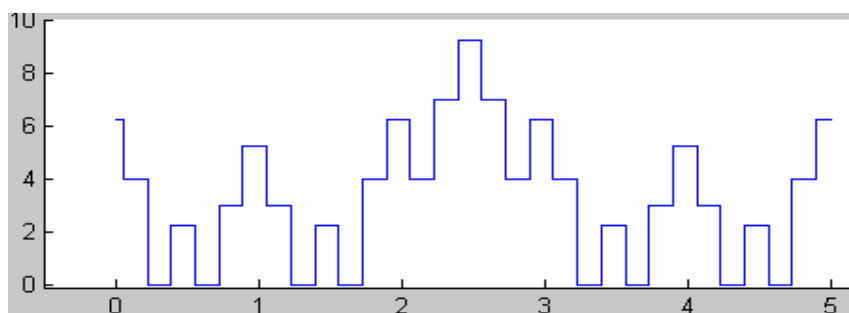
Paviršius modeliuojamas tokiu principu: sumodeliuojama pradinė profilograma, bei atsitiktinis dydis – profilogramos plotis, toliau kitos profilogramos modeliuojamos su tokiais pačiais parametrais,

kaip ir pradinė profilograma, bet skiriasi profilogramų pločiai, nes jie yra atsitiktiniai dydžiai, bei profilogramų pradžios taškai, taigi jos yra perstumtos viena kitos atžvilgiu. Profilogramų skaičius sumodeliuotame paviršiuje nėra pasirenkamas, jis yra atsitiktinis. Visi duomenys apie paviršių pateikiami matricoje A, kurios struktūra yra tokia: $A_{j,1}$ – j -tosios profilogramos x koordinatės; $A_{j,2}$ – j -tosios profilogramos y koordinatės; $A_{j,3}$ – j -tosios profilogramos plotis (atsitiktinis dydis).

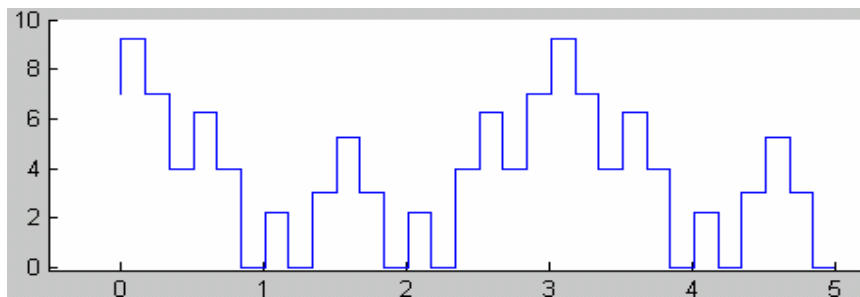
Pateiksime modeliavimo pavyzdį, kai paviršius modeliuojamas su tokiais parametrais: $l_0 = 1,5$ μm ; $h_0 = 4$ μm ; $K = 0,75$; $ilgis = 5$ μm ; $gylis = 1$; $plotis = 0,1$ μm . Gauname paviršių, sumodeliuotą iš 23 profilogramų (profilogramų skaičius kinta, kiekvieną kartą modeliuojant su tais pačiais parametrais). Vieną profilogramą sudaro du vienodo ilgio masyvai. Kaip skiriasi sumodeliuotos profilogramos, galima pamatyti iš pirmų trijų sumodeliuotų profilogramų: 2.13 pav., 2.14 pav., 2.15 pav.



2.13 pav. 1-oji paviršiaus profilograma



2.14 pav. 2-oji paviršiaus profilograma



2.15 pav. 3-oji paviršiaus profilograma

Pagrindinis mūsų tyrimo tikslas – nustatyti, profilogramos fraktalinės dimensijos ir paviršiaus ploto priklausomybę. Nagrinėkime profilogramas, kai parametras $gylis = 1$. Aukštesnio gylio (lygio) fraktalai netinka, nes tuomet sumodeliuotų profilogramų fraktalinės dimensijos per didelės, lyginant su pradiniais duomenimis (2.9 lentelė, ..., 2.13 lentelė). Parenkame vienodus modeliuojamų profilogramų ilgius. Atsižvelgdami į pradinis duomenis parenkame parametą $ilgis = 12,5 \mu\text{m}$, $plotis = 2 \mu\text{m}$. Visi kiti parametrai bus keičiami.

Kad nustatytume fraktalinės dimensijos ir paviršiaus ploto priklausomybę, modeliuosime po kelias profilogramas-fraktalus kiekvienam abrazyvinio popieriaus numeriui. Grupavimo parametru pasirinkime l_0 . Kadangi abrazyvinio popieriaus numeris parodo vienam kvadratiniam centimetre esančių dalelių skaičių, tai natūralu manyti, kad didėjant abrazyvinio popieriaus numeriui turi tankėti ir mūsų modeliuojama profilograma-fraktalas, todėl grupavimo parametru ir pasirinkome l_0 . Nuspėti kokie parametrai įtakoja fraktalinės dimensijos dydį labai sunku. Kartais parinkus visiškai skirtingus parametrus galime gauti vienodas fraktalines dimensijas, o kartais tik mažai pakeitus vieną iš parametru labai pakinta fraktalinės dimensijos dydis. Modeliuodami profilogramas parametrus parinkome tokius, kad fraktalinės dimensijos būtų kuo artimesnės fraktalinėms dimensijoms, gautoms iš pradinių duomenų.

Skaičiuojant fraktalines dimensijas su programa *FracLab* [4] jos pradiniai parametrai parenkami tokie patys, kaip ir 2.1 skyriuje.

Sumodeliavome kiekvienam abrazyvinio popieriaus numeriui (100; 60; 40; 36; 24) profilogramas (2.8 lentelė, 2.9 lentelė, 2.10 lentelė, 2.11 lentelė, 2.12 lentelė), apskaičiavome gautų profilogramų-fraktalų atitinkančių kiekvieną abrazyvo numerio fraktalinių dimensijų vidurkius. Parametrai parinkti tokie: $ilgis = 12,5 \mu\text{m}$, $gylis = 1$.

