KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
TAIKOMOSIOS MATEMATIKOS KATEDRA

Vilma Beinarauskaitė

EKSTREMALAUS ĮVYKIO TIKIMYBĖS VERTINIMAS ATSIŽVELGIANT Į DUOMENŲ NEAPIBRĖŽTUMĄ

Magistro darbas

Vadovas
dr. R. Alzbutas

KAUNAS, 2009

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

FUNDAMENTALIŲJŲ MOKSLŲ FAKULTETAS

TAIKOMOSIOS MATEMATIKOS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas
doc. dr. N. Listopadskis
2009 06 05

EKSTREMALAUS ĮVYKIO TIKIMYBĖS VERTINIMAS ATSIŽVELGIANT Į DUOMENŲ NEAPIBRĖŽTUMĄ

Matematikos magistro baigiamasis darbas

Vadovas
dr. R. Alzbutas
2009 06 04

Recenzentas
prof. habil. dr. J. Augutis
2009 06 03

Atliko
FMMM – 7 gr. stud.
V. Beinarauskaitė
2009 06 03

KAUNAS, 2009

KVALIFIKACINĖ KOMISIJA

Pirmininkas: Leonas Saulis, profesorius (VGTU)

Sekretorius: Eimutis Valakevičius, docentas (KTU)

Nariai: Algimantas Jonas Aksomaitis, profesorius (KTU)

Arūnas Barauskas, dr., Vice-prezidentas projektams (UAB „Baltic Amadeus“)

Vytautas Janilionis, docentas (KTU)

Zenonas Navickas, profesorius (KTU)

Vidmantas Povilas Pekarskas, profesorius (KTU)

Rimantas Rudzkis, habil. dr., valdybos pirmininko patarėjas (DnB NORD Bankas)

Beinarauskaitė V. Estimation of Extreme Event Probability Considering Data Uncertainty: Master thesis in applied mathematics / supervisor dr. R. Alzbutas; Department of Applied mathematics, Faculty of Fundamental Sciences, Kaunas University of Technology. – Kaunas, 2009. – 72 p.

SUMMARY

In a relevant field of risk evaluation a probability of an extreme event is often estimated using a certain probabilistic model, based on some laws of general knowledge (i.e. physics). These models contain sets of variables and initial conditions. Due to lack of information about an extreme event some variables need to be estimated while taking data uncertainty into consideration. The classical statistics methods and Bayesian approach is mainly investigated and applied in order to obtain distributions of uncertain variables.

The main goal of this work is to propose a methodology for estimation of extreme event probability considering data uncertainty.

The integration of classical statistics to Bayesian approach is used for obtaining and updating variables estimates, when statistical data, analyst judgements, expert elicitations and all other sources of information are available for modelling the probability of an extreme event.

The probability of plane crash on Ignalina Nuclear Power Plant is taken for experimental calculations. Plane crash for one flight kilometre frequency is the characteristic which has to be estimated taking data uncertainty into account.

TURINYS

LENTELIŲ SĄRAŠAS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

ĮVADAS

Daugelis XX amžiaus katastrofomis vadinamų avarijų branduolinės energetikos, chemijos, transporto, naftos ir kitose pramonės šakose atnešė didžiulių nuostolių ir aukų. Įvykusios avarijos ypač išryškino rizikos valdymo ir įvertinimo svarbą tiek normalios eksploatacijos, tiek ir avarijų metu. Rizikos vertinimo metodai pradėti taikyti dar septintame dešimtmetyje, o 1980-1990 metais stebimas ženklus šuolis tiek metodų išvystymo, tiek ir taikymų srityse. Taigi rizikos įvertinimo problematika tapo atskira mokslo šaka, vadinama rizikos analize arba rizikos įvertinimu, kuri susieja tikimybių teoriją, matematinę statistiką ir technologijos mokslus [7].

Pagrindinis šio darbo objektas yra ekstremalaus įvykio tikimybė – tikimybinė rizikos sudedamoji dalis. Ji dažnai vertinama naudojant tam tikrą tikimybinį modelį, paremtą įvairių mokslo sričių žiniomis, susijusiomis su nagrinėjamu įvykiu (pavyzdžiui, fizikos dėsniais). Šiuose modeliuose paprastai naudojami tam tikri kintamieji ir pradinės sąlygos. Ekstremalūs įvykiai yra reti, dėl to sukaupiama mažai duomenų bei statistinės informacijos, ir kai kurie kintamieji turi būti vertinami atsižvelgiant į duomenų neapibrėžtumą. Klasikiniai statistikos metodai ir Bajeso metodika šiame darbe pritaikomi neapibrėžtumu pasižyminčių kintamųjų pasiskirstymo tankio funkcijoms gauti.

Šio darbo tikslas – išplėtoti metodiką, kuri leistų vertinti ekstremalaus įvykio tikimybę, atsižvelgiant į duomenų neapibrėžtumą. Bei aprašytą metodiką pritaikyti praktinio uždavinio sprendimui – orlaivio sudužimo ant Ignalinos atominės elektrinės tikimybės įvertinimui.

Darbe klasikinių statistikos metodų sujungimas su Bajeso metodika naudojamas modelio kintamųjų įvertinimui ir įverčių atnaujinimui. Apjungiant statistinius duomenis, ekspertinius įverčius, analitikų paaiškinimus ir kitus prieinamus informacijos šaltinius modeliuojama ekstremalaus įvykio tikimybė.

Sprendžiant darbe užsibrėžtus uždavinius, darbe buvo panaudota pažangi Bajeso teorema pagrįsta įvairių tipų duomenų panaudojimo informacijai gauti skirta teorija.

Reikšmingiausi darbo rezultatai yra susiję su ekstremalių įvykių ir pavojingų objektų saugos analize, siekiant įvertinti riziką. Darbe išnagrinėti ir išplėtoti tikimybės vertinimo metodai, kurie yra tinkami ekstremalaus įvykio tikimybei vertinti, atsižvelgiant į duomenų neapibrėžtumą.

Pirmas darbo skyrius yra skirtas ekstremalaus įvykio tikimybės vertinimo problematikos, susijusios su duomenų neapibrėžtumu, temos aktualumo, darbo reikalingumo, jau sukurtų metodų, skirtų gedimų intensyvumui vertinti, bei Bajeso metodo aprašymui. Antrame skyriuje išplėtota metodika leidžianti vertinti ekstremalaus įvykio tikimybę, atsižvelgiant į duomenų neapibrėžtumą, ir atlikti eksperimentiniai skaičiavimai lėktuvo sudužimo ant pavojingo objekto tikimybei įvertinti.

Tema: „Ekstremalaus įvykio tikimybės vertinimas atsižvelgiant į duomenų neapibrėžtumą“ bus skaitomas pranešimas 50-oje Lietuvos matematikų draugijos konferencijoje bei publikuojamas straipsnis Lietuvos matematikos rinkinyje.

1. TEORINĖ DALIS

1.1. TYRIMŲ PROBLEMATIKOS APŽVALGA

Apžvalgoje atliekama Lietuvoje ir užsienyje atliktų tyrimų, tiesiogiai susijusių su nagrinėjama tema, rezultatų analizė bei pateikiamas kompleksiškas analizuojamos problemos vertinimas atsižvelgiant į visuomenės sveikatos, saugumo ir aplinkos reikalavimus.

1.1.1. Ekstremalių įvykių identifikavimas

Ekstremalus įvykis: retas gamtos ar žmogaus atsitiktinai sukeltas įvykis, kurio padariniai dėl paveikto objekto pavojingumo yra labai sunkūs. Tokio įvykio sąlygojama rizika yra didelė ne dėl jo pasirodymo dažnumo, bet dėl galimų pasekmių masto.

Orlaivio sudužimas, žemės drebėjimas, katastrofinis potvynis, miško gaisras, sprogimas yra pavojingi, daug žalos sukeliantys įvykiai, tam tikra prasme jie taip pat yra ekstremalūs dėl galimo pavojaus lėktuvo keleiviams, gamtai, dėl galimų atsitiktinių aukų. Tačiau šiame darbe tokie įvykiai yra laikomi **inicijuojančiais įvykiais** (žr. 1.1. pav.).

1.1. pav. Ekstremalaus įvykio pasirodymo scenarijus

Jei inicijuojantis įvykis įvyksta **pavojingame objekte**, kuriame sukėlęs avariją pakenktų ir kitiems objektams, didelei teritorijai, aplinkinių gyvenviečių gyventojams, tuomet toks įvykis yra ekstremalus (žr. 1.1. pav.). Pavyzdžiui orlaivio sudužimas ant atominės elektrinės (gali pažeisti konstrukcijas ir sukelti aktyviosios zonos pažeidimą), ant šiluminės elektrinės, ant chemijos ar kitos pramonės gamyklos, ant sprogmenų sandėlio; miško gaisras, išplitęs iki minėtų objektų; katastrofinis potvynis cheminių atliekų saugojimo kapinyne; sprogimas, galintis išplisti ir pažeisti kuro saugyklas, cheminių medžiagų ar šaudmenų laikymo vietas; atominės elektrinės aušinimui naudojamo ežero išsekimas sausros metu.

1.1.2. Ekstremalių įvykių ryšys su patikimumo ir rizikos analize

Vis daugėjant literatūros apie riziką, žodis rizika yra vartojamas daugeliu skirtingų prasmių. Kokybiniu požiūriu rizika yra apibrėžiama kaip nepageidaujamo įvykio pasirodymo tikimybė.

Tam tikrose srityse, pavyzdžiui branduolinės energijos srityje, apibrėžiama keletas dydžių, kurie dažniausiai yra naudojami kaip kiekybiniai rizikos įverčiai, tokie kaip aktyviosios zonos pažeidimo dažnis, ankstyvų didelių radioaktyvių medžiagų išmetimų dažnis ir tikimybė po avarijos mirti nuo vėžio.

Dažniausiai pasitaikantį apibendrintą kiekybinį rizikos įvertinimą pasiūlė Kaplan ir Garick [18], jie pasiūlė atsakyti į tris klausimus:

- Kas gali nutikti? (Kas gali sugesti?)
- Kokia tokio nepageidaujamo įvykio pasirodymo tikimybė?
- Kokios gali būti nepageidaujamo įvykio pasekmės?

Atsakant į šiuos klausimus sudaromi pasekmių scenarijai. Formaliai rizika gali būti užrašyta kaip trinarių aibė:

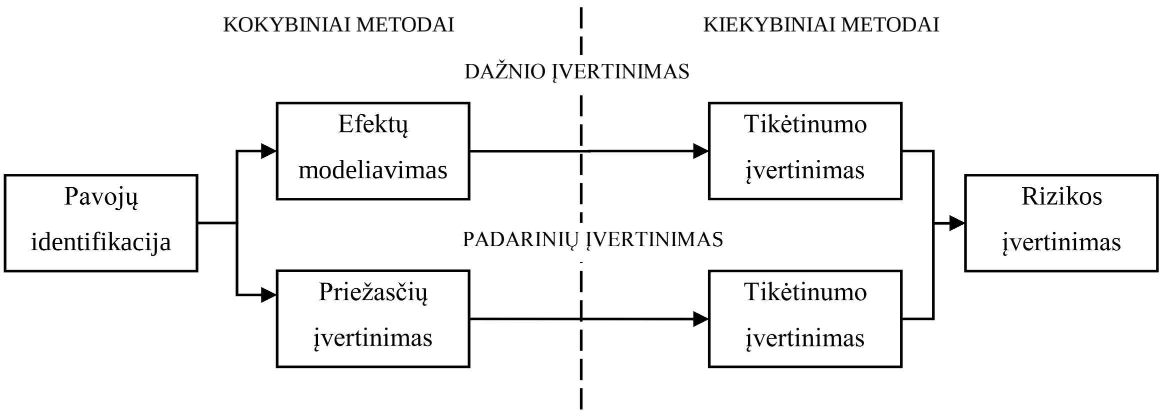
$$R=\{\langle s_i, \boldsymbol{p_i}, c_i\rangle\},\ i = 1, 2, \ldots, N. \qquad \textbf{(1.1)}$$

Čia s_i yra scenarijaus aprašymas;

$\boldsymbol{p_i}$ yra scenarijaus tikimybė;

c_i yra pasekmė arba scenarijaus įvertinimo rodiklis, pavyzdžiui žala.

Rizikos analizės procesas, aprėpiantis kokybinį ir kiekybinį rizikos vertinimą, schematiškai pavaizduotas paveiksle.



1.2. pav. Rizikos vertinimo schema

Scenarijai parodo, kas gali atsitikti su nagrinėjamu objektu, o jų tikimybės įvertina, kaip dažnai gali toks scenarijus įvykti iš tikrųjų. Scenarijų pasekmės gali būti išreiškiamos labai įvairiai, pavyzdžiui, žuvusių žmonių skaičiumi, nuostoliais, kurie gali būti įvertinti pinigais, aplinkos užterštumu, įmonės prestižu ir pan.

Scenarijaus sudarymo procesas prasideda nustatant inicijuoti įvykį, kuris sutrikdo sistemą. Kiekvienam IĮ, analizuojamos papildomos avarijos, kurios gali sukelti nepageidaujamų pasekmių. Tada nustatomos šių scenarijų dažnumas ir pasekmės. Galiausiai yra sudedama daug tokių scenarijų ir sukuriamas sistemos rizikos modelis. Šiuo modeliu vėliau gali būti paremta rizikos analizė ir valdymas.

1.1.3. Ekstremalių įvykių tikimybės vertinimo aktualumas

Tokių nors ir retų, tačiau nepaprastai pavojingų įvykių rizikos vertinimas yra aktualus įvairių pramonės objektų saugos užtikrinimui. Jis ypač svarbus rengiant naujų galingų šiluminių ir atominių elektrinių, bei įvairių gamyklų statybos projektus. Statant naujus pramonės objektus privaloma atsižvelgti į esamus nacionalinės ir tarptautinės teisės aktus, kuriuose pastaruoju metu atsiranda vis daugiau ne vien rekomendacinio pobūdžio, bet ir privalomų įvykdyti reikalavimų vertinti minėtus ekstremalius įvykius, susijusius su konkrečia vietove.

Rengiantis statyti naują atominę elektrinę Lietuvoje taip pat yra atliekamos įvairios analizės ir tyrimai, vadovaujantis Lietuvos ir tarptautinės atominės energetikos institucijų nurodymais, bei šalies ir tarptautinės teisės aktais. Šių tyrimų metu yra vertinami ekstremalūs įvykiai. [29]

1.1.4. Pasaulinė ekstremalių įvykių vertinimo praktika

Remiantis TATENA [14] rekomendacijomis, bei Lietuvoje jau taikoma praktika [6] ekstremalūs įvykiai visų pirma yra įvertinami tikimybiškai ir tik tuomet, jei įvykio pasirodymo tikimybė viršija nustatytą ribą, yra reikalingi tolimesni sudėtingi ir brangūs galimų scenarijų bei poveikio modeliavimai ir tyrimai.

