KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS

TAIKOMOSIOS MATEMATIKOS KATEDRA

Karolis Antanavičius

ELEKTROKARDIOGRAMOS VARIACIJOS POBŪDŽIO TYRIMAS

Magistro darbas

Vadovai:
prof. dr. Z. Navickas
prof. habil. dr. A. Vainoras

KAUNAS, 2006

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS

TAIKOMOSIOS MATEMATIKOS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas
prof. dr. J.Rimas
2006 06 06

ELEKTROKARDIOGRAMOS VARIACIJOS POBŪDŽIO TYRIMAS

Taikomosios matematikos magistro baigiamasis darbas

Kalbos konsultantas
dr. J. Džežulskienė
2006 05 30

Vadovai
prof. dr. Z. Navickas
prof. habil. dr. A. Vainoras
2006 06 03

Recenzentas
prof. dr. J. Sapagovas
2006 06 01

Atliko
FMMM-4 gr. stud. K. Antanavičius
2006 05 25

KAUNAS, 2006

KVALIFIKACINĖ KOMISIJA

Pirmininkas: Leonas Saulis, habil. dr., Vilniaus Gedimino technikos universiteto profesorius.

Sekretorius: Eimutis Valakevičius, docentas (KTU).

Nariai: Algimantas Jonas Aksomaitis, profesorius (KTU),

Arūnas Barauskas, UAB „Elsis“ generalinio direktoriaus pavaduotojas

Vytautas Janilionis, docentas (KTU),

Zenonas Navickas, profesorius (KTU),

Vidmantas Povilas Pekarskas, profesorius (KTU),

Rimantas Rudzkis, habil. dr., banko „NORD/LB“ vyriausiasis analitikas.

Antanavicius K. Electrocardiogram Variation Complexion Research: Master's work in Applied Mathematics/ supervisors prof. dr. Z. Navickas, prof. habil. dr. A. Vainoras; Department of Applied mathematics, Faculty of Fundamental Sciences, Kaunas University of Technology. – Kaunas, 2006. – 52 p.

SUMMARY

In our research we analyse electrocardiograms (ECG). The aim of this research is to apply the fractal dimension computing method to electrocardiograms, i.e. to create an algorithm, due to which it would be possible to get a few parameters describing ECG. Then, to check, whether the created the mathematical model for computing fractal dimension classify the possessed data.

According to Hausdorf "capacity dimension" we compute and analyze "capacity coefficient".

The research of the plane "capacity coefficient" was carried out in this work (it is a fractal dimension, which was computed at the fixed dimension of the iterational window). The computing algorithm was made, with the help of which the ECG plane capacity coefficient was computed for 300 persons. When the initial information on the examined persons is known, the results are tried to be assessed from the mathematical, as well as medical, point of view.

TURINYS

LENTELIŲ SĄRAŠAS

PAVEIKSLĖLIŲ SĄRAŠAS

ĮVADAS

Pirmoji elektrokardiograma (EKG) buvo užregistruota XIX amžiaus pabaigoje. Tačiau vystantis mokslui bei informacinėms technologijoms dar ir šiomis dienomis EKG tyrinėjimo klausimas išlika aktualus. Pastaruoju metu ypač aktualūs darbai, skirti netiesinės analizės metodikoms medicinoje kurti. Pateikiami dydžiai, kurių medikai iki šiol nenaudojo savo klinikinėje praktikoje, daugeliu atvejų, leidžia įvertinti klinikinius efektus, įprastiniais, euristiniais analizės metodais nenusakomus. Tai sudaro galimybę tirti fiziologinius efektus, kurie iki šiol nebuvo stebimi, vertinami medicinos praktikoje.

Klasikinis EKG vertinimas – gauti kiek galima išsamesnę informaciją apie žmogaus širdies veiklą. Šiame darbe tiriama ne elektrokardiogramos morfologija, bet nagrinėjami jų faziniai žemėlapiai ir gaunami parametrai, apibūdinantys visą EKG.

Darbe panaudota idėja yra kilusi iš fraktalinės geometrijos.

Žodis "fraktalas" tai terminas, kurį aštunto dešimtmečio viduryje pasiūlė B. Mandelbrotas, norėdamas apibūdinti sudėtingos struktūros ir iš labai smulkių detalių sudarytas figūras, randamas daugelyje gamtos objektų (chaosas erdvėje). Lotyniškai *fractus* reiškia "sudužęs, suskilęs". 1977 m. B. Mandelbrotas šokiravo mokslinę visuomenę, įvesdamas trupmeninę (fraktalinę) dimensiją, drauge atitrūkdamas nuo topologinės (sveikojo skaičiaus) dimensijos sampratos. Jo dimensija – tai parametras, charakterizuojantis, kaip „tankiai“ fraktalas užima erdvę. Jis naudojamas fraktalų sudėtingumui palyginti.

Darbo tikslas – pritaikyti fraktalinės dimensijos skaičiavimo metodiką elektrokardiogramoms, t.y. sudaryti algoritmą, kuris leistų gauti keletą parametrų, apibūdinančių EKG. Po to patikrinti, ar sudarytas fraktalinės dimensijos skaičiavimo matematinis modelis klasifikuoja turimus duomenis.

Darbe atliktas plokštumos užimtumo koeficiento tyrimas (tai fraktalinė dimensija, skaičiuota esant fiksuotam iteracinio žemėlapio langelio dydžiui). Sudarytas skaičiavimo algoritmas, kurio pagalba apskaičiuotas EKG plokštumos užimtumo koeficientas 300 asmenų. Žinant pradinę informaciją apie tiriamus asmenis yra bandoma gautus rezultatus vertinti tiek matematiniu, tiek ir medicininiu požiūriu.

Mokslinė veikla:
Pranešimai tarptautinėse konferencijose:
Biomedicininė inžinerija
„Electrocardiogram Variation Complexion Research”

Pranešimai konferencijoje
Matematika ir matematikos dėstymas
„Informacinių technologijų taikymas tiriant širdies ritminę veiklą“

1. TEORINĖ DALIS

1.1 ĮVADAS APIE FRAKTALUS

Gamtos mokslas ir matematika visais laikais ieškojo tvarkos Visatoje. Paskutiniai bandymai šioje paieškoje siejami su chaoso teorijos atsiradimu. Kodėl ši teorija vadinama chaoso teorija? Todėl, kad ji leidžia apčiuopti tam tikrą tvarką reiškiniuose, kuriuos iki šiol žmonės vadino ir laikė visiškai chaotiškais. Nors, antra vertus, tie reiškiniai vis tiek išlieka sunkiai valdomi ir prognozuojami.

Iki šių dienų linija buvo pagrindinis statybinis blokas, leidžiantis suprasti ir pavaizduoti Visatą. Chaoso teorija naudoja kitą geometriją – fraktalinę. Kas yra fraktalas? Sunku kol kas duoti formalų apibrėžimą. Galima būtų teigti, kad tikrasis fraktalas – tai be galo daug kartų savyje atsikartojantis objektas. Pats fraktalų pradininkas amerikiečių matematikas B. Mandelbrotas (Benoit B. Mandelbrot) yra įsitikinęs, kad gamtoje iš vis nėra glodžių objektų – tik fraktaliniai. Vien dėl to, kad mūsų matematinis aparatas yra silpnas, mes turime realius (fraktalinius) objektus pakeisti idealiais (bet tikrovėje neegzistuojančiais) objektais – glodžiosiomis linijomis ir paviršiais, elipsėmis ir parabolėmis, plokštumomis, elipsoidais ir panašiai. Apie 1964 metus jisai pradėjo suvokti, kad įvairius reiškinius, painias figūras, jų konstravimo procedūras galima apibendrinti, sistematizuoti. To dar niekas nebuvo padaręs. 1975 m. B. Mandelbrotas sugalvojo ir įvedė terminą *fraktalas*, norėdamas duoti savo pirmajai publikacijai šiais klausimais pavadinimą. Tačiau paaiškinti šio termino nesugebėjo ir neskubėjo, sakydamas, jog „gerą vyną irgi reikia išlaikyti prieš pilstant į butelius...”. Ir vis dėlto, kai kurie bruožai, charakteringi įvestiems fraktalams, jau tada buvo akivaizdūs:

✓ visos figūros, kurias B. Mandelbrotas tyrė ir vadino fraktalais, turėjo savybę – nereguliarios, bet atsikartojančios savyje, t.y. žiūrint pro didinamąjį stiklą į atskirą figūros fragmentą, pastarasis primindavo visą figūrą;

✓ fraktalus (kaip aibes) sudaro be galo daug taškų, kurių tarpusavio išsidėstymas toks sudėtingas, kad neįmanoma nei perprasti, nei aprašyti jų geometrijos.

Klasikinė geometrija – tai tik pirmoji realių objektų struktūros aproksimacija. Ji tinka, kai projektuose norime pateikti technologinį produktą, ir yra labai netiksli, kai siekiame aprašyti realius gamtos kūrinius.

Fraktalinė geometrija – tai klasikinės geometrijos plėtinys. Jos pagalba galima kurti tikslius matematinius fizinių struktūrų modelius (nuo paparčio lapo iki galaktikų). Fraktalų teorija labai patraukli ir aktuali. Ji keičia tradicinį požiūrį į įprastus reiškinius. Fraktalų teorija – tai kompiuterinės eros darinys.

Fraktalai apibrėžiami, aprašant sąryšius tarp atskirų (fraktalinės) aibės fragmentų, panašiai kaip, tarkime, Saulės sistemoje, kur fiksuojamos ne atskirų dangaus objektų koordinatės, o pateikiami gravitacijos dėsniai bei nurodomos pradinės sąlygos.

Pats terminas fraktalas paimtas iš lotynų kalbos: *fractus* reiškia nereguliarų fragmentą, *frangere* – suskaidymą į nereguliarius fragmentus (1, 2, 9).

1.2 METRINĖS ERDVĖS SĄVOKA. METRIKOS SĄVOKA

Fraktalinė geometrija nagrinėja gana paprastų geometrinių erdvių poaibių struktūrą. Pati geometrinė erdvė žymima X.

Apibrėžimas. Erdve vadinama aibė X, aibės elementai vadinami erdvės taškais.

Erdvės sąvoka reiškia, jog yra tam tikras požymis, jungiantis visus elementus į aibę.

Keletas erdvės pavyzdžių.

1. X = $\mathbf{R}$. Kiekvienas taškas $x \in$X yra realusis skaičius (požymis,jungiantis taškus į aibę), arba taškas skaičių tiesėje.

2. X = $\mathbf{R}^2$. Tai euklidinė plokštuma. Kiekviena realiųjų skaičių pora x_1, $x_2 \in \mathbf{R}$ nusako atskirą tašką erdvėje $\mathbf{R}^2$. Kiekvieną tašką $x \in$X galima užrašyti $x=(x_1, x_2)$.

Tai tiesinės erdvės – jose apibrėžta, kaip sudėti du erdvės taškus, norint gauti naują (trečiąjį) tašką toje pačioje erdvėje, būtent:

Jei x, $y \in$ X = $\mathbf{R}$, tai $x+y \in \mathbf{R}$.

Jei x, $y \in \mathbf{R}^2$, tai $x+y = (x_1, x_2) + (y_1, y_2) = (x_1+x_2, y_1+y_2) \in \mathbf{R}^2$.

Be to, šių erdvių narius galima dauginti iš skaliaro, t.y. iš $\alpha \in \mathbf{R}$.

3. X = ? = $\{x |\ x=(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2,\ 0 \le x_1 \le 1,\ 0 \le x_2 \le 1\}$. Tai erdvė, sutampanti su užpildytu kvadratu.

Apibrėžimas. Metrine erdve (X, d) vadinama erdvė X su joje apibrėžta realiąja funkcija (metrika) d: X $\times$ X $\rightarrow \mathbf{R}$, nusakančia atstumą tarp bet kurių dviejų erdvės X taškų. Reikalaujama, kad funkcija d tenkintų tokias aksiomas:

1. $d(x, y) = d(y, x)$, $\forall\ x, y \in$ X;

2. $0 < d(x, y) < \infty$, $\forall\ x, y \in$ X, $x \neq y$;

3. $d(x, x) = 0$, $\forall\ x \in$ X;

4. $d(x, y) \le d(x, z) + d(z, y)$, $\forall\ x, y, z \in$ X.

Trumpiausio kelio tarp erdvės taškų sąvoka siejama su metrika toje erdvėje ir priklauso nuo jos. Vienas iš metrikos pavyzdžių X = $\mathbf{R}$, $d(x, y) = |x - y|$, $\forall\ x, y \in$ X. Tai euklidinė metrika.

Apibrėžimas. Dvi metrikos, d_1 ir d_2, erdvėje X vadinamos ekvivalenčiomis,jeigu yra skaičiai c_1 ir c_2 ($0 < c_1 < c_2 < \infty$) tokie, kad

$c_1 d_1(x, y) \le d_2(x, y) \le c_2 d_1(x, y)$, $\forall\ (x, y) \in X \times X$.

Jei metrikos d_1 ir d_2 yra ekvivalenčios erdvėje X, tai jos vienodai interpretuoja, kurie X taškai yra artimi ir kurie nutolę vienas nuo kito. Perėjimą nuo vienos metrikos d_1 erdvėje X prie kitos jai ekvivalenčios metrikos d_2 galima įsivaizduoti kaip pačios erdvės baigtinį (aprėžtą) deformavimą. Kitaip sakant ekvivalentumo reikalavimas – tai reikalavimas, kad nebūtų begalinio erdvės ištempimo arba visiško jos suspaudimo. Imkime metrinę erdvę (X, d).

Apibrėžimas. Sakoma, jog erdvėje X apibrėžta transformacija (atvaizdis, arba funkcija) f, įgyjanti reikšmes erdvėje X, jeigu kiekvieną tašką $x \in$ X atitinka vienas ir tiktai vienas taškas $f(x) \in$ X. Jeigu S $\subset$ X, tai $f(S) = \{f(x) \mid x \in S\}$. Kai $f(X)=X$, sakome, jog f yra siurjekcinė transformacija.

Transformacija f yra abipusiškai vienareikšmė (arba injekcinė), jeigu $f(x) = f(y)$ ($x, y \in X$) implikuoja $x = y$.

Transformacija f yra apgręžiama (arba bijekcinė), jeigu ji yra abipusiškai vienareikšmė ir $f(X)=X$. Šiuo atveju galima apibrėžti transformaciją f^{1}: X $\to$ X (vadinamą atvirkštine duotajai transformacijai f) tokiu būdu: $f^{1}(y) = x$; čia $x \in$ X yra vienintelis taškas toks, kad $y = f(x)$.

Imkime dvi metrines erdves (X_1, d_1) ir (X_2, d_2).

Apibrėžimas. Metrinės erdvės (X_1, d_1) ir (X_2, d_2) vadinamos ekvivalenčiomis, jeigu yra apgręžiamoji transformacija h: $X_1 \to X_2$ tokia, kad metrika $\tilde{d}_1$ erdvėje X_1, nusakoma lygybe

$\tilde{d}_1(x, y) = d_2(h(x), h(y)),\ \forall (x, y) \in X_1$,

yra ekvivalenti metrikai d_1.

Apibrėžimas. Metrinės erdvės (X, d) taškų seka $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ vadinama Koši seka, jeigu

$(\forall \varepsilon > 0)(\exists N)(\forall n, m > N) : d(x_n, x_m) < \varepsilon$.

Taigi, kuo toliau einam išilgai sekos, tuo artimesni (metrikos d prasme) tampa sekos taškai (nariai). Bet, tai nereiškia, kad sekos nariai artėja prie kokio nors fiksuoto taško. Galimas atvejis, jog sekos nariai artėja prie taško, kuris nepriklauso erdvei (X, d).

Apibrėžimas. Metrinė erdvės (X, d) vadinama pilnąja, jeigu kiekviena erdvės X Koši seka $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ turi ribą $x \in$ X.

Vadinasi, jeigu $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ yra erdvės X taškų Koši seka ir (X, d) yra pilnoji metrinė erdvė,tai yra taškas $x \in$ X toks, kad su bet kokiu $\varepsilon > 0$ rutulys $B(x, \varepsilon)$ talpina be galo daug sekos taškų x_n.

Apibrėžimas. Tarkime, kad $S \subset X$ yra metrinės erdvės (X, *d*) poaibis. Poaibis *S* yra kompaktinis, jeigu iš kiekvienos begalinės poaibio *S* sekos $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ galima išskirti posekį, turintį ribą poaibyje *S*.

1.3 FRAKTALINĖ DIMENSIJA

1977 m. B. Mandelbrotas šokiravo mokslinę visuomenę, įvesdamas trupmeninę dimensiją, drauge atitrūkdamas nuo topologinės (sveikojo skaičiaus) dimensijos sampratos. Jo dimensija – tai parametras, charakterizuojantis, kaip tankiai fraktalas užima erdvę, naudojamas fraktalų sudėtingumui palyginti.

Šiuo metu žinoma daug skaičių, charakterizuojančių fraktalus, ir skirtų pastariesiems palyginti. Visi jie dažniausiai vadinami fraktalinėmis dimensijomis. Tai svarbios kiekybinės fraktalų charakteristikos dėl dviejų priežasčių: pirma, jas galima apibrėžti realaus pasaulio objektams, ir, antra, apytiksles jų reikšmes (įverčius) galima gauti eksperimentiškai.

Imkime pilnąją metrinę erdvę (X, *d*). Tarkime, kad *A* yra netuščiasis kompaktinis erdvės X poaibis, t.y. $A \in H(\mathrm{X})$. Tarkime, kad $\varepsilon > 0$, o $N(A,\varepsilon)$ žymi mažiausią uždarųjų rutulių $B(x,\varepsilon) = \{y \in X \mid d(x,y) \le \varepsilon\}$, sudarančių baigtinį aibės *A* denginį, skaičių, t.y. $N(A,\varepsilon)$ yra mažiausias sveikasis skaičius *M* toks, kad $A \subset \bigcup_{n=1}^{M} B(x_n,\varepsilon)$ (čia $\{x_1, x_2, ..., x_M\} \subset X$). Tokio skaičiaus *M* egzistavimas išplaukia iš to, jog *A* yra kompaktinis poaibis: iš tikrųjų, kiekviena taškui $x \in A$ parinkę atvirąjį (spindulio $\varepsilon > 0$) rutulį, turėsime atvirąjį *A* denginį, iš kurio galėsime išrinkti baigtinį *A* podenginį, susidedantį, tarkime, iš $\tilde{M}$ atvirųjų rutulių. Kiekvieną atvirąjį rutulį keisdami uždaruoju, gausime *A* denginį, sudarytą iš $\tilde{M}$ uždarųjų rutulių.

Dabar, aibę denginių, susidedančių iš ne daugiau kaip $\tilde{M}$ uždarųjų (spindulio $\varepsilon > 0$) rutulių, pažymėkime $\mathcal{D}$. Aišku, aibė $\mathcal{D}$ turės bent vieną elementą. Apibrėžkime funkciją $f : \mathcal{D} \to \{1,2,...,\tilde{M}\}$ taip: *f*(*d*) = {rutulių, sudarančių denginį $d \in \mathcal{D}$, skaičius}. Tada, teigiamų skaičių aibė $\{f(d) \mid d \in \mathcal{D}\}$ bus baigtinė. Vadinasi, į ją įeis ir mažiausias skaičius $N(A,\varepsilon)$.

Intuityvi idėja, kuria remiantis įvedama fraktalinės dimensijos sąvoka, yra tokia: aibė *A* turi fraktalinę dimensiją *D*, jeigu

$$N(A,\varepsilon) \approx C\varepsilon^{-D};$$

čia C yra tam tikra konstanta; simbolio „≈” panaudojimą suprantame taip: jeigu $f(\varepsilon)$ ir $g(\varepsilon)$ yra dvi realiosios funkcijos, tai „lygybė” $f(\varepsilon) \approx g(\varepsilon)$ reiškia, jog

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\ln f(\varepsilon)}{\ln g(\varepsilon)} = 1 .$$

Išsprendę ankstesniąją „lygybę" D atžvilgiu, gauname:

$$D \approx \frac{\ln N(A, \varepsilon) - \ln C}{\ln(1/\varepsilon)} .$$

Pastebėsime, kad $\dfrac{\ln C}{\ln(1/\varepsilon)}$ artėja prie nulio, kai $\varepsilon \to 0$.