2.8 lentelė

Profilogramos-fraktalai 24-tojo numerio abrazyvui

$l_0, \mu\text{m}$	5	5	5
$h_0, \mu\text{m}$	5	10	15
K	0,55	0,72	0,85
FD	1,2455	1,2725	1,2639
$Plotas, \mu\text{m}^2$	197,895	639,025	1382,9

2.9 lentelė

Profilogramos-fraktalai 36-tojo numerio abrazyvui

$l_0, \mu\text{m}$	3	3	3
$h_0, \mu\text{m}$	5	20	3
K	0,55	0,7	0,67
FD	1,3571	1,3828	1,3828
$Plotas, \mu\text{m}^2$	313,2495	1945,4	286,4612

2.10 lentelė

Profilogramos-fraktalai 40-tojo numerio abrazyvui

$l_0, \mu\text{m}$	2,5	2,5	2,5
$h_0, \mu\text{m}$	0,6	15	20
K	0,51	0,55	0,8
FD	1,3773	1,3844	1,3854
$Plotas, \mu\text{m}^2$	60,9354	1061,9	3157,3

Profilogramos-fraktalai 60-tojo numerio abrazyvui

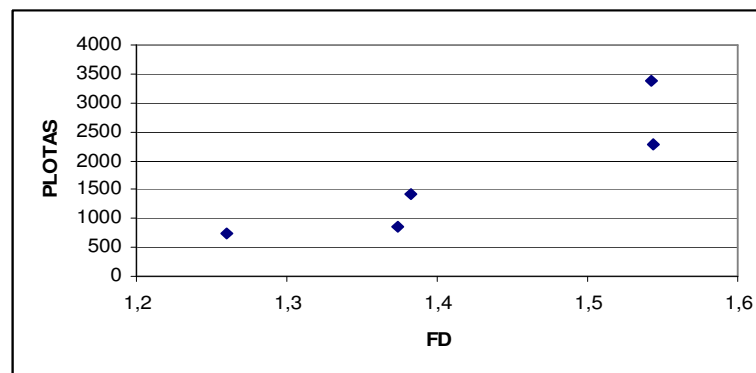
$l_0, \mu\text{m}$	1,5	1,5	1,5
$h_0, \mu\text{m}$	7	20	10
K	0,66	0,73	0,6
FD	1,5423	1,5447	1,5442
$Plotas, \mu\text{m}^2$	1204,7	4247,1	1400,3

2.12 lentelė

Profilogramos-fraktalai 100-tojo numerio abrazyvui

$l_0, \mu\text{m}$	1	1	1
$h_0, \mu\text{m}$	25	18	7
K	0,55	0,6	0,7
FD	1,5408	1,5442	1,5447
$Plotas, \mu\text{m}^2$	4345,1	3738,9	2041,0

2.16 paveiksle parodyta, kaip priklauso paviršių plotų vidurkis nuo sumodeliuotų profilogramų fraktalinių dimensijų vidurkių kiekvienam abrazyvinio popieriaus numeriui.



2.16 pav. Fraktalinės dimensijos vidurkių ir paviršiaus ploto sąryšis

Surasime sąryšį 2.16 paveiksle pateiktai taškų sklaidos diagramai.

2.4. FRAKTALINĖS DIMENSIJOS SAŠAJA SU PAVIRŠIAUS PLOTU

Statistinę analizę atliksime statistiniu paketu SAS. Programa SAS aplinkoje yra 3 priede.

Tarkime, kad duomenys pasiskirstę pagal normalųjį skirstinį. Atliekame statistinę analizę.

Iš taškų skaidos diagramos (2.16 pav.) matome, kad duomenys neišsidėstę apie tiesę, priklausomybė labiau panaši į laipsninę: $S = b_0(D)^{b_1}$, čia S yra sumodeliuoto paviršiaus plotas, D – profilogramos fraktalinė dimensija.

Norėdami ištiesinti duomenis, pažymėkime $y = \ln(S)$, $x = \ln(D)$. Su procedūra *reg* sudarome regresijos lygtį, norėdami iširti kaip paviršiaus plotas priklauso nuo fraktalinės dimensijos: $y = \beta_0 + \beta_1 x$.

Parenkame reikšmingumo lygmenį $\alpha = 0,05$ ir tikriname hipotezę H_0 : „Regresija yra netiesinė“, H_a : „Regresija yra tiesinė“. Iš dispersijos analizės lentelės (2.13 lentelė) išplaukia, kad hipotezė H_0 yra atmetama, nes $p\text{-value} < \alpha$ ($\alpha = 0,05$), taigi nagrinėjama regresija yra tiesinė.

2.13 lentelė

Dispersijos analizės lentelė

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	1	1.42891	1.42891	18.61	0.0229
Error	3	0.23034	0.07678		
Corrected Total	4	1.65925			

Regresijos lygties parametrų įverčiai pateikti 2.14 lentelėje.

2.14 lentelė

Regresinės lygties $y=f(x)$ koeficientai

Parameter Estimates					
Variable	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	1	4.88359	0.57235	8.53	0.0034
x	1	6.92221	1.60459	4.31	0.02

Parenkame reikšmingumo lygmenį $\alpha = 0,05$ ir tikriname hipotezes: $H_0: \beta_0 = 0$ ($H_a: \beta_0 \neq 0$) ir $H_0: \beta_1 = 0$; ($H_a: \beta_1 \neq 0$). Abi nulinės hipotezės yra atmetamos, nes p -reikšmė (2.14 lentelė) yra mažesnė už pasirinktą reikšmingumo lygmenį, taigi regresijos lygties parametrai yra reikšmingi.

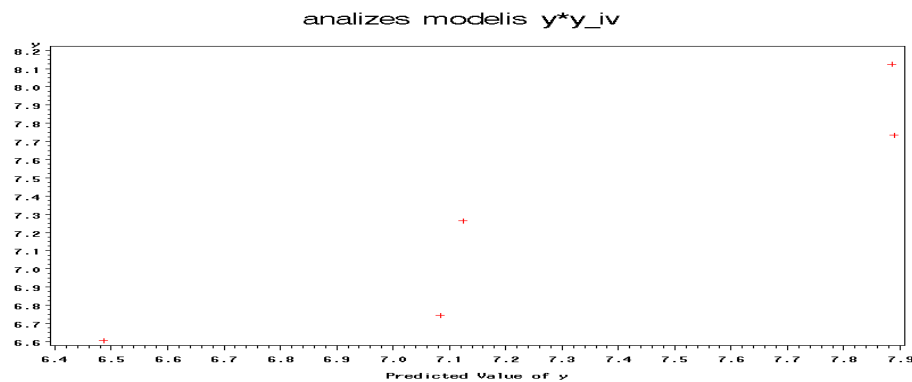
Toliau tirsime gautos tiesinės regresijos lygties korektiškumą. Regresijos lygties adekvatumą tirsime taškų sklaidos grafikais, naudodami procedūrą *gplot*:

1) $y * y_ivert$ (priklausomas kintamasis su jo įverčiu pagal regresijos lygtį) taškų sklaidos diagrama 2.17 paveiksle;

2) $paklaida * y_ivert$ (paklaida – skirtumas tarp priklausomojo kintamojo ir jo įverčio) taškų sklaidos diagrama 2.18 paveiksle;

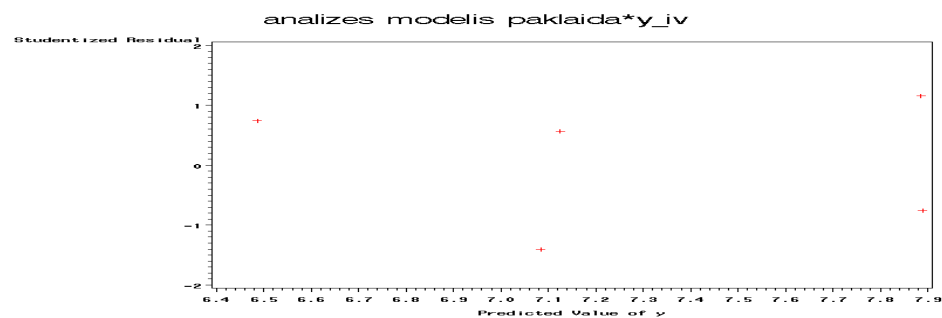
3) $paklaida * x$ (paklaida su nepriklausomu kintamuoju) taškų sklaidos diagrama 2.19 paveiksle;

4) Kolmogorovo suderinamumo kriterijumi patikrinam hipotezę, kad paklaida pasiskirsčiusi pagal normalųjį skirstinį, tam naudosime *univariate* procedūrą.



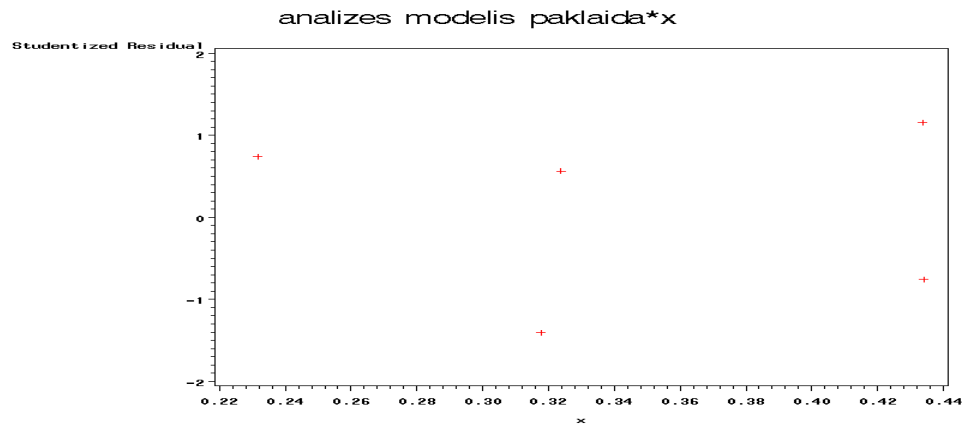
2.17 pav. Analizės modelis $y * y_ivert$

Iš gautos taškų sklaidos diagramos (2.17 pav.) galime teigti, kad modelis nevai korektiškas, nes taškai neišsidėstę 45° tiesėje, o apie ją. Bet tyrimui turėdami mažai duomenų, galime sakyti, kad šis kriterijus beveik tenkina korektiškumo sąlygą.



2.18 pav. Analizės modelis $paklaida * y_ivert$

2.18 paveiksle matome, kad taškai išsidėstę beveik vienoda sklaida apie abscisių ašį, tai dispersija yra pastovi. Galime teigti, kad modelis yra korektiškas.



2.19 pav. Analizės modelis paklaida*x

2.19 paveiksle matome, kad taškai išsidėstę beveik vienoda sklaida apie abscisių ašį, tai dispersija yra pastovi. Galime teigti, kad modelis yra korektiškas.

2.15 lentelė

Paklaidos normalumo tikrinimas

Tests for Normality				
Test	Statistic		p Value	
Shapiro-Wilk	W	0.899901	Pr < W	0.4093
Kolmogorov-Smirnov	D	0.278811	Pr > D	>0.1500
Cramer-von Mises	W-Sq	0.058533	Pr > W-Sq	>0.2500
Anderson-Darling	A-Sq	0.330263	Pr > A-Sq	>0.2500

Iš 2.15 lentelėje pateiktos Kolmogorovo statistikos reikšmės bei p -reikšmės matome, kad suderinamumo hipotezė yra atmetama. Šis kriterijus neatitinka korektiškumo sąlygų, bet kadangi imtis yra maža, tai atsižvelgę į kitus kriterijus galime teigti, kad modelis yra korektiškas.

Gavome regresijos lygtį $y = 4,88359 + 6,92221x$.

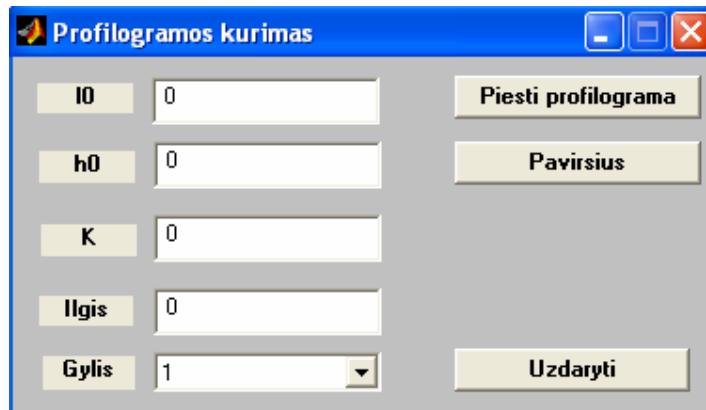
Ieškomoji priklausomybė $S=f(D)$ gauta tokia:

$$S = 132,1 \cdot D^{6,92221} . \quad (2.2)$$

Čia S - sumodeliuoto paviršiaus plotas; D - sumodeliuotos profilogramos fraktalinė dimensija.