Ekstremalaus įvykio tikimybės vertinimui yra sudaromas tikimybinis modelis pagal įvairias fizikos, matematikos ir kitų mokslo šakų teorijas, priklausomai nuo tiriamo įvykio. Tačiau net sudarius modelį ekstremalaus įvykio tikimybę tiksliai įvertinti yra sudėtinga, dėl būdingo įvykio pasirodymo retumo. Paprastai net inicijuojantis įvykis yra retas. Todėl susiduriama su informacijos ir statistinių duomenų trūkumu tiksliam modelių parametrų ir ekstremalaus įvykio tikimybės įvertinimui. Kai turima mažai statistinių duomenų, klasikinių statistinių metodų taikymas ne visuomet gali būti korektiškas ar net įmanomas.

Praktikoje yra taikoma neapibrėžtumų analizės metodika [20], įgalinanti įvertinti modelio rezultatų neapibrėžtumą.

Taikymo problemų sprendimui skirtoje literatūroje [25] rekomenduojama taikyti Bajeso teorema pagrįstą metodiką, kai reikia apjungti skirtingo pobūdžio informaciją, kurios be to yra nedaug. Bajeso teorema paremta metodika leidžia apjungti skirtingą informaciją ir panaudoti ją dominančio dydžio skirstinio nustatymui.

1.1.5. Informacijos neapibrėžtumo šaltiniai

Ekstremalūs įvykiai yra reti ir dėl to apie juos nėra daug statistinės informacijos. Dažnai tam tikrame regione įvykis niekada dar nėra įvykęs arba yra įvykęs vieną ar kelis kartus. Iš vos keleto duomenų įvykio tikimybę statistiškai įvertinti sudėtinga arba neįmanoma.

Kai kuriais atvejais gali būti pasirenkamas didesnis ar visai kitas panašus regionas informacijos kiekiui padidinti, bet ne visuomet tokią informaciją apjungti į vieną imtį yra korektiška. Tuomet tenka pasirinkti daugiau duomenų iš labiau nutolusio regiono arba senesnių laiko prasme, ar mažiau naujesnių, teritoriškai būdingesnių duomenų, iš kurių neįmanoma įvertinti įvykio pasirodymo tikimybės dėl per mažo jų kiekio.

Praktikoje, kai statistinių duomenų nėra arba jie gali būti gaunami tik labai brangių ir sudėtingų eksperimentų metu, galima pasitelkti ekspertus [25]. Ekspertų gali būti prašoma įvertinti dominantį dydį, nusakyti jo charakteristikas. Literatūroje [16,24] aprašomos įvairios metodikos, pateikiami teisingų ekspertinių įverčių gavimo būdai, užduodant tinkamus klausimus, bei adekvačiai vertinant gautą informaciją. Tačiau šiame darbe tam dėmesys neskiriamas, nes tai iš dalies socialinių mokslų nagrinėjami klausimai.

1.1.6. Ekstremalių įvykių vertinimo problematika

Šio darbo tikslas – išplėtoti metodiką, skirtą ekstremalaus įvykio tikimybės vertinimui, atsižvelgiant į duomenų neapibrėžtumą. Bei aprašytą metodiką pritaikyti praktinio uždavinio sprendimui – orlaivio sudužimo ant Ignalinos atominės elektrinės tikimybės įvertinimui.

Tiriamajam darbui buvo sudaryti keli pagrindiniai uždaviniai:

- susipažinti su ekstremalių įvykių analize ir neapibrėžtumo analizei taikomais metodais;
- išnagrinėti lėktuvo kritimo netoli Ignalinos atominės elektrinės modelį, jo parametrų neapibrėžtumo ir jautrumo analizę;
- atlikti modelio parametrų ir rezultatų įverčių analizę;
- papildyti turimus duomenis ir atlikti bandomuosius skaičiavimus;
- naudojant pasiūlytas metodikas, modelius ir programines priemones atlikti gautų įverčių neapibrėžtumo vertinimą.

Atlikus literatūros apžvalgą pasirinkta metodiką, leidžiančią įvertinti ekstremalaus įvykio tikimybę, atsižvelgiant į duomenų neapibrėžtumą, plėtoti remiantis įrengimų gedimo intensyvumo vertinimui skirtais bajesine teorija paremtais metodais. [2]

Kuriamą metodiką darbo pabaigoje siekiama pritaikyti praktinio uždavinio – orlaivio sudužimo ant Ignalinos atominės elektrinės tikimybės įvertinimo – sprendimui. 2.2.2. skyriuje detaliai aprašomas orlaivio sudužimo tam tikro spindulio teritorijoje modelis, sukurtas ankstesnių tyrimų metu [21, 5, 6].

Lietuvos energetikos instituto mokslininkų 2006 m. atlikti skaičiavimai [6] parodė, kad reikšmingiausias įvykio tikimybės modelio rezultatams yra parametras P_l – lėktuvų kritimo dažnis, apskaičiuotas vienam skrydžio kilometrui. Šis modelio parametras yra inicijuojančio įvykio charakteristika, kurią vertinant susiduriama su duomenų trūkumo problema. Dėl to darbe pateikiamos metodikos taikymas šiam uždaviniui spręsti yra tikslingas.

1.2. BAJESINĖ PATIKIMUMO PARAMETRŲ VERTINIMO METODOLOGIJA

Šiame skyriuje pateikiami atskiri matematiniai metodai, skirti patikimumo parametrų vertinimui. Trumpai pristatoma Bajeso teorema, bei jos taikymui svarbūs tikėtinumo funkcijos sudarymo būdai, apriorinio ir aposteriorinio skirstinio ryšį lemiančios ir skaičiavimus supaprastinančios jungtinių skirstinių porų savybės.

1.2.1. Bajeso teorema

Pagal Bajeso teoremą, jei įvykis A gali įvykti tik įvykus įvykiui B_i, kur įvykiai B_i ir B_j yra tarpusavyje nesutaikomi įvykiai, sudarantys pilnąją įvykių grupę, tai preliminari įvykio B_i, taip pat vadinamo hipoteze, tikimybė gali būti perskaičiuota po to, kai įvyko įvykis A, pagal formulę [10, 23]:

$$P(B_i \mid A) = \frac{P(AB_i)}{P(A)} = \frac{P(B_i)P(A \mid B_i)}{P(A)} \tag{1.2}$$

Pagal pilnosios tikimybės formulę:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A \mid B_i) \tag{1.3}$$

čia $P(B_i)$ yra preliminari hipotezės B_i tikimybė;

$P(A|B_i)$ – įvykio A sąlyginė tikimybė;

P(A) – įvykio A galutinė tikimybė. [2]

Jei reikia atnaujinti patikimumo parametrą λ, gavus naujus duomenis *x,* formulė yra perrašoma, naudojant tikimybių skirstinius:

$$g(\lambda \mid x) = \frac{g(\lambda) f(x \mid \lambda)}{\int_0^{\infty} g(\lambda) f(x \mid \lambda) d\lambda} \tag{1.4}$$

kur g(λ) yra apriorinis parametro λ skirstinys;

g(λ|x) – aposteriorinis parametro λ skirstinys, gavus naujus duomenis x;

f(x|λ) – duomenų x, esant nežinomam parametrui λ, tikimybinis modelis, ar tikėtinumo funkcija.

1.2.2. Bajeso tikimybių vertinimo metodas

Šiuo metu statistikoje yra dvi pagrindinės kryptys: tradicinė statistika ir Bajeso tikimybių vertinimo metodas. Tradicinė statistinė analizė nagrinėja tikimybę, kaip dažnio ribą. Klasikinė statistika naudoja informaciją, gautą iš aiškiai nustatyto duomenų rinkinio, susieto su tiriamu objektu. Preliminari turima informacija nėra naudojama, išskyrus atvejus, kai remiantis ja yra sudaromos statistinės hipotezės, kurios vėliau tikrinamos statistiniais metodais. Pavyzdžiui, tam tikras patikimumo modelis turi vieną ar keletą parametrų. Klasikinės statistikos požiūriu šie parametrai yra fiksuoti, bet nežinomi dydžiai, kuriuos reikia įvertinti naudojant statistinius metodus ir remiantis esamais duomenimis, kurie yra tiriamos visumos imtis [24].

Iš kitos pusės, Bajeso tikimybių vertinimo metodas nagrinėja tikimybę kaip pasikliovimo laipsnį. Šiuo atveju netiksli informacija ir netgi subjektyvi ekspertinė nuomonė gali būti panaudotos nežinomų parametrų įvertinimui, tiktai tokio įvertinimo rezultatai turės didelį neapibrėžtumą. Gaunama papildoma informacija leidžia šį neapibrėžtumą mažinti ir gauti tikslesnius įvertinimus. Bajeso metodas leidžia „atnaujinti“ tikimybę, gaunant naują informaciją. Patikimumo modelio parametrai, pagal Bajeso metodą, yra atsitiktiniai, o ne fiksuoti, dydžiai. Analizės metu preliminari informacija ar net ekspertinis įvertinimas yra naudojami aprioriniam šio parametro pasiskirstymo modeliui sudaryti. Šis modelis atspindi pradinį analitiko manymą apie tai, kaip yra galimos skirtingos tiriamo parametro reikšmės. Kitame žingsnyje, naudojantis Bajeso formule ir remiantis naujai gauta informacija pradinis modelis yra perskaičiuojamas ir gaunamas tiriamo parametro aposteriorinis pasiskirstymo modelis. Parametro įvertis ir šio įverčio pasikliautinasis intervalas yra skaičiuojami pagal aposteriorinį skirstinį [24].

Bajeso metodas gavo savo pavadinimą pagal anglų matematiko Bajeso (Bayes) pavardę. Šis mokslininkas pasiūlė taip vadinamas Bajeso formules ((1.2),(1.4)), kurios tapo šio metodo pagrindu.

1.2.3. Aprioriniai skirstiniai

Šis poskyris aptaria apriorinių $g(\lambda)$ ir aposteriorinių skirstinių $g(\lambda|x)$ kūrimą. Informatyvus apriorinis skirstinys $g(\lambda)$ (t.y. apriorinis skirstinys, kuris atspindi sistemos būseną ar bent jau dalinai ekspertų žinių būseną) yra toks, kuris atspindi nežinomo parametro pradinį ekspertų įvertinimą. Priešingai nei matematiškai apibrėžtas neinformatyvus apriorinis skirstinys, kuris atstovauja miglotai žinių būsenai, ir kai kuriais atvejais yra ganėtinai naudingas[2].

Apskritai, pagal Bajesinį atnaujinimą, aposteriorinis skirstinys $g(\lambda|x)$ priklauso nuo apriorinio skirstinio $g(\lambda)$ ir tikėtinumo funkcijos kombinacijos. Tuo atveju, jei turimas palyginti ribotas specifinių duomenų kiekis, aposteriorinis skirstinys $g(\lambda|x)$ nuo atitinkamo apriorinio skirstinio $g(\lambda)$ daug nesiskirs. Tačiau vien tik apriorinio skirstinio naudojimas nėra pakankamas, net atsižvelgiant į tai, jog turimas ribotas statistinės informacijos kiekis[2, 26].

Dėl jungtinių skirstinių porų (1.2.5. skyrius) privalumų patogu pasirinkti gama arba beta apriorinį skirstinį *g(λ)*, nes tuomet sudarius atitinkamą tikėtinumo funkciją ir aposteriorinis skirstinys *g(λ|x)* bus to paties tipo.

Gama pasiskirstymo tankio funkcija:

$$G(\lambda, a, b) = \exp(-b\lambda)\frac{b^a \lambda^{a-1}}{\Gamma(a)}, \ \lambda \geq 0, \ a > 0, \ b > 0. \tag{1.5}$$

čia $\Gamma(a)$ – Oilerio gama funkcija.

Vidurkis:

$$\mu = \frac{a}{b}. \tag{1.6}$$

Dispersija:

$$\sigma^2 = \frac{a}{b^2}. \tag{1.7}$$

Beta pasiskirstymo tankio funkcija:

$$Be(\lambda, a, b) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}\lambda^{a-1}(1-\lambda)^{b-1}, \ 0 \leq \lambda \leq 1, \ a > 0, \ b > 0. \tag{1.8}$$

Vidurkis:

$$\mu = \frac{a}{a+b}. \tag{1.9}$$

Dispersija:

$$\sigma^2 = \frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)}. \tag{1.10}$$

Jungtinių skirstinių porų savybės įgalina paprastai sumodeliuoti atvejį, kai trūksta apriorininės informacijos arba ji yra nereikšminga, tai yra sumodeliuoti tokį apriorinį skirstinį *g(λ)*, kuris labai silpnai įtakoja aposteriorinį skirstinį *g(λ|x)*. Tuomet aposteriorinis skirstinys *g(λ|x)* yra grindžiamas tik naujų duomenų tikėtinumu. Atliekant vertinimą bejesiniu metodu gali būti sudaromi neinformatyvūs gama ir beta aprioriniai skirstiniai (1.1 lentelė).

1.1 lentelė.

Invariantiniai skirtiniai su neinformatyviais aprioriniais skirstiniais

Neinformatyvus apriorinis skirstinys	Skirstinio parametrai
Gama: $G(\lambda,0,1)=\dfrac{1}{\lambda},\ \lambda>0,$	$a=0,\ b=1.$
Beta: $Be(\lambda,0,0)=\dfrac{1}{\lambda(1-\lambda)},\ 0\le\lambda\le 1,$	$a=0,\ b=0.$

Gali būti nustatomas ir kitokio tipo nei gama ar beta apriorinis skirstinys *g(λ)*, [24] aprašomoje patikimumo parametrų skaičiavimo praktikoje minimas Lognormalusis apriorinis skirstinys. Tačiau tuomet iš (1.4) formulės nėra gaunama analitinė aposteriorinio skirstinio *g(λ|x)* išraiška.

1.2.4. Tikėtinumo funkcija

Tikėtinumo funkcija $L(E|\lambda)$ yra proporcinga stebėjimų baigties E tikimybei, su sąlyga, kad parametras λ yra žinomas. Turint keletą sąlyginai nepriklausomų stebėjimų baigčių $E(i)$ tikėtinumo funkciją galime užrašyti taip [2]:

$$L(E\,|\,\lambda)=\prod_i L(E(i)\,|\,\lambda). \tag{1.11}$$

Norint atnaujinti pradinį skirstinį, naudojant tam tikros įrangos statistinius stebėjimus, tikėtinumas dažniausiai skaičiuojamas paprastu būdu. Kaip parodyta 1.2 lentelėje, siūloma *i*–ojo stebėjimo aibės tikėtinumo funkciją formuoti naudojant atitinkamas pasiskirstymo funkcijas [2].