Apibrėžimas. Sakykime, kad $A \in H(\mathrm{X})$ ir (X, d) yra metrinė erdvė. Tarkime, kad $N(A, \varepsilon)$ žymi mažiausią sveikąjį uždarųjų (spindulio ε) rutulių, sudarančių aibės A denginį, skaičių. Jeigu riba

$$D = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\ln(N(A, \varepsilon))}{\ln(1/\varepsilon)}$$

egzistuoja, tai skaičius D vadinamas fraktaline aibės A dimensija; sakysime, jog „A turi fraktalinę dimensiją D", ir žymėsime $D(A) = D$.

Panagrinėsime metodus skirtus panašių taškų telkinių struktūrų dydžio nustatymui. Nagrinėkime kvadratinį tinklelį (langelio dydis ε), uždėtą ant stebimos taškinės struktūros. Kiekvienoje tinklelio dalyje suskaičiuojamas į ją papuolusių taškų skaičius n_i. Jis dalinamas iš N – bendro taškų skaičiaus:

$$P_i(\varepsilon) = \frac{n_i}{N} .$$

Tuomet bendru atveju fraktalinė dimensija apskaičiuojama pagal formulę:

$$D_q = \frac{1}{q-1} \frac{\log \sum_i (P_i(\varepsilon))^q}{\log \varepsilon} .$$

Kai $q=0$, turime užimtumo dimensiją, $q=2$ – koreliacijos dimensiją. Objektai, kurių užimtumo dimensija skiriasi nuo jų topologinės dimensijos, vadinami fraktalais.

Apibrėžkime informacinę funkciją:

$$I \equiv -\sum_{i=1}^{N_\varepsilon} P_i(\varepsilon) \log[P_i(\varepsilon)] ,$$

kur N_ε – skaičius užimtų langelių.

Tuomet informacinė dimensija apibrėžiama taip:

$$d_{\inf} \equiv -\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{I}{\log(\varepsilon)} = \lim_{\varepsilon \to 0} \sum_{i=1}^{N_\varepsilon} \frac{P_i(\varepsilon)\log[P_i(\varepsilon)]}{\log(\varepsilon)}.$$

Pakeitus $I = \log N_\varepsilon$ – gausime užimtumo dimensiją, o $I = \log \sum_i (P_i(\varepsilon))^2$ – koreliacijos dimensiją.

1.4 MAŽIAUSIŲ KVADRATŲ METODAS

Dažno eksperimento tikslas – nustatyti tam tikro dydžio y priklausomybę nuo kito dydžio x, imant baigtinį skaičių atskirų reikšmių x_i, $i = 1, 2, \ldots, n$. Tokio eksperimento rezultatas – x_i ir jas atitinkančių eksperimentinių y_i reikšmių lentelė arba kreivė, nubrėžta per taškus (x_i, y_i). Išnagrinėsime vieną būdą, kaip gauti kreivę atitinkančios analizinės funkcijos išraišką. Tokias funkcijas vadinsime empirinėmis, (gr. *empeiria* – „pažinimas, paremtas patyrimu") o jų ieškojimo procesą- aproksimavimu (lot. *approximo* – „artėju"). Kadangi kiekvienos funkcijos analizinėje išraiškoje, be jos argumento x, yra ir tam tikri skaitiniai koeficientai, tai bendroji empirinės funkcijos analizinė išraiška yra tokia:

$$y = f(x, a, b, c, \ldots). \tag{1.1}$$

Išsiaiškinkime, kaip reikia parinkti empirinės funkcijos parametrus a, b, c, …, kad gauta empirinė funkcija geriausiai atitiktų eksperimentu nustatytą priklausomybę. Tokio uždavinio sprendimas priklauso nuo to, ką sutarsime laikyti „geriausiu" atitikimu. Galima, pavyzdžiui, reikalauti, kad maksimalūs atstumai tarp empirinės (1.1) kreivės ir eksperimento taškų arba atstumų tarp empirinės kreivės ir eksperimento taškų moduliai būtų minimalūs. Labiausiai paplitęs tokių uždavinių sprendimo būdas yra mažiausių kvadratų metodas.

Sakykime, kad argumento x_i reikšmę atitinka eksperimentu gauta y_i reikšmė. Įrašę x_i reikšmę į empirinės funkcijos (1.1) išraišką, gausime funkcijos reikšmę $f(x_i, a, b, c, \ldots)$, paprastai nelygią y_i, nes y_i reikšmėms turi įtaką eksperimento paklaidos. Skirtumą $y_i - f(x_i, a, b, c, \ldots)$ vadiname empirinės funkcijos nuokrypiu. Mažiausių kvadratų metodo reikalavimas yra toks: parametrai *a, b, c*, … turi būti tokie, kad nuokrypių kvadratų suma būtų minimali. Taigi

$$S = \sum_{i=1}^{n} (y_i - f(x_i, a, b, c, \ldots))^2 \to \min.$$

Tokiu atveju funkcijos S dalinės išvestinės kintamųjų *a, b, c*, … atžvilgiu turi būti lygios nuliui:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0, \frac{\partial S}{\partial b} = 0, \frac{\partial S}{\partial c} = 0, \ldots.$$

Išdiferencijavę S parametrų *a, b, c, …* atžvilgiu ir prilyginę gautas dalines išvestines nuliui, gauname lygčių sistemą, sudarytą iš tiek lygčių, kiek parametrų turi funkcija $y=f(x, a, b, c, \ldots)$:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n}(y_i - f(x_i, a, b, c, \ldots))\dfrac{\partial f}{\partial a} = 0, \\ \sum_{i=1}^{n}(y_i - f(x_i, a, b, c, \ldots))\dfrac{\partial f}{\partial b} = 0, \\ \ldots \end{cases} \quad \textbf{(1.2)}$$

Išnagrinėsime dažniausią atvejį , kai funkcija $y = f(x, a, b, c, \ldots)$ yra tiesinė, t.y.

$$y = f(x, a, b) = ax + b\,.$$

Kadangi $\dfrac{\partial f}{\partial a} = x, \dfrac{\partial f}{\partial b} = 1$, tai iš (1.2) sistemos gauname

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b))x_i = 0, \\ \sum_{i=1}^{n}(y_i - (ax_i + b)) = 0, \end{cases}$$

kuri pertvarkoma į tokią:

$$\begin{cases} a\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i\,, \\ a\sum_{i=1}^{n} x_i + nb = \sum_{i=1}^{n} y_i\,. \end{cases}$$

Pasinaudoję Kramerio formulėmis, gauname:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i - n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2 - n\sum_{i=1}^{n} x_i^2}, \quad \textbf{(1.3)}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} y_i \sum_{i=1}^{n} x_i^2}{(\sum_{i=1}^{n} x_i)^2 - n\sum_{i=1}^{n} x_i^2}.$$

1.5 INTERPOLIAVIMAS KUBINIU SPLAINU

Splainas – tai tolydžioji iki p-tosios eilės išvestinės imtinai funkcija, sudaryta iš kurios nors funkcijos dalių. Istoriškai splainai pradėti konstruoti iš n-tosios eilės polinomo dalių, todėl čia, kalbėdami apie splainus, laikysime juos funkcijomis, sudarytomis iš polinomo dalių. Praktikoje dažniausiai naudojami kubiniai splainai.

Uždavinio formuluotė. Duota funkcijos $y = f(x)$ reikšmių lentelė $(x_i, y_i),\ i = \overline{0,N}$. Reikia rasti kubinį splainą $y = g(x)$, tenkinantį Lagranžo interpoliavimo sąlygą

$$g(x_i) = y_i,\ i = \overline{0,N}.$$

Kad interpoliacinis kubinis splainas būtų apibrėžtas vienareikšmiškai, pasirenkamos kraštinės sąlygos

$$g''(x_0) = g''(x_N) = 0\,.$$

Jos dar vadinamos natūraliomis kraštinėmis sąlygomis ir rodo, kad plieninės liniuotės, išraitytos per interpoliavimo taškus, galai paliekami laisvai kaboti.

Kadangi splaino antroji išvestinė yra tolydžioji ir tiesinė kiekviename intervale $[x_{i-1}, x_i],\ (i = \overline{1,N})$, tai galima rašyti:

$$g''(x) = m_{i-1}\frac{x_i - x}{h_i} + m_i\frac{x - x_{i-1}}{h_i}\,; \tag{1.4}$$

čia $m_i = g''(x_i),\ i = \overline{0,N}$, o $h_i = x_i - x_{i-1}$.

(1.4) lygybę suintegravę du kartus, gauname:

$$g(x) = m_{i-1}\frac{(x_i - x)^3}{6h_i} + m_i\frac{(x - x_{i-1})^3}{6h_i} + A_i\frac{x_i - x}{h_i} + B_i\frac{x - x_{i-1}}{h_i}\,; \tag{1.5}$$

čia A_i, B_i – integravimo konstantos.

A_i, B_i parinkime taip, kad $g(x)$ tenkintų interpoliavimo sąlygą, t.y. kad būtų $g(x_{i-1}) = y_{i-1}$ ir $g(x_i) = y_i$.

Iš (1.4) lygybės gauname:

$$A_i = y_{i-1} - \frac{m_{i-1}h_i^2}{6},\ B_i = y_i - \frac{m_i h_i^2}{6}\,.$$

Vadinasi, kubinio splaino išraiška intervale $[x_{i-1}, x_i]$ yra tokia:

$$g(x) = m_{i-1}\frac{(x_i - x)^3}{6h_i} + m_i\frac{(x - x_{i-1})^3}{6h_i} + (y_{i-1} - \frac{m_{i-1}h_i^2}{6})\frac{x_i - x}{h_i} + (y_i - \frac{m_i h_i^2}{6})\frac{x - x_{i-1}}{h_i}\,. \tag{1.6}$$

(1.6) formulės nežinomi dydžiai m_i yra splaino antrųjų išvestinių reikšmės taškuose x_i. Jas apskaičiuojame remdamiesi sąlyga

$$g'(x_i - 0) = g'(x_i + 0) \ \ (i = \overline{1, N-1}) \qquad \textbf{(1.7)}$$

ir tardami, kad $m_0 = m_N = 0$, t.y. pasirinkdami natūralias kraštines sąlygas.

Nesunku įsitikinti, kad

$$g'(x_i - 0) = \frac{h_i}{6} m_{i-1} + \frac{h_i}{3} m_i + \frac{y_i - y_{i-1}}{h_i},$$

$$g'(x_i + 0) = -\frac{h_{i+1}}{3} m_i - \frac{h_{i+1}}{6} m_{i+1} + \frac{y_{i+1} - y_i}{h_{i+1}}.$$

Tada (1.7) lygčių sistemą galima užrašyti matricine išraiška:

$$Am = Hy; \qquad \textbf{(1.8)}$$

čia A – simetrinė kvadratinė $(N-1)$-osios eilės triįstrižainė matrica

$$A = \begin{bmatrix} \frac{h_1 + h_2}{3} & \frac{h_2}{6} & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ \frac{h_2}{6} & \frac{h_2 + h_3}{3} & \frac{h_3}{6} & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{h_3}{6} & \frac{h_3 + h_4}{3} & \ldots & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & \ldots & \frac{h_{N-1}}{6} & \frac{h_{N-1} + h_N}{3} \end{bmatrix},$$

H – stačiakampė (N-1)x(N+1) matrica

$$H = \begin{bmatrix} \frac{1}{h_1} & -(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2}) & \frac{1}{h_2} & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{h_2} & -(\frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_3}) & \frac{1}{h_3} & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ldots & \frac{1}{h_{N-1}} & -(\frac{1}{h_{N-1}} + \frac{1}{h_N}) & \frac{1}{h_N} \end{bmatrix},$$

$m, \ y$ – matricos stulpeliai

$$m = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \ldots \\ m_{N-1} \end{bmatrix}, \ y = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \ldots \\ y_N \end{bmatrix}.$$

(1.8) sistema yra tiesinių lygčių sistema su triįstrižaine matrica A, kurios pagrindinės įstrižainės elementai didesni už kitų eilutės elementų sumą. Taigi ši sistema yra suderintoji ir turi vienintelį sprendinį (7).

1.6 ŠIRDIES AUTOMATIJA

Širdis gali be jokių išorinių dirgiklių savaime, t.y spontaniškai, generuoti elektrinius impulsus, kurie sukelia širdies susitraukimus. Ši fiziologinė savybė vadinama širdies automatija, ir ją nulemia specializuotų skaidulų, kurios sudaro širdies laidžiąją sistemą, ypatumai.

Pagrindiniu širdies ritmo vedliu (angl. *pacemaker*) fiziologinėse sąlygose yra grupė ląstelių sinoatrialiniame mazge, kurios didžiausiu dažniu spontaniškai generuoja elektrinius impulsus veikimo potencialų pavidalu. Šiems veikimo potencialams būdinga spontaninė lėta diastolinė depoliarizacija, kurios dėka ritmo vedlio ląstelės membrana savaime, be išorinių dirgiklių, depoliarizuojasi iki slenkstinio lygio. Membranos depoliarizacijai pasiekus slenkstinį lygį, toliau vyksta greitesnė depoliarizacija, ir sujaudinimas išplinta j gretimas širdies ląsteles. Sinoatrialinio mazgo ląstelės, kuriose spontaninė diastolinė depoliarizacija vyksta greičiausiai ir anksčiausiai pasiekia slenkstinį lygį, nulemia normalų širdies dažnį. Kitose širdies laidžiosios sistemos dalyse, pvz., atrioventrikuliniame mazge, Purkinje sistemoje, esančios ląstelės taip pat pasižymi spontanine lėta diastoline depoliarizacija, tačiau jose ji vyksta žymiai lėčiau negu pagrindinio širdies ritmo vedlio ląstelėse. Normaliai sujaudinimas iš sinoatrialinio mazgo laidžiosios sistemos skaidulas pasiekia anksčiau ir sukelia jose veikimo potencialą greičiau negu tai įvyksta dėl spontaninės lėtos diastolinės depoliarizacijos šiose skaidulose, dar vadinamose latentiniais širdies ritmo vedliais.

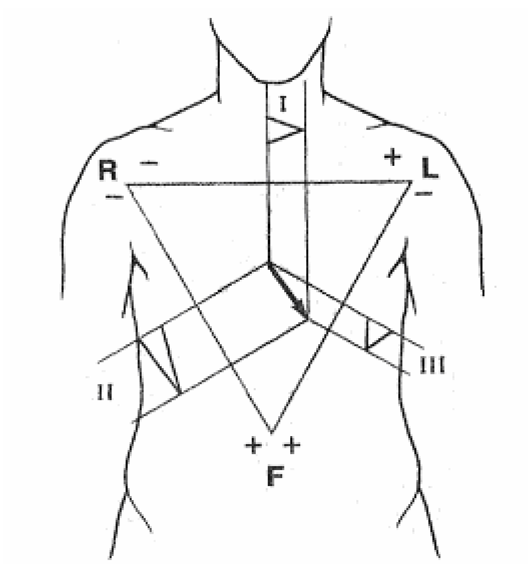
Latentinio ritmo vedlio veikimo potencialui būdingas mažesnis spontaninės diastolinės depoliarizacijos greitis ir neigiamesnis maksimalus diastolinis potencialas, lyginant su pagrindinio širdies ritmo vedlio veikimo potencialu.

Nustojus sinoatrialiniam mazgui generuoti elektrinius impulsus, ritmo vedlio funkcijas perima atrioventrikulinis mazgas, tačiau širdies ritmas tampa retesnis negu normaliai (40-60 k/min vietoje 60-80 k/min). Nutrūkus sujaudinimo plitimui iš atrioventrikuiinio mazgo, spontaninius impulsus pradeda generuoti ritmo vedliai, esantys Purkinje sistemoje, tačiau dar mažesniu dažniu (15-40 k/min). Šis reiškinys, kai širdies laidžiosios sistemos skaidulų automatija mažėja, tolstant nuo sinoatrialinio mazgo, vadinamas širdies automatijos gradientu. Jį nulemia skirtingas spontaninės lėtos diastolinės depoliarizacijos greitis širdies laidžiosios sistemos ląstelėse, kuris normaliai mažiausias būna Purkinje skaidulose (11).

1.7 ELEKTROKARDIOGRAMA (EKG), JOS KILMĖ

Elektrokardiograma (EKG) registruoja širdies elektrinius reiškinius, kurie per skystą ir laidžią vidinę terpę silpnėdami išplinta į kūno paviršių. Naudojant paviršinius elektrodus, užregistruojami ekstraląsteliniai potencialai, turintys apie 1 mV amplitudę. Šie potencialai yra žymiai mažesni už intraląstelinius veikimo potencialus, kurių amplitudė širdies ląstelėse siekia iki 120 mV. Būtina pažymėti, kad EKG tiesiogiai neregistruoja širdies mechaninių reiškinių (susitraukimo ir atsipalaidavimo). Norint suvokti EKG kilmę, reikia žinoti šiuos faktus:

1. Sujaudinimui plintant širdies skaidulomis, susidaro sujaudinti (depoliarizuoti) ir nesujaudinti širdies plotai, tarp kurių galima užregistruoti potencialų skirtumą.
2. Susidariusį potencialų skirtumą atitinka dipolio vektorius, turintis kryptį ir dydį. Šis vektorius nukreiptas iš minuso (-) į pliusą (+), t.y. iš sujaudintos (depoliarizuotos) širdies dalies į nesujaudintą. Vektoriaus dydis priklauso nuo potencialų skirtumo dydžio.
3. Širdies skaidulose vektoriaus kryptis ir dydis kinta depoliarizacijos ir repoliarizacijos metu. Kiekvienu laiko momentu visų širdies skaidulų vektoriai sumuojasi ir sudaro suminį (integralinį) vektorių.
4. EKG registruojamų dantelių amplitudė (voltažas) kiekvienoje derivacijoje priklauso nuo integralinio vektoriaus projekcijos atitinkamos derivacijos ašyje (1.1 pav.).



1.1 pav. Einthoveno trikampis, kurio centre pavaizduotas širdies integralinis vektorius, susidarantis skilvelių sujaudinimo metu. Nuo jo projekcijos Einthoveno derivacijų (I, II, III) ašyse priklauso R dantelio amplitudė (voltažas) šiose derivacijose registruojamoje EKG. R - dešinė ranka; L - kairė ranka; F - kairė koja.

