

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS  
INFORMATIKOS FAKULTETAS  
PROGRAMŲ INŽINERIJOS KATEDRA

Giedrius Vaitekėnas

**Nuosekliųjų statistinių sprendimų teorijos taikymas  
inžineriniuose ir ekonominiuose uždaviniuose**

Magistro darbas

Darbo vadovas

prof. hab. dr. J. Mockus

Kaunas, 2006

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS  
INFORMATIKOS FAKULTETAS  
PROGRAMŲ INŽINERIJOS KATEDRA

**Nuosekliųjų statistinių sprendimų teorijos taikymas  
inžineriniuose ir ekonominiuose uždaviniuose**

Magistro darbas

Kalbos konsultantė	Lietuvių k. katedros lekt. dr. I. Mickienė	Vadovas	Prof. habil. dr. J. Mockus 2006 05
2006 05			
Recenzentas	Doc., dr. A. Misevičius	Atliko	IFM-0/1 gr. Stud. Giedrius Vaitekėnas
2006 05		2006 05	

Kaunas, 2006

# TURINYS

1 Įvadas.....	7
2 Teorijos apžvalga.....	9
3 Nuoseklių statistinių sprendimų teorinio modelio tyrimas.....	10
3.1 Nuoseklūs sprendimai ir dinaminis programavimas.....	10
3.2 Vidutinis naudingumas.....	11
3.3 Vienkartinio nuosekliojo sprendimo atvejis.....	13
3.4 Bellman' o lygtys.....	14
3.5 Diskrečioji aproksimacija.....	16
3.6 Laukimo įkainiai.....	17
3.7 Netiesinis atvejis.....	17
3.8 Daugkartinių nuosekliųjų sprendimų atvejis.....	18
3.9 „Vieno žingsnio į priekį“ aproksimacija.....	20
3.10 Nuosekliųjų sprendimų grafinis aiškinimas.....	22
4 Nuoseklių statistinių sprendimų modelio tyrimo eksperimentai.....	24
4.1 Realizuotas modelis.....	24
4.2 Parametrų aprašymas.....	28
4.3 Eksperimentai.....	30
4.3.1 Eksperimentas Nr. 1.....	35
4.3.2 Eksperimentas Nr. 2.....	37
4.3.3 Eksperimentas Nr. 3.....	39
4.3.4 Eksperimentas Nr. 4.....	41
4.3.5 Eksperimentas Nr. 5.....	43
5 Išvados.....	46
6 Literatūra.....	47
7 PRIEDAI.....	48
7.1 Naudojamos klasės.....	48
7.2 Eksperimentų pradiniai duomenys.....	51
7.3 Automobilio pirkimo uždavinio pavyzdys.....	54

# **Theory of consistent statistical solutions applying in engineering and economic tasks**

## **SUMMARY**

In practical people activity (in economy, control, projection of constructive and so on) there are often cases when you have to chose one solution from several. Inherently arises the task to find the best solution. Most of solutions in persons life and organisations are done in series. It means, that they can make the last solution at any moment or suspend it for later time, in the hope of better times. Part of consistent statistical solutions shows not clear events in the future and limited plausibility of our observations. Dynamic programming is simple way for optimizing consistent solutions. Dynamic programming is applied when specific problems arise, such as development of specific algorithms. There are analyzed two types of tasks in this work: one-off consistent solution and multifold consistent solutions. There are two appointed tasks, one is engineering type (technological process braking), other economic type (purchase of flat).

## Lentelių sąrašas

1 lentelė. Pradiniai duomenys (daugkartiniai sprendimai).....	30
2 lentelė. Pradiniai duomenys (vienkartinis sprendimas).....	30
3 lentelė. Eksperimentų rezultatai.....	31
4 lentelė. Eksperimentų rezultatai.....	32
5 lentelė. Eksperimentų rezultatai.....	33
6 lentelė. Eksperimentų rezultatai.....	33
7 lentelė. Eksperimentų rezultatai.....	34
8 lentelė. Automobilių duomenys.....	51
9 lentelė. Butų duomenys.....	52

## Paveikslėlių sąrašas

1 pav. Išrankamo kreivė ir pasirinkimo taškai.....	22
2 pav. Sprendimo priėmimas.....	22
3 pav. Gerumų pasikeitimai.....	23
4 pav. Algoritmo nustatymai inžineriniam modeliui.....	24
5 pav. Algoritmo nustatymai ekonominiam modeliui.....	25
6 pav. Rezultatai.....	26
7 pav. Rezultatai grafiniu pavidalu.....	26
8 pav. Ekonominio uždavinio rezultatai ir grafinis vaizdavimas.....	27
9 pav. Eksperimento Nr. 2 pradiniai duomenys.....	32
10 pav. Eksperimento Nr. 1 pradiniai duomenys.....	35
11 pav. Vienkartinis nuoseklus pasirinkimas.....	36
12 pav. Eksperimento Nr. 2 pradiniai duomenys.....	37
13 pav. Daugkartinis nuoseklusis sprendimų priėmimas.....	38
14 pav. Eksperimento Nr. 3 pradiniai duomenys.....	39
15 pav. Daugkartinis nuoseklusis sprendimų priėmimas.....	40
16 pav. 4 eksperimento grafinis vaizdavimas.....	41
17 pav. 4 eksperimento grafinis vaizdavimas, priėmus sprendimą.....	42
18 pav. 5 eksperimento grafinis vaizdavimas.....	43
19 pav. 5 eksperimento grafinis vaizdavimas, priėmus sprendimą.....	44
20 pav. 5 eksperimento grafinis vaizdavimas, pakeitus buto gerumą ir priėmus sprendimą.....	45
21 pav. Inžineriniame uždavinyje naudojamos klasės.....	48

22 pav. Ekonominiame uždavinyje naudojamos klasės.....	49
23 pav. Automobilio pirkimo pradiniai parametrai.....	54
24 pav. Pirmasis automobilio pasirinkimas.....	55
25 pav. Antrasis automobilio pasirinkimas.....	56
26 pav. Antrasis sprendimas nupirkti automobilį.....	57

# 1 Įvadas

Žmonėms būdinga siekti optimalumo, todėl natūralu, kad rinkdamiesi vieną iš kelių galimybių, jie nori išsirinkti geriausią. Kyla uždavinys — rasti tą geriausią galimybę (optimalų sprendinį). Daugelis tokių uždavinių sprendžiami intuityviai, tačiau jau senovėje Archimedas, Euklidas išsprendė keletą tokių uždavinių, pasitelkę matematiką.

Taikant matematinius optimizavimo metodus, iš pradžių formuluojamas ekonominis arba techninis optimizavimo uždavinys, po to sudaromas jo matematinis modelis. Išsprendus tą modelį (matematinio programavimo uždavinį), gaunamas suformuluoto ekonominio (techninio) uždavinio sprendinys.

*Optimizavimo uždaviniai.* Praktinėje žmonių veikloje (ekonomikoje, valdyme, konstrukcijų projektavime ir kt.) dažnai tenka rinktis vieną sprendinį iš kelių galimų. Natūraliai kyla uždavinys — rasti geriausią sprendinį. Pavyzdžiui, įmonėje reikia taip organizuoti gamybą, kad pelnas, gautas už pagamintą produkciją, būtų didžiausias; reikia taip suplanuoti produktų išvežimą iš siuntimo punktų (sandėlių, bazių) į paskirties punktus (parduotuves, statybos aikštes ir kt.), kad bendrosios transportavimo išlaidos būtų mažiausios; reikia suprojektuoti konstrukciją, kuri tenkintų stiprumo, stabilumo bei kitus reikalavimus ir būtų kiek galima lengvesnė (arba pigesnė). Tokie ekonominiai arba inžineriniai uždaviniai turi keletą bendrų savybių. Sprendinių yra daug, tačiau kiekvienas iš jų turi tenkinti tam tikras sąlygas. Pavyzdžiui, gamybos planus riboja žaliavų atsargos, darbo jėgos ir energijos resursai ir kt.; konstrukcijų projektus — ištekliai bei techniniai, estetiniai ir kt. reikalavimai.

Optimizavimo uždaviniais domėjosi, juos tyrinėjo ir metodus jiems kūrė tokie įžymūs mokslininkai kaip Niutonas, Lagranžas, Euleris ir daugelis kitų. Optimalumo principai svarbūs mokslo metodologijai. Nemažai gamtos dėsnių formuluojami kaip optimalumo sąlygos. Pavyzdžiui, šviesos spindulio kelias nevienalytėje aplinkoje apibrėžiamas trumpiausiu sklidimo laiku. Optimalumo principais išreiškiami svarbūs ekonomikos dėsniai.

Optimizavimu vadinama paieška uždavinio formulavimo apibrėžtoje aibėje tokio elemento, kuriam kriterijaus reikšmė būtų minimali (arba maksimali).

Optimizavimo teorija ir optimizavimo metodų bei juos realizuojančios programinės įrangos kūrimas yra aktyviai vystoma mokslo ir technikos šaka.

Tačiau informatikos, ekonomikos ir kitų sričių specialistai, gvildenantiems šiuolaikines problemas, gana dažnai kyla sudėtingi optimizavimo uždaviniai, kurių sprendimas reikalauja kiek didesnio, negu vien metodo idėja, optimizavimo teorijos suvokimo.

Šiame darbe nagrinėjami dviejų tipų nuosekliųjų statistinių sprendimų uždaviniai, ekonominis – (buto pirkimo) ir inžinerinis – technologinio stabdymo. Tiriama, kurie parametrai labiausiai įtakoja realizuotus modelius. Taip pat nagrinėjamos įvairios situacijos, kurios gali pasitaikyti atliekant eksperimentus.



## 2 Teorijos apžvalga

Daugelis sprendimų asmens gyvenime ir organizacijose yra daromi nuosekliai. Tai reiškia, kad bet kokių momentu, vienas arba priima galutinį sprendimą, arba jį atideda, tikėdamasis geresnio varianto vėliau. Statistinė nuosekliųjų sprendimų dalis reiškia neaiškumą apie ateities įvykius ir apriboja mūsų stebėjimų patikimumą. Nuosekliųjų statistinių sprendimų teorijos pradininku, galime vadinti A. Waldą. Savo knygoje [5] jis pradeda analizuoti nuoseklius statistinius uždavinius. Po trejų metų išveda pagrindines funkcijas, kuriomis pagrindžia savo teoriją.

Dinaminis programavimas yra standartinis būdas, siekiant optimizuoti nuoseklius sprendimus (Bellman, 1957). Dinaminis programavimas padėjo specifinėms problemoms pritaikyti konkrečius algoritmus, kuriuos R. E. Bellmanas sprendžia savo knygoje [1]. R. E. Bellmanas, galima sakyti, A. Waldo teoriją pritaikė praktinių uždavinių sprendimui. Bellmano išvestos lygtys labai palengvino nagrinėjanti statistinius uždavinius.

R. Bergmanas ir R. L. Rivertas straipsnyje „Geriausio eksperto parinkimas pagal nuoseklumą“, nagrinėja geriausio eksperto radimą naudojant nuoseklumą. Kiekvienas ekspertas turi „klaidos koeficientą“; tikslas – atrinkti optimaliausią ekspertą su kuo mažesniu klaidos koeficientu. Straipsnyje autoriai pateikia naują eksperto parinkimo algoritmą, nors algoritmas neįrodo, kad jis geresnis už anksčiau išvestus, bet kai kada praktikoje būtų pravartu į jį atsižvelgti [2].

Aptardamas pagrindinius minimumo-maksimumo principus, Savage (1954) teigė, kad jis „visiškai statistiškai nepagrįstas“, nes yra „ultrapesimistinis“, kai taikomas neigiamiems pelnams, bet tvirtino, kad toks prieštaravimas yra nesvarbus, kai principas taikomas „apgailėstaujant“. Čia paskutinis teiginys yra atmetamas. Iš pradžių pateikiamas pavyzdys, kur ultrapesimizmas, kaip suprato jį Savage, pritaikomas minimumo-maksimumo „apgailėstavimui“, bet ne minimumo-maksimumo neigiamam pelnui. Tada, sprendžiant nuoseklias statistines problemas su dviem galutiniais veiksmais ir baigtiniu skaičiumi būsenų yra duodamos būtinos ir pakankamos sąlygos. Taip teigia G. Parmigiani savo straipsnyje „Minimumas-maksimumas, informacija ir ultrapesimizmas. Teorija ir sprendimai“.

A. Žilinsko knygoje [4] pateikiama medžiaga apie pagrindinius tiesinės ir netiesinės optimizavimo metodus, taip pat išdėstyta racionalaus išrinkimo teorijos bei optimizavimo su daugelio kriterijų įvadas. Knygoje [3] yra aprašomi pagrindiniai optimizavimo klausimai. Gana įvairiapusis aptariami skaičiavimo algoritmai, taip pat nemažai pateikiama optimizavimo uždavinių ir jų sprendimo būdų.

### 3 Nuoseklių statistinių sprendimų teorinio modelio tyrimas

#### 3.1 Nuoseklūs sprendimai ir dinaminis programavimas

Daugelis sprendimų asmens gyvenime ir organizacijose yra daromi nuosekliai. Tai reiškia, kad bet kuriuo momentu, gali padaryti galutinį sprendimą, arba atidėti vėlesniam laikui, tikėdamasis geresnių laikų.

Nuoseklių statistinių sprendimų dalis rodo neaiškius įvykius ateityje ir ribotą mūsų stebėjimų patikimumą.

Dinaminis programavimas yra paprastas nuosekliųjų sprendimų optimizavimo būdas. Dinaminis programavimas taikomas, kai kyla specifinės problemos, tokios kaip specifinių algoritmų plėtojimas. Algoritmai, panašūs į „žmogaus sprendimų“ darymą, gali būti taikomi optimaliam laikui nustatyti, pvz., kada pirkti ilgalaikes vertybes: tokias kaip mašinas, namus, kompiuterius, pradėti verslą.

Sprendžiant uždavinius, iškyla klausimas, ar priimti sprendimą dabar (pvz.: pirkti dabar tam tikro galingumo kompiuterį, ar už tą pačią kainą po kelių mėnesių galima nusipirkti daug galingesnį), ar laukti geresnio, patiriant laukimo nuostolius, arba rizikuoti nesulaukti geresnio varianto.

„Nuosekliųjų sprendimų darymo uždaviniai“ yra dviejų tipų: kai daroma vienintelis sprendimas, po kurio kitų jau nebelaukiama ir, kai daromi daugkartiniai sprendimai – žmogus gali atsisakyti savo ankstesniųjų sprendimų keletą kartų, o jo išpūdis po kiekvieno karto gali keistis, tarkim, jis tampa reiklesnis.

Toliau yra pateikiamos pagrindinės formulės ir jų trumpas aprašymas. Naudojantis jomis, galima spręsti šiuos uždavinius.

### 3.2 Vidutinis naudingumas

„Nuosekliųjų sprendimų darymo problema” yra maksimizuoti vidutinį pasirinkimo naudingumą. Toliau aprašydami tiriamą modelį, kaip pavyzdį naudosime „Technologinio proceso stabdymo uždavinį“ (operatorius stebi technologinį procesą ir pagal prietaisų parodymus turi nuspręsti, kada atlikti stabdymą, dabar ar vėliau). Pažymėkime faktinį prietaisų parodymų  $i$  gerumą  $\omega_i$ . Pažymėkime  $s_i$  – operatoriaus išpūdį apie  $i$ -tuosius parodymus.  $p(\omega_i)$  yra ankstesnis gerumo  $\omega_i$  tikimybės tankis.  $p_s(s_i | \omega_i)$  yra  $s_i$  išpūdžio tikimybės tankis. Tarkime, kad kiekvienų parodymų gerumai yra nepriklausomi ir tolygiai pasiskirstę. Tai reiškia, kad ankstesnis gerumų tikimybės tankis yra

$$p(\omega_i, \omega_j) = p(\omega_i)p(\omega_j),$$
$$p(\omega_i) = p(\omega_j) = p(\omega).$$

(3.2.1)

Tarkime, kad išpūdžiai apie parodymų gerumus yra nepriklausomi ir tolygiai pasiskirstę. Tada  $s_i$  išpūdžio tikimybės tankis, esant  $\omega_i$  gerumui, yra

$$p_s(s_i, s_j | \omega) = p_s(s_i | \omega)p_s(s_j | \omega),$$
$$p(s_i | \omega) = p_s(s_j | \omega) = p(s | \omega),$$

(3.2.2)

Gerumų tikimybės tankis yra Gauso

$$p(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0}} e^{-1/2\left(\frac{\omega-\alpha_0}{\sigma_0}\right)^2}.$$

(3.2.3)

Čia  $\alpha_0$  vidutinis gerumas,  $\sigma_0^2$  gerumo išsibarstymas. Pavyzdžiui,  $\alpha_0 > 0$  rodo, kad operatorius optimistas, didesnė tikimybė, jog jis stabdys procesą vėliau,  $\alpha_0 < 0$  rodo, kad operatorius pesimistas. Šiuo atveju, didesnė tikimybė, jog operatorius procesą stabdys anksčiau.