3. PROGRAMINĖ REALIZACIJA IR INSTRUKCIJA VARTOTOJUI

Vartotojo patogumui programos Profilograma.m, Pavirsius.m ir PavirsiausPlotas.m apjungtos į vieną projektą Diplominis darbas, sukurtą programinio paketo MATLAB R12 pagalba. Projektui sukurta programos meniu langai. Atsidarius paketo MATLAB R12 pagrindinį langą, skiltyje Current Directory reikia nurodyti kelią į aplanką Programos ir į komandinę eilutę įvedus komandą Diplominis-Darbas atsiveria pirmas meniu langas, skirtas profilogramos modeliavimui. 3.1 paveiksle patektas pradinis programos meniu langas.



3.1 pav. Profilogramos programos meniu langas

Profilogramos programos meniu lange nurodytu parametrai, kuriuos turi įvesti vartotojas, norėdamas sumodeliuoti profilogramą pagal 1.3 skyriuje pateiktą algoritimą, arba sumodeliuoti paviršių ir apskaičiuoti jo plotą. Įvedimo laukams yra parinkta duomenų kontrolė. Pažeidus apribojimus, pasirodo išspėjamas pranešimas. Neįvedus teisingai laukų, skaičiavimai bus neįmanomi.

Profilogramos programos meniu lango duomenų kontrolė :

l_i – Kantoro profilio i -tojo stačiakampio plotis gali būti parinktas iš intervalo $(0, 100)$ ir negali būti didesnis, nei parametras $ilgis$, parinktas skaičius gali būti ir realusis skaičius, sveika dalis atskiriama tašku;

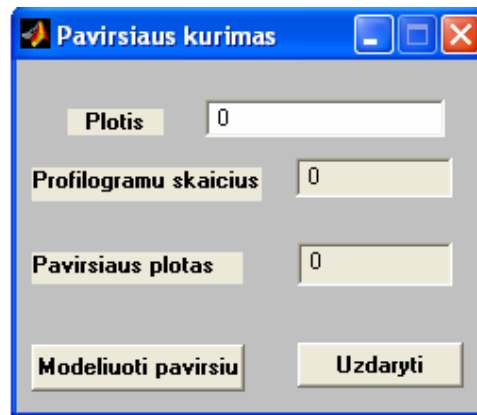
h_i – Kantoro profilio i -tojo stačiakampio aukštis gali būti parinktas didesnis už 0 ir mažesnis už 50, parinktas skaičius gali būti ir realusis skaičius, sveika dalis atskiriama tašku;

K – algoritmo (1.8) panašumo konstanta ($K = \beta$) turi tenkinti nelygybę $\frac{1}{2} < \beta < 1$, konstantos sveika dalis atskiriama tašku;

$ilgis$ – profilogramos ilgis gali būti parinktas iš intervalo $(l_0, 100)$, parinktas skaičius gali būti ir realus skaičius, sveika dalis atskiriama tašku; parametras $gylis$ turi būti sveikas skaičius ir pasirenkamas iš pateikto sąrašo.

Parametrų l_i , h_i , $ilgis$, $plotis$ matmenys yra 10^{-6} eilės, o gaunama reikšmė $plotas$ yra 10^{-12} .

Visus parametrus suvedus teisingai ir paspaudus mygtuką *Piesti profilograma* matysime grafinį profilogramos vaizdą. Paspaudus mygtuką *Pavirsiaus* atsiras paviršiaus programos meniu langas (3.2 pav.). Paviršius bus modeliuojamas pagal pasirinktą profilogramą, kurios parametrus vartotojas nurodo profilogramos meniu lange.



3.2 pav. Paviršiaus programos meniu langas

Paviršiaus profilogramos meniu lange reikia įvesti parametą *plotis*. Šiam kintamajam įvesti apribojimai: jis turi būti didesnis už 0 ir mažesnis už 10. Šiuo parametru nusistatome modeliuojamo paviršiaus plotį. Paviršiaus profilogramos meniu lange paspaudus mygtuką *Modeliuoti pavirsiu* bus modeliuojamas paviršius ir skaičiuojamas jo plotas. Atlikus skaičiavimus rezultatai atsiras laukeliuose, pavadintuose *Profilogramu skaicius*, kuris nurodo iš kiek profilogramų buvo sumodeliuotas paviršius, ir *Plotas*, kuris parodo sumodeliuoto paviršiaus plotą.

Paspaudus mygtuką *uzdaryti* bus uždaromas meniu langas.

Projektas *Diplominis darbas* savyje turi apjungęs tokias funkcijas :

ProfParams.m – profilogramos programos meniu lango funkcija;

PavParams.m – paviršiaus programos meniu lango funkcija;

ProfParams.fig – profilogramos meniu lango paveikslas;

PavParams.fig – paviršiaus meniu lango paveikslas;

PiestiProfilograma.m – profilogramos piešimo funkcija;

Profilograma.m – profilogramos modeliavimo funkcija;

PavirsiausPlotas.m – paviršiaus ploto skaičavimo funkcija;

Pavirsiaus.m – paviršiaus modeliavimo funkcija;

Modelis.m, Dalis.m, Tracdalis.m, Devintadalis.m – fraktalo – profilogramos modeliavimo funkcijos.

Programų tekstai pateiktas 2 priede.

IŠVADOS

Šiame darbe buvo sukurtos programinės priemonės, skirtos profilogramoms diskretizuoti. Skaitmeniškai apdorojus pradinius duomenis - skirtingais abrazyviniais popieriais pašiurkštintų paviršių profilogramų paveikslus, dviem būdais apskaičiuotos profilogramų fraktalinės dimensijos. Vienu būdu fraktalinė dimensija gauta kaip profilogramų fraktalinių dimensijų vidurkis. Kitu būdu ji gauta kaip suvidurkintos profilogramos fraktalinė dimensija.

Nustatėme fraktalinės dimensijos priklausomybę nuo abrazyvinio popieriaus numerio:

$$D = N^{0,10482} .$$

Ištyrėme, kad kuo šiurkštesnis abrazyvinis popierius, tuo fraktalinė dimensija yra mažesnė.

Darbe pasiūlytas pašiurkštinto paviršiaus profilogramos modelis bei sukurtos programinės priemonės, skirtos modeliuoti profilogramas-fraktalus, jas atitinkančius paviršius bei tų paviršių plotams skaičiuoti.

