KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
MATEMATINĖS SISTEMOTYROS KATEDRA

Eglė Paplauskaitė

AKCIJŲ KAINŲ KITIMO MODELIAI: ATSITIKTINIS KLAIDŽIOJIMAS IR ARIMA MODELIAVIMAS

Magistro darbas

Vadovas
doc. dr. E. Valakevičius

KAUNAS, 2009

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS

MATEMATINĖS SISTEMOTYROS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas

prof. habil.dr.
V.Pekarskas

2009 06 08

AKCIJŲ KAINŲ KITIMO MODELIAI: ATSITIKTINIS KLAIDŽIOJIMAS IR ARIMA MODELIAVIMAS

Magistro baigiamasis darbas

Vadovas
doc. dr. E. Valakevičius
2009 06 03

Recenzentas
doc. dr. D. Makackas
2009.06.02

Atliko
FMMM-7 gr. stud.
E. Paplauskaitė
2009 05 22

KAUNAS, 2009

KVALIFIKACINĖ KOMISIJA

Pirmininkas: Leonas Saulis, profesorius (VGTU)

Sekretorius: Eimutis Valakevičius, docentas (KTU)

Nariai: Algimantas Jonas Aksomaitis, profesorius (KTU)

Arūnas Barauskas, vice-prezidentas projektams (UAB „Baltic Amadeus“)

Vytautas Janilionis, docentas (KTU)

Zenonas Navickas, profesorius (KTU)

Vidmantas Povilas Pekarskas, profesorius (KTU)

Rimantas Rudzkis, valdybos pirmininko patarėjas (“DnB NORD” bankas)

Paplauskaitė E. Models of assets prices changes: Random Walk and ARIMA modelling : Master‘s work in applied mathematics / supervisor dr. assoc. prof. E. Valakevičius; Department of mathematical research in systems, Faculty of Fundamental Sciences, Kaunas University of Technology. – Kaunas, 2009. – 104 p.

SUMMARY

The hypothesis of market efficiency in asset prices in this paper is analysed and ARIMA models are fitted. Analysis is performed to Siemens AG asset open prices in New York Stock Exchange from 2001 to beginning of 2009 and to its smaller parts, selected according to changes in data.

Sufficient condition of assets market efficiency is standing of random walk hypothesis. Therefore, using criterions of autocorrelation coefficients, Box – Pierce Q – statistics and variance ratio, hypothesis of random walk for returns of asset prices was checked. All mentioned tests commonly do not reject random walk hypothesis; therefore it can be said that assets prices are valued effectively. As asset prices can be treated as time series, ARIMA models were fitted. As it is common for ARIMA models, good predictions were gained only for short – time forecasting (best for one – step predictions) and for those periods, which had large number of observations.

Paplauskaitė E. Akcijų kainų kitimo modeliai: atsitiktinis klaidžiojimas ir ARIMA modeliavimas : Taikomosios matematikos magistro darbas / vadovas doc. dr. E. Valakevičius; Matematinės sistemotyros katedra, Fundamentaliųjų mokslų fakultetas, Kauno Technologijos Universitetas. – Kaunas, 2009. – 104 p.

SANTRAUKA

Šiame darbe tikrinama efektyviosios rinkos hipotezė ir ieškomas ARIMA modelis pasirinktai akcijų kainų eilutei. Tiriama Siemens AG akcijų kainoms New York akcijų biržoje (NYSE) nuo 2001 m. iki 2009 m. Analizė atliekama ne tik visai eilutei, bet ir atskiroms dalims, parinktoms atsižvelgiant į pokyčius duomenyse.

Pakankama akcijų rinkos efektyvumo sąlyga yra atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės galiojimas. Dėl to, naudojant autokoreliacijos koeficientų, Box – Pierce Q – statistikos bei variacijų santykio kriterijus, taikomus akcijų kainų grąžoms, tikrinama atsitiktinio klaidžiojimo hipotezė. Visi minėtieji kriterijai neatmeta atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės. Tokiu būdu nustatoma, kad akcijų įkainojimo mechanizmas yra efektyvus. Kadangi akcijų kainos gali būti traktuojamos kaip laiko eilutė, buvo ieškomi ARIMA modeliai, aprašantys turimus duomenis. Kaip kad ir yra būdinga ARIMA modeliams, geros prognozės gautos tik keliems žingsniams į priekį (geriausios gaunamos vieno žingsnio prognozės) ir tiems periodams, kuriuose turimas didesnis skaičius stebėjimų.

TURINYS

LENTELIŲ SĄRAŠAS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

Įvadas

Vienas seniausių ir vis dar susidomėjimo neprarandantis finansų ekonometrijos klausimų yra akcijų kainų prognozavimas. Galbūt dėl akivaizdaus panašumo tarp finansinio investavimo ir lošimų, matematiniai akcijų kainų modeliai yra turtingi savo istorija. Akcijų kainų prognozavimo problemų analize užsiima daugelis matematikų ir mokslininkų.

Kadangi akademikus domina akcijų kainų grąžų prigimtis, o investavimu užsiimantys praktikai siekia identifikuoti neefektyvins rinkas, neapsieinama be efektyviosios rinkos hipotezės. Ši hipotezė teigia, kad efektyvioje rinkoje kainos pilnai atspindi visą turimą informaciją. Pakankama rinkos efektyvumo sąlyga yra atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės galiojimas. Ši hipotezė teigia, kad dabartinė akcijos kaina yra geriausias būsimosios kainos indikatorius su natūralia atsitiktine paklaida. Efektyvios rinkos atveju neįmanoma gauti pelno remiantis praeities informacija. Kuo efektyvesnė rinka, tuo labiau atsitiktinės ir nenuspėjamos bus kainų grąžos.

Tarp atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės testavimo metodikų, vienas galingiausių įrankių yra variacijų santykio metodas, teigiantis, kad, galiojant atsitiktinio klaidžiojimo hipotezei, variacijų santykis yra 1. Šiame darbe, be variacijų santykio metodo, taikomi dar du paprasti metodai – autokoreliacijos koeficientų ir Q – statistikos.

Dauguma akcijų kainas nagrinėjančių modelių neanalizuoja vienos akcijos kainos kitimo. Labiau domimasi portfelio pelningumo kitimu, portfelio pelno maksimizavimu, naujai įtrauktų į portfelį akcijų kainų pokyčiais. Pvz., vienas populiariausių modelių CAMP (ang. *Capital Asset Pricing Model*) analizuoja, kokią grąžą duos į efektyviai sukonstruotą portfelį naujai įtraukta akcija.

Individualių akcijų analizei dažnai pasitelkiama laiko eilučių analizė, kadangi akcijų kainas galima įvardinti kaip laike kintantį objektą.

Vienas laiko eilutės analizės būdų – ARIMA modelio taikymas. ARIMA modeliai yra gan plačiai taikomi ir mėgstami dėl nesudėtingo taikymo, gebėjimo prisitaikyti prie pakitusių duomenų, eilutės stacionarizavimo savybės. Tiesa, šis modelis įvertina tiesines eilutės savybes, tačiau su netiesiniais reiškiniais susitvarkyti modeliui yra sunku. Dėl to ieškoma būdų praplėsti ARIMA modelio taikymo galimybes adaptuojant jį naujesniems ir efektyvesniems analizės būdams, pvz. apjungiant su neuroniniais tinklais[1] .

1. Pai, P., Lin, C. *A hybrid ARIMA and support vector machines model in stock price forecasting*. Department of Industrial Engineering and Technology Management, Taiwan

Šio darbo tikslas – panaudoti atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės tikrinimo metodus siekiant išsiaiškinti, ar akcijų kainos tenkina efektyviosios rinkos hipotezę, ir sumodeliuoti ARIMA modelį akcijų kainų eilutei, siekiant įvertinti ARIMA modelio taikymo galimybes, pliusus ir minusus bei prognozavimo galimybes.

Pasirinktas tyrimo objektas – įmonės Siemens AG akcijų kainos New York akcijų biržoje (NYSE) nuo momento, kai šioje biržoje buvo pradėta prekiauti Siemens AG akcijomis, iki šių dienų.

Analizė atlikta ne tik visai akcijų kainų eilutei, bet ir jos dalims. Laiko eilutė skaidyta į periodus remiantis pokyčiais pačioje kompanijoje Siemens AG, tačiau paskutiniosios eilutės dalies – nuo 2009 m. vidurio – vertinimas neatsiriboja nuo pasaulinės krizės, kai akcijų kainų prognozavimas apskritai tapo nebeįmanomas.

Atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės tikrinimui naudojami autokoreliacijos koeficientų, Box – Pierce *Q* – statistikos bei variacijų santykio skaičiavimo metodai.

Eilutei ir jos dalims ARIMA modelis parenkamas pagal vienodą algoritmą. Visais atvejais taikomas pirmos eilės integruotas modelis. Deja, ne visada gautieji modeliai gerai prognozuoja. Ryškiai matomas ARIMA modeliams būdingas trumpo laikotarpio prognozavimas, kai esant didesniam prognozės žingsniui, prognozė tampa konstanta. Taip pat susiduriama su duomenų skaičiaus problema vertinant atskiras eilutės dalis, kadangi ARIMA modeliai gerai prognozuoja tik esant pakankamai dideliam duomenų skaičiui.

Skaičiavimui ir modeliavimui naudojamas integruotas programinės įrangos rinkinys R, skirtas duomenų valdymui, skaičiavimui ir grafiniam vaizdavimui.

Šio darbo dalis – ARIMA modelio taikymo rezultatai – pristatyti 2009 m. Kauno Technologijos Universiteto rengtoje konferencijoje "Matematika ir matematikos dėstymas - 2009".

1. TEORINĖ DALIS

1.1. ATSITIKTINIO KLAIDŽIOJIMO HIPOTEZĖ

1.1.1. Martingalas

Tikriausiai ankstyviausias finansinis akcijų kainų modelis buvo martingalas, kurio šaknys yra lošimų teorija ir tikimybių teorijos atsiradimas.

Martingalo pagrindas yra sąžiningo lošimo hipotezė, kuri teigia, jog lošimas yra sąžiningas ta prasme, kad kiekvienu laiko momentu žinant ankstesniųjų *n* lošimų rezultatus, (*n + 1*) lošimo tikėtinas laimėjimas yra toks pats, kaip ir *n* lošimo laimėjimas.

Martingalas yra atsitiktinis procesas $\{P_t\}$, tenkinantis sąlygą

$$E(P_{t+1} | P_t, P_{t-1}, ...) = P_t \qquad \textbf{(1.1.1.1)}$$

arba

$$E(P_{t+1} - P_t | P_t, P_{t-1}, ...) = 0 \qquad \textbf{(1.1.1.2)}$$

Jei P_t žymi lošime laimėtą turtą per periodą momentu *t*, tai sąžiningas lošimas yra toks lošimas, kurio tikėtinas laimėjimas sekančiu periodu yra lygus šio periodo laimėjimui. Taip pat galima sakyti, kad lošimas yra sąžiningas, jei tikėtinas laimėjimų prieaugis, atsižvelgiant į lošimo istoriją, bet kuriuo periodu yra nulis.

Jei P_t yra akcijos kaina momentu *t*, tai martingalo hipotezė teigia, kad „geriausia" rytojaus kainos prognozė yra tiesiog šios dienos kaina. Kitaip dar galima sakyti, kad tikėtinas akcijos kainos pokytis, remiantis istorija, yra 0. Vadinasi, akcijos kainos kilimas yra tiek pat tikėtinas, kiek ir kainos mažėjimas. Martingalo hipotezė teigia, kad „geriausia" rytojaus kaina yra tiesiog šios dienos kaina, kai "geriausia" reiškia turinti minimalią mažiausių kvadratų paklaidą.

Kitas martingalo hipotezės aspektas yra tas, kad nesikertantys kainų pokyčiai yra nekoreliuoti visais laiko poslinkiais, kas rodo ateities kainų tiesinio prognozavimo taisyklės, paremtos vien tik praeities istorija, neefektyvumą.

Ilgai buvo manoma, kad martingalo sąlyga yra būtina efektyviai akcijų rinkai, kadangi martingalas pilnai aprašo akcijos kainos praeitį ir atspindi ją dabartinėje kainoje. Jei rinka yra efektyvi, turėtų būti neįmanoma gauti pelno prekiaujant informacija apie akcijų kainų istoriją; dėl to ateities kainų pokyčių sąlyginė tikimybė, sąlygojama kainų istorijos, negali būti teigiama arba neigiama, ir dėl to turi būti nulis. Šis efektyvumo aspektas veda prie išvados, kad kuo efektyvesnė rinka, tuo labiau atsitiktinė yra rinkos generuojamų kainų seka, ir efektyviausia rinka yra ta, kurioje kainų pokyčiai yra visiškai atsitiktiniai ir neprognozuojami.

Kaip bebūtų, moderniosios finansų ekonomikos vienas iš centrinių principų yra kažkokio suderinimo tarp rizikos ir tikėtinos grąžos reikalingumas, ir nors martingalinė hipotezė neatsiriboja nuo tikėtinų grąžų, rizikos ji neaprašo. Taip pat buvo įrodyta, kad martingalo savybės buvimas nėra nei būtina, nei pakankama sąlyga racionaliam kainų proceso apibrėžimui.

Visgi martingalas yra geras įrankis tikimybių teorijoje ir statistikoje bei yra svarbus modernioje akcijų kainų modeliavimo teorijoje. Taip pat martingalo pagalba buvo išvesta viena svarbiausių ir beveik visų disciplinų, susijusių su dinamika, naudojama atsitiktinio klaidžiojimo hipotezė.

1.1.2 Atsitiktinis klaidžiojimas

Silpnoji rinkos efektyvumo hipotezė teigia, kad akcijos kaina atspindi visą turimą informaciją apie šią akciją ir kad kainos iš karto prisitaiko prie naujos informacijos. Atsitiktinio klaidžiojimo hipotezė yra pakankama rinkos efektyvumo sąlyga. Visgi šios hipotezės atmetimas nebūtinai reiškia, kad akcijos kaina modeliuojama neefektyviai.

Atsitiktinio klaidžiojimo hipotezė teigia, kad dabartinė akcijos kaina yra geriausias būsimosios kainos indikatorius su natūralia atsitiktine paklaida. Efektyvios rinkos atveju neįmanoma gauti pelno remiantis praeities informacija, ir todėl sąlyginė ateities kaina, priklausoma nuo praeities kainų vidurkio, turėtų būti nulis. Kuo efektyvesnė rinka, tuo labiau atsitiktinės ir nenuspėjamos bus rinkos grąžos. Efektyviausioje rinkoje ateities kainos būtų visiškai nenuspėjamos, ir dėl to kainų formavimas turėtų remtis atsitiktiniu procesu su nuliniu kainos pokyčiu.

Atsitiktinį klaidžiojimą galima aprašyti trimis būdais:

1. Paprasčiausia atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės versija yra atvejis su nepriklausomomis ir vienodai pasiskirsčiusiomis liekanomis (toliau *AK1*). Šiuo atveju procesas $\{P_t\}$ apibrėžiamas lygybe

$$P_t = \mu + P_{t-1} + \varepsilon_t, \qquad \textbf{(1.1.2.1)}$$

kur $\{\varepsilon_t\}$ yra nepriklausomų vienodai pasiskirsčiusių liekanų procesas su vidurkiu 0 ir dispersija σ^2, μ yra tikimasis kainos pokytis, arba driftas. $\{\varepsilon_t\}$ nepriklausomumas reiškia, kad *AK1* taip pat yra sąžiningas lošimas. Nepriklausomumas ne tik reiškia, kad liekanos yra nekoreliuotos, bet kad ir jų tiesiniai dariniai yra nekoreliuoti.

2. Nors *AK1* modelis yra labai paprastas ir patogus, vienodai pasiskirsčiusių paklaidų sąlyga akcijų kainoms ilgais laikotarpiais nėra tikėtina. Dėl to suformuojamas atsitiktinis klaidžiojimas su nepriklausomomis, bet nevienodai pasiskirsčiusiomis paklaidomis (toliau *AK2*). *AK1* yra *AK2* atskiras atvejis, bet tuo pačiu *AK2* aprašo daugiau bendresnių kainų procesų. Nors *AK2* yra silpnesnis už *AK1*, jam galioja viena įdomiausių ekonominių atsitiktinio klaidžiojimo savybių: bet kokia arbitražinė ateities kainų prieaugių transformacija yra neprognozuojama naudojantis bet kokiomis praeities kainų prieaugių arbitražinėmis transformacijomis.

3. Dar bendresnė atsitiktinio klaidžiojimo versija gaunama pašalinant nepriklausomumo reikalavimą *AK2* procese siekiant aprašyti procesus su priklausomomis, bet nekoreliuotomis liekanomis. Tai silpniausia atsitiktinio klaidžiojimo versija (toliau *AK3*), aprašanti *AK1* ir *AK2* kaip atskirus atvejus. *AK3* pavyzdys galėtų būti bet koks procesas, kuriam $\mathrm{cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-k}) = 0$ visiems $k \neq 0$, bet $\mathrm{cov}(\varepsilon_t^2, \varepsilon_{t-k}^2) \neq 0$ kai kuriems $k \neq 0$. Toks procesas turi nekoreliuotas, bet aiškiai priklausomas liekanas.

1.1.3. Atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės testavimas

1.1.3.1. Autokoreliacijos koeficientai

Laiko eilutės $\{r_t\}$ k-os eilės autokovariacijos $\gamma(k)$ ir autokoreliacijos $\rho(k)$ koeficientai apibrėžiami taip:

$$\gamma(k) \equiv \mathrm{cov}(r_t, r_{t+k}), \tag{1.1.3.1.1}$$

$$\rho(k) \equiv \frac{\mathrm{cov}(r_t, r_{t+k})}{\sqrt{\mathrm{var}(r_t)}\sqrt{\mathrm{var}(r_{t+k})}} = \frac{\mathrm{cov}(r_t, r_{t+k})}{\mathrm{var}(r_t)} = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)}. \tag{1.1.3.1.2}$$

Turimai imčiai $\{r_t\}_{t=1}^{T}$, autokovariacijos ir autokoreliacijos koeficientai gali būti įvertinami tiesiogiai:

$$\hat{\gamma}(k) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T-k}(r_t - \bar{r}_T)(r_{t+k} - \bar{r}_T),\ 0 \leq k < T, \tag{1.1.3.1.3}$$

$$\hat{\rho}(k) = \frac{\hat{\gamma}(k)}{\hat{\gamma}(0)}, \tag{1.1.3.1.4}$$

$$\bar{r}_T = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_t. \tag{1.1.3.1.5}$$

Jei $\{r_t\}$ tenkina *AK1* hipotezę, tai

$$E[\hat{\rho}(k)] = -\frac{T-k}{T(T-1)} + O(T^{-2}), \qquad \textbf{(1.1.3.1.6)}$$

$$\operatorname{cov}[\hat{\rho}(k), \hat{\rho}(l)] = \begin{cases} \frac{T-k}{T^2} + O(T^{-2}), k = l \neq 0 \\ O(T^{-2}) \quad kitu \quad atveju \end{cases}. \qquad \textbf{(1.1.3.1.7)}$$

Iš 1.1.3.1.6. lygybės matyti, kad, galiojant *AK1* hipotezei, pagal kurią $\rho(k) = 0$, visiems $k>0$, imties autokoreliacijos koeficientai $\hat{\rho}(k)$ yra neigiamai paslinkti. Mažoms imtims šis efektas gali būti labai ryškus: imties iš 10 stebėjimų tikėtina $\hat{\rho}(1)$ vertė yra – 10 %. Dėl to buvo pasiūlytas pataisyto poslinkio autokoreliacijos koeficiento įvertis:

$$\tilde{\rho}(k) = \hat{\rho}(k) + \frac{T-k}{(T-1)^2}(1-\hat{\rho}^2(k)). \qquad \textbf{(1.1.3.1.8)}$$

Imties autokoreliacijos koeficientai yra asimptotiškai nepriklausomi ir normaliai pasiskirstę:

$$\sqrt{T}\hat{\rho}(k) \sim N(0,1), \qquad \textbf{(1.1.3.1.9)}$$

$$\frac{T}{\sqrt{T-k}}\tilde{\rho}(k) \sim N(0,1). \qquad \textbf{(1.1.3.1.10)}$$

1.1.3.2. Box – Pierce *Q* – statistika

Kaip alternatyva įvairioms autokoreliacijos su įvairiais laikotarpiais hipotezėms buvo sukonstruota Box – Pierce *Q* – statistika – tiesinė kvadratinių autokoreliacijų kombinacija:

$$Q_m = T\sum_{k=1}^{m} \rho^2(k). \qquad \textbf{(1.1.3.2.1)}$$

Rinkos efektyvumo įvertinimui *Q* – statistika testuojama su įvairiomis *m* reikšmėmis pagal hipotezę

$$H_0: \quad Q_m \sim \chi^2(m). \qquad \textbf{(1.1.3.2.2)}$$

Q – statistika gali užfiksuoti nukrypimus nuo nulinės autokoreliacijos bet kuria kryptimi ir visiems vėlavimams.

1.1.3.3.Variacijų santykio testas

Svarbi visų atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės savybė yra tai, kad atsitiktinio klaidžiojimo pokyčių variacija yra tiesinė funkcija visuose laiko intervaluose. Dėl to atsitiktinio klaidžiojimo galimybė gali būti patikrinta lyginant $r_t + r_{t-1}$ variaciją su dviguba r_t variacija.

Variacijų santykio kriterijaus hipotezė teigia, kad *q* vėlavimų variacija, išreikšta kaip santykis *q* – ojo periodo grąžos variacija su vieno periodo grąžos variacija, padauginta iš *q*, yra lygi vienetui, jei galioja atsitiktinio klaidžiojimo hipotezė:

$$VR(q) = \frac{\text{var}[r_t(q)]}{q \cdot \text{var}[r_t]} = 1. \qquad \textbf{(1.1.3.3.1)}$$

Tegul P_t yra akcijos kaina, o p_t žymi natūrinį kainos logaritmą ($p_t = \ln P_t$). Tada variacijų santykį galima apibrėžti taip:

$$VR(q) = \frac{\sigma^2(q)}{\sigma^2(1)} , \qquad \textbf{(1.1.3.3.2)}$$

kur $\sigma^2(q)$ yra p_t q – periodų skirtumo, padalinto iš *q*, variacija, apskaičiuojama iš lygybės

$$\sigma^2(q) = \frac{1}{m}\sum_{t=q}^{nq}(p_t - p_{t-q} - q\hat{\mu})^2 , \qquad \textbf{(1.1.3.3.3)}$$

kai

$$\hat{\mu} = \frac{1}{nq}\sum_{t=1}^{nq}(p_t - p_{t-1}) = \frac{1}{nq}(p_{nq} - p_0), \qquad \textbf{(1.1.3.3.4)}$$

ir

$$m = q(nq - q + 1)\left(1 - \frac{q}{nq}\right), \qquad \textbf{(1.1.3.3.5)}$$

o $\sigma^2(1)$ yra skirtumo $p_t - p_{t-1}$ skirtumo variacija, apskaičiuojama iš lygybės

$$\sigma^2(1) = \frac{1}{nq-1}\sum_{t=1}^{nq}(p_t - p_{t-1} - \hat{\mu})^2 . \qquad \textbf{(1.1.3.3.6)}$$

Čia *nq* žymi stebėjimų skaičių.

Atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės tikrinimui variacijų santykio testo statistika apskaičiuojama taip:

$$Z(q) = \frac{VR(q) - 1}{\sqrt{\theta(q)}} \sim N(0,1), \qquad \textbf{(1.1.3.3.7)}$$

kur

$$\theta(q) = \frac{2(2q-1)(q-1)}{3q(nq)} . \qquad \textbf{(1.1.3.3.8)}$$

Testo statistika, įvertinanti heteroskedastiškumą (tikrinanti *AK3* hipotezę) apskaičiuojama taip:

$$Z^*(q) = \frac{VR(q) - 1}{\sqrt{\theta^*(q)}} \sim N(0,1), \quad \textbf{(1.1.3.3.9)}$$

kur

$$\theta^*(q) = \sum_{j=1}^{q-1} \left(\frac{2(q-j)}{q} \right)^2 \hat{\delta}(j), \quad \textbf{(1.1.3.3.10)}$$

kai

$$\hat{\delta}(j) = \frac{\sum_{t=j+1}^{nq} (p_t - p_{t-1} - \hat{\mu})^2 (p_{t-j} - p_{t-j-1} - \hat{\mu})^2}{\left(\sum_{t=1}^{nq} (p_t - p_{t-1} - \hat{\mu})^2 \right)^2}. \quad \textbf{(1.1.3.3.11)}$$

1.2. ARIMA MODELIS

1.2.1. ARIMA modelio apžvalga

Laiko eilutė – tai duomenų seka, gauta matuojant kintamojo reikšmes tam tikrais laiko intervalais. Vienas iš pagrindinių laiko eilučių analizės tikslų yra rasti duomenų kaitos dėsningumus ir pritaikyti matematinius modelius šiems dėsningumams aprašyti.

Viena iš laiko eilučių analizės priemonių yra ARIMA – autoregresinio integruoto slenkančio vidurkio (ang. *Autoregressive Integrated Moving Average*) – modelio taikymas. Pagrindinė ARIMA modeliavimo idėja – prognozės sudaromos panaudojant nagrinėjamo reiškinio pradinių duomenų ir modelio paklaidų pokyčių ypatumus.

ARIMA modelis laiko eilutę išskaido į autoregresinį procesą AR, aprašantį praeities įvykius, integruotą procesą, padedantį stabilizuoti duomenis, ir slenkančio vidurkio MA procesą, vertinantį modelio paklaidų poveikį duomenims. Matematiškai modelis užrašomas taip:

$$\Phi(L)(1-L)^d Y_t = \Theta(L)\varepsilon_t, \quad \textbf{(1.2.1.1)}$$

kur $\Phi(z) = 1 - \varphi_1 z - ... - \varphi_p z^p$ yra autoregresijos parametrų polinomas, $\Theta(z) = 1 + \theta_1 z + ... + \theta_q z^q$ – slenkančio vidurkio parametrų polinomas, L yra vėlavimo operatorius, su kuriuo $LY_t = Y_{t-1}$, d žymi integravimo eilę, ε_t yra modelio liekanų procesas.

Yra daug priežasčių, kodėl ARIMA modelis yra pranašesnis už kitus modeliavimo būdus laiko eilučių analizėje. Laiko eilučių liekanoms būdingas koreliuotumas su jų pačių paslinktomis reikšmėmis. Tokia koreliacija neatitinka pagrindinių regresinės analizės prielaidų apie triukšmų nekoreliuotumą. Dėl serijinės koreliacijos regresinė analizė ir standartinė laiko eilučių analizė neefektyvi tarp skirtingų tiesinių operatorių. O kadangi paklaidos gali padėti prognozuoti dabartines paklaidas, šios informacijos naudą galima panaudoti įvedant atitinkamą kintamąjį ARIMA modelio pagalba. Kita serijinės koreliacijos keliama problema yra ta, kad regresinės analizės pagalba įvertintos standartinės paklaidos nėra vienareikšmės ir korektiškos. Čia vėlgi gelbėja ARIMA modelis.

1.2.2. Stacionarumas

Sakoma, kad laiko eilutė yra stacionari siaurąja prasme, jei jos daugiamačiai pasiskirstymai nepriklauso nuo poslinkio laike:

$$F_{t_1,\dots,t_k}(\cdot) = F_{t_1+\tau,\dots,t_k+\tau}(\cdot),\ \forall t_1,\dots,t_k,\tau \in T\ . \qquad \textbf{(1.2.2.1)}$$

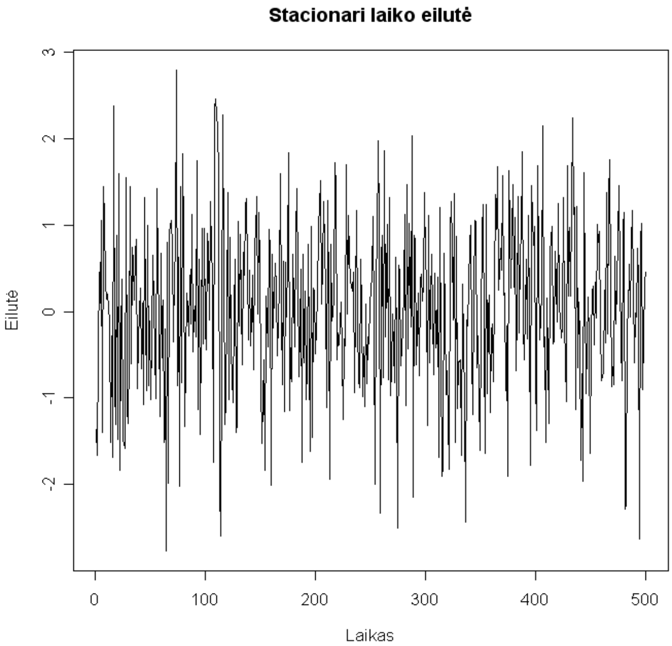
Laiko eilučių analizėje paprastai naudojamas stacionarumo plačiąja prasme apibrėžimas. Sakoma, kad procesas Y_t yra stacionarus plačiąja prasme, jei

1. $EY_t^2 < \infty$, $\forall\ t \in T$; **(1.2.2.2)**

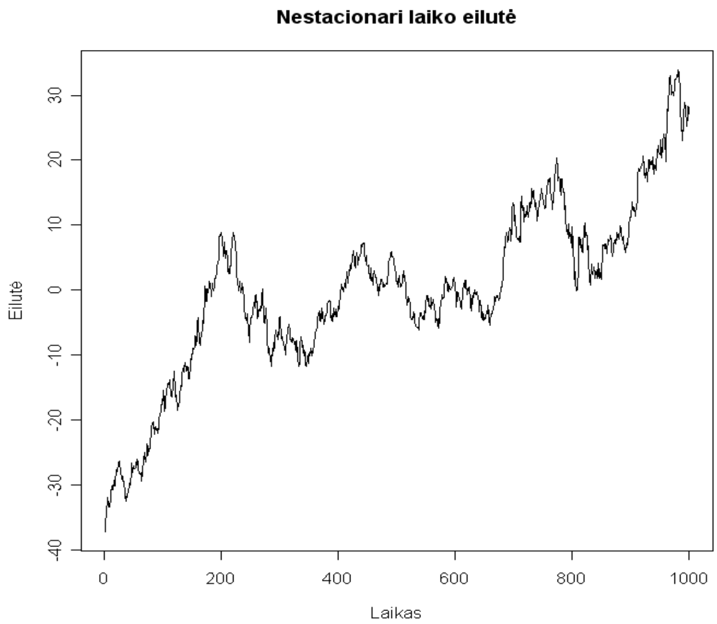
2. $EY_t = EY_0$, $\forall\ t \in T$; **(1.2.2.3)**

3. $\mathrm{cov}(t,s) = \mathrm{cov}(t+h, s+h)$, $\forall\ t, s, h \in T$. **(1.2.2.4)**

Paprastai duomenų stacionarumą galima nustatyti iš eilutės grafinio vaizdo.