1.2 lentelė.

Požymiai ir tikimybiniai skirstinio modeliai

Stebėjimai	Skirstiniai	Pastabos
E(i) = {r gedimų iš n bandymų}	Binominis	Naudojamas kai gedimų skaičius yra susietas su bandymais
E(i) = {S, F, S, ...}	$L(E(i)\,|\,\lambda)=(1-\lambda)\cdot\lambda\cdot(1-\lambda)\cdot\ldots$	Žinoma tiksli gerų realizacijų S ir gedimų F tvarka
E(i) = {k gedimų kiekis laiko intervale [0, T]}	Puasono	Naudojamas kai gedimai priklauso nuo laiko
E(i) = {mažiau nei m gedimų laiko intervale [0, T]}	$L(E(i)\,|\,\lambda)=\sum_{r=0}^{m-1}\exp(-\lambda T)\dfrac{(\lambda T)}{r!}$	Sumuojama skirtingų galimų r gedimų įtaka

Taip pat yra plačiai naudojami parametrų taškinių įverčių gavimo metodai: momentų suderinamumo ir maksimalaus tikėtinumo. Tikėtinumo funkcija yra formuojama duomenų pagrindu lygiai taip pat, kaip jie yra naudojami formuojant Bajesinius skaičiavimus. Pavyzdžiui, naudodami maksimalaus tikėtinumo metodą, užuot naudoję Bajeso teoremą, galime tikėtinumo funkciją laikyti kaip parametrų funkciją ir surasti tokias parametrų reikšmes, kurios maksimizuotų šią funkciją, t. y. rasti jų maksimalaus tikėtinumo įverčius.

Avarinės įrangos atveju statistinių stebėjimų tikėtinumo modelis yra pagrįstas binominiu skirstiniu. Tuo atveju, kai gedimai yra modeliuojami įrangai veikiant, tikėtinumas yra pagrįstas Puasono skirstiniu. Bendru atveju tikėtinumo funkcijos pavidalas yra susietas su tariamo modelio, kuris nusako būdą kaip generuojama nauja informacija, prigimtimi.

Kai duomenys yra sugeneruoti pagal Bernulio procesą (pvz., gedimų skaičius pagal sistemos reikalavimus), tai kaip tikėtinumo funkciją reikėtų naudoti Binominį skirstinį[2]:

$$P(r \mid N,q) = C_r^N q^r (1-q)^{N-r}; \qquad \textbf{(1.12)}$$

kuris nusako tikimybę, kad įvyko r įvykių (pvz., elemento gedimų skaičius) per N bandymų (pvz., elemento bendras bandymų skaičius), kai gedimo tikimybė bandymo metu (reikalaujama gedimų tikimybė) yra q. Maksimalus q tikėtinumo įvertis yra $q^*=r/N$.

Kai duomenys yra sugeneruoti pagal Puasono procesą (pvz., gedimų skaičius įrenginio darbo metu), tai kaip tikėtinumo funkciją reikėtų naudoti Puasono skirstinį[2]:

$$P(r \mid T,\lambda) = \frac{(\lambda T)^r}{r!} e^{-\lambda T}; \qquad \textbf{(1.13)}$$

kuris nusako tikimybę, kad įvyko r įvykių (pvz., elemento gedimų skaičius) per T laiko vienetą (pvz., elemento veikimo laikas), kai įvykio dažnis (gedimų dažnis) yra λ. Maksimalus λ tikėtinumo įvertis yra $\lambda^*=r/T$.

Kai duomenys yra paremti ekspertų informacija arba reikšmėmis iš aproksimuoto duomenų šaltinio (pvz., geriausias įvertis), tai kaip tikėtinumo funkciją reikėtų naudoti lognormalųjį skirstinį. Be to, patikimumo parametrai, kurie nusako gedimų dažnį, gali būti susieti su kritiniais gedimais. Šiuo atveju kritiškumo įtaka sistemos veikimui gali būti pagrįsta miglotomis taisyklėmis [2].

1.2.5. Aposterioriniai skirstiniai

Aposteriorinis skirstinys $g(\lambda|x)$ yra sąlyginis, nustatytas įvertinus turimus kokybiškus duomenis, t.y. Bajeso formulės pagalba apjungus apriorinio skirstinio ir tikėtinumo funkcijos pavidalu turėtą informaciją.

Apriorinio skirstinio išraiška apskaičiuojama iš (1.4) Bajeso formulės. Tačiau tik nedaugelio skirstinių atveju pavyksta rasti analitinę išraišką aposteriorinio skirstinio išraišką, tuomet reikia pasitelkti ne tokius tikslius skaitinius metodus aposterioriniam skirstiniui gauti.

Jungtinių skirstinių privalumai

Kai kurioms apriorinio ir tikėtinumo funkcijos skirstinių poroms (1.4) Bajeso formulės dešinėje pusėje esantis integralas yra išsprendžiamas analitiškai, ir aposteriorinis skirstinys gaunamas to paties tipo kaip ir apriorinis. Dėl šios savybės literatūroje naudojama jungtinių skirstinių porų sąvoka [2].

Jei $g(\lambda)$ – apriorinis skirstinys ir $g(\lambda|x)$ – aposteriorinis skirstinys priklauso vienam skirstinių tipui, tai jie yra vadinami jungtiniais (arba invariantiniais) skirstiniais, o $g(\lambda)$ yra vadinamas jungtiniu aprioriniu skirstiniu tikėtinumo funkcijai $f(x|\lambda)$.

Jungtinių skirstinių panaudojimas yra patogus praktiniu požiūriu [2, 26]. Parametriniai skirstiniai, tokie, kaip beta ir gama, gali būti lengvai pritaikyti esamiems pradiniams duomenims. Todėl juos galima naudoti kaip apriorinius skirstinius. Tikėtinumo funkcija gali būti nustatyta priklausomai nuo ieškomo patikimumo parametro ir įrangos darbo režimo, kaip parodyta žemiau pateiktoje lentelėje [2]:

1.3 lentelė.

Tikėtinumo funkcija pagal įrangos darbo režimą

Darbo režimas	Skirstinys	Parametrai
Pastoviai veikianti įranga	Puasono $P(k\|T,\lambda)$	k – gedimų skaičius, T – darbo laikas
Periodiškai dirbanti įranga	Binominis $Bi(k\|N,\lambda)$	k – gedimų skaičius, N – paleidimų skaičius

Jungtinių skirstinių pavyzdžiai yra poros „beta – binominis“ ir „gama – Puasono“ skirstiniai.

Parodoma, kad skirstinių poros „beta – binominis“ ir „gama – Puasono“ yra invariantinių skirstinių poros Bajeso formulės požiūriu.

1.2.5.1. Beta ir binominis skirstiniai

Šiame skyriuje parodomas beta ir Binominio skirstinių jungtinumas Bajeso formulės atžvilgiu.

Beta skirstinio tikimybės tankio funkcija yra:

$$f(x) = \frac{(x-a)^{p-1}(b-x)^{q-1}}{B(p,q)(b-a)^{p+q-1}} \qquad a \le x \le b;\, p,q > 0. \tag{1.14}$$

kur p ir q yra formos parametrai, a ir b yra atitinkamai apatinė ir viršutinė skirstinio ribos ir $B(p,q)$ yra beta funkcija, kurios formulė yra:

$$B(\alpha,\beta) = \int_0^1 t^{\alpha-1}(1-t)^{\beta-1}dt\,. \tag{1.15}$$

Jei ribos a=0 ir b=1, funkcija (1.14) yra vadinama standartiniu beta skirstiniu, kurio lygtis yra:

$$f(x)=\frac{x^{p-1}(1-x)^{q-1}}{B(p,q)}\quad 0\le x\le 1;\, p,q>0\,. \qquad \textbf{(1.16)}$$

Toliau yra nagrinėjamas standartinis beta skirstinys.

Binominis skirstinys gali būti naudojamas, kai reikia sumodeliuoti įrangos komponentą, kuris yra laukimo būvyje. Jei q yra tikimybė, kad elemento paleidimas bus nesėkmingas, tai tikimybė, kad per n paleidimų įvyks k gedimų yra:

$$P_n(k)=C_n^k q^k(1-q)^{n-k},\, k=0,1,...,n; 0\le q\le 1 \qquad \textbf{(1.17)}$$

Bajeso formulė yra naudojama, kai yra elementai, normaliai esantys laukimo režime, kurie yra paleidžiami patikrinimui ar normaliam darbui pagal užklausą. Tokių elementų gedimo tikimybė q gali būti žinoma (ar spėjama) ir charakterizuojama beta skirstiniu su parametrais a ir b. Tada apriorinis skirstinys:

$$P(q)=\frac{1}{B(a,b)}q^{a-1}(1-q)^{b-1},\, a>0, b>0, 0<q<1 \qquad \textbf{(1.18)}$$

Jei per šių elementų eksploatavimo laiką per n paleidimų įvyko k gedimų, pagal šią informaciją yra sudaroma tikėtinumo funkcija, kuri yra binominis skirstinys su tikimybe p ir parametrais n, k:

$$P(X\,|\,q)=C_n^k q^k(1-q)^{n-k},\, k=0,1,...,n; 0\le q\le 1 \qquad \textbf{(1.19)}$$

Norint priorinę q tikimybę patikslinti, remiantis nauja informacija, turime padaryti tai pagal Bajeso formulę:

$$P(q\,|\,X)=\frac{P(q)P(X\,|\,q)}{\int_0^\infty P(q)P(X\,|\,q)dq}=\frac{\frac{1}{B(a,b)}q^{a-1}(1-q)^{b-1}C_n^k q^k(1-q)^{n-k}}{\int_0^1 \frac{1}{B(a,b)}q^{a-1}(1-q)^{b-1}C_n^k q^k(1-q)^{n-k}}=\frac{q^{a+k-1}(1-q)^{b+n-k-1}}{\int_0^1 q^{a+k-1}(1-q)^{b+n-k-1}} \qquad \textbf{(1.20)}$$

Vardiklis yra beta funkcija (1.15) su parametrais $a + k$ ir $b + n - k$, todėl:

$$P(q\,|\,X)=\frac{q^{a+k-1}(1-q)^{b+n-k-1}}{B(a+k,b+n-k)}=Be(a+k,b+n-k) \qquad \textbf{(1.21)}$$

t.y. aposteriorinis parametro q skirstinys yra standartinis beta skirstinys su parametrais $a + k$, $b + n - k$. Matome, kad priorinio skirstinio tipas nepasikeitė, pasikeitė tik jo parametrai. Tai ir yra invariantinių skirstinių savybė.

Svarbiausia šios savybės išvada yra tokia, kad siekiant atnaujinti parametrą q (gedimo tikimybė), charakterizuojamą beta skirstiniu, atsižvelgiant į turimą eksploatavimą patirtį, pakanka beta skirstinio parametrus a ir b pakeisti parametrais $a + k$ ir $b + n - k$, čia n – elemento paleidimų skaičius, k – gedimų skaičius.

1.2.5.2. Gama ir Puasono skirstiniai

Panašiai, kaip buvo parodyta beta ir binominiam skirstiniams, yra ištirti gama ir Puasono skirstiniai.

Gama skirstinys yra dažnai naudojamas gedimų intensyvumo neapibrėžtumui modeliuoti. Šio skirstinio tikimybės tankio funkcija yra:

$$f(x) = \frac{\beta^{\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)} \qquad x \geq 0; \alpha, \beta > 0 \tag{1.22}$$

kur α yra formos parametras, *β* yra skalės parametras ir *Γ* yra gama funkcija, kurios formulė yra:

$$\Gamma(a) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt \tag{1.23}$$

Puasono (Poisson) skirstinys gali būti naudojamas, kai reikia sumodeliuoti pastoviai veikiantį įrangos komponentą. Jei λ yra šio elemento gedimų intensyvumas, *t* yra darbo laikas (valandomis) ir n yra gedimų skaičius, tai tikimybė, kad elementas suges *n* kartų per *t* valandų yra randama pagal Puasono dėsnį:

$$\Gamma(a) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt \tag{1.24}$$

Bajeso formulė yra naudojama, kai reikia patikslinti žinomą (ar spėjamą) gedimo intensyvumą *λ*, atsižvelgiant į turimą eksploatavimo patirtį. Gedimo intensyvumas *λ* yra charakterizuojamas gama skirstiniu su parametrais *a* ir *b*. Tada apriorinis skirstinys:

$$P(\lambda) = \frac{\beta^{\alpha} \lambda^{\alpha-1} e^{-\beta\lambda}}{\Gamma(\alpha)} \qquad \lambda \geq 0; \alpha, \beta > 0 \tag{1.25}$$

Jei per šių elementų eksploatavimo laiką per *t* valandų įvyko *n* gedimų, tai remiantis šia informacija yra sudaroma tikėtinumo funkcija, kuri yra Puasono skirstinys su gedimų intensyvumu *λ* ir parametrais *n* ir *k*:

Siekiant patikslinti apriorinį *λ* reikšmę, remiantis nauja informacija, naudojama Bajeso formulė:

$$P(\lambda \mid X) = \frac{P(\lambda)P(X \mid \lambda)}{\int_0^{\infty} P(\lambda)P(X \mid \lambda) d\lambda} = \frac{\frac{1}{\Gamma(a)} \beta^{\alpha} \lambda^{a-1} e^{-b\lambda} \frac{1}{n!} e^{-\lambda t} (\lambda t)^n}{\int_0^{\infty} \frac{1}{\Gamma(a)} \beta^{\alpha} \lambda^{a-1} e^{-b\lambda} \frac{1}{n!} e^{-\lambda t} (\lambda t)^n d\lambda} = \frac{\lambda^{a+n-1} e^{-\lambda(b+t)}}{\int_0^{\infty} \lambda^{a+n-1} e^{-\lambda(b+t)} d\lambda} \tag{1.26}$$

Vardiklyje esančiame integrale atlikę kintamojo pakeitimą *y = λ (b + t)* ir *α = a + n* ir panaudoję gama funkcijos (1.23) formulę, gauname:

$$\int_0^\infty \lambda^{a+n-1} e^{-\lambda(b+t)} d\lambda = \left(\frac{1}{t+b}\right)^{\alpha-1} \left(\frac{1}{t+b}\right) \int_0^\infty y^{\alpha-1} e^{-y} dy = \left(\frac{1}{t+b}\right)^{\alpha} \Gamma(\alpha) \qquad \textbf{(1.27)}$$

Todėl (1.26) pakeičiama į:

$$P(\lambda \mid X) = \frac{\lambda^{a+n-1} e^{-\lambda(b+t)} (t+b)^{a+n}}{\Gamma(a+n)} = G(a+n, b+t) \qquad \textbf{(1.28)}$$

t.y. pagal (1.25) formulę gauname gama skirstinį su naujais parametrais $a + n$ ir $b + t$. Tai reiškia, kad jungtiniai gama-Puasono skirstiniai yra invariantiški Bajeso funkcijai.