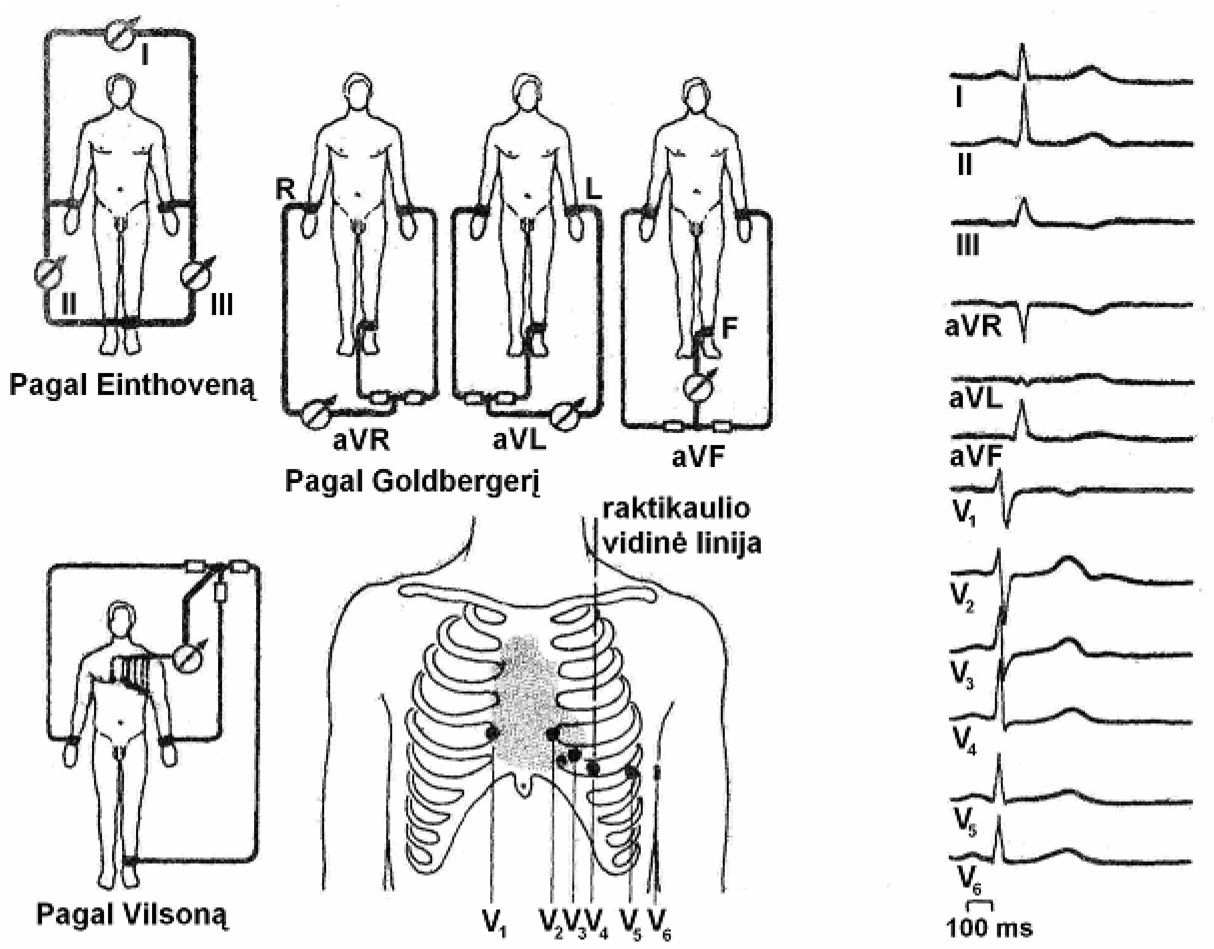
1.8 EKG DERIVACIJOS

EKG registracija pagal Einthoveną priklauso bipolinei (dvipolinei) registracijos rūšiai, kadangi jos metu matuojamas potencialų skirtumas tarp dviejų elektrodų. Kita registracijos rūšis vadinama unipoline (vienpoline). Jos metu matuojamas susidaręs potencialų skirtumas tarp aktyvaus (diferentinio) ir neaktyvaus (indiferentinio) elektrodų. Indiferentinis elektrodas susidaro, sujungus galūnių elektrodus į uždarą grandinę per 5 kilo omų varžas. Šių varžų dėka po elektrodais esančios odos varžos pakitimai neturi įtakos registruojamiems potencialams. Pagal Kirchhofo (Kirchhoff) dėsnj įtampų suma uždarame rate yra lygi nuliui. Sujungus galūnių elektrodus į uždarą ratą, jų bendras potencialas tampa lygus nuliui. Šis nulinis potencialas tampa atskaitos tašku, registruojant unipoliniu būdu.

Plačiausiai klinikinėje praktikoje naudojamos EKG derivacijos pavaizduotos 1.2 paveiksle. Pagal elektrodų uždėjimo vietas skiriamos galūnių ir krūtinės derivacijos.

Galūnių derivacijos:

- bipolinės (I, II, III pagal Einthoveną);
- unipolinės (aVR, aVL, aVF pagal Goldbergerį).



1.2 pav. Plačiausiai praktikoje naudojamos EKG derivacijos. Kairėje pusėje pavaizduotos elektrodų uždėjimo vietos ir jų sujungimo schema. Dešinėje – tipinė sveiko žmogaus EKG.

Goldbergeris (Goldberger) pasiūlė modifikuotą unipolinį registravimo būdą: sujungus dviejų galūnių elektrodus į indiferentinį elektrodą ir registruojant nuo trečios galūnės aktyviu elektrodu, užregistruojami didesnės amplitudės potencialo kitimai (aV - angl. augmented voltage). Derivacija aVR gaunama prijungus aktyvų elektrodą prie dešinės rankos (R - angl. right), derivacija aVL - prie kairės rankos (L - angl. left) ir derivacija aVF - prie kairės kojos (F -angį. foot). Šia seka sujungus elektrodus, susidaro papildomos projekcijų ašys, kurios yra pasisukę 30° kampu Einthoveno derivacijų projekcijos ašių atžvilgiu.

Būtina pažymėti, kad registruojant galūnių derivacijose, potencialo pokyčiai projektuojasi ir registruojami tik frontalioje plokštumoje:

Krūtinės derivacijos:

- unipolinės (V_1 – V_6 pagal Vilsoną (Wilson));
- bipolinės (D, A, I pagal Nebą (Nehb)).

Krūtininės derivacijos projektuoja potencialo pokyčius horizontalioje plokštumoje. Registruojant EKG pagal Vilsoną, trijų galūnių elektrodai sujungiami per varžas į uždarą grandinę (indiferentinis elektrodas), o aktyvūs elektrodai fiksuojami prie krūtinės ląstos sienelės sutartiniuose taškuose. Potencialo nukrypimas virš izoelektrinės linijos šiose derivacijose registruojamas tuo laiko momentu, kai integralinis vektorius būna nukreiptas link aktyvaus elektrodo, o nuokrypis žemiau izoelektrinės linijos - kai momentinis integralinis vektorius tolsta nuo aktyvaus elektrodo. Kuo arčiau aktyvaus elektrodo randasi širdies raumuo, tuo didesnės amplitudės potencialo pokyčius registruoja krūtininės unipolinės derivacijos pagal Vilsoną. Jos užregistruoja potencialo pokyčius daugiausia priekinėje širdies sienelėje. Esant poreikiui tiksliau užregistruoti potencialo pakitimus užpakalinėje širdies sienelėje, pvz.: diagnozuojant užpakalinės miokardo sienelės infarktą, gali būti naudojamos krūtininės bipoliarinės derivacijos pagal Nebą (11).

1.9 IŠEMINĖ ŠIRDIES LIGA

Širdies ir kraujagyslių ligos yra viena svarbiausių ne tik medicinos, bet ir socialinių problemų. Širdies ir kraujagyslių ligos sudaro apie pusę visų mirčių Lietuvoje, 1/3 invalidumo bei nulemia 15 – 20 proc. apsilankymų sveikatos priežiūros įstaigose. 1999 metais Lietuvoje nuo širdies ir kraujagyslių ligų mirė 21 903 žmonės, arba 592,0/100 000 gyventojų.

Išeminė širdies liga yra labiausiai paplitusi širdies ir kraujagyslių sistemos liga. Ji yra viena dažniausia civilizuotų šalių gyventojų mirties priežastis. Užkirsti kelią išeminei širdies ligai sunku, nes jos pradžia beveik nepastebima. Pirmieji ligos požymiai pasireiškia gana vėlai, kada liga yra įsigalėjusi, širdis išsekusi. Todėl gydytojui dažnokai tenka pradėti gydyti toli užleistą ligą. Pastarųjų dešimtmečių mokslininkų duomenimis laiku pradėjus gydyti sergantįjį, išeminę širdies ligą, galima sustabdyti. Labai svarbu, kad ligonis žinotų, kaip dirba jo širdis, kas trukdo jai plakti, kaip galima apsisaugoti, kaip reikia gyventi, kad ilgai galėtų būti aktyvus ir darbingas.

Širdis yra žmogaus kumščio dydžio ir sveria apie 300 – 400 gramų. Sergančiojo žmogaus širdis gali būti ir didesnė. Širdis – tai raumeninis siurblys. Vieną kartą susitraukdama širdis perpumpuoja apie 70 – 80 mililitrų kraujo, o per parą, susitraukdama iki 100 000 kartų širdis perpumpuoja apie 10 tonų kraujo.

Kas tai yra išeminė širdies liga? Išemija – tai dėl kokių nors priežasčių pablogėjusi vainikinių širdies kraujagyslių kraujotaka ir dėl to sutrikęs širdies raumens aprūpinimas krauju ir maisto medžiagomis. Dažniausia jos priežastis – širdies vainikinių kraujagyslių aterosklerozė, kai susidariusios plokštelės užkemša kraujagyslių spindį. Tačiau širdies raumens išemiją gali sukelti ir širdies vainikinių kraujagyslių trombai, spazmai, plaučių, kraujo ir kitos ligos. Skiriamos trys pagrindinės išeminės širdies ligos formos:

- krūtinės angina,
- širdies infarktas,
- staigi mirtis.

Nepakankamai krauju aprūpinimas širdies raumuo pakinta, todėl dažnai pradeda skaudėti širdies plote. Tai vadinama krūtinės angina. Kartais sutrinka širdies ritmas, pasireiškia širdies nepakankamumo požymiai: trūksta oro, dūstama, tinsta kojos. Iš pradžių šie reiškiniai pasireiškia fizinio krūvio metu, kai širdžiai pasidaro sunkiau dirbti, o vėliau, kai dar labiau susiaurėja kraujagyslės, ir ramybės būsenoje. Negaudamos kraujo, širdies raumens ląstelės žūva, prasideda infarktas. Sveikstant, per du mėnesius, infarkto vietoje susidaro randas iš jungiamojo audinio. Dėl rando širdies raumenyje gali susilpnėti širdies susitraukimai, sutrikti jos ritmas.

Staigi mirtis ištinka tada, kai širdies išemija prasideda ūmiai, ir širdis nespėja prisitaikyti prie pakitusių sąlygų, tada pradeda virpėti širdies skilveliai arba širdis sustoja.

Kokios išeminės širdies ligos priežastys? Nustatyta, kad išeminę širdies ligą sukelia ne vienas, o daugelis rizikos veiksnių. Svarbiausi išeminės širdies ligos rizikos faktoriai yra:

- netinkama mityba,
- rūkymas,
- nepakankamas fizinis aktyvumas,
- per didelė kūno masė,

- padidėjęs arterinis kraujospūdis,
- žmogaus psichinė būsena ir patiriami stresai,
- žalingi aplinkos faktoriai, tokie kaip oro užterštumas, įvairūs chemikalai ir t.t.,
- genetinis faktorius.

Ypač nepalankiai veikia kelių rizikos faktorių derinys. Jei vienu metu veikia 2 ar 3 rizikos faktoriai, tikimybė susirgti išemine širdies liga yra dešimtis kartų didesnė. Nepašalinus rizikos faktorių ir gydant tik vaistais, neužkirsime kelio išeminei širdies ligai.

Kokie tyrimai atliekami? Vienas iš pagrindinių tyrimų yra elektrokardiograma (EKG). Esant krūtinės anginai EKG gali būti požymiai, rodantys, kad širdis per mažai aprūpinama krauju ir tuo pačiu deguonimi - vadinamoji išemija. Tačiau visiškoje ramybėje EKG gali būti ir normali. Todėl dažnai tikslinga atlikti vadinamąjį krūvio mėginį – tai arba važiavimas medicininiu dviračiu (veloergometrija), arba ėjimas specialiu judančiu takeliu (tredmilas).

Būtent remiantis krūvio mėginio rezultatais sprendžiama dėl diagnozės ir kaip toliau tyrinėti. Jei pacientas pakelia didelį krūvį, neatsiranda EKG išeminių pakitimų, normaliai kyla kraujospūdis ir pulsas, tada dažniausiai siūloma gydytis vaistais (silpnais) ar ieškoti kitos skausmų krūtinėje priežasties ir, gal būt, po kiek laiko krūvio mėginį reiktų pakartoti. Jei pacientas pakelia tik vidutinį ar mažą fizinį krūvį, bet EKG neatsiranda išemijos požymių, skausmo krūtinėje krūvio metu, o būna tik silpnumas, kojų nuovargis, oro stoka, galvos svaigimas, per greitai pakyla kraujospūdis ar pulsas – rekomenduojama gydytis vaistais ir po kiek laiko (savaičių ar mėnesių) tyrimą pakartoti. Jei pacientas pakelia tik mažą fizinį krūvį ar atsiranda skausmas krūtinėje ir/ar elektrokardiogramos pakitimai, tada svarstoma apie širdies zondavimo tikslingumą ir dažniausiai pacientui siūloma šį labai svarbų tyrimą atlikti (5).

1.10 PROGRAMINĖ ĮRANGA

Atliktame tyrime buvo nagrinėjamos elektrokardiogramos, kurias sudaro vienmačiai duomenų masyvai. Darbo skaičiavimams atlikti pasirinkta MATLAB programinė įranga. MATLAB (iš žodžių MATrix LABoratory) yra daugiaplatformė MathWorks programinė įranga, skirta įvairių mokslo šakų problemoms spręsti, ypač matematinėms. Kaip galima spręsti iš pavadinimo, turi puikias galimybes manipuliacijoms su matricomis – būtent toks buvo pirminis šios programos tikslas. Dabar tai didžiulis galingas paketas, turintis savitą lengvai perprantamą programavimo kalbą, kurios pagalba ir buvo atlikti skaičiavimai bei grafiškai atvaizduoti tyrime naudoti duomenys ir rezultatai.

2. TIRIAMOJI DALIS IR REZULTATAI

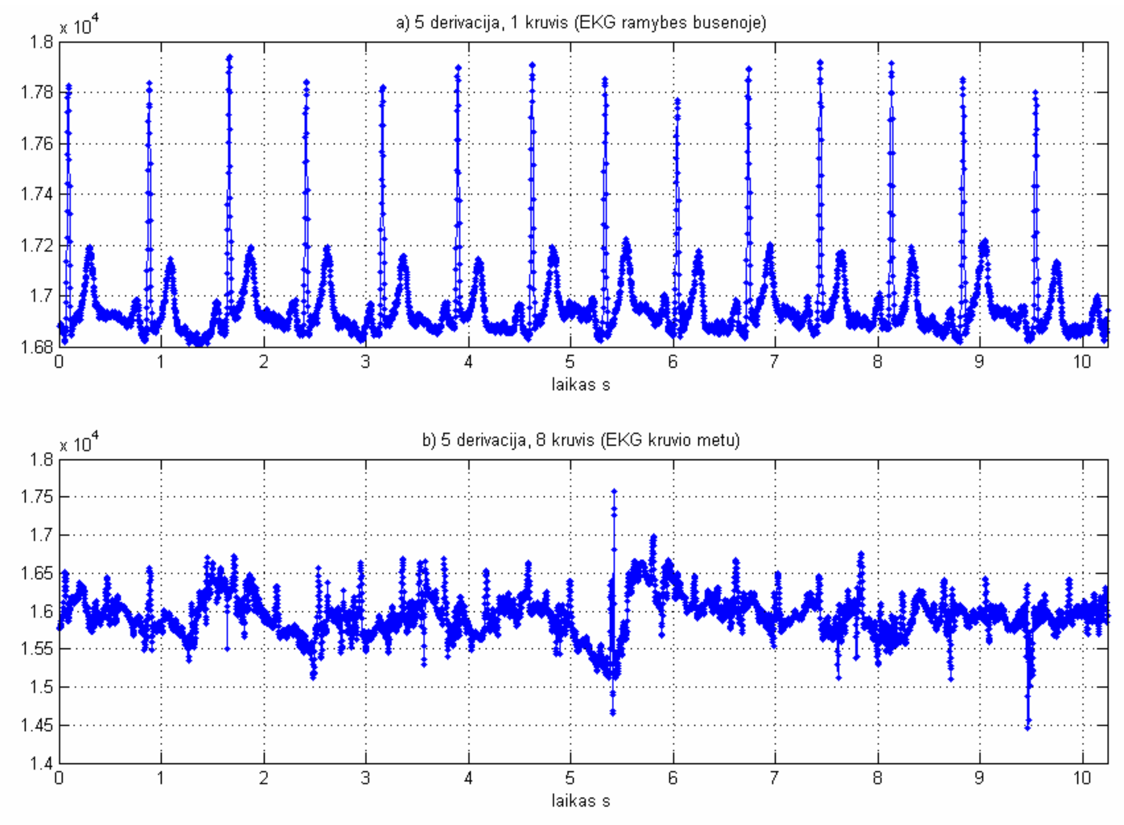
2.1 DUOMENYS

Tyrime yra nagrinėjamos elektrokardiogramos (EKG). Registruojant EKG vienu metu yra užfiksuojama 12 derivacijų. Elektrokardiograma registruojama 10,24 sekundės 500 Hz dažniu (kas 0,002 sekundės). Vieno registravimo metu turime 12 duomenų blokų (diskrečių atskaitymų) po 5120 penkiaženklių sveikųjų skaičių.

Veloergometrinio tyrimo metu, tiriant asmens reakciją į krūvį, EKG yra registruojamos skirtingo krūvio metu. Tuomet vienam tiriamajam asmeniui turime nuo 10 iki 18 (priklausomai nuo fizinio pajėgumo bei krūvio tipo) elektrokardiogramų po 12 derivacijų.

Duomenų bazėje yra tokia informacija apie tiriamus asmenis: vardas, pavardė, lytis, gimimo data (amžius) bei požymis, ar žmogus priklauso išemine liga sergančiųjų grupei.

Pradžioje apsiribosime poros derivacijų, registruotų skirtingo krūvio metu, palyginimu. Nagrinėsime penktąją (galūninę aVL) derivaciją ramybės bei krūvio metu. Pasirinkti duomenys iliustruoja, kaip vizualiai gali skirtis ta pati derivacija. Žemiau pateiktas duomenų pavyzdys grafiškai:



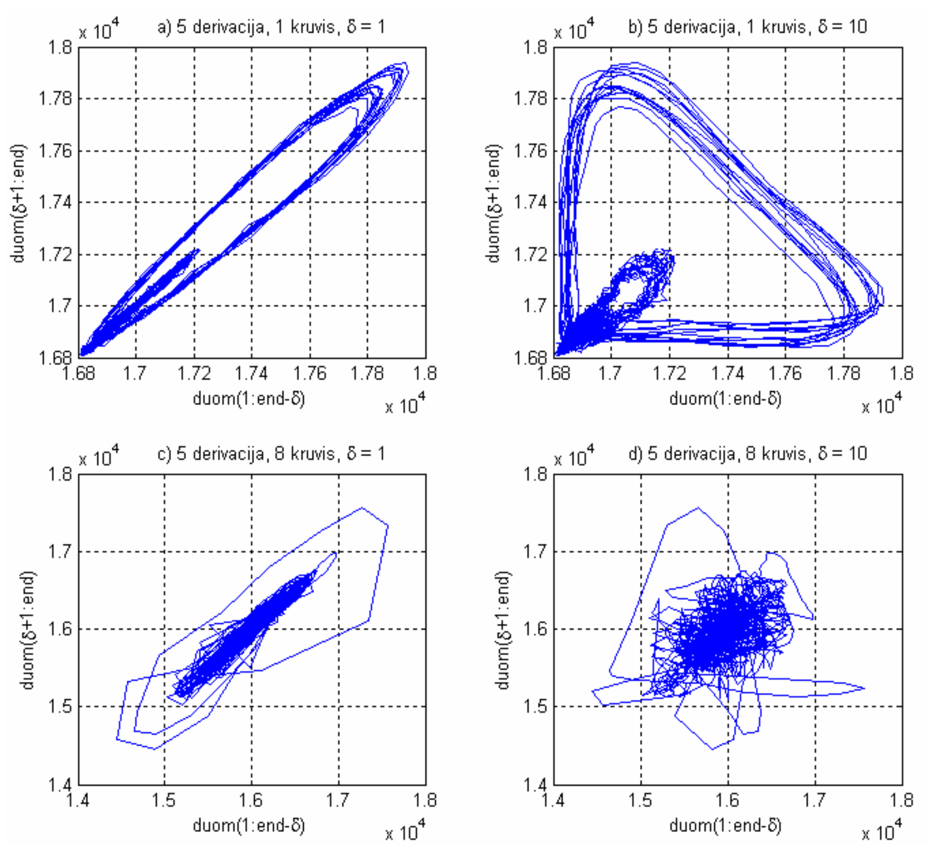
2.1 pav. EKG duomenų pavyzdys

2.1 paveiksle viršutinės EKG duomenys yra ramybės būsenoje- širdis plaka ramiai, tolygus širdies susitraukimų dažnis. Antroji EKG- krūvio metu. Širdies susitraukimų dažnis padidėjęs, ryškiau pastebimas aperiodiškumas. Pavaizduotų duomenų maksimali reikšmė- 17939, minimali- 14453. Tolesniame tyrime duomenys nenormuojami.