Tarkim, kad ankstesnis operatoriaus išpūdžio tikimybės pasiskirstymas yra

$$p(s | \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-1/2\left(\frac{s-\omega}{\sigma}\right)^2}.$$

(3.2.4)

Tarkime, kad parodymų gerumas ir operatoriaus išpūdis yra atsitiktinai kintami atsižvelgiant į daugelį nepriklausomų faktorių. Tai paaiškina Gauso pasiskirstymas (3.2.3) ir (3.2.4). Tai apibrėžia vėlesnį gerumo  $\omega$  tikimybės tankį, atsižvelgiant į išpūdį  $s$  formule (Bayes, 1783)

$$p(s | \omega) = \frac{p(s | \omega)}{p_s(s)}.$$

(3.2.5)

Čia

$$p_s(s) = \int_{-\infty}^{\infty} p(s | \omega) p(\omega) d\omega.$$

(3.2.6)

### 3.3 Vienkartinio nuosekliojo sprendimo atvejis

Vienkartinio nuosekliojo sprendimo atveju, galutinis sprendimas nepriimamas tol, kol pagal prietaisų parodymus operatorius privalo sustabdyti technologinį procesą. Šiuo atveju, stabdymas atliekamas tik vieną kartą.

Pažymėkime  $d_i$  sprendimą dėl  $i$ -tųjų parodymų

$$d_i = \begin{cases} 1, & \text{jei stabdymas vykdomas } i\text{-uoju atveju} \\ 0, & \text{kitu atveju} \end{cases} \quad (3.3.1)$$

Tarkime, kad

$$\sum_{i=1}^m d_i = 1.$$

(3.3.2)

Paskutinė sąlyga reiškia, kad priimamas sprendimas, ir priimamas tik vieną kartą. Formali sąlyga apibrėžia rinkinį galimų sprendimų, kai tikrinami  $n$ -tieji parodymai

$$D_{N-n} = \begin{cases} 0 \text{ and } 1, & \text{if } g_{N-n} = 0 \\ 0, & \text{if } g_{N-n} = 1, \end{cases}$$

(3.3.3)

Čia  $g_{N-n}$ , technologinio proceso stabdymas

$$g_{N-n} = 1 - \sum_{i=1}^{N-n-1} d_i$$

(3.3.4)

Šis indeksas lygus nuliui, jei stabdymas jau įvykdytas. Tai reiškia, kad daugiau nebus priimami sprendimai.

### 3.4 Bellman' o lygtys

Laukiama naudingumo funkcija yra  $u(s)$ . Laukiamas parodymų naudingumas, kai išpūdis  $s$  yra lygus

$$u(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \omega p(\omega | s) d\omega. \quad (3.4.1)$$

Pažymėkime  $u_N(s)$  laukiama naudingumo funkcija, jeigu išpūdis apie paskutinius parodymus yra  $s$

$$u_N(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \omega p(\omega | s) d\omega. \quad (3.4.2)$$

Palyginę (3.4.1) ir (3.4.2) pastebime, kad

$$u(s) = u_N(s). \quad (3.4.3)$$

Pažymėkime  $u_{N-1}$  laukiamą naudingumą, jeigu išpūdis apie  $(N-1)$ -uosius parodymus yra  $s$  ir operatorius daro optimalų sprendimą  $d = d_{N-1}(s) \in D_{N-1}$ :

$$\begin{aligned} u_{N-1}(s) &= \max_d (du(s) + (1-d)u_N), \\ d_{N-1}(s) &= \arg \max_d (du(s) + (1-d)u_N). \end{aligned} \quad (3.4.4)$$

Čia

$$u_N(s) = \int_{-\infty}^{\infty} u_N(s) p(s) ds. \quad (3.4.5)$$

Analogiškai randam optimalų sprendimą, kai tikrinami  $(N-n)$ -tieji prietaisų parodymai.

$$\begin{aligned} u_{N-n}(s) &= \max_d (du(s) + (1-d)u_{N-n+1}), \\ d_{N-n}(s) &= \arg \max_d (du(s) + (1-d)u_{N-n+1}). \end{aligned} \quad (3.4.6)$$

Čia

$$u_{N-n+1}(s) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{N-n+1}(s) p_s(s) ds.$$

(3.4.7)

Taip gaunam operatoriaus sprendimo funkciją, kuri nurodo kritinio įspūdžio  $s$  priklausomybę nuo parodymų eilės numerio  $n$ .

Kadangi dažniausiai nagrinėjami nuosekliųjų sprendimų diskretūs atvejai, taikysime diskrečiąją aproksimaciją.

### 3.5 Diskrečioji aproksimacija

Išraiškose (3.4.1) ir (3.4.2), pakeitę integralus į sumas, gauname

$$u_N(s) = u(s) = 2M / K \sum_{k=1}^K \omega_k p(\omega_k | S) \quad (3.5.1)$$

Iš (3.4.2) išraiškos

$$u_N(s) = 2M / K \sum_{k=1}^K u_N(s_k) p_s(s_k). \quad (3.5.2)$$

Iš (3.4.5)

$$u_{N-n+1}(s) = 2M / K \sum_{k=1}^K u_{N-n+1}(s_k) p_s(s_k). \quad (3.5.3)$$

Čia  $\omega_k \in [-M, M]$ ,  $\omega_1 = -M$ ,  $\omega_k = M$  ir  $s_k \in [-M, M]$ ,  $s_1 = -M$ ,  $s_k = M$ . Tai yra diskrečioji rekurenčių lygčių aproksimacija. Visi galimi įspūdžiai  $s_k \in [-M, M]$ .  $K$  – skaičius iteracijų pagal reikiamą tikslumą.

Rezultatas yra nuosekli optimalaus sprendimo funkcija  $d_{N-n}(s_k)$  ir laukiamas naudingumas  $u_{N-n}(s_k)$ . Šie rezultatai saugomi masyvų aibėje, kurie charakterizuoja, kaip optimalus sprendimas  $d$  ir laukiamas naudingumas  $u$ , priklauso nuo galimų įspūdžių  $s_k$ ,  $k=1, \dots, K$ . Taip darant, yra išvengiama pakartotinio perskaičiavimo, tačiau, šiai procedūrai nepatogumą sudaro dideli masyvai.



### 3.6 Laukimo įkainiai

Sprendžiant nuoseklių sprendimų problemas, realiame gyvenime kyla laukimo praradimais. Pažymėkime  $c$  praradimus, laukdami kito sprendimo priėmimo. Įtraukę šį parametą į Bellman'o lygtis, gauname

$$\begin{aligned}u_{N-1}(s) &= \max_d (du_N(s) + (1-d)(u_N - c)), \\d_{N-1}(s) &= \arg \max_d (du_N(s) + (1-d)(u_N - c)).\end{aligned}\tag{3.6.1}$$

Taip kiekvienas nustato laukiamą naudingumą, jeigu išpūdis  $(N-n)$ -tųjų parodymų yra  $s$  ir operatorius daro optimalų sprendimą  $d_{N-s}(s)$ , tada

$$\begin{aligned}u_{N-n}(s) &= \max_d (du_N(s) + (1-d)(u_{N-n+1} - c)), \\d_{N-n}(s) &= \arg \max_d (du_N(s) + (1-d)(u_{N-n+1} - c)).\end{aligned}\tag{3.6.2}$$

Kitos išraiškos lieka tokios pačios.

### 3.7 Netiesinis atvejis

(2.4.2) išraiška buvo nustatyta, tariant, jog operatoriaus naudingumo funkcija yra tiesinė. Buvo tarta, kad  $u(\omega) = \omega$ . Realiame gyvenime, naudingumo funkcija yra netiesinė ir iškila. Tada išraiška (2.4.2) keičiama šiuo integralu

$$u_N(s) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\omega) p(\omega | s) d\omega.\tag{3.7.1}$$

### 3.8 Daugkartinių nuosekliųjų sprendimų atvejis

Daugkartinių nuosekliųjų sprendimų atveju, sprendimas stabdyti technologinį procesą nepriimamas tol, kol pagal prietaisų parodymus operatorius nusprendžia jį stabdyti, tačiau jis yra negalutinis. Priimti sprendimus stabdyti ir vėl paleisti procesą galima  $N$  kartų (pvz.: sustabdžius technologinį procesą, atliekami kokie nors įrangos remonto darbai, šiuo atveju reikia atsižvelgti į stabdymo laiką galimus nuostolius, todėl operatorius prieš nutraukdamas technologinio proceso darbą, turi atsižvelgti į nuostolius).

Prietaisų parodymų gerumą žymėsime  $\omega$ .

Tikėkimės, kad operatorius „aiškiaregys“, t.y.  $\omega = s$ .

Esamų parodymų gerumą žymėsime  $q$ .

Technologinio proceso paleidimo kainą žymėsime  $c = \tau - l$ , kur  $\tau$  laukimo nuostoliai,  $l$  paleidimo kaina.

Tada vidutinis naudingumas  $N$ -tųjų parodymų

$$u_N(\omega, q) = \max_d (d\omega + (1-d)(q_N - c_N)). \quad (3.8.1)$$

Optimalus sprendimas priklauso nuo dviejų kintamųjų, paskutiniojo sustabdymo parodymų gerumo  $q_N$  ir naujųjų parodymų gerumo  $\omega_N$

$$d_N^* = \begin{cases} 1, & \text{if } \omega_N > q_N - c_N = 0, \\ 0, & \text{if } \omega_N > q_N - c_N = 1. \end{cases} \quad (3.8.2)$$

Čia, jei  $d=1$ , tai yra priimamas sprendimas stabdyti, o jei  $d=0$ , tai atmetamas ir laukiami kiti stebėjimo rezultatai.

#### Maksimalus naudingumas, kai peržiūrimi $(N - i)$ -tieji parodymai:

Maksimalus naudingumas priklauso nuo dviejų parametrų:  $q$  ir  $\omega$ .

$$u_{N-i}(\omega, q) = \max_d (d\omega + (1-d)(u_{N-i+1}(q_{N-i+1}) - c_{N-i})). \quad (3.8.3)$$

Čia  $u_{N-i+1}(q)$  yra laukiamas naudingumas  $(N - i + 1)$ -mais metais (gali būti bet kokie laiko tarpai), kai esamų parodymų gerumas yra  $q$ .

$$u_{N-i+1}(q) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{N-i+1}(\omega, q) p_{N-i+1}(\omega) d\omega. \quad (3.8.4)$$

**Sprendimo funkcija, kai peržiūrimi  $(N - i)$ -tieji parodymai:**

$p_{N-i+1}(\omega)$  tai gerumo tikimybių pasiskirstymas  $(N - i + 1)$ -taisiais metais.

$$q_{N-i+1} = \begin{cases} \omega_{N-i}, & \text{if } q_{N-i+1} < q_{N-i}^*, \\ q_{N-i}, & \text{if } q_{N-i+1} < q_{N-i}^*. \end{cases} \quad (3.8.5)$$

$q_{N-i}^*$  gaunam iš lygties

$$u_{N-i} = u_{N-i+1}(q_{N-i}^*) - c_{N-i}. \quad (3.8.6)$$

Optimalus sprendinys  $(N - i)$ -taisiais metais

$$d_{N-i}^* = \begin{cases} 1, & \text{if } \omega_{N-i} > u_{N-i+1}(q_{N-i+1}) - c_{N-i}, \\ 0, & \text{if } \omega_{N-i} \leq u_{N-i+1}(q_{N-i+1}) - c_{N-i}. \end{cases} \quad (3.8.7)$$

Čia sprendimo funkcijos  $d_{N-i}^*$  priklauso nuo dviejų kintamųjų  $\omega, q$ .

Tai sunkina skaičiavimus ir grafinį vaizdavimą.

### 3.9 „Vieno žingsnio į priekį“ aproksimacija

Skaičiavimų supaprastinimui, yra siūloma naudoti „vieno žingsnio į priekį“ aproksimaciją. Čia tariama, kad kiekvienas sekantis žingsnis yra paskutinis ir tada, įvedamas parametras  $r = \omega_{N-1} - q_{N-1} + c_{N-1}$ .

Vieno žingsnio optimalus sprendimas :

$$d_{N-1}(r) = \begin{cases} 1, & \text{if } r \geq 0, \\ 0, & \text{if } r < 0. \end{cases} \quad (3.9.1)$$

Sekant tuo pačiu modeliu, yra nustatomas maksimalus laukiamas naudingumas (N-n)-taisiais metais

$$u_{N-n}(\omega, q) = \max_d (d\omega_{N-n} + (1-d)u_{N-n+1}(q)), \quad (3.9.2)$$

Kur

$$u_{N-i+1}(q) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{N-i+1}(\omega, q) p_{N-i+1}(\omega) d\omega. \quad (3.9.3)$$

Čia

$$q = \begin{cases} \omega_{N-1}, & \text{if } r \geq 0, \\ q_{N-1}, & \text{if } r < 0. \end{cases} \quad (3.9.4)$$

Vieno žingsnio optimalus sprendimas

$$d_{N-n}(r) = \begin{cases} 1, & \text{if } r \geq 0, \\ 0, & \text{if } r < 0. \end{cases} \quad (3.9.5)$$

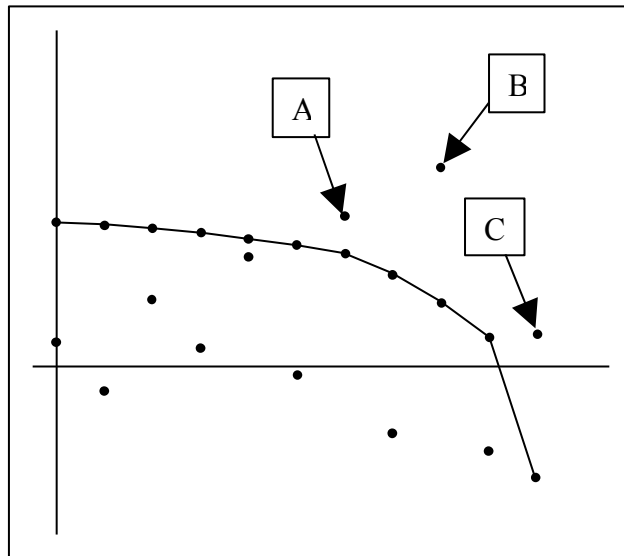
Vieno žingsnio optimalus sprendimas  $d_n(r)$  yra funkcija  $r = \omega_{N-n} - u_{N-n+1}(q)$ , kuri priklauso nuo dviejų parametru  $\omega$  ir  $q$ . Todėl, ji yra laikoma kritine porų  $(\omega, q)$  funkcija, priklausančia nuo laiko  $t=n$ .

Sprendžiant šias rekurentines lygtis, kurios nustato nuoseklius vieno žingsnio optimalių sprendimų funkcijas  $d_{N-n}(r)$  ir laukiamus naudingumus  $u_{N-n}(\omega, q)$ . Tai turi būti padaryta visoms galimoms  $\omega$  ir  $q$  reikšmėms.

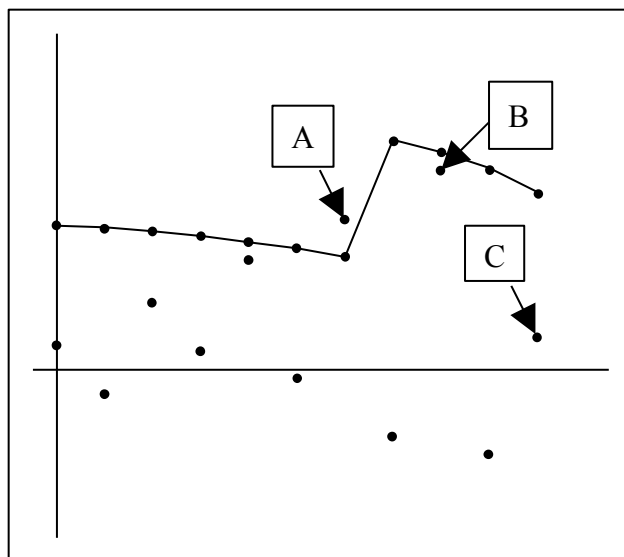
“Vieno žingsnio į priekį aproksimacija”, tariant, kad  $r = \omega_{N-n} - q_{N-n}(q) - l_{N-n}$ , sumažina skaičiavimo laiką iki vienkartinio nuosekliojo sprendimo atvejo, tačiau, reikia įvertinti aproksimacijos galimas klaidas.