Buvo iširtos sumodeliuotų profilogramų fraktalinės dimensijos. Surasta paviršiaus ploto priklausomybę nuo fraktalinės dimensijos:

$$S = 132,1 \cdot D^{6,92221} .$$

LITERATŪRA

1. Хусу, А. П.; Витенберг, Ю. Р.; Пальмов, В. А. Шероховатость поверхностей: теоретико-вероятностный подход. Москва, 1975. 343 p.
2. Федер, Енс. Фракталы. Москва, 1991. 254 p. ISBN 5-03-001712-7
3. Valantinas, Jonas. Fraktalinė geometrija: vadovėlis. Kaunas, 1999. 186 p. ISBN 9986-13-705-5
4. Prieiga per internetą: <<http://fractales.inria.fr>>
5. Prieiga per internetą: <http://www.weihenstephan.de/ane/dimensions/subsection3_4_1.html>
6. Rebecca J. Elliot. Learning SAS in the computer lab: United States of Amerika. An International Thomson Publishing Company, 1995. 180 p.
7. Prieiga per internetą: <<http://v8doc.sas.com>>
8. Prieiga per internetą: <<http://fmf.ktu.lt/janil/stat1.htm>>
9. Vydas Čekanavičius; Gediminas Murauskas. Statistika ir jos taikymai I. Vilnius, 2000. 239 p. ISBN 9986-546-93-1
10. Vydas Čekanavičius; Gediminas Murauskas. Statistika ir jos taikymai II. Vilnius, 2002. 272 p. ISBN 9955-491-16-7

1. PRIEDAS

Mathcad 2000 profesional programų tekstai

Programos, skirtos profilogramų diskretizavimui, tekstas:

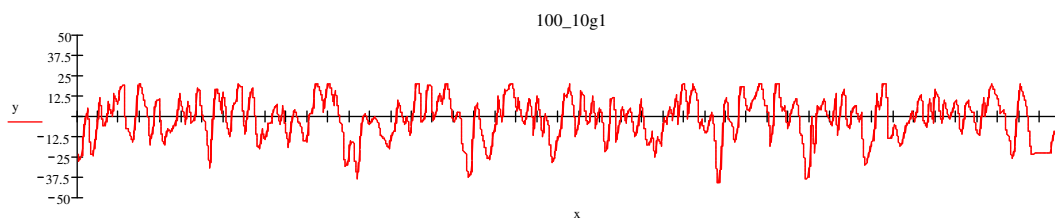
```

ORIGIN:= 1
N := READ_BLUE("C:\Documents and Settings\Jolita\My Documents\MAGISTRINIS\Paveiksleliai\100_15g1\100_10g1.jpg")
programa(N) :=
  i ← 0
  j ← 0
  m ← 0
  for i ∈ 35..954
    for j ∈ 6..239
      if Nj,i = 0 ∧ j ≠ 125
        m ← m + 1
        
$$Y_m \leftarrow \frac{(122.5 - j) \cdot 50}{116.5}$$

        
$$X_m \leftarrow \frac{(i - 35) \cdot 12.5}{919} + 1.25$$

        U1 ← Y
        U2 ← X
        U
  programa(N) =  $\begin{pmatrix} \{7965,1\} \\ \{7965,1\} \end{pmatrix}$ 
x := programa(N)2
y := programa(N)1

```



Toliau filtruojamos nereikalingos reikšmės su *Matlab* programiniu paketu.

2. PRIEDAS

MATLAB R12 programų tekstai

Diskretizuotų duomenų paruošimas FracLab programai:

ruosimas.m

```
y = textread('24g1_10_y.txt','%f');
x= textread('24g1_10_x.txt','%f');
[x,y]=filtras(x,y);
fid = fopen('24g1_10.txt','w');
fprintf(fid,'%12.20f\n',y);
fclose(fid);
```

filtras.m

```
function [X,Y]=filtras(x,y)
s=0;
i=1;
m=numel(x);
while i<m
    t=0;
    j=0;
    a=x(i);
    b=y(i);

    if x(i)==x(i+1)
        t=1;
    end

    while t==1
        j=j+1;
        if (i+j+1>=m)|(x(i+j+1)~=a)
            t=0;
        end
    end

    if t==0
        s=s+1;
        X(s,1)=a;
        Y(s,1)=b;
    end
    i=i+j+1;
end
```

Projekto *Diplominis darbas* tekstas:

DiplominisDarbas.m

ProfParams

ProfParams.m

```

function varargout = ProfParams(varargin)

if nargin == 0
    fig = openfig(mfilename,'reuse');

    % Generate a structure of handles to pass to callbacks, and store it.
    handles = guihandles(fig);
    guidata(fig, handles);

    if nargout > 0
        varargout{1} = fig;
    end
elseif ischar(varargin{1})
    try
        [varargout{1:nargout}] = feval(varargin{:}); % FEVAL switchyard
    catch
        disp(lasterr);
    end
end

% -----
function varargout = UzdarytiButton_Callback(h, eventdata, handles, varargin)
close(handles.figure1);

function [valid, handles] = ValidateParameters(handles)
valid=1;
val_str = get(handles.l0Edit,'String');
val_num = str2num(val_str);
val_size = (size(val_num,1)~=1) | (size(val_num,2)~=1);
handles.l0 = val_num;
if(val_size | (val_num(1)<=0) | (val_num(1)>=100))
    errorlg('Nurodykite lo tarp 0 ir 100','Klaida');
    valid = 0;
end;

val_str = get(handles.h0Edit,'String');
val_num = str2num(val_str);
val_size = (size(val_num,1)~=1) | (size(val_num,2)~=1);
if(val_size | (val_num(1)<=0) | (val_num(1)>=50))
    errorlg('Nurodykite ho tarp 0 ir 50','Klaida');
    valid = 0;
else
    handles.h0 = val_num;
end;

val_str = get(handles.KEdit,'String');
val_num = str2num(val_str);
val_size = (size(val_num,1)~=1) | (size(val_num,2)~=1);
if(val_size | (val_num(1)<=0.5) | (val_num(1)>=1.0))