2.2 ITERACINIS ŽEMĖLAPIS

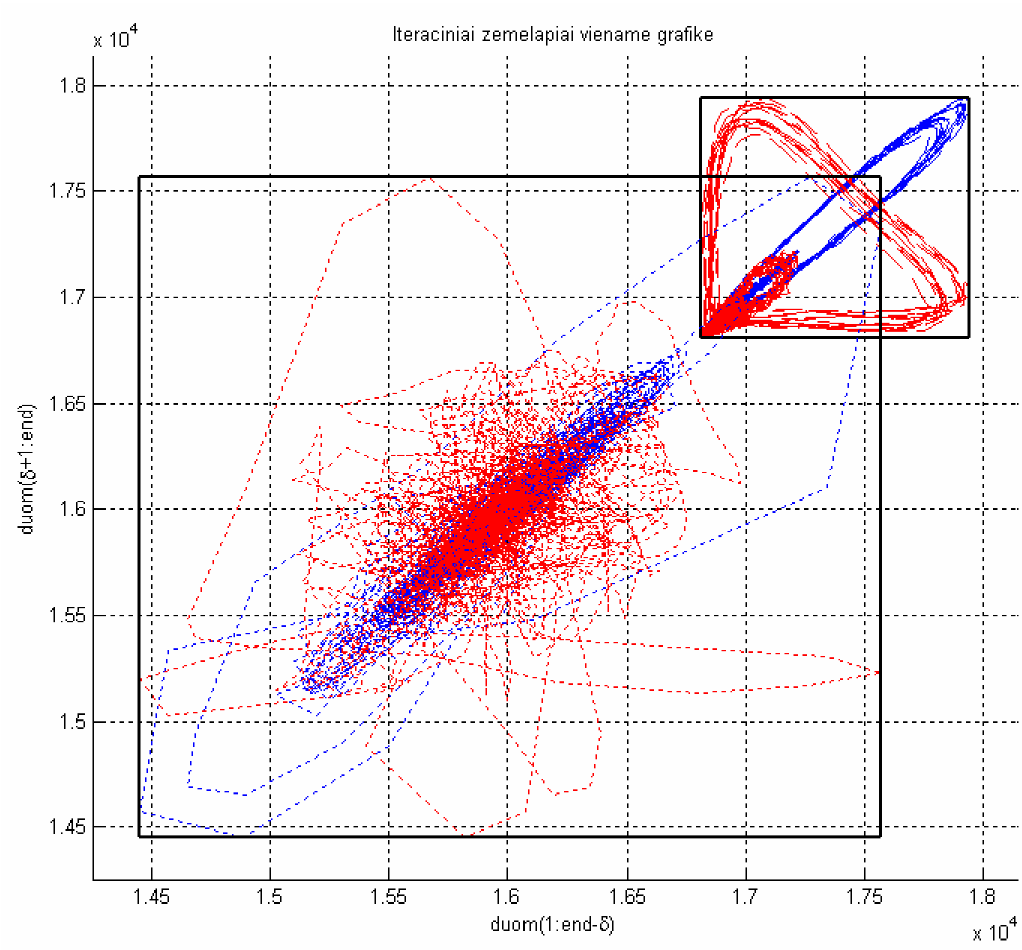
Norint apskaičiuoti plokštumos užimtumo koeficientą (PUK), pirmiausiai reikia nusibraižyti iteracinį žemėlapį. Tarkime turime duomenų masyvą $duom = x_1, x_2, ..., x_N$. Pasirenkame ***iteracinio žemėlapio žingsnį*** δ (δ- natūralusis skaičius). Tuomet sudarome taškus $(x_1, x_{1+\delta})$, $(x_2, x_{2+\delta})$,..., $(x_{N-\delta}, x_N)$. Šie taškai pavaizduoti plokštumoje sudaro taip vadinamą iteracinį žemėlapį. Kitaip sakant tyrime yra nagrinėjamos ne pačios kardiogramos, o jų fazinės trajektorijos. Fizikine prasme δ parodo ordinačių reikšmių vėlinimą.

Pasirinkus skirtingas δ reikšmes gaunami skirtingi iteraciniai žemėlapiai. Visa tai iliustruoja 2.2. paveikslas:



2.2 pav. Skirtingų krūvių EKG iteraciniai žemėlapiai skirtingoms δ reikšmėms

Pirmoje eilutėje esantys iteraciniai žemėlapiai yra ramybės būsenos EKG, kai $\delta = 1$ (2.2. a pav.) ir $\delta = 10$ (2.2. b pav.). Antroje eilutėje (2.2. c ir 2.2. d paveikslai) atitinkamai pavaizduoti grafikai EKG krūvio metu. 2.3. paveiksle iteraciniai žemėlapiai pavaizduoti vienoje plokštumoje.



2.3 pav. EKG iteraciniai žemėlapiai prie skirtingų δ bendrame grafike

Stora juoda linija apvestos iteracinių žemėlapiu susitelkimo ribos. Galima pastebėti, jog keičiantis parametrui δ iteracinio žemėlapio taškų išsidėstymas keičiasi pastovaus stačiakampio ribose. Mažesniame stačiakampyje yra ramybės būsenos EKG (koordinatės: (16809;16809) (17939;17939)), o didesniajame- EKG krūvio metu (koordinatės: (14453;14453) (17567;17567)).

2.3 PLOKŠTUMOS UŽIMTUMO KOEFICIENTAS

Užimtumo dimensijos formulė (teorinė):

$$d_{uz} = - \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\log(N_\varepsilon)}{|\log(\varepsilon)|}, \qquad (2.1)$$

ε - iteracinio žemėlapio tinklelio langelio dydis;

N_ε - skaičius užimtų langelių.

Fiksavę ε gauname plokštumos užimtumo koeficiento formulę:

$$d_{UZ}(\varepsilon) = -\frac{\log(N_\varepsilon)}{\log(\varepsilon)}, \tag{2.2}$$

kuris charakterizuoja EKG kitimo (variacijos) pobūdį. Plokštumos užimtumo koeficiento reikšmė gaunama teigiama, nes $\log\varepsilon < 0$, kai $0 < \varepsilon < 1$.

2.1 formulėje yra riba, kai $\varepsilon \to 0$, todėl darbe nagrinėsime PUK kitimą, kai ε artėja prie 0 (2.8. skyrius).

Nagrinėjamos kardiogramos susideda iš sveikųjų skaičių. Tokiu atveju iteracinio žemėlapio tinklelį galima mažinti iki 1. Tam kad PUK reikšmę gautume teigiamą, mes darbe naudosime 2.2 formulę be minuso ženklo.

2.4 PUK SKAIČIAVIMO ALGORITMAS

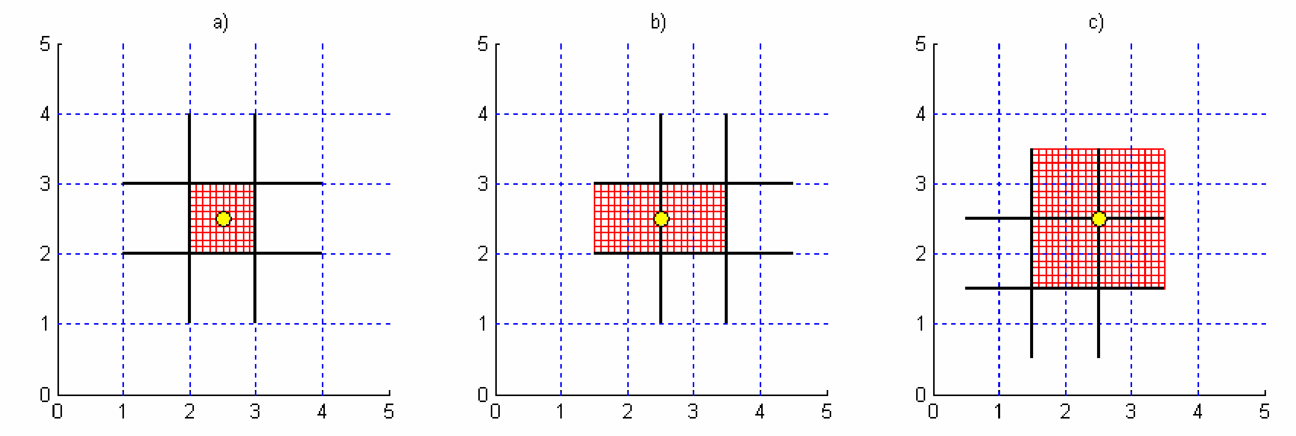
Skaičiuojant plokštumos užimtumo koeficientą, pirmiausiai mes turime nusibraižyti iteracinį žemėlapį (prie tam tikros pasirinktos δ reikšmės). Pasirenkame ***tinklelio langelio dydį*** ε ir turimą iteracinį žemėlapį padengiame tinkleliu. Tuomet suskaičiuojame kiek yra užimtų langeliu- taip randame N_ε parametro reikšmę (užimtas langelis yra tas, į kurį patenka bent vienas iteracinio žemėlapio taškas). Tuomet belieka sustatyti turimas parametrų reikšmes į (2) formulę ir taip gaunamas plokštumos užimtumo koeficientas $d_{UZ}(\varepsilon,\delta) \in R$.

PUK skaičiavime EKG pradinis tikslas yra:

1. *patikrinti kaip keičiasi PUK stumdant tinklelį;*
2. *ištirti, kaip PUK priklauso nuo ε;*
3. *ištirti PUK priklausomybę nuo δ.*

2.5 EKG PUK PRIKLAUSOMYBĖ NUO TINKLELIO POSTŪMIO

Fiksuokime tinklelio langelio dydį ε. Turint plokštumos užimtumo koeficiento skaičiavimo formulę, kyla klausimas ką daryti jei iteracinio žemėlapio taškas patenka ant tinklelio linijos. 2.4 paveiksle pavaizduota tokia situaciją. Juoda ištisinė linija- tai iteracinio žemėlapio tinklelis. Centre - iteracinio žemėlapio taškas. Užimti langeliai paryškinti. a) Kai taškas nepatenka ant tinklelio, jis užima vieną langelį. b) Kai taškas yra ant dviejų langelių lietimosi linijos- jis jau užima du langelius. c) Taškui patekus ant tinklelio susikirtimo srities- vienas taškas užima keturis langelius.

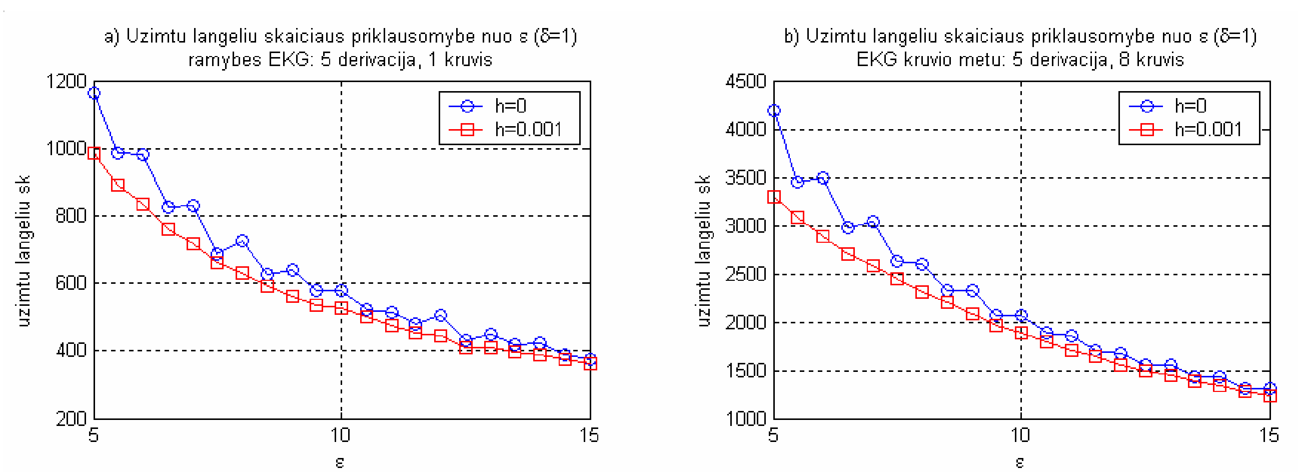


2.4 pav. PUK skaičiavimo algoritmas, kai taškas patenka ant tinkelio

Skaičiuojant plokštumos užimtumo koeficientą elektrokardiogramai, iteracinio žemėlapio taškai priklauso sveikųjų skaičių aibei. Galima tinklelį perstumti taip, kad nei vienas taškas nepatektų ant tinklelio, tinklelį patraukiant i kairę puse x ašimi ir į apačią y ašimi per žingsnį h. h dydis priklaus nuo ε. Kai $\varepsilon \in N$, $h < 1$. Kai ε imamas n skaitmenų po kablelio tikslumu, tuomet $h < 10^{-n}$.

Skaičiuojant PUK, (2.2) formulės skaitiklyje yra užimtų langeliu skaičiaus logaritmas. Fiksavus ε reikšmę, vardiklis išlieka toks pat. Vadinasi PUK reikšmė tiesiogiai proporcinga užimtų langelių skaičiui.

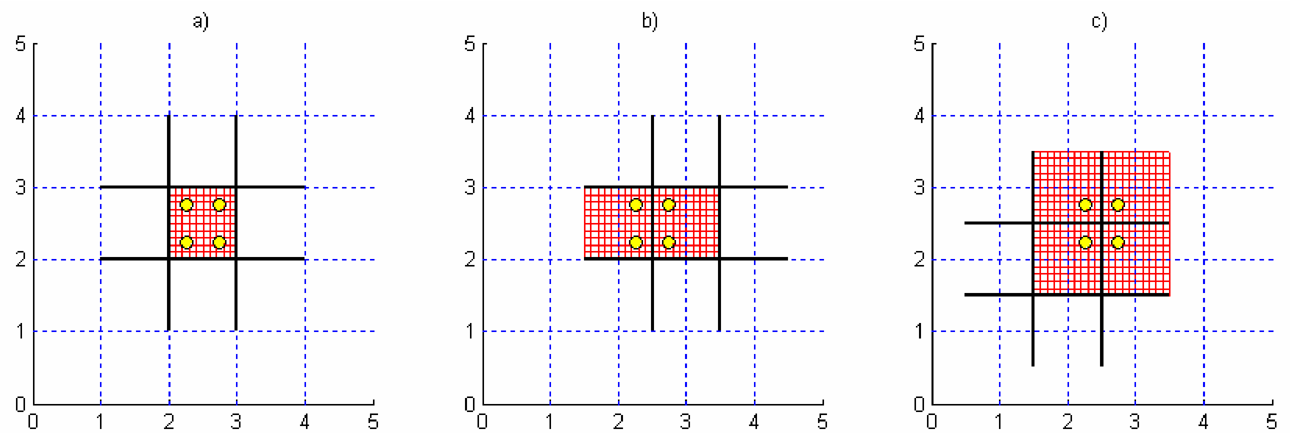
5 paveiksle pavaizduota užimtų langelių skaičiaus priklausomybė nuo ε dviem atvejais: $h = 0$ - yra taškų, patenkančių ant tinklelio; $h = 0.001$ - nėra taškų, patenkančių ant tinklelio. a dalyje- ramybės būsenos EKG, b dalyje- EKG krūvio metu.



2.5 pav. Užimtų langelių skaičiaus priklausomybė nuo tinklelio postūmio

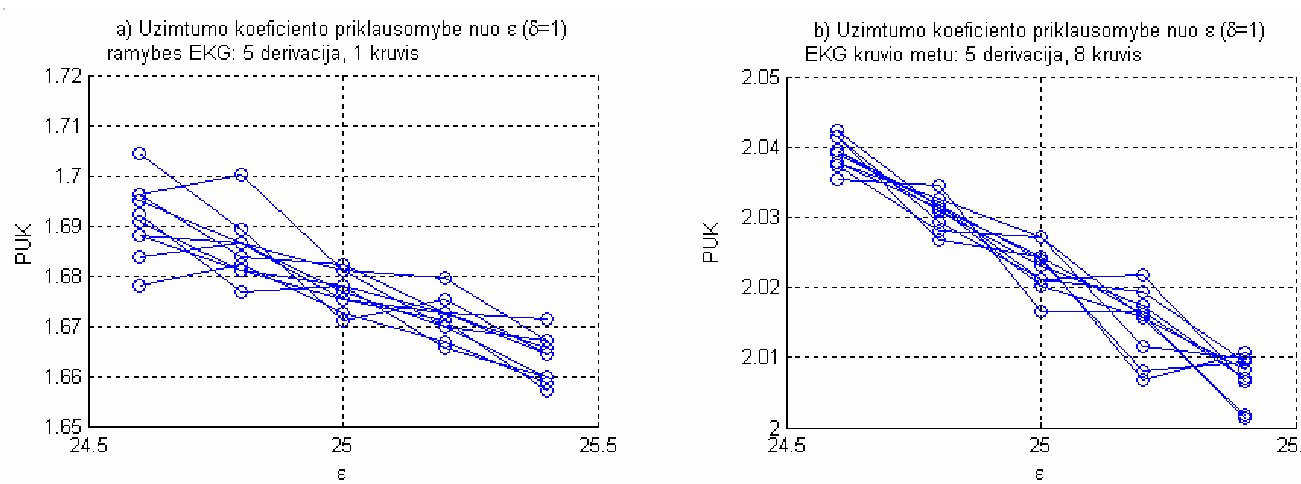
Iš 2.5 paveiksle esančių grafikų pastebime, jog gaunamas tolygesnis užimtų langelių skaičiaus (tuo pačiu ir PUK) kitimas didėjant ε reikšmei tuomet, kai nėra iteracinio žemėlapio taškų, patenkančių ant tinklelio. Tad *tolimesniame tyrime naudosime tinklelį, kuris nepatenka ant iteracinio žemėlapio taškų.*

Panagrinėsime kitą situaciją, kuomet galime gauti skirtingą plokštumos užimtumo koeficiento reikšmę, esant fiksuotam ε. Pati paprasčiausia situacija pavaizduota 2.6 paveiksle. Turime keturis taškus, patenkančius į vieną langelį- a paveikslas. Punktyrine linija pažymėta pradinė tinklelio vieta. Juoda ištisinė linija žymi tinklelį po postūmio. Užimti langeliai patamsinti. b paveiksle matome, kad pastūmus tinklelį į dešinę pusę, gauname jau du užimtus langelius. c dalyje, kai tinklelis patrauktas $y(x) = x$ tiesės kryptimi, gauname keturis užimtus langelius.