1.1. pav. Stacionari laiko eilutė

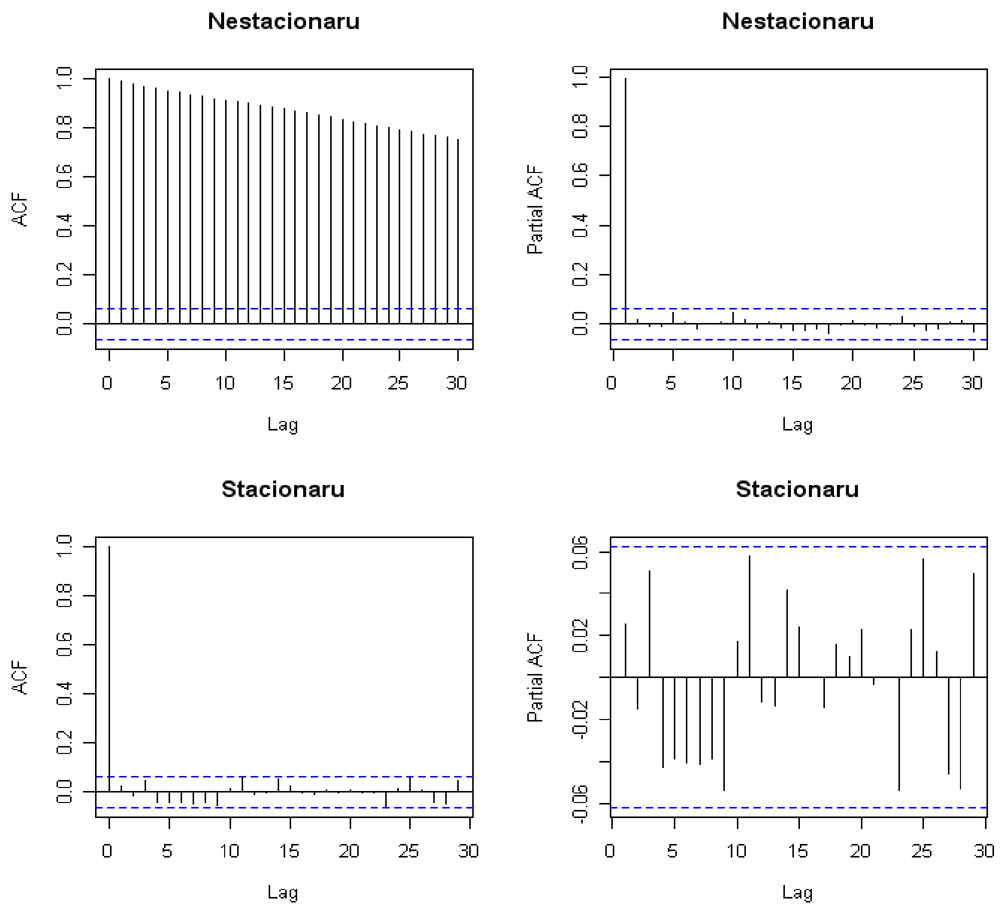


1.2. pav. Nestacionari laiko eilutė

1.2.3. Autokoreliacija ir dalinė autokoreliacija

Autokoreliacija (ACF) yra matematinė panašumo laipsnio tarp laiko eilutės ir tos pačios eilutės, pastumtos laike, išraiška. Dalinė eilutės $\{Y_t\}$ autokoreliacija (PACF) yra koreliacija tarp Y_0 it Y_k pašalinus tiesinę $Y_1, \ldots, Y_{k-1}$ regresiją.

Remiantis autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafikais, galima nustatyti, ar procesas stacionarus. Stacionaraus proceso ACF reikšmės artimos nuliui išskyrus ryškiai išsiskiriantį rezultatą taške $t = 0$ (1.3. pav.). Tuo tarpu PACF visi koeficientai yra artimi nuliui (nekerta reikšmingumo lygmens).



1.3. pav. Stacionarios ir nestacionarios laiko eilučių autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafikai

1.2.4. Stacionarumo testai

Stacionarumo nustatymui neužtenka vien grafinės analizės. Dėl to buvo sukonstruoti įvairūs testai hipotezei apie duomenų stacionarumą tikrinti.

1.2.4.1. ADF testas

Vienas populiariausių stacionarumo hipotezės tikrinimo testų yra *Augmented Dickey – Fuller*, arba ADF, testas.

ADF testas skirtas patikrinti, ar laiko eilutė turi vienetinę šaknį. Vienetinė šaknis yra laiko eilutės autoregresijos parametras, lygus 1. Jei laiko eilutė turi vienetinę šaknį, sakoma, kad ji nėra stacionari.

ADF testavimo procedūra atliekama modeliui

$$\Delta Y_t = \alpha + \beta t + \gamma Y_{t-1} + \delta_1 \Delta Y_{t-1} + \ldots + \delta_p \Delta Y_{t-p} + \varepsilon_t, \qquad \textbf{(1.2.4.1)}$$

kur α ir β yra konstantos, p yra vėlavimų skaičius. Vienetinės šaknies testas vykdomas nulinei hipotezei $\gamma = 0$ su alternatyvia hipoteze $\gamma < 0$. Testo statistika

$$DF_t = \frac{\hat{\gamma}}{SE(\hat{\gamma})} \qquad \textbf{(1.2.4.2)}$$

lyginama su atitinkama Dickey – Fuller testo, taikomo autoregresiniam modeliui, kritine reikšme.

1.2.4.2. PP testas

Phillips – Perron (PP) vienetinės šaknies testas yra analogiškas ADF testui, tačiau papildomai įvertina autokoreliuotų liekanų automatinę koreliaciją.

PP testo statistika

$$Z(\hat{\alpha}) = T(\hat{\alpha} - 1) - \frac{1}{2} T^2 \hat{\sigma}^2 (\hat{\lambda} - \hat{\gamma}_0) / s^2 , \qquad \textbf{(1.2.4.3)}$$

kur $\hat{\alpha}$ yra modelio parametro įvertis, $\hat{\sigma}^2$ yra šio parametro variacijos įvertis,

$$s^2 = \frac{1}{T-k} \sum_{t=1}^{T} \hat{\varepsilon}_t^2 , \qquad \textbf{(1.2.4.4)}$$

$$\lambda^2 = \sum_{j=0}^{l} k_j (1 - \frac{j}{l+1}) \hat{\gamma}_j , \qquad \textbf{(1.2.4.5)}$$

kai ε_t yra modelio liekanos, l yra vėlavimų skaičius, $k_0 = 1$, $k_j = 2$ visiems $j > 0$,

$$\hat{\gamma}_j = \frac{1}{T} \sum_{t=j+1}^{T} \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_{t-j} . \qquad \textbf{(1.2.4.6)}$$

Šis testas yra jautresnis neteisingai modelio specifikacijai, t.y. neteisingai parinktoms autoregresijos ir slenkančio vidurkio eilėms.

1.2.4.3. KPSS testas

Kwaitowski, Phillips, Schmidt and Shin (KPSS) testas skirtas tikrinti nulinei hipotezei su alternatyva

H_0: *eilutė stacionari,*

H_a: *eilutė nėra stacionari*. **(1.2.4.7)**

KPSS testo statistika

$$KPSS = \frac{\sum_t S_t^2}{T^2 \sigma_T(l)} , \qquad \textbf{(1.2.4.8)}$$

kur $S_t = \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$ yra dalinė liekanų suma, o $\sigma_t(l)$ žymi liekanų variaciją.

1.2.5. ARIMA eilės nustatymas

ARIMA modelio eilės nustatymui gali padėti autokoreliacinė ir dalinė autokoreliacinė funkcijos.

AR(p) proceso eilė p nustatoma tiriant dalinės autokoreliacijos koeficientus. AR procesui būdinga tai, jog dalinės autokoreliacijos koeficientas p vėlavimų yra didelis, o likusiuose vėlavimuose dalinė autokoreliacija yra nebereikšminga.

MA procesui būdinga tai, jog autokoreliacijos koeficientas yra didelis q vėlavimų, o likusiuose vėlavimuose autokoreliacija yra nebereikšminga.

Taigi, radę ACF ir PACF grafikuose reikšmingumo lygmenį kertančias reikšmes, nustatome, kurios eilės modeliais galėtume aprašyti turimą laiko eilutę.

1.2.6. Eilės parinkimo kriterijai

Paprastai vienai ir tai pačiai laiko eilutei yra keli galimi ARIMA modeliai. Parinkti tinkamiausią ARIMA eilę galima remiantis įvairiais kriterijais, pvz., AIC, BIC, MSE, MAE. Geriausias modelis tas, kuriam šie rodikliai yra mažiausi.

1.2.6.1. AIC kriterijus

AIC – Akaike informacinis kriterijus – paprastai apibrėžiamas taip:

$$AIC = 2k - 2\ln(L)\,, \tag{1.2.6.1}$$

kur k yra modelio parametrų skaičius, o L yra maksimizuota modelio tikėtinumo funkcijos reikšmė. Šis kriterijus įvertina informacijos praradimą taikant modelį realiems duomenims ir gali būti apibūdintas kaip aprašantis kompromisą tarp modelio konstrukcijos poslinkio ir variacijos, arba, abstrakčiau šnekant, modelio tikslumo ir sudėtingumo.

1.2.6.2. BIC kriterijus

Bayesian informacinis kriterijus, arba Schwarz kriterijus – BIC – gali būti užrašytas taip:

$$BIC = k\ln(n) - 2\ln(L)\,, \tag{1.2.6.2}$$

kur k yra modelio parametrų skaičius, n yra laiko eilutės duomenų skaičius, o L yra maksimizuota modelio tikėtinumo funkcijos reikšmė. Vertinant modelio parametrus didžiausio tikėtinumo funkcijos pagalba, tikėtinumą galima padidinti įtraukiant papildomų parametrų, kad gali pakenkti modelio tinkamumui. BIC išsprendžia šią problemą įtraukdamas modelio parametrų apribojimus.

1.2.6.3. MSE ir MAE

Vidutinė kvadratinė paklaida MSE parodo, kiek vidutiniškai modelio įverčiai skiriasi nuo tikrųjų reikšmių:

$$MSE = E\left((Y - \hat{Y})^2\right). \tag{1.2.6.3}$$

Vidutinė absoliutinė paklaida MAE parodo, kiek vidutiniškai modelio įvertis yra artimas tikrajai reikšmei:

$$MAE = E\left(| Y - \hat{Y} |\right). \tag{1.2.6.4}$$

1.2.7. Baltasis triukšmas

Sakoma, kad modelis yra geras, jei jo liekanos sudaro baltąjį triukšmą.

Procesas W_t vadinamas baltuoju triukšmu, jei jis yra stacionarus, vidurkis $EW_t = 0$, $\forall t$, ir kovariacija $\operatorname{cov}(W_t, W_s) = 0, \quad t \neq s$.

1.2.8. Box – Ljung testas

Viena iš baltojo triukšmo sąlygų yra duomenų nepriklausomumas. Liekanų nepriklausomumui patikrinti galima naudoti įvairius testus. Vienas jų yra Box – Ljung testas.

Box – Ljung testas tikrina, ar kuri nors iš laiko eilutės autokoreliacijų grupės skiriasi nuo nulio. Šio testo hipotezė

$$\begin{aligned} &\mathrm{H}_0\text{: } \rho_1 = \ldots = \rho_m = 0 \ (\textit{liekanos nekoreliuotos}) \\ &\mathrm{H}_a\text{: } \exists i \leq m : \rho_i \neq 0 \ (\textit{yra liekanų autokoreliacija}) \end{aligned} \tag{1.2.8.1}$$

Testo statistika

$$Q = n(n+2)\sum_{j=1}^{h} \frac{\hat{\rho}_j^2}{n-j}, \tag{1.2.8.2}$$

kur n yra imties dydis, $\hat{\rho}_j$ yra vėlavimo j autokoreliacija, h yra skaičius tikrinamų vėlavimų. Ši statistika yra lyginama su χ – kvadrato su h laisvės laipsnių ir α reikšmingumo lygmeniu skirstiniu.

2. TIRIAMOJI DALIS

2.1. ANALIZĖS OBJEKTAS

Akcijų kainų modeliavimo galimybės geriausiai atsiskleidžia nagrinėjant konkrečius pavyzdžius. Šiame darbe nagrinėjama Siemens AG akcijų kainų New York akcijų biržoje (NYSE) eilutę biržos atidarymo momentu. Nagrinėjamo periodo pradžia pasirinkta 2001.03.12, kai Siemens AG akcijomis imta prekiauti New York biržoje. Pabaiga – 2009.02.09. Viso per šį laikotarpį fiksuota 1983 stebėjimų.

2.1. pav. Siemens AG akcijų kainų eilutė

Siemens AG yra kompanija, užsiimanti labai įvairia veikla: automatika, elektrotechnika, pastatų technologijomis, pramonės sprendimais ir paslaugomis, transporto sistemomis, energijos gamyba, energijos perdavimu ir paskirstymu, medicinos sprendimais, IT sprendimais ir paslaugomis.

Nagrinėjant akcijų kainų laiko eilutę, verta atsižvelgti į įvairias aplinkybes, galinčias įtakoti akcijų kainų pokyčius taip, kad taikytas modelis nebetinka akcijų kainų analizei. Dėl to, siekiant gauti geresnius prognozių rezultatus, gali būti naudinga turimą eilutę skaidyti į keletą periodų ir kiekvieną jų vertinti atskirai.

Akcijų kainų eilutė dalinama į tris periodus:

1. 2001.03.12 – 2003.03.31. 2003 m. balandį Siemens AG kartu su Švedijos kompanija Tele2 įėjo į Rusijos rinką. Akcijų kainų grafike tuo laikotarpiu pastebimas kainų kilimas.

2. 2003.04.01 – 2008.07.31. Akcijų kainų didėjimo laikotarpis. Periodo pabaiga – apytikrė pasaulinės finansų krizės pradžia. Maždaug 2008 m. rugpjūtį pradėjo sklisti gandai apie galimus Siemens AG darbuotojų atleidimus.

Akcijų kainų grafike šiuo periodu galima išskirti du subperiodus:

2.1. 2003.04.01 – 2007.01.24. Šiuo laikotarpiu stebimas gan pastovus akcijų kainų kilimas.

2.2. 2007.01.25 – 2008.07.31. Pastebimi gan staigūs ir dideli akcijų kainų pokyčiai.

3. 2008.08.01 – 2009.02.09. Pasaulinės ekonominės ir finansinės krizės laikotarpis.

Toliau pateikiama analizė taikoma visai akcijų kainų eilutei, išskirtiems periodams bei subperiodams, o taip pat laikotarpiui 2003.04.01 - 2009.02.09, norint įvertinti duomenų kiekio pokyčio įtaką rezultatams.

2.2. ATSITIKTINIO KLAIDŽIOJIMO HIPOTEZĖS TIKRINIMAS

Atsitiktinio klaidžiojimo hipotezė tikrinama ne pačioms akcijų kainoms, o jų logaritminėms grąžoms

$$R_t = \ln S_t - \ln S_{t-1}, \tag{2.3.1}$$

kur $\{S_t\}$ yra kainos procesas.

Atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės tikrinimo etapai:

1. Akcijų kainų grąžų autokoreliacijos koeficientų įvertinimas;
2. Q – statistikos įvertinimas akcijų kainų grąžoms;
3. Variacijų santykio testo taikymas akcijų kainų grąžoms.

Atsitiktinio klaidžiojimo hipotezė tikrinama tokiems laikotarpiams:

1. Visa eilutė – 2001.03.12 – 2009.02.09 (1983 stebėjimai)
2. 1 periodas – 2001.03.12 – 2003.03.31 (512 stebėjimų)
3. 2 periodas – 2003.04.01 – 2008.07.31 (1339 stebėjimai)
4. 2 periodo pirma dalis – 2003.04.01 – 2007.01.24 (961 stebėjimas)
5. 2 periodo antra dalis – 2007.01.25 – 2008.07.31 (378 stebėjimai)
6. 3 periodas – 2008.08.01 – 2009.02.09 (132 stebėjimai)
7. Eilutės dalis 2003.04.01 – 2009.02.09 (1471 stebėjimas)

2.2.1. Akcijų kainų grąžų autokoreliacijos koeficientų įvertinimas

Jeigu akcijų kainoms galioja atsitiktinio klaidžiojimo hipotezė, autokoreliacijos koeficientai reikšmingai nesiskiria nuo nulio.

2.1. lentelė

Autokoreliacijos koeficientai įvairiems akcijų kainų eilutės laikotarpiams

Periodas	Vidurkis	SD	$\hat{\rho}_1$	$\hat{\rho}_2$	$\hat{\rho}_3$	$\hat{\rho}_4$
1	-0.00028	0.0286	-0.0155	-0.0264	-0.0230	-0.0133
2	-0.00198	0.0396	-0.0298	-0.0142	-0.0404	0.0220
3	0.00083	0.0177	-0.0521*	0.0121	0.0542*	-0.0529*
4	0.00092	0.0143	0.0177*	0.0024	0.0257	-0.0380
5	0.00039	0.0240	-0.1196*	0.0343	0.0649*	-0.0663*
6	-0.00482	0.0547	0.0394	-0.1060*	-0.0860*	-0.0534*
7	0.00032	0.0235	-0.0035	-0.0393	-0.0072	-0.0458

2.1. lentelėje žvaigždute (*) pažymėti autokoreliacijos koeficientai reikšmingai skiriasi nuo 0, kai pasirinktas reikšmingumo lygmuo yra 5 %. Iš lentelės matyti, kad pirmiems dviems periodams atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės atmesti negalima. Kadangi pirmasis periodas žymi visą laiko eilutę, galima teigti, kad atsitiktinio klaidžiojimo hipotezė neatmetama per visą stebėta laikotarpį, t.y. akcijų įkainojimo mechanizmas visą laiką buvo efektyvus.

Pagal autokoreliacijų koeficientų reikšmes, atsitiktinio klaidžiojimo hipotezę galima atmesti trečiam, penktam ir šeštam periodams, kadangi jiems didžioji dalis įvertintų autokoreliacijos koeficientų reikšmingai skiriasi nuo nulio, kai pasirinktas reikšmingumo lygmuo yra 5 %.

2.2.2. *Q* – statistikos įvertinimas akcijų kainų grąžoms

Kaip autokoreliacijos koeficientų kombinacija, atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės tikrinimui naudojama *Q* – statistika.

Iš 2.2. lentelės matyti, kad *Q* – statistika nėra reikšminga (su 5 % reikšmingumo lygmeniu), t.y. atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės atmesti negalima. Abejonių kelia tik 3-iasis periodas, kadangi šiam periodui $\hat{Q}_5$ atmeta atsitiktinio klaidžiojimo hipotezę, o kitos *Q* – statistikos reikšmės yra „ant ribos“. Autokoreliacijos koeficientai atmeta atsitiktinio klaidžiojimo hipotezę, dėl to dar labiau norėtųsi šį periodą įvardinti kaip netenkinantį efektyviosios rinkos hipotezės. Tai reikštų, kad akcijų kainos analizuojamu laikotarpiu gerai atspindi visą turimą informaciją.

2.2. lentelė

***Q* - statistikos įvairiems akcijų kainų eilutės laikotarpiams**

Periodas	$\hat{Q}_5$	$\hat{Q}_6$	$\hat{Q}_7$	$\hat{Q}_8$	$\hat{Q}_9$	$\hat{Q}_{10}$
1	3.267176	3.281381	5.935914	5.973911	6.300568	10.26277
2	2.033796	2.10879	2.887772	3.225554	3.553806	7.244593
3	12.1254*	12.28986	12.55034	15.06751	15.18944	15.67058
4	2.554884	3.126636	3.142363	5.538604	7.46289	7.471123
5	9.292095	9.292115	9.42761	10.14627	10.30779	10.88996
6	3.760101	3.80554	4.818105	4.861572	6.508898	6.786931
7	6.71775	6.801504	8.653266	9.530993	13.37640	13.46780

Paprastai *Q* – statistikos ir autokoreliacijų koeficientų rezultatai vertinami kartu, kaip bendras rodiklis atsitiktinio klaidžiojimo hipotezei nustatyti. Šiuo atveju, nors kai kuriems periodams autokoreliacijų koeficientai atmeta atsitiktinio klaidžiojimo hipotezę, *Q* – statistika, kaip autokoreliacijų kombinacija, yra stipresnis rodiklis, ir dėl to apibendrinti rezultatai vertinami kaip neatmetantys atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės galiojimo.

2.2.3. Variacijų santykio kriterijaus taikymas akcijų kainų grąžoms

Galiojant atsitiktinio klaidžiojimo hipotezei, variacijų santykis yra artimas vienetui.

Iš 2.3. lentelės visiems nagrinėjamiems laiko eilutės periodams, su $q = 2$ ir $q = 4$, variacijos santykis yra labai arti vieneto, tačiau didėjant periodų skaičiui q, didėja ir atotrūkis nuo vieneto.

Variacijų santykio metodo rezultatai neatmeta atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės. Tai sutampa su ankstesniųjų testų rezultatais.

AK1 galiojimo ryškiai nepatvirtina nei vieno periodo rezultatai. Jei neatmetama *AK1*, tai neatmetama ir *AK3* (2, 4, 6 periodai). *AK1* atmetama 1, 3, 5, 7 periodams, tačiau jiems galioja *AK3* (atsitiktinis klaidžiojimas su heteroskedastiškomis liekanomis).

Kadangi nei vienas iš atliktų testų atsitiktinio klaidžiojimo hipotezei tikrinti neatmeta atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės (su 5 % reikšmingumo lygmeniu), galima teigti, kad nagrinėjamos įmonės akcijos yra įkainotos efektyviai, t.y. akcijų kaina atspindi visą turimą informaciją.

2.3. lentelė

Variacijų santykio testo rezultatai įvairiems akcijų kainų eilutės laikotarpiams

Periodas	Rodikliai	Periodų skaičius *q*			
		2	4	8	16
1	*VR(q)*	0.9844777	0.9388614	0.901009	0.9236038
	Z(q)	-0.7308295	-1.5621263	-1.6360261	-0.9090825
	Z(q)*	-0.4374179	-0.9476449	-1.0114175	-0.5707210
2	*VR(q)*	0.970174	0.9209106	0.880917	0.898059
	Z(q)	-0.7035752	-1.0140514	-0.9643672	-0.5820425
	Z(q)*	-0.7312496	-1.0475931	-0.9981105	-0.5997257
3	*VR(q)*	0.9478945	0.9609987	0.9164531	0.8793297
	Z(q)	-2.0265022	-0.9790201	-1.3148933	-1.3301308
	Z(q)*	-1.2363913	-0.6411941	-0.9137972	-0.9687117
4	*VR(q)*	1.017741	1.041921	1.004201	0.9195196
	Z(q)	0.3451593	0.4581544	-0.3600152	-1.0253778
	Z(q)*	0.3522962	0.4544378	-0.3515526	-0.9857254
5	*VR(q)*	0.8803631	0.887267	0.8344195	0.8356288
	Z(q)	-2.3265704	-1.3033666	-1.1998247	-0.8356174
	Z(q)*	-1.4559495	-0.8944541	-0.8893214	-0.6575596
6	*VR(q)*	1.039431	0.9101617	0.8369781	0.8177098
	Z(q)	0.4272913	-0.6377503	-0.7724983	-0.6427867
	Z(q)*	0.3133563	-0.4782009	-0.5950879	-0.5074716
7	*VR(q)*	0.9965226	0.9518957	0.9148254	0.9236266
	Z(q)	-0.2199290	-1.1713888	-1.3870034	-0.9606184
	Z(q)*	-0.09354132	-0.50850748	-0.61701483	-0.43825683

2.3. ARIMA MODELIO TAIKYMAS

2.3.1. Visos eilutės analizė

Norint turimiems duomenims parinkti tinkamą modelį, pirmiausiai reikia pažiūrėti, kaip šie duomenys atrodo ir ką galima pasakyti iš pirminės jų grafinės analizės (2.2. pav.).

2.2. pav. Siemens AG akcijų kainų eilutė, laikotarpis 2001.03.12 – 2009.02.09

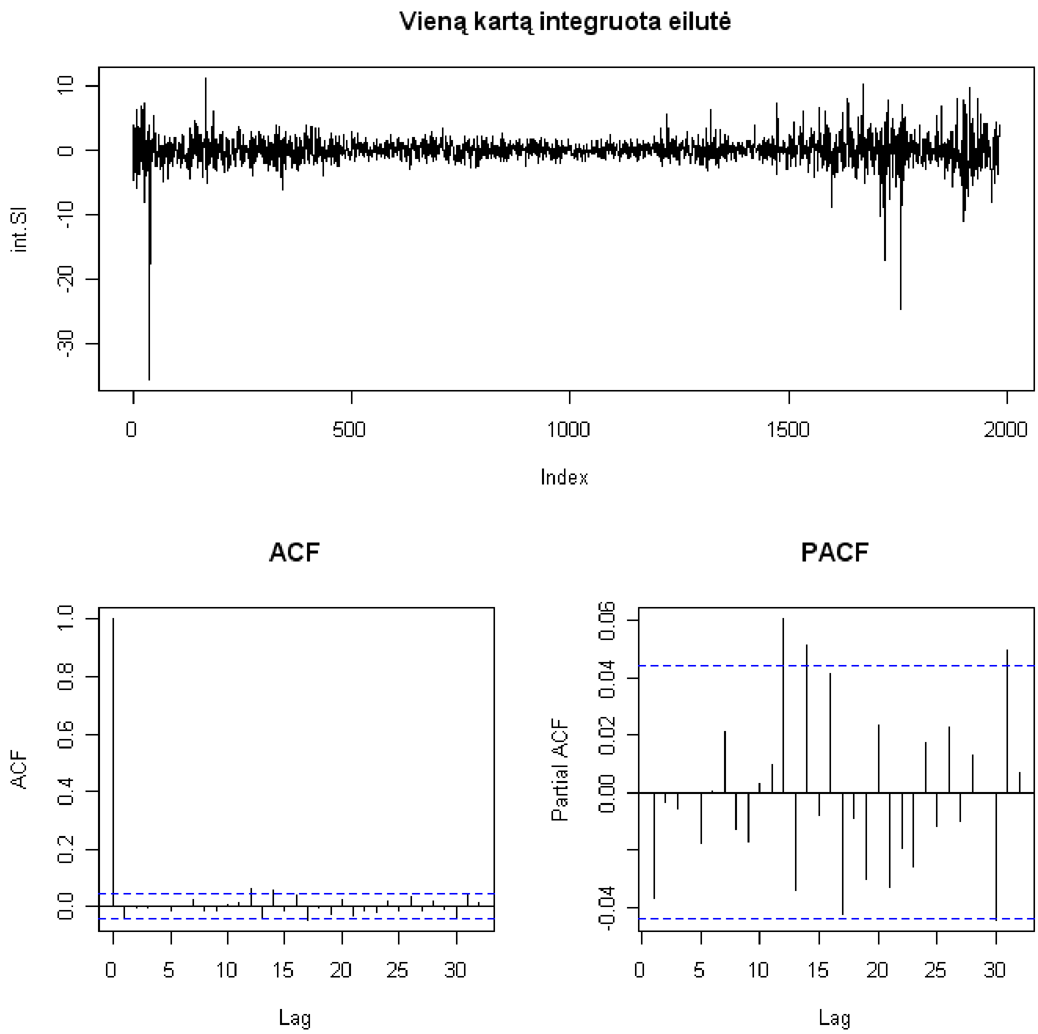
Iš pirmo žvilgsnio aišku, kad turima eilutė nėra stacionari. Dažnai stacionarumą gauti padeda eilutės integravimas.

Iš vieną kartą integruotos eilutės grafinės analizės rezultatų nėra aišku, ar ši eilutė stacionari (2.3. pav.). Eilutės ADF testo *p – reikšmė* < 0,01 < 0,05, todėl hipotezė apie vienetinės šaknies egzistavimą atmetama, t.y. vieną kartą integruota eilutė yra stacionari.