Siekiant atnaujinti parametrą λ (gedimų intensyvumą), charakterizuojama gama skirstiniu, atsižvelgiant į turimą eksploatavimą patirtį, pakanka gama skirstinio parametrus a ir b pakeisti parametrais $a + n$ ir $b + t$, čia n – gedimų skaičius, t – elemento atidirbtas laikas.

1.2.6. Taškiniai įverčiai ir neapibrėžtumo vertinimas

Remdamasis įvairių mokslinių tyrimų praktika R. Alzbutas [19] rašo , kad procesai ir reiškiniai įvairiose mokslo srityse dažnai analizuojami matematinių modelių pagalba. Pastaruoju metu matematiniai modeliai plačiai pradėti taikyti ne tik technologiniuose ar fiziniuose moksluose, tačiau ir biologijoje, farmacijoje ar kitose anksčiau buvusiose beveik išimtinai eksperimentinėse srityse. Tačiau matematinių modelių ir kompiuterinių paketų taikymas iškelia ir naujų problemų bei uždavinių. Vienas iš tokių uždavinių yra efektyvus modelio rezultatų, o visų pirma jo parametrų įverčių neapibrėžtumo įvertinimas.

Šis uždavinys kyla dėl to, kad neįmanoma visiškai tiksliai nustatyti pradinių modelio parametrų reikšmių ir realiose situacijose jos gali būti skirtingos, nei naudojamos modelyje. Praktiniuose skaičiavimuose dažniausiai svarbu parodyti, kad tam tikri sistemos ar reiškinio kintamieji (pvz., maksimalus pasiekiamas slėgis, temperatūra, sprogimo jėga, vandens lygis ir kt.) neviršys leistinų ribų. Šiai problemai nagrinėti būtina įvertinti modelio parametrų įverčių ir modelio rezultatų neapibrėžtumą.

Įprastų statistinių metodų pagalba galima nustatyti modelio kintamojo skirstinio tipą bei įvertinti jo charakteristikas: vidurkį, dispersiją, įvairius kvantilius bei nustatyti intervalą, į kurį pateks 100%·α (α=0,95; 0,99) galimų modelio kintamojo reikšmių.

Jei turima didelė imtis, tuomet intervalas, į kurį pateks 100%·α (α=0,95; α=0,99) modelio kintamojo reikšmių, apskaičiuojamas kaip skirtumas tarp atitinkamų skirstinio kvantilių. Pažymėkime x_q - atsitiktinio dydžio X (modelio kintamasis) skirstinio q kvantilį, t.y. $P(X \le x_q) = q$. Kadangi skirstinio kvantiliai nustatomi empiriškai iš turimų duomenų imties, tuomet apytiksliai 100%·α (arba kitaip su tikimybe artima α) visų kintamojo reikšmių pateks į intervalą $[x_{\frac{1-\alpha}{2}}, x_{\frac{\alpha+1}{2}}]$. Pavyzdžiui, apytiksliai 99% visų kintamojo reikšmių pateks į intervalą [$x_{0,005}$, $x_{0,985}$].

Klasikinėje statistikoje tam tikro dydžio taškinio įverčio neapibrėžtumą parodo charakteristikos, nusakančios duomenų sklaidą apie duomenų padėties charakteristikas. Remiantis šaltiniuose [10] bei [1] pateikiamais klasikinės statistikos imties charakteristikų apibrėžimais galime išskirti duomenų padėties charakteristikas: vidurkį, modą, medianą, kvantilius. Duomenų sklaidą nusakančios charakteristikos yra dispersija, standartinis nuokrypis, populiacijos ir imties kitimo koeficientai, bei procentiniai jų atitikmenys, duomenų aibės plotis, kvartilių skirtumas.

Taškiniai bajesiniai įverčiai ir neapibrėžtumo vertinimas

Apriorinis skirstinys apibendrina parametro neapibrėžtumą, nusakytą aprioriniu ekspertiniu įvertinimu arba bendrais duomenų šaltiniais, pagal kuriuos yra nustatytas apriorinis skirstinys. Panašiu principu aposteriorinis skirstinys apibendrina specifinei tam tikro konkretaus objekto charakteristikai būdingą neapibrėžtumą, nusakytą kartu apriorinio skirstinio ir tikėtinumo funkcijos informacija. Bet kuriuo atveju, dažnai reikalinga gauti taškinius ar intervalinius dominančios charakteristikos įverčius [24].

Bajesinis taškinis įvertis yra reikšmė, tam tikra tiksliai apibrėžta prasme, geriausiai įvertinanti ar apibūdinanti dominančią charakteristiką. Dažnai naudojami taškiniai įverčiai yra apriorinio ir aposteriorinio skirstinio vidurkis ir mediana. Skirstinio vidurkis yra bajesinis įvertis, minimizuojantis vidutinę kvadratinę vertinimo paklaidą (suvidurkintą visos dominančios populiacijos prasme), o mediana – minimizuojantis vidutinę absoliutinę paklaidą. Charakteristikos λ vidurkis μ apskaičiuojamas pagal formulę [24]:

$$\mu = \int_0^{\infty} \lambda p(\lambda)\, d\lambda, \tag{1.29}$$

o mediana, iš lygties:

$$\int_0^{\lambda_{0,5}} p(t)dt = 0,5, \tag{1.30}$$

čia $p(\lambda) = g(\lambda)$ aprioriniam įverčiui gauti ir $p(\lambda) = g(\lambda|x)$ aposterioriniam įverčiui apskaičiuoti.

Remiantis literatūros šaltiniu [24], egzistuoja ir bajesiniai intervaliniai charakteristikos λ įverčiai, naudojant apriorinį arba aposteriorinį skirstinį, priklausomai nuo to, ar domina apibendrintas ar konkretus charakteristikos įvertis. Tarkime, yra reikalinga $(1-\gamma)$ tikimybė, kad į įvertintą intervalą pateks tikroji charakteristikos reikšmė (pavyzdžiui $\gamma = 0,05$, tikimybei lygiai 0,95). Galima gauti $100(1-\gamma)\%$ dvipusį Bajeso tikimybės intervalo įvertį charakteristikai λ, išsprendus lygtis[24, 1]:

$$\int_0^{\lambda_A} p(\lambda)d\lambda = \frac{\gamma}{2}, \quad \textbf{(1.31)}$$

ir

$$\int_{\lambda_V}^{\infty} p(\lambda)d\lambda = \frac{\gamma}{2}, \quad \textbf{(1.32)}$$

apatiniam λ_A ir viršutiniam λ_V rėžiui rasti. Čia $p(\lambda) = g(\lambda)$ aprioriniam įverčiui gauti ir $p(\lambda) = g(\lambda|x)$ aposterioriniam įverčiui apskaičiuoti. Tuomet apriorinio skirstinio atveju $P(\lambda_A < \lambda < \lambda_V) = 1 - \gamma$. Tai nėra pasikliautinasis intervalas klasikine prasme. Koeficientas $(1-\gamma)$ yra subjektyviai apibrėžta tikimybė, kad į apskaičiuotą intervalą (λ_A, λ_V) patenka λ [24].

Aposteriorinio skirstinio atveju $P(\lambda_A < \lambda < \lambda_V |x) = 1 - \gamma$. Šiuo atveju koeficientas $(1-\gamma)$ yra aposteriorinės informacijos apibrėžta tikimybė, kad į apskaičiuotą intervalą (λ_A, λ_V) patenka λ [24].

2. TIRIAMOJI DALIS

Šioje dalyje sprendžiamas darbo pradžioje suformuluotas uždavinys – aprašoma metodika skirta ekstremalių įvykių tikimybės vertinimui atsižvelgiant į duomenų neapibrėžtumą. Be to ši metodika pritaikoma praktinio uždavinio – orlaivio sudužimo ant Ignalinos atominės elektrinės tikimybės vertinimo – sprendimui. Pateikiamos skaičiavimo detalės bei gauti rezultatai.

2.1. EKSTREMALAUS ĮVYKIO TIKIMYBĖS VERTINIMO METODIKA

Šis skyrius yra skirtas pagrindinio darbo uždavinio sprendimui aprašyti. Jame aprašoma bei įvairiomis schemomis pavaizduojama siūloma metodika.

2.1.1. Metodikoje nagrinėjamos charakteristikos

Metodika grindžiama 1.1.1. skyriuje aprašytu ekstremalaus įvykio scenarijaus modeliu, kuris yra pavaizduota 1.1. pav. Remiantis 1.1. skyriuje apžvelgta pasauline tyrimų patirtimi, šioje metodikoje ekstremalaus įvykio tikimybės įvertinimui pasitelkiamas matematinis modeliavimas. Modelis sudaromas remiantis įvairių mokslo šakų dėsniais, pavyzdžiui, 2.1.4. dalyje aprašomas orlaivio sudužimo tam tikroje teritorijoje tikimybės modelis yra sudarytas remiantis fizikos bei matematikos teorijomis. Todėl kiekvieno skirtingo ekstremalaus įvykio atveju, tikimybės vertinimas yra naujas modeliuotojų uždavinys, kurio visiems atvejams tinkamų principų aprašyti neįmanoma. Tačiau naudojantis ekstremalaus įvykio struktūros schema (1.1. pav.) galima teigti, jog bet kuriame ekstremalaus įvykio tikimybės **modelyje** turėtų būti bent vienas **kintamasis** ar **pradinė sąlyga**, susijusi su tam tikra **inicijuojančio įvykio charakteristika**, kurią žymėsime λ. 1.1.6. skyriuje jau taip pat minėta, kad praktikoje tokio kintamojo reikšmė bei neapibrėžtumas gali daryti didelę (ar net didžiausią) įtaką modeliavimo rezultatams, lyginant su kitais kintamaisiais ir pradinėmis sąlygomis.

Dėl svarbos medelio rezultatams ir jau minėto įvykių retumo, lemiančio duomenų neapibrėžtumą, šioje metodikoje didžiausias dėmesys skiriamas matematiniam inicijuojančio įvykio charakteristikos λ vertinimui.

Modelio kintamasis gali būti inicijuojančio įvykio:

- statistinis dažnis – įvykių skaičius atlikus tam tikrą kiekį bandymų;
- fizikinis dažnis – įvykių skaičius per tam tikrą laiką.

Dėl duomenų stygiaus ir kitų 1.1.5. skyriuje aprašytų su tuo susijusių priežasčių, inicijuojančio įvykio charakteristika λ negali būti tiksliai apibrėžta, šis modelio kintamasis yra **atsitiktinis dydis**.

Norint įvertinti tam tikro įvykio tikimybę, paprastai yra skaičiuojamas statistinis jo pasirodymo dažnis (atsitiktinis dydis). Atsitiktinio dydžio empirinis **įvertis** priklausomai nuo modeliuojamo ekstremalaus įvykio gali būti turimos n elementų duomenų imties $(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n)$:

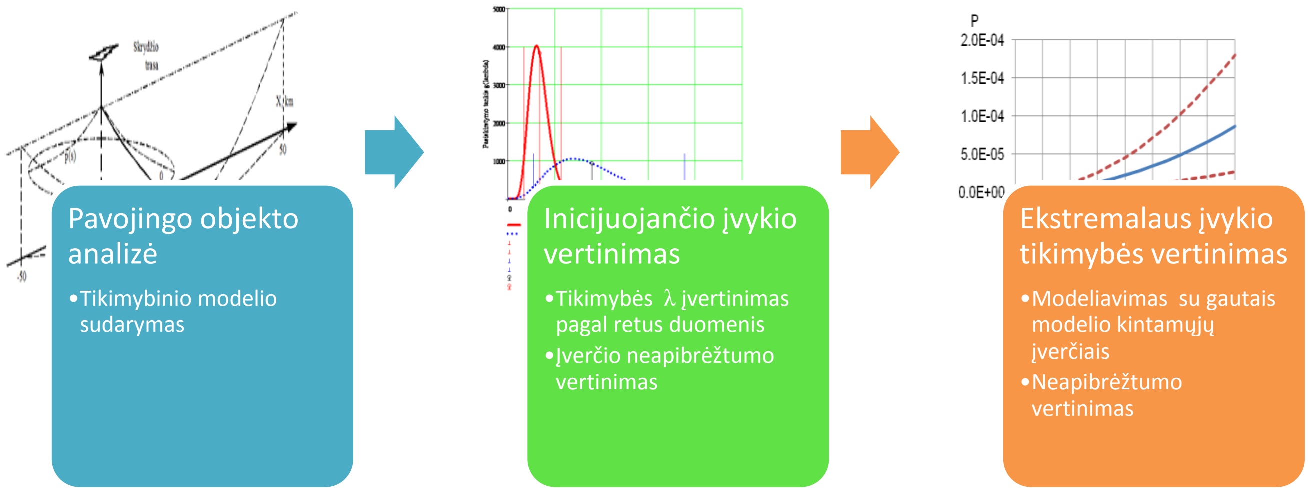
- **empirinis vidurkis**

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\,; \qquad \textbf{(2.1)}$$

- **mediana** – ta reikšmė $x_{\frac{1}{2}}$, su kuria tikimybė $P\left(\lambda < x_{\frac{1}{2}}\right) = P\left(\lambda > x_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}$, arba empiriškai – viduriniojo variacinės eilutės elemento reikšmė (dviejų viduriniųjų elementų reikšmių aritmetinis vidurkis, kai imties elementų skaičius lyginis);
- **moda** – „patikimiausia“ atsitiktinio dydžio reikšmė, empiriškai – daugiausia kartų imtyje pasikartojanti reikšmė (su ja pasiskirstymo tankis yra didžiausias);
- **didžiausia** ar **mažiausia tikėtina reikšmė**, kurios gali būti įvertintos $x_{\frac{1}{100}}$, $x_{\frac{5}{100}}$, $x_{\frac{10}{100}}$, $x_{\frac{90}{100}}$, $x_{\frac{95}{100}}$, ir $x_{\frac{99}{100}}$ kvantiliais, kai reikalinga minimali ar maksimali charakteristikos reikšmė.

Tačiau atsitiktinį dydį visiškai apibūdina tik jo pasiskirstymo funkcija $F(\lambda)$ arba atitinkama **pasiskirstymo tankio funkcija** $f(\lambda)$. Todėl jei įmanoma, visuomet siekiama rasti dydžio pasiskirstymo funkciją.

2.1. paveiksle pavaizduoti su jau aptartu, 1.1. paveiksle iliustruojamu, ekstremalaus įvykio pasirodymo scenarijumi susiję atskiri ekstremalaus įvykio tikimybės vertinimo atsižvelgiant į duomenų neapibrėžtumą etapai.