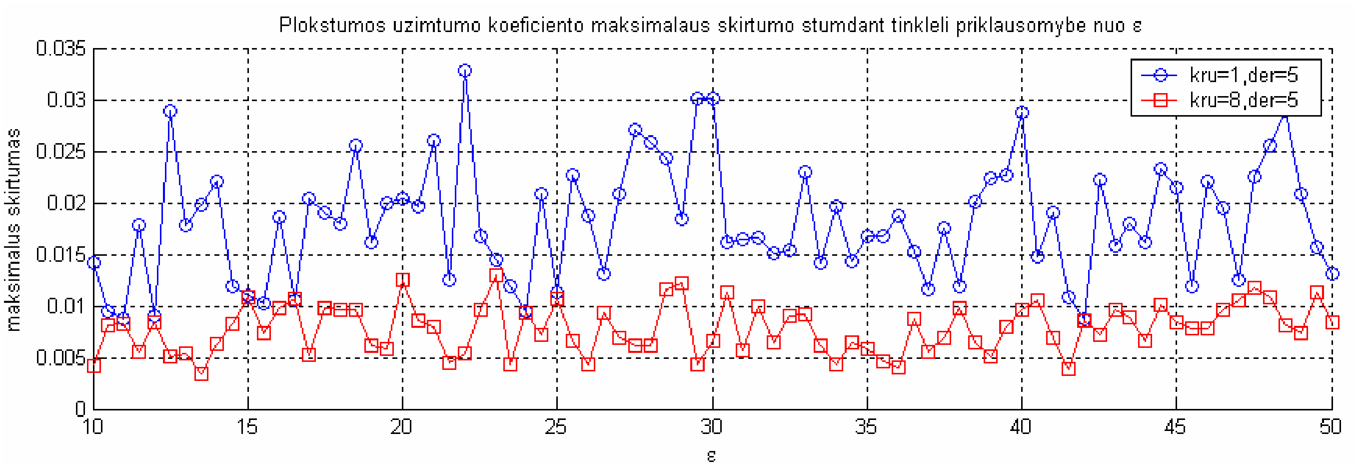
2.6 pav. Užimtų langelių skaičiaus priklausomybė nuo tinklelio postūmio

2.7 paveiksle yra grafiškai pavaizduota PUK priklausomybė nuo ε stumdant tinklelį tiriamiems duomenims (a paveikslas- ramybės EKG, b paveikslas- EKG krūvio metu). ε reikšmė kinta nuo 24,6 iki 25,4 žingsniu 0,2. Matome 10 skirtingų kreivių, kurios gautos parinkus skirtingą tinklelio postūmį tiesės $y(x) = x$ kryptimi: $h = 10^{-3} + k\varepsilon$, kur k kinta nuo 0 iki 0,9 žingsniu 0,1.



2.7 pav. Elektrokardiogramų PUK priklausomybė nuo tinkelio postūmio

Iš gautų grafikų turime, jog plokštumos užimtumo koeficiento reikšmė, esant fiksuotam ε, priklauso nuo tinklelio postūmio. Panagrinėsime didžiausią PUK skirtumą stumdant tinklelį. Jis gaunamas kiekviename ε taške (2.7 paveikslas) iš didžiausios reikšmės atėmus mažiausią. ε kitimo sritis $[10;50]$, žingsniu 0,5. Gauti rezultatai pavaizduoti 2.8 paveiksle.



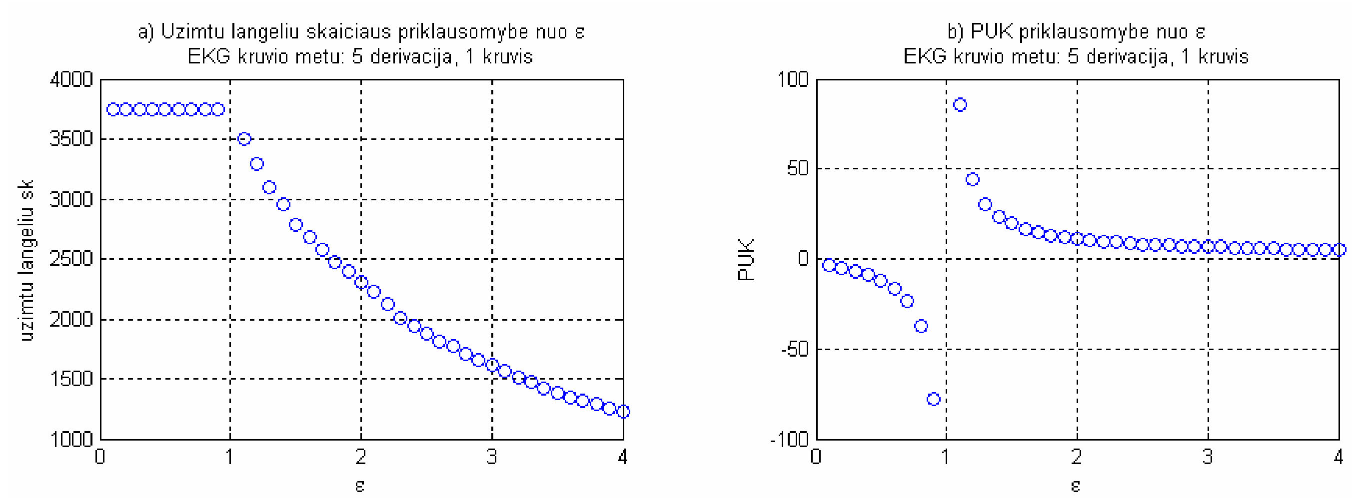
2.8 pav. Elektrokardiogramų PUK maksimalus skirtumas stumdant tinklelį esant fiksuotam ε

Iš 8 paveiksle esančio grafiko matome, jog ramybės EKG yra jautresnė tinklelio postūmiui. Didžiausias skirtumas ramybės EKG yra 0,0328, o EKG krūvio metu- 0,0130. Vidurkiai atitinkamai ramybės ir krūvio EKG maksimalių nuokrypių yra: 0,0182 bei 0,0078. Tolimesnis tyrimas parodys, ar šie pokyčiai (plokštumos užimtumo koeficiento nestabilumas stumdant tinklelį) yra reikšmingi.

2.6 EKG PUK PRIKLAUSOMYBĖ NUO ε

2.3 paveiksle pavaizduotas didesnysis iteracinis žemėlapis yra išsidėstęs kvadrate, kurio kraštinės ilgis 3114. Vadinasi šiuo atveju ε gali kisti $(0;3114)$ ribose. Užimtumo dimensiją skaičiuojant pagal (2.1) formulę, mes turime ribą, kai $\varepsilon \to 0$. Dėl šios priežasties nagrinėsime PUK priklausomybę nuo ε, kai ε yra pakankamai mažas ($\varepsilon \in (0;50]$).

Iteracinio žemėlapio taškai- sveikieji skaičiai. Tinklelį uždėkime taip, kad jis nepatektų ant iteracinio žemėlapio taškų. Tuomet, kai $\varepsilon < 1$, užimtų langelių skaičius bus konstanta, lygi nesikartojančių iteracinio žemėlapio taškų skaičiui. Vadinasi, kai $\varepsilon < 1$, elektrokardiogramos PUK priklauso tik nuo ε. Ši situacija pavaizduota 2.9 paveiksle.

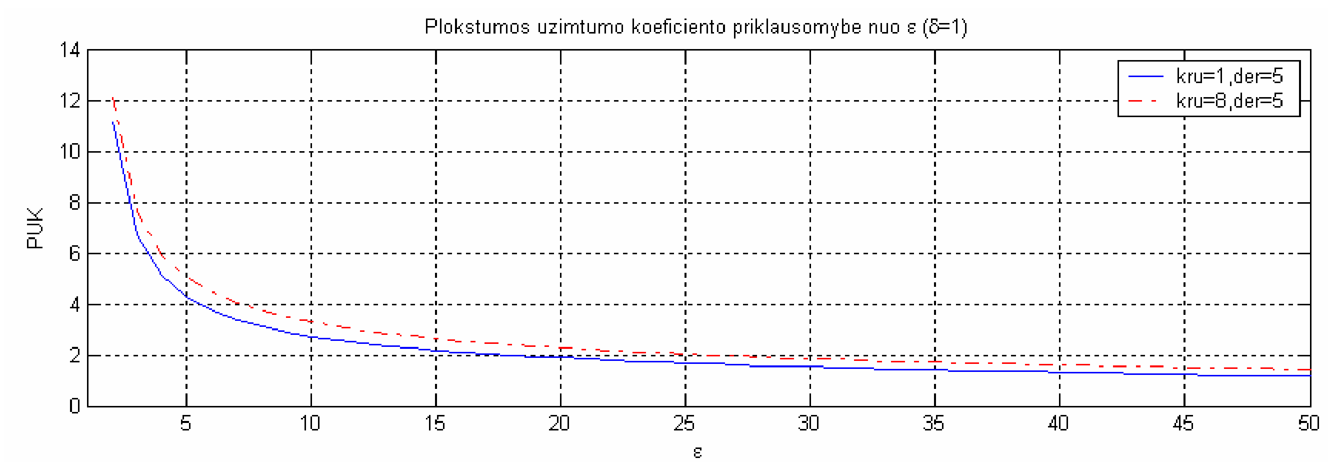


2.9 pav. Elektrokardiogramos PUK priklausomybė nuo ε, kai $\varepsilon \in [0,1;4]$

ε kitimo ribos paimtos nuo 0,1 iki 4 žingsniu 0,1. 2.9 paveikslo a dalyje atidėta užimtų langelių skaičiaus priklausomybė nuo ε, o b paveikslas- PUK priklausomybė nuo ε. *Tolimesniam tyrimui atmeskime ε kitimo ribą, kai $\varepsilon \in (0;1)$.*

Plokštumos užimtumo koeficiento (2.2) formulėje yra minuso ženklas. Skaitiklis visuomet bus didesnis už nulį, o vardiklis įgis neigiamą reikšmę, kai $\varepsilon \in (0;1)$. Turėdami ε kitimo ribą $\varepsilon \in (1;50)$, kad gautume teigiamą PUK reikšmę, *(2.2) formulėje nerašome minuso ženklo*.

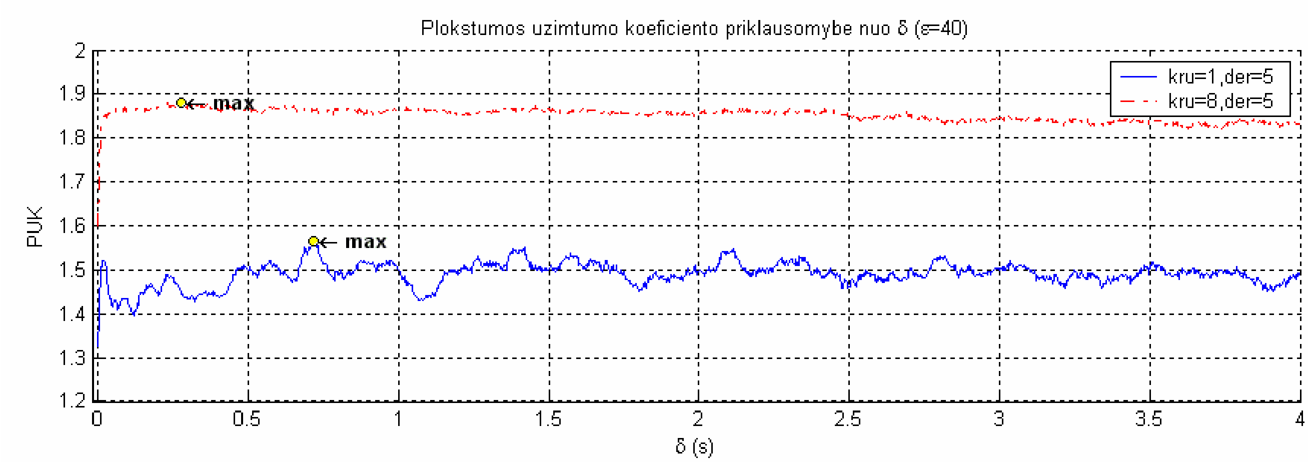
2.10 paveiksle pavaizduota ramybės būsenos bei krūvio elektrokardiogramų PUK priklausomybės nuo ε, kai $\varepsilon \in [1;50]$. Matome, jog mažėjant ε reikšmei užimtumo koeficiento reikšmė didėja.



2.10 pav. EKG plokštumos užimtumo koeficiento priklausomybė nuo ε, kai $\varepsilon \in (1;50]$

2.7 EKG PUK PRIKLAUSOMYBĖ NUO δ

Fiksavus tinklelio langelio dydį $\varepsilon = 40$, gauta PUK priklausomybė nuo δ pateikta 2.11 paveiksle (δ kinta nuo 0 iki 2000). Grafike abscisių ašyje atidėta laiko skalė sekundėmis (laiko skalė gaunama: $\delta \cdot 0{,}002s$). Ištisinė kreivė- rezultatai ramybės būsenos EKG, punktyrinė- EKG krūvio metu.

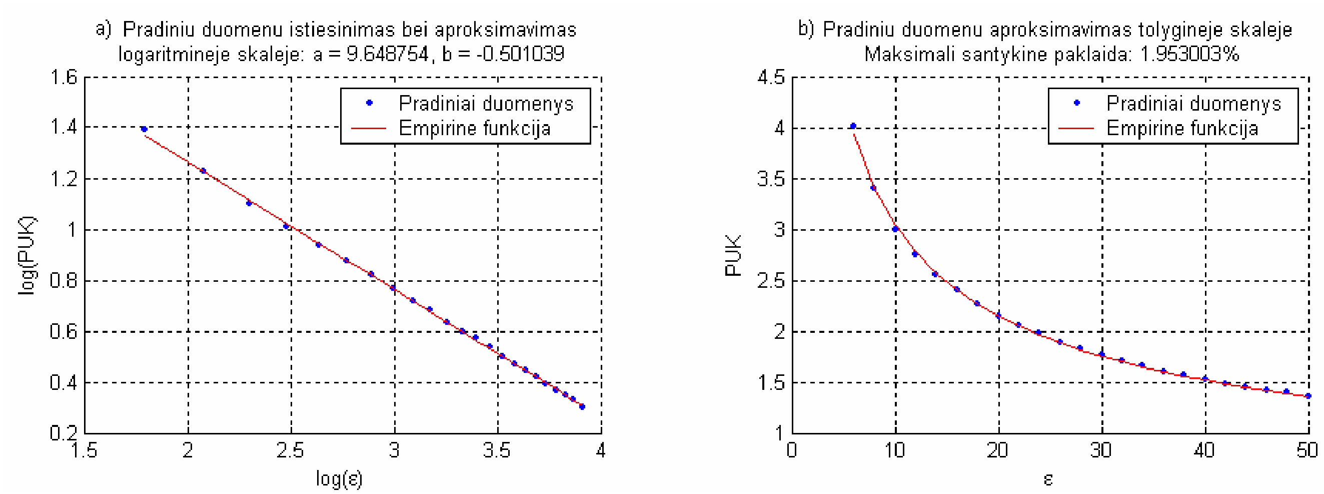


2.11 pav. EKG plokštumos užimtumo koeficiento priklausomybė nuo δ, kai $\delta \in [1;2000]$

Ramybės būsenos EKG grafikas banguotas. Galime įžiūrėti iškilimus, kurie pasikartoja panašaus ilgio kaip RR intervalai atstumais. Tačiau EKG krūvio metu tokios tendencijos jau nėra. Abu grafikai panašūs tuo, jog pačioje pradžioje staiga didėja (maždaug iki 0,1s). Pasiekiama maksimali PUK reikšmė iki pirmos sekundės (grafikuose maksimumo reikšmės paryškintos). *Iteracinio žemėlapio žingsnį δ tolimesniame tyrime fiksuosime: $\delta = 50$ (0,1s).*

2.8 EKG PUK MATEMATINIS MODELIS

2.7. skyrelyje nustatėme iteracinio žemėlapio žingsnio δ fiksavimo tašką $\delta = 50$. Sudarydami plokštumos užimtumo koeficiento priklausomybės nuo iteracinio žemėlapio tinklelio langelio dydžio ε matematinį modelį, EKG PUK priklausomybei nuo ε rasime analizinę išraišką.



2.12 pav. PUK priklausomybės nuo ε aproksimavimas laipsnine f-ja

2.12 b paveiksle pavaizduota, kaip logaritmavus x ir y ašis išsitiesina PUK priklausomybės nuo ε grafikas. Mažiausių kvadratų metodu logaritminėje skalėje aproksimuojame turimus taškus tiese. Perėję į tolydinę skalę (2.12 a paveikslas) gauname laipsninę funkciją, kurios analizinė išraiška pateikta žemiau:

$$d_{uz}(\varepsilon)\Big|_{\delta = 50} = a \cdot \varepsilon^{b} \qquad \textbf{(2.3)}$$

(2.3) formulė ir yra PUK priklausomybės nuo ε matematinis modelis. 2.12 paveiksle taškais pažymėtos tikrosios PUK reikšmės, o ištisinė linija - tai gauta analizinė funkcija. Tam, kad rezultatų aproksimavimas analizine funkcija būtų teisingas, santykinė paklaida neturi viršyti 5%. Šiuo atveju 2.12 paveiksle gauti parametrai yra: $a = 10.347$, $b = -0.484$, o maksimali santykinė paklaida $p = 3.81\%$.

Toliau darbe, kalbėdami apie plokštumos užimtumo koeficientą, nagrinėsime koeficientus *a* ir *b*.

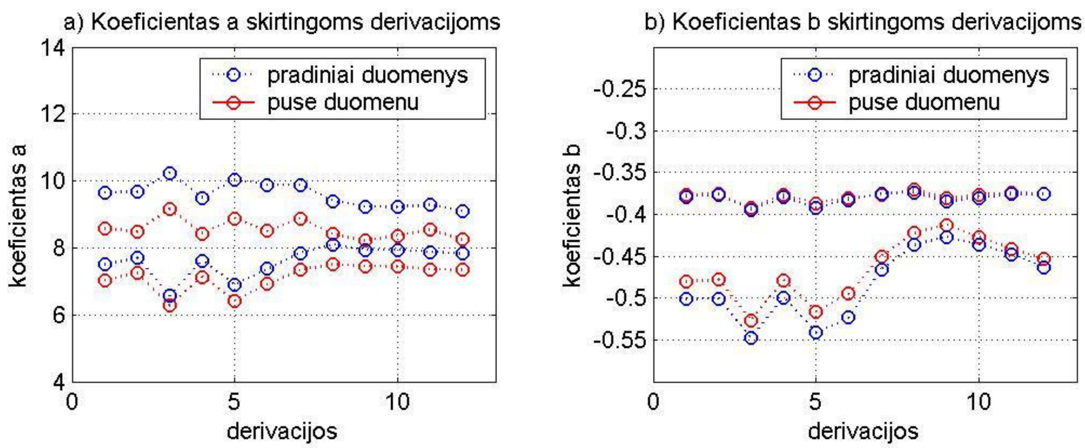
2.9 EKG PUK STABILUMO IŠORINIAMS VEIKSNIAMS TYRIMAS

Norint rasti parametrams, apibūdinantiems elektrokardiogramas (šiuo atveju a ir b koeficientams), medicininę interpretaciją, būtina ištirti parametrų jautrumą tokiems veiksniams, kaip duomenų kiekio kitimas, proceso suspaudimas, elektrokardiogramos amplitudės kitimas ir t.t.. Jeigu tiriamas parametras yra jautrus šiems veiksniams (šiek tiek pakeitus pradinius duomenis ryškiai keičiasi rezultatai) - tuomet nebus galima rasti medicininės interpretacijos. Žemiau esančiuose skyreliuose yra pateikti empiriniai tyrimo rezultatai.

2.9.1 EKG PUK PRIKLAUSOMYBĖ NUO DUOMENŲ KIEKIO

a ir *b* koeficientai yra gaunami iš vienos derivacijos, kurią sudaro 52100 diskrečių atskaitymų. Tačiau EKG gali būti registruojama nebūtinai 10,24 s., o ir ilgesnį ar trumpesnį laiko tarpą. Todėl reikia patikrinti, kaip tai įtakoja rezultatus. Šiame skyrelyje yra pateikti empyriniai rezultatai, kaip EKG PUK *a* ir *b* parametrai priklauso nuo duomenų kiekio.

Šiam tyrimui pasirinkti du asmenys, kurių PUK *a* ir *b* koeficientai labiau skiriasi. Pirmiausiai suskaičiuotos PUK *a* ir *b* koeficientų reikšmės visoms 12 derivacijų turimiems pradiniams elektrokardiogramų duomenims. Po to kardiogramos duomenys dvigubai sumažinami, atmetant antrąją dalį EKG taškų ir vėl suskaičiuojamos parametrų *a* ir *b* reikšmės. Rezultatai pateikti 2.13 paveiksle.