### 3.10 Nuosekliųjų sprendimų grafinis aiškinimas

Gana paprastai nuoseklieji statistiniai sprendimai yra paaiškinami grafiškai. 1 pav. pavaizduota išrankumo kreivė, taškai esantys virš ir po kreive yra tiriamų objektų gerumai („tinkamumai“). Gerumai tikrinami nuosekliai, esantys po kreive yra iš karto atmetami ir pereinama prie kitų. Jei objekto gerumas yra virš kreivės yra daromas sprendimas, priimti ar atmesti objektą. Pirmame paveikslėlyje tinkami trys taškai A, B ir C. Kadangi pirmasis tinkamas taškas yra A, o jį pasirinkus, išrankamo kreivė gali pakilti virš likusiųjų tinkamų taškų, tai matome 2 pav..



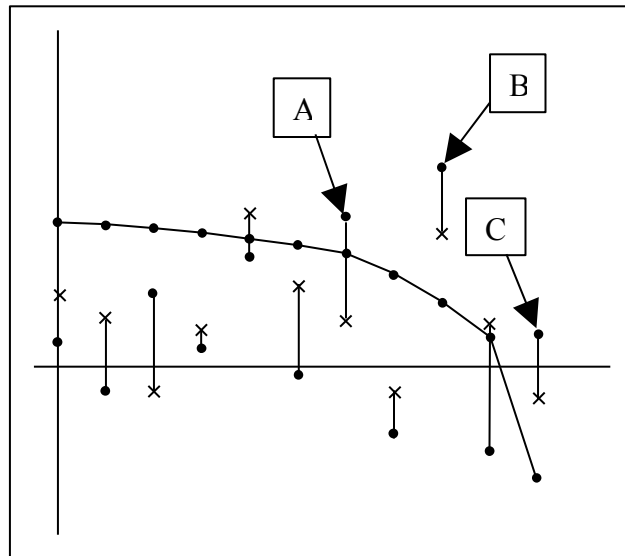
1 pav. Išrankamo kreivė ir pasirinkimo taškai



2 pav. Sprendimo priėmimas

2 pav. pavaizduota išrankumo kreivės pasikeitimas sutikus tinkamą tiriamo objekto gerumą. Nuosekliai priėjus prie taško A, buvo padarytas sprendimas, po kurio išrankumo kreivė pakyla ir ankščiau tinkami taškai B ir C atmetami.

3 pav. pavaizduojama, kaip gali pasikeisti išpūdis apie tiriamo objekto gerumą. Gerumai ankščiau buvę po išrankumo kreive, dabar gali būti tinkami, ir atvirkščiai, prieš tai buvę tinkami, dabar gali būti atmetami. Paveikslėlyje matome, jog A taškas atsidūrė po išrankamo kreive.



3 pav. Gerumų pasikeitimai

## 4 Nuoseklių statistinių sprendimų modelio tyrimo eksperimentai

### 4.1 Realizuotas modelis

Sudarytos dvi programos tiriamam modeliui, viena - inžineriniam uždaviniui, kita - ekonominiam. Nustatomi pradiniai algoritmo skaičiavimo parametrai (4 pav., 5 pav.). Būtent šie parametrai daro didžiausią įtaką algoritmo veikimui. Pagal juos galima tiksliai sumodeliuoti reikalingas tyrimui situacijas. Dar vienas ekonominio tipo uždavinys, panaudojus buto pirkimo realizuotą modelį, pateikiamas 7.3 priede (automobilio pirkimo modelis).

30	Prietaisu parodymu skaicius	<input checked="" type="radio"/> Daugkartinis stabdymas
100	Tikslumas	<input type="radio"/> Vienkartinis stabdymas
0.5	Vidurkis	<input type="button" value="Skaiciuoti"/>
0.5	Vidurkio kryptis	<input type="button" value="Apie..."/>
0.25	Prietaisu parodymu gerumo pasiskirstymas	
0.1	Operatoriaus ispudzio pasiskirstymas	
0.1	Laukimo kaina	
0.1	Paleidimo kaina	
blue	<input checked="" type="checkbox"/> Operatoriaus sprendimas	
orange	<input type="checkbox"/> Prietaisu parodymu gerumo pasiskirstymas	
red	<input checked="" type="checkbox"/> Operatoriaus ispudis	
black	<input checked="" type="checkbox"/> Brezti kreive tarp operatoriaus sprendimu tasku	
yellow	<input type="checkbox"/> Brezti kreive tarp operatoriaus ispudzio ir parodymu gerumo	
	<input checked="" type="checkbox"/> Brezti tik viena kreive tarp daugkartiniu operatoriaus sprendi...	

4 pav. Algoritmo nustatymai inžineriniam modeliui



**Buto pirkimas**

Gerumo įtaka(%)

Aukštas

·Pirmas  ▼

·Antras  ▼

·Trečias  ▼

·Kiti  ▼

Kambarių sk.

·Vienas  ▼

·Du  ▼

·Trys  ▼

·Keturi  ▼

Balkonas

Plastikiniai langai

Bendras įspūdis

**100 %**

Įspūdžio pasiskirstymas

Gerumo pasiskirstymas

Laukimo kaina

Keitimo kaina

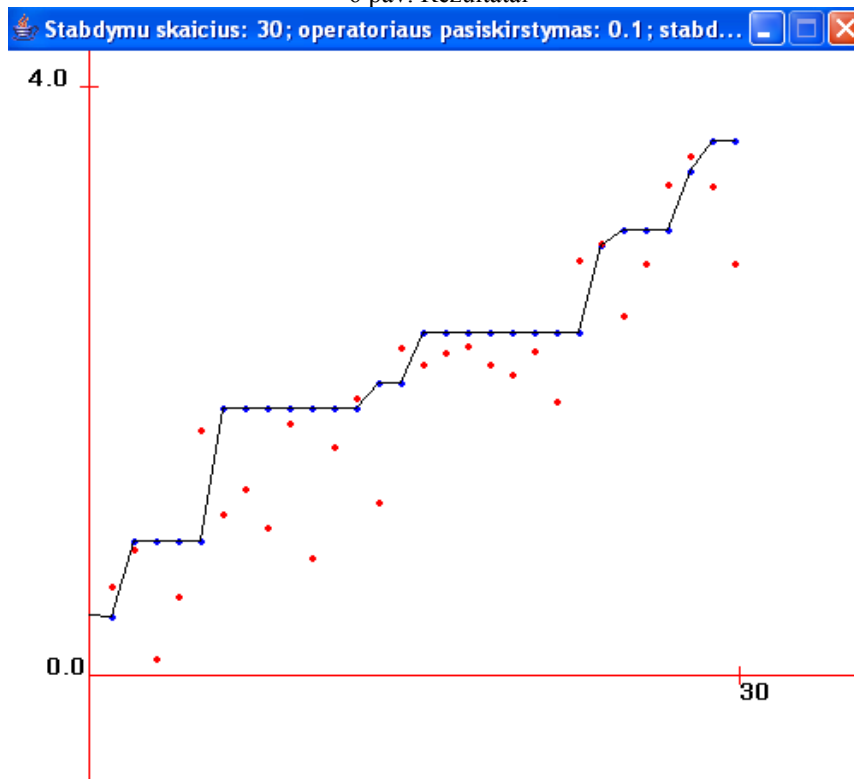
5 pav. Algoritmo nustatymai ekonominiam modeliui

Atlikto algoritmo rezultatai pateikiami vartotojui (technologinio stabdymo uždaviniui 6 pav.ir 7 pav., o buto pirkimo 8 pav.).

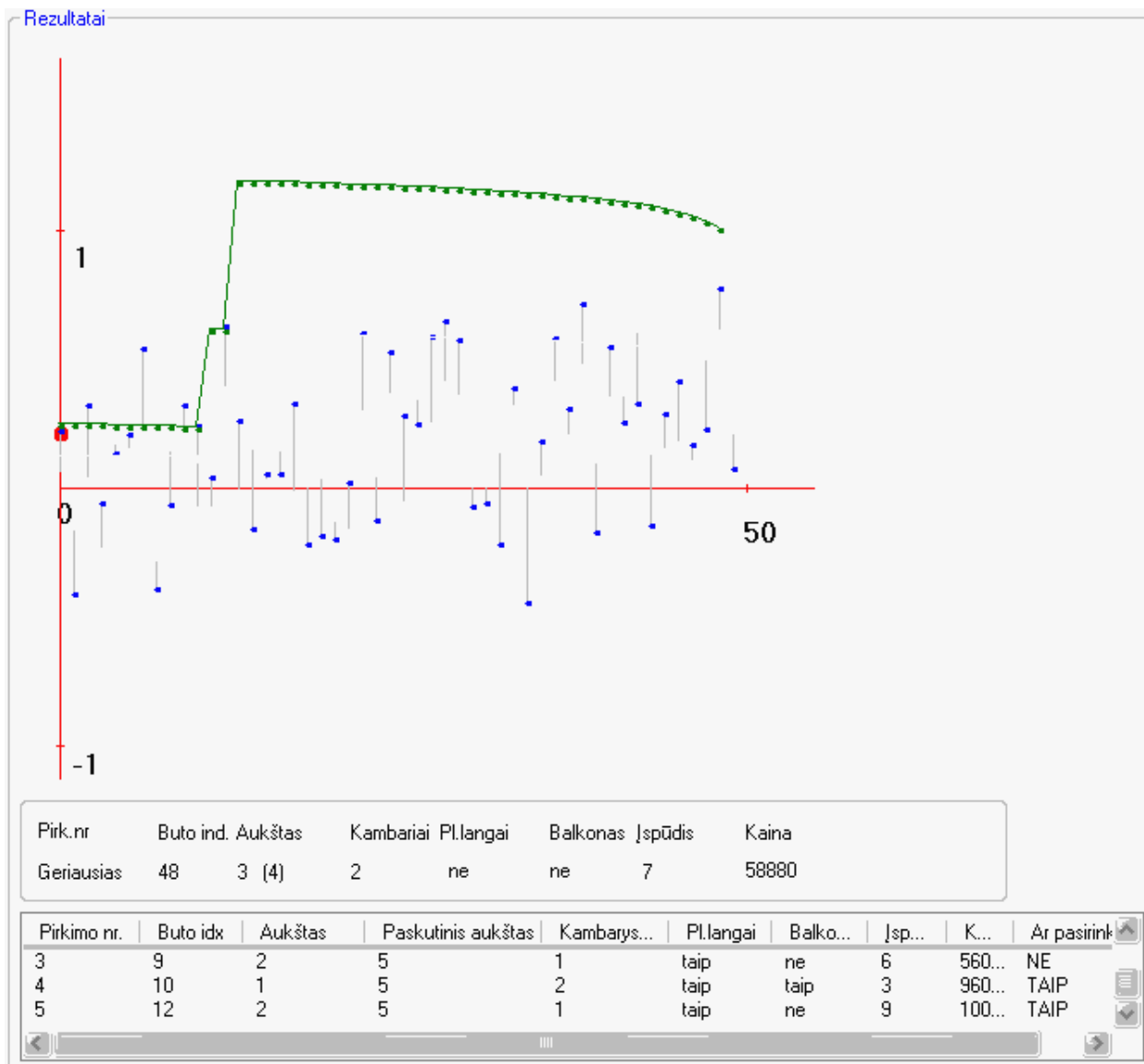
30	Prietaisu parodymu skaicius	<input checked="" type="radio"/> Daugkartinis stabdymas
100	Tikslumas	<input type="radio"/> Vienkartinis stabdymas
0.5	Vidurkis	Skaiciuoti
0.1	Vidurkio kryptis	Apie...
0.25	Prietaisu parodymu gerumo pasiskirstymas	
0.1	Operatoriaus ispudzio pasiskirstymas	
0.1	Laukimo kaina	
0.1	Paleidimo kaina	
blue	<input checked="" type="checkbox"/> Operatoriaus sprendimas	
orange	<input type="checkbox"/> Prietaisu parodymu gerumo pasiskirstymas	
red	<input checked="" type="checkbox"/> Operatoriaus ispudis	
black	<input checked="" type="checkbox"/> Brezti kreive tarp operatoriaus sprendimu tasku	
yellow	<input type="checkbox"/> Brezti kreive tarp operatoriaus ispudzio ir parodymu gerumo	
	<input checked="" type="checkbox"/> Brezti tik viena kreive tarp daugkartiniu operatoriaus sprendi...	

Stabdymu skaicius: 30; operatoriaus pasiskirstymas: 0.1; stabdymu pasiskirstymas: 0.25  
 Blogiausi prietaisu parodymai: 27; gerumas: 3.6236806249772755; ispudis: 3.536334283451212  
 Stabdymu skaicius: 8  
 Pasirinkimas: 1; gerumas: 0.7054583141978962; ispudis: 0.6140047239303005  
 Pasirinkimas: 5; gerumas: 1.5416356595086655; ispudis: 1.6780523271074511  
 Pasirinkimas: 12; gerumas: 2.080224419377767; ispudis: 1.8945004627335158

6 pav. Rezultatai



7 pav. Rezultatai grafiniu pavidalu



8 pav. Ekonominio uždavinio rezultatai ir grafinis vaizdavimas

## 4.2 Parametrų aprašymas

Eksperimentams naudojamos programos pradiniai kintamieji:

*Prietaisų parodymų skaičius* – nustatomas prietaisų parodymų skaičius, kurio reikšmės yra intervale [10; 50].

*Tikslumas* – nurodo skaičiavimo tikslumą. Galimos reikšmės - [100; 500].

*Vidurkis* – vidurkio reikšmė yra [-1;1] intervale. Nuo užsiduoto vidurkio priklauso operatoriaus įspūdis. Jeigu vidurkis yra intervale (0;1] tai operatorius yra optimistas, o jeigu vidurkis intervale [-1;0) tai – pesimistas.

*Vidurkio kryptis* – Nurodantis vidurkio kitimo kryptį. Skaičius galimas intervale [-1;1]. Jeigu kryptis kinta intervale (0;1], tai operatoriaus įspūdis gerėja, jei [-1;0) – įspūdis blogėja.

Nuo vidurkio ir krypties parinkimo priklauso ne tik operatoriaus įspūdis, bet ir pasirinkimo kreivės taškai. Taip pat nuo jų priklauso ir integravimo režiai.

*Prietaisų parodymų gerumo pasiskirstymas* – galimos reikšmės intervale [0,034;1].

*Operatoriaus įspūdžio pasiskirstymas* – galimos reikšmės intervale [0;1].

*Laukimo kaina* – nurodo kainą, laukiant kito operatoriaus sprendimo. Galimos reikšmės – intervale [0;1,034].

*Paleidimo kaina* – technologinio proceso paleidimo kaina po sustabdymo. Galimos reikšmės – intervale [0;1,034].

Vartotojas gali pasirinkti šias grafinio vaizdavimo galimybes:

*Operatoriaus sprendimas* – parodyti pasirinkimo kritinius taškus.

*Prietaisų parodymų gerumo pasiskirstymas* – parodyti visus gerumus.

*Operatoriaus įspūdis* – parodyti žmogaus įspūdžius.

*Brėžti kreivę tarp operatoriaus sprendimų taškų* – nubrėžti kritinių pasirinkimų kreivę.

*Brėžti kreivę tarp operatoriaus įspūdžio ir parodymų gerumo* – parodyti skirtumus tarp gerumų ir įspūdžių.

*Brėžti tik vieną kreivę tarp daugkartinių operatoriaus sprendimų* – daugelio priėmimo atveju brėžti tik paskutinę pasirinkimų kreivę.

Ekonominio uždavinio eksperimentams naudojamos programos pradiniai kintamieji, galimų reikšmių intervalai yra sumažinti, kad išvedami rezultatai neišeitų iš grafiko ribų:

*Įspūdžio pasiskirstymas* – galimos reikšmės intervale [0,034;0,5].