2.1. pav. Ekstremalaus įvykio tikimybės vertinimo etapai

2.1.2. Bajeso metodo pritaikymas retų įvykių tikimybės vertinimui

Bajesinis tikimybės interpretavimas padaro Bajeso formulę galingu įrankiu tikėtinumo laipsnio atnaujinimui gavus naujos informacijos apie įvykį ar teiginį. [11] Bajeso metodas nagrinėja tikimybę kaip pasikliovimo laipsnį. Šiuo atveju netiksli informacija ir netgi subjektyvi ekspertinė nuomonė gali būti panaudotos nežinomų charakteristikų įvertinimui, tiktai tokio įvertinimo rezultatai turės didelį neapibrėžtumą. Gaunama papildoma informacija leidžia šį neapibrėžtumą mažinti ir gauti tikslesnius įvertinimus. Bajeso metodas leidžia „atnaujinti" tikimybę, gaunant naują informaciją. Modelio kintamieji, pagal Bajeso metodą, yra atsitiktiniai, o ne fiksuoti, dydžiai. Analizės metu preliminari informacija ar net ekspertų įvertinimas yra naudojami apriorinei šio kintamojo pasiskirstymo funkcijai sudaryti. Šis skirstinys atspindi pradinę analitiko nuomonę apie tai, kaip yra galimos skirtingos tiriamos charakteristikos reikšmės. Kitame žingsnyje, naudojantis Bajeso formule ir remiantis naujai gauta informacija pradinis skirstinys yra perskaičiuojamas ir gaunama tiriamos charakteristikos aposteriorinė pasiskirstymo funkcija. Charakteristikos įvertinimai yra skaičiuojami tiesiogiai pagal aposteriorinę pasiskirstymo funkciją. [11], [24].

Jei reikia atnaujinti charakteristiką λ, kuri anksčiau buvo įvertinta pagal apibendrintus duomenis ar ekspertų nuomonę, gavus naujus duomenis *x*, Bajeso formulė (1.2) yra užrašoma naudojant tikimybių skirstinius:

$$g(\lambda \mid x) = \frac{g(\lambda) f(x \mid \lambda)}{\int_0^{\infty} g(\lambda) f(x \mid \lambda) d\lambda} \qquad \textbf{(2.2)}$$

kur $g(\lambda)$ yra apriorinis charakteristikos λ skirstinys;

$g(\lambda \mid x)$ g(λ|x) – aposteriorinis charakteristikos λ skirstinys, gavus naujus duomenis *x*;

$f(x \mid \lambda)$ – duomenų *x*, esant nežinomai charakteristikai λ, tikimybinis modelis, ar tikėtinumo funkcija.

2.2. paveiksle pavaizduotas algoritmas retų įvykių tikimybės vertinimui Bajeso metodu. Pateikiamas pažingsninis jo aprašymas.

<u>A dalis:</u>

1) Atskirti bendro pobūdžio informacijos šaltinius ir jų pateikiamus duomenis, tinkamus apriorinio skirstinio $g(\lambda)$ sudarymui.
2) Pasirinkti apriorinio skirstinio $g(\lambda)$ tipą (beta arba gama), jei skirstinio tipas nebuvo nurodytas kartu su bendro pobūdžio informacija.
3) Įvertinti skirstinio parametrus *a* ir *b* pagal turimus bendro pobūžio duomenis ir tokiu būdu nustatyti konkretų apriorinį skirstinį $g(\lambda)$.
4) Nubraižyti apriorinio skirstinio $g(\lambda)$ grafiką, apskaičiuoti vidurkį μ ir dispersiją σ^2 (jei domina, galima skaičiuoti ir kvantilius ar kitas charakteristikas).

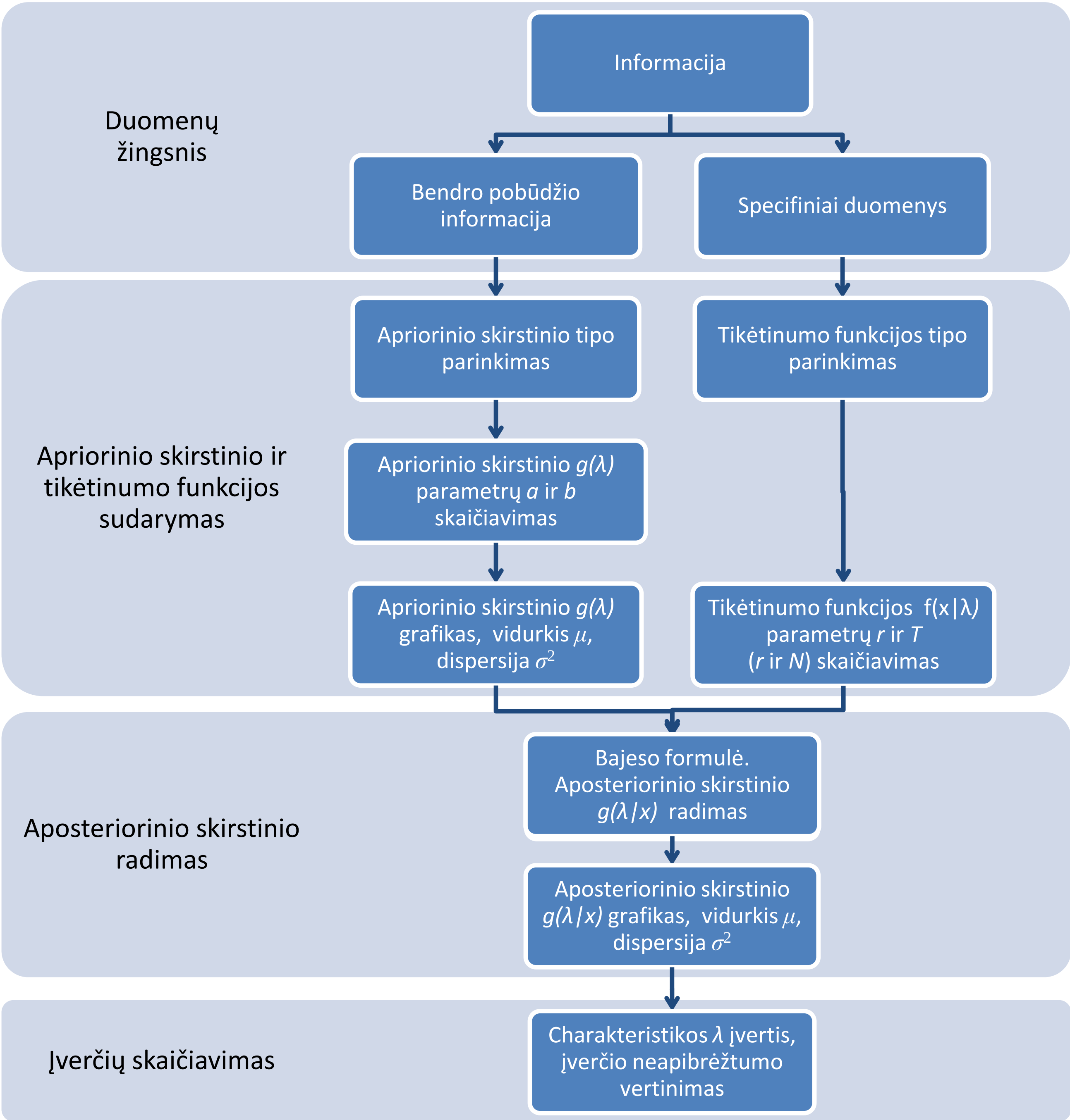
B dalis:

1) Surinkti ir atskirti specifinę dominančiam įvykiui būdingą naujausią informaciją, tinkamą nagrinėjamo inicijuojančio įvykio dažniui įvertinti.
2) Nustatyti tinkamą tikėtinumo funkcijos $f(x\,|\,\lambda)$ tipą (binominį arba Puasono skirstinį).
3) Pagal specifinę informaciją suskaičiuoti parametrus r ir N binominės tikėtinumo funkcijos $f(x\,|\,\lambda)$ atveju, arba r ir T Puasono tikėtinumo funkcijai $f(x\,|\,\lambda)$.

A ir B dalių atlikimo tarpusavio eiliškumas nėra svarbus, jis priklauso nuo turimos informacijos. Jei netrima jokios informacijos apie apriorinio skirstinio $g(\lambda)$ tipą, patogu visų pirma pagal specifinę informaciją nustatyti tikėtinumo funkciją $f(x\,|\,\lambda)$ (B dalis) ir tik tuomet parinkti apriorinio skirstinio $g(\lambda)$ tipą (A dalis) taip, kad būtų sudaryta jungtinė skirstinių pora.

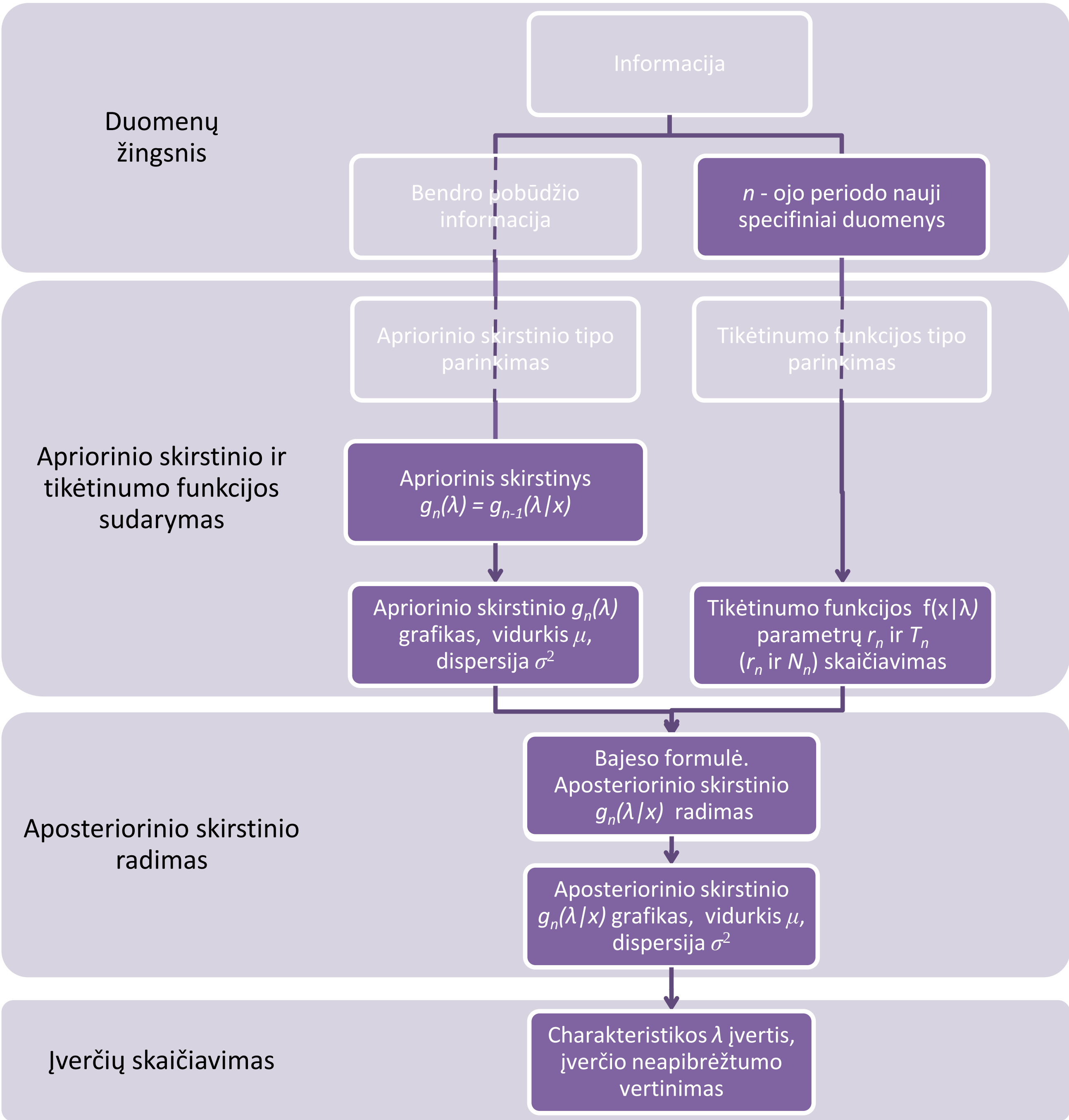
5) Pasitelkus Bajeso teoremą gauti aposteriorinio skirstinio $g(\lambda\,|\,x)$ išraišką.
6) Nubraižyti aposteriorinio skirstinio $g(\lambda\,|\,x)$ grafiką toje pačioje koordinačių sistemoje, kaip ir apriorinio $g(\lambda)$, apskaičiuoti vidurkį ir dispersiją (jei domina, galima skaičiuoti ir kvantilius ar kitas charakteristikas).

   Palyginti apriorinį $g(\lambda)$ ir aposteriorinį skirstinį $g(\lambda\,|\,x)$, įsitikinti specifinės informacijos panaudojimo poveikiu.
7) Iš aposteriorinio skristinio $g(\lambda\,|\,x)$ apskaičiuoti nagrinėjamo dydžio taškinius ir intervalinius įverčius.



2.2. pav. Algoritmas retų įvykių tikimybės vertinimui Bajeso metodu

Vienas iš Bajeso metodo privalumų yra galimybė nesudėtingai pakartotinai atnaujinti aposteriorinį skirstinį, panaudojant naujai gautą aktualią specifinę informaciją. Tuomet A dalies skaičiavimai pradedami nuo 3) žingsnio, jame $g_1(\lambda) = g_0(\lambda \mid x)$, B dalies skaičiavimai pradedami taip pat 3) žingsniu. Tuomet atlikus bajesinį vertinimą, taškinius ir intervalinius nagrinėjamo dydžio įverčius galima skaičiuoti iš aposteriorinio skirstinio $g_1(\lambda \mid x)$. n –ojo atnaujinimo etapo algoritmo schema pavaizduota 2.3. paveiksle.



2.3. pav. *n* – asis algoritmo retų įvykių tikimybės vertinimui Bajeso metodu vykdymas

2.1.3. Turimos informacijos apjungimas

Remiantis sistemos gedimų intensyvumo vertinimo praktikoje taikomu duomenų suskirstymu, aprašytu [2], šiame skyriuje aptariamas būdas informaciją suklasifikuoti į bendro pobūdžio ir specifinius duomenis. Tam tikro pramonės objekto saugos įvertinimas turi būti visapusiškai paremtas būdingais to objekto praeities įvykių duomenimis. Tačiau dažnai, kai būdingų duomenų yra nepakankamai, analizė priklauso nuo įvairių informacijos šaltinių ir tipų. Tokiais atvejais ekspertų patarimai, bendro pobūdžio informacija ar panašių objektų duomenys yra naudojami tiesiogiai arba kartu su (ribotais) būdingais objekto praeities įvykių duomenimis.