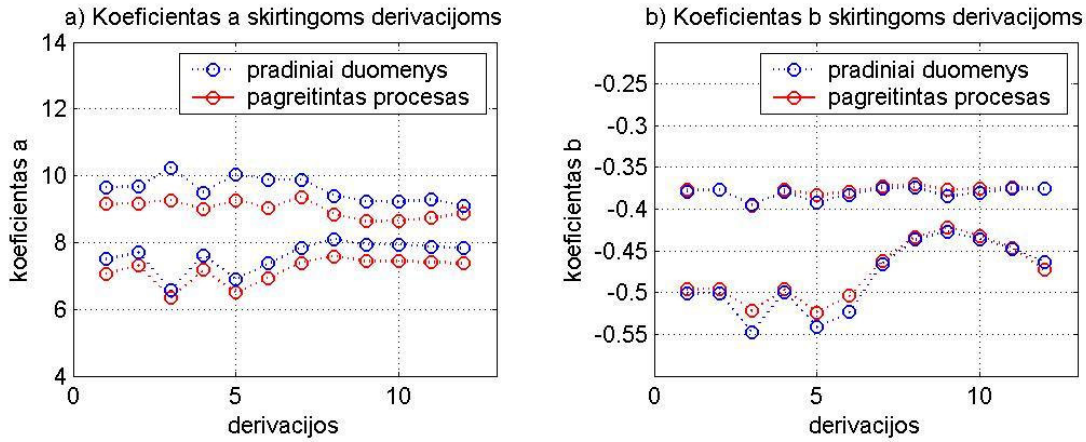


2.13 pav. PUK *a* ir *b* koeficientai 12 derivacijų rezultatai visiems bei pusei (atmesta antra dalis duomenų) duomenų dviem skirtingiems asmenims

2.13 paveikslo a) dalyje matome atidėtą koeficientą a, o b) dalyje- koeficientą b. Mėlyna linija žymi pradinius EKG PUK rezultatus, o raudona- rezultatai pusei duomenų. Iš grafikų matome, jog PUK *a* koeficientas pusei duomenų sumažėjo, o *b* koeficientas šiek tiek padidėjo. Grafikai išliko tokios pat formos. Lyginant bendrai abu asmenis, galime pastebėti, jog po duomenų sumažinimo skirtumai tarp asmenų išliko tokie pat.

2.9.2 EKG PUK PRIKLAUSOMYBĖ NUO PROCESO SUSPAUDIMO

Šiame skyriuje patikrinsime, kaip PUK *a* ir *b* koeficientai priklauso nuo proceso greičio. Tyrimui pasirinkti tie patys du asmenys, kaip ir 2.9.1. skyriuje. Pirmiausiai atvaizduojame rezultatus pradiniams duomenims: 2.14 paveiksle mėlyna spalva pažymėti *a* ir *b* koeficientai visoms 12 derivacijų. Iš pradinės EKG pašaliname kas antrą tašką ir taip procesą suspaudžiame. Rezultatai po suspaudimo pavaizduoti raudonai.

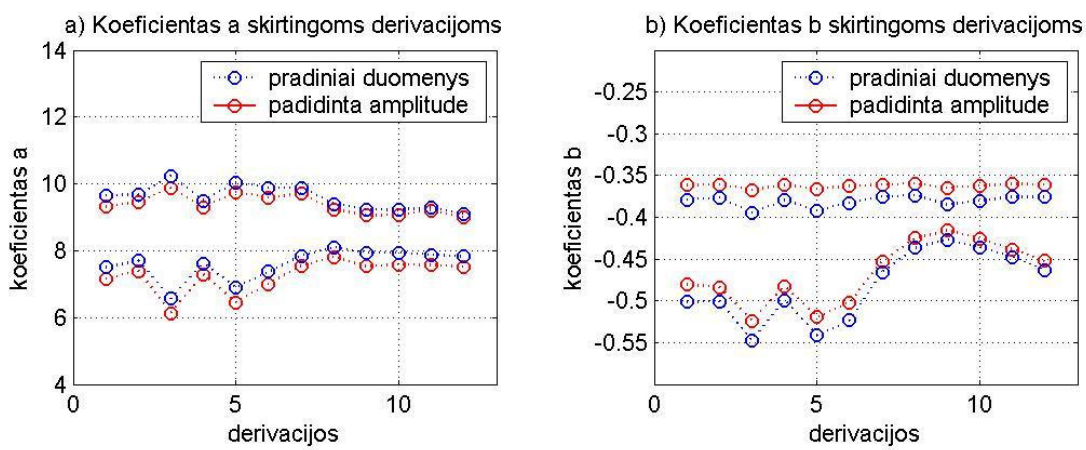


2.14 pav. PUK *a* ir *b* koeficientai 12 derivacijų rezultatai visiems bei pusei (atmesta kas antras taškas) duomenų, dviem skirtingiems asmenims

2.14 paveiksle gauti rezultatai panašūs į 2.9.1 skyriaus rezultatus: pakeitus pradinius duomenis, koeficientas *a* šiek tiek sumažėjo, o koeficientas *b* kai kuriuose taškuose nežymiai padidėjo. Grafikai išliko tokios pat formos, bei išliko toks pat koeficientų skirtumas tarp tiriamų asmenų.

2.9.3 EKG PUK PRIKLAUSOMYBĖ NUO EKG AMPLITUDĖS

Šiame skyriuje padidinsime EKG amplitudę, ir pasižiūrėsime, kaip tai įtakos rezultatams. Padauginus duomenų masyvą iš koeficiento, lygaus 1.2, mes padidiname iteracinį žemėlapį. 2.15 paveiksle pateikta dviejų asmenų PUK *a* ir *b* koeficientai visoms 12 derivacijų. Mėlyna spalva pažymėti pradinių duomenų rezultatai, o raudona- rezultatai po EKG amplitudės padidinimo.



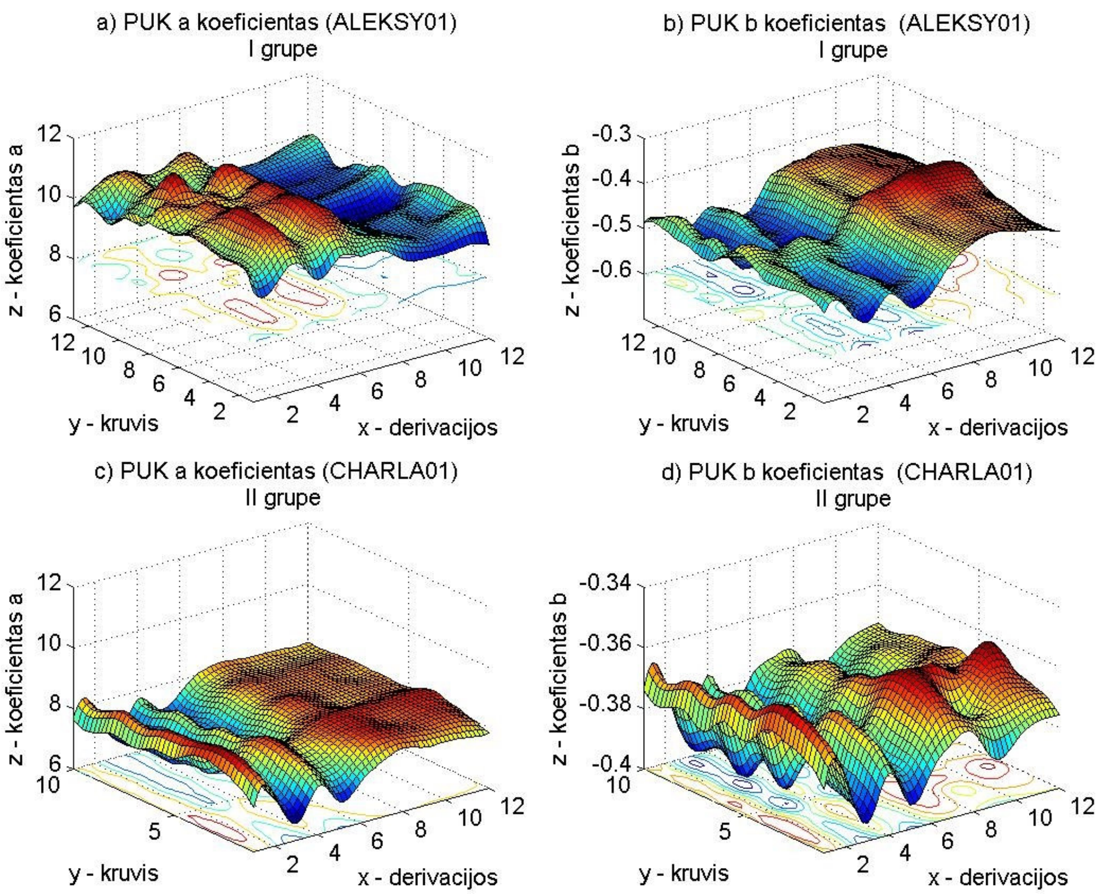
2.15 pav. PUK *a* ir *b* koeficientai 12 derivacijų rezultatai pradinių bei padidintų duomenų

Po atliktos duomenų transformacijos PUK *a* koeficientas sumažėjo, o *b*- padidėjo. Kaip ir ankstesniuose paveiksluose, grafikai išliko tokios pat formos, bei išliko toks pat koeficientų skirtumas tarp tiriamų asmenų. Taigi galime teigti, jog EKG PUK *a* ir *b* koeficientai didinant amplitudę kinta, tačiau išlieka tokie pat skirtumai tarp skirtingų asmenų.

2.10 EKG PUK PRIKLAUSOMYBĖ NUO DERIVACIJŲ BEI KRŪVIO

2.1 skyriuje yra paminėta, jog mes turime elektrokardiogramų duomenis skirtingų krūvių metu. Veloergometrinio tyrimo metu gali išryškėti tam tikri EKG kitimo požymiai, kurie padeda išskirti sergančiųjų grupę. Šiame skyriuje grafiškai pavaizduosime PUK a ir b koeficientų kitimą visoms 12 derivacijų keičiantis krūviui.

Išanalizavome tų pačių asmenų, kaip ir 2.9 skyriuje, elektrokardiogramas (parinkti tie asmenys, kurių rezultatai labiau išsiskiria vienas nuo kito). Gautas PUK a ir b koeficientų reikšmes skirtingoms derivacijoms per visus krūvius atidėjome viename grafike. Per atvaizduotus taškus nubraižėme paviršius. Tam, kad paviršiai būtų vaizdingesni, mes juos interpoliavome kubiniu splainu (2.16 pav.).

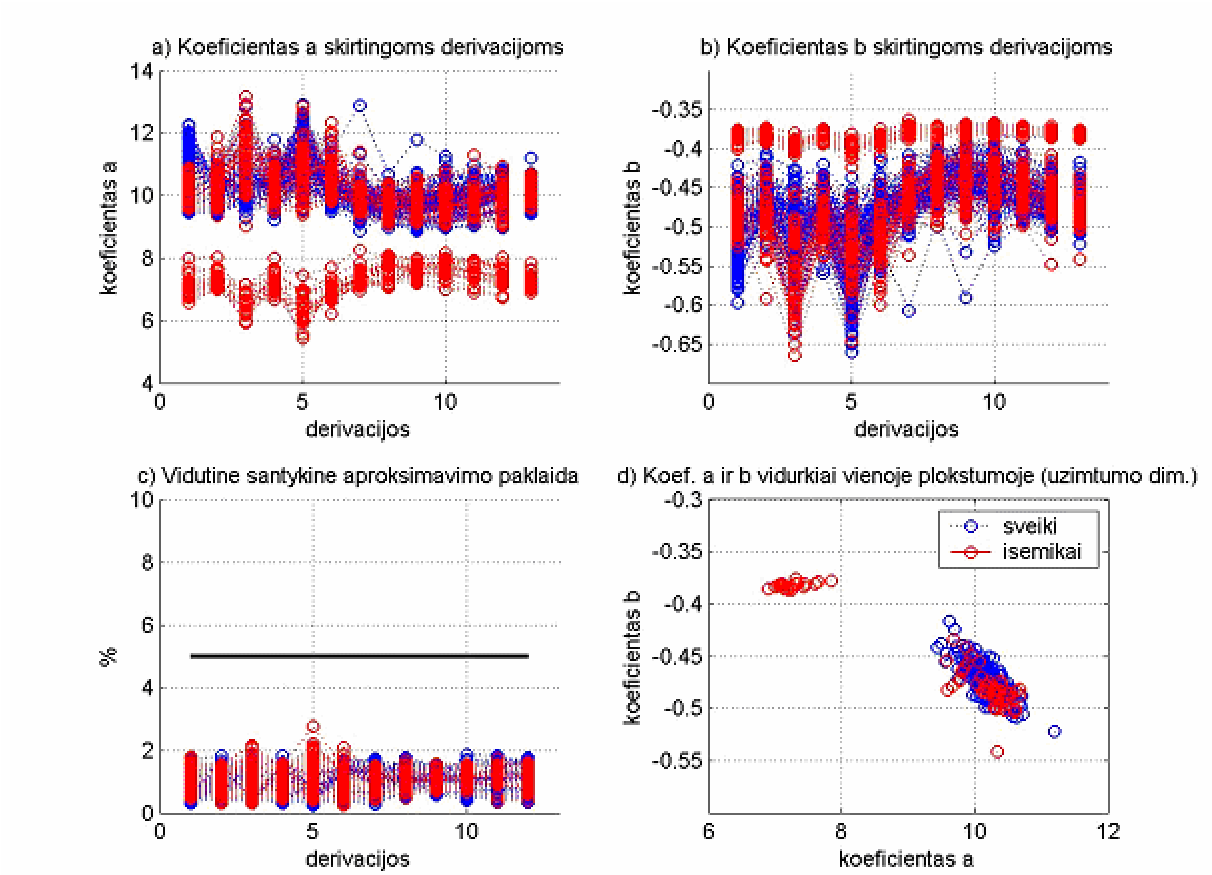


2.16 pav. PUK a ir b koeficientų paviršiai- priklausomybė nuo krūvio ir nuo derivacijų

2.16 paveiksle x ašis – 12 derivacijų, y ašis – krūviai, z ašis – atitinkamai koeficientas *a* arba koeficientas *b*. Paviršių gautos statistikos pavaizduotos pirmo priedo lentelėse. Pirmam tiriamajam vidutinė koeficiento *a* dispersija (kuri parodo parametro vidutinę sklaidą apie vidurkį) per krūvius yra 0.2818, o vidutinė dispersija per derivacijas - 0.5176. Koeficientui *b* vidutinė dispersija per krūvius 0.0146, per derivacijas 0.0386. Antro tiriamojo vidutinė koeficiento a dispersija per krūvius 0.2223, per derivacijas - 0.3880. Atitinkamai koeficientui b - 0.0044 ir 0.0067. Matome, jog visais atvejais koeficientai *a* ir *b* labiau skiriasi skirtingoms derivacijoms, nei didėjant krūviui. Iš paviršių nesimato bendrų tendencijų (mažėjimo arba didėjimo) PUK *a* ir *b* koeficientų reakcijoje į krūvį, tad yra sudėtinga šį modelį pritaikyti veloergometriniam tyrimui.

2.11 EKG PUK SKAIČIAVIMO ALGORITMO PRITAIKYMAS PRAKTIKOJE

Šioje dalyje yra nagrinėjamos EKG ramybės būsenoje. Išviso buvo ištirta 300 asmenų, iš kurių 228 priklauso sveikųjų grupei, o likusieji 72- sergantys išemine liga. PUK a ir b koeficientai apskaičiuoti visoms 12 derivacijų ir rezultatai atvaizduoti grafiškai 2.17 paveiksle:



2.17 pav. PUK priklausomybės nuo ε aproksimavimas laipsnine f-ja

2.17 paveiksle a ir b dalyse atidėti atitinkamai PUK a ir b koeficientai visoms 12 derivacijų. Iš šių grafikų galima pastebėti, jog skirtingose derivacijose skirtingai išsibarstę parametrų a ir b reikšmės. Gautos kreivės kertasi viena su kita (nėra lygiagrečios), todėl sunku pasakyti kuri derivacija yra informatyviausia. Dėl šios priežasties, kiekvieno tiriamojo a ir b parametrams yra randamas vidurkis iš visų 12 derivacijų ir jis a ir b paveikslėliuose atidėtas derivacijų ašyje ties x reikšme, lygia 13. Mėlyna spalva pažymėti sveikųjų grupės rezultatai, o raudona- išemikų grupė.

2.17 paveiksle matosi jog ryškiai išsiskyrė dvi grupės. Į pirmąją pateko visi sveikieji ir dalis išemine liga sergančiųjų, o į antrąją- likusioji dalis išemikų.

c dalyje atidėtos PUK koeficiento kitimo, kai ε artėja prie nulio, aproksimavimo laipsnine funkcija vidutinės santykinės paklaidos. Šiame paveiksle juoda linija žymi 5% ribą, kurios neturi neviršyti aproksimavimo paklaida. Iš šio grafiko matome, jog vidutinė aproksimavimo paklaida neviršija leistinos ribos.

d dalyje atidėti a ir b koeficientų vidurkiai vienoje plokštumoje: x ašis – koeficiento a vidurkių reikšmės, y ašis – koeficientų b vidurkiai. Toliau panagrinėsime sveikųjų ir išemikų grupes atskirai. Žemiau esančioje lentelėje pateikti skaitiniai grupių statistikų rezultatai:

2.1 lentelė

PUK a ir b koeficientų statistikos atskiroms grupėms

	I grupė - 70% išemikų		II grupė - 30% išemikų		III grupė - 100% sveikų	
Statistikos	koef. a	koef. b	koef. a	koef. b	koef. a	koef. b
Minimumas	9,134	-0,499	7,186	-0,394	9,431	-0,522
Maksimumas	11,282	-0,407	7,981	-0,368	11,203	-0,417
Vidurkis	9,868	-0,452	7,652	-0,376	10,179	-0,473
Dispersija	0,245	0,013	0,172	0,002	0,174	0,012

2.1 lentelėje pateikti rezultatai visos sveikųjų grupės (ji pažymėta kaip III grupė), o išemikų grupė suskaidyta į dvi atskiras. Iš gautų rezultatų pastebime, jog , 30% išemikų išsiskyrė į atskirą grupę (II grupė), o likusieji 70% (I grupė) - persidengė su sveikųjų grupe.

2.12 a IR b PARAMETRŲ PALYGINIMAS SKIRTINGOMS FRAKTALINĖMS DIMENSIJOMS

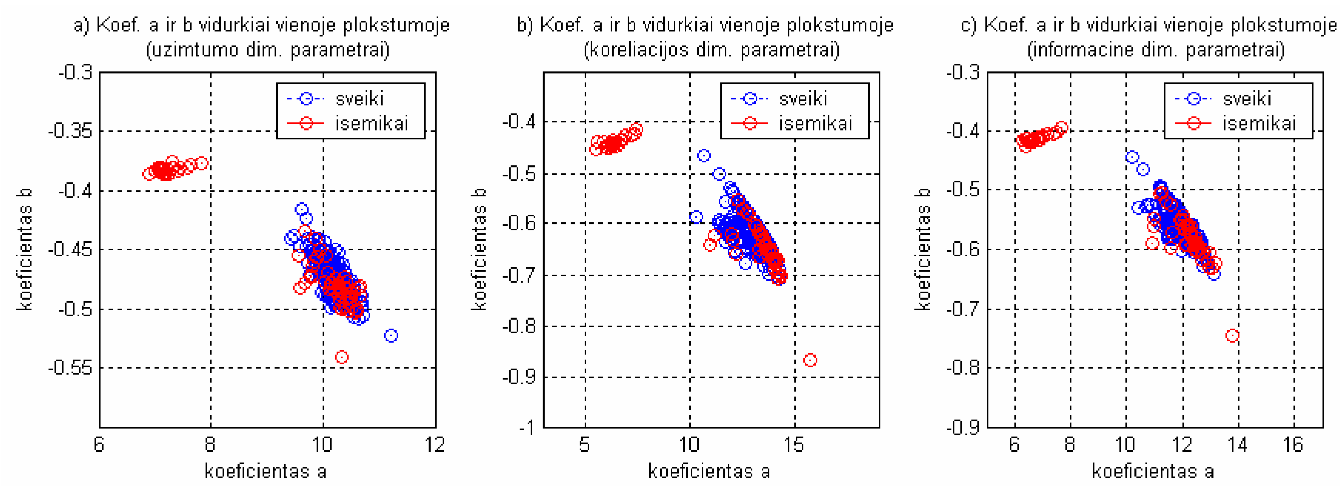
Bendru atveju fraktalinės dimensijos formulę galima užrašyti tokia išraiška:

$$d_I \equiv -\lim_{\varepsilon \to 0} \frac{I}{\log(\varepsilon)}. \tag{2.4}$$

Kai $I = \log N_\varepsilon$ - turime užimtumo dimensiją, kai $I = \log \sum_i (P_i(\varepsilon))^2$ - gausime koreliacijos dimensiją, o kai $I = -\sum_{i=1}^{N_\varepsilon} P_i(\varepsilon) \log[P_i(\varepsilon)]$ - turėsime informacinę dimensiją.