Kadangi vieną kartą integruota eilutė yra stacionari, pradiniams duomenims galima parinkti pirmos eilės integruotą ARIMA modelį. Vieną kartą integruotos eilutės ACF ir PACF grafikuose (2.3. pav.) pirmasis išsiskiriantis stulpelis yra dvyliktas, todėl patikrinami galimi modeliai iki ARIMA (12, 1, 12). Remiantis AIC, BIC, MSE ir MAE rezultatais, pasirinktas modelis ARIMA (12, 1, 1) su praleistais AR(2) – AR(11) koeficientais:

$$\Delta Y_t = -0{,}8573 Y_{t-1} + 0{,}0515 Y_{t-12} + \varepsilon_t + 0{,}8557 \varepsilon_{t-1}, \qquad \textbf{(2.4.1)}$$

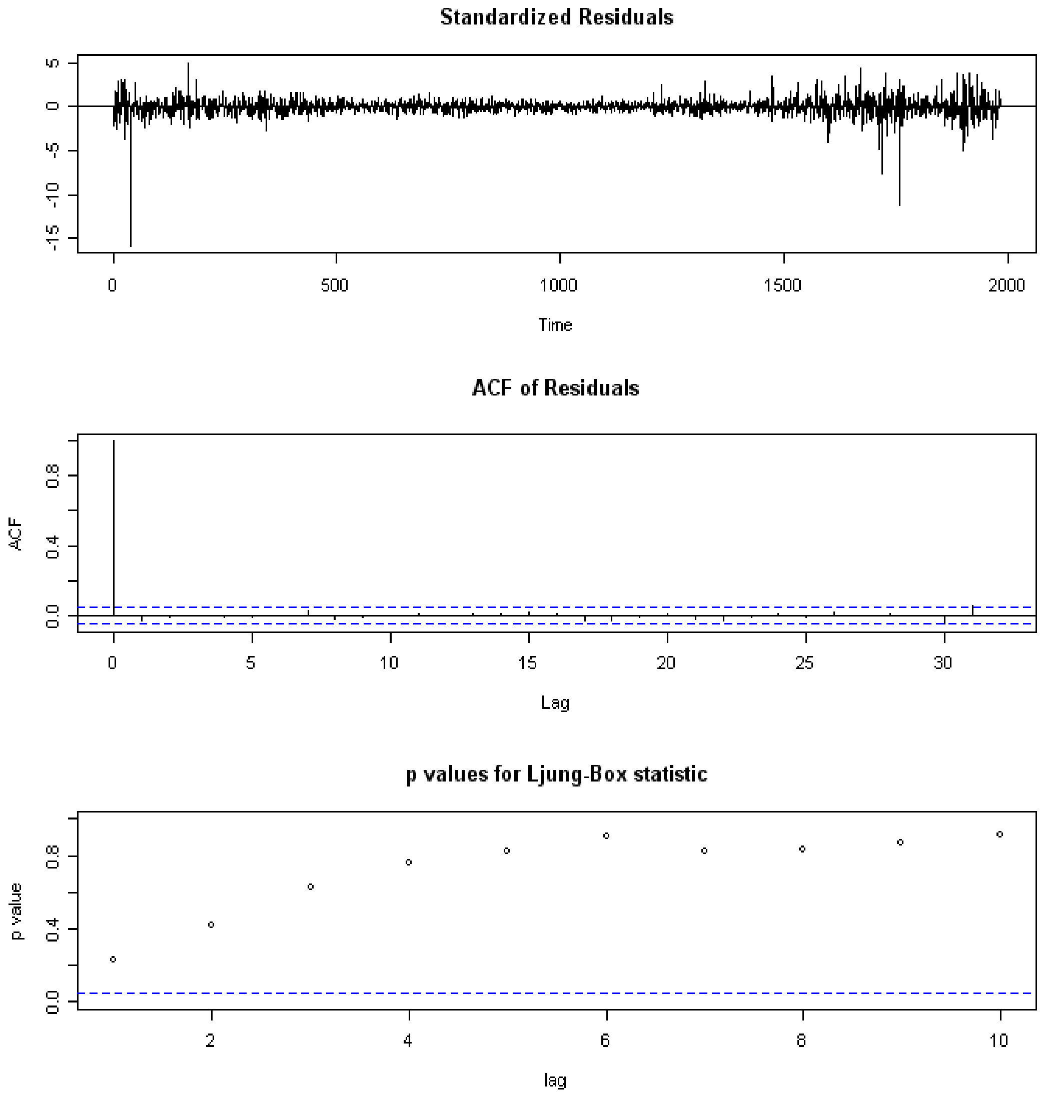
kur $\{\varepsilon_t\}$ yra modelio liekanų procesas.



2.3. pav. Vieną kartą integruota Siemens AG akcijų kainų eilutė ir šios eilutės autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafikai

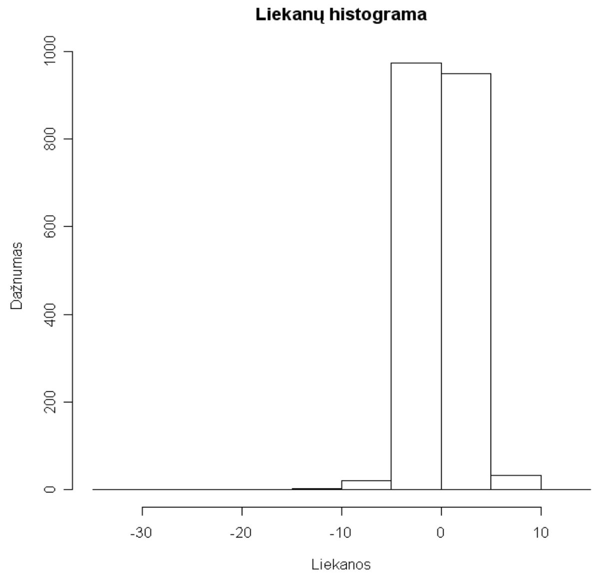
Norint įsitikinti, ar pasirinktas modelis yra tinkamas, atliekama modelio liekanų analizė. Iš 2.4. paveikslo matyti, kad liekanos atitinka "geroms" liekanoms keliamus reikalavimus:

- liekanų reikšmės išsidėsčiusios apie nulinę tiesę, t.y. liekanų vidurkis artimas nuliui;
- ACF grafike stulpeliai nekerta kritinės reikšmės ribų, t.y. liekanų procesas stacionarus;
- Box – Ljung statistikos *p - reikšmės* nekerta kritinės ribos, t.y. liekanos yra nekoreliuotos.



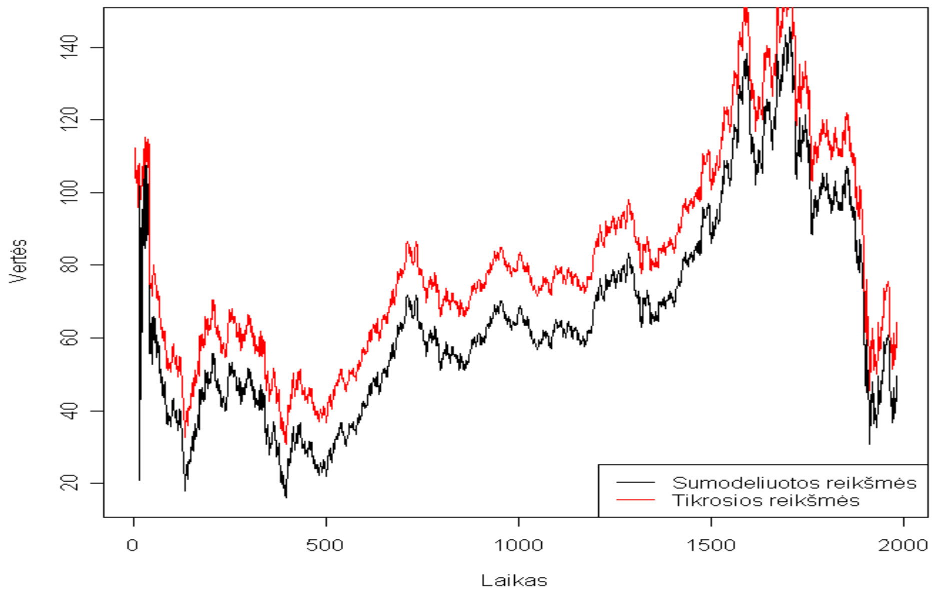
2.4. pav. Modelio ARIMA (12, 1, 1) su praleistais AR(2) – AR(11) koeficientais liekanų grafinė analizė

Įsitikinimui, kad liekanos tikrai yra "geros", atliekami testai. ADF testo *p – reikšmė* < 0,01 < 0,05, todėl hipotezė apie vienetinių šaknų egzistavimą atmetama, t.y. liekanų procesas yra stacionarus. Box – Ljung testo *p – reikšmė* = 0,8303 > 0,05, todėl hipotezė apie liekanų nekoreliuotumą neatmetama, t.y. liekanos yra nekoreliuotos. Liekanų vidurkis -0,02338215 yra artimas nuliui.



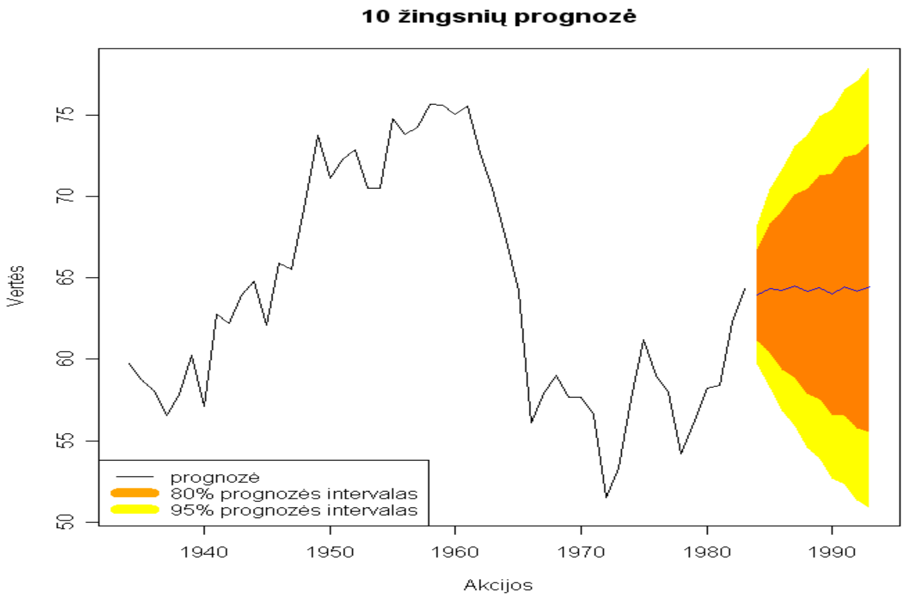
2.5. pav. Modelio ARIMA (12, 1, 1) su praleistais AR(2) – AR(11) koeficientais liekanų histograma

Taigi, liekanų procesas yra baltasis triukšmas. Dėl to pasirinktas modelis ARIMA (12, 1, 1) su praleistais AR(2) – AR(11) koeficientais yra tinkamas. Iš 2.6. paveikslo matyti, kad šiuo modeliu sugeneruotos akcijų kainos pakankamai tiksliai atspindi tikrąsias akcijų kainas. Paklaida atsiranda dėl pirmųjų 12 – os parinktų reikšmių, kadangi nuo šių reikšmių priklauso tolesni rezultatai.



2.6. pav. Sumodeliuotų ir tikrųjų reikšmių palyginimas

Modelio sudarymo pagrindinis tikslas – galimybė prognozuoti. ARIMA modeliams yra būdinga skaičiuoti tik trumpalaikes prognozes, dėl to sudaroma tik dešimties žingsnių prognozė. Iš 2.7. paveikslo matyti modelio prognozuojamų akcijų kainų kitimai (kainų didėjimas ir mažėjimas), tačiau kainų vertės yra pakankamai arti konstantos, dėl to teigti, kad prognozės yra tikslios, nebūtų teisinga, tuo labiau, kad prognozės intervalas taip pat nėra mažas. Šis modelis labiau tinkamas vieno žingsnio prognozei ir tolimesnių žingsnių kainų pokyčių krypčiai nuspėti.



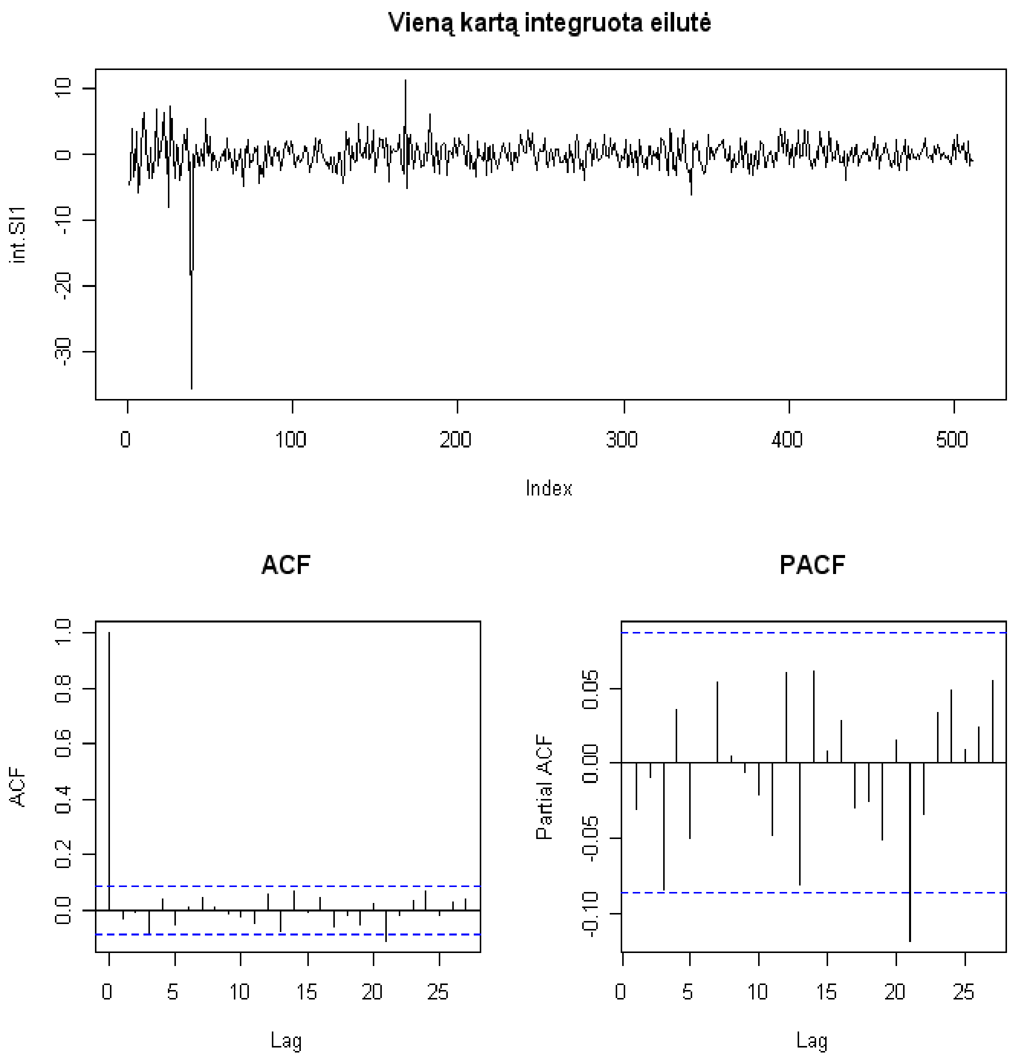
2.7. pav. Modelio ARIMA (12, 1, 1) su praleistais AR(2) – AR(11) koeficientais prognozės

2.3.2. Periodo 2001.03.12 – 2003.03.31 analizė

2.8. pav. Periodo 2001.03.12 – 2003.03.31grafinis vaizdas

Analizuojamu periodu laiko eilutė nėra stacionari, tai aiškiai matoma grafike. Vieną kartą integruota eilutė labai panaši į stacionarią. Jos ACF ir PACF grafikuose reikšmingumo lygmenį kerta tik vienas stulpelis, tačiau tai nėra priežastis atmesti stacionarumo hipotezę.

Integruotos eilutės ADF testo p – *reikšmė* < 0,01 < 0,05, todėl hipotezė apie vienetinės šaknies egzistavimą atmetama, t.y. eilutė tikrai yra stacionari.

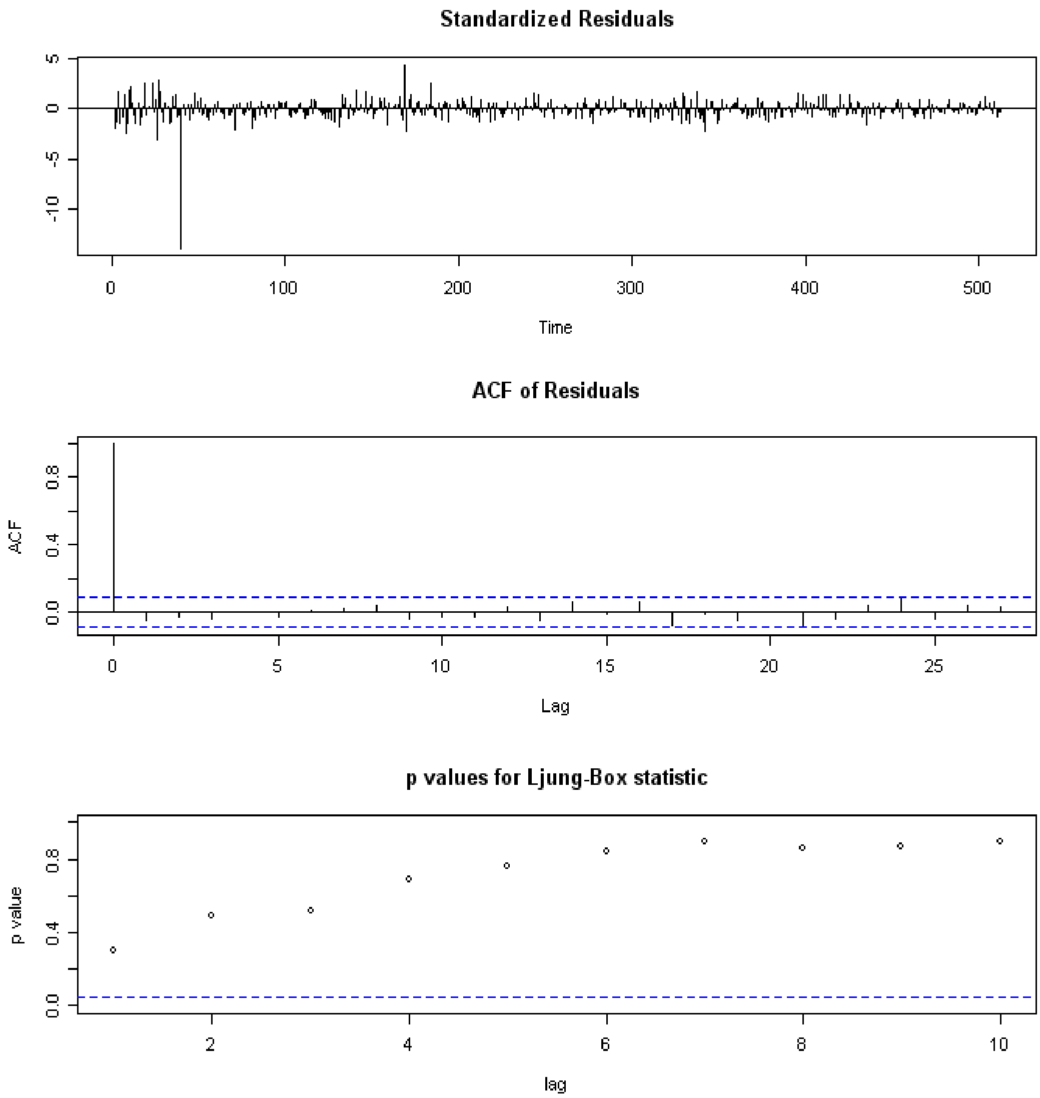


2.9. pav. Vieną kartą integruota periodo 2001.03.12 – 2003.03.31eilutė, integruotos eilutės autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafikai

Kadangi ACF ir PACF grafikuose išsiskiria 3 stulpelis, tikrinami galimi modeliai iki ARIMA (3,1,3). Palyginus modelių AIC, BIC, MSE ir MAE, pasirinktas modelis ARIMA(2,1,2):

$$\Delta Y_t = -1.4162 Y_{t-1} - 0.9 Y_{t-2} + \varepsilon_t + 1.4461 \varepsilon_{t-1} + 0.9578 \varepsilon_{t-2}, \qquad \textbf{(2.4.2)}$$

kur $\{\varepsilon_t\}$ yra modelio liekanų procesas.

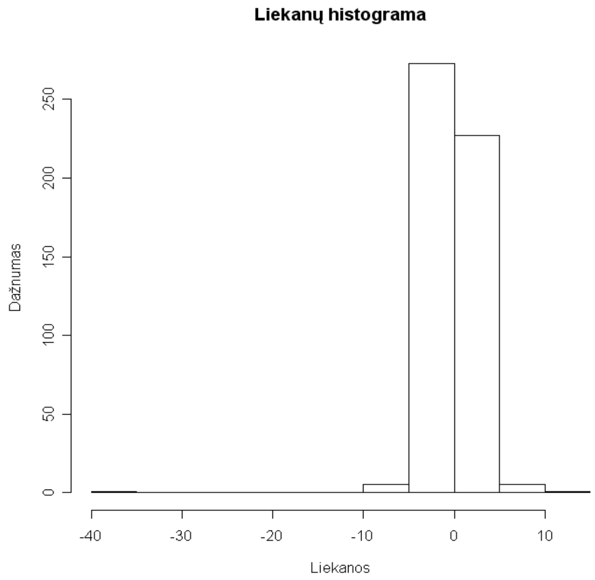


2.10. pav. Modelio ARIMA (2,1,2) liekanų grafinė analizė

Modelis geras, jei liekanos yra baltojo triukšmo procesas. Modelio liekanų grafinė analizė rodo, kad liekanos atitinka "geroms" liekanoms keliamus reikalavimus, t.y.

- liekanų reikšmės išsidėsčiusios apie nulinę tiesę (liekanų vidurkis artimas 0);
- ACF grafike stulpeliai nekerta kritinės reikšmės ribų (stacionaru);
- Box – Ljung statistikos *p - reikšmės* nekerta kritinės ribos (nekoreliuotumas).

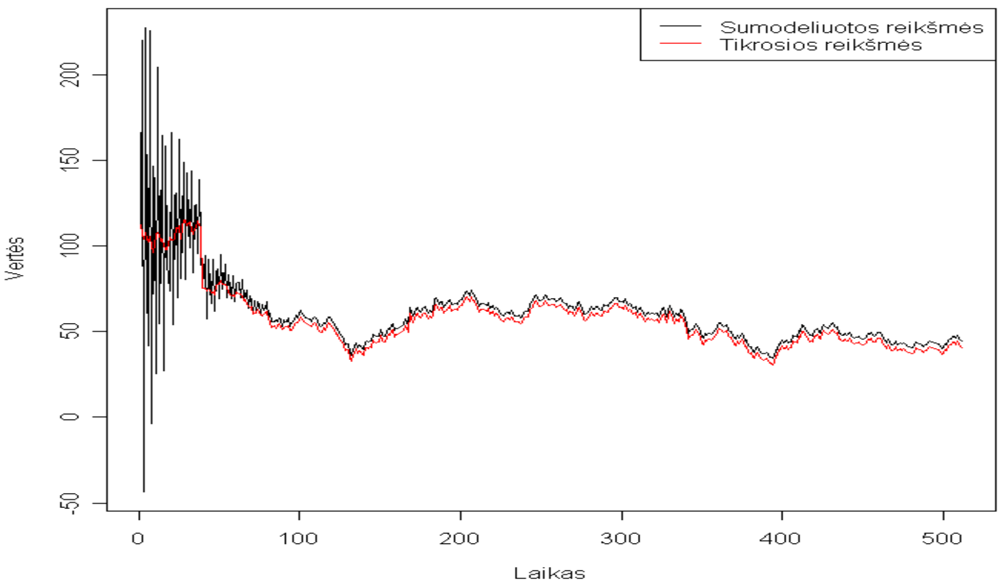
Liekanų ADF testo *p – reikšmė* < 0,01 < 0,05, todėl hipotezė apie vienetinių šaknų egzistavimą atmetama, t.y. liekanų procesas yra stacionarus. Box – Ljung testo *p – reikšmė* = 0,5253 > 0,05, todėl hipotezė apie liekanų nekoreliuotumą neatmetama, t.y. liekanos yra nekoreliuotos. Liekanų vidurkis -0,1355928 yra artimas nuliui.



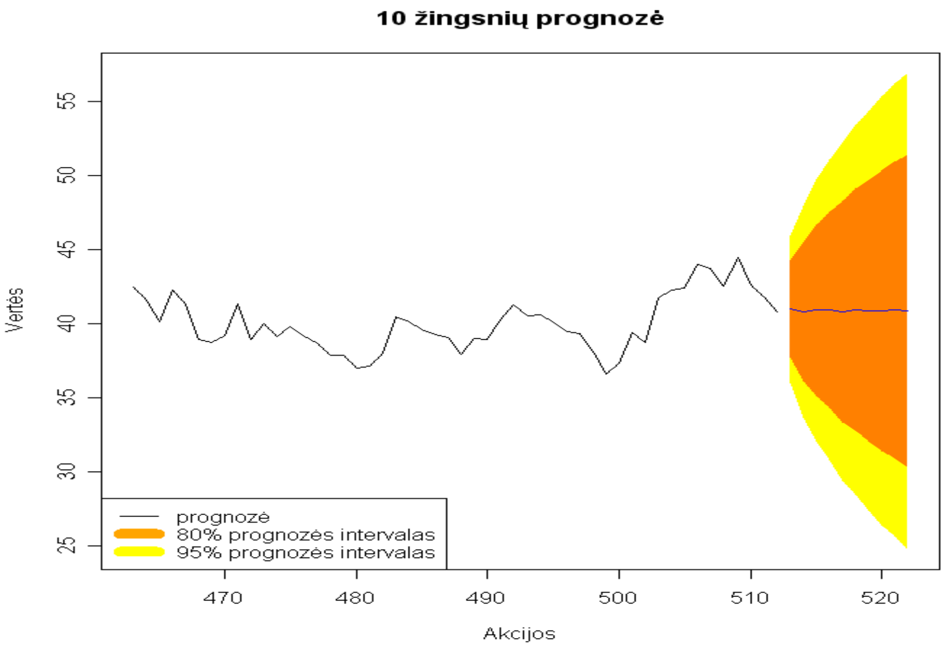
2.11. pav. Modelio ARIMA (2,1,2) liekanų histograma

Taigi, modelio liekanų procesas yra baltasis triukšmas. Todėl analizuojamo periodo laiko eilutei modelis ARIMA (2, 1, 2) yra tinkamas.

Iš 2.12. paveikslo matyti, kad nors pradžioje modeliu ARIMA (2, 1, 2) generuojamos akcijų kainos labai šokinėja, gan greitai jos nusistovi ir su nedidele paklaida atitinka tikrąsias kainas.



2.12. pav. Sumodeliuotų ir tikrųjų akcijų kainų palyginimas



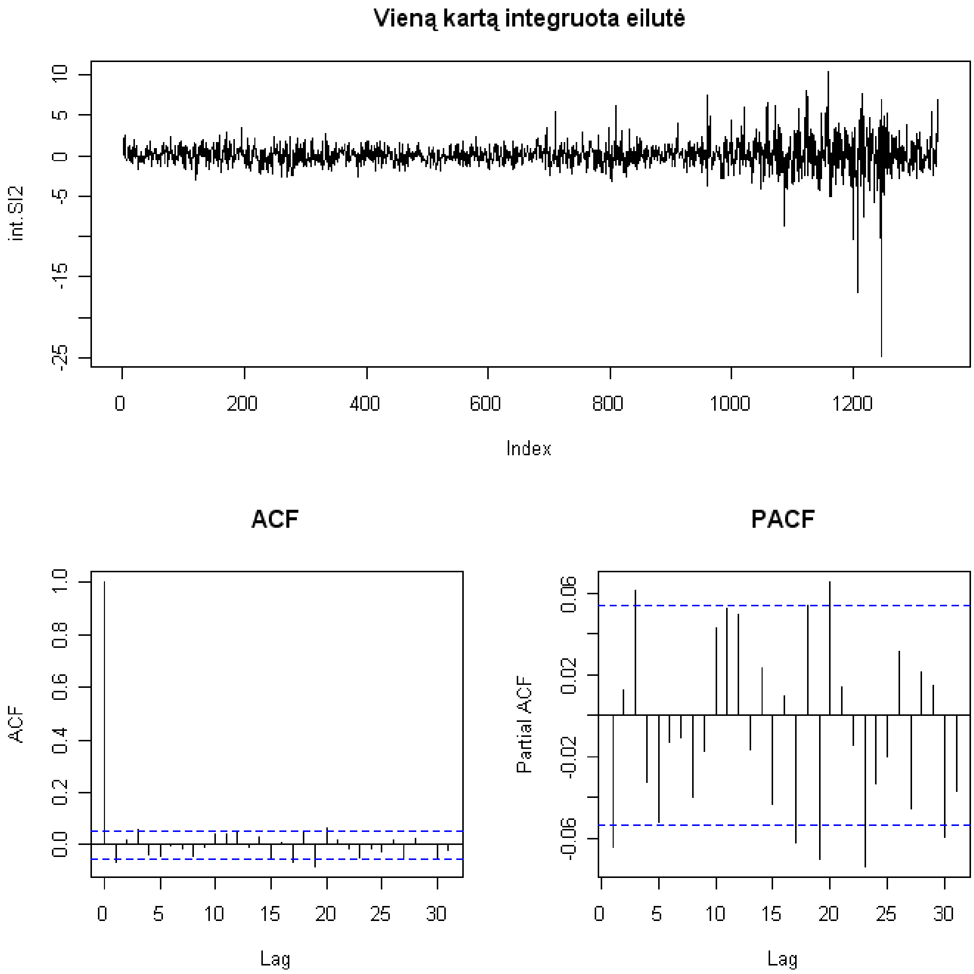
2.13. pav. Modelio ARIMA (2,1,2) prognozės

Pasirinktas modelis prognozuoja nelabai gerai ta prasme, kad prognozių pokyčiai labai nedideli (prognozė yra beveik konstanta), o prognozės intervalai dideli. Kita vertus, tai gali būti ne netinkamo modelio pasirinkimo priežastis, o duomenų trūkumo pasekmė. ARIMA modeliams yra būdinga “gerai” prognozuoti tik esant pakankamai dideliam stebėjimų skaičiui.