Informacijos patikimumo tipai

Reikiamo pradinio skirstinio formavimą siūloma sieti su informacijos klasifikacija ir apjungimu (integracija). Pagal prigimtį ir tinkamumo laipsnį, informaciją yra siūloma klasifikuoti į šiuos tipus:

0 tipas. Neinformatyvūs bendro pobūdžio avarijų duomenys nusako informacijos trūkumą, visišką duomenų atsitiktinumą ar duomenų nereikšmingumą. Šis tipas nusako būseną, kai yra mažai apriorinės informacijos arba parametrų reikšmių intervalai yra nereikšmingi. Bendru atveju neinformatyviu pradiniu skirstiniu yra pasirenkamas tolygiai visame dominančiame intervale pasiskirstęs skirstinys. Tačiau, egzistuoja ir kiti būdai kaip pasirinkti neinformatyvų pradinį skirstinį.

1 tipas. Bendro pobūdžio avarijų duomenys, pvz., avarijų dažnis, ar kiti parametrų įverčiai ir skirstiniai yra gauti iš įvairių istorinių aprašymų. Į šią kategoriją gali būti įtraukti įverčiai iš ekspertų pateiktos teorinės informacijos, bendrų istorinių ar mokslo žinių apie objektą, vietovę, bei ekspertų darbo patirtis objekte.

2 tipas. Bendro pobūdžio avarijų duomenys yra gauti iš patirties kitame panašiame, bet neidentiškame objekte, ar iš identiško objekto kitoje šalyje ar net žemyne. Ši informacija gaunama iš panašių objektų ir dažniausiai būna pateikiama avarijų ir sėkmingų stebėjimų reikšmių forma. Duomenys šiuo atveju gaunami iš nehomogeninės populiacijos, ir paremti praeityje gautų sėkmingų stebėjimų bei avarijų reikšmėmis panašiuose objektuose, kai sąlygos galėjo būti arba nebūti analogiškos dabar analizuojamoms (pvz., kitoks šalies kraštovaizdis ir reljefas, duomenys iš vadovėlio ar rinkinio, bendri įverčiai iš patikimų šaltinių).

3 tipas. Objektui būdingi avarijų duomenys yra susiję su praeityje gautomis sėkmingų stebėjimų ir avarijų reikšmėmis tame pačiame objekte (pvz., tiesioginė stebėjimų patirtis).

Naudojant 1 klasikinį statistinį tipą, duomenys yra gauti arba taškinių įverčių forma arba iš reikšmių intervalo, centruoto apie geriausią įvertį. Geriausio įverčio intervalas gali būti išreikštas kaip apatinė bei viršutinė riba ir rekomenduojama reikšmė arba kaip tolydus tikimybinis skirstinys.

Jei yra prieinami keli bendro pobūdžio duomenų šaltiniai, tai tikėtina, kad mes turime nehomogeninę populiaciją. Šiuo atveju negalime dirbti su duomenų imtimi iš šios populiacijos, o patikimumo parametras (pvz., avarijų dažnis) turės būdingą nepastovumą. Šį nepastovumą nusakantis tikimybinis skirstinys vadinamas charakteristikos λ populiacijos nepastovumo skirstiniu.

Populiacijos nepastovumo skirstiniui įvertinti siūloma naudoti Bajesinius metodus. Šių metodų pagalba ieškomas dominančio dydžio (pvz., avarijų dažnio) skirstinys įgauna parametrinę formą (pvz., gama). Šio skirstinio nežinomi parametrai yra įvertinami naudojant turimas duomenų imtis iš populiacijos.

Kituose skyriuose aptariant metodus siekiama suformuoti ir pristatyti ieškomų charakteristikų skirstinių įvertinimo metodologiją, naudojant tokius stebėjimų duomenis, kaip avarijų ir sėkmingų stebėjimų reikšmes, o taip pat ekspertų paaiškinimus.

Bendros ir sistemai būdingos informacijos taikymas

Bendru atveju yra keturi turimos informacijos tipai:

E_0 – 0 tipo duomenys, pvz., neinformatyvūs bendri duomenys;

E_1 – 1 tipo duomenys, pvz., bendro pobūdžio inžinerinės (ekspertų) žinios;

E_2 – 2 tipo duomenys, pvz., bendro pobūdžio panašių objektų avarijų duomenys;

E_3 – 3 tipo duomenys, pvz., tiriamam objektui sukaupti avarijų duomenys.

E_1 ir E_2 tipo duomenų informacija sudaro apibendrintą informaciją, E_3 –objektui būdingą specifinę informaciją. Šie trys duomenų tipai būna skirtingo detalumo lygio. Tolimesnės duomenų analizės tikslas yra susisteminti ir apjungti įvairius duomenų tipus atsižvelgiant į jų reikšmingumą ir nepastovumą.

Bendro pobūdžio informacija (dažniausiai E_1 ar E_2) yra išreiškiama aprioriniu skirstiniu, o sistemai būdinga informacija (t. y. E_3) išreiškiama tikėtinumo funkcija. Informacijos integravimas atliekamas taikant Bajeso tikimybių vertinimo metodą. Juo remiantis gaunamas aposteriorinis skirstinys, apjungiantis apriorinį skirstinį ir sistemos duomenis. Bendru atveju aposteriorinio skirstinio (aposteriorinės informacijos) radimo procesas yra iteracinis.

Reikia pažymėti, kad apjungimo rezultatas (aposteriorinis skirstinys) yra toks pats nepriklausomai nuo to, ar jis buvo gautas palaipsniui (taikant Bajeso teoremą), ar iš karto (taikant Bajeso teoremą visai sukauptai informacijai). Šis pastebėjimas yra labai naudingas tolimesniems praktiniams bajesinio metodo taikymams.

2.1.3.1. Tikėtinumo funkcijos sudarymas

Remiantis metodika, taikoma gedimų dažnio vertinimui, tikėtinumo funkciją $f\left(x|\lambda\right)$ inicijuojančio įvykio charakteristikos tikslinimui siūloma parinkti panašiu principu. Tikėtinumo funkcija $f\left(x|\lambda\right)$ yra proporcinga stebėjimų baigties x tikimybei, su sąlyga, kad charakteristika λ yra žinoma. Turint keletą sąlyginai nepriklausomų stebėjimų baigčių $x\left(i\right)$ tikėtinumo funkciją galima užrašyti taip:

$$f\left(x|\lambda\right)=\prod_i f\left(x\left(i\right)|\lambda\right) \qquad \textbf{(2.3)}$$

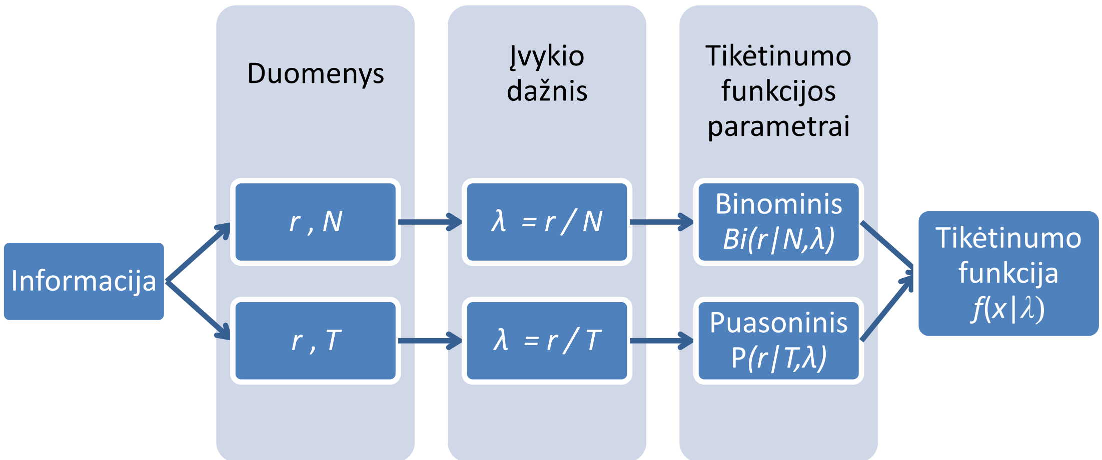
Norint atnaujinti pradinį skirstinį, naudojant naujus statistinius stebėjimų duomenis, tikėtinumas gali būti skaičiuojamas paprastu būdu. Kaip parodyta 2.1 lentelėje, i – osios stebėjimų baigties tikėtinumo funkciją patogu formuoti naudojant atitinkamas pasiskirstymo funkcijas.

2.1 lentelė.

Stebėjimai ir tikimybiniai skirstinio modeliai

Stebėjimai	Skirstiniai	Pastabos
$x(i)$ = {r avarijų iš N įvykių}	Binominis $P(r\,|\,N,\lambda)=C_r^N\lambda^r(1-\lambda)^{N-r}$;	Naudojamas kai avarijų skaičius yra susietas su stebėtų įvykių skaičiumi.
$x(i)$ = {r avarijų kiekis laiko intervale [0, T]}	Puasono $P(r\,|\,T,\lambda)=\frac{(\lambda T)^r}{r!}e^{-\lambda T}$;	Naudojamas kai avarijos priklauso nuo laiko.

2.4 paveiksle schematiškai pavaizduotas tikėtinumo funkcijos $f(x\,|\,\lambda)$ parinkimas pagal turimų specifinių duomenų tipą. Priklausomai nuo to, ar avarijos stebimos tam tikrą laiką T ar fiksuojamas sėkmingų stebėjimų skaičius N, atitinkamai patogu parinkti Puasono arba binominę tikėtinumo funkciją $f(x\,|\,\lambda)$.



2.4. pav. Tikėtinumo funkcijos sudarymas

Siūloma rinktis iš binominės ir Puasono tikėtinumo funkcijos $f(x\,|\,\lambda)$, dėl to, kad dažniausiai fiksuojami tokių tipų duomenys, o be to, šie skirstiniai gali sudaryti jungtines poras Bajeso formulės atžvilgiu su beta ir gama skirstiniais.

2.1.3.2. Apriorinio skirtinio parinkimas ir parametrų įvertinimas

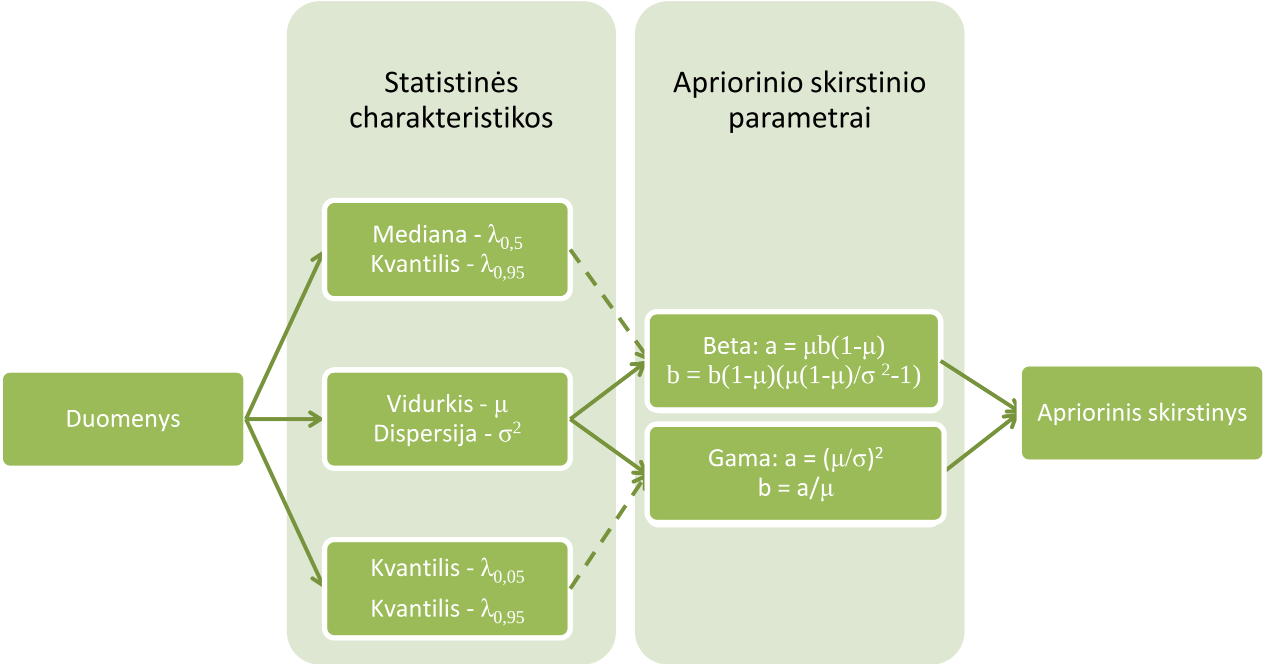
Apriorinį skirstinį $g(\lambda)$ parinkti galima dviem būdais:

1) pasirinkti funkciją ir iš imties duomenų suskaičiuoti jos parametrų įverčius;
2) rasti geriausiai duomenims tinkančią pasiskirstymo funkciją ir jos parametrus.

Patogu naudoti 1) būdą, nes sudarius Puasono ar Binominę tikėtinumo funkciją $f(x|\lambda)$, pasinaudojant jungtinių skirstinių porų savybėmis, aprioriniu $g(\lambda)$ pasirenkamas atitinkamai gama ar beta skirstinys. Pakanka turėti du parametrus (pavyzdžiui vidurkį ir dispersiją), gautus iš turimos duomenų imties ar pasiūlytus ekspertų. Iš jų nesudėtingais skaičiavimais galima įvertinti skirstinių parametrus *a* ir *b*.

2) būdo naudojimas gali būti komplikuotas ir nekorektiškas, jei turimos mažos duomenų imtys.

2.5. paveiksle pavaizduotas apriorinio skirstinio įvertinimo procesas, kai nepriklausomai nuo iš turimų duomenų gautų statistinių charakteristikų galima parinkti vieną ar kitą apriorinį skirstinį. Skirstinio parametrus galima įvertinti momentų metodu, apibendrintu schemoje. Literatūroje [2] aprašomas ir kvantilių metodas, reikalaujantis pasitelkti skaitinius lygčių sprendimo būdus.



2.5. pav. Apriorinio skirstinio parinkimas ir įvertinimas

Jei norima atnaujinti jau turėtą gama ar beta aposteriorinį skirstinį $g_0(\lambda \mid x)$ pagal naujai gautą informaciją sudaryta tikėtinumo funkcija $f_1(x \mid \lambda)$, tai aprioriniu skirstiniu $g_1(\lambda)$ tiesiog pasirenkamas buvęs aposteriorinis skirstinys $g_0(\lambda \mid x)$.