```

```

errordlg('Nurodykite K tarp 0.5 ir 1.0','Klaida');
valid = 0;
else
    handles.K = val_num;
end;

val_str = get(handles.IlgisEdit,'String');
val_num = str2num(val_str);
val_size = (size(val_num,1)~=1) | (size(val_num,2)~=1);

if(val_size | (val_num(1)<handles.l0) | (val_num(1)>=100))
    errordlg('Nurodykite ilgi tarp lo ir 100','Klaida');
    valid = 0;
else
    handles.Ilgis = val_num;
end;
handles.Gylis = get(handles.GylisMenu,'Value');
% -----
function varargout = ProfilogButton_Callback(h, eventdata, handles, varargin)
% Stub for Callback of the uicontrol handles.ProfilogButton.
[valid, handles] = ValidateParameters(handles);

if(valid)
    PiestiProfilograma(handles.l0, handles.h0, handles.Ilgis, 0, 0, handles.K, handles.Gylis);

    guidata(h,handles);
end;
% -----
function varargout = PavirsiusButton_Callback(h, eventdata, handles, varargin)
% Stub for Callback of the uicontrol handles.PavirsiusButton.
[valid, handles] = ValidateParameters(handles);
if(valid)
    PavParams(handles.l0,handles.h0,handles.K,handles.Ilgis,handles.Gylis);
    guidata(h,handles);
end;

```

PavParams.m

```

function varargout = PavParams(varargin)

LoadParams = 0;
if(nargin == 0)
    LoadForm = 1;
else
    if(ischar(varargin{1}))
        LoadForm = 0;
        try
            [varargout{1:nargout}] = feval(varargin{:}); % FEVAL switchyard
        catch
            disp(lasterr);
        end
    end
end

```

```

else
    LoadForm = 1;
    LoadParams = 1;
end;
end;

if(LoadForm)
    fig = openfig(mfilename,'reuse');

    % Generate a structure of handles to pass to callbacks, and store it.
    handles = guihandles(fig);
    guidata(fig, handles);

    if nargin > 0
        varargout{1} = fig;
    end

    handles = guihandles(fig);
    if(LoadParams)
        sk = size(varargin,2);
        if(sk>0) handles.l0 = varargin{1}; end;
        if(sk>1) handles.h0 = varargin{2}; end;
        if(sk>2) handles.K = varargin{3}; end;
        if(sk>3) handles.Ilgis = varargin{4}; end;
        if(sk>4) handles.Gylis = varargin{5}; end;
    end;
    guidata(fig, handles);
end;

function [valid, handles] = ValidateParameters(handles)
    valid = 1;
    val_str = get(handles.PlotisEdit,'String');
    val_num = str2num(val_str);
    val_size = (size(val_num,1)~=1) | (size(val_num,2)~=1);
    handles.Plotis = val_num;
    if(val_size | (val_num(1)<=0) | (val_num(1)>=10))
        errorlg('Nurodykite ploti tarp 0 ir 10','Klaida');
        valid = 0;
    end;
    % -----
    function varargout = PavirsButton_Callback(h, eventdata, handles, varargin)
    % Stub for Callback of the uicontrol handles.PavirsButton.
    [valid, handles] = ValidateParameters(handles);
    if(valid)
        [skaicius,plotas] = PavirsiausPlotas(handles.l0, handles.h0, handles.Ilgis, 0, 0, handles.K, handles.Plotis ,handles.Gylis);
        plotas_str = num2str(plotas);
        skaicius_str = num2str(skaicius);
        set(handles.PlotasEdit,'String',plotas_str);
        set(handles.ProfSkaiciusEdit,'String',skaicius_str);
        guidata(h, handles);
    end;

```



```

% -----
function varargout = UzdarytiButton_Callback(h, eventdata, handles, varargin)
close(handles.figure1);

% -----
function varargout = ProfSkaiciusEdit_Callback(h, eventdata, handles, varargin)
% Stub for Callback of the uicontrol handles.ProfSkaiciusEdit.
disp('ProfSkaiciusEdit Callback not implemented yet.')

% -----
function varargout = PlotasEdit_Callback(h, eventdata, handles, varargin)
% Stub for Callback of the uicontrol handles.PlotasEdit.
disp('PlotasEdit Callback not implemented yet.')

```

PiestiProfilograma.m

```

function [X, Y] = PiestiProfilograma(l0, h0, pilg, x00, y00, koef, gylis);

[X, Y] = Profilograma(l0, h0, pilg, x00, y00, koef, gylis);
figure;
hold on;
plot(X, Y, '-');
hold off;

```

Profilograma.m

```

function [X, Y] = Profilograma(l0, h0, pilg, x00, y00, koef, gylis);
g=gylis;
X=[];
Y=[];
L=0;

if g==1
[X, Y] = Devintadalis(l0,h0,pilg,x00,y00,koef);
[X, Y] = Trecdalis(l0,h0,pilg,x00,y00,koef,X,Y);
[X, Y] = Dalis(l0,h0,pilg,x00,y00,koef,X,Y);
end

if g>=5
error('per didelis gylis')
end

if g>1

[X, Y] = Devintadalis(l0/(27^(g-1)),h0,3*(l0/(27^(g-1))),x00,y00,koef);
[X, Y] = Trecdalis(l0/(27^(g-1)),h0,3*(l0/(27^(g-1))),x00,y00,koef,X,Y);
[X, Y] = Dalis(l0/(27^(g-1)),h0,3*(l0/(27^(g-1))),x00,y00,koef,X,Y);
[X, Y] = Modelis(l0/(27^(g-1)),h0,3*(l0/(27^(g-1))),x00,y00,koef,X,Y);

for i=1:g-1

L=l0/27^(g-(1+i));
if i==g-1
[X, Y] = Trecdalis(L,h0,3*L,x00,y00,koef,X,Y);

```

```

[X, Y] = Dalis(L,h0,3*L,x00,y00,koef,X,Y);
else
[X, Y] = Trecdalis(L,h0,3*L,x00,y00,koef,X,Y);
[X, Y] = Dalis(L,h0,3*L,x00,y00,koef,X,Y);
[X, Y] = Modelis(L,h0,3*L,x00,y00,koef,X,Y);
end
end
end
[X, Y] = Modelis(l0,h0,pilg,x00,y00,koef,X,Y);

if (X(1)==X(2))
[m,n]=size(X);
Z=X(2:n);
W=Y(2:n);
X=Z;
Y=W;
end

[m,n]=size(X);
if (X(n)==X(n-1))
Z=X(1:n-1);
W=Y(1:n-1);
X=Z;
Y=W;
end
% duomeni irasymas i duomeni faila pavadinimu 'taskai.txt'
% fid = fopen('taskai.txt','w');
% fprintf(fid,'%12.20f\n',Y);
% fclose(fid);