2.3.3. Periodo 2003.04.01 – 2008.07.31 analizė

Analizuojamu periodu vėl turima nestacionari laiko eilutė (2.14. pav.). Vieną kartą integruotos eilutės grafikas panašus į stacionarios eilutės grafiką, tačiau autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafikuose matyti nemažai kritinės reikšmės lygmenį kertančių stulpelių, dėl ko kyla abejonės dėl eilutės stacionarumo (2.15. pav.). Atlikto ADF testo *p – reikšmė* < 0,01 < 0,05, o tai reikštų, kad integruota eilutė yra stacionari. Dėl ACF ir PACF keliamų abejonių atliekami dar keli stacionarumą tikrinantys testai. KPSS testo *p – reikšmė* > 0,1 > 0,05, todėl hipotezė apie liekanų stacionarumą neatmetama. Phillips – Perron vienetinės šaknies testo *p – reikšmė* < 0,01 < 0,05, dėl to hipotezė apie vienetinės šaknies egzistavimą atmetama.

2.14. pav. Periodo 2003.04.01 – 2008.07.31 laiko eilutė



2.15. pav. Vieną kartą integruota periodo 2003.04.01 – 2008.07.31 laiko eilutė, integruotos eilutės autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafikai

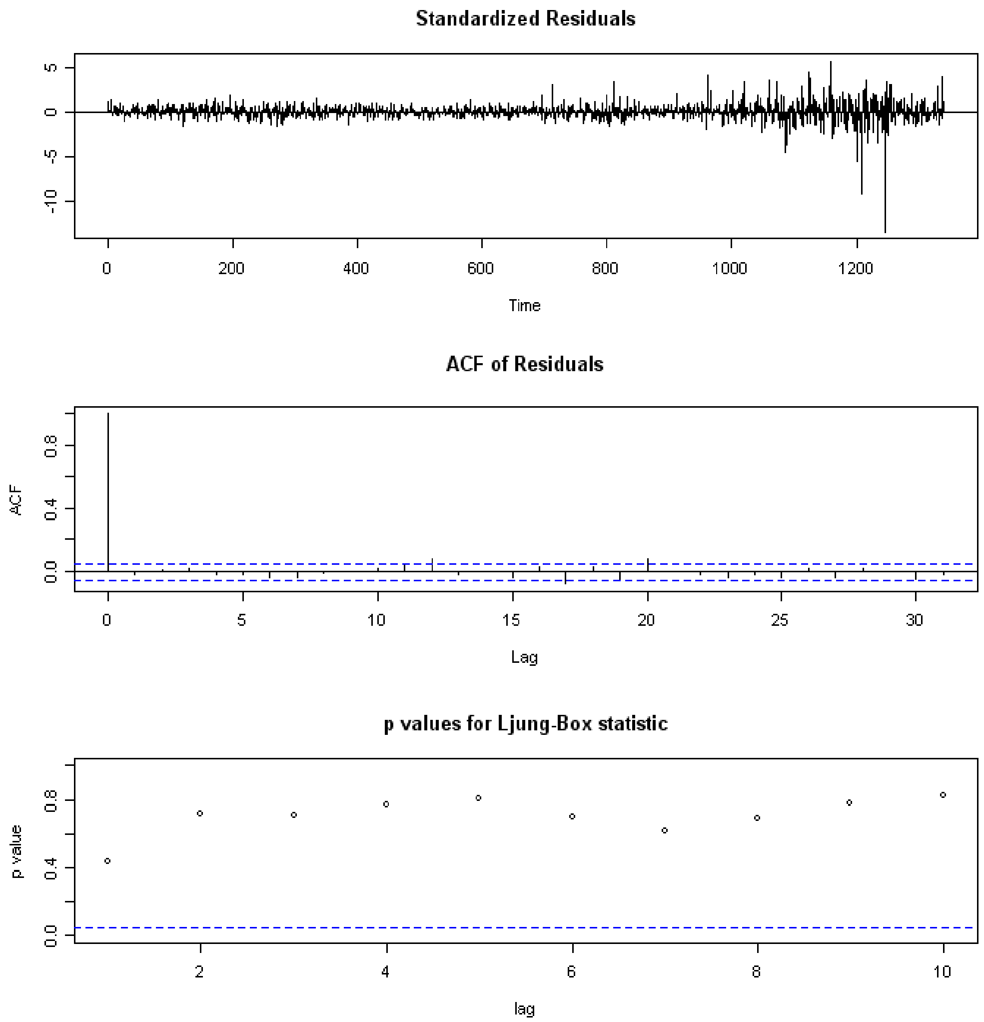
Kadangi nei vienas iš atliktų testų stacionarumo prielaidos neatmeta, galima ieškoti pirmos eilės integruoto ARIMA modelio.

Remiantis AIC, BIC, MAE ir MSE pasirenkamas modelis ARIMA (2, 1, 2):

$$\Delta Y_t = -0.2706Y_{t-1} - 0.9232Y_{t-2} + \varepsilon_t + 0.2291\varepsilon_{t-1} + 0.9328\varepsilon_{t-2}, \qquad \mathbf{(2.4.3)}$$

kur $\{\varepsilon_t\}$ yra modelio liekanų procesas.

Šio modelio liekanų grafinė analizė rodo, kad ACF grafike yra reikšmingumo lygmenį kertančių stulpelių. Tai gali reikšti liekanų koreliacijos egzistavimą.



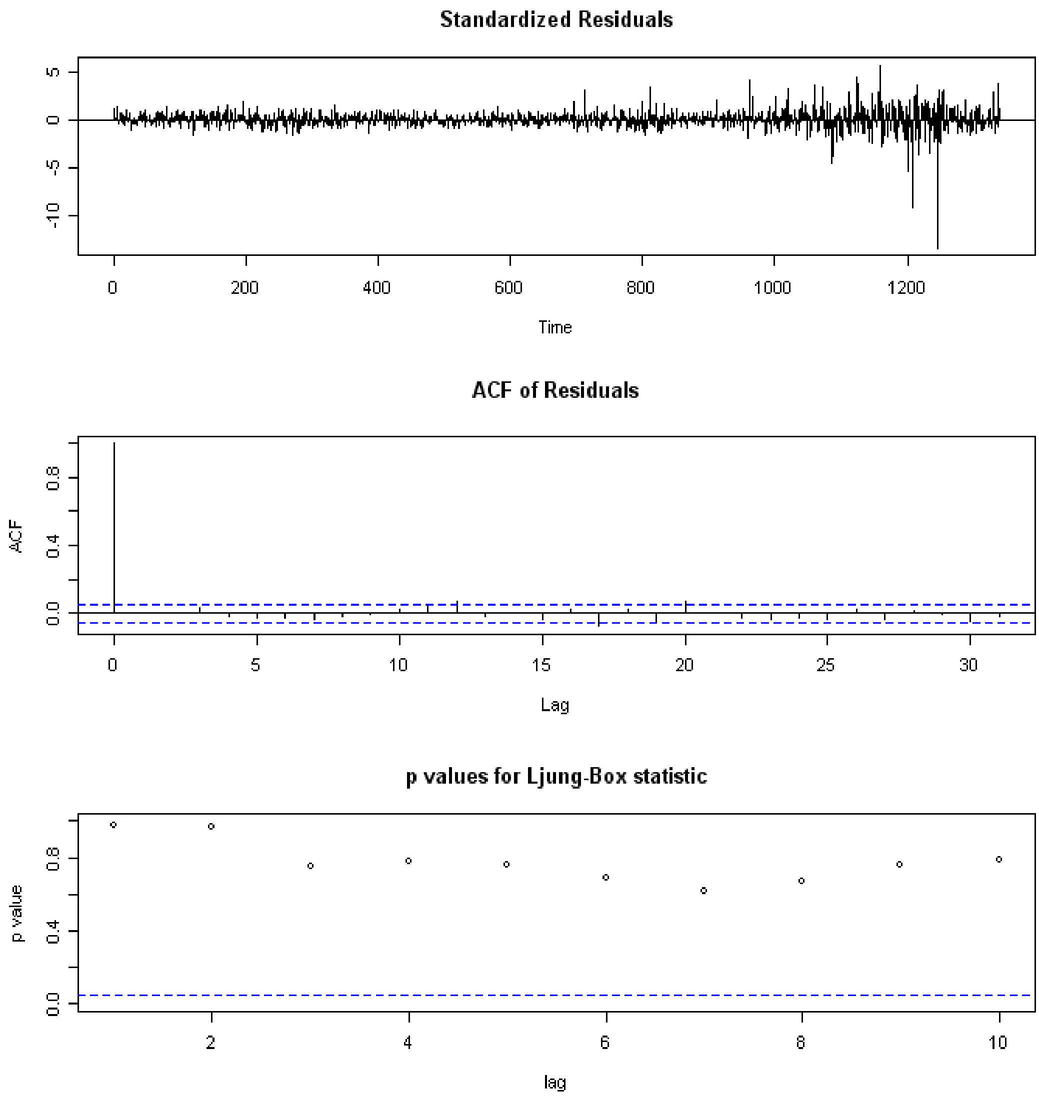
2.16. pav. Modelio ARIMA (2,1,2) liekanų analizė

Box – Ljung testo *p – reikšmė* = 0.007722 < 0,05, dėl to hipotezė apie liekanų nekoreliuotumą atmetama. Tai reiškia, kad pasirinkto modelio liekanos nėra baltojo triukšmo procesas. Vadinasi, modelis ARIMA (2, 1, 2) netinkamas.

Kitas su mažomis AIC, BIC, MSE ir MAE reikšmėmis yra modelis ARIMA (3, 1, 2):

$$\Delta Y_t = -0.2907Y_{t-1} - 0.9435Y_{t-2} - 0.0264Y_{t-3} + \varepsilon_t + 0.2289\varepsilon_{t-1} + 0.9470\varepsilon_{t-2}, \qquad \mathbf{(2.4.4)}$$

kur $\{\varepsilon_t\}$ yra modelio liekanų procesas. Šio modelio liekanų grafinės analizės ACF grafike vėlgi yra reikšmingumo lygmenį kertančių stulpelių.



2.17. pav. Modelio ARIMA (3, 1, 2) liekanų analizė

Box – Ljung testo *p – reikšmė* = 0.01102 < 0,05, dėl to hipotezė apie liekanų nekoreliuotumą atmetama. Tai reiškia, kad pasirinkto modelio liekanos nėra baltojo triukšmo procesas. Vadinasi, ir modelis ARIMA (3, 1, 2) netinkamas.

Panašiai ir kituose modeliuose aptinkamas liekanų koreliuotumas. Tai reiškia, kad šiai eilutei „gero“ ARIMA modelio parinkti nepavyks.

Nagrinėjamo periodo akcijų kainų grafike matyti, kad kurį laiką akcijų kainų kilimas yra gan pastovus, o vėliau prasideda “šokinėjimas”. Galbūt išskaidžius eilutę į subperiodus pavyktų rasti tinkamus ARIMA modelius.

2.3.4. Periodo 2003.04.01 – 2007.01.24 analizė

2.18. pav. Periodo 2003.04.01 – 2007.01.24 akcijų kainų eilutė

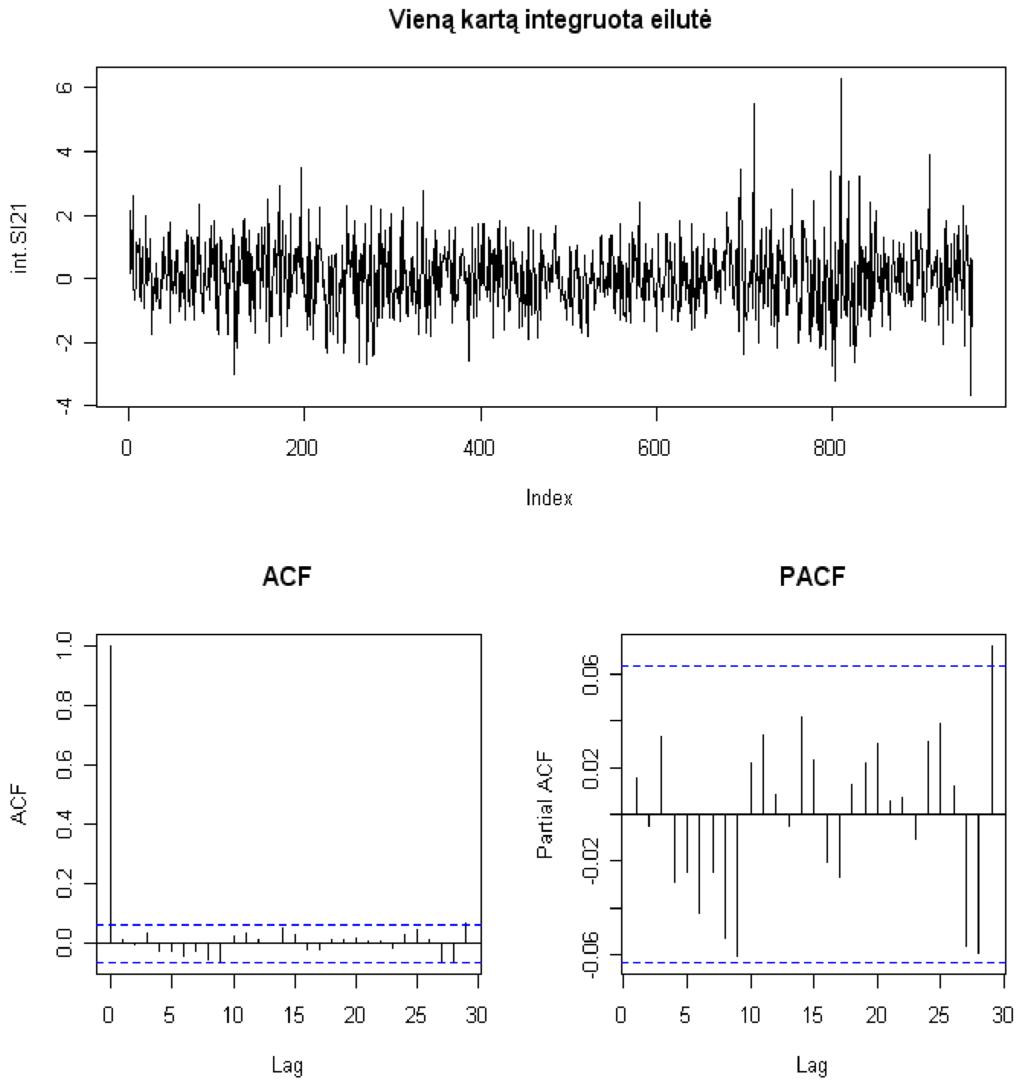
Kadangi šis periodas yra anksčiau nagrinėto periodo dalis, natūralu, kad šio laikotarpio eilutė taip pat nėra stacionari. Todėl eilutė integruojama. Integruotos eilutės grafikas panašus į stacionarios eilutės grafiką, ACF ir PACF grafikuose beveik nėra išsiskiriančių reikšmių.

ADF testo *p – reikšmė* < 0,01 < 0,05, todėl hipotezė apie vienatinės šaknies egzistavimą atmetama, t.y. integruota eilutė stacionari.

Kadangi ACF ir PACF grafikuose nėra išsiskiriančių stulpelių, modelis randamas naudojantis standartinėmis paketo R funkcijomis. Paketas siūlo funkciją ARIMA(1, 1, 0) su driftu:

$$\Delta Y_t = 0{,}0581 + 0.0154 Y_{t-1} + \varepsilon_t \,, \qquad \textbf{(2.4.5)}$$

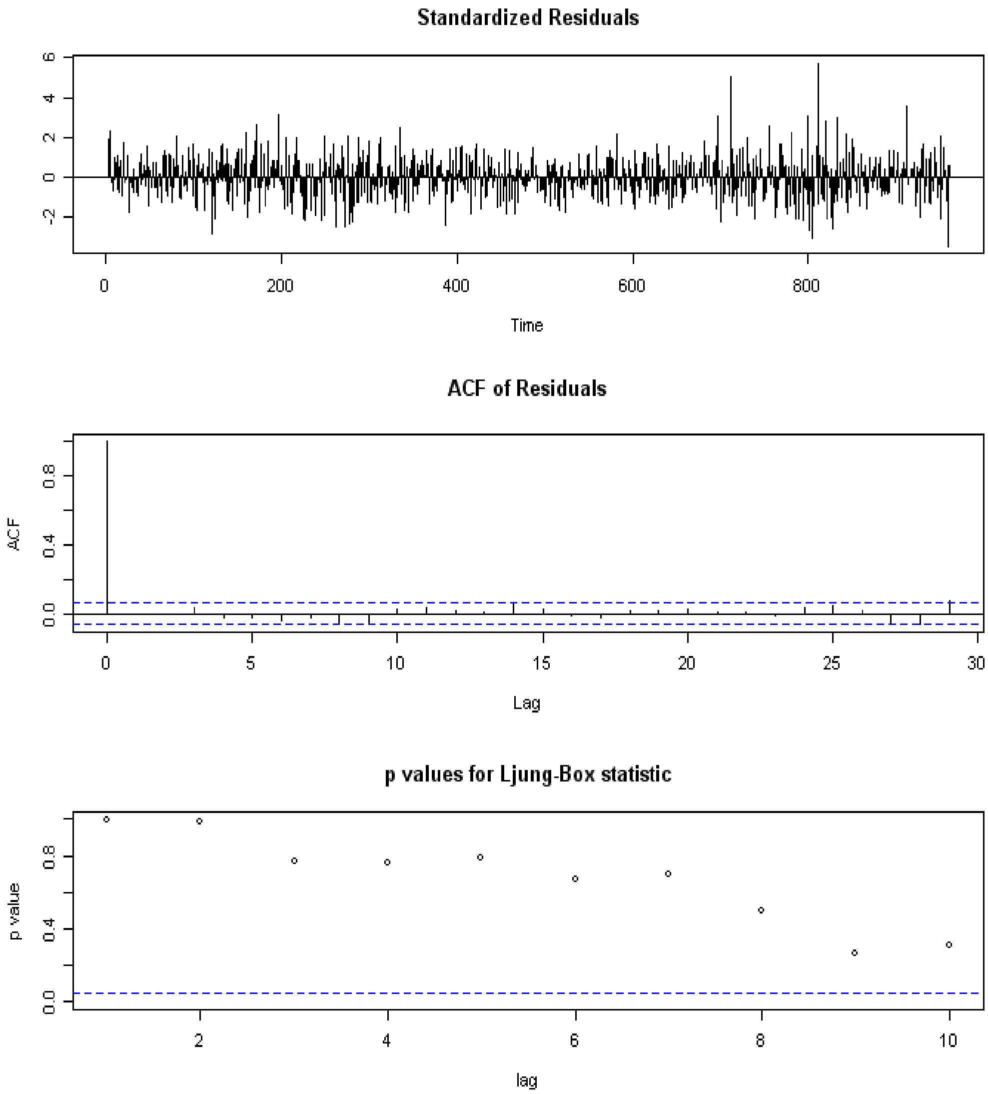
kur $\{\varepsilon_t\}$ yra modelio liekanų procesas.



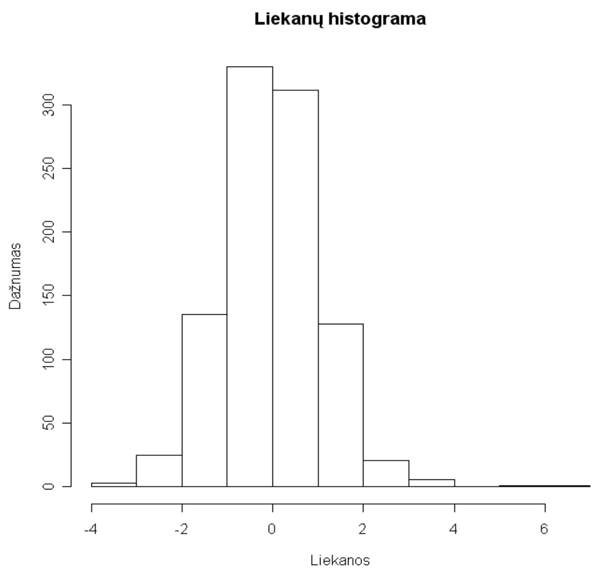
2.19. pav. Vieną kartą integruota periodo 2003.04.01 – 2007.01.24 laiko eilutė, integruotos eilutės autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafikai

Grafinė modelio liekanų analizė rodo (2.20. pav.), kad liekanos išsidėsčiusios apie nulinę tiesę, ACF grafike stulpeliai nekerta kritinės reikšmės ribų (stacionaru), Box – Ljung statistikos *p – reikšmės* nekerta kritinės ribos (nekoreliuotumas).

Liekanų ADF testo *p – reikšmė* < 0,01 < 0,05, todėl hipotezė apie vienetinių šaknų egzistavimą atmetama, t.y. liekanų procesas yra stacionarus. Box – Ljung testo *p – reikšmė* = 0,3384 > 0,05, todėl hipotezė apie liekanų nekoreliuotumą neatmetama, t.y. liekanos yra nekoreliuotos. Liekanų vidurkis -0,001969935 yra artimas nuliui.

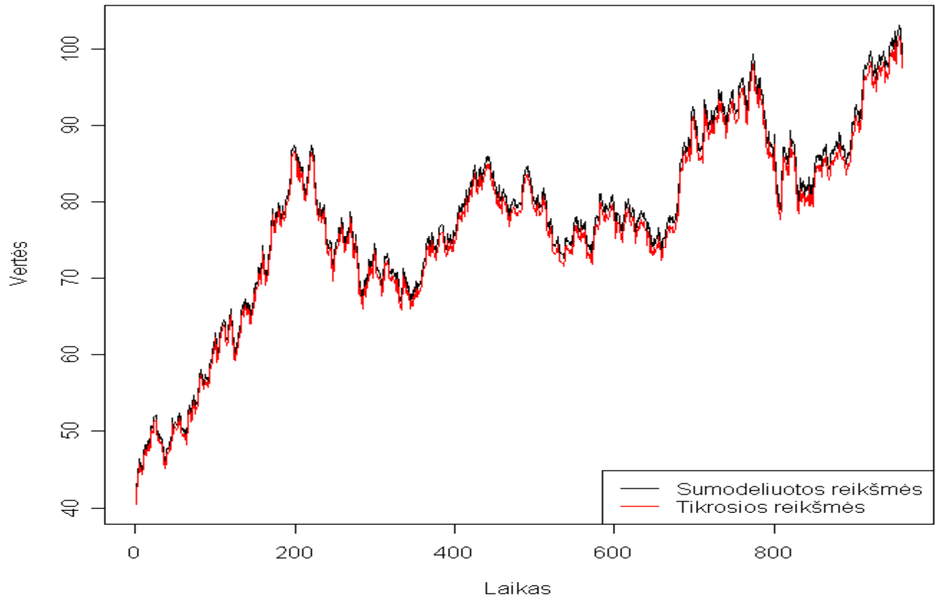


2.20. pav. Modelio ARIMA (1,1,0) su driftu liekanų analizė



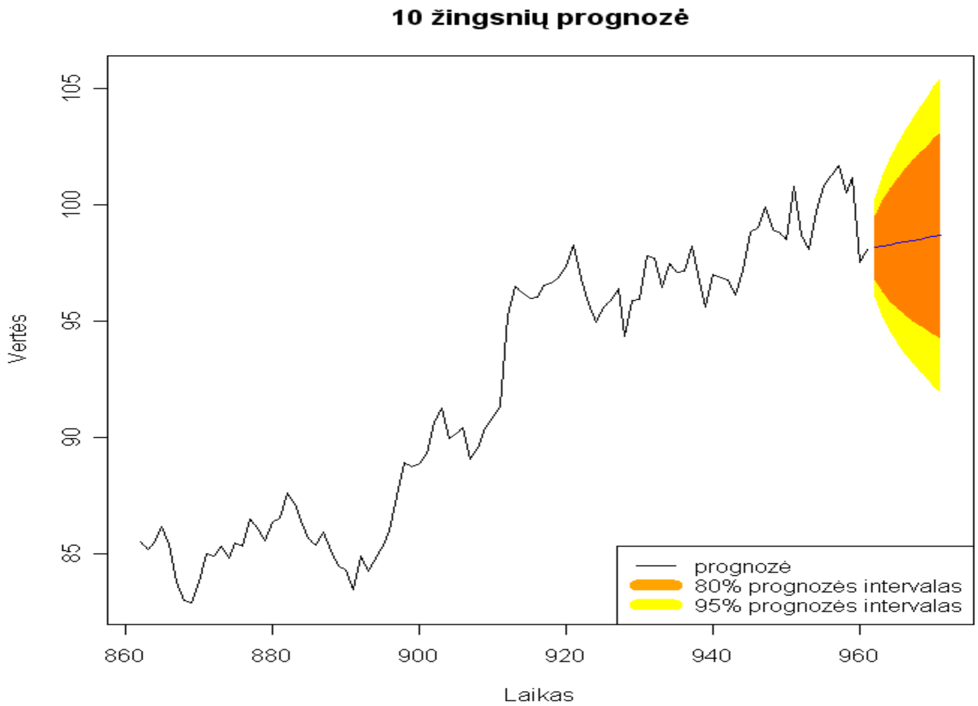
2.21. pav. Modelio ARIMA (1,1,0) su driftu liekanų histograma

Taigi, modelio liekanos yra baltojo triukšmo procesas, ir dėl to modelis ARIMA (1,1,0) su driftu yra tinkamas turimai laiko eilutei. Iš 2.22. paveikslo matyti, kad šis modelis aprašo akcijų kainas su nedidele paklaida.



2.22. pav. Sumodeliuotų ir tikrųjų akcijų kainų palyginimas

Prognozavimui šis modelis nėra tinkamas, nes prognozė praktiškai tėra driftas su labai mažais pokyčiais. Taip pat geram prognozavimui trukdo ganėtinai mažas duomenų skaičius.



2.23. pav. Modelio ARIMA (1, 1, 0) su driftu prognozės

2.3.5. Periodo 2007.01.25 – 2008.07.31 analizė

Šio periodo akcijų kainų eilutė taip pat yra nestacionari.

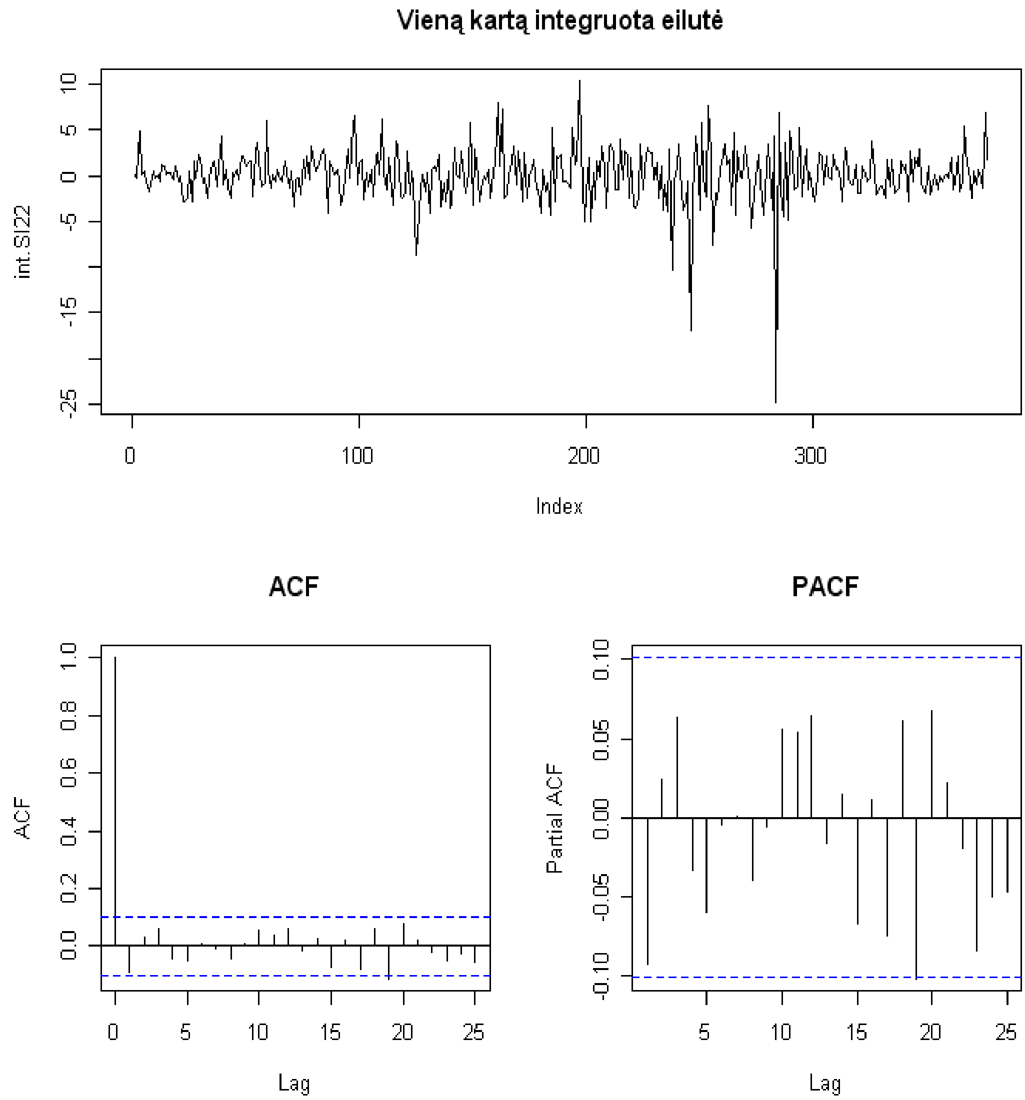
2.24. pav. Periodo 2007.01.25 – 2008.07.31 akcijų kainų eilutė

Grafinė vieną kartą integruotos eilutės analizė (2.23. pav.) leidžia daryti prielaidą, kad turimi stacionarūs duomenys. ADF testo *p – reikšmė* < 0,01 < 0,05, todėl hipotezė apie vienetinės šaknies egzistavimą atmetama, t.y. integruota eilutė yra stacionari.