*Gerumo pasiskirstymas* – galimos reikšmės intervale [0;0,5].

*Laukimo kaina* – nurodo nuostolius, laukiant kito buto pirkimo. Galimos reikšmės – intervale [0;1,034].

*Keitimo kaina* – nuostoliai arba išlaidos keičiant butą. Galimos reikšmės – intervale [0;1,034].

Vidurkis ir vidurkio kryptis yra fiksuoti. Vidurkis lygus 0, o vidurkio kryptis 0.05.

Vidurkio kryptis nurodo, jog butai rinkoje siūlomi vis geresni.

Programoje galima nustatyti procentais kambarių skaičiaus, aukšto, balkono, plastikinių langų ir bendro įspūdžio svorį, įtakosiantį pirkėjo įspūdį apie buto gerumą. Procentų suma neturi viršyti 100%.

Kambarių skaičiaus ir, kuriame aukšte yra butas, įtaka įspūdžio svoriui yra lygi nuo 0 iki 9. kuo skaičius didesnis, tuo įtaka įspūdžio svoriui yra didesnė.

### 4.3 Eksperimentai

Pagal realizuotą inžinerinio tipo modelį buvo atlikta nemažai eksperimentų. Lentelėse 1, 2, 3 ir 4 pateikiami eksperimentai ir rezultatai. Pirmoji jų pusė padaryta naudojant daugkartinių nuosekliųjų sprendimų atvejį, antroji – vienkartinio nuosekliojo sprendimo atvejį.

Duomenys eksperimentams pateikiami 1 ir 2 lentelėse.

1 lentelė. Pradiniai duomenys (daugartiniai sprendimai)

Nr.	Prietaisų parodymų sk.	Tikslumas	Vidurkis	Vidurki o kryptis	Parodymų gerumo pasiskirstym	Operatoriaus Įspūdžio Pasiskirstym	Laukimo kaina	Paleidimo kaina
1	20	200	0,5	0,005	0,25	0,1	0,05	0,1
2	20	200	0,5	0,01	0,25	0,1	0,1	0,05
3	20	200	0,5	0,05	0,2	0,1	0,1	0,05
4	20	200	0,1	0,05	0,25	0,1	0,1	0,05
5	10	200	-0,5	0,05	0,25	0,1	0,1	0,05
6	15	200	0,2	0,005	0,25	0,1	0,1	0,1
7	15	200	0,2	0,005	0,25	0,1	0,1	0,1
8	15	200	-0,2	0,05	0,2	0,1	0,1	0

2 lentelė. Pradiniai duomenys (vienkartinis sprendimas)

Nr.	Prietaisų parodymų sk.	Tikslumas	Vidurkis	Vidurki o kryptis	Parodymų gerumo pasiskirstym	Operatoriaus Įspūdžio Pasiskirstym	Laukimo kaina	Paleidimo kaina
1	15	100	0,5	0,01	0,25	0,1	0,1	0,1
2	15	100	0,5	0,01	0,15	0,1	0,1	0,1
3	10	100	0,5	0,01	0,5	0,034	0,05	0,1
4	30	100	0,5	0,01	0,5	0,034	0,05	0,1
5	20	200	-0,3	0,01	0,5	0,1	0,05	0,1
6	20	200	-0,5	0,1	0,5	0,1	0,05	0,1
7	20	200	-0,8	0,1	0,5	0,1	0,05	0,1
8	20	200	-0,8	0,005	0,5	0,1	0,05	0,1

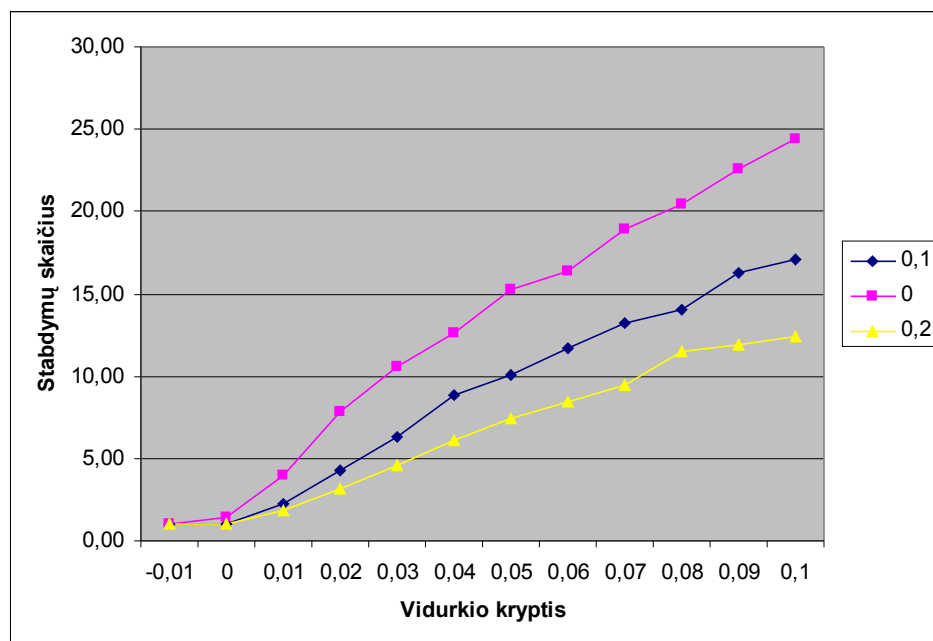
Eksperimentų rezultatai pateikiami 3 ir 4 lentelėse. 4 lentelėje pateikiamas blogiausio prietaisų parodymas ir optimaliausio stabdymo atvejais. 3 lentelėje pateikiamas blogiausio prietaisų parodymas ir daugartiniai sprendimai, kada yra optimaliausias variantas stabdyti technologinį procesą. Optimaliausių pasirinkimų atvejai:

3 lentelė. Eksperimentų rezultatai

Nr.	Blogiausias prietaisų parodymas	Optimaliausias stabdymas	Gerumas	Ispūdis
1	2		1,515	1,371
1,1		1	0,655	0,939
1,2		2	1,515	1,371
2	18		1,257	1,374
2,1		1	1,166	1,072
2,2		18	1,257	1,374
3	16		1,652	1,714
3,1		1	0,308	0,467
3,2		2	1,104	1,055
3,3		6	1,141	1,3231
3,4		12	1,317	1,419
3,5		16	1,652	1,714
4	18		1,365	1,323
4,1		2	0,603	0,836
4,2		17	1,292	1,379
5	7		0,207	0,299
5,1		5	0,009	0,313
6	7		0,544	0,348
6,1		3	0,476	0,709
7	8		1,130	1,289
7,1		1	0,613	0,729
7,2		8	1,130	1,289
8	15		0,856	0,771
8,1		2	0,466	0,657
8,2		14	0,658	0,764
8,3		15	0,856	0,771

Nr.	Blogiausias prietaisų parodymas	Optimaliausias stabdymas	Gerumas	Ispūdis
1	7		1,061	0,921
1.1		2	0,584	0,751
2	14		0,817	0,689
2.2		1	0,244	0,494
3	6		1,769	1,788
3.3		3	1,311	1,387
4	29		1,881	1,933
4.4		4	1,168	1,196
5	19		1,324	1,352
5.5		4	0,651	0,849
6	16		2,158	1,993
6.6		12	1,209	1,370
7	20		1,803	1,676
7.7		11	0,852	0,764
8	9		0,291	0,045
8.8		20	-0,152	-0,087

Plačiau įdomesni inžinerinio tipo eksperimentai aprašomi 4.3.1, 4.3.2 ir 4.3.3 skyreliuose. Toliau buvo atliekami eksperimentai daugkartinių nuosekliųjų sprendimų atveju, fiksuojant tik stabdymų skaičių. Rezultate yra lyginami stabdymų skaičiaus kitimo priklausomybė nuo vidurkio krypties ir technologinio proceso paleidimo kainos. Paleidimo kaina buvo imama 0, 0.1 ir 0.2. Iš gautų rezultatų grafike matyti, jog didėjant vidurkio kryptčiai, labai didėja stabdymų kiekis. Taip pat, galima sakyti, jog esant kuo mažesnei paleidimo kainai, tuo daugiau atliekama stabdymų.



9 pav. Eksperimento Nr. 2 pradiniai duomenys



a) Prietaisų parodymų pasiskirstymas – 0.1, operatoriaus pasiskirstymas – 0.1, laukimo kaina – 0.1, paleidimo kaina – 0.1, vidurkis – -0.1, prietaisų parodymų kartai – 50, tikslumas – 100.

5 lentelė. Eksperimentų rezultatai

kryptis Nr.	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
1	1	1	2	4	6	9	12	11	12	16	14	16
2	1	1	2	5	8	9	11	13	13	15	16	14
3	1	1	2	5	6	10	10	12	16	13	13	17
4	1	1	2	4	8	9	10	11	12	12	18	16
5	1	1	2	5	5	9	10	9	13	16	18	17
6	1	1	3	4	6	9	7	11	15	13	16	17
7	1	1	2	3	5	9	7	13	14	13	17	16
8	1	1	2	5	5	9	11	12	13	15	14	20
9	1	1	4	4	8	9	9	11	13	13	16	19
10	1	1	1	4	7	8	10	13	12	16	14	17
11	1	1	2	3	3	9	10	13	13	15	14	17
12	1	1	2	6	7	7	10	10	12	16	21	20
13	1	1	3	5	8	7	11	14	13	13	14	14
14	1	1	2	4	6	8	12	12	13	11	22	19
15	1	1	3	3	6	11	11	11	14	14	17	17
Vid.	1,00	1,00	2,27	4,27	6,27	8,80	10,07	11,73	13,20	14,07	16,27	17,07

b) Prietaisų parodymų pasiskirstymas – 0.1, operatoriaus pasiskirstymas – 0.1, laukimo kaina – 0.1, paleidimo kaina – 0, vidurkis – -0.1, prietaisų parodymų kartai – 50, tikslumas – 100.

6 lentelė. Eksperimentų rezultatai

kryptis Nr.	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
1	1	1	3	12	9	12	18	13	20	22	26	21
2	1	1	3	9	16	14	14	11	20	21	22	21
3	1	1	6	6	12	9	15	17	17	19	24	22
4	1	1	3	10	11	15	18	19	16	18	20	29
5	1	2	3	10	8	11	19	15	20	22	21	26
6	1	2	2	7	9	14	9	15	21	21	26	27
7	1	1	3	3	13	8	16	21	20	23	17	28
8	1	2	5	8	11	17	18	23	18	17	23	30
9	1	1	4	7	14	12	14	16	16	22	21	25
10	1	2	5	6	9	14	16	17	16	18	20	21
11	1	2	4	7	7	15	14	14	25	19	23	22
12	1	3	3	8	9	15	13	17	16	23	25	26
13	1	1	4	8	8	12	13	14	21	20	22	21
14	1	1	7	8	10	9	16	17	21	20	27	22
15	2	1	5	9	12	12	16	16	17	22	21	25
Vid.	1,07	1,47	4,00	7,87	10,53	12,60	15,27	16,33	18,93	20,47	22,53	24,40

c) Prietaisų parodymų pasiskirstymas – 0.1, operatoriaus pasiskirstymas – 0.1, laukimo kaina – 0.1, paleidimo kaina – 0.2, vidurkis – -0.1, prietaisų parodymų kartai – 50, tikslumas – 100.

7 lentelė. Eksperimentų rezultatai

kryptis Nr.	-0,01	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
1	1	1	2	3	5	7	9	8	9	13	12	15
2	1	1	1	3	4	6	8	8	10	13	14	11
3	1	1	2	4	5	5	7	9	9	13	12	12
4	1	1	2	3	5	5	6	8	10	13	10	13
5	1	1	2	3	4	6	7	8	9	10	13	13
6	1	1	1	3	5	6	7	8	7	13	13	12
7	1	1	2	4	4	7	6	9	11	10	11	11
8	1	1	2	3	5	7	8	8	11	13	12	15
9	1	1	2	3	4	6	7	10	8	10	11	12
10	1	1	2	3	4	6	5	9	10	11	11	14
11	1	1	2	4	5	6	8	8	11	9	11	10
12	1	1	1	3	5	6	9	10	9	13	10	11
13	1	1	2	3	5	5	8	8	10	10	13	11
14	1	1	2	3	4	6	7	7	8	12	13	12
15	1	1	2	3	5	7	9	9	10	10	12	14
Vid.	1,00	1,00	1,80	3,20	4,60	6,07	7,40	8,47	9,47	11,53	11,87	12,40

Ekonominio tipo uždavinys yra daugiau patarimo pobūdžio. Žmogus nebūtinai turi priimti jam siūlomą sprendimą, nes realiame gyvenime dažnai sprendimai priimami nesiremiant logika.

Du įdomesni buto pirkimo uždavinio atvejai pateikiami 4.3.4 ir 4.3.5 skyreliuose.

### 4.3.1 Eksperimentas Nr. 1

10 pav. pateikiamos pradinių parametru reikšmės:

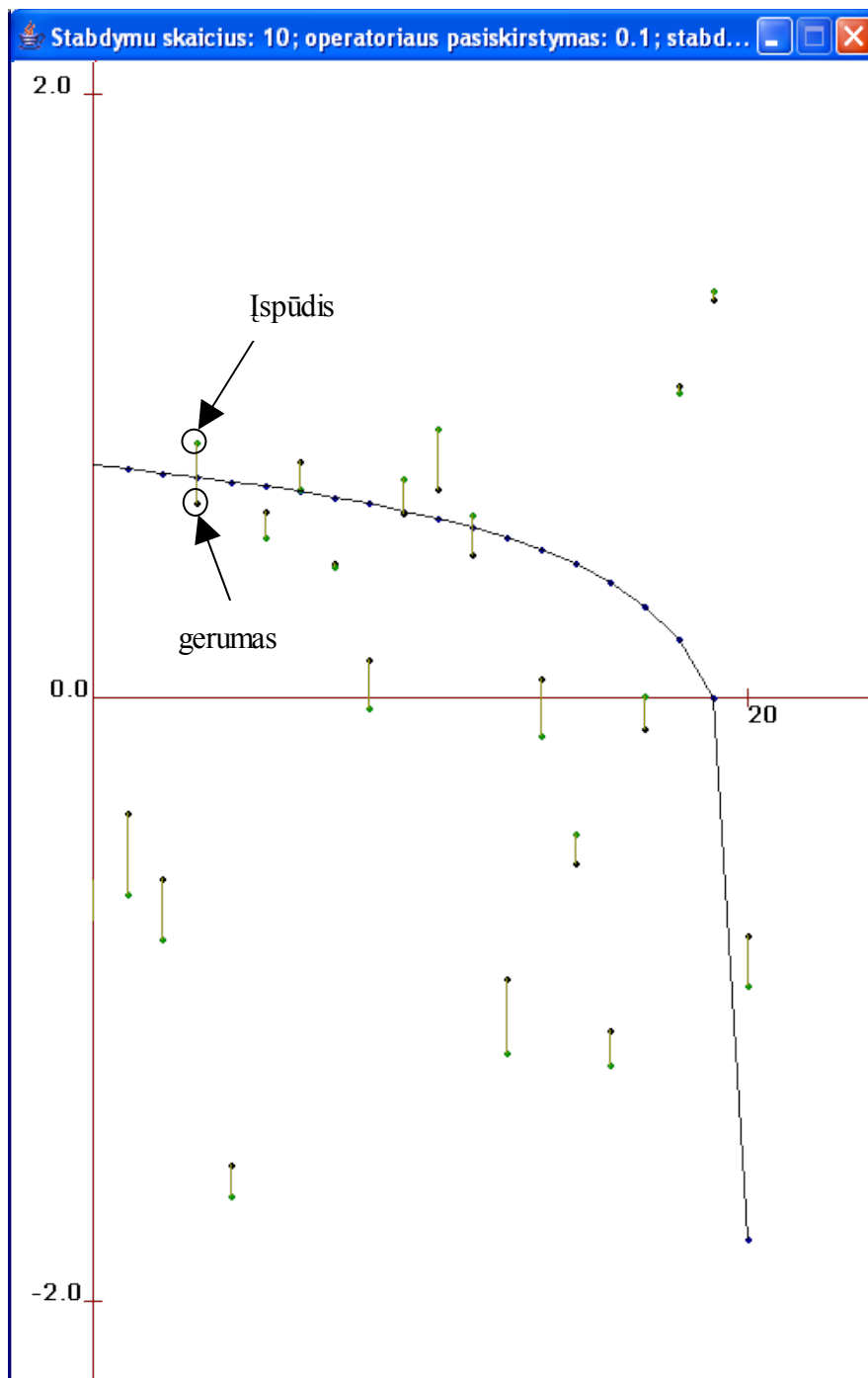
20	Prietaisu parodymu skaicius	<input type="radio"/> Daugkartinis stabdymas
200	Tikslumas	<input checked="" type="radio"/> Vienkartinis stabdymas
-0.3	Vidurkis	<input type="button" value="Skaiciuoti"/>
0.01	Vidurkio kryptis	<input type="button" value="Apie..."/>
0.5	Prietaisu parodymu gerumo pasiskirstymas	
0.1	Operatoriaus ispudzio pasiskirstymas	
0.05	Laukimo kaina	
0.1	Paleidimo kaina	
blue	<input checked="" type="checkbox"/> Operatoriaus sprendimas	
orange	<input type="checkbox"/> Prietaisu parodymu gerumo pasiskirstymas	
red	<input checked="" type="checkbox"/> Operatoriaus ispudis	
black	<input checked="" type="checkbox"/> Brezti kreive tarp operatoriaus sprendimu tasku	
yellow	<input type="checkbox"/> Brezti kreive tarp operatoriaus ispudzio ir parodymu gerumo	
	<input checked="" type="checkbox"/> Brezti tik viena kreive tarp daugkartiniu operatoriaus sprendi...	