```

PavirsiausPlotas.m

```

function [profsk,plotas] = PavirsiausPlotas (l0, h0, pilg, x00, y00, koef,pplotis,gylis)

A = Pavirsius (l0, h0, pilg, x00, y00, koef,pplotis,gylis);
[m,n]=size(A);
profsk=m;
suma=0;

for i=1:m
[k,l]=size(A{i,1});
ilgis=0;
for j=1:l-1
ilgis=ilgis+sqrt( (A{i,1}(1,j+1)-A{i,1}(1,j))^2 + (A{i,2}(1,j+1)-A{i,2}(1,j))^2 );
end
suma=suma+ilgis*A{i,3}(1,1);
end
plotas=suma;

```

Pavirsius.m

```

function A = Pavirsius (l0, h0, pilg, x00, y00, koef,pplotis,gylis)

```

```

% A={ [masyvas X] [masyvas Y] [tos profilogramos plotis]};
% A - pavirsiaus matrica
% pplotis- profilogramos plotis

k=0;
[X, Y] = Profilograma(10, h0, pilg, x00, y00, koef,gylis);

i=1;    % matricos A eiliciu skaicius
ad1=rand(1)*0.001;
A={X Y ad1};
veikia=1;    %plotis nevirsytas

while veikia==1
    ad=rand(1)*(10*2);
    [A1, A2] = Profilograma(10, h0, pilg+ad, x00-ad, y00, koef,gylis);

    if (~isempty(find(A1==x00)))==1
        ind=find(A1==x00);
        geras_x=A1(ind(1));
        [f,h]=size(A1)
        gautasX=A1(ind(1):h);
        gautasY=A2(ind(1):h);%numel(A1));
        i=i+1;
        A{i,1}=gautasX;
        A{i,2}=gautasY;

    end

    if (~isempty(find(A1==x00)))==0
        %if (find(A1==x00)~='')==0
        B=(A1>x00);
        ind=find(B==1);
        delta= A1(ind(1))-x00;
        geras_x=A1(ind(1))-delta;
        geras_y=A2(ind(1));
        [f,h]=size(A1);
        masyvasx=A1(ind(1):h);
        masyvasy=A2(ind(1):h);

        gautasX=[geras_x masyvasx];
        gautasY=[geras_y masyvasy];

        if (gautasX(1)==gautasX(2))
            [m,n]=size(X);
            Z=gautasX(2:n);
            W=gautasY(2:n);
            gautasX=Z;
            gautasY=W;
        end

    end

    [m,n]=size(X);

```

```

if (gautasX(n)==gautasX(n-1))
    Z=gautasX(1:n-1);
    W=gautasY(1:n-1);
    gautasX=Z;
    gautasY=W;
end

i=i+1;
A{i,1}=gautasX;
A{i,2}=gautasY;
end
ad_k=rand(1)*0.001;
A{i,3}=ad_k;
k=k+ad_k;

if k >= pplotis
    veikia=0;
end
end
end

```

Modelis.m

```

function [X, Y] = Modelis(l0, h0, pilg, x00, y00, koef,X,Y);

r=0;
veikia=1; % nutraukia veikima, jei profilograma ilgesne nei reikia
[n,m]=size(X);
k=1;

while veikia==1
    if k==1
        r=r+1;
        i=1;

        while (i<= m)& (veikia==1)
            X(i+r*m)=X(i)+r*l0;
            Y(i+r*m)=Y(i)+h0;
            n=numel(X);
            if X(n)>= pilg+x00
                veikia=0;
                i=m;
            end
            i=i+1;
        end
    end
end

k=0;
if (k==0)&(veikia==1)
    r=r+1;
    i=1;

```

```

while (i<= m)& (veikia==1)
  X(i+r*m)=X(i)+r*l0;
  Y(i+r*m)=Y(i);
  n=numel(X);

  if X(n)>= pilg+x00
    veikia=0;
    i=m;
  end
  i=i+1;
end
end
k=1;
end

```

Dalis.m

```

function [X, Y] = Dalis(l0, h0, pilg, x00, y00, koef,X,Y);

[n,m]=size(X);
for i=1:m
  X(i+m)=X(i)+l0/3;
  Y(i+m)=Y(i)+h0*koef;

  X(i+2*m)=X(i)+(2*l0)/3;
  Y(i+2*m)=Y(i);
end

```

Trecdalis.m

```

function [X, Y] = Trecdalis(l0, h0, pilg, x00, y00, koef,X,Y);

[n,m]=size(X);
for i=1:m
  X(i+m)=X(i)+l0/9;
  Y(i+m)=Y(i)+h0*(koef)^2;

  X(i+2*m)=X(i)+(2*l0)/9;
  Y(i+2*m)=Y(i);
end

```

Devintadalis.m

```

function [X, Y] = Devintadalis(l0, h0, pilg, x00, y00, koef);

x(1)=x00;
y(1)=y00;

for i=2:6
  if i==3
    x(i)=x(i-1);
    y(i)=y(i-2)+h0*(koef)^3;
  end
end

```

```

if i==4
    x(i)=x(i-1)+l0/27;
    y(i)=y(i-1);
end

if i==5
    x(i)=x(i-1);%+0.0001;
    y(i)=y(1);
end

if (i==2)|(i==6)
    x(i)=x(i-1)+l0/27;
    y(i)=y(1);
end;
end
X=x;
Y=y;

%Devintadalis procedura, kai ruosiamė duomenis FracLab procedurai
% gauname ta pacia profilograma su daugiau trasku
% function [X, Y] = Devintadalis(l0, h0, pilg, x00, y00, koef);
%
% x(1)=x00;
% y(1)=y00;
% i=2;
% while i<36
%
%     if i==12
%         x(i)=x(i-1);
%         i=i+1;
%     end
%
%     if i==13
%         x(i)=x(i-1);
%         y(i)=y(i-2)+h0*(koef)^3;
%         i=i+1;
%     end
%
%     if i==14|i==15
%         ilgis=0;
%         while ilgis<=l0/27
%             ilgis=ilgis+l0/(27*11);
%
%             if ilgis<l0/27 %
%                 x(i)=x(i-1)+l0/(27*11);
%                 y(i)=y(i-1);
%                 i=i+1;
%             end %
%
%         end
%
%     end
%
% end
end

```

```
%  
% if i==24  
%   x(i)=x(i-1);  
%   i=i+1;  
% end  
%  
% if i==25  
%   x(i)=x(i-1);  
%   y(i)=y(1);  
%   i=i+1;  
% end  
%  
% if (i==2)|i==26  
%   ilgis=0;  
%   while ilgis<=10/27  
%  
%     ilgis=ilgis+10/(27*11);  
%     10/27;  
%  
%     if ilgis<=10/27  
%  
%       x(i)=x(i-1)+10/(27*11);  
%       y(i)=y(1);  
%  
%       i=i+1;  
%  
%  
%     end %  
%  
%   end  
% end;  
% end  
% X=x;  
% Y=y;
```