Kadangi ACF ir PACF grafikuose nėra išsiskiriančių stulpelių, modelio parinkimui naudojama standartinė paketo R funkcija. Paketas siūlo modelį ARIMA (0, 1, 1):

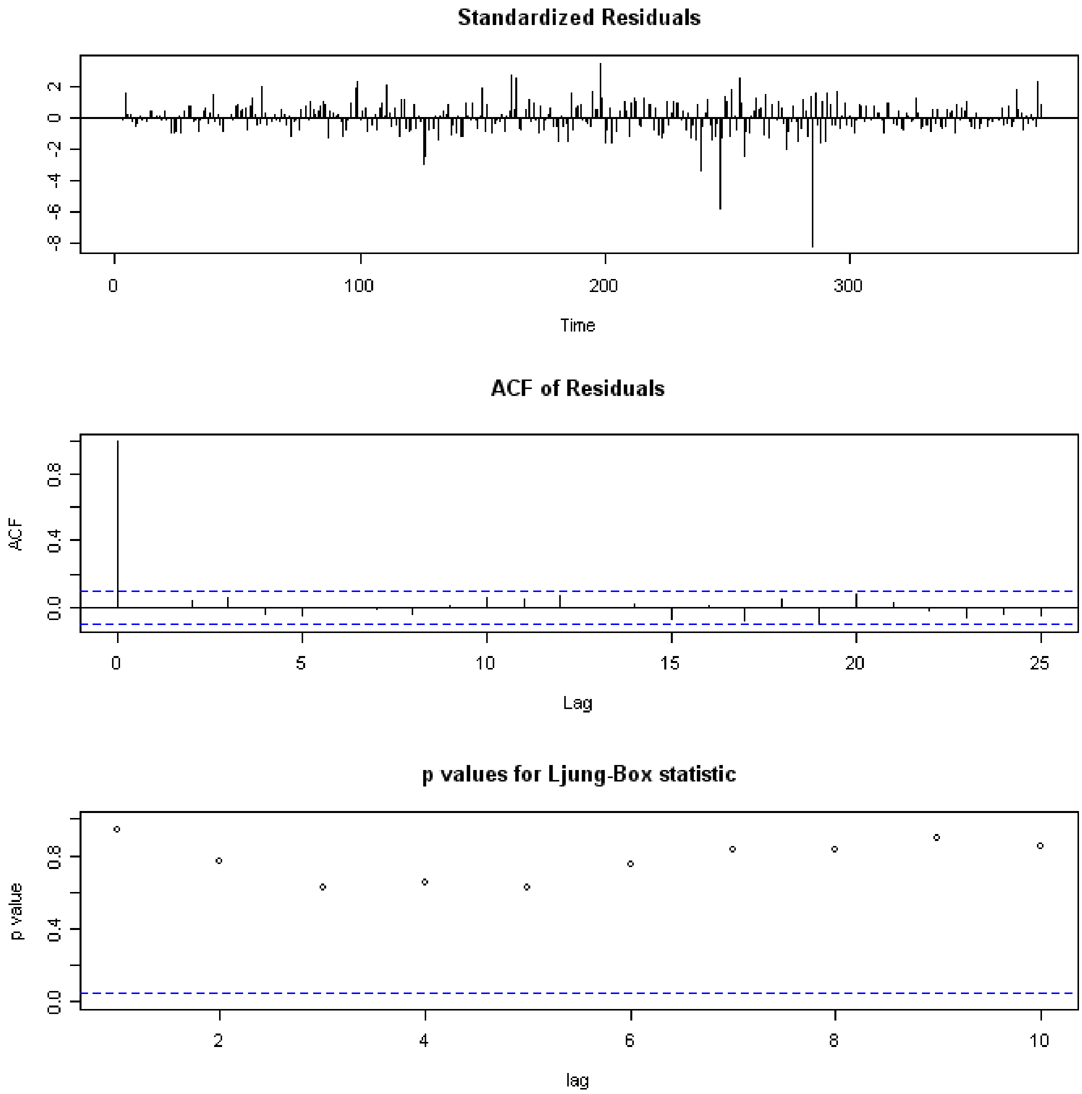
$$\Delta Y_t = \varepsilon_t - 0{,}0863\varepsilon_{t-1}, \qquad \textbf{(2.4.6)}$$

kur $\{\varepsilon_t\}$ yra modelio liekanų procesas.



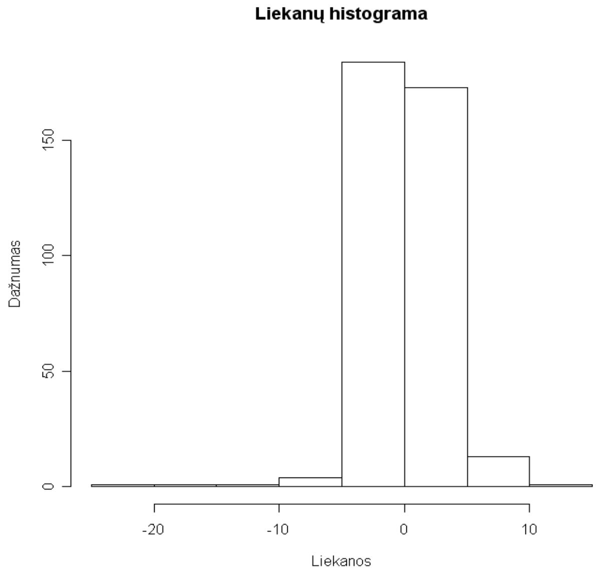
2.25. pav. Vieną kartą integruota periodo 2007.01.25 – 2008.07.31 laiko eilutė, integruotos eilutės autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafikai

Šio modelio liekanų grafinė analizė (2.26. pav.) leidžia daryti prielaidą, kad liekanos yra baltasis triukšmas, kadangi liekanos išsibarsčiusios apie nulį, ACF grafike nėra reikšmingumo lygmenį kertančių stulpelių, kas rodo liekanų stacionarumą; Box – Ljung statistikos *p – reikšmės* taip pat nekerta reikšmingumo lygmens, kas rodo liekanų nekoreliuotumą.



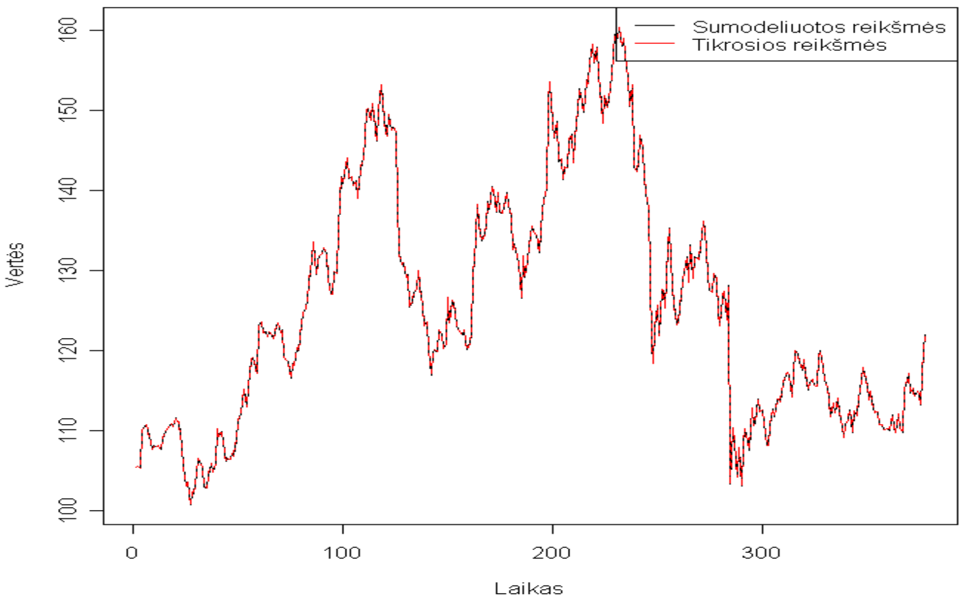
2.26. pav. Modelio ARIMA (0, 1, 1) liekanų analizė

Modelio liekanų ADF testo *p – reikšmė* < 0,01 < 0,05, todėl hipotezė apie vienetinių šaknų egzistavimą atmetama, t.y. liekanų procesas yra stacionarus. Box – Ljung testo *p – reikšmė* = 0,5882 > 0,05, todėl hipotezė apie liekanų nekoreliuotumą neatmetama, t.y. liekanos yra nekoreliuotos. Liekanų vidurkis -0,04747617 yra artimas nuliui.



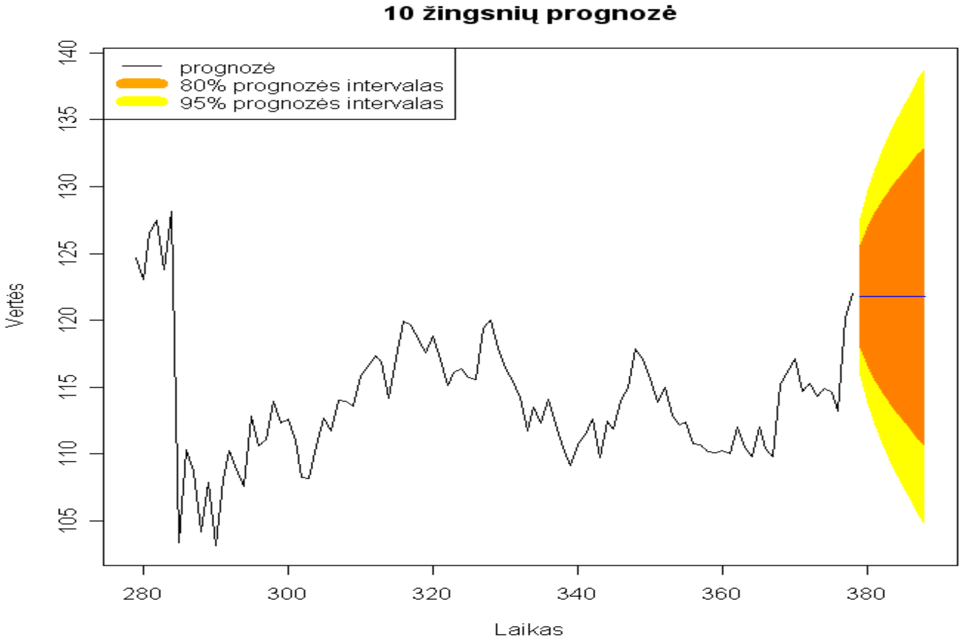
2.27. pav. Modelio ARIMA (0,1,1) liekanų histograma

Taigi, modelio ARIMA (0, 1, 1) liekanos yra baltojo triukšmo procesas, o tai reiškia, kad modelis yra tinkamas. Šiuo modeliu sugeneruotų akcijų kainų grafikas visiškai sutampa su tikrųjų reikšmių grafiku.



2.28. pav. Sumodeliuotų ir tikrųjų reikšmių palyginimas

Šio modelio prognozės yra konstanta su dideliu prognozės intervalu. Taip yra dėl paties modelio savybių, kadangi kaina priklauso tik nuo modelio liekanų, bet nepriklauso nuo ankstesnių kainų. Taip pat prognozavimui “nepadeda” ir mažas duomenų kiekis.

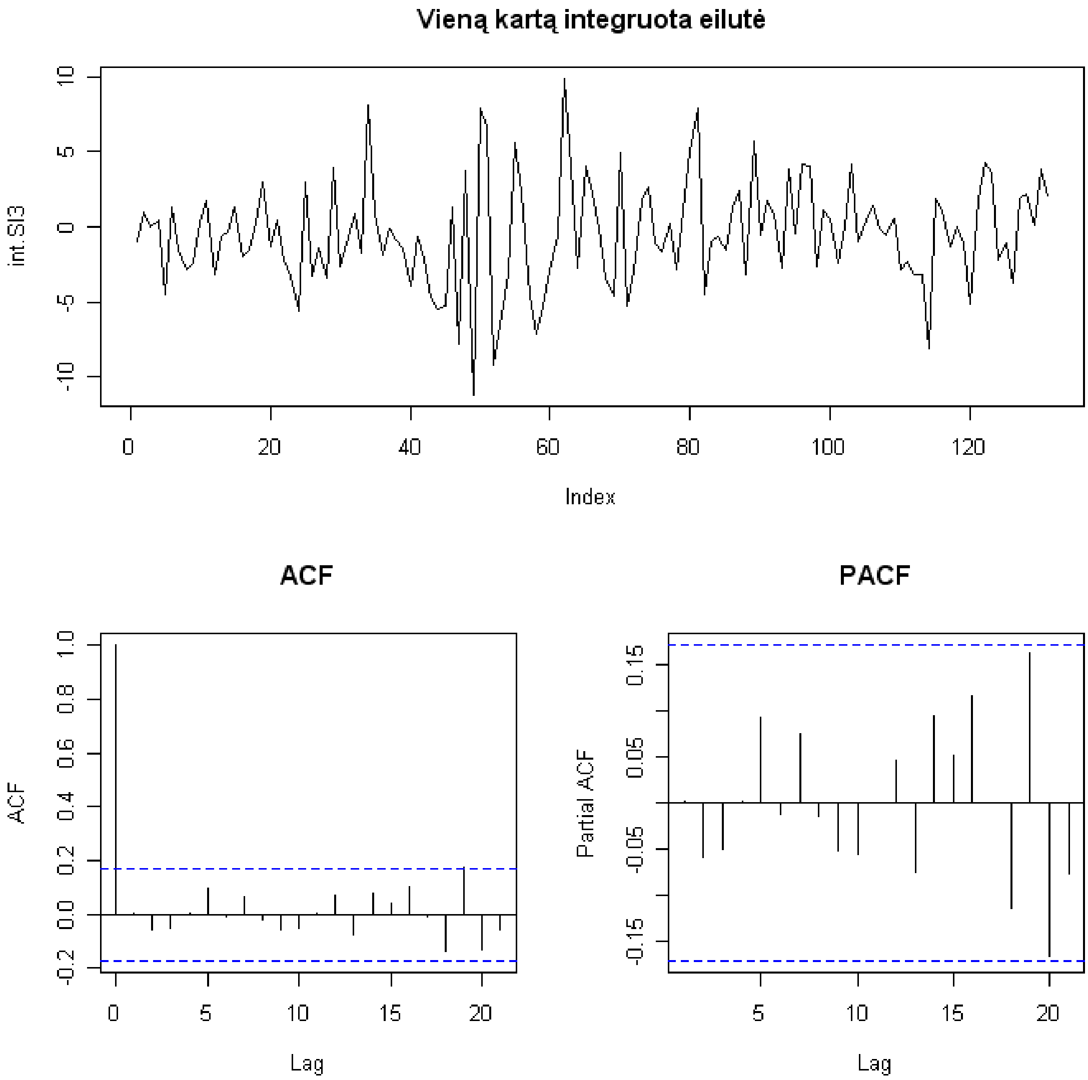


2.29. pav. Modelio ARIMA (0, 1, 1) prognozės

2.3.6. Periodo 2008.08.01 – 2009.02.09 analizė

Analizuojamo laikotarpio akcijų kainų eilutė nėra stacionari. Vieną kartą integruota eilutė panaši į stacionarią (2.31. pav.), jos ACF ir PACF grafikuose nėra reikšmingumo lygmenį kertančių reikšmių.

2.30. pav. Periodo 2008.08.01 – 2009.02.09 akcijų kainų eilutė



2.31. pav. Vieną kartą integruota periodo 2008.08.01 – 2009.02.09 laiko eilutė, integruotos eilutės autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafikai

Grafinės analizės rezultatai atitinka stacionariai eilutei keliamus reikalavimus. Taip pat ir ADF testo *p – reikšmė* < 0,01 < 0,05 atmeta vienetinės šaknies egzistavimo hipotezę. Vadinasi, vieną kartą integruota eilutė yra stacionari.

Kadangi ACF ir PACF grafikuose nėra išsiskiriančių reikšmių, modelis parenkamas naudojantis standartine paketo R funkcija. Paketas parenka modelį ARIMA (0, 1, 0) – atsitiktinis klaidžiojimas. Esant atsitiktiniam klaidžiojimui, prognozuoti neįmanoma.

Tokio modelio parinkimas atitiktų bendrą analizuojamo laikotarpio dvasią, kadangi būtent šiuo laikotarpiu įsivyravo pasaulinė ekonominė – finansinė krizė, kurios poveikis akcijų biržoms ir akcijų kainoms sukėlė visišką chaosą, o prognozavimas tokioje situacijoje veik neįmanomas.

2.3.7. Periodo 2003.04.01 – 2009.02.09 analizė

Analizuojamo periodo akcijų kainų eilutė nėra stacionari (2.32. pav.).

2.32. pav. Periodo 2003.04.01 – 2009.02.09 akcijų kainų eilutė

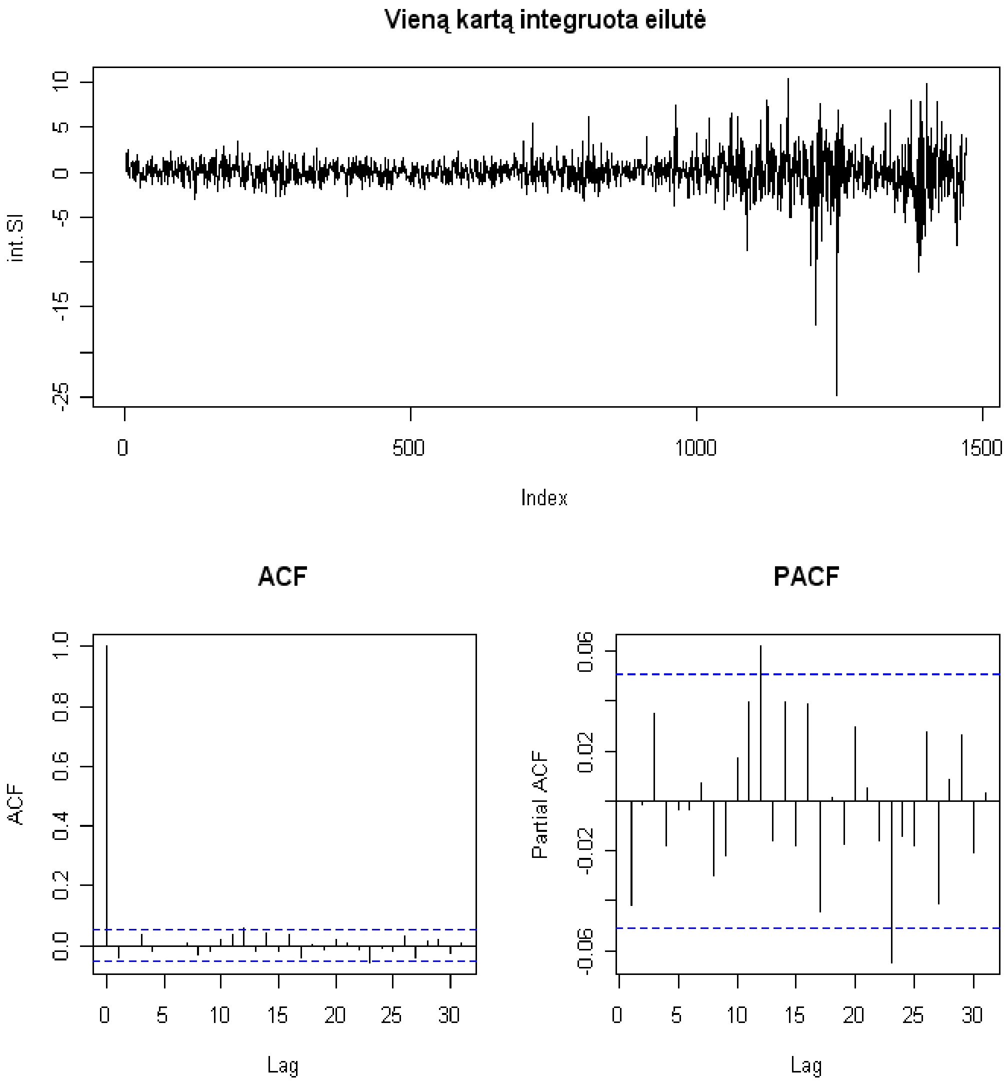
Vieną kartą integruota eilutė panaši į stacionarią eilutę (2.33. pav.). Keli reikšmingumo lygmenį kertantys stulpeliai ACF ir PACF grafikuose dar nereiškia nestacionarumo.

Integruotos eilutės ADF testo *p – reikšmė* < 0,01 < 0,05, todėl hipotezė apie vienetinės šaknies egzistavimą atmetama, t.y. procesas stacionarus.

Remiantis AIC, BIC, MSE ir MAE rezultatais, turimai eilutei parenkamas modelis ARIMA (6, 1, 6) su praleistomis AR(1), AR(2), MA(1) ir MA(2) reikšmėmis:

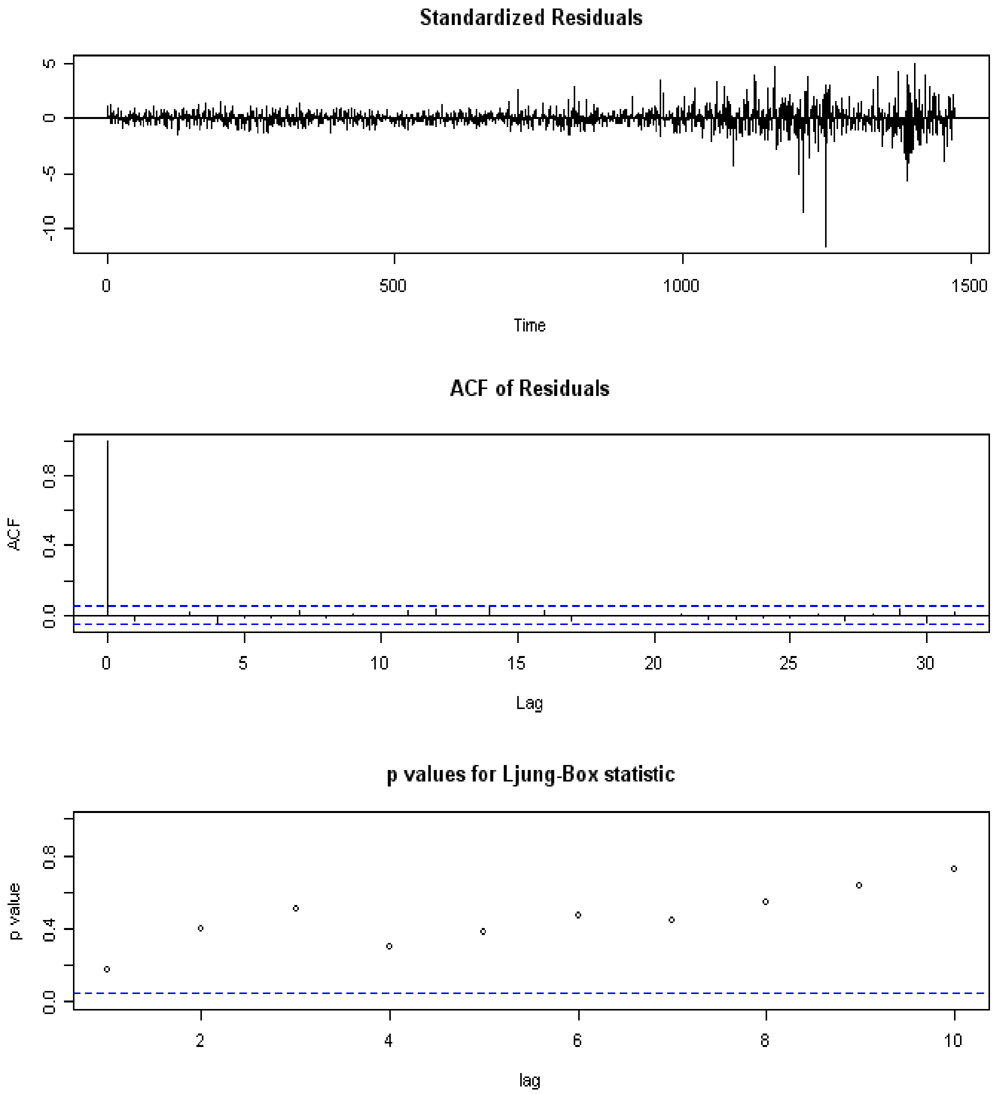
$$\begin{aligned}\Delta Y_t &= -1{,}4263 Y_{t-3} + 0{,}2132 Y_{t-4} - 0{,}0699 Y_{t-5} - 0{,}7123 Y_{t-6} + \\ &+ 1{,}4643 \varepsilon_{t-3} - 0{,}2019 \varepsilon_{t-4} + 0{,}0908 \varepsilon_{t-5} + 0{,}7681 \varepsilon_{t-6}\end{aligned}, \qquad \textbf{(2.4.7)}$$

kur $\{\varepsilon_t\}$ yra modelio liekanų procesas.



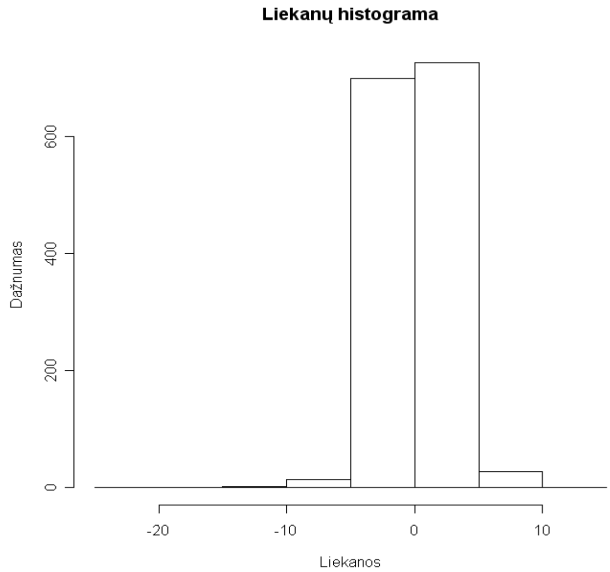
2.33. pav. Vieną kartą integruota periodo 2003.04.01 – 2009.02.09 laiko eilutė, integruotos eilutės autokoreliacijos ir dalinės autokoreliacijos grafikai

Modelio liekanų grafinė analizė (2.34. pav.) rodo, kad liekanos atitinka “geroms” liekanoms keliamus reikalavimus, kadangi liekanos išsidėsčiusios apie nulinę reikšmę, ACF grafike nėra reikšmingumo lygmenį kertančių stulpelių (stacionarumas), Box – Ljung testo *p – reikšmės* taip pat nekerta reikšmingumo lygmens žymos (nekoreliuotumas).



2.34. pav. Modelio ARIMA (6,1,6) su praleistais AR(1), AR (2), MA(1) ir MA(2) koeficientais liekanų analizė

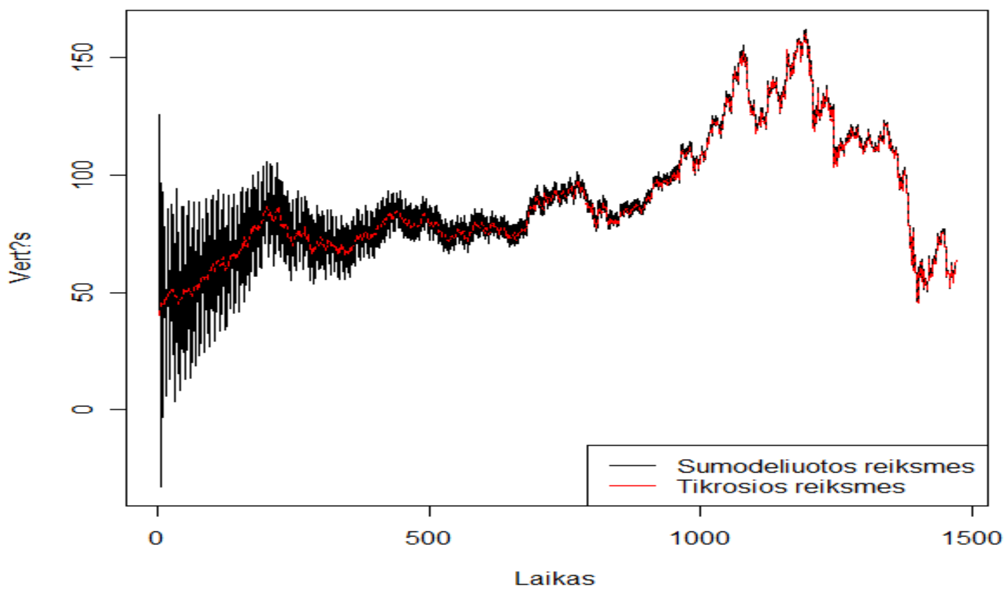
Modelio liekanų ADF testo *p – reikšmė* < 0,01 < 0,05, todėl hipotezė apie vienetinių šaknų egzistavimą atmetama, t.y. liekanų procesas yra stacionarus. Box – Ljung testo *p – reikšmė* = 0,8579 > 0,05, todėl hipotezė apie liekanų nekoreliuotumą neatmetama, t.y. liekanos yra nekoreliuotos. Liekanų vidurkis 0.01590172 yra artimas nuliui.