2.1.3.3. Aposteriorinio skirstinio parametrų įvertinimas

Ankstesniuose skyriuose jau aptarta kaip sudaroma tikėtinumo funkcija $f\left(x \middle| \lambda\right)$ ir įvertinamas apriorinis skirstinys $g(\lambda)$. Vadovaujantis pasiūlytu bajesinio vertinimo algoritmu (2.2. pav.) tai visos reikalingos priemonės aposteriorinio skirstinio $g(\lambda \mid x)$ radimui.

Jei parinktos apriorinio skirstinio ir tikėtinumo funkcijos poros yra jungtinės skirstinių beta – binominio ir gama – Puasono poros, tuomet aposteriorinio skirstinio parametrus galima suskaičiuoti tiesiogiai, apsinaudojant 2.2 lentelėje pateikiamais sąryšiais [14]:

2.2 lentelė.

Invariantiniai skirtiniai

Apriorinis skirstinys	Tikėtinumo funkcija	Aposteriorinis skirstinys
Gama: $G(\lambda,a,b)=\exp(-b\lambda)\dfrac{b^a\lambda^{a-1}}{\Gamma(a)}$	Puasono: $P(r\mid T,\lambda)=\exp(-\lambda T)\dfrac{(\lambda T)^r}{r!}$	Gama: $G(\lambda,a',b')$ $a'=a+r$, $b'=b+T$
$\lambda\geq 0$		
Beta: $Be(\lambda,a,b)=\dfrac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}\lambda^{a-1}(1-\lambda)^{b-1}$	Binominis: $Bi(r\mid N,\lambda)=\dfrac{N!}{r!(N-r)!}\lambda^r(1-\lambda)^{N-r}$	Beta: $Be(\lambda,a',b')$ $a'=a+r$, $b'=b+N-r$
$0\leq\lambda\leq 1$		

Naudojant jungtines poras vidurkis ir dispersija taip pat kaip kiti parametrai gali būti lengvai įvertinti iš apriorinio skirstinio tuo atveju, jei apriorinio skirstinio parametrai yra žinomi. Dvi jungtinės apriorinio skirstinio ir tikėtinumo funkcijos poros, ir formulės naudojamos vidurkio ir dispersijos skaičiavimui apibendrintos 2.3 lentelėje.

2.3 lentelė.

Aposteriorinio skirstinio vidurkio ir dispersijos įvertinimas

Apriorinis skirstinys	Tikėtinumo funkcija	Aposteriorinis skirstinys	Aposteriorinio skirstinio vidurkis	Aposteriorinio skirstinio dispersija
Beta $Be(\lambda,a,b)$	Binominis $Bi(r\mid N,\lambda)$	Beta $Be(\lambda,a',b')$	$\mu'=\dfrac{a+r}{a+b+N}$	$(\sigma')^2=\dfrac{(a+r)(b+N-r)}{(a+b+N)^2(a+b+N+1)}$
Gama $G(\lambda,a,b)$	Puasono $P(r\mid T,\lambda)$	Gama $G(\lambda,a',b')$	$\mu'=\dfrac{a+r}{b+T}$	$(\sigma')^2=\dfrac{a+r}{(b+T)^2}$

Panaudojant gautąsias aposteriorinio skirstinio vidurkio ir dispersijos reikšmes, galima suskaičiuoti aposteriorinio skirstinio parametrus a' ir b'.

Kitas būdas įvertinti vidurkį, dispersiją ir kitus parametrus – įvertinti iš aposteriorinio skirstinio, jei aposteriorinio skirstinio parametrai yra žinomi (suskaičiuoti pagal 2.2. lentelę). Formulės naudojamos vidurkio ir dispersijos skaičiavimui apibendrintos 2.4 lentelėje.

2.4 lentelė.

Aposteriorinio skirstinio vidurkio ir dispersijos įvertinimas

Aposteriorinis skirstinys	Aposteriorinio skirstinio vidurkis	Aposteriorinio skirstinio dispersija
Beta $Be(\lambda, a', b')$	$\mu' = \frac{a'}{a'+b'}$	$(\sigma')^2 = \frac{a'b'}{(a'+b')^2(a'+b'+1)}$
Gama $G(\lambda, a', b')$	$\mu' = \frac{a'}{b'}$	$(\sigma')^2 = \frac{a'}{(b')^2}$

2.1.3.4. Taškinių įverčių skaičiavimas ir neapibrėžtumo vertinimas

Iš aposteriorinio skirstinio gautas dominančios charakteristikos λ įvertis (vidurkis μ, mediana $\lambda_{0,5}$, moda, kvantilis) turės tam tikrą neapibrėžtumą, kurį nusako skirstinio standartinis nuokrypis nuo vidurkio, ar kvantiliais $\lambda_{0.05}$ ir $\lambda_{0.95}$ apibrėžtas bajesinis pasikliautinasis intervalas (žr. 1.2.6. skyrių).

1.2.3. skyriuje yra pateiktos gama ir beta skirstinių vidurkių ir dispersijų skaičiavimo formulės (1.6), (1.7), (1.9) ir (1.10). Gama skirstinio modą galima suskaičiuoti pagal formulę $m = \frac{a-1}{b},\ kai\ \ a \geq 1.$ Beta skirstinio modą galima suskaičiuoti pagal formulę $m = \frac{a-1}{a+b-2},\ \ kai\ \ a > 1,\ \ b > 1.$

Iš esmės bajesinis atnaujinimas yra būdas mažinti neapibrėžtumą. Tikslinant retų įvykių dažnį galima remtis 2.2. pav. pavaizduotu algoritmu. Visų pirma reikia surinkti ir išanalizuoti visus pradinius dėl įvairių priežasčių netikslius ar negausius duomenis, bei ekspertų įvertinimus ir iš jų nustatyti apriorinį retų įvykių dažnio skirstinį $g_0(\lambda)$, bei pradinius jo parametrų įvertinimus. Antrajame etape reikia išanalizuoti turimus tikslius ar naujesnius duomenis ir pagal juos parinkti tikėtinumo funkciją $f_0(x\,|\,\lambda)$, bei apskaičiuoti jos parametrų įverčius. Trečiajame etape naudojant gautą apriorinį skirstinį ir tikėtinumo funkciją Bajeso metodu galima patikslinti retų įvykių dažnį, apskaičiuojant aposteriorinį skirstinį $g_0(\lambda\,|\,x)$.

Nepaprastai naudinga bajesinio atnaujinimo ir invariantinių skirstinių porų savybė yra ta, jog kiekvieną kartą gavus naujos informacijos, senąjį aposteriorinį skirstinį $g_0(\lambda\,|\,x)$ galima naudoti kaip naują apriorinį $g_1(\lambda)$ su perskaičiuotais pasiskirstymo tankio parametrais ir jį dar kartą patikslinti tikėtinumo funkcija $f_1(x\,|\,\lambda)$. Pagal gautą aposteriorinį $g_1(\lambda\,|\,x)$ įvertintos charakteristikos λ neapibrėžtumas turėtų sumažėti lyginant su pagal $g_0(\lambda\,|\,x)$ gauto įverčio neapibrėžtumu, kuris jau buvo mažesnis, lyginant su pagal $g_0(\lambda)$ gauto įverčio neapibrėžtumu. Jei pastebimas priešingas efektas, tai gali reikšti, jog atnaujinimui naudojami duomenys nėra kokybiški, ir tinkami įvertinimams atlikti.

2.1.4. Programinių priemonių taikymas

Norint atlikti metodikoje aprašytą analizę galima nesinaudoti jokiomis programinėmis priemonėmis, nes vertinimui reikalingas nesudėtingų analitinių išraiškų skaičiavimas. Tačiau statistikos paketai SAS, SPSS, R gali palengvinti sudėtingesnę duomenų analizę. Pavyzdžiui vaizdžią histogramą gali nubraižyti SAS procedūra *univariate*.

Skaičiuoklės Mathcad, Matlab, MS Excel yra naudingos atliekant pakartotinius skaičiavimus, bei norint nubraižyti gautų skirstinių grafikus.

Šiame darbe naudojama Lietuvos energetikos instituto mokslininkų sukurta programa REPEAT, nes ja galima atlikti bajesinį tikimybės atnaujinimą, labai tinkantį reikalingo neįprastų įvykių dažnio įvertinimui. Pagrindinė REPEAT programos užduotis yra, įvedus apriorinį tikimybinį skirstinį, jį atnaujinti naudojantis naujausia papildoma informacija. Apriorinis skirstinys gali būti suformuotas naudojantis pradine statistine informacija arba ekspertų įvertinimais. Įrankis naudojamas atnaujinti tikimybes, kai tik atsiranda nauja informacija, yra Bajeso teorema. Pagrindinis metodas naudojamas šioje programoje ir yra paremtas šia teorema ir klasikine statistine teorija.

Tačiau pati programa yra pritaikyta tik gedimams ir jų apriorinių parametrų įvedimui, analizei ir neapibrėžtų parametrų skaičiavimams. Siekiama padaryti programą universalesne, kad ji nebūtų iš karto susiejama su gedimų interpretacija. Kad būtų galima ją taikyti bet kokiems atvejams, jei duomenų atnaujinimui reikalinga naudoti Bajeso metodą.

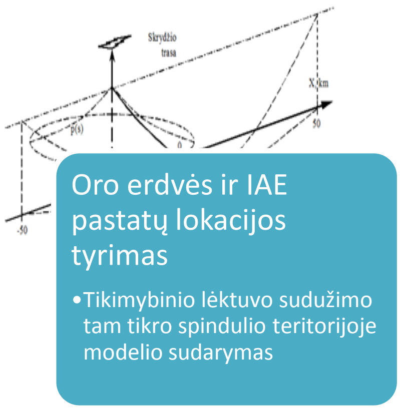
Atnaujinant parametrų įverčius REPEAT programa, vartotojas turi įvesti apriorinio skirstinio parametrus. Aposteriorinio skirstinio parametrai gali būti skaičiuojami trimis metodais: parametrų, momentų ir kvantilių. Metodas pasirenkamas priklausomai nuo to, kokia apriorinė informacija turima. Kiekvienas iš šių metodų galį būti naudojamas su šiais skirstiniais: beta, gama, lognormaliuoju, normaliuoju (Gauso) ir tolygiuoju.

2.2. LĖKTUVO AVARIJOS IR SUDUŽIMO TIKIMYBĖS VERTINIMAS

Šiame skyriuje pateikiamas praktinis 2.1. skyriuje aprašytos metodikos pritaikymo pavyzdys, vertinama orlaivio sudužimo ant Ignalinos AE tikimybė, atsižvelgiant į duomenų neapibrėžtumą. Orlaivio sudužimo ant Ignalinos atominės elektrinės tikimybė skaičiuojama naudojant 2.1. skyriuje išplėtotą metodiką, siekiama patikslinti ankstesnius kitokiomis metodikomis gautus įverčius.

2.2.1. Orlaivio sudužimo tikimybės vertinimo metodologija

Šiame skyriuje pradedamas įgyvendinti pirmasis (2.6. pav.) ekstremalaus įvykio tikimybės vertinimo etapas.



2.6. pav. Pirmas ekstremalaus įvykio tikimybės vertinimo etapas

Bet kurio lėktuvo kritimas Ignalinos AE teritorijoje yra labai pavojingas visai AE, įskaitant reaktorių. Lėktuvas, krentantis iš didelio aukščio, turi didelę griaunamąją galią. Dažnai krintantis lėktuvas sukelia sprogimus ir gaisrus. Krintantis lėktuvas gali sugriauti pastatų stogus ir sienas, vamzdynus, elektros įrengimus bei reaktoriui artimas sistemas, svarbias saugumui. Analizuojant galimus pavojingus padarinius nagrinėjama aktuali zona, apibrėžianti reaktoriaus centrą 200 m spinduliu.

Analizuojant atsitiktinius lėktuvų kritimus, nėra atsižvelgiama į teroristų aktus ar kitus neįprastus žmogaus veiksmus, nes to įvertinti statistiškai neįmanoma. Statistinė lėktuvų kritimo dažnio analizė priklauso nuo skrydžių intensyvumo šalia objekto, techninės lėktuvo būklės, pilotų patirties, meteorologinių sąlygų ir kitų veiksnių.

Pradiniai duomenys, naudojami lėktuvo kritimo tikimybiniams modeliams sudaryti, yra:

- atstumai nuo Ignalinos AE iki civilinių arba karinių oro uostų;
- oro erdvės kontrolės reikalavimai bei oro koridorių išdėstymas rytinėje Lietuvos dalyje;
- Lietuvos oro uostų pateikti lėktuvų skrydžių Lietuvos oro erdvėje kiekiai;
- lėktuvų, skraidančių Lietuvos oro erdvėje, pasiskirstymas pagal tipus;
- lėktuvų, suskirstytų pagal svorį ir tipą, avarijų apibendrinta pasaulinė statistika;

- aviacinių incidentų ir katastrofų kiekis.