Čia $P_i(\varepsilon) = \dfrac{n_i}{N}$; n_i - kiekvienoje tinklelio dalyje suskaičiuojamas į ją papuolusių taškų skaičius; N - bendras taškų skaičius; ε - iteracinio žemėlapio tinklelio langelio dydis; N_ε - skaičius užimtų langelių.

Tokiu pat principu, kaip ir 2.8 skyrelyje sudarytame matematiniame modelyje PUK parametrams *a* ir *b* skaičiuoti, 2.4 formulėje ribą $\varepsilon \to 0$ pakeitus fiksuota ε reikšme ir aproksimavus gautą fraktalinių dimensijų koeficientų priklausomybę nuo ε laipsnine funkcija, gauname koreliacinės bei informacinės dimensijų parametrus *a* ir *b*. Rezultatai atvaizduoti 2.18 paveiksle.



2.18 pav. *a* ir *b* parametrų palyginimas skirtingoms fraktalinėms dimensijoms

2.18 paveiksle pavaizduoti parametrų *a* ir *b* rezultatai plokštumos užimtumo, koreliacijos dimensijos bei informacinės dimensijos koeficientams. x ašyje parametro *a* vidurkis per visas 12 derivacijų, o y ašis – parametro *b* vidurkis per 12 derivacijų. Galima pastebėti, jog panaudojus 2.8 skyriuje pateiktą matematinį modelį, pradiniai duomenys visais trimis atvejais sugrupuoti į tokias pat grupes, tik kiekvienai skirtingai dimensijai skiriasi skaitinės reikšmės. Parametrų palyginimui tarp skirtingų dimensijų *a* ir *b* koeficientų statistikos pateiktos 2.2 lentelėje:

2.2 lentelė

Skirtingų fraktalinių dimensijoms *a* ir *b* parametrų statistikos

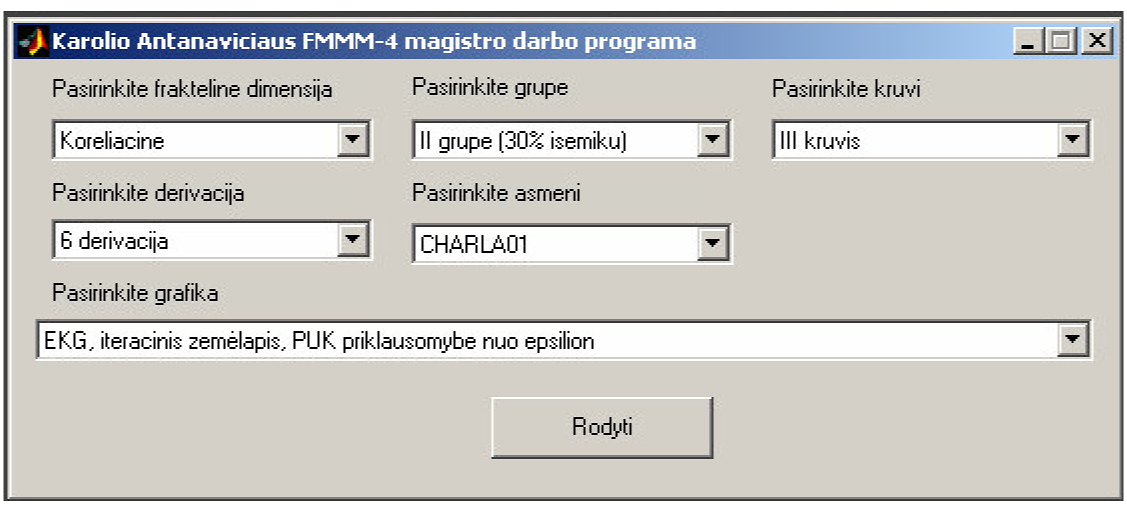
	Plokštumos užimtumo koeficientai		Informacinės dimensijos koeficientai		Koreliacijos dimensijos koeficientai	
Statistikos	a koeficientas	b koeficientas	a koeficientas	b koeficientas	a koeficientas	b koeficientas
Minimumas	6,890467	-0,54148	5,5478	-0,86702	6,313808	-0,7467
Maksimumas	11,20253	-0,37565	15,7247	-0,41488	13,77538	-0,39551
Vidurkis	9,961199	-0,46736	12,55503	-0,61131	11,60129	-0,55297
Standartas	0,821487	0,028855	1,908557	0,061871	1,471857	0,049666

Iš 2.2 lentelės matome, jog didžiausias parametro *a* vidurkis yra informacinės dimensijos, o mažiausias – užimtumo dimensijos. *b* koeficiento vidurkis didžiausias užimtumo dimensijai, o mažiausias informacinei. Daugiausiai išsisklaidę yra informacinės dimensijos koeficientai.

PROGRAMINĖ REALIZACIJA IR INSTRUKCIJA VARTOTOJUI

Parašyta programa yra skirta gautų rezultatų atvaizdavimui grafiškai. Visi nagrinėti duomenys sudėti i katalogą „Duomenys“. Darbe nagrinėjamos kardiogramos yra įrašytos „ecg.nr“ failuose, kur nr yra krūvio numeris. Kiekvieno asmens ecg failai yra sudėti į atskirus katalogus. Katalogo pavadinimas sutampa su tiriamojo asmens pavardės pradžia.

Programos pagalba galima atvaizduoti pasirinkto asmens elektrokardiogramas, PUK aproksimavimo laipsnine funkcija grafikus, PUK a ir b koeficientų reikšmes, palyginti skirtingų asmenų rezultatus bei atvaizduoti visus darbe pateiktus grafikus.



2.19 pav. Programos langas

2.19 paveiksle pavaizduotas pagrindinis programos langas, kuriame galima pasirinkti dimensiją, grupę (arba visi tiriamieji, arba sveikųjų grupė, arba 70% išemikų, kurie persidengia su sveikųjų grupe, arba 30% išemikų, kurie išsiskyrė nuo likusiųjų), krūvį, derivaciją, atskirą asmenį bei kokį grafiką norime brėžti.

Tam kad pasileistų programa reikalinga kompiuteryje turėti įdiegtą MatLab 6.5 arba vėlesnę versiją. Persikėlus programą pirmiausiai reikia paleisti failą „isskleidimas.m“, kuris sugeneruoja rezultatų failus. Programa paleidžiama atidarius MatLab programą per meniu pasirinkus „GUI“ (reikia atidaryti failą „programa.fig“).

Norint nubrėžti grafiką reikia pasileidus programą ir pasirinkus pradinius parametrus paspausti mygtuką „Rodyti“. Po šio veiksmo, kitame nei programos lange, yra atvaizduojamas pasirinktas grafikas.

IŠVADOS

1. Remiantis užimtumo dimensijos teorija darbe buvo sudarytas metodas plokštumos užimtumo koeficientui skaičiuoti. Sudarytame modelyje yra vertinamas plokštumos užimtumo koeficiento kitimas iteracinio žemėlapio tinklelio dydžiui artėjant prie nulio.

2. Darbe pastebėta, jog didėjant iteracinio žemėlapio žingsniui plokštumos užimtumo koeficientas staigiai padidėja, bet po to palaipsniui pereina į stacionarų rėžimą. Maksimali PUK reikšmė didėjant iteracinio žemėlapio žingsniui įgyjama parametrui δ iki sekundės.

3. Plokštumos užimtumo koeficiento parametrai a ir b nėra jautrūs duomenų kiekio pakeitimui, proceso suspaudimo bei EKG amplitudės keitimui, t. y. atlikus pradinių duomenų transformacijas, parametrų skirtumai tarp atskirų asmenų išliko tokie pat, kaip ir prieš transformaciją.

4. Krūvis įtakoja tik b dydžio didėjimą, a parametras lieka beveik nepakitęs.

5. Pastebėsime, kad ištyrus 300 asmenų PUK *a* parametro reikšmės svyravo nuo 5,45 iki 13,16 (vidurkis 9,96), o parametro *b* nuo -0,66 iki -0,36 (vidurkis 0,47).

6. Iš visų tiriamųjų grupės ryškiai išsiskyrė 30% išemine liga sergančių asmenų rezultatai, kurių plokštumos užimtumo koeficiento parametras *a* buvo mažesnis, o *b* didesnis už likusiųjų.

7. Sudarytą algoritmą pritaikius koreliacijos bei informacinei dimensijoms išsiskyrė tokios pat tiriamų asmenų grupės kaip ir užimtumo dimensijai.

8. Netiesinės analizės panaudojimas gali ženkliai praplėsti įprastinių registruojamų procesų diagnostinę vertę.

ŠALTINIAI IR LITERATŪRA

1. Valantinas, Jonas. Fraktalinė geometrija: vadovėlis. Kaunas, 1999. 186 p. ISBN 9986-13-705-5
2. Fraktalinių dimensijų skaičiavimas natūraliems objektams. Prieiga per internetą: http://www.umanitoba.ca/faculties/science/botany/labs/ecology/fractals/fractal.html
3. Pekarskas Vidmantas, Pekarskienė Aldona. Eksperimento rezultatų matematinis apdorojimas: mokymo priemonė. Kaunas, 1978. 78 p.
4. Žemaitytė Danguolė. Širdies ritmo autonominis reguliavimas: mechanizmai, vertinimas, klinikinė reikšmė. Palanga, 1997. 328 p.
5. Išeminė širdies liga. Paruošė Vaitiekūnas V. Prieiga per internetą:
http://kardiologas-grinius.w3.lt/AKA.htm
6. Pekarskas, Vidmantas. Diferencialinis ir integralinis skaičiavimas: vadovėlis. Kaunas, 1997-2003 ISBN 9986-13-417-X
7. Plukas, Kostas. Skaitiniai metodai ir algoritmai: vadovėlis aukštųjų mokyklų studentams. Kaunas, 2001. 549 p. ISBN 9955-03-061-5
8. Kvedaras, Bronius; Sapagovas, Mifodijus. Skaičiavimo metodai: vadovėlis respublikos aukštųjų mokyklų matematikos specialybei. Vilnius, 1974. 516 p.
9. Matematiniai metodai. Prieiga per internetą:

http://mathworld.wolfram.com/

10. Ingle, Vinay, Proakis, John. Digital signal processing using MATLAB: Brooks/Cole Pub., 2000. 412 p.
11. Egidijus Kėvelaitis, Aivaras Ratkevičius, Rimvydas Miliauskas. Kompiuterizuoti fiziologijos praktikos darbai: II dalis, 2 leidimas.Kaunas, 2003. 112 p.

1 PRIEDAS

a IR b KOEFICIENTŲ KITIMO PER KRŪVIUS IR DERIVACIJAS TYRIMAS

3.1 lentelė

PUK a ir b koeficientų statistikos kiekvienai derivacijai per krūvius (I grupė)

Der.	koeficientas a				koeficientas b			
Nr.	min.	max.	skirtumas	disp.	min.	max.	skirtumas	disp.
1	9,6488	10,6269	0,9781	0,3147	-0,5057	-0,4585	0,0472	0,0130
2	9,6735	10,7665	1,0931	0,2940	-0,5008	-0,4606	0,0402	0,0122
3	10,2345	11,3675	1,1330	0,3402	-0,5522	-0,4842	0,0681	0,0210
4	9,4855	10,7229	1,2374	0,3715	-0,5043	-0,4663	0,0381	0,0099
5	10,0416	11,1814	1,1398	0,4086	-0,5622	-0,4845	0,0777	0,0203
6	9,8896	10,9309	1,0413	0,3356	-0,5234	-0,4853	0,0382	0,0122
7	9,6470	10,1506	0,5036	0,1529	-0,4656	-0,4180	0,0475	0,0130
8	9,3096	9,9777	0,6681	0,2050	-0,4509	-0,4059	0,0450	0,0126
9	8,9853	9,6729	0,6876	0,1859	-0,4345	-0,3866	0,0479	0,0141
10	8,9523	9,6842	0,7320	0,2104	-0,4361	-0,3835	0,0526	0,0158
11	9,0196	9,8923	0,8727	0,2391	-0,4479	-0,3864	0,0615	0,0173
12	9,1073	10,2204	1,1132	0,3239	-0,4698	-0,4214	0,0485	0,0137
	Maksimumas		**1,2374**	**0,4086**	Maksimumas		**0,0777**	**0,0210**
	Vidurkis		**0,9333**	**0,2818**	Vidurkis		**0,0510**	**0,0146**

3.2 lentelė

PUK a ir b koeficientų statistikos kiekvienam krūviui per derivacijas (I grupė)

Kru.	koeficientas a				koeficientas b			
Nr.	min.	max.	skirtumas	disp.	min.	max.	skirtumas	disp.
1	9,1073	10,2345	1,1272	0,3644	-0,5476	-0,4267	0,1209	0,0422
2	9,6037	10,9106	1,3068	0,4047	-0,5171	-0,4345	0,0826	0,0298
3	9,5421	11,1526	1,6105	0,5554	-0,5250	-0,4308	0,0942	0,0347
4	9,5039	11,2277	1,7238	0,6065	-0,5341	-0,4187	0,1154	0,0397
5	9,4975	11,1690	1,6715	0,5925	-0,5240	-0,4168	0,1072	0,0383
6	9,1662	10,9309	1,7647	0,6804	-0,4903	-0,3972	0,0931	0,0372
7	8,9523	10,8907	1,9385	0,7656	-0,4853	-0,3835	0,1018	0,0407
8	9,5137	10,8716	1,3579	0,4934	-0,5142	-0,4179	0,0963	0,0385
9	9,3388	11,3675	2,0286	0,6851	-0,5622	-0,4206	0,1416	0,0493
10	9,3980	10,6835	1,2855	0,4423	-0,5307	-0,4235	0,1072	0,0400
11	9,3185	10,5832	1,2647	0,4054	-0,5409	-0,4269	0,1139	0,0391
12	9,3096	10,7182	1,4086	0,4579	-0,5342	-0,4288	0,1053	0,0369
13	9,5256	10,3804	0,8548	0,2748	-0,5313	-0,4336	0,0977	0,0354
	Maksimumas		**2,0286**	**0,7656**	Maksimumas		**0,1416**	**0,0493**
	Vidurkis		**1,4879**	**0,5176**	Vidurkis		**0,1059**	**0,0386**

3.3 lentelė

PUK a ir b koeficientų statistikos kiekvienai derivacijai per krūvius (II grupė)

Der.	koeficientas a				koeficientas b			
Nr.	min.	max.	skirtumas	disp.	min.	max.	skirtumas	disp.
1	7,4993	8,2886	0,7893	0,2880	-0,3792	-0,3688	0,0105	0,0035
2	7,6992	8,3443	0,6451	0,2350	-0,3781	-0,3672	0,0109	0,0037
3	6,5629	7,7422	1,1793	0,3881	-0,3973	-0,3823	0,0150	0,0047
4	7,6040	8,3147	0,7107	0,2658	-0,3796	-0,3685	0,0110	0,0038
5	6,9013	7,9663	1,0650	0,3638	-0,3919	-0,3771	0,0149	0,0045
6	7,3684	8,1088	0,7404	0,2624	-0,3831	-0,3739	0,0092	0,0035
7	7,8352	8,3574	0,5222	0,1826	-0,3754	-0,3619	0,0135	0,0053
8	8,0685	8,3896	0,3211	0,1181	-0,3775	-0,3622	0,0153	0,0048
9	7,9341	8,3723	0,4382	0,1307	-0,3847	-0,3622	0,0225	0,0066
10	7,9406	8,3414	0,4008	0,1252	-0,3801	-0,3672	0,0129	0,0044
11	7,8686	8,3962	0,5277	0,1692	-0,3760	-0,3607	0,0153	0,0048
12	7,8213	8,3614	0,5402	0,1383	-0,3757	-0,3665	0,0092	0,0026
	Maksimumas		**1,1793**	**0,3881**	Maksimumas		**0,0225**	**0,0066**
	Vidurkis		**0,6567**	**0,2223**	Vidurkis		**0,0134**	**0,0044**

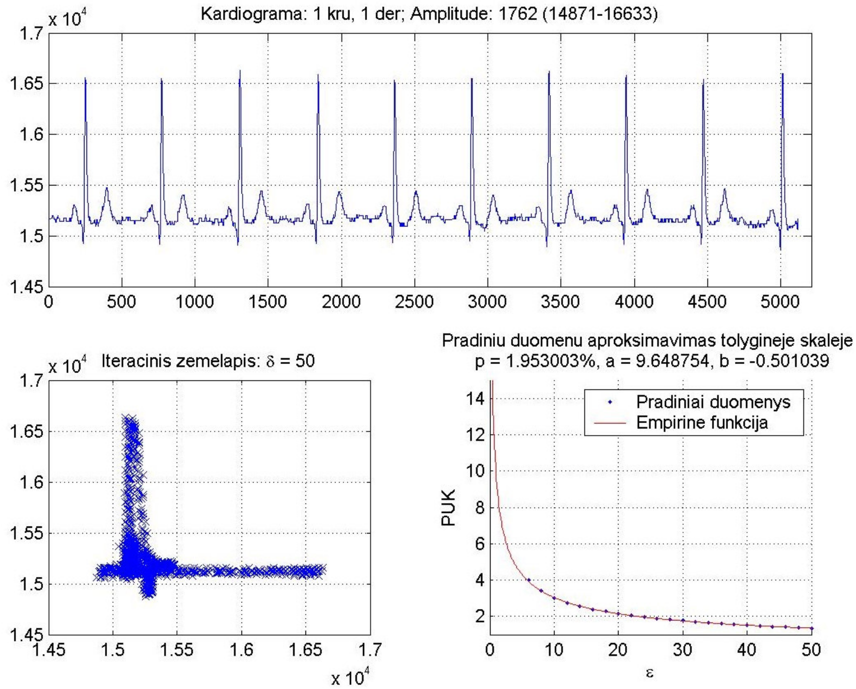
3.4 lentelė

PUK a ir b koeficientų statistikos kiekvienam krūviui per derivacijas (II grupė)