10 pav. Eksperimento Nr. 1 pradiniai duomenys

Programa apskaičiuo optimaliausią variantą :

	Nr.	gerumas	įspūdis
Blogiausias prietaisų parodymas	19	1,324	1,352
Optimaliausias stabdymas	4	0,651	0,849

Kadangi, čia yra vienkartinio nuosekliojo atvejis, operatorius tikrindamas prietaisų parodymus, priima sprendimą stabdyti technologinį procesą, tuomet kai įspūdis apie parodymus didesnis už operatoriaus nusistatymą, tai galime pamatyti 11 pav.



11 pav. Vienkartinis nuoseklus pasirinkimas

Paveikslėlyje tamsesni taškai reiškia gerumą, šviesesni – išpūdį, o taškai sujungti kreive yra tuo metu esantis operatoriaus nusistatymas. Kaip matome, ketvirto numerio gerumas mažesnis už operatoriaus nusistatymą, bet apie jį susidarytas išpūdis didesnis, todėl procesas stabdomas, nerizikuojant laukti dar blogesnių prietaisų parodymų.

### 4.3.2 Eksperimentas Nr. 2

12 pav. pateikiamos pradinių parametru reikšmės:

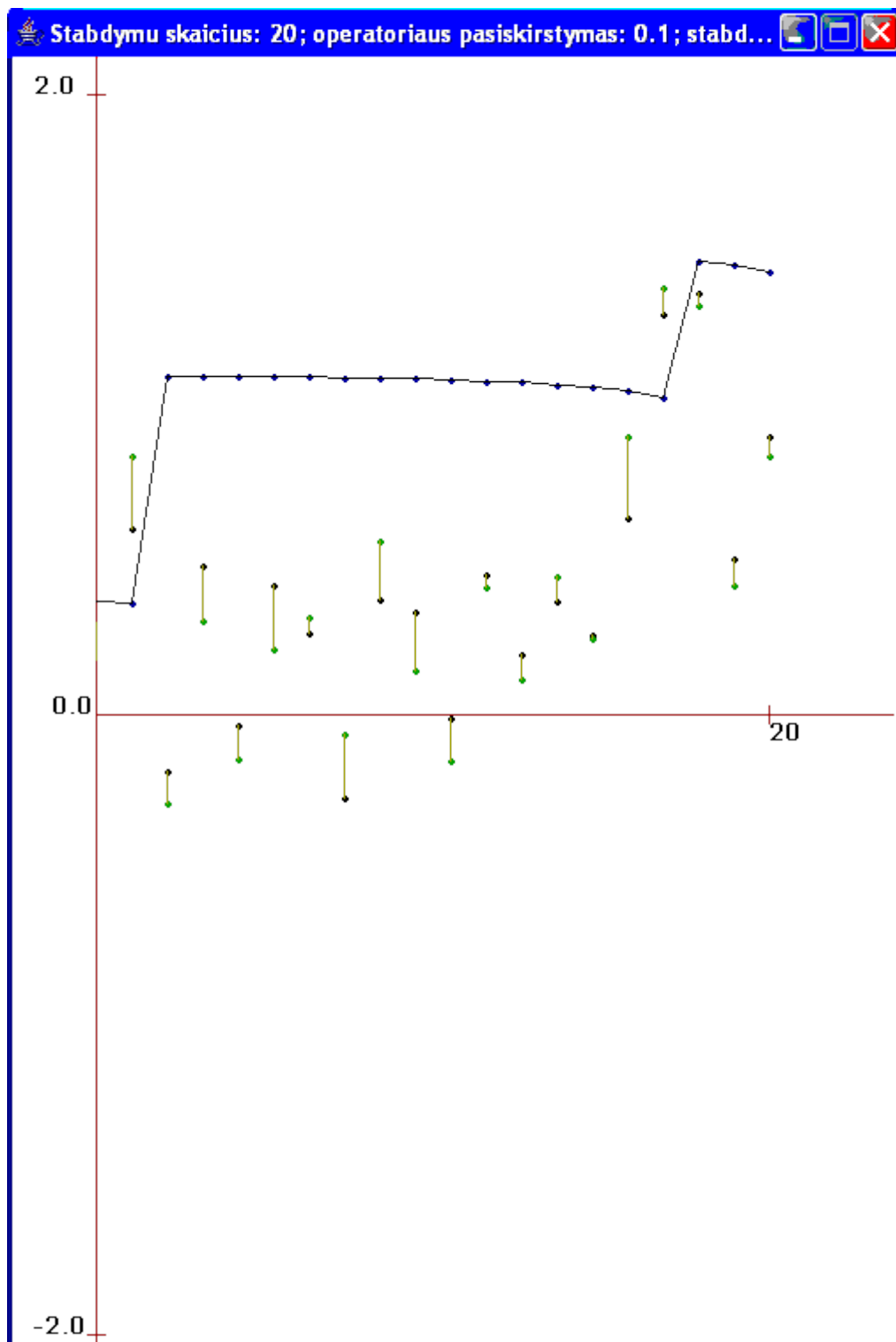
20	Prietaisu parodymu skaicius	<input checked="" type="radio"/> Daugkartinis stabdymas
200	Tikslumas	<input type="radio"/> Vienkartinis stabdymas
0.1	Vidurkis	<input type="button" value="Skaiciuoti"/>
0.05	Vidurkio kryptis	<input type="button" value="Apie..."/>
0.25	Prietaisu parodymu gerumo pasiskirstymas	
0.1	Operatoriaus ispudzio pasiskirstymas	
0.1	Laukimo kaina	
0.05	Paleidimo kaina	
blue	<input checked="" type="checkbox"/> Operatoriaus sprendimas	
orange	<input type="checkbox"/> Prietaisu parodymu gerumo pasiskirstymas	
red	<input checked="" type="checkbox"/> Operatoriaus ispudis	
black	<input checked="" type="checkbox"/> Brezti kreive tarp operatoriaus sprendimu tasku	
yellow	<input type="checkbox"/> Brezti kreive tarp operatoriaus ispudzio ir parodymu gerumo	
	<input checked="" type="checkbox"/> Brezti tik viena kreive tarp daugkartiniu operatoriaus sprendi...	

12 pav. Eksperimento Nr. 2 pradiniai duomenys

Programa apskaičiavo optimaliausią variantą :

	Nr.	Gerumas	Ispūdis
Blogiausias prietaisų parodymas	18	1,365	1,323
Optimaliausias stabdymas	2	0,603	0,836
	17	1,292	1,379

Kadangi, čia yra daugkartinio nuosekliojo sprendimo atvejis, operatorius priėmęs sprendimą stabdyti technologinį procesą, gali jį vėl paleisti (sakykime buvo atlikta techninė profilaktika arba remontas). Po pakartotinio proceso paleidimo, sekantiems prietaisų parodymams operatoriaus sprendimo kreivė kyla į viršų, tokiam kreivės pakilimui galėtų turėti sumažėjęs technikos patikimumas arba kitos priežastys, dėl kurių operatorius privalėtų būti dėmesingesnis (13 pav.).



13 pav. Daugkartinis nuoseklusis sprendimų priėmimas

Šiame eksperimente, operatorius priima sprendimą stabdyti technologinį procesą du kartus. Po kiekvieno proceso paleidimo stipriai padidėja operatoriaus sprendimo kreivė.

### 4.3.3 Eksperimentas Nr. 3

14 pav. pateikiamos pradinių parametru reikšmės:

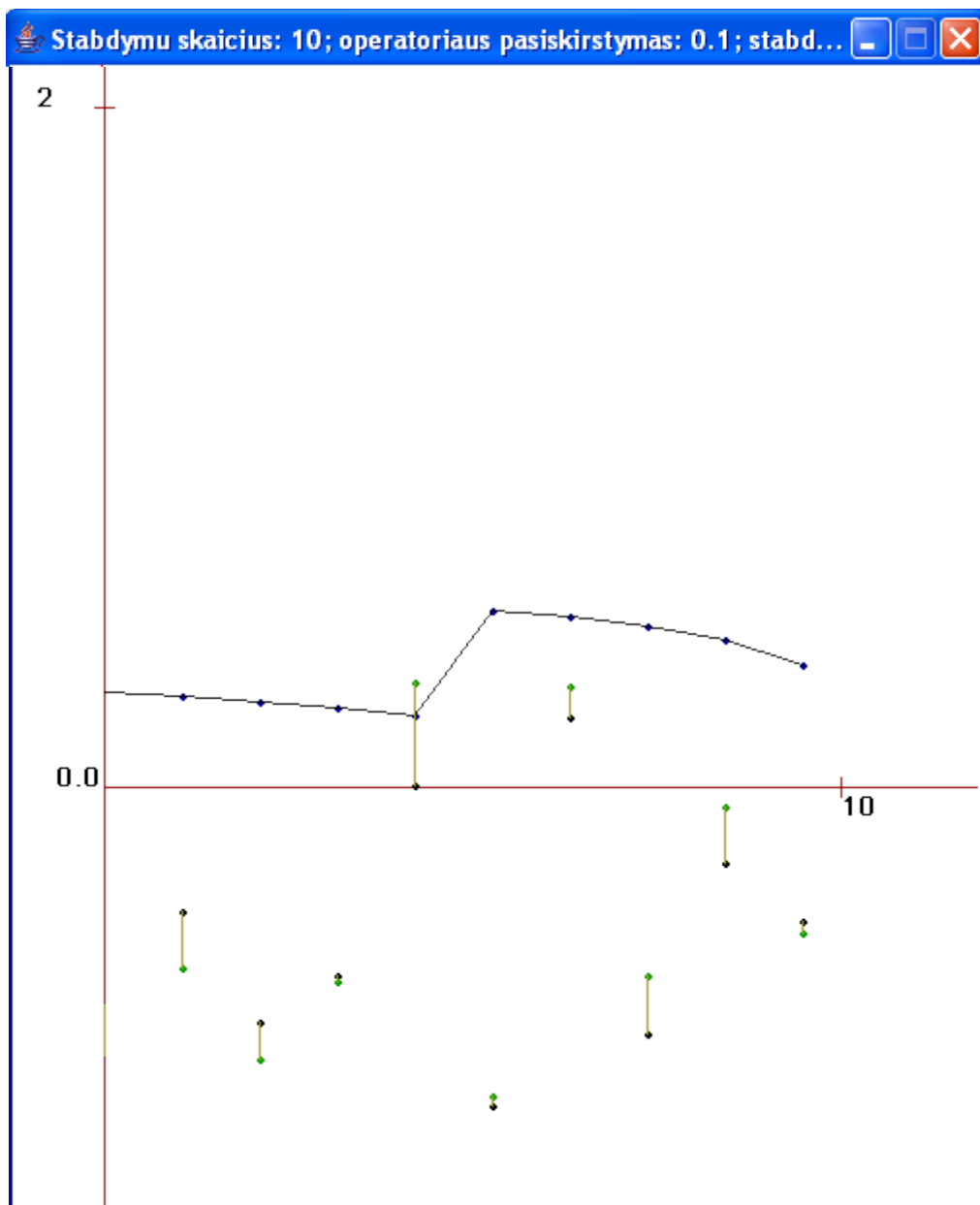
10	Prietaisu parodymu skaicius	<input checked="" type="radio"/> Daugkartinis stabdymas
200	Tikslumas	<input type="radio"/> Vienkartinis stabdymas
-0.5	Vidurkis	<input type="button" value="Skaiciuoti"/>
0.05	Vidurkio kryptis	<input type="button" value="Apie..."/>
0.25	Prietaisu parodymu gerumo pasiskirstymas	
0.1	Operatoriaus ispudzio pasiskirstymas	
0.1	Laukimo kaina	
0.05	Paleidimo kaina	
blue	<input checked="" type="checkbox"/> Operatoriaus sprendimas	
orange	<input type="checkbox"/> Prietaisu parodymu gerumo pasiskirstymas	
red	<input checked="" type="checkbox"/> Operatoriaus ispudis	
black	<input checked="" type="checkbox"/> Brezti kreive tarp operatoriaus sprendimu tasku	
yellow	<input type="checkbox"/> Brezti kreive tarp operatoriaus ispudzio ir parodymu gerumo	
	<input checked="" type="checkbox"/> Brezti tik viena kreive tarp daugkartiniu operatoriaus sprendi...	

14 pav. Eksperimento Nr. 3 pradiniai duomenys

Programa apskaičiuo optimaliausia variantą :

	Nr.	Gerumas	Ispūdis
Blogiausias prietaisų parodymas	7	0,207	0,299
Optimaliausias stabdymas	5	0,009	0,313

Šiame eksperimente operatorius yra pesimistas, todėl pasirenka tik vieną, nes kiti neatitinka jo nusistatytų stabdymui reikalavimų, tai galime pamatyti 15 pav..



15 pav. Daugartinis nuoseklusis sprendimų priėmimas

Šiame eksperimente, nei vieno prietaisų parodymų gerumo nėra virš kreivės. Operatoriaus sprendimą stabdyti technologinį procesą lemia susidarytas išpūdis apie esamą padėtį. Kadangi sekančiųjų prietaisų parodymų gerumai mažesni už operatoriaus sprendimų kreivę, stabdymai daugiau neatliekami.