3. PRIEDAS

Statistinio paketo SAS programų tekstai

Regresija_isteisinta.sas

```

data fraktal;
input nr vid;
cards;

24 1.323
36 1.434
40 1.432
60 1.54
100 1.533

run;

proc gplot data=fraktal;
title'duoti taskai';
plot vid*nr;
run;

data frakt;
set fraktal;
y=log(vid);
x=log(nr);
run;

proc gplot data=frakt;
title'istiesinti taskai';
plot y*x;
run;

symbol1 color=red value=plus height=1 interpol=non;
symbol2 color=blue value=plus height=1 interpol=non;

proc reg data=frakt ;*noprint;
model y=x/p cli clm ;
plot y*x p.*x/overlay;
title'regresine y=f(x) lygties koeficientai';
output out=matricall1 p=vid_iv L95=vid_a U95=vid_v L95M=vid_a
U95M=vid_v student=paklaida;
run;

proc gplot data=matricall1;
plot PLOTAS*PLOTAS_iv;
title'analizes modelis y*y_iv';

plot paklaida*y_iv;
title'analizes modelis paklaida*y_iv';

plot paklaida*x;
title'analizes modelis paklaida*x ';
run;

proc univariate normal /*plot*/ data=matricall1;
var paklaida;
title'tikriname paklaidos normaluma';
histogram paklaida/normal;
run;

```


FD_Plotas.sas

```

data duom;
input FD PLOTAS;
cards;

1.2606 739.94
1.3742 848.37
1.3824 1426.71
1.5437 2284.03
1.543 3375

run;

proc gplot data=duom;
title'duoti taskai';
plot PLOTAS*FD;
run;

data duomenys;
set duom;
y=log(PLOTAS);
x=log(FD);
run;

proc gplot data=duom;
title'istiesinti duomenys';
plot y*x;
run;

symbol1 color=red value=plus height=1 interpol=non;
symbol2 color=blue value=plus height=1 interpol=non;
proc reg data=duomenys ;*noprnt;
model y=x/p cli clm ;
plot y*x p.*x/overlay;
title'regresine y=f(x) lygties koeficientai';
output out=matricall1 p=y_iv L95=y_a U95=y_v L95M=y_a U95M=y_v stu-
dent=paklaida;
run;

proc gplot data=matricall1;
plot y*y_iv;
title'analizes modelis y*y_iv';

plot paklaida*y_iv;
title'analizes modelis paklaida*y_iv';

plot paklaida*x;
title'analizes modelis paklaida*x ';
run;

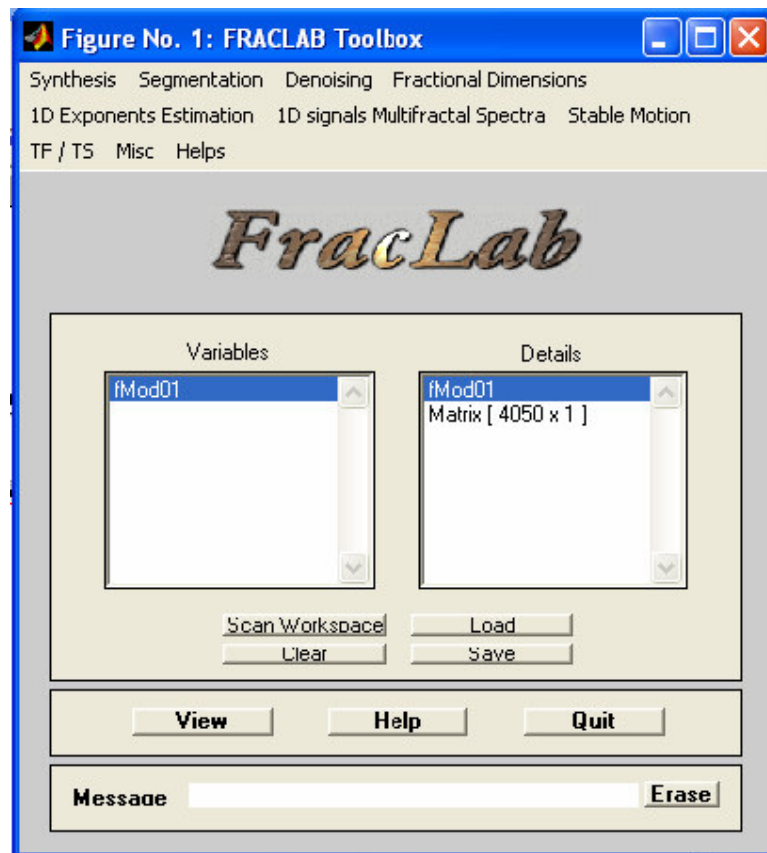
proc univariate normal /*plot*/ data=matricall1;
var paklaida;
title'tikriname paklaidos normaluma';
histogram paklaida/normal;
run;

```

4. PRIEDAS

Darbas su programa *FracLab*

FracLab programa skaičiavome profilogramų fraktalinę dimensiją. Kad veiktų ši programa, reikia visą *FracLab* aplanką sukelti į programinio paketo *MATLAB R12* toolbox aplanką. Programiniame pakete *MATLAB R12* pagrindiniame meniu juostoje *File->Set path..* reikia nurodyti kelią į *FracLab* aplanką, beto *MATLAB R12* skiltuje *Current Directory*, esančioje darbiniam lange, reikia nurodyti kelią į *MATLAB R12* work aplanką, kuriame turime susikelti profilogramų duomenų masyvų tekstinius failus (diskretizuotas profilogramų reikšmes). Tada komandinėje eilutėje įvedus *fItool* komandą, atsiveria pagrindinis *FracLab* programos langas (4.1 pav.)



4.1 pav. Pagrindinis *FracLab* langas

Paspaudę mygtuką *Load*, pasirenkame profilogramas (diskretizuotas jų reikšmes), kurių fraktalinės dimensijas norime sužinoti. Viršutinėje *FracLab* meniu juostoje pasirenkame *Fractional Dimension->Box dimention:Box Method*. Toliau pasirenkame skaičiavimo metodą, parametrų *Nmin*, *Nmax* dydžius ir spaudžiame mygtuką *Compute*. Veiksmų eiga nurodyta 2.1 skyriuje (2.3 pav., 2.4 pav.).