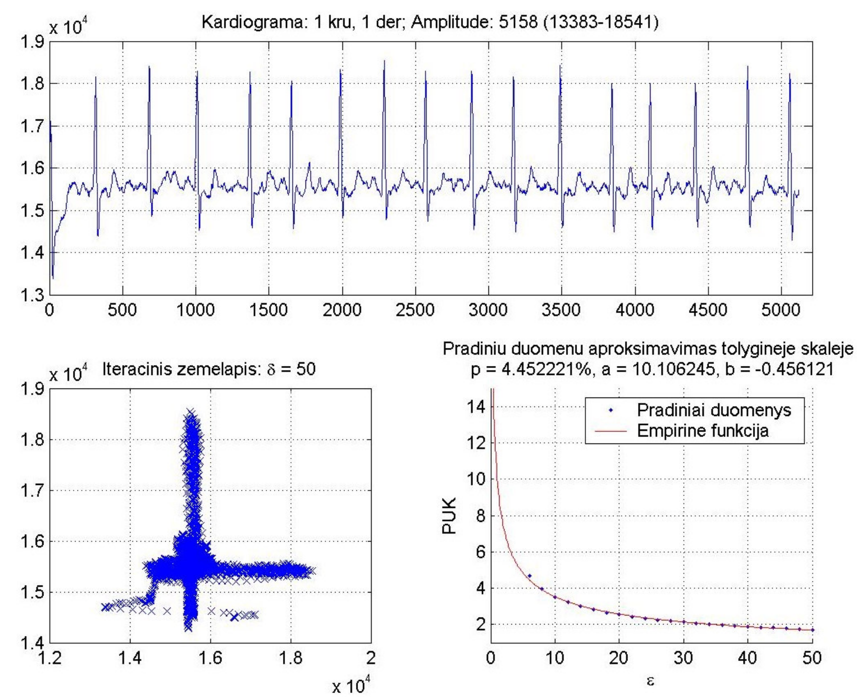
Kru.	koeficientas a				koeficientas b			
Nr.	min.	max.	skirtumas	disp.	min.	max.	skirtumas	disp.
1	6,5629	8,0965	1,5336	0,4561	-0,3943	-0,3739	0,0205	0,0066
2	7,1513	8,3684	1,2171	0,3567	-0,3885	-0,3656	0,0230	0,0063
3	7,4642	8,3896	0,9254	0,2705	-0,3856	-0,3621	0,0235	0,0071
4	7,7422	8,3962	0,6540	0,2042	-0,3823	-0,3607	0,0216	0,0066
5	7,0171	8,2047	1,1876	0,3887	-0,3952	-0,3665	0,0286	0,0081
6	6,9609	8,2596	1,2987	0,3811	-0,3887	-0,3689	0,0199	0,0061
7	6,7171	8,1458	1,4288	0,4674	-0,3973	-0,3714	0,0260	0,0074
8	6,7591	8,1787	1,4196	0,4446	-0,3918	-0,3716	0,0202	0,0063
9	6,6416	8,0685	1,4269	0,4549	-0,3947	-0,3735	0,0212	0,0065
10	6,6571	8,1843	1,5272	0,4555	-0,3919	-0,3730	0,0189	0,0062
	Maksimumas		**1,5336**	**0,4674**	Maksimumas		**0,0286**	**0,0081**
	Vidurkis		**1,2619**	**0,3880**	Vidurkis		**0,0223**	**0,0067**

2 PRIEDAS

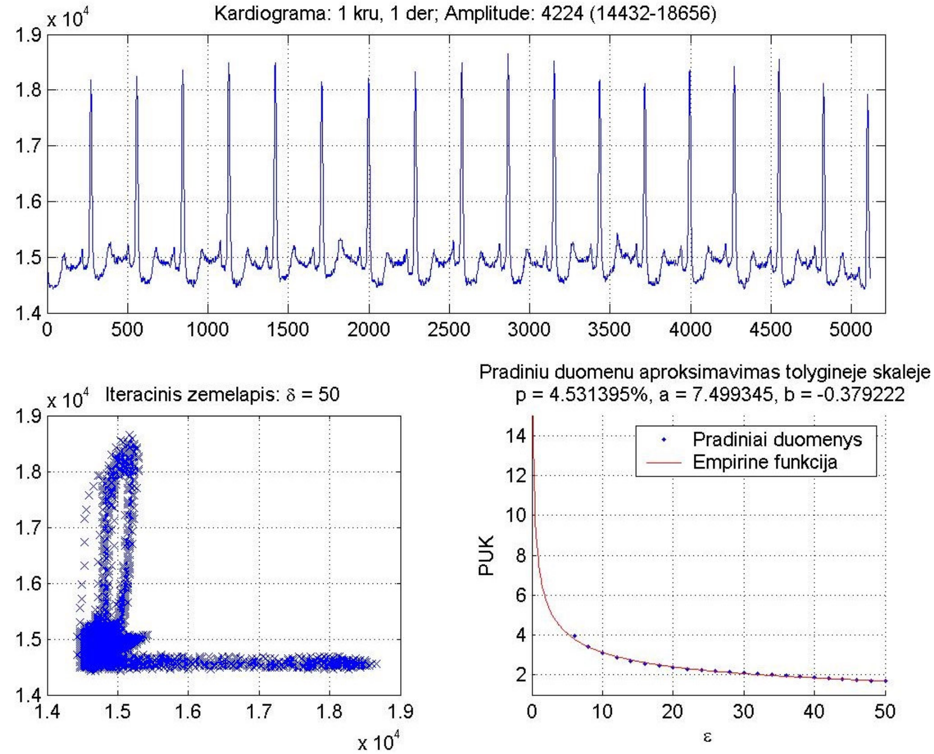
ITERACINIŲ ŽEMĖLAPIŲ VIZUALUS PALYGINIMAS



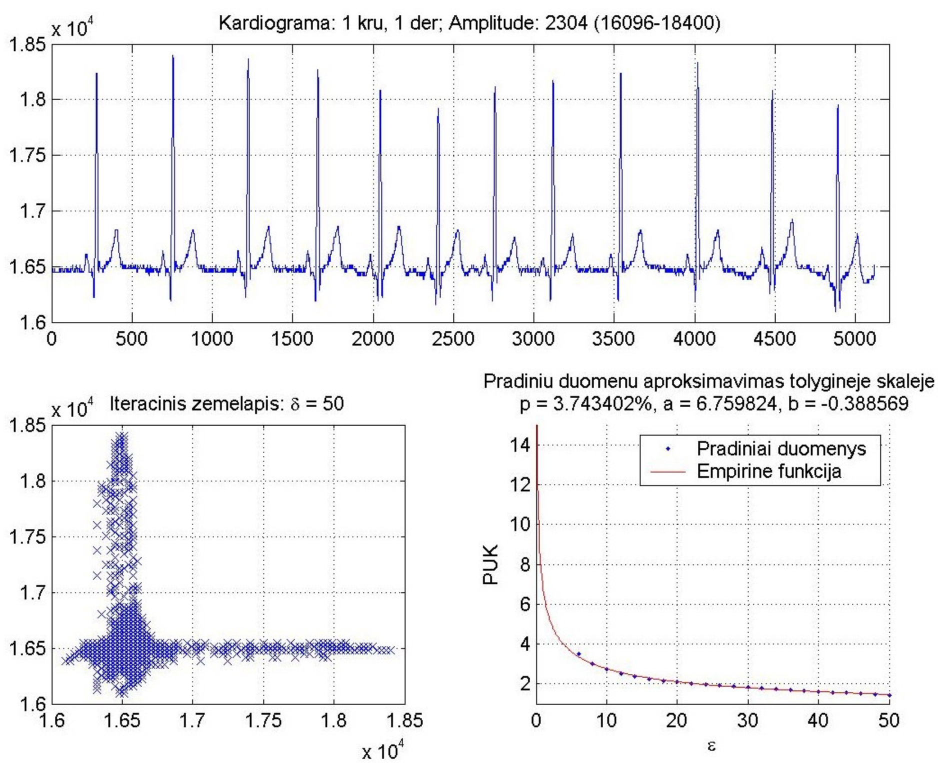
3.1 pav. EKG, iteracinis žemėlapis, PUK priklausomybė nuo ε (I grupės atstovas)



3.2 pav. EKG, iteracinis žemėlapis, PUK priklausomybė nuo ε (I grupės atstovas)



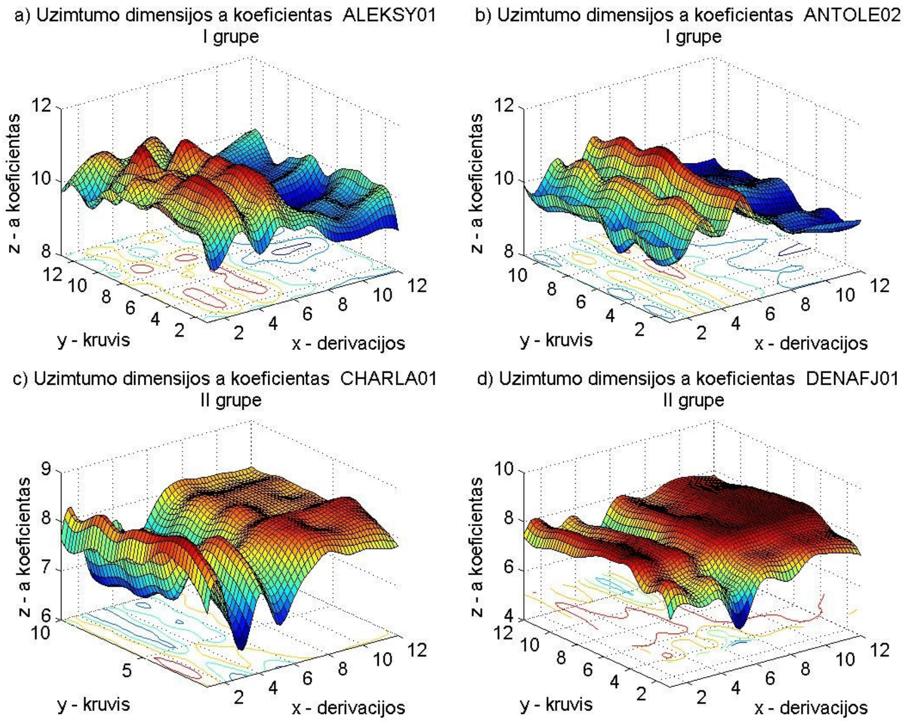
3.3 pav. EKG, iteracinis žemėlapis, PUK priklausomybė nuo ε (II grupės atstovas)



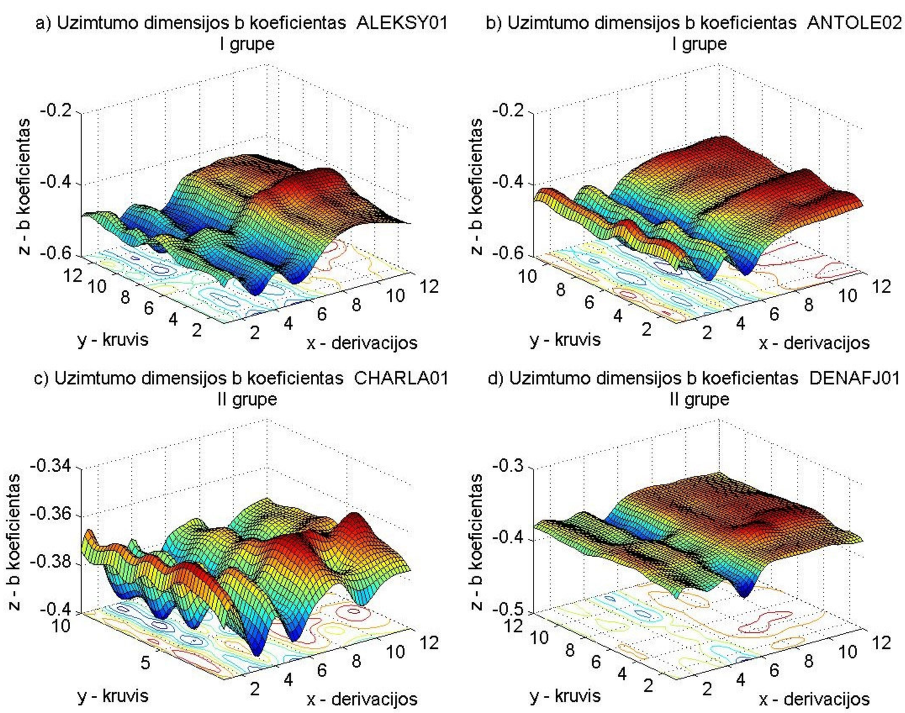
3.4 pav. EKG, iteracinis žemėlapis, PUK priklausomybė nuo ε (II grupės atstovas)

3 PRIEDAS

a IR *b* KOEFICIENTŲ PAVIRŠIAI



3.5 pav. PUK *a* koeficientų paviršius



3.6 pav. PUK *b* koeficientų paviršius

4 PRIEDAS

PROGRAMOS TEKSTAS

Aproksimavimo laipsnine funkcija procedūra (aproksimacija.m):

```
% APROKSIMACIJA LAIPSNINE FUNKCIJA MAZIAUSIU KVADRATU METODU
% GRAZINA KONSTANTAS a, b (BEI PAKLAIDA p)

function [a, b, p] = aproksimacija(x, y)

y = y(:);
x =  x(:);

if x(1) > x(end)
    x = flipud(x);
    y = flipud(y);
end

% randam konstantas a ir b
Y = log(y);
X = [ones(size(Y)) log(x)];
k = X\Y;
a = exp(k(1));
b = k(2);

% skaiciuojame paklaida
f = a*x.^b;

p = max(abs(y-f)./f*100);   % maksimali santykine paklaida
% p = mean(abs(y-f)./f*100);   % vidutine santykine paklaida

% rezultatu atvaizdavimas grafiskai
if (nargout == 0)
    figure
    subplot(2,2,2)
    hold on
    plot(log(x), log(y), '.b', log(x), log(a)+b*log(x), 'r')
    legend('Pradiniai duomenys', 'Empirine funkcija',1)
    title(sprintf('b) Pradiniu duomenu istiesinimas bei aproksimavimas \n logaritmineje
skaleje: a = %f, b = %f ', a, b))
    xlabel('log(\epsilon)')
    ylabel('log(PUK)')
    grid on

    subplot(2,2,1)
    hold on
    plot(x, y, '.b', x, f, 'r')
    legend('Pradiniai duomenys', 'Empirine funkcija',1)
    title(sprintf('a) Pradiniu duomenu aproksimavimas tolygineje skaleje \n Maksimali
santykine paklaida: %f%%', p))
    xlabel('\epsilon')
    ylabel('PUK')
    grid on
end
```

Duomenų nuskaitymo procedūra (skaityti.m):

```
% DUOMENU (DERIVACIJOS) NUSKAITYMAS
% KATALOGO PAVADINIMAS pav, KRUVIS kru, DERIVACIJA der

function duom = skaityti(pav, kru, der);

failas = fopen(sprintf('%s\\ecg.%i',pav, kru),'r');
```

```
fseek(failas, 512 + 10240 * (der-1), 'bof');
duom = fread(failas, 5120, 'int16');
fclose(failas);
```

Dimensijos skaičiavimo procedūra (dim.m):

```
% GRAZINA UZIMTUMO DIMENSIJA ud KORELIACINE DIMENSIJA kd
% BEI INFORMACINE DIMENSIJA id
% DUOMENU MASYVAS duom, EPSILION eps, DELTA delta

function [ud, kd, id] = dim(duom, eps, delta)

h = 0.001;      % tinklelio postumis (kad nepatektu ite. zem. taskai ant tinklelio)

x = duom(1:end-delta);
y = duom(delta+1:end);

uls = 0;        % uzimtu langeliu skaicius
q = 2;          % q = 2 koreliacijos dimensija (q=0 uzimtumo dimensija)
N = length(x);  % bendras tasku skaicius
kds = 0;        % koreliacijos dimensijos skaitiklis
ids = 0;        % informacines dimensijos skaitiklis

for ii = min(x)-h:eps:max(x)+eps
    masx = find(ii <= x & x <= ii+eps);
    for jj = min(y)-h:eps:max(y)+eps
        masy = find(jj <= y(masx) & y(masx) <= jj+eps);
        if length(masy) > 0
            uls = uls + 1;
            kds = kds + (length(masy)/N)^q;
            ids = ids + (length(masy)/N) * log(length(masy)/N);
        end
    end
end

ud = log(uls)/log(eps);        % uzimtumo dimensija
kd = -log(kds)/log(eps);       % koreliacijos dimensija
id = -ids/log(eps);            % informacine dimensija
```

Programa skirta išemine liga sergančių asmenų tiriamų parametrų skaičiavimui (programa.m):

```
clc
clear

%--------------------------------------------------------------------------%
%         DIMENSIJOS KOEFICIENTU PRIKLAUSOMYBE NUO EPSILION                %
%--------------------------------------------------------------------------%

%----------------------  ISEMIKU SARASAS (72) ------------------------------%
sarasas = { 'ALEKSY01'; 'ANTOLE02'; 'ANTOLL01'; 'AVULIS01'; 'BABENS01'; ... %
            'BAGDOV01'; 'BALCET01'; 'BALEZE01'; 'BALODJ01'; 'BALUTI01'; ... %
            'BARSCI02'; 'BAUKUS01'; 'BERECK01'; 'BERULA01'; 'BOKSBE01'; ... %
            'BANIUS01'; 'CHARLA01'; 'DENAFJ01'; 'EIMUNT01'; 'EITUTI01'; ... %
            'GALINI02'; 'GALVEL01'; 'JAGMIN01'; 'JANKAU01'; 'JURKON01'; ... %
            'JUZELI01'; 'KLIMAV01'; 'KNORAI01'; 'KOSCEN01'; 'KRULIK01'; ... %
            'KUBILE01'; 'KULISA01'; 'KUPLIA01'; 'LENORT01'; 'LIACHO01'; ... %
            'MACIUK02'; 'MITKUS01'; 'MITRAA01'; 'MUCKUK01'; 'MURAUS01'; ... %
            'NAVICK01'; 'NEMEIK01'; 'PACESA01'; 'PAPECK01'; 'PODERI01'; ... %
            'PUGZLY01'; 'PUODZA01'; 'PUODZR02'; 'RAITEL01'; 'RAJACK01'; ... %
            'RAMANC01'; 'RATAVI01'; 'RAUBAC01'; 'RAZAIT01'; 'RAZMUS01'; ... %
            'RIMASR01'; 'RUTKAU01'; 'SATKIE01'; 'SAUNOR01'; 'SKLERI01'; ... %
            'SUOPYS01'; 'TALOCK01'; 'TAMOSE01'; 'TAMULE01'; 'USEVIC01'; ... %
            'VAINIU01'; 'VENCKE01'; 'ZABIEL01'; 'ZABORS01'; 'ZAKSAU01'; ... %
            'ZEMAIT01'; 'ZYDZIU01' };                                       %
```

```
%-----------------------------------------------------------------------------%

% pasirenkame epsilion kitimo rezius
eps_nuo =  2;
eps_iki = 50;
eps_zin =  1;

% fiksuojame delta reiksme
delta = 50;

for ii = 1:length(sarasas)
    pav = ['duom_isemikai\', char(sarasas(ii))];  % duomenu vieta

    ud_k = zeros(12, length(eps_nuo:eps_zin:eps_iki));
    kd_k = zeros(12, length(eps_nuo:eps_zin:eps_iki));
    id_k = zeros(12, length(eps_nuo:eps_zin:eps_iki));

    kru = 1;            % kruvio parinkimas
    for der = 1:1:12    % derivacijos parinkimas
        duom = skaityti(pav, kru, der);

        % randame dimensijos koeficientu priklausomybe nuo epsilon
        n = 1;
        for eps = eps_nuo:eps_zin:eps_iki
            [ud_k_n(n) kd_k_n(n) id_k_n(n)]= dim(duom, eps, delta);
            n = n + 1;
        end
        ud_k(der,:) = ud_k_n;
        kd_k(der,:) = kd_k_n;
        id_k(der,:) = id_k_n;
        der
    end

    save([pav, sprintf('\\rez%i', kru)], 'ud_k', 'kd_k', 'id_k', 'eps_nuo', 'eps_iki',
'eps_zin', 'delta');

    ii
end


%---------------------------------------------------------------------%
%     DIMENSIJOS KOEFICIENTU APROKSIMACIJA LAIPSNINE FUNKCIJA         %
%---------------------------------------------------------------------%

for ii = 1:length(sarasas)

    kru = 1;            % kruvio parinkimas

    pav = ['duom_isemikai\', char(sarasas(ii)), sprintf('\\rez_05_%i.mat', kru)];    % duomenu
vieta

    x = (eps_nuo:eps_zin:eps_iki);
    for der = 1:1:12
        [a_u(der), b_u(der), p_u(der)] = aproksimacija(x,ud_k(der,:));
        [a_k(der), b_k(der), p_k(der)] = aproksimacija(x,kd_k(der,:));
        [a_i(der), b_i(der), p_i(der)] = aproksimacija(x,id_k(der,:));
    end

    pav = [char(sarasas(ii))];  % rezultatu vieta
    save(['duom_isemikai\', pav, sprintf('\\a_b_p_%i', kru)], 'a_u', 'b_u', 'p_u', 'a_k',
'b_k', 'p_k', 'a_i', 'b_i', 'p_i');

end
```