#### 4.3.4 Eksperimentas Nr. 4

16 pav. ir 17 pav. pavaizduoto eksperimento pradiniai parametrai yra :

Vidurkis = 0,

vidurkio kryptis = 0.05,

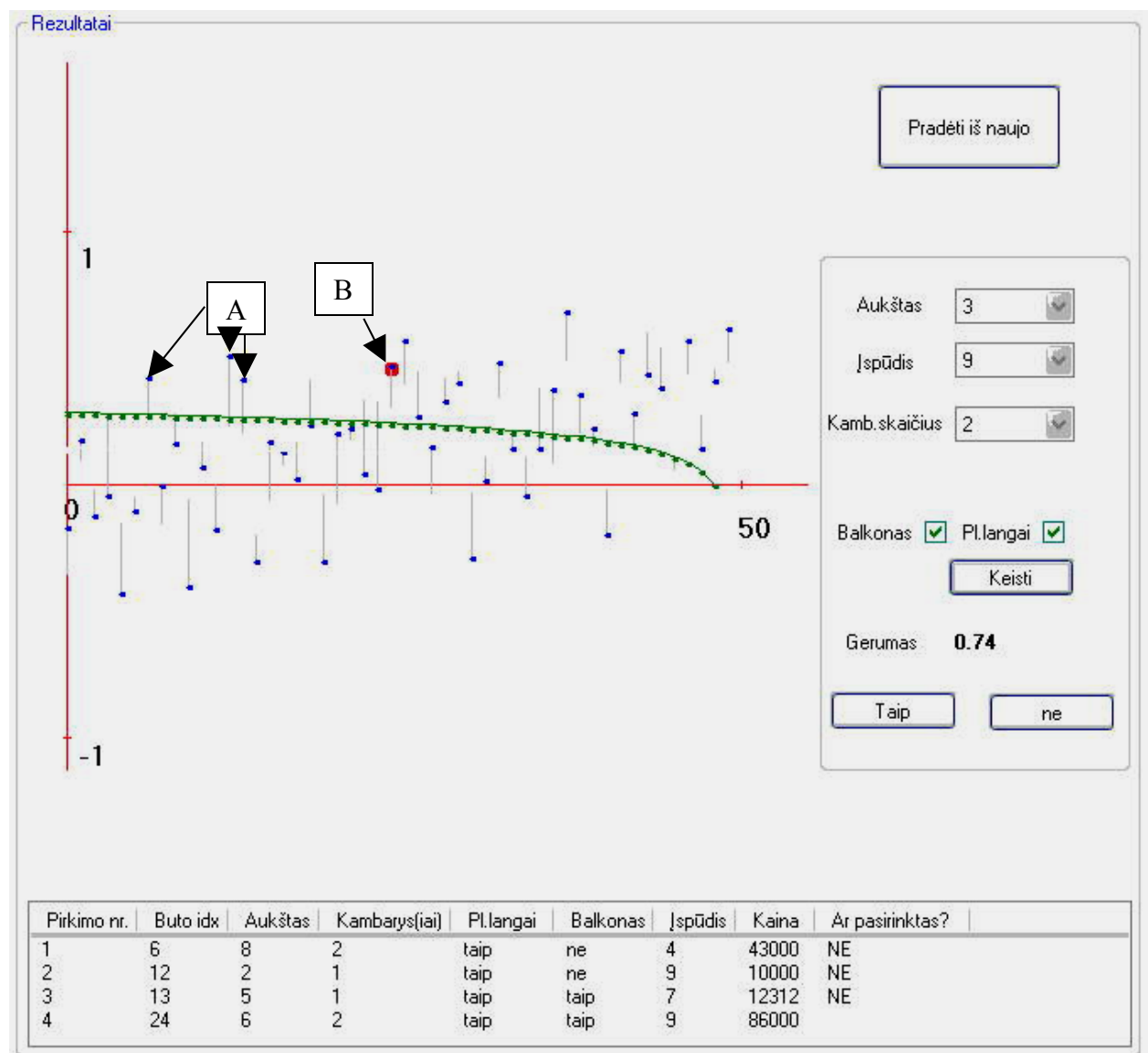
įspūdžio pasiskirstymas = 0.2,

gerumo pasiskirstymas = 0.25,

laukimo kaina = 0.1,

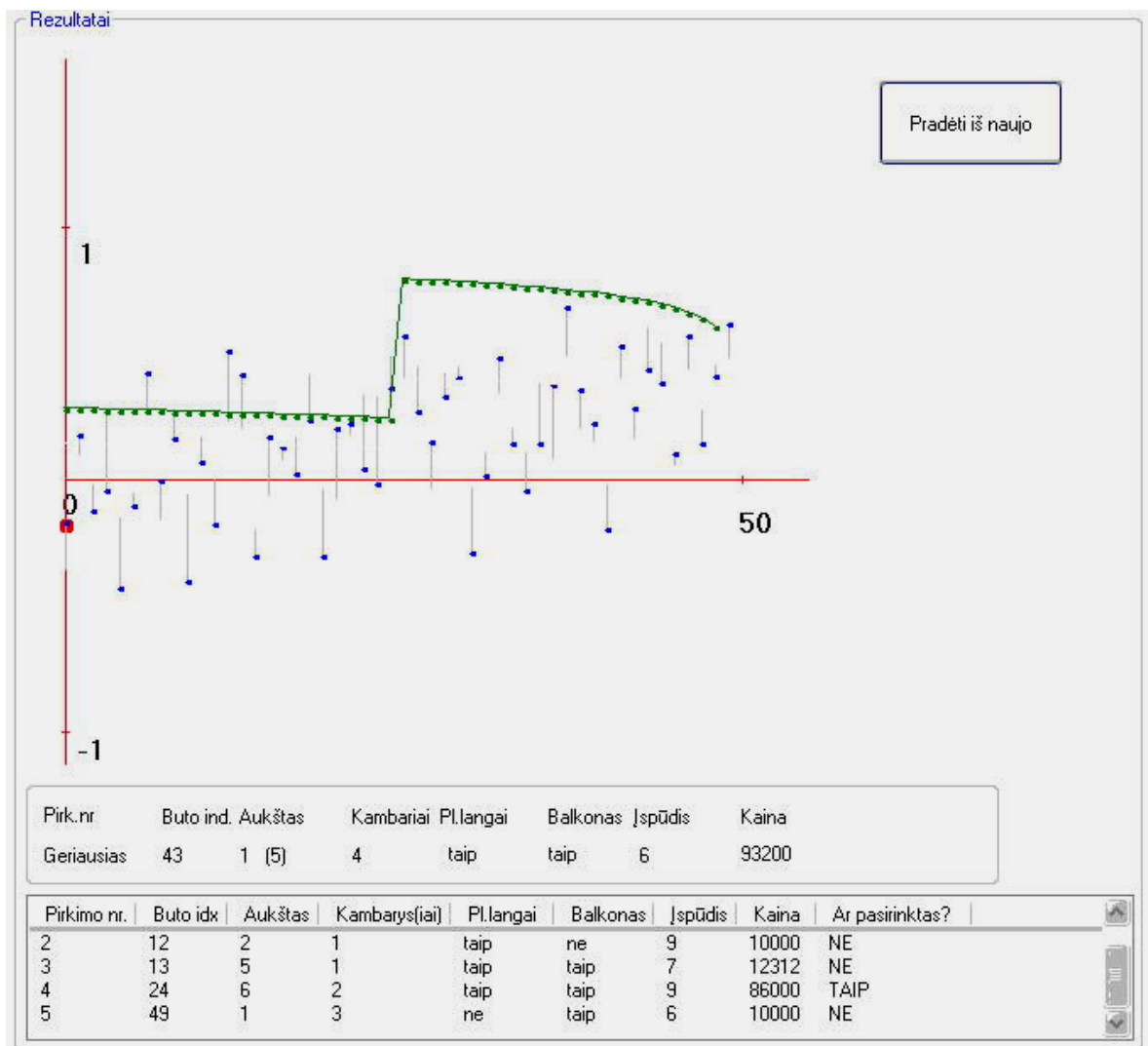
keitimo kaina = 0.0.

Aukšto įtaka buto gerumui 20%, kambarių skaičius 35%, balkonas 6%, plastikiniai langai 4%, bendras įspūdis apie butą 35%. Aukšto, kuriame yra butas, įtaka lygi: pirmas aukštas – 2, antras – 6, trečias – 7, kiti – 4; kambarių skaičius: vienas – 0, du – 8, trys – 6, keturi – 1.



16 pav. 4 eksperimento grafinis vaizdavimas

16 pav. matome, jog trys butai pažymėti B raide, nors ir atitiko reikalavimus, bet jie nebuvo perkami (dėl kokių nors priešasčių pirkėjas atsisako pirkti, sakykime, jog pasitaikė labai nepatogi susisiekimo vieta).



17 pav. 4 eksperimento grafinis vaizdavimas, priėmus sprendimą

17 pav. matome, jog pasirinkus 24 indeksą turintį butą ( 16 pav. B taškas), išrankamo kreivė pakyla virš likusiųjų butų gerumų, išskyrus paskutinįjį, bet pirkėjas taip pat atsisako jį pirkti.

### 4.3.5 Eksperimentas Nr. 5

18 pav., 19 pav. ir 20 pav. pavaizduoto eksperimento pradiniai parametrai yra :

Vidurkis = 0,

vidurkio kryptis = 0.05,

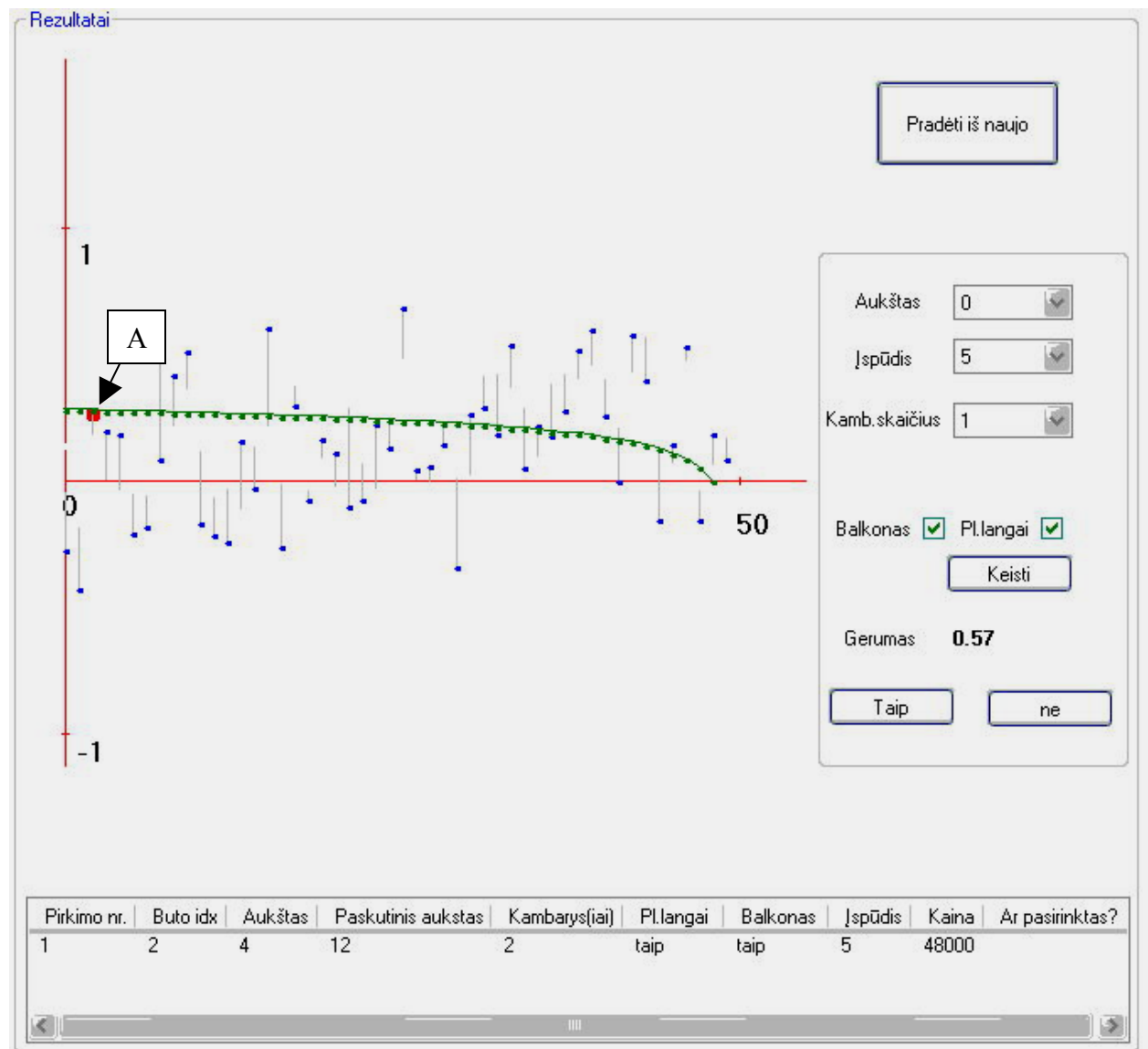
įspūdžio pasiskirstymas = 0.2,

gerumo pasiskirstymas = 0.2,

laukimo kaina = 0.0,

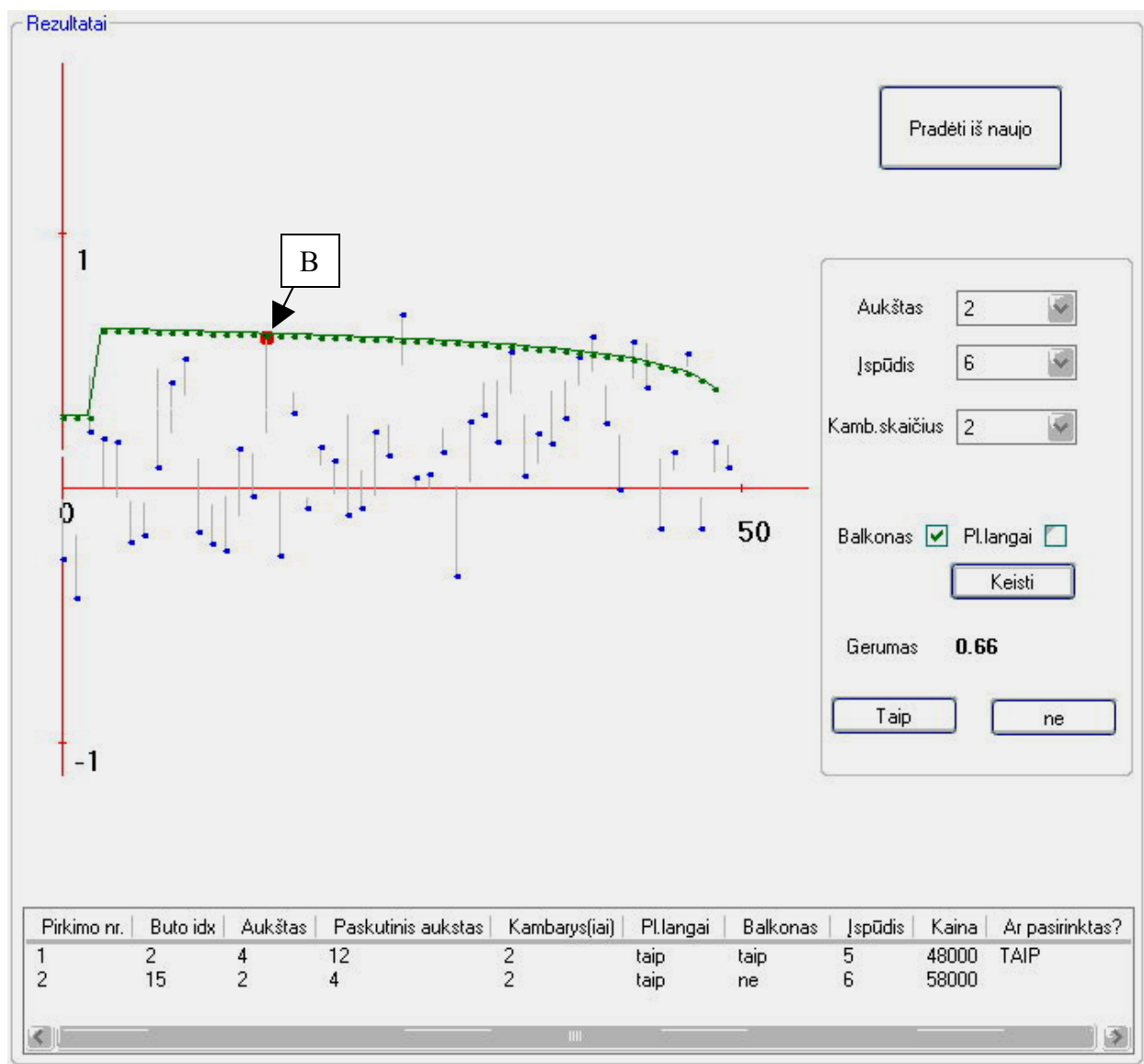
keitimo kaina = 0.0.

Aukšto įtaka buto gerumui 25%, kambarių skaičius 35%, balkonas 6%, plastikiniai langai 4%, bendras įspūdis apie butą 30%. Aukšto, kuriame yra butas, įtaka lygi: pirmas aukštas – 3, antras – 7, trečias – 8, kiti – 3; kambarių skaičius: vienas – 1, du – 7, trys – 5, keturi – 2.