2.35. pav. Modelio ARIMA (6,1,6) su praleistais AR(1), AR (2), MA(1) ir MA(2) koeficientais liekanų histograma

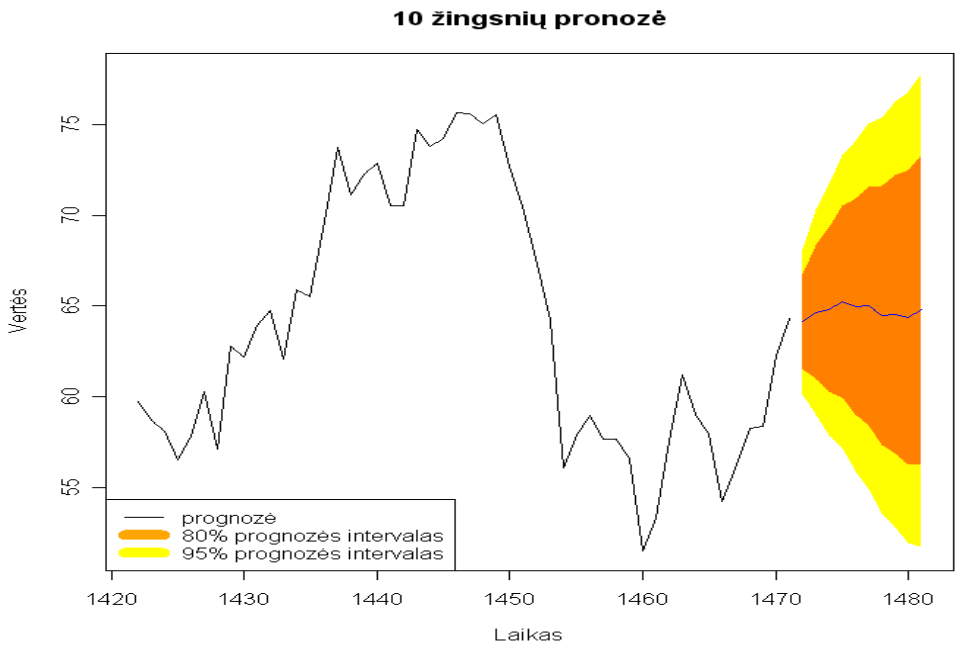
Taigi, rezultatai rodo, kad pasirinkto modelio liekanos sudaro baltojo triukšmo procesą, o tai reiškia, kad pasirinktas modelis yra geras.

2.36. paveiksle matyti, kad pasirinktu modeliu sugeneruotos akcijų kainos iš pradžių labai šokinėja ir nesutampa su tikrosiomis reikšmėmis. Ilgainiui skirtumai tarp sumodeliuotų ir tikrųjų kainų mažėja, ir galiausiai visiškai sutampa.



2.36. pav. Sumodeliuotų ir tikrųjų akcijų kainų palyginimas

Modelio ARIMA (6,1,6) su praleistais AR(1), AR (2), MA(1) ir MA(2) prognozės grafike (2.37. pav.) matyti akcijų kainų didėjimo ir mažėjimo periodai, prognozės intervalas nėra didelis.



2.37. pav. Modelio ARIMA (6,1,6) su praleistais AR(1), AR (2), MA(1) ir MA(2) prognozės

2.3.8. ARIMA modelių prognozių palyginimas

Turimai laiko eilutei modelis buvo ieškomas įvairiai skaidant eilutę į periodus. Norint palyginti gautus modelius, reikėtų palyginti jais gaunamas prognozes.

Lyginami šie modeliai:

1. Visa eilutė: ARIMA (12, 1, 1) su praleistais AR(2) – AR(11) koeficientais;
2. Eilutė nuo 2003.04.01: ARIMA (6, 1, 6) su praleistais AR(1), AR(2), MA(1), MA(2) koeficientais;
3. Eilutė nuo 2008.08.01: ARIMA (0, 1, 0) – atsitiktinis klaidžiojimas.

Modeliais gaunamos prognozės lyginamos su tikrosiomis akcijų kainomis, kurios modelių lyginimo metu jau buvo žinomos.

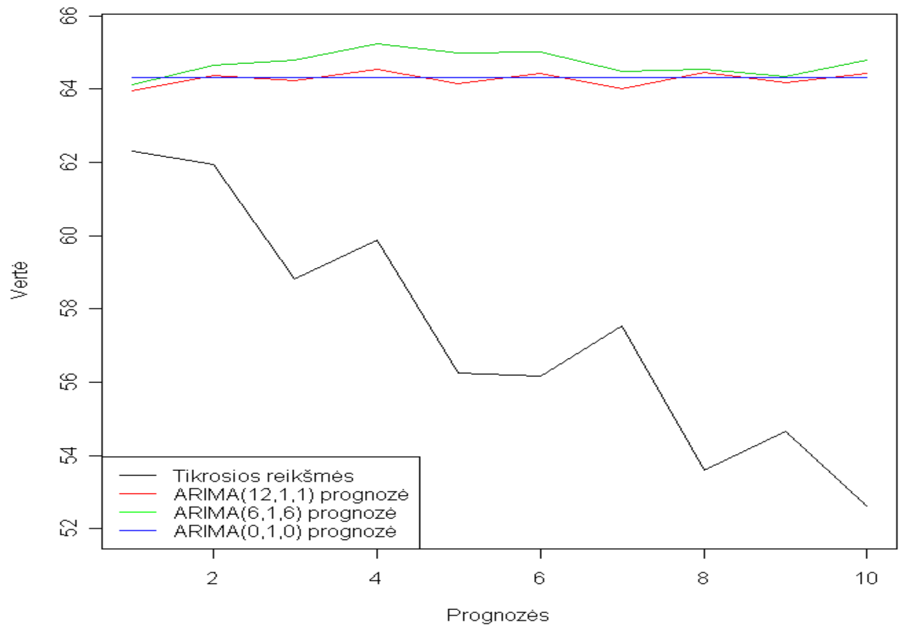
Kadangi tikrosios “ateities” akcijų kainos stebėtos vis dar esant nestabiliai ekonominei ir finansinei situacijai, teigti, kad modelių prognozės yra visiškai neteisingos, negalima. Iš kitos pusės, pirmojo žingsnio prognozės nėra labai stipriai nutolusios nuo tikrosios reikšmės.

2.4. lentelė

Modelių prognozių palyginimas su tikrosiomis reikšmėmis

Prognozės žingsnis	Tikrosios reikšmės	ARIMA (12,1,1)	ARIMA (6,1,6)	ARIMA (0,1,0)
1	62,30	63,95	64,14	64,32
2	61,95	64,36	64,66	64,32
3	58,82	64,23	64,79	64,32
4	59,89	64,53	65,24	64,32
5	56,26	64,16	65,00	64,32
6	56,16	64,42	65,01	64,32
7	57,54	64,01	64,49	64,32
8	53,59	64,46	64,55	64,32
9	54,66	64,18	64,36	64,32
10	52,61	64,43	64,80	64,32

Mažiausiai naudingas yra modelis ARIMA (0,1,0), kadangi šis modelis apskritai neprognozuoja. ARIMA (6, 1, 6) modelį galima būtų pavadinti optimistiškiausiu, kadangi šio modelio prognozuojamos kainos pasiekia aukščiausią lygį (2.38. pav.).



2.38. pav. Įvairių modelių ir tikrųjų reikšmių palyginimas

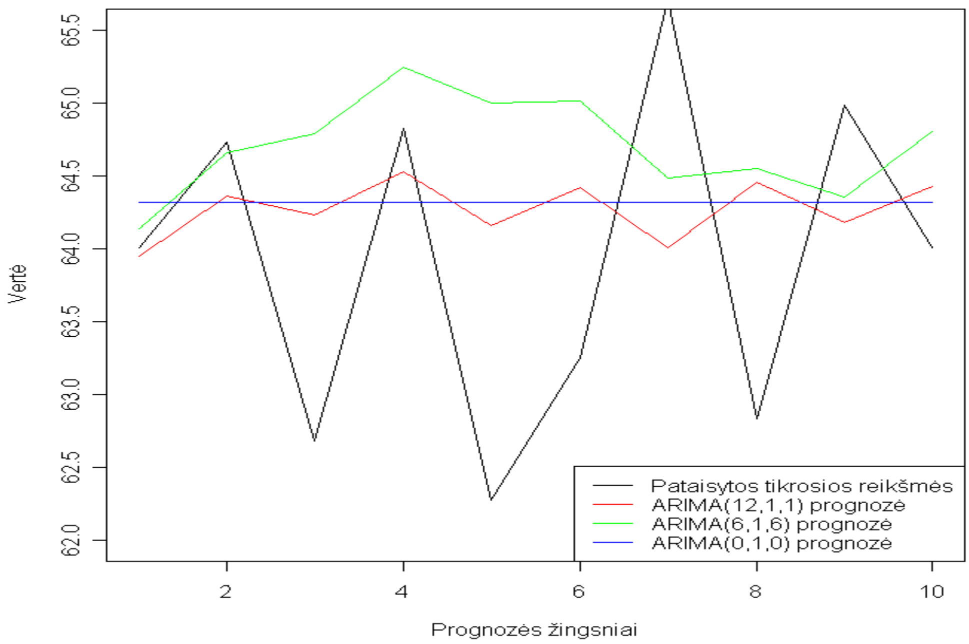
2.5. lentelė

Modelių prognozių kvadratinės paklaidos

ARIMA (12,1,1)	ARIMA (6,1,6)	ARIMA (0,1,0)
58.02022	64.05828	58.26624

Įvertinus modelio prognozių kvadratinę paklaidą, matyti, kad geriausias būtų modelis ARIMA (12, 1, 1) su praleistais AR(2) – AR(11) koeficientais (2.5. lentelė). To galima buvo tikėtis turint omeny, kad ARIMA modelių prognozėms įtakos turi duomenų kiekis. Ne ką didesnę kvadratinė paklaida gaunama atsitiktinio klaidžiojimo modeliui (ARIMA (0, 1, 0)), tačiau šio modelio prognozės yra konstanta, todėl pasikliauti šiuo modeliu sunku.

Kadangi turimi modeliai netinkami prognozavimui esant nestabilioms rinkos sąlygoms, galbūt jie gali būti naudingi spėjant akcijų kainų kilimą arba kritimą (2.39. pav.). “Pataisius” tikrąsias reikšmes, matosi, kad prognozuojamų kainų kitimo tendencijos iki 7-o žingsnio sutampa su tikrųjų kainų kitimu, išskyrus, žinoma, ARIMA (0,1,0) prognozes. Todėl, jei ne pačių kainų prognozavimui, tai bent kainų pokyčių tendencijoms nustatyti ARIMA modeliai yra tinkami.



2.39. pav. Įvairių modelių ir tikrųjų kainų kitimo tendencijų palyginimas

3. PROGRAMINĖ REALIZACIJA

Darbe akcijų kainų eilutės modeliavimui naudojamas pasaulinės statistikų bendruomenės GNU programos pagrindu kuriamas produktas R – sparčiai vystomas tarptautinis projektas, leidžiantis spręsti praktiškai visus statistikos uždavinius. Šis paketas yra nemokamas (pagal *Free Software Foundation's GNU General Public License*).

R yra integruotas programinės įrangos rinkinys, skirtas duomenų valdymui, skaičiavimui ir grafiniam vaizdavimui. Šiame pakete yra:

- efektyvios duomenų apdorojimo ir saugojimo galimybės;
- operatoriai, dirbantys su vektoriais, matricomis;
- tarpiniai duomenų analizės įrankiai;
- duomenų grafinės analizės galimybės;
- išvystyta, paprasta ir efektyvi programavimo kalba.

Skaičiavimams naudotos standartinės paketo funkcijos, iškilusiems šio darbo uždaviniams spręsti sudarytos naujos funkcijos, grafinei realizacijai reikalingos užklausos bei gauti rezultatai pateikiami prieduose tokia tvarka:

- 1 priedas – Atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės testavimas (autokoreliacijos koeficientų, *Q* – statistikos, variacijų santykio skaičiavimai).
- 2 – 8 priedai – ARIMA modelio taikymas (duomenų integravimas, modelio parinkimas, liekanų analizė, sumodeliuotų akcijų kainų palyginimas su tikrosiomis reikšmėmis, prognozavimas, grafinis rezultatų pateikimas):
  - 2 priedas – periodas 2001.03.12 – 2009.02.09;
  - 3 priedas – periodas 2001.03.12 – 2003.03.31;
  - 4 priedas – periodas 2003.04.01 – 2008.07.31;
  - 5 priedas – periodas 2003.04.01 – 2007.01.24;
  - 6 priedas – periodas 2007.01.25 – 2008.07.31;
  - 7 priedas – periodas 2008.08.01 – 2009.02.09;
  - 8 priedas – periodas 2003.04.01 – 2009.02.09.
- 9 priedas – ARIMA modelių prognozių palyginimas (prognozių skaitinių reikšmių palyginimas, grafinis prognozių palyginimas, kainų polyčių tendencijų palyginimas).

IŠVADOS

- Kadangi atsitiktinio klaidžiojimo hipotezė neatmetama (beveik visuose intervaluose) remiantis autokoreliacijų koeficientų, Q – statistikos ir variacijų santykio kriterijais, galima teigti, kad Siemens AG akcijos yra įkainotos efektyviai.
- Atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės galiojimas yra pakankama efektyviosios akcijų rinkos sąlyga. Tai reiškia, kad Siemens AG akcijų kainos pilnai atspindi visą turimą informaciją.
- Pasirinkto pavyzdžio analizė rodo, kad galima rasti pakankamai gerą ARIMA modelį, kuriuo galima prognozuoti akcijų kainas arba, esant nestabilioms rinkos sąlygoms, bent jau akcijų kainų kitimo tendencijas.
- Geriausios prognozės gaunamos tik vienam žingsniui į priekį.
- Gauti rezultatai rodo ir bendrus ARIMA modelių prognozėms būdingus bruožus, t.y. “geros” prognozės gaunamos tik trumpam laikotarpiui; geriau prognozuoja modeliai, sudaryti didesniam kiekiui duomenų.

LITERATŪROS SĄRAŠAS

1. *Advanced Forecasting Techniques and Models: ARIMA. Short Examples Series using Risk Simulator*. Real options Valuation, www.realoptionsvaluation.com
2. Cai, Y. *Multivariate Statistics and Time Series. Lecture notes*. University of Plymouth, United Kingdom
3. Campbell J. Y., Lo, A. W., Craig MacKinlay, A. *Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press. 1996
4. Carmichael, B. *Asser Pricing in Consumption Models: A Survey of the Literature*. Proceedings of a conference held by the Bank of Canada, May 1998
5. Chen, J. H. *Variance Ratio Tests Of Random Walk Hypothesis of The Euro Exchange Rate*. International Business and Economics Research Journal, Vol. 7, No. 12, 2008
6. Kavaliauskas, M., Rudzkis, R. *Laiko eilučių analizė*. *Paskaitų konspektas*. Kaunas, 2007
7. Lapinskas, R. *Įvadas į statistiką su R*. Vilniaus universitetas. 2002
8. Leipus, R. *Finansinės laiko eilutės*. *Paskaitų konspektas*. Vilnius, 2006
9. Leipus, R., Norvaiša, R. *Finansų rinkos teorijų pagrindai*. Pinigų studijos 2003 Nr. 4
10. Pant B., Bishnoi, T. R. *Testing Random Walk Hypothesis of Indian Stock Market Indices*. Nirma Institute of Management, Ahmedabad
11. Sparks, J. J., Yurova, Y. V. *Comparative Performance of ARIMA and ARCH/GARCH Models on Time Series of Daily Equity Prices for Large Companies*. Department of Information and Decision Sciences, University of Illinois, Chicago
12. Zoonekynd, V. *Time series*. http://zoonek.free.fr
13. www.stat.pitt.edu/stoffer/tsa2/R_time_series_quick_fix.htm
14. http://mathworld.wolfram.com
15. www.r-project.org
16. www.siemens.com
17. http://finance.yahoo.com
18. www.investopedia.com

PRIEDAI

1 priedas. Atsitiktinio klaidžiojimo hipotezės testavimas

Duomenų nuskaitymas

```
duom <- scan(file=file.choose())
```

Grąžos $R_t = \ln S_t - \ln S_{t-1}$

```
R <- log(duom[2:length(duom)])-log(duom[1:(length(duom)-1)])
```

Vidutinė grąža

```
mean(R)
```

Grąžų standartinis pasiskirstymas

```
sd(R)
```

Autokovariacijos skaičiavimo funkcija

$$\rho(k) \equiv \frac{\mathrm{cov}(r_t, r_{t+k})}{\sqrt{\mathrm{var}(r_t)}\sqrt{\mathrm{var}(r_{t+k})}} = \frac{\mathrm{cov}(r_t, r_{t+k})}{\mathrm{var}(r_t)} = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)}.$$

Kovariacijos funkcija

```
g0<-cov(R,R)
g<-function(m){
g<-cov(R[(m+1): length(R)],R[1:( length(R)-m)])}
```

Koreliacijos fukcija

```
G<-function(m){
g<-g(m)
G<-g/g0}
```

Q – statistika

$$Q_m = T\sum_{k=1}^{m}\rho^2(k)$$

```
Q<-function(m){
A<-vector()
for (i in 1:m) {
A[i]<-G(i)}
Q<-r*sum(A^2)}
```

Variacijos koeficientas

$$VR(q) = \frac{\mathrm{var}[r_t(q)]}{q\cdot \mathrm{var}[r_t]} = 1 + 2\sum_{k=1}^{q-1}(1-\frac{k}{q})\rho(k)$$

```
VR<-function(q) {
A<-vector()
for (k in 1:q) {
B<-G(k)
A[k]<-(1-(k/q))*B }
VR<-1+2*sum(A)}
```

Lo – Mackinley variacijos koeficiento testas

```
library(vrtest)
p<-c(2, 4, 8, 16)
Lo.Mac(R.visas, p)
```

2 priedas. ARIMA modelio taikymas: periodas 2001.03.12 – 2009.02.09

Grafinis duomenų pateikimas

```
SI.visas <- scan(file=file.choose())
plot (SI.visas, type='l', axes=F, main = "Siemens AG akcijų kainos
biržos atidarymo metu”, xlab = "Laikas (dienomis)", ylab = "Kaina")
zymes <- c(2001, 2002, 2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009)
axis(1,at=c(1,202,452,704,956,1208,1459,1707,1958), labels=zymes,
cex=0.2)
axis(2)
box()
```

Vieną kartą diferencijuotos eilutės grafinis pateikimas, diferencijuotos eilutės autokoreliacijos funkcija ir dalinės autokoreliacijos fukcija

```
int.SI <- diff(SI.visas)
layout(matrix(c(1,1,2,3), ncol=2, byrow=TRUE))
plot(int.SI, type="l", main=”Vieną kartą integruota eilutė”)
acf(int.SI, main=”ACF”)
pacf(int.SI, main=”PACF”)
```

Diferencijuotos eilutės ADF testas

```
adf.test(int.SI)

        Augmented Dickey-Fuller Test

data:  int.SI
Dickey-Fuller = -12.043, Lag order = 12, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(int.SI) : p-value smaller than printed p-value
```

Modelio parinkimas

```
m <- arima (SI.visas, order = c(p, 1, q))
MSE <- mean(m$res^2)
MAE <- mean(abs(m$res))
```

Modelio ARIMA (12,1,1) su praleistais AR(2) – AR(11) koeficientais koeficientų radimas

```
mod.SI <- arima (SI.visas, order = c(12, 1, 1),
fixed=c(NA,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,NA,NA))

Series: SI.visas
ARIMA(12,1,1)

Call: arima(x = SI.visas, order = c(12, 1, 1), fixed = c(NA, 0, 0, 0,
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, NA, NA))

Coefficients:
          ar1  ar2  ar3  ar4  ar5  ar6  ar7  ar8  ar9  ar10  ar11
ar12
      -0.8573    0    0    0    0    0    0    0    0     0     0
0.0515
s.e.   0.0550    0    0    0    0    0    0    0    0     0     0
0.0151
         ma1
      0.8557
s.e.  0.0581

sigma^2 estimated as 4.786:  log likelihood = -4364.08
AIC = 8736.15   AICc = 8736.37   BIC = 8814.44
```

Modelio liekanų grafinė analizė analizė

```
tsdiag(mod.SI)
```

Modelio liekanų ADF testas

```
adf.test(mod.SI$res)

Augmented Dickey-Fuller Test

data:  mod.SI$res
Dickey-Fuller = -12.0284, Lag order = 12, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(mod.SI$res) : p-value smaller than printed p-value
```

Modelio liekanų Box – Ljung testas

```
Box.test(mod.SI$res,lag=round(10*log10(length(mod.SI$res))),
type="Ljung")

Box-Ljung test

data:  mod.SI$res
X-squared = 25.2616, df = 33, p-value = 0.8303
```

Modelio liekanų vidurkis ir histograma

```
mean(mod.SI$res)

hist(mod.SI$res, main=”Liekanų histograma”, xlab=”Liekanos”,
ylab=”Dažnumas”)
```

Tikrųjų ir sumodeliuotų reikšmių palyginimas

```
Y<-vector() # Diferencijuotų reikšmių vektorius
Y[1:12]<-SI.visas[1:12]
for (i in 13:1983) {
Y[i]<-Y[i-1]*(-0.8573)+0.0515*Y[i-12]+mod.SI$res[i]+0.8557*
mod.SI$res[i-1]}

X<-vector() # Sumodeliuotų akcijų kainų vektorius
X[1:12]<-Y[1:12]
for (j in 13:1983){
X[j]<-X[j-1]+Y[j]}

plot(X,type=’l’, xlab=”Laikas”,ylab=”Vertės”)
lines(SI.visas,col=2)
info <- c("Sumodeliuotos reikšmės", "Tikrosios reikšmės")
legend("bottomright", info, lty = 1, lwd=c(1, 1), col = c("black",
"red"))
```

Prognozavimas pasirinktu modeliu

```
prognoze <- predict(mod.SI, n.ahead = 10)

$pred
Time Series:
Start = 1984
```

```
End = 1993
Frequency = 1
 [1] 63.95258 64.36124 64.23019 64.52989 64.15973 64.42198 64.00517
64.45719
 [9] 64.18345 64.42533

$se
Time Series:
Start = 1984
End = 1993
Frequency = 1
 [1] 2.187753 3.091555 3.787065 4.372085 4.888529 5.354654 5.783923
6.182988
 [9] 6.558197 6.912759
```

Grafinis 10 žingsnių prognozės pateikimas

```
plot(forecast(Mod.SI, 10), include=50, main = "10 žingsnių prognozė",
xlab = "Akcijos", ylab = "Vertės")
info <- c("prognozė", "80% prognozės intervalas", "95% prognozės
intervalas")
legend("bottomleft", info, lty = 1, lwd=c(1, 10, 10), col = c("black",
"orange", "yellow"))
```

3 priedas. ARIMA modelio takymas: periodas 2001.03.12 – 2003.03.31

Grafinis duomenų pateikimas

```
SI1 <- scan(file=file.choose())
plot (SI1, type='l', axes = F, main = "Siemens AG akcijų kainos biržos
atidarymo metu”, sub=”Periodas 2001.03.12 – 2003.03.31", xlab = "Laikas
(dienomis)", ylab = "Kaina")
zymes <- c(2001, 2002, 2003)
axis(1,at=c(1,202,452), labels=zymes, cex=0.2)
axis(2)
box()
```

Vieną kartą diferencijuotos eilutės grafinis pateikimas, diferencijuotos eilutės autokoreliacijos funkcija ir dalinės autokoreliacijos fukcija

```
int.SI1 <- diff(SI1)
layout(matrix(c(1,1,2,3), ncol=2, byrow=TRUE))
plot(int.SI1, type="l", main=”Vieną kartą integruota eilutė”)
acf(int.SI1, main=”ACF”)
pacf(int.SI1, main=”PACF”)
```

Diferencijuotos eilutės ADF testas

```
adf.test(int.SI1)

Augmented Dickey-Fuller Test

data:  int.SI1
Dickey-Fuller = -8.1107, Lag order = 7, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(int.SI1) : p-value smaller than printed p-value
```

Modelio ARIMA (2,1,2) koeficientų radimas

```
mod.SI1 <- arima (SI1, order = c(2, 1, 2))
Series: SI1
ARIMA(2,1,2)
Coefficients:
```

```
           ar1      ar2     ma1     ma2
       -1.4162  -0.9000  1.4461  0.9578
s.e.   0.0447    0.0599  0.0314  0.0491
sigma^2 estimated as 6.43:  log likelihood = -1200.77
AIC = 2411.55   AICc = 2411.67   BIC = 2432.73
```

Modelio liekanų grafinė analizė analizė

```
tsdiag(mod.SI1)
```

Modelio liekanų ADF testas

```
adf.test(mod.SI1$res)

        Augmented Dickey-Fuller Test

data:  mod.SI1$res
Dickey-Fuller = -7.8877, Lag order = 7, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(mod.SI1$res) : p-value smaller than printed p-value
```

Modelio liekanų Box – Ljung testas

```
Box.test(mod.SI1$res,lag=round(10*log10(length(mod.SI1$res))),
type="Ljung")

Box-Ljung test

data:  mod.SI1$res

X-squared = 25.8797, df = 27, p-value = 0.5253
```

Modelio liekanų vidurkis ir histograma

```
mean(mod.SI1$res)

hist(mod.SI1$res, main=”Liekanų histograma”, xlab=”Liekanos”,
ylab=”Dažnumas”)
```

Tikrųjų ir sumodeliuotų reikšmių palyginimas

```
Y<-vector()
Y[1]<-SI1[1]
Y[2]<-Y[1]+ mod.SI1$res[2]+1.4461* mod.SI1$res[1]
for (i in 3:512) {
Y[i]<-Y[i-1]*(-1.4162)-0.9*Y[i-2]+mod.SI1$res[i]+1.4461*mod.SI1$res[i-
1]+0.9578* mod.SI1$res[i-2]}

X<-vector()
X[1]<-Y[1]
for (j in 2:512){
X[j]<-X[j-1]+Y[j]}

plot(X,type='l', xlab="Laikas",ylab="Vertės")
lines(SI1,col=2)
info <- c("Sumodeliuotos reikšmės", "Tikrosios reikšmės")
legend("topright", info, lty = 1, lwd=c(1, 1), col = c("black", "red"))
```

Prognozavimas pasirinktu modeliu

```
prognoze <- predict(mod.SI1, n.ahead = 10)

$pred
Time Series:
Start = 513
End = 522
Frequency = 1
 [1] 40.96958 40.80607 40.88501 40.92038 40.79924 40.93897 40.85011
40.85019
 [9] 40.93005 40.81688

$se
Time Series:
Start = 513
End = 522
Frequency = 1
 [1] 2.535758 3.640069 4.502882 5.163519 5.811550 6.358532 6.860950
7.358336
 [9] 7.786201 8.219270
```

Grafinis 10 žingsnių prognozės pateikimas

```
plot(forecast(mod.SI1, 10), include=50, main = "10 žingsnių prognozė",
xlab = "Akcijos", ylab = "Vertės")
info <- c("prognozė", "80% prognozės intervalas", "95% prognozės
intervalas")
legend("bottomleft", info, lty = 1, lwd=c(1, 10, 10), col = c("black",
"orange", "yellow"))
```

4 priedas. ARIMA modelio takymas: periodas 2003.04.01 – 2008.07.31

Grafinis duomenų pateikimas

```
SI2 <- scan(file=file.choose())
plot (SI2, type='l', axes = F, main = "Siemens AG akcijų kainos biržos atidarymo metu”, sub=”Periodas 2003.04.01 – 2008.07.31", xlab = "Laikas (dienomis)", ylab = "Kaina")
zymes <- c(2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008)
axis(1,at=c(1,192,444,695,947,1195), labels=zymes, cex=0.2)
axis(2)
box()
```

Vieną kartą diferencijuotos eilutės grafinis pateikimas, diferencijuotos eilutės autokoreliacijos funkcija ir dalinės autokoreliacijos fukcija

```
int.SI2 <- diff(SI2)
layout(matrix(c(1,1,2,3), ncol=2, byrow=TRUE))
plot(int.SI2, type="l", main=”Vieną kartą integruota eilutė”)
acf(int.SI2, main=”ACF”)
pacf(int.SI2, main=”PACF”)
```