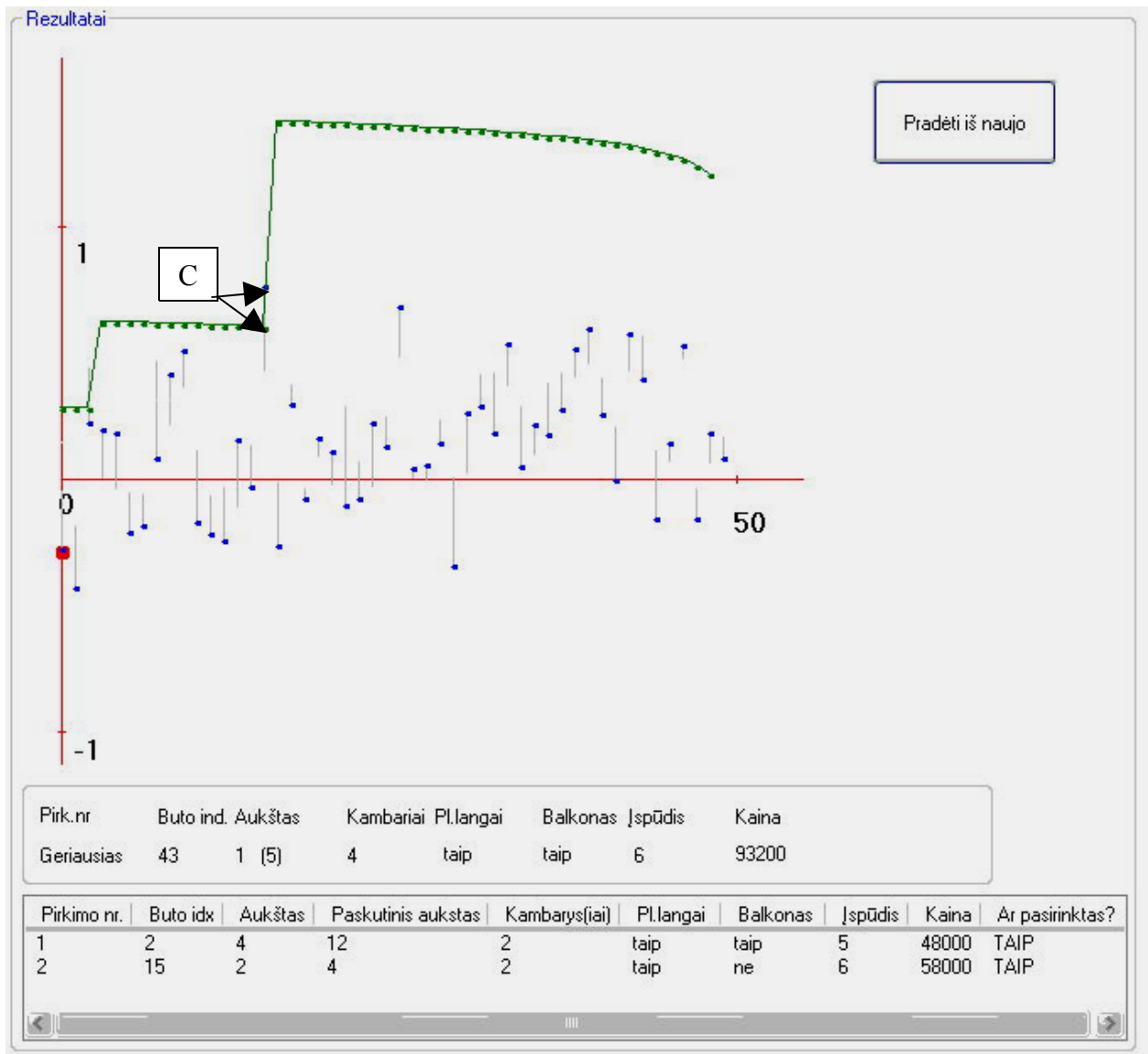


18 pav. 5 eksperimento grafinis vaizdavimas

18 pav. matome, jog tinkamas pirkėjui butas pasirodo 2 indeksu, paveikslėlyje pažymėtas A tašku. Pirkėjo išpūdis apie butą sutapo su laukiamu gerumu. Kadangi, nupirkto buto gerumas daug neviršijo išrankamo kreivės, jos pokytis nėra didelis, todėl gana greitai yra sutinkamas antras tinkamas butas – taškas B, pavaizduotas 19 pav.. Išpūdis apie jį kaip ir apie pirmąjį butą sutapo su išrankamo kreive, bet pirkėjui pakeitus nuomonę apie perkamą butą, jo gerumas padidėja (taškas C 20 pav.).



19 pav. 5 eksperimento grafinis vaizdavimas



20 pav. 5 eksperimento grafinis vaizdavimas, pakeitus buto gerumą ir priėmus sprendimą

## 5 Išvados

- Iširtas nuoseklių statistinių sprendimų teorinis modelis, jį galima būtų taikyti gana plačiai, ekonominiuose uždaviniuose, tokiuose kaip, darbuotojų parinkimo, buto, kompiuterio ar automobilio pirkimo ir pan. Ir inžineriniuose uždaviniuose: technologinio stabdymo (pvz.: elektrinės reaktoriaus stabdymo, gamyklos linijos stabdymo ir pan.)
- Daugkartinių nuosekliųjų sprendimų atveju, didinant vidurkio kitimo kryptį, didėja pasirinkimų skaičius. Stabdymų skaičius taip pat didėja, mažinant technologinio proceso paleidimo ir laukimo kainą.
- Iš eksperimentų matyti, kad pačią didžiausią įtaką modelio rezultatams daro tai, ar vykdytojas yra optimistinis, ar pesimistinis.
- Eksperimentų metu pastebėta, kad sprendimas yra priimamas pagal susidariusį įspūdį, jei įspūdis yra didesnis už nustatytą gerumą.
- Modelio realizacija gali būti taikoma tiek informatikos mokslui – nagrinėja sudėtingo algoritmo optimizaciją, tiek ekonomikos mokslui – stebint žmonių elgesį, bandant nuspėti tolimesnius veiksmus.
- Šio modelio rezultatus prognozuoti labai sunku, nes visi duomenys išanksto nėra žinomi, jie apdorojami nuosekliai, žingsnis po žingsnio.
- Tiriant ekonominius modelius yra gana sunku nustatyti kriterijus, kurie labiausiai gali nulemti žmogaus apsisprendimą.

## 6 Literatūra

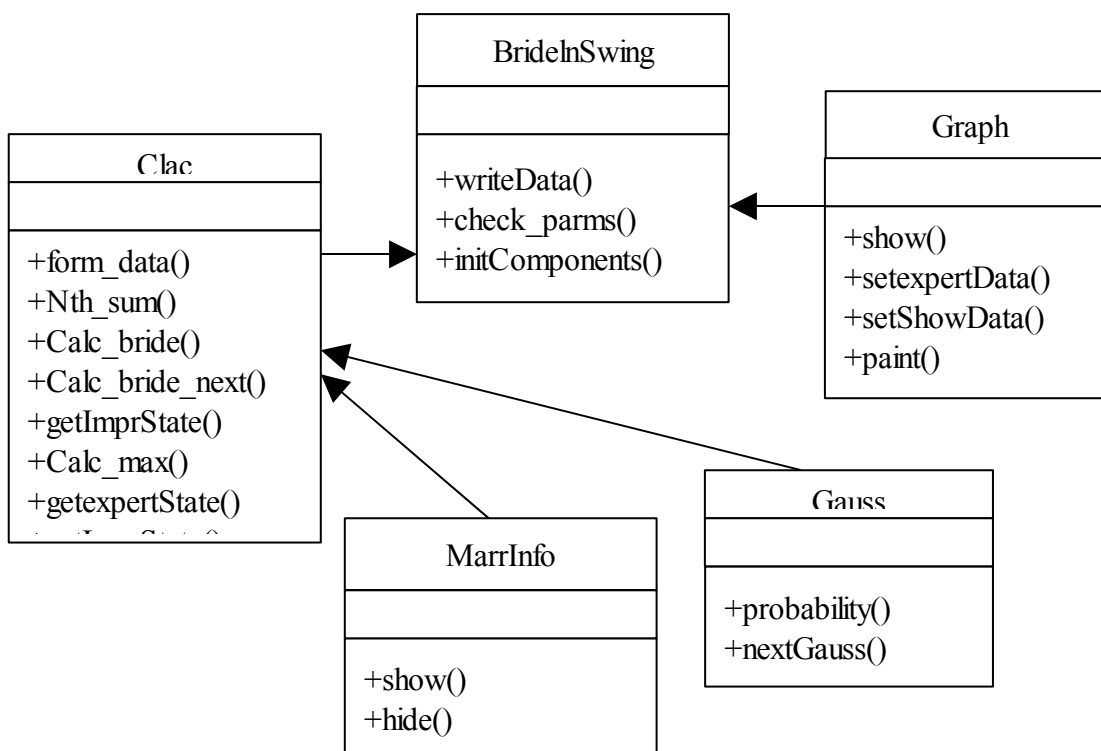
1. BELLMAN, R. E.. Dynamic programming. Princeton University Press, 1957
2. BERGMAN, R., RIVEST, R. L.. Picking the best expert from a sequence. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1995. p. 20-69
3. MOCKUS, Jonas. A set of examples of global and discrete optimization 2. Home Work for Graduate Students. p. 387-418
4. ŽILINSKAS, A. Matematinis programavimas. 1999. p. 155-180
5. WALD, A. Sequential analysis. J.Wiley, New York., 1947
6. WALD, A. Statistical decision functions. J.Wiley, New York., 1950

1.

## 7 PRIEDAI.

### 7.1 Naudojamos klasės.

Inžinerinio uždavinio klasės:



21 pav. Inžineriniame uždavinyje naudojamoms klasėms

#### *BrideInSwing klasė*

Pagrindinė programos klasė. Ji taip pat atsakinga už rezultatų pateikimą.

#### *Calc klasė*

Ši klasė atsakinga už visus atliekamus skaičiavimus. Ji naudojami funkcijomis iš klasės *Gauss*.

#### *Gauss klasė*

Ši klasė atsakinga už Gauso pasiskirstymo skaičiavimą. Ji gražina tikimybę ir atsitiktinį dydį pagal Gauso pasiskirstymą.



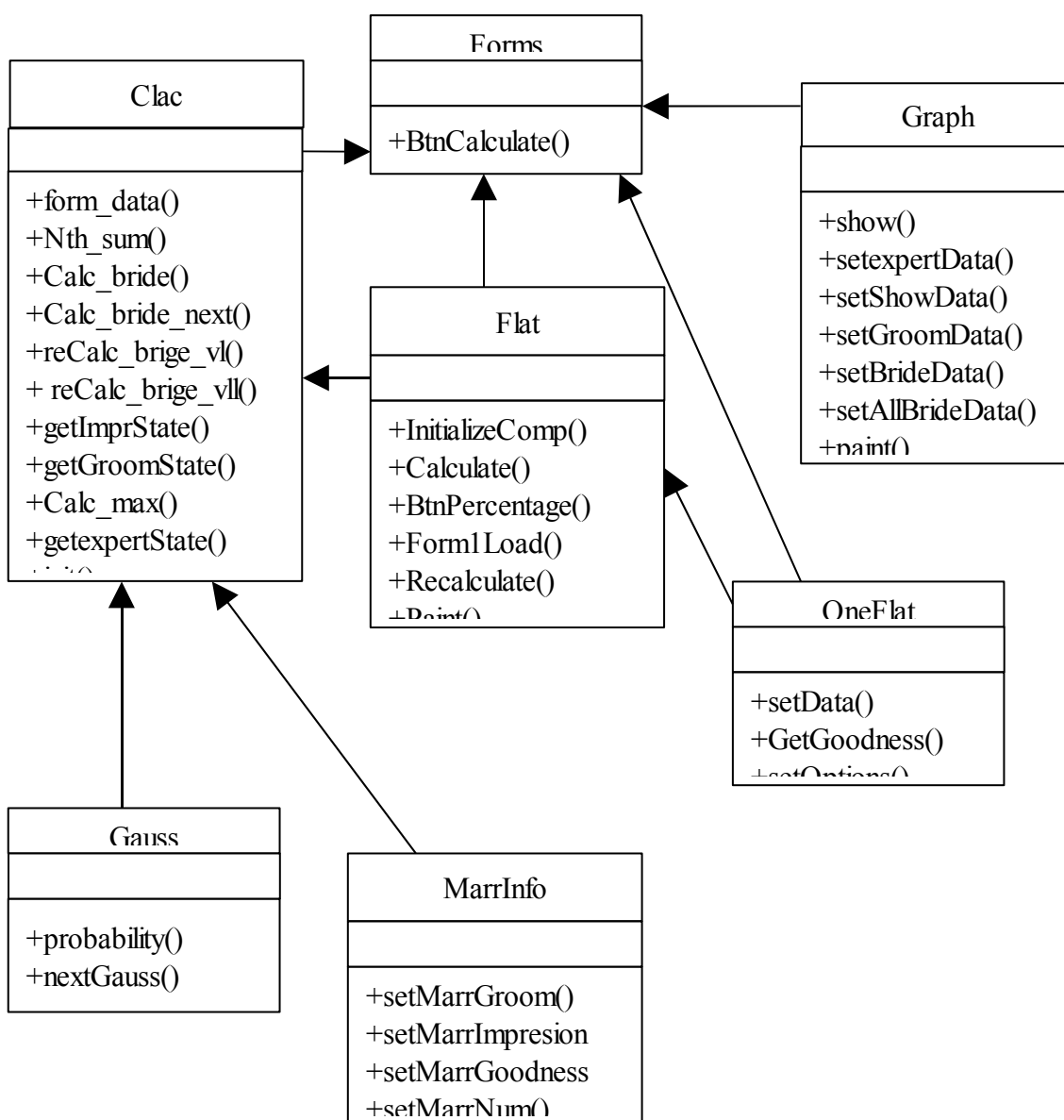
### Graph klasė

Ši klasė atsakinga už grafinį rezultatų vaizdavimą

### MarrInfo klasė

Jos pagalba išvedami pagrindiniai duomenys.

Ekonominio uždavinio klasės:



22 pav. Ekonominiame uždavinyje naudojamos klasės

### *Forms klasė*

Pagrindinė programos klasė. Ji taip pat atsakinga už rezultatų pateikimą.

### *Calc klasė*

Ši klasė atsakinga už visus atliekamus skaičiavimus. Ji naudojasi funkcijomis iš klasės *Gauss*.

### *Gauss klasė*

Ši klasė atsakinga už Gauso pasiskirstymo skaičiavimą. Ji gražina tikimybę ir atsitiktinį dydį pagal Gauso pasiskirstymą.

### *Graph klasė*

Ši klasė atsakinga už grafinį rezultatų vaizdavimą

### *MarrInfo klasė*

Jos pagalba išvedami pagrindiniai duomenys.

### *OneFlat klasė*

Yra pagalbinė *Flat* klasė. Ji apskaičiuoja buto gerumą,

### *Flat klasė*

Klasė susieja visus tarpusavyje komponentus.