Diferencijuotos eilutės ADF testas

```
adf.test(int.SI2)

        Augmented Dickey-Fuller Test

data:  int.SI2
Dickey-Fuller = -9.7387, Lag order = 11, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(int.SI2) : p-value smaller than printed p-value
```

Diferencijuotos eilutės KPSS testas

```
kpss.test(int.SI2)

        KPSS Test for Level Stationarity
```

```
data:  int.SI2
KPSS Level = 0.059, Truncation lag parameter = 8, p-value = 0.1

Warning message:
In kpss.test(int.SI2) : p-value greater than printed p-value
```

Diferencijuotos eilutės Phillips – Perron testas

```
pp.test(int.SI2)

        Phillips-Perron Unit Root Test

data:  int.SI2
Dickey-Fuller Z(alpha) = -1431.489, Truncation lag parameter = 7,
p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In pp.test(int.SI2) : p-value smaller than printed p-value
```

Modelio ARIMA (2,1,2) koeficientų radimas

```
mod.SI2 <- arima (SI2, order = c(2, 1, 2))

Series: SI2
ARIMA(2,1,2)

Call: arima(x = SI2, order = c(2, 1, 2))

Coefficients:
          ar1      ar2     ma1     ma2
      -0.2706  -0.9232  0.2291  0.9328
s.e.   0.0333   0.0439  0.0284  0.0452

sigma^2 estimated as 3.382:  log likelihood = -2713.79
AIC = 5437.58   AICc = 5437.62   BIC = 5463.57
```

Modelio liekanų grafinė analizė analizė

```
tsdiag(mod.SI2$res)
```

Modelio liekanų ADF testas

```
adf.test(mod.SI2$res)
Augmented Dickey-Fuller Test

data:  mod.SI2$res
Dickey-Fuller = -9.6432, Lag order = 11, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(mod.SI2$res) : p-value smaller than printed p-value
```

Modelio liekanų Box – Ljung testas

```
Box.test(mod.SI2$res,lag=round(10*log10(length(mod.SI2$res))),
type="Ljung")

        Box-Ljung test

data:  mod.SI2$res

X-squared = 53.256, df = 31, p-value = 0.007722
```

Modelio ARIMA (3,1,2) koeficientų radimas

```
mod.SI2 <- arima (SI2, order = c(3, 1, 2))

Series: SI2
ARIMA(3,1,2)

Call: arima(x = SI2, order = c(3, 1, 2))

Coefficients:
          ar1      ar2      ar3     ma1     ma2
      -0.2907  -0.9435  -0.0264  0.2289  0.9470
s.e.   0.0415   0.0347   0.0292  0.0309  0.0301

sigma^2 estimated as 3.38:  log likelihood = -2713.39
AIC = 5438.78   AICc = 5438.84   BIC = 5469.97
```

Modelio liekanų grafinė analizė analizė

```
tsdiag(mod.SI2$res)
```

Modelio liekanų ADF testas

```
adf.test(mod.SI2$res)

        Augmented Dickey-Fuller Test

data:  mod.SI2$res
Dickey-Fuller = -9.6217, Lag order = 11, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(mod.SI2$res) : p-value smaller than printed p-value
```

Modelio liekanų Box – Ljung testas

```
Box.test(mod.SI2$res,lag=round(10*log10(length(mod.SI2$res))),
type="Ljung")

Box-Ljung test

data:  mod.SI2$res

X-squared = 51.786, df = 31, p-value = 0.01102
```

5 priedas. ARIMA modelio takymas: periodas 2003.04.01 – 2007.01.24

Grafinis duomenų pateikimas

```
SI21 <- scan(file=file.choose())
plot (SI21, type='l', axes = F, main = "Siemens AG akcijų kainos biržos
atidarymo metu”, sub=”Periodas 2003.04.01 – 2007.01.24", xlab = "Laikas
(dienomis)", ylab = "Kaina")
zymes <- c(2003, 2004, 2005, 2006, 2007)
axis(1,at=c(1,192,444,696,947), labels=zymes, cex=0.2)
axis(2)
box()
```

Vieną kartą diferencijuotos eilutės grafinis pateikimas, diferencijuotos eilutės autokoreliacijos funkcija ir dalinės autokoreliacijos fukcija

```
int.SI21 <- diff(SI21)
layout(matrix(c(1,1,2,3), ncol=2, byrow=TRUE))
plot(int.SI21, type="l", main=”Vieną kartą integruota eilutė”)
acf(int.SI21, main=”ACF”)
pacf(int.SI21, main=”PACF”)
```

Diferencijuotos eilutės ADF testas

```
adf.test(int.SI21)

        Augmented Dickey-Fuller Test

data:  int.SI21
Dickey-Fuller = -11.0647, Lag order = 9, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(int.SI21) : p-value smaller than printed p-value
```

Modelio paieška

```
mod.SI21<-auto.arima(SI21)

Series: SI21
ARIMA(1,1,0) with drift
```

```
Call: auto.arima(x = SI21)

Coefficients:
         ar1   drift
      0.0154  0.0581
s.e.  0.0323  0.0354

sigma^2 estimated as 1.165:  log likelihood = -1435.42
AIC = 2876.84   AICc = 2876.87   BIC = 2891.44
```

Modelio liekanų grafinė analizė analizė

```
tsdiag(mod.SI21)
```

Modelio liekanų ADF testas

```
adf.test(mod.SI21$res)

        Augmented Dickey-Fuller Test

data:  mod.SI21$res
Dickey-Fuller = -11.0679, Lag order = 9, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(mod.SI21$res) : p-value smaller than printed p-value
```

Modelio liekanų Box – Ljung testas

```
Box.test(mod.SI21$res,lag=round(10*log10(length(mod.SI21$res))),
type="Ljung")

        Box-Ljung test

data:  mod.SI21$res
X-squared = 32.6384, df = 30, p-value = 0.3384
```

Modelio liekanų vidurkis ir histograma

```
mean(mod.SI21$res)
```

```
hist(mod.SI21$res,main="Liekanų histograma", xlab="Liekanos",
ylab="Dažnumas")
```

Tikrųjų ir sumodeliuotų reikšmių palyginimas

```
Y<-vector()
Y[1]<-SI21[1]
for (i in 2:961) {
Y[i]<-0.0581+0.0154*Y[i-1]+mod.SI21$res[i]}

X<-vector()
X[1]<-Y[1]
for (j in 2:961){
X[j]<-X[j-1]+Y[j]}

plot(X,type='l', xlab="Laikas",ylab="Vertės")
lines(SI21,col=2)
info <- c("Sumodeliuotos reikšmės", "Tikrosios reikšmės")
legend("bottomright", info, lty = 1, lwd=c(1, 1), col = c("black",
"red"))
```

Prognozavimas pasirinktu modeliu

```
prognoze <- predict(mod.SI21, newxreg=10, n.ahead = 10)
prognoze
$pred
Time Series:
Start = 962
End = 971
Frequency = 1
 [1] 42.81509 42.81522 42.81522 42.81522 42.81522 42.81522 42.81522
42.81522
 [9] 42.81522 42.81522

$se
Time Series:
Start = 962
End = 971
Frequency = 1
 [1] 1.079277 1.538145 1.888783 2.183832 2.443511 2.678128 2.893785
3.094448
 [9] 3.282870 3.461048
```

Grafinis 10 žingsnių prognozės pateikimas

```
plot(forecast(mod.SI21, 10), include=100, main = "10 žingsnių prognozė", xlab = "Laikas", ylab = "Vertės")
info <- c("prognozė", "80% prognozės intervalas", "95% prognozės intervalas")
legend("bottomright", info, lty = 1, lwd=c(1, 10, 10), col = c("black", "orange", "yellow"))
```

6 priedas. ARIMA modelio takymas: periodas 2007.01.25 – 2008.07.31

Grafinis duomenų pateikimas

```
SI22 <- scan(file=file.choose())
plot (SI22, type='l', axes = F, main = "Siemens AG akcijų kainos biržos
atidarymo metu”, sub=”Periodas 2007.01.25 – 2008.07.31", xlab = "Laikas
(dienomis)", ylab = "Kaina")
zymes <- c(2007,2008)
axis(1,at=c(1,234), labels=zymes, cex=0.2)
axis(2)
box()
```

Vieną kartą diferencijuotos eilutės grafinis pateikimas, diferencijuotos eilutės autokoreliacijos funkcija ir dalinės autokoreliacijos fukcija

```
int.SI22 <- diff(SI22)
layout(matrix(c(1,1,2,3), ncol=2, byrow=TRUE))
plot(int.SI22, type="l", main=”Vieną kartą integruota eilutė”)
acf(int.SI22, main=”ACF”)
pacf(int.SI22, main=”PACF”)
```

Diferencijuotos eilutės ADF testas

```
adf.test(int.SI22)

Augmented Dickey-Fuller Test

data:  int.SI22
Dickey-Fuller = -7.214, Lag order = 7, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(int.SI22) : p-value smaller than printed p-value
```

Modelio parinkimas

```
mod.SI22<-auto.arima(SI22)

Series: SI22
```

```
ARIMA(0,1,1)

Call: auto.arima(x = SI22)

Coefficients:
          ma1
      -0.0863
s.e.   0.0491

sigma^2 estimated as 8.97:  log likelihood = -948.49
AIC = 1900.98   AICc = 1901.02   BIC = 1908.85
```

Modelio liekanų grafinė analizė analizė

```
 tsdiag(mod.SI22$res)
```

Modelio liekanų ADF testas

```
adf.test(mod.SI22$res)

        Augmented Dickey-Fuller Test

data:  mod.SI22$res
Dickey-Fuller = -7.1572, Lag order = 7, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(mod.SI22$res) : p-value smaller than printed p-value
```

Modelio liekanų Box – Ljung testas

```
Box.test(mod.SI22$res,lag=round(10*log10(length(mod.SI22$res))),
type="Ljung")

        Box-Ljung test

data:  mod.SI22$res
X-squared = 23.786, df = 26, p-value = 0.5882
```

Modelio liekanų vidurkis ir histograma

```
mean(mod.SI22$res)
hist(mod.SI22$res,main="Liekanų histograma", xlab="Liekanos",
ylab="Dažnumas")
```

Tikrųjų ir sumodeliuotų reikšmių palyginimas

```
Y<-vector()
Y[1]<-SI22[1]
for (i in 2:378) {
Y[i]<- mod.SI22$res[i]-0.0863*mod.SI22$res[i-1]}

X<-vector()
X[1]<-Y[1]
for (j in 2:378){
X[j]<-X[j-1]+Y[j]}

plot(X,type=’l’, xlab=”Laikas”,ylab=”Vertės”)
lines(SI22,col=2, lty=2)
info <- c("Sumodeliuotos reikšmės", "Tikrosios reikšmės")
legend("topright", info, lty = 1, lwd=c(1, 1), col = c("black", "red"))
```

Prognozavimas pasirinktu modeliu

```
prognoze <- predict(mod.SI22, n.ahead = 10)

$pred
Time Series:
Start = 379
End = 388
Frequency = 1
 [1] 121.7805 121.7805 121.7805 121.7805 121.7805 121.7805 121.7805
121.7805
 [9] 121.7805 121.7805

$se
Time Series:
Start = 379
End = 388
Frequency = 1
 [1] 2.995007 4.056861 4.893482 5.606623 6.238772 6.812512 7.341551
7.834949
 [9] 8.299065 8.738566
```

Grafinis 10 žingsnių prognozės pateikimas

```
plot(forecast(mod.SI22, 10), include=100, main = "10 žingsnių prognozė", xlab = "Laikas", ylab = "Vertės")
info <- c("prognozė", "80% prognozės intervalas", "95% prognozės intervalas")
legend("topleft", info, lty = 1, lwd=c(1, 10, 10), col = c("black", "orange", "yellow"))
```

7 priedas. ARIMA modelio taikymas: periodas 2008.08.01 – 2009.02.09

Grafinis duomenų pateikimas

```
SI3 <- scan(file=file.choose())
plot (SI3, type='l', axes = F, main = "Siemens AG akcijų kainos biržos
atidarymo metu”, sub=”Periodas 2008.08.01 – 2009.02.09", xlab = "Laikas
(dienomis)", ylab = "Kaina")
zymes <- c(2008, 2009)
axis(1,at=c(1,107), labels=zymes, cex=0.2)
axis(2)
box()
```

Vieną kartą diferencijuotos eilutės grafinis pateikimas, diferencijuotos eilutės autokoreliacijos funkcija ir dalinės autokoreliacijos fukcija

```
int.SI3 <- diff(SI3)
layout(matrix(c(1,1,2,3), ncol=2, byrow=TRUE))
plot(int.SI3, type="l", main=”Vieną kartą integruota eilutė”)
acf(int.SI3, main=”ACF”)
pacf(int.SI3, main=”PACF”)
```

Diferencijuotos eilutės ADF testas

```
adf.test(int.SI3)

        Augmented Dickey-Fuller Test

data:  int.SI3
Dickey-Fuller = -4.4824, Lag order = 5, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(int.SI3) : p-value smaller than printed p-value
```

Modelio parinkimas

```
mod.SI3<-auto.arima(SI3)
ARIMA(0,1,0)
```

```
Call: auto.arima(x = SI3)

sigma^2 estimated as 12.69:  log likelihood = -352.33
AIC = 706.65   AICc = 706.69   BIC = 709.53
```

8 priedas. ARIMA modelio taikymas: periodas 2003.04.01 – 2009.02.09

Grafinis duomenų pateikimas

```
SI <- scan(file=file.choose())
plot(SI, type='l', axes = F,xlab = "Laikas (dienomis)", ylab = "Kaina")
zymes <- c(2003, 2004, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009)
axis(1,at=c(1,192,444,696,947,1195,1446),labels=zymes, cex=0.2)
axis(2)
box()
```

Vieną kartą diferencijuotos eilutės grafinis pateikimas, diferencijuotos eilutės autokoreliacijos funkcija ir dalinės autokoreliacijos fukcija

```
int.SI <- diff(SI)
layout(matrix(c(1,1,2,3), ncol=2, byrow=TRUE))
plot(int.SI, type="l", main=”Vieną kartą integruota eilutė”)
acf(int.SI, main=”ACF”)
pacf(int.SI, main=”PACF”)
```

Diferencijuotos eilutės ADF testas

```
adf.test(dSI)

        Augmented Dickey-Fuller Test

data:  dSI
Dickey-Fuller = -10.2039, Lag order = 11, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(dSI) : p-value smaller than printed p-value
```

Modelio ARIMA (6, 1, 6) su praleistais AR(1), AR(2), MA(1) ir MA(2) koeficientais koeficientų radimas

```
mod<-arima(SI, order=c(6,1,6),fixed=c(0,0,NA,NA,NA,NA,0,0,NA,NA,NA,NA))
       ar1 ar2  ar3    ar4     ar5    ar6  ma1  ma2  ma3    ma4
        0   0 -1.4263 0.2132 -0.0699 -0.7123 0    0  1.4643 -0.2019
s.e.   0  0   0.0869 0.0374 0.0369  0.0863  0    0  0.0757  0.0326
```

```
         ma5     ma6
      0.0908  0.7681
s.e.  0.0330  0.0752

sigma^2 estimated as 4.151:  log likelihood = -3132.91,
aic = 6283.82
```

Modelio liekanų grafinė analizė analizė

```
tsdiag(mod)
```

Modelio liekanų ADF testas

```
adf.test(mod$res)

        Augmented Dickey-Fuller Test

data:  mod$res
Dickey-Fuller = -10.6217, Lag order = 11, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(mod$res) : p-value smaller than printed p-value
```

Modelio liekanų Box – Ljung testas

```
Box.test(mod$res,lag=round(10*log10(length(mod$res))), type="Ljung")

        Box-Ljung test

data:  mod$res
X-squared = 23.6191, df = 32, p-value = 0.8579
```

Modelio liekanų vidurkis ir histograma

```
mean(mod$res)
hist(mod$res,main="Liekanų histograma", xlab="Liekanos",
ylab="Dažnumas")
```

Tikrųjų ir sumodeliuotų reikšmių palyginimas

```
Y<-vector()
Y[1:3]<-SI[1:3]
Y[4]<- Y[1]*(-1.4263)+mod$res[4]+1.4643*mod$res[1]
Y[5]<- Y[2]*(-1.4263)+0.2132*Y[1]+mod$res[5]+1.4643* mod$res[2]-0.2019*
mod$res[1]
Y[6]<- Y[3]*(-1.4263)+0.2132*Y[2]-0.0699*Y[1]+ mod$res[6]+1.4643*
mod$res[3]-0.2019* mod$res[2]+0.0908* mod$res[1]
Y[7]<- Y[4]*(-1.4263)+0.2132*Y[3]-0.0699*Y[2]-0.7123*Y[1]+
mod$res[7]+1.4643* mod$res[4]-0.2019* mod$res[3]+0.0908*
mod$res[2]+0.7681* mod$res[1]
for (i in 8:1470) {
Y[i]<- Y[i-3]*(-1.4263)+0.2132*Y[i-4]-0.0699*Y[i-5]-0.7123*Y[i-6]+
mod$res[i]+1.4643* mod$res[i-3]-0.2019* mod$res[i-4]+0.0908* mod$res[i-
5]+0.7681* mod$res[i-6]}

X<-vector()
X[1]<-Y[1]
for (j in 2:1470){
X[j]<-X[j-1]+Y[j]}

plot(X, type='l', xlab="Laikas",ylab="Vertes")
lines(SI, col=2, lty=2)
info <- c("Sumodeliuotos reiksmes", "Tikrosios reiksmes")
legend("bottomright", info, lty = 1, lwd=c(1, 1), col = c("black",
"red"))
```

Prognozavimas pasirinktu modeliu

```
pred <- predict(mod, n.ahead = 10)
pred

$pred
Time Series:
Start = 1472
End = 1481
Frequency = 1
 [1] 64.13644 64.66021 64.78903 65.24169 64.99787 65.00992 64.48589
64.54805
 [9] 64.35547 64.80005
```

```
$se
Time Series:
Start = 1472
End = 1481
Frequency = 1
 [1]  2.037344  2.881242  3.528780  4.114003  4.636314  5.123415  5.569230
5.976011
 [9] 6.336227 6.660813
```

Grafinis 10 žingsnių prognozės pateikimas

```
plot(forecast(mod, 10), include=50,main = "10 žingsnių pronozė",xlab =
"Laikas", ylab = "Vertės")
tks  <-  c("prognozė",  "80%  prognozės  intervalas",  "95%  prognozės
intervalas")
legend("bottomleft", tks, lty = 1, lwd=c(1, 10, 10), col = c("black",
"orange", "yellow"))
```

9 priedas. ARIMA modelių palyginimas

Tikrosios reikšmės:

```
real<-c(62.3, 61.95, 58.82, 59.89, 56.26, 56.16, 57.54, 53.59, 54.66, 52.61)
```

Modelio ARIMA (12,1,1) su praleistais AR(2) – AR(11) koeficientais prognozės

```
pr.12.1.1 <-c(63.95258, 64.36124, 64.23019, 64.52989, 64.15973,
64.42198, 64.00517, 64.45719, 64.18345, 64.42533)
```

Modelio ARIMA (6,1,6) su praleistais AR(1), AR(2), MA(1), MA(2) koeficientais prognozės

```
pr.6.1.6 <-c(64.13644, 64.66021, 64.78903, 65.24169, 64.99787,
65.00992, 64.48589, 64.54805, 64.35547, 64.80005)
```

Modelio ARIMA (0,1,0) prognozės

```
pr.0.1.0 <- c(64.32, 64.32, 64.32, 64.32, 64.32, 64.32, 64.32, 64.32,
64.32, 64.32)
```

Visų prognozių grafikas

```
plot(1:10, c(52,65.5,c(52:59)),type=’n’, xlab=”Prognozės žingsniai”,
ylab=”Vertė”)
lines(real)
lines(pr.12.1.1,col=”red”)
lines(pr.6.1.6,col=”green”)
lines(pr.0.1.0,col=”blue”)
info <- c("Tikrosios reikšmės", "ARIMA(12,1,1) prognozė", "ARIMA(6,1,6)
prognozė", "ARIMA(0,1,0) prognozė")
legend("bottomleft", info, lty = 1, lwd=c(1, 1, 1, 1), col = c("black",
"red", "green",”blue”))
```

Prognozių paklaidos

```
MSE.12.1.1 <- mean((real-pr.12.1.1)^2)
```

```
MSE.6.1.6 <- mean((real-pr.6.1.6)^2)

MSE.0.1.0 <- mean((real-pr.0.1.0)^2)
```

“Pataisytos” tikrosios reikšmės

```
x<-1:10
y<-x*(-1.077)+63.37
real.pat <- real-y+64
```

Sumodeliuotų reikšmių palyginimas su „pataisytomis“ tikrosiomis reikšmėmis

```
plot(1:10,c(62,65.5,c(64,64,64,64,64,64,64,64)),type=’n’,
xlab=”Prognozės žingsniai”, ylab=”Vertė”)
lines(real.pat)
lines(pr.12.1.1,col=”red”)
lines(pr.6.1.6,col=”green”)
lines(pr.0.1.0,col=”blue”)
info <- c("Pataisytos tikrosios reikšmės", "ARIMA(12,1,1) prognozė",
"ARIMA(6,1,6) prognozė", "ARIMA(0,1,0) prognozė")
legend("bottomright", info, lty = 1, lwd=c(1, 1, 1, 1), col =
c("black", "red", "green",”blue”))
```

10 priedas. Periodo 2001.03.12 – 2009.02.09 laiko eilutei galimų modelių palyginimo lentelė

Modelis	AIC	BIC	MSE	MAE
ARIMA (0,1,1)	8751,84	8763,02	4,832008	1,391150
ARIMA (0,1,2)	8753,83	**8770,60**	4,831974	1,390965
ARIMA (0,1,3)	8755,77	8778,13	4,831829	1,390718
ARIMA (0,1,3) su lagu MA(2)	8753,78	8776,15	4,831863	1,390900
ARIMA (0,1,3) su lagais MA(1) – MA(2)	8754,50	8776,87	4,838494	1,390205
ARIMA (0,1,4)	8757,77	8785,73	4,831828	1,390730
ARIMA (0,1,5)	8759,18	8792,73	4,830387	1,390985
ARIMA (0,1,6)	8761,15	8800,29	4,830313	1,391265
ARIMA (0,1,7)	8762,24	8806,98	4,828104	1,391954
ARIMA (0,1,8)	8763,74	8814,07	4,826871	1,392364
ARIMA (0,1,9)	8765,23	8821,14	4,825614	1,391715
ARIMA (0,1,10)	8768,15	8828,66	4,825433	1,391780
ARIMA (0,1,11)	8768,53	8835,64	4,823919	1,390919
ARIMA (0,1,12)	8764,02	8836,71	4,807981	1,388222
ARIMA (0,1,12) su lagais MA(1) – MA(11)	8747,69	8820,38	4,821801	1,387722
ARIMA (1,1,0)	8751,86	8763,04	4,832050	1,391233
ARIMA (1,1,1)	8753,87	8770,64	4,832069	1,390378
ARIMA (1,1,2)	8755,79	8778,15	4,831878	1,390742
ARIMA (1,1,3)	8757,73	8785,69	4,831739	1,390704
ARIMA (1,1,4)	8759,70	8793,26	4,831677	1,390804
ARIMA (1,1,5)	8761,19	8800,33	4,830420	1,390931
ARIMA (1,1,6)	8763,02	8807,76	4,830010	1,391666
ARIMA (1,1,7)	8764,05	8814,38	4,827635	1,392176
ARIMA (1,1,8)	8765,57	8821,49	4,826454	1,392240
ARIMA (1,1,9)	8767,16	8828,67	4,825453	1,391767
ARIMA (1,1,10)	8767,21	8834,31	4,820667	1,390648
ARIMA (1,1,11)	8768,05	8840,75	4,817846	1,388880
ARIMA (1,1,12)	8749,89	8828,18	4,768698	1,389579
ARIMA (1,1,12) su lagais MA(2) – MA(11)	8735,33	8813,62	4,781846	1,389118
ARIMA (2,1,0)	8753,83	8770,61	4,831986	1,391003
ARIMA (2,1,1)	8755,86	8778,22	4,832048	1,391251
ARIMA (2,1,1) su lagu AR(1)	8753,83	8776,20	4,831979	1,390983
ARIMA (2,1,2)	8754,02	8781,98	4,822653	1,391612
ARIMA (2,1,2) su lagu AR(1)	8755,69	8783,65	4,831635	1,390547
ARIMA (2,1,2) su lagais AR(1) ir MA(1)	8756,55	8784,51	4,838614	1,390353
ARIMA (2,1,3)	8758,26	8791,81	4,828127	1,391333

ARIMA (2,1,3) su lagais AR(1) ir MA(1)	8758,52	8792,07	4,838555	1,390163
ARIMA (2,1,4)	8760,19	8799,33	4,827958	1,391678
ARIMA (2,1,5)	8761,70	8806,44	4,826769	1,392313
ARIMA (2,1,6)	8758,72	8809,04	4,814509	1,390989
ARIMA (2,1,7)	8763,79	8819,70	4,822089	1,391953
ARIMA (2,1,8)	8749,79	8811,30	4,783002	1,392184
ARIMA (2,1,8) su lagais MA(3) – MA(7)	8759,24	8820,75	4,830540	1,390988
ARIMA (2,1,9)	8769,41	8836,51	4,826059	1,392582
ARIMA (2,1,10)	8759,54	8832,24	4,795085	1,387696
ARIMA (2,1,11)	8754,02	8832,31	4,778699	1,390542
ARIMA (2,1,12)	8751,72	8835,59	4,768270	1,388824
ARIMA (3,1,0)	8755,77	8778,14	4,831836	1,390729
ARIMA (3,1,1)	8757,75	8785,71	4,831777	1,390689
ARIMA (3,1,2)	8754,47	8788,02	4,818263	1,394699
ARIMA (3,1,3)	8756,64	8795,78	4,818616	1,393786
ARIMA (3,1,3) su lagais AR(1) ir MA(1)	8760,35	8799,49	4,838118	1,390383
ARIMA (3,1,3) su lagais AR(2) ir MA(2)	8757,76	8796,91	4,831818	1,390639
ARIMA (3,1,4)	8756,37	8801,11	4,812201	1,391173
ARIMA (3,1,5)	8760,45	8810,78	4,818221	1,394733
ARIMA (3,1,5) su lagais AR(1),AR(2), MA(1), MA(2), MA(4)	8757,78	8808,11	4,836741	1,390601
ARIMA (3,1,6)	8760,21	8816,13	4,811784	1,390713
ARIMA (3,1,7)	8761,87	8823,38	4,812325	1,390580
ARIMA (3,1,8)	8765,74	8832,84	4,816467	1,394461
ARIMA (3,1,9)	8764,31	8837,01	4,798901	1,388150
ARIMA (3,1,10)	8761,50	8839,79	4,795148	1,387626
ARIMA (3,1,11)	8762,85	8846,72	4,792932	1,386565
ARIMA (3,1,12)	8767,70	8857,17	4,799803	1,389168
ARIMA (3,1,12) su lagais MA(4) – MA(11)	8740,35	8829,82	4,774634	1,387683
ARIMA (4,1,0)	8757,77	8785,73	4,831836	1,390728
ARIMA (4,1,1)	8759,70	8793,25	4,831667	1,390744
ARIMA (4,1,2)	8756,54	8795,68	4,810592	1,385254
ARIMA (4,1,3)	8755,17	8799,91	4,801361	1,389317
ARIMA (4,1,3) su lagu MA(1)	8761,44	8806,17	4,831028	1,390558
ARIMA (4,1,4)	8748,47	8798,80	4,788382	1,392030
ARIMA (4,1,4) su lagais AR(1) – AR(3) ir MA(1) – MA(3)	8756,55	8806,87	4,838612	1,390481
ARIMA (4,1,4) su lagais AR(2) ir MA(2)	8757,70	8808,02	4,821446	1,391268
ARIMA (4,1,4) su lagais MA(2) ir MA(3)	8759,69	8810,02	4,820332	1,388889
ARIMA (4,1,4) su lagais AR(1), AR(2), MA(1) – MA(3)	8756,87	8807,20	4,834502	1,389682