## 7.2 Eksperimentų pradiniai duomenys

8 lentelė. Automobilių duomenys

Aut.ind.	Metai	Markė	Kondicio nierius	Dujų įranga	Įspūdis	Kaina
0	1998	3	taip	taip	1	15000
1	1994	1	ne	ne	3	19999
2	2006	4	taip	taip	8	30000
3	2003	1	taip	taip	8	35555
4	1999	2	taip	taip	4	6666
5	2000	1	taip	ne	6	10000
6	2001	4	ne	taip	4	25000
7	1998	1	ne	taip	6	21000
8	2002	3	taip	taip	9	13999
9	1999	2	taip	ne	6	8900
10	2002	1	taip	taip	3	43000
11	1998	2	taip	taip	5	17000
12	2002	2	ne	taip	9	16000
13	1999	4	taip	taip	7	13000
14	2006	1	ne	ne	6	15000
15	1996	2	ne	taip	6	10000
16	2000	1	ne	taip	8	36000
17	1995	2	taip	taip	5	10000
18	2001	1	taip	taip	7	24000
19	2004	4	taip	taip	6	10000
20	1999	3	taip	taip	3	10000
21	2002	3	taip	taip	8	16000
22	2006	2	taip	taip	4	10000
23	2006	3	ne	taip	7	10000
24	1998	4	taip	taip	9	12500
25	1997	4	taip	taip	5	16000
26	1999	2	taip	taip	6	10000
27	1993	3	taip	taip	7	10000
28	1998	1	taip	taip	6	9999
29	2005	4	ne	ne	4	68000
30	2000	3	taip	taip	8	10000
31	1997	3	taip	taip	4	14000
32	1998	3	ne	taip	8	10000
33	1994	1	taip	ne	7	10000
34	2001	4	taip	taip	4	14500
35	2003	1	taip	taip	7	42000
36	1999	3	taip	taip	6	10000
37	2003	1	ne	ne	8	14200
38	1998	2	taip	ne	7	10000
39	2003	2	ne	taip	7	14200
40	2000	4	taip	taip	7	10000

41	1996	4	taip	taip	8	10000
42	1998	1	taip	taip	8	10000
43	1995	1	taip	taip	6	7500
44	1999	1	taip	taip	7	26300
45	2001	4	taip	taip	8	16500
46	2000	1	taip	taip	4	11000
47	1996	1	taip	taip	8	10000
48	2001	3	ne	ne	7	10000
49	1999	1	taip	ne	6	25300

9 lentelė. Butų duomenys

Buto indeksas	Namo aukštis	Aukštas	Kambarių skaičius	Balkonas	Plastikiniai langai	Įspūdis	Kaina
0	13	9	3	taip	taip	1	55000
1	5	2	1	ne	ne	3	98000
2	12	4	4	taip	taip	8	48000
3	3	2	1	taip	taip	8	45900
4	5	5	2	taip	taip	4	48000
5	12	2	1	taip	ne	6	36000
6	12	8	4	ne	taip	4	43000
7	4	4	1	ne	taip	6	42300
8	5	5	3	taip	taip	9	59500
9	5	2	2	taip	ne	6	46000
10	5	1	1	taip	taip	3	96000
11	4	2	2	taip	taip	5	26000
12	5	2	2	ne	taip	9	10000
13	5	5	4	taip	taip	7	12312
14	2	1	1	ne	ne	6	77000
15	4	2	2	ne	taip	6	58000
16	5	1	1	ne	taip	8	36000
17	4	2	2	taip	taip	5	120000
18	5	1	1	taip	taip	7	45000
19	5	4	4	taip	taip	6	79000
20	5	5	3	taip	taip	3	78000
21	5	5	3	taip	taip	8	110000
22	9	7	2	taip	taip	4	45000
23	4	4	3	ne	taip	7	50000
24	9	6	4	taip	taip	9	86000
25	9	8	4	taip	taip	5	23000
26	12	5	2	taip	taip	6	42333
27	5	3	3	taip	taip	7	54000
28	5	5	1	taip	taip	6	69000
29	5	4	4	ne	ne	4	50000
30	3	3	3	taip	taip	8	46000
31	9	8	3	taip	taip	4	53000
32	5	3	3	ne	taip	8	76000
33	3	1	1	taip	ne	7	100000

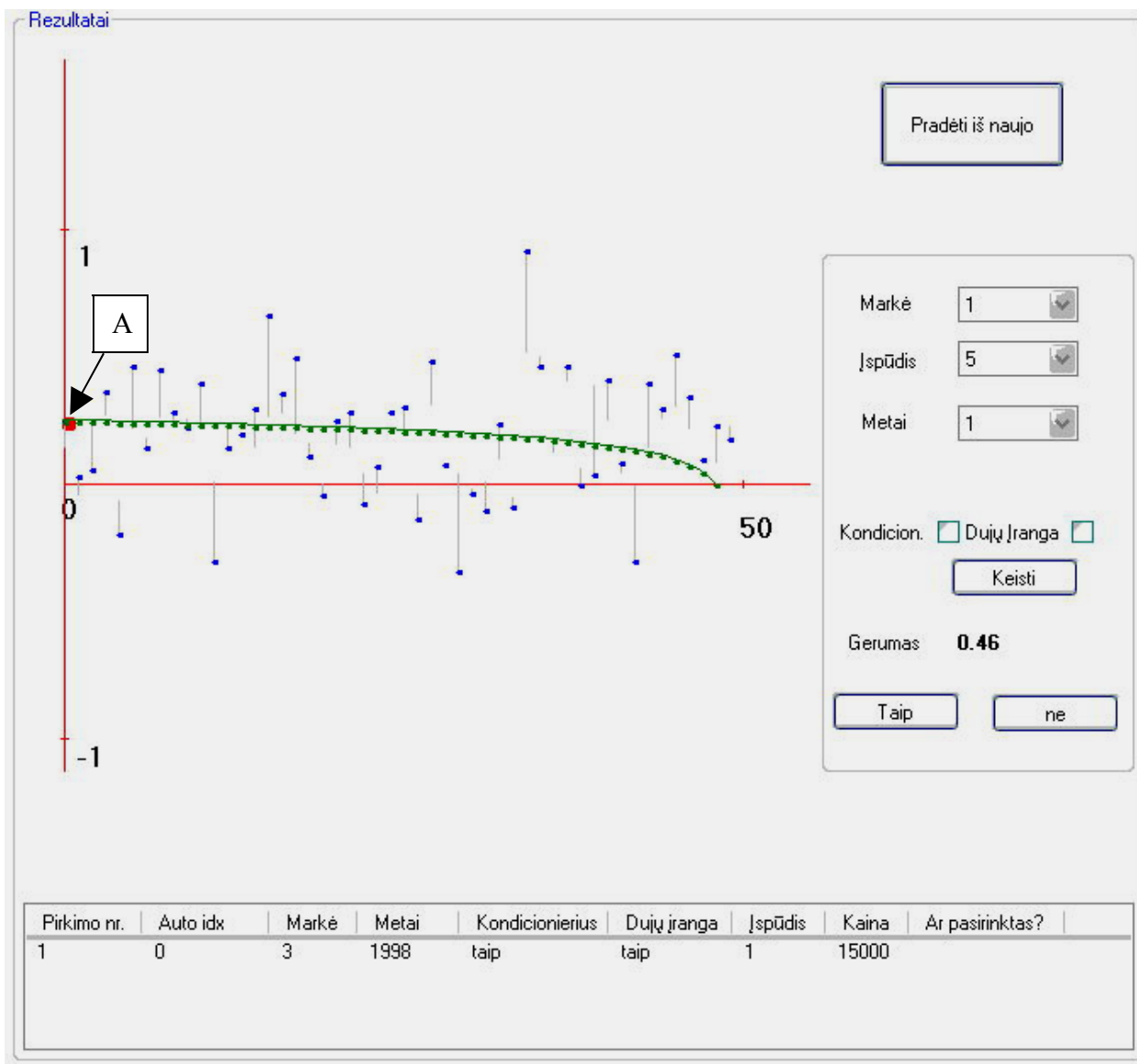
34	13	4	4	taip	taip	4	49000
35	5	5	1	taip	taip	7	56000
36	9	5	3	taip	taip	6	67000
37	2	1	1	ne	ne	8	48000
38	3	2	2	taip	ne	7	77000
39	5	2	2	ne	taip	7	81100
40	5	4	4	taip	taip	7	99000
41	4	4	4	taip	taip	8	39000
42	3	1	1	taip	taip	8	29000
43	5	1	1	taip	taip	6	93200
44	5	1	1	taip	taip	7	93000
45	5	4	4	taip	taip	8	120000
46	5	1	1	taip	taip	4	53000
47	5	1	1	taip	taip	8	130000
48	4	3	3	ne	ne	7	58880
49	5	1	1	taip	ne	6	10000

### 7.3 Automobilio pirkimo uždavinio pavyzdys

Automobilio pirkimas	
Gerumo įtaka(%)	
Markė	42
(1)- Audi	8
(2)- BMW	2
(3)- Mazda	7
(4)- Honda	2
Metai	17
(1)-Nauja	2
(2)- virš 2003	7
(3)- virš 1998	6
(4)- nesvarbu	0
kondicionierius	9
dujų įranga	17
Bendras įspūdis	15
Procentai	<b>100 %</b>
Įspūdžio pasiskirstymas	0.20
Gerumo pasiskirstymas	0.25
Laukimo kaina	0
Keitimo kaina	0

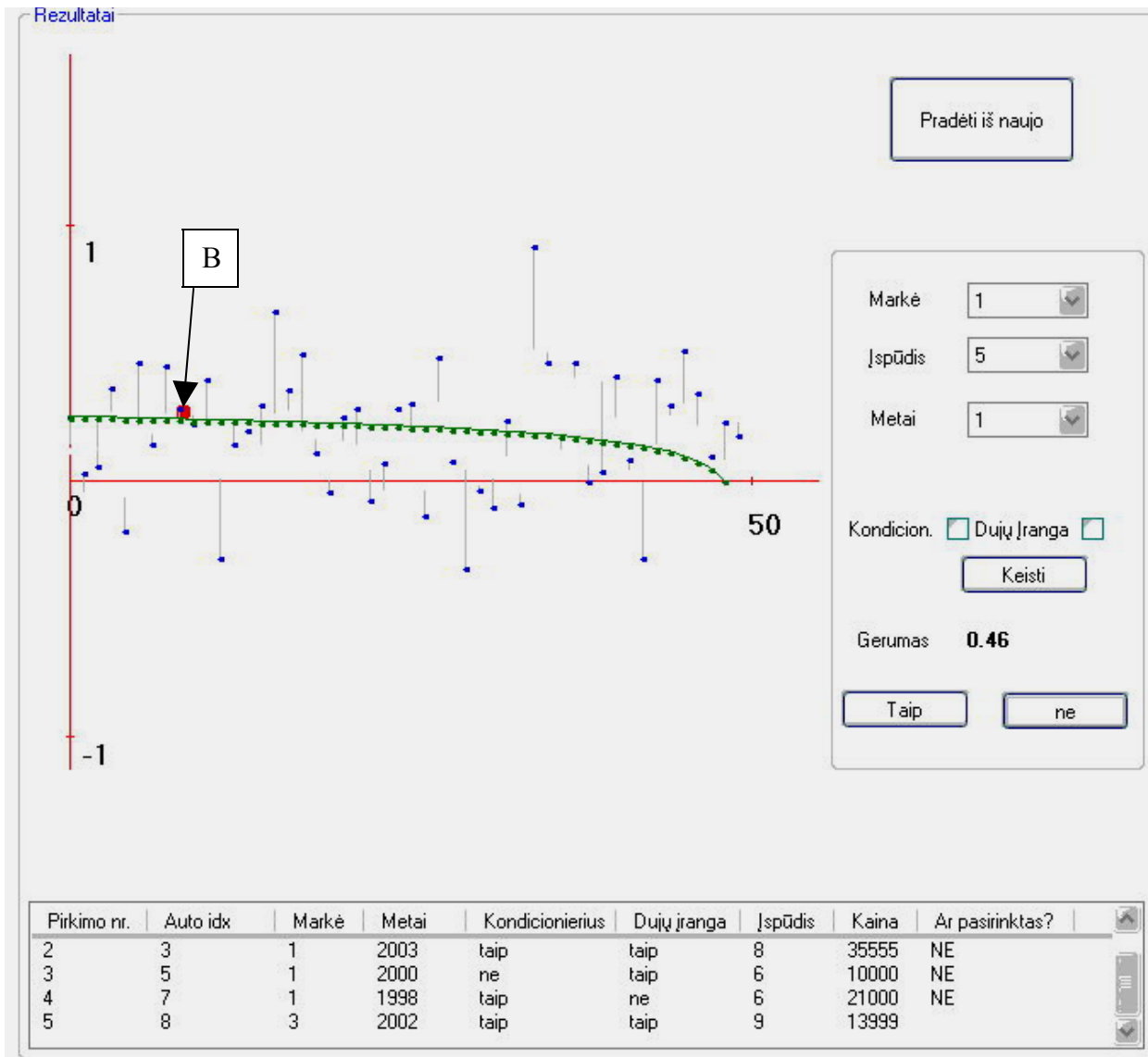
23 pav. Automobilio pirkimo pradiniai parametrai

Šiame automobilio pirkimo uždavinyje galima rinktis iš keturių automobilių markių ir jų pagaminimo metų. Procentais nustatoma automobilio markės ir pagaminimo metų įtaka pasirinkimui, taip pat galima nustatyti, koks bus kiekvienos markės ir metų svoris (galimos reikšmės nuo 0 iki 9). Nustatoma įtaka pasirinkimui automobilio bendrojo įspūdžio, kondicionieriaus ir dujų įrangos. Šiame pavyzdyje (23 pav.) matome, jog pirkėjas, pirmenybę skirs Audi arba Mazda automobiliams, kurie buvo pagaminti po 2003 metų.



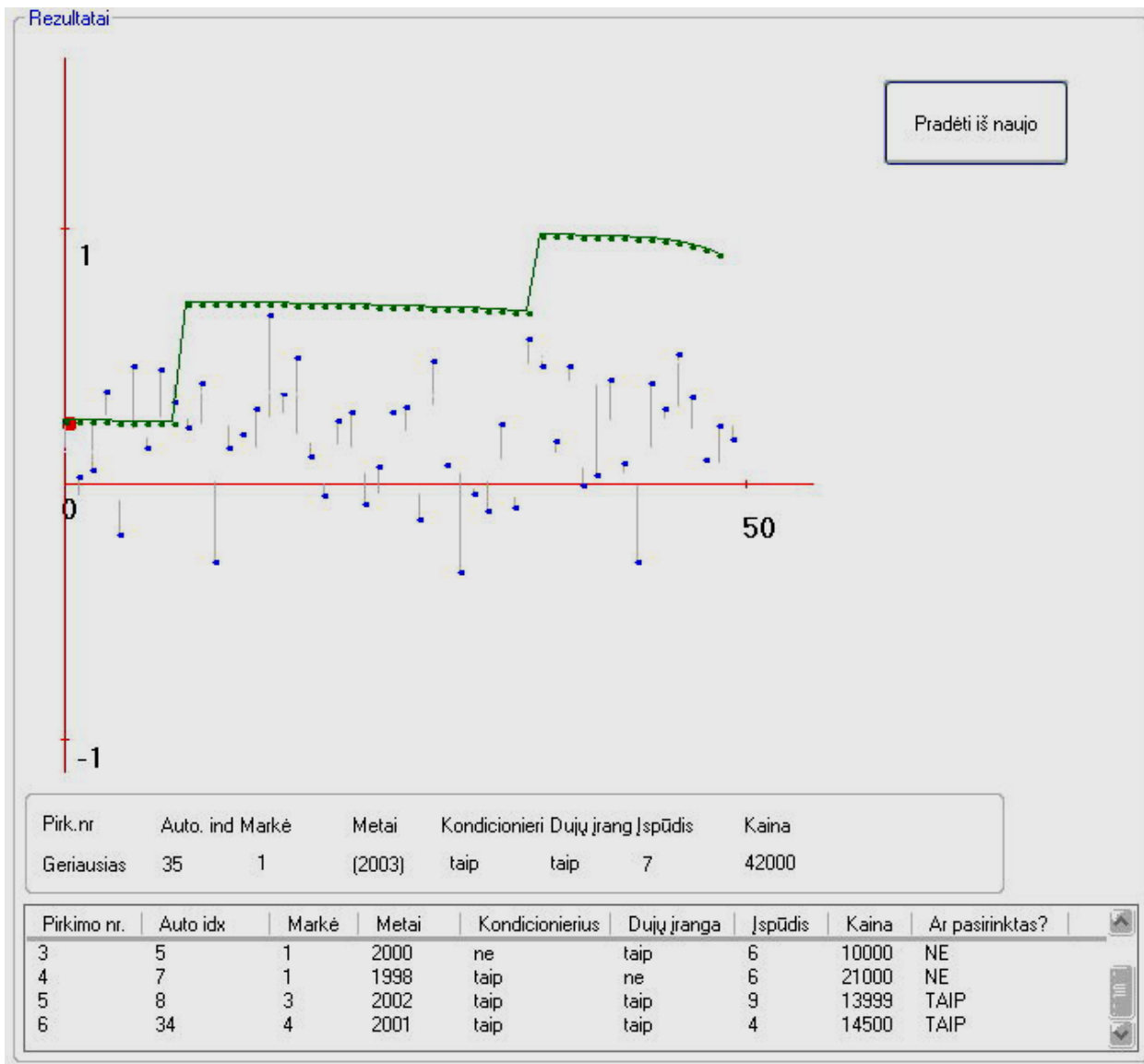
24 pav. Pirmasis automobilio pasirinkimas

24, 25, 26 pav. grafiškai vaizduojami pirkėjo sprendimai. 24 pav. matome, jog įspūdis apie pirmąjį automobilį atitinka pirkėjo norus, bet dėl kokių nors kitų priežasčių automobilis neperkamas. Sekantis, pirkėją sudominęs, yra aštuntu indeksu pažymėtas automobilis (25 pav. B taškas). Padidėjus pirkėjo išrankumui, kitas automobilis perkamas atmetus visus likusius pasiūlymus, išskyrus 34 indeksu pažymėtą automobilį (26 pav.).



25 pav. Antrasis automobilio pasirinkimas





26 pav. Antrasis sprendimas nupirkti automobilį