ARIMA (4,1,5)	8762,48	8818,40	4,818678	1,391440
ARIMA (4,1,6)	8758,58	8820,09	4,794392	1,388582
ARIMA (4,1,7)	8753,69	8820,80	4,778452	1,694317
ARIMA (4,1,8)	8761,69	8834,38	4,792480	1,387058
ARIMA (4,1,9)	8764,91	8843,19	4,795137	1,388923
ARIMA (4,1,10)	8767,62	8851,50	4,797388	1,389407
ARIMA (4,1,11)	8760,91	8850,38	4,773075	1,387811
ARIMA (4,1,12)	8750,39	8845,45	4,753633	1,384760
ARIMA (5,1,0)	8759,16	8792,71	4,830351	1,391061
ARIMA (5,1,1)	8750,38	8789,53	4,803213	1,388535
ARIMA (5,1,2)	8752,33	8797,06	4,803038	1,388514
ARIMA (5,1,3)	8757,24	8807,56	4,801253	1,389488
ARIMA (5,1,4)	8761,92	8817,84	4,816719	1,394641
ARIMA (5,1,4) su lagais MA(2) ir MA(3)	8,756,98	8812,90	4,806460	1,390581
ARIMA (5,1,4) su lagais AR(2), MA(2) ir MA(3)	8757,27	8813,19	4,813770	1,390893
ARIMA (5,1,5)	8760,22	8821,73	4,807896	1,392433
ARIMA (5,1,5) su lagais AR(1) ir MA(1)	8759,57	8837,85	4,780911	1,385955
ARIMA (5,1,5) su lagais AR(4) ir MA(4)	8757,40	8818,91	4,801876	1,388380
ARIMA (5,1,5) su lagais AR(1) – AR(4) ir MA(1) – MA(4)	8755,59	8817,1	4,836277	1,391015
ARIMA (5,1,5) su lagais AR(2), AR(4), MA(2), MA(4)	8754,59	8816,10	4,814054	1,391759
ARIMA (5,1,6)	8761,21	8828,31	4,804337	1,390241
ARIMA (5,1,7)	8755,36	8828,05	4,783318	1,386428
ARIMA (5,1,8)	8759,57	8837,85	4,780911	1,385955
ARIMA (5,1,9)	8766,75	8850,63	4,803113	1,390808
ARIMA (5,1,10)	8757,98	8847,45	4,765646	1,385291
ARIMA (5,1,10) su lagais AR(1), AR(2), AR(4), MA(1), MA(2), MA(4), MA(6) – MA(9)	8752,34	8841,81	4,80455	1,387172
ARIMA (5,1,11)	8762,33	8857,39	4,772972	1,388565
ARIMA (5,1,12)	8757,17	8857,82	4,766946	1,388462
ARIMA (6,1,0)	8761,16	8800,30	4,830347	1,391119
ARIMA (6,1,1)	8763,04	8807,78	4,830063	1,390740
ARIMA (6,1,2)	8758,11	8808,43	4,812932	1,391191
ARIMA (6,1,3)	8754,92	8810,84	4,794748	1,389508
ARIMA (6,1,4)	8760,94	8822,45	4,800149	1,388966
ARIMA (6,1,4) su lagais AR(1), AR(3), AR(6), MA(1) ir MA(3)	8756,55	8818,06	4,823344	1,388630
ARIMA (6,1,5)	8764,22	8831,22	4,812912	1,393984
ARIMA (6,1,6)	8754,62	8827,32	4,767926	1,386661
ARIMA (6,1,6) su lagais AR(1), AR(3), AR(4),	8753,35	8826,04	4,805527	1,387685

MA(3), MA(4)				
ARIMA (6,1,6) su lagais AR(1) – AR(5) ir MA(1) – MA(5)	8752,13	8824,82	4,826902	1,387126
ARIMA (6,1,6) su lagais AR(1), AR(2), AR(4), AR(5), MA(1), MA(2), MA(4), MA(5)	8749,57	8822,26	4,810295	1,385311
ARIMA (6,1,6) su lagu MA(3)	8749,57	8822,26	4,761664	1,389039
ARIMA (6,1,6) su lagais AR(2) – AR(5) ir MA(2)	8746,47	8819,16	4,781266	1,381740
ARIMA (6,1,6) su lagais AR(1) – AR(4) ir MA(1) – MA(4)	8747,91	8820,60	4,806516	1,388926
ARIMA (6,1,6) su lagais AR(1) – AR(4) ir MA(1) – MA(5)	8749,14	8821,83	4,814407	1,388546
ARIMA (6,1,7)	8761,21	8839,50	4,795696	1,393443
ARIMA (6,1,8)	8750,97	8834,85	4,760234	1,392235
ARIMA (6,1,9)	8751,58	8841,05	**4,746084**	1,391419
ARIMA (6,1,10)	8756,99	8852,05	4,768716	1,390420
ARIMA (6,1,11)	8761,05	8861,70	4,762342	**1,381925**
ARIMA (6,1,12)	8762,27	8868,51	4,769471	1,384406
ARIMA (6,1,12) su lagais AR(1), MA(1), MA(7) – MA(11)	8747,23	8853,48	4,771549	1,387212
ARIMA (7,1,0)	8762,27	8807,01	4,828172	1,391862
ARIMA (7,1,1)	8764,15	8814,48	4,827885	1,391963
ARIMA (7,1,2)	8760,25	8816,17	4,813361	1,391316
ARIMA (7,1,3)	8762,26	8823,77	4,813390	1,391353
ARIMA (7,1,4)	8764,27	8831,37	4,813409	1,391383
ARIMA (7,1,5)	8754,93	8827,62	4,783087	1,392755
ARIMA (7,1,6)	8752,41	8830,69	4,765068	1,391299
ARIMA (7,1,7)	8756,37	8840,25	4,771392	1,389519
ARIMA (7,1,7) su lagais AR(3), AR(4), MA(3) ir MA(4)	8759,14	8843,02	4,803404	1,389227
ARIMA (7,1,8)	8755,03	8844,50	4,753757	1,392669
ARIMA (7,1,9)	8757,63	8852,70	4,764442	1,386342
ARIMA (8,1,0)	8763,95	8814,28	4,827396	1,391993
ARIMA (8,1,1)	8765,77	8821,69	4,826943	1,391861
ARIMA (8,1,2)	8762,24	8823,75	4,813349	1,391317
ARIMA (8,1,3)	8764,25	8831,35	4,813367	1,391289
ARIMA (8,1,4)	8766,26	8838,95	4,813374	1,391425
ARIMA (8,1,5)	8763,60	8841,88	4,800624	1,394292
ARIMA (8,1,6)	8757,16	8841,03	4,774222	1,393436
ARIMA (8,1,7)	8753,89	8843,36	4,758585	1,392530
ARIMA (8,1,8)	8759,73	8854,79	4,767514	1,392807
ARIMA (8,1,9)	8759,83	8860,48	4,755142	1,393893

ARIMA (9,1,0)	8765,38	8821,30	4,860010	1,391350
ARIMA (9,1,1)	8767,35	8828,87	4,825930	1,391390
ARIMA (9,1,2)	8760,04	8827,14	4,801648	1,390480
ARIMA (9,1,3)	8764,10	8836,79	4,808110	1,391203
ARIMA (9,1,4)	8770,32	8848,61	4,810758	1,391073
ARIMA (9,1,5)	8756,20	8840,08	4,769952	1,388280
ARIMA (9,1,6)	8757,01	8846,48	4,774639	1,392499
ARIMA (9,1,7)	8768,36	8863,42	4,790569	1,390296
ARIMA (10,1,0)	8767,36	8828,87	4,825942	1,391377
ARIMA (10,1,1)	8767,74	8834,84	4,821982	1,390381
ARIMA (10,1,2)	8770,89	8843,59	4,824784	1,390698
ARIMA (10,1,3)	8755,16	8833,45	4,781473	1,391262
ARIMA (10,1,3) su lagais AR(4) – AR(9)	8744,83	8823,12	4,785517	1,389844
ARIMA (10,1,4)	8757,37	8841,25	4,770823	1,388004
ARIMA (10,1,5)	8757,93	8847,40	4,778470	1,389807
ARIMA (10,1,6)	8756,58	8851,64	4,764872	1,392300
ARIMA (11,1,0)	8769,15	8836,25	4,825434	1,390927
ARIMA (11,1,1)	8768,66	8841,35	4,819324	1,388558
ARIMA (11,1,2)	8767,47	8845,76	4,811473	1,390939
ARIMA (11,1,3)	8753,28	8837,16	4,770411	1,388929
ARIMA (11,1,4)	8753,75	8843,22	4,759036	1,388786
ARIMA (11,1,5)	8755,31	8850,37	4,758372	1,389092
ARIMA (11,1,6)	8762,32	8862,97	4,770085	1,390072
ARIMA (12,1,0)	8763,70	8836,39	4,807209	1,388494
ARIMA (12,1,0) su lagais AR(1) – AR(11)	8747,45	8820,15	4,821220	1,387743
ARIMA (12,1,0) su lagais AR(2) – AR(11)	8746,65	8819,35	4,814404	1,388492
ARIMA (12,1,1)	8751,40	8829,68	4,772354	1,390344
ARIMA (12,1,1) su lagais AR(2) – AR(11)	**8736,15**	8814,44	4,783855	1,389947
ARIMA (12,1,2)	8753,01	8836,89	4,771414	1,389029
ARIMA (12,1,3)	8754,52	8843,99	4,770228	1,389010
ARIMA (12,1,4)	8754,48	8849,54	4,765227	1,389635
ARIMA (12,1,5)	8756,94	8857,60	4,766371	1,389474
ARIMA (12,1,6)	8758,59	8864,83	4,765457	1,389112

11 priedas. Periodo 2001.03.12 – 2003.03.31 laiko eilutei galimų modelių palyginimo lentelė

Modelis	AIC	BIC	MSE	MAE
ARIMA (0,1,1)	2413,89	**2422,36**	6,528658	1,584428
ARIMA (0,1,2)	2415,84	2428,55	6,527983	1,583539
ARIMA (0,1,3)	2414,64	2431,58	6,486974	1,574432
ARIMA (1,1,0)	2413,90	2422,37	6,528744	1,584466
ARIMA (1,1,1)	2415,23	2427,94	6,520163	1,580439
ARIMA (1,1,2)	2417,18	2434,12	6,519505	1,579066
ARIMA (1,1,3)	2414,82	2436,00	6,463697	1,578571
ARIMA (2,1,0)	2415,88	2428,58	6,528446	1,583871
ARIMA (2,1,1)	2413,89	2430,84	6,476981	1,585585
ARIMA (2,1,2)	**2411,55**	2432,73	6,417532	1,576407
ARIMA (2,1,3)	2412,27	2437,68	**6,400692**	1,574244
ARIMA (3,1,0)	2414,49	2431,44	6,485092	1,576557
ARIMA (3,1,1)	2415,24	2436,42	6,469098	1,578998
ARIMA (3,1,2)	2412,32	2437,74	6,401345	1,574787
ARIMA (3,1,3)	2413,62	2443,28	6,393187	**1,567028**

12 priedas. Periodo 2003.04.01 – 2008.07.31 laiko eilutei galimų modelių palyginimo lentelė

Modelis	AIC	BIC	MSE	MAE
ARIMA (0,1,1)	5444,01	5454,41	3,411496	1,183309
ARIMA (0,1,2)	5445,11	5460,71	3,409192	1,184363
ARIMA (0,1,3)	5442,56	5463,36	3,397607	1,185744
ARIMA (1,1,0)	5443,81	**5454,21**	3,410993	1,183528
ARIMA (1,1,1)	5445,73	5461,33	3,410788	1,183654
ARIMA (1,1,2)	5446,17	5466,96	3,406790	1,184913
ARIMA (1,1,3)	5443,59	5469,58	3,395116	1,185945
ARIMA (2,1,0)	5445,57	5461,16	3,410367	1,183847
ARIMA (2,1,1)	5446,81	5467,61	3,408432	1,184340
ARIMA (2,1,2)	**5437,58**	5463,57	3,379488	1,182610
ARIMA (2,1,3)	5438,79	5469,99	3,377473	1,182687
ARIMA (3,1,0)	5442,29	5463,09	3,396920	1,185896
ARIMA (3,1,1)	5443,78	5469,77	3,395611	1,185879
ARIMA (3,1,2)	5438,78	5469,97	**3,377430**	1,182718
ARIMA (3,1,3)	5441,16	5477,55	3,378411	**1,182191**

13 priedas. Periodo 2003.04.01 – 2009.02.09 laiko eilutei galimų modelių palyginimo lentelė

Modelis	AIC	BIC	MSE	MAE
ARIMA (0,1,1)	6300.57	**6311.16**	4.241111	1.323516
ARIMA (0,1,2)	6302.56	6318.44	4.240174	1.323686
ARIMA (0,1,3)	6302.92	6324.09	4.236332	1.324394
ARIMA (0,1,3) su lagu MA(1) ir MA(2)	6301.34	6322.51	4.243313	1.323705
ARIMA (0,1,4)	6304.20	6330.67	4.234251	1.324636
ARIMA (0,1,5)	6306.20	6337.96	4.234251	1.324636
ARIMA (0,1,6)	6308.20	6345.25	4.234247	1.324656
ARIMA (0,1,7)	6310.18	6352.53	4.234202	1.324747
ARIMA (0,1,8)	6310.74	6358.38	4.230024	1.324102
ARIMA (0,1,9)	6311.74	6364.68	4.227139	1.323432
ARIMA (0,1,10)	6312.87	6371.10	4.224619	1.322929
ARIMA (0,1,11)	6312.59	6376.11	4.217991	1.319953
ARIMA (0,1,12)	6307.26	6376.07	4.196779	1.319302
ARIMA (0,1,12) su lagais nuo MA(1) iki MA(11)	6298.00	6366.82	4.233583	1.323252
ARIMA (1,1,0)	6300.57	**6311.16**	4.241102	1.323612
ARIMA (1,1,1)	6302.57	6318.45	4.241098	1.323564
ARIMA (1,1,2)	6304.36	6325.53	4.240492	1.324193
ARIMA (1,1,3)	6304.33	6330.80	4.234638	1.324495
ARIMA (1,1,4)	6306.20	6337.96	4.234253	1.324638
ARIMA (1,1,5)	6308.20	6345.25	4.234251	1.324637
ARIMA (1,1,6)	6310.20	6352.55	4.234248	1.324654
ARIMA (1,1,7)	6312.18	6359.82	4.234183	1.324761
ARIMA (1,1,8)	6312.45	6365.38	4.229178	1.323978
ARIMA (1,1,9)	6296.79	6355.02	4.177120	1.316430
ARIMA (1,1,10)	6310.14	6373.67	4.210923	1.318414
ARIMA (1,1,10) su lagais nuo MA(2) iki MA(9)	6312.18	6364.63	4.234139	1.322760
ARIMA (1,1,11)	6310.30	6379.12	4.205597	1.317248
ARIMA (1,1,12)	6303.19	6377.30	4.179342	1.316307
ARIMA (1,1,12) su lagais nuo MA(2) iki MA(11)	6313.88	6373.22	4.227473	1.320104
ARIMA (2,1,0)	6302.57	6318.45	4.241090	1.323525
ARIMA (2,1,1)	6304.57	6325.74	4.241098	1.323559
ARIMA (2,1,2)	6302.06	6328.53	4.227844	1.322206
ARIMA (2,1,2) su lagu AR(1)	6301.78	6329.62	4.233031	1.324953

ARIMA (2,1,2) su lagais AR(1) ir MA(1)	6305.11	6331.58	4.248443	1.322881
ARIMA (2,1,3)	6306.30	6338.06	4.234528	1.324543
ARIMA (2,1,4)	6308.19	6345.24	4.234220	1.324483
ARIMA (2,1,5)	6310.07	6352.42	4.233879	1.324694
ARIMA (2,1,6)	6312.08	6359.72	4.233892	1.324676
ARIMA (2,1,7)	6314.18	6367.11	4.234184	1.324710
ARIMA (2,1,8)	6303.04	6361.27	4.193610	1.312000
ARIMA (2,1,9)	6310.14	6373.67	4.210869	1.320213
ARIMA (2,1,10)	6309.68	6378.49	4.203776	1.317483
ARIMA (3,1,0)	6302.76	6323.94	4.235873	1.324509
ARIMA (3,1,0) su lagais AR(1) ir AR(2)	6301.35	6322.52	4.243334	1.323703
ARIMA (3,1,1)	6304.34	6330.81	4.234662	1.324465
ARIMA (3,1,2)	6306.34	6338.10	4.234654	1.324471
ARIMA (3,1,3)	6307.45	6344.51	4.232071	1.324733
ARIMA (3,1,3) su lagais AR(1), AR(2), MA(1) ir MA(2)	6303.34	6340.39	4.243314	1.323678
ARIMA (3,1,4)	6310.32	6352.67	4.234587	1.324846
ARIMA (3,1,5)	6312.20	6359.85	4.234263	1.324635
ARIMA (3,1,6)	6314.18	6367.12	4.234202	1.324567
ARIMA (3,1,7)	6307.67	6365.90	4.206302	1.316521
ARIMA (3,1,8)	6310.15	6373.68	4.210807	1.320495
ARIMA (3,1,9)	6291.47	6360.29	4.147413	1.303677
ARIMA (3,1,10)	6295.50	6369.61	4.156238	1.309932
ARIMA (3,1,11)	6297.04	6376.44	4.154904	1.313159
ARIMA (3,1,12)	6297.90	6382.60	4.151680	1.308750
ARIMA (4,1,0)	6304.27	6330.74	4.234462	1.324573
ARIMA (4,1,1)	6306.27	6338.03	4.234453	1.324579
ARIMA (4,1,2)	6303.03	6340.08	4.218730	1.321538
ARIMA (4,1,3)	6310.25	6352.60	4.234404	1.324591
ARIMA (4,1,3) su lagais AR(1) ir MA(1)	6303.00	6345.35	4.224408	1.320591
ARIMA (4,1,4)	6305.67	6353.31	4.214721	1.321319
ARIMA (4,1,4) su lagais AR(1) ir MA(1)	6305.06	6352.70	4.224440	1.320289
ARIMA (4,1,4) su lagais AR(2) ir MA(2)	6305.12	6355.30	4.248472	1.323286
ARIMA (4,1,5)	6307.39	6360.33	4.213936	1.321900
ARIMA (4,1,6)	6298.90	6357.13	4.182893	1.314567
ARIMA (4,1,7)	6294.89	6358.42	4.161024	1.307912
ARIMA (4,1,8)	6311.59	6380.41	4.209196	1.321189
ARIMA (4,1,9)	6297.56	6371.67	4.162040	1.309820
ARIMA (4,1,10)	6296.63	6376.04	4.153670	1.308657
ARIMA (4,1,11)	6309.56	6394.25	4.183672	1.313033
ARIMA (4,1,12)	6299.38	6389.37	4.150174	1.308270

ARIMA (5,1,0)	6306.26	6338.02	4.234423	1.324613
ARIMA (5,1,1)	6308.26	6345.31	4.234421	1.324614
ARIMA (5,1,2)	6303.54	6345.89	4.214419	1.322181
ARIMA (5,1,3)	6305.46	6353.11	4.214111	1.321815
ARIMA (5,1,4)	6301.52	6354.46	4.194846	1.312384
ARIMA (5,1,4) su lagais AR(1), AR(5) ir MA(1)	6305.06	6357.93	4.224440	1.320289
ARIMA (5,1,5)	6304.23	6362.46	4.196632	1.312232
ARIMA (5,1,5) su lagais AR(1), AR(4), MA(1) ir MA(4)	6310.48	6368.71	4.240816	1.323747
ARIMA (5,1,5) su lagais nuo AR(1) iki AR(4) ir nuo MA(1) iki MA(4)	6305.15	6363.38	4.248563	1.323122
ARIMA (5,1,6)	6300.61	6364.13	4.179145	1.309203
ARIMA (5,1,7)	6294.79	6363.61	4.154122	1.307751
ARIMA (5,1,8)	6310.33	6384.44	4.199629	1.320586
ARIMA (5,1,9)	6299.53	6378.94	4.161846	1.311184
ARIMA (5,1,10)	6297.39	6382.09	4.149549	1.308487
ARIMA (5,1,11)	6307.60	6397.59	4.171503	1.321649
ARIMA (5,1,12)	6302.52	6397.80	4.153360	1.312020
ARIMA (6,1,0)	6308.24	6345.30	4.234372	1.324551
ARIMA (6,1,1)	6310.24	6352.59	4.234376	1.324551
ARIMA (6,1,2)	6312.24	6359.89	4.234376	1.324549
ARIMA (6,1,3)	6314.24	6367.18	4.234383	1.324563
ARIMA (6,1,4)	6287.39	6345.62	4.147516	1.305895
ARIMA (6,1,5)	6311.45	6374.98	4.214060	1.321127
ARIMA (6,1,6) su lagais AR(1) ir MA(1)	6303.54	6372.36	4.196416	1.319997
ARIMA (6,1,6) su lagais AR(1), AR(2) ir MA(1)	6307.80	6370.83	4.213709	1.320841
ARIMA (6,1,6) su lagais AR(1), AR(2), MA(1) ir MA(2)	**6283.82**	6352.64	4.147914	1.303445
ARIMA (6,1,6) su lagais AR(1), AR(5), MA(1) ir MA(5)	6297.20	6366.01	4.157809	1.312485
ARIMA (6,1,6) su lagais AR(1), AR(2), AR(5), MA(1), MA(2) ir MA(5)	6302.54	6371.36	4.217591	1.320674
ARIMA (6,1,6) su lagais AR(1), AR(4), AR(5), MA(1) ir MA(5)	6289.82	6367.51	4.168467	1.313195
ARIMA (6,1,6) su lagais AR(1), AR(2), AR(4), AR(5), MA(1), MA(2), MA(4) ir MA(5)	6299.17	6367.99	4.218110	1.317619
ARIMA (6,1,6) su lagais nuo AR(1) iki AR(5), MA(1), MA(3), MA(4) ir MA(5)	6307.15	6360.62	4.248544	1.323114

ARIMA (6,1,6) su lagais nuo AR(1) iki AR(5) ir nuo MA(1) iki MA(5)	6305.15	6373.96	4.248544	1.323115
ARIMA (6,1,6) su lagais AR(2), AR(3), AR(4), MA(2), MA(3) ir MA(4)	6295.38	6364.19	4.182548	1.321983
ARIMA (6,1,6) su lagais nuo AR(2) iki AR(4) ir nuo MA(2) iki MA(4)	6295.38	6364.19	4.182548	1.321983
ARIMA (6,1,7)	6304.66	6378.77	4.171668	1.318854
ARIMA (6,1,7) su lagais AR(1), AR(2), AR(4), AR(5), MA(1), MA(2), MA(4), MA(5) ir MA(6)	6291.62	6365.73	4.195743	1.313345
ARIMA (6,1,8)	6299.08	6378.48	4.149649	1.318350
ARIMA (6,1,9)	6297.31	6382.01	4.146088	1.317708
ARIMA (6,1,10)	6296.83	6386.82	4.133362	1.310374
ARIMA (6,1,11)	6303.89	6399.17	4.145951	1.316204
ARIMA (6,1,12)	6301.36	6401.94	4.143697	1.305927
ARIMA (7,1,0)	6310.17	6352.52	4.234170	1.324771
ARIMA (7,1,1)	6312.00	6359.64	4.233663	1.324887
ARIMA (7,1,2)	6301.31	6354.24	4.194346	1.312544
ARIMA (7,1,3)	6303.43	6361.66	4.194660	1.312503
ARIMA (7,1,4)	6311.31	6374.83	4.213574	1.321763
ARIMA (7,1,5)	6312.37	6381.19	4.211299	1.321179
ARIMA (7,1,6)	6304.71	6378.83	4.173700	1.317374
ARIMA (7,1,7) su lagais AR(1) - AR(3), AR(5), AR(6), MA(1) - MA(3) ir MA(5)	6308.47	6387.87	4.239348	1.321858
ARIMA (7,1,7) su lagais AR(1), AR(2), AR(4), AR(5), AR(6), MA(1), MA(2), MA(4), MA(5) ir MA(6)	6306.57	6385.98	4.241080	1.324017
ARIMA (7,1,7) su lagais AR(1) - AR(3), AR(4) - AR(6), MA(1) - MA(6)	6305.48	6383.69	4.243717	1.321474
ARIMA (7,1,8)	6301.34	6386.04	4.150552	1.318576
ARIMA (7,1,9)	6301.59	6391.58	4.155303	1.312666
ARIMA (7,1,10)	6298.91	6394.20	4.143046	1.309156
ARIMA (7,1,11)	6305.85	6406.43	4.145849	1.316405
ARIMA (7,1,12)	6302.77	6408.64	4.142788	1.307419
ARIMA (7,1,12) su lagais AR(1) - AR(6), MA(1) - MA(6), MA(8) - MA(11)	6293.12	6398.99	4.187487	1.326052
ARIMA (8,1,0)	6310.86	6358.51	4.230381	1.324122
ARIMA (8,1,0) su lagais nuo AR(1) iki AR(7)	6301.83	6349.47	4.244708	1.323026
ARIMA (8,1,1)	6312.63	6365.56	4.229696	1.323883
ARIMA (8,1,2)	6302.86	6361.10	4.193152	1.311730

ARIMA (8,1,3)	6304.94	6368.46	4.193346	1.311613
ARIMA (8,1,4)	6311.49	6380.31	4.208898	1.321111
ARIMA (8,1,5)	6314.61	6388.72	4.211681	1.325763
ARIMA (8,1,6)	6299.12	6378.53	4.149780	1.318810
ARIMA (8,1,7)	6299.97	6384.67	4.146442	1.321921
ARIMA (8,1,8)	6302.07	6392.06	4.146506	1.318634
ARIMA (8,1,8) su lagais AR(1) - AR(7) ir MA(1) - MA(7)	6302.65	6392.65	4.241302	1.321672
ARIMA (8,1,9)	6308.19	6403.47	4.170417	1.315412
ARIMA (8,1,10)	6298.69	6399.27	4.135903	1.312432
ARIMA (8,1,11)	6307.99	6413.87	4.146334	1.316114
ARIMA (8,1,12)	6298.84	6410.01	4.112259	1.303199
ARIMA (9,1,0)	6312.16	6365.10	4.228354	1.323387
ARIMA (9,1,1)	6297.00	6355.23	4.177725	1.316236
ARIMA (9,1,2)	6304.81	6368.34	4.193002	1.311963
ARIMA (9,1,3)	6291.86	6360.68	4.148654	1.303805
ARIMA (9,1,3) su lagais AR(1), AR(2), AR(4) - AR(8), MA(1) ir MA(2)	6289.89	6358.71	4.195944	1.311705
ARIMA (9,1,4)	6296.65	6370.77	4.159425	1.312384
ARIMA (9,1,5)	6300.51	6379.91	4.164650	1.311071
ARIMA (9,1,7)	6303.14	6393.13	4.139517	1.317826
ARIMA (9,1,8)	6304.84	6400.14	4.148381	1.319604
ARIMA (9,1,9)	6311.30	6411.88	4.159289	1.317122
ARIMA (9,1,10)	6297.50	6403.37	4.118477	1.306165
ARIMA (9,1,11)	6300.27	6411.44	4.123715	1.300280
ARIMA (9,1,12)	6297.50	6413.97	**4.101437**	1.306921
ARIMA (10,1,0)	6313.72	6371.95	4.227071	1.323040
ARIMA (10,1,1)	6311.66	6375.19	4.215329	1.319187
ARIMA (10,1,1) su lagais AR(2) - AR(9)	6301.77	6365.30	4.232952	1.319208
ARIMA (10,1,2)	6311.57	6380.39	4.209297	1.318389
ARIMA (10,1,2) su lagais AR(1), AR(3) - AR(9) ir MA(1)	6290.90	6359.72	4.200010	1.312632
ARIMA (10,1,3)	6296.09	6370.20	4.157783	1.312461
ARIMA (10,1,4)	6297.21	6376.61	4.155266	1.313384
ARIMA (10,1,5)	6298.56	6383.26	4.153509	1.311799
ARIMA (10,1,5) su lagais AR(4), AR(6) - AR(9) ir MA(4)	6292.89	6377.59	4.171619	1.310337
ARIMA (10,1,6)	6294.34	6384.34	.124830	1.309940
ARIMA (10,1,7)	6296.27	6391.56	4.126745	1.308169
ARIMA (10,1,7) su lagais AR(1), AR(2), AR(4), AR(6), AR(8), MA(1), MA(2),	6294.42	6386.13	4.186844	1.319071

MA(4) ir MA(6)				
ARIMA (10,1,8)	6296.87	6397.45	4.116166	**1.300241**
ARIMA (10,1,9)	6296.99	6402.87	4.115510	1.305266
ARIMA (10,1,9) su lagais AR(1), AR(2), AR(4), AR(5), AR(8), MA(1), MA(2), MA(4), MA(5), MA(8)	6295.29	6401.17	4.134168	1.303101
ARIMA (11,1,0)	6313.33	6376.86	4.220170	1.320273
ARIMA (11,1,1)	6311.85	6380.67	4.210098	1.317979
ARIMA (11,1,2)	6313.33	6387.45	4.208606	1.318354
ARIMA (11,1,3)	6315.31	6394.72	4.208544	1.318398
ARIMA (11,1,4)	6312.93	6397.63	4.195491	1.316817
ARIMA (11,1,5)	6300.43	6390.42	4.153068	1.312213
ARIMA (11,1,6)	6304.28	6399.57	4.147039	1.316447
ARIMA (11,1,7)	6306.27	6406.86	4.146990	1.316534
ARIMA (11,1,8)	6300.61	6406.49	4.116361	1.315510
ARIMA (11,1,9)	6305.02	6416.19	4.123438	1.305878
ARIMA (12,1,0)	6309.55	6378.37	4.203460	1.320621
ARIMA (12,1,0) su lagais nuo AR(1) iki AR(11)	6298.13	6366.95	4.233946	1.323151
ARIMA (12,1,1)	6297.42	6371.54	4.161797	1.312134
ARIMA (12,1,1) su lagais nuo AR(2) iki AR(11)	6287.25	6361.36	4.189811	1.315024
ARIMA (12,1,1) su lagais nuo AR(3) iki AR(10)	6287.24	6360.48	4.172643	1.312500
ARIMA (12,1,2)	6296.88	6376.29	4.154577	1.310382
ARIMA (12,1,3)	6298.81	6383.51	4.154326	1.310345
ARIMA (12,1,4)	6299.55	6389.55	4.150669	1.308946
ARIMA (12,1,5)	6303.02	6398.31	4.154996	1.311234
ARIMA (12,1,6)	6303.12	6403.70	4.139568	1.311895
ARIMA (12,1,7)	6304.55	6410.42	4.134781	1.313769
ARIMA (12,1,8)	6305.19	6416.35	4.143827	1.307293
ARIMA (12,1,9)	6302.52	6418.99	4.128135	1.301454
ARIMA (12,1,10)	6305.01	6426.77	4.130884	1.309352