Lėktuvų kritimo į AE teritoriją dažnių tikimybiniai modeliai priklauso nuo atstumo tarp AE ir artimiausių oro uostų [3]. Netoli Ignalinos AE didelių oro uostų nėra, pats didžiausias Lietuvos Respublikos oro uostas – Vilniaus – yra maždaug už 130 km nuo Ignalinos AE. Turint tokį atstumą iki oro uosto ir, jei oro transporto koridorius eina šalia AE, tai lėktuvo kritimo tikimybę (per metus) galima įvertinti šia formule:

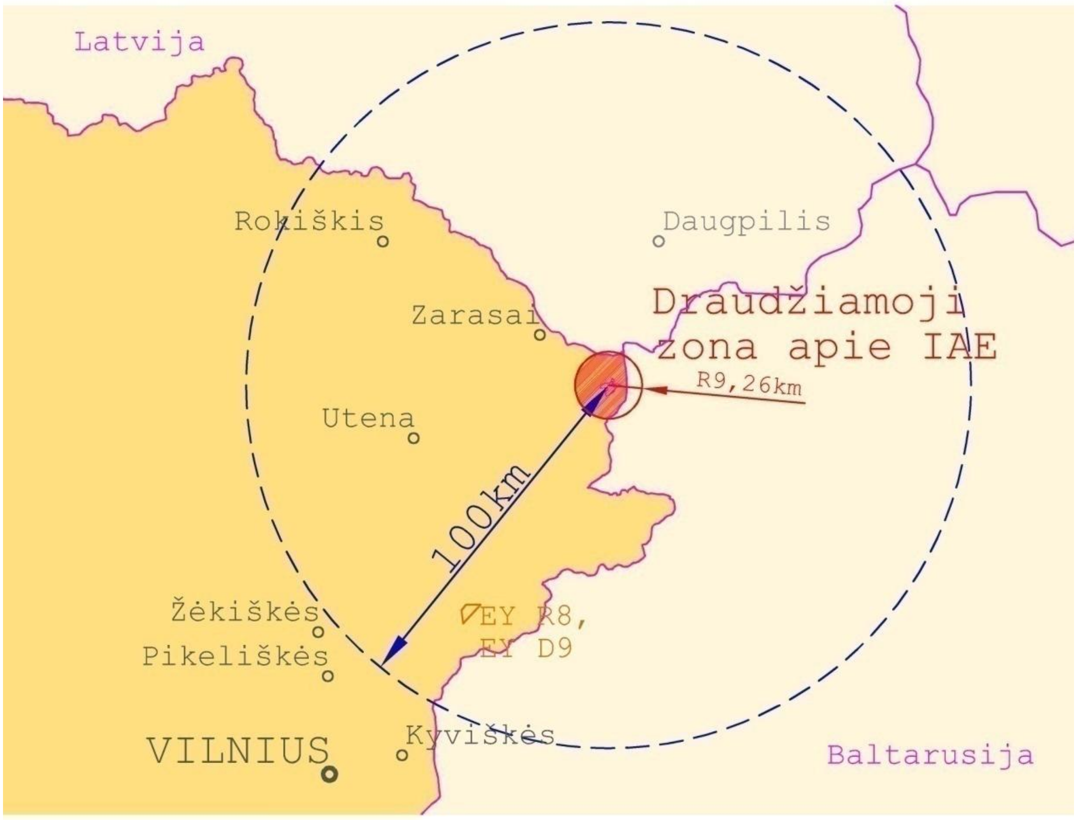
$$P = P_l N_c A/W, \tag{2.4}$$

čia P_l - lėktuvo kritimo dažnis apskaičiuotas vienam skrydžio kilometrui;

N_c - skrydžių kiekis per metus (pagal TATENA rekomendacijas [15] skaičiuojamas 100 km spinduliu);

A - nagrinėjamos teritorijos plotas (konservatyviai skaičiuojamas 0,2 km spinduliu);

W - oro transporto koridoriaus plotis (18,53 km arba 10 jūrmylių).



2.7. pav. 100 km spindulio teritorijoje esantys aerodromai

Orlaivio sudužimas vienam skrydžio kilometrui yra svarbus modelio kintamasis, kurį reikia vertinti atsižvelgiant į duomenų neapibrėžtumą.

Jau ankstesniuose skaičiavimuose buvo naudojamas lėktuvų kritimo dažnis apskaičiuotas lengviems lėktuvams (iki 5700 kg ir vidutiniu skrydžio greičiu 250 km/h) bei sunkiems lėktuvams (per 5700 kg ir vidutiniu skrydžio greičiu 800 km/h).

Pažymėtina, kad Lietuvos Respublikoje lengvų, iki 5700 kg, lėktuvų kritimo dažnis kur kas didesnis nei sunkių, per 5700 kg, lėktuvų. Tačiau dauguma lengvų lėktuvų (iki 5700 kg) dažniausiai skraido netoli oro uostų ir jokios įtakos Ignalinos AE saugumui neturi. Tolesniuose skaičiavimuose naudojami sunkių lėktuvų (per 5700 kg ir vidutiniu skrydžio greičiu 800 km/h) kritimo dažniai.

Visi didesni oro keliai yra pakankamai toli nuo Ignalinos AE. Tik trys iš visų oro kelių patenka į 100 km spindulio apie AE zoną. Lietuvos navigacinės tarnybos duomenimis, tai vidutinio apkrautumo koridoriai. Kadangi daliai lėktuvų yra skiriami atskiri maršrutai ir navigacinės tarnybos nekaupia statistikos apie skrydžius atskiruose koridoriuose bei keletas 100 km spindulio zonai gretimų koridorių yra Lietuvos, Latvijos ir Baltarusijos teritorijoje, tai lėktuvo kritimo tikimybei apskaičiuoti buvo naudojamas skrydžių kiekis nuo 40000 (suapvalintas skrydžių kiekis 2008 m. Vilniaus oro uoste) iki 180000 (suapvalintas skrydžių kiekis 2008 m. Vilniaus oro erdvėje). Be to, buvo priimta konservatyvi prielaida, kad pusę šių skrydžių atliko sąlyginai naujos gamybos lėktuvai, pusę iš jų – sąlyginai senos gamybos lėktuvai.

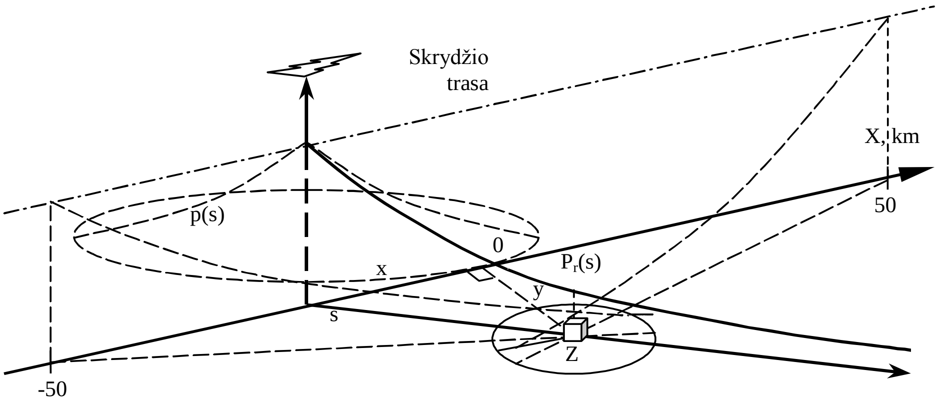
2.2.2. Tikimybinis orlaivio sudužimo modelis

Bendruoju atveju, lėktuvo kritimo tikimybei apskaičiuoti, kai jo skridimo trasa yra s atstumu nuo galimos kritimo teritorijos, naudojamas toks matematinis modelis[5, 3]:

$$P(s) = P_l N_c A \frac{g}{2} e^{-gs}, \tag{2.5}$$

čia g - koeficientas, priklausantis nuo lėktuvo tipo, kuris apibrėžia artimo kritimo tikėtinumą (keleiviniams lėktuvams g = 0,23, kariniams lėktuvams g = 0,63, krovininiams lėktuvams g = 1).

Atsižvelgus į tai, kad 9,26 km spindulio zonoje aplink Ignalinos AE yra draudžiami skrydžiai, žemesni nei 5950 m, reikia šiek tiek modifikuoti prieš tai pateiktą formulę. Konservatyviai vertinant laikoma, kad visi skrydžiai iš pavojingos 100 km spindulio zonos vyksta 9,26 km spindulio zonos pakraščiu. Kadangi keleivinių lėktuvų skrydžiai, palyginus su kitais, sudaro pagrindinį skrydžių kiekį, tai skaičiavimams naudojama g koeficiento reikšmė lygi 0,23, kuri yra ir konservatyviausia iš anksčiau išvardytų reikšmių. Be to, tokia koeficiento g reikšmė atitinka situaciją, kai lėktuvo kritimo tikimybė 10 km atstumu į šalį nuo skrydžio trasos yra 10 kartų mažesnė, nei lėktuvo kritimo tikimybė jo skridimo trasoje.



2.8. pav. Lėktuvo kritimo tikimybės skaičiavimo modelis spinduliu r aplink Ignalinos AE

Modelis, leidžiantis apskaičiuoti lėktuvo kritimo tikimybę aplink Ignalinos AE spinduliu *r*, jei lėktuvas praranda kontrolę ir pradeda kristi atstumu *s* nuo zonos centro, pavaizduotas 2.8 paveiksle. Šis modelis aprašomas taip:

$$P_r(s) = \int \int_0^{2\pi} p(s)\, ds\, d\phi = \frac{r^2 \cdot g^2 \cdot e^{-gs}}{2}, \tag{2.6}$$

kai

$$p(s) = \frac{g^2}{2\pi} \cdot e^{-gs} \text{ ir } \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} s \cdot p(s)\, ds\, d\phi = 1. \tag{2.7}$$

Jei lėktuvas praskrenda koridoriumi 200 km kelią tiesiai, liesdamas 9,26 km spindulio zonos aplink AE kraštą, tada atstumas iki AE zonos centro apibrėžiamas taip:

$$s = \sqrt{x^2 + y^2}\text{, čia } y = 9{,}26,\ x \in (-D, D),\ D = 100. \tag{2.8}$$

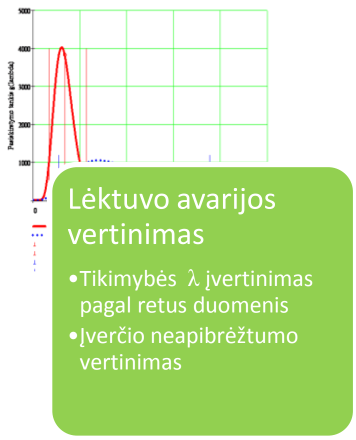
Bendroji lėktuvo kritimo teritorijoje su spinduliu *r* tikimybė apskaičiuojama pagal formulę:

$$\begin{aligned} P &= \frac{N_c P_l r^2 g^2}{2} \int_{-D}^{D} e^{-g\sqrt{x^2+9{,}26^2}}\, d\sqrt{x^2+9{,}26^2} = N_c P_l r^2 g^2 \times \\ &\times \int_0^D \frac{x e^{-g\sqrt{x^2+9{,}26^2}}}{\sqrt{x^2+9{,}26^2}}\, dx = N_c P_l r^2 g \left(e^{-9{,}26g} - e^{-g\sqrt{D^2+9{,}26^2}} \right). \end{aligned} \tag{2.9}$$

Naudojant pastarąją formulę galima gauti lėktuvo kritimo tikimybes skirtingo spindulio teritorijoje, kuri apima Ignalinos AE pastatų ar reaktoriaus zoną.

2.2.3. Duomenų analizė ir klasifikavimas

Šiame skyriuje pradedamas įgyvendinti antras ekstremalaus įvykio vertinimo etapas, pavaizduotas 2.9. paveiksle.



2.9. pav. Antras ekstremalaus įvykio tikimybės vertinimo etapas

Atsižvelgiant į turimus duomenis pateiktus prieduose tyrimą galima suskirstyti į dvi dalis:

1) Sunkių lėktuvų avarijų Europoje dažnio vertinimą.

Didelių lėktuvų (daugiau nei 5700 kg) kritimo dažnį įvertinus pagal turimus bendro pobūdžio JAV duomenis, galima sudaryti apriorinį skirstinį $g_0(\lambda)$. O aposteriorinį skirstinį $g_0(\lambda \mid x)$ galima nustatyti pasitelkiant pagal specifinius Europos 2003-2007 m. duomenis apie reaktyvinių (taip pat didelių) lėktuvų avarijas sudaryta tikėtinumo funkciją $f_0(x \mid \lambda)$.

Iš turimų bendro pobūdžio JAV duomenų galima suskaičiuoti kiekvienų metų avaringumą vienam skrydžiui, bei šio dydžio vidurkį, dispersiją ir kitas dominančias charakteristikas.

Specifinius Europos duomenis iš skirtingų šaltinių galima apjungti, paliekant tik abiejuose šaltiniuose esančias šalis ir atmetant Turkiją, nes jai nurodomas labai didelis avaringumas, kuris iškreiptų bendrus rezultatus.

Gavus naujų specifinių 2008 m. Europos duomenų tapo įmanoma anksčiau gautą aposteriorinį skirstinį $g_0(\lambda \mid x)$ naudojant kaip naują apriorinį $g_1(\lambda)$, atnaujinti įverčius sudarius naują tikėtinumo funkciją $f_1(x \mid \lambda)$. Taip naujausius dominančius įverčius galima gauti jau iš aposteriorinio skirstinio $g_1(\lambda \mid x)$.

Nerasta specifinių Europos duomenų apie nuskristą atstumą, todėl pagal bendro pobūdžio JAV duomenis suskaičiavus vidutinį vieno skrydžio metu nuskrendamą atstumą s kilometrais ir iš jo padalijęs vidutinį avaringumą $\hat{\lambda}$ (iš aposteriorinio skirstinio $g_1(\lambda \mid x)$ gautą įvertį) ir gauname mums reikalingą dydį – lėktuvo kritimo dažnį, paskaičiuotą vienam skrydžio kilometrui. Simboliškai šį skaičiavimą galime pavaizduoti (2.10) formule:

$$P_l = \frac{\hat{\lambda}}{s} \quad arba \quad \left\{ \frac{įvykiai}{km} = \frac{\frac{įvykiai}{skrydžiai}}{\frac{km}{skrydžiai}} \right\}, \qquad \textbf{(2.10)}$$

2) Sunkių ir lengvų lėktuvų avarijų Lietuvoje dažnio vertinimą.

Lėktuvų kritimo dažnį, vienai skrydžio valandai, Lietuvoje, galima vertinti apriorinį skirstinį $g_0(\lambda)$ pasirenkant pagal apibendrintus praeities (2000-2006 m.) duomenis bendrosios paskirties aviacijos lėktuvams.

Aposterioriniam lengvų (iki 5700 kg) lėktuvų kritimo dažnio Lietuvoje skirstiniui $g_0(\lambda \mid x)$ gauti galima pasitelkti pagal naujausius prieinamus specifinius 2007 metų Lietuvos statistinius duomenis apie būtent šios lengvų lėktuvų grupės avarijų dažnį sudarytą tikėtinumo funkciją $f_0(x \mid \lambda)$.

Aposterioriniam sunkių (virš 5700 kg) lėktuvų kritimo dažnio Lietuvoje skirstiniui $g_0(\lambda \mid x)$ gauti galima pasitelkti pagal naujausius prieinamus specifinius 2007 metų Lietuvos statistinius duomenis apie sunkių lėktuvų grupės avarijų dažnį sudarytą tikėtinumo funkciją $f_0(x \mid \lambda)$.

Iš bendro pobūdžio informacijos šaltinių sužinojus vidutinį sunkių lėktuvų skridimo greitį v = 800 km/h ir iš jo padalijus vidutinį sunkių lėktuvų avaringumą Lietuvoje $\hat{\lambda}$ (iš aposteriorinio skirstinio $g_0(\lambda \mid x)$ gautą įvertį), pagal (2.11) formulę, gauname lėktuvo kritimo dažnį, paskaičiuotą vienam skrydžio kilometrui. Tuomet abejose dalyse gautus rezultatus galima palyginti tarpusavyje.

$$P_l = \frac{\hat{\lambda}}{v} \quad arba \quad \left\{ \frac{įvykiai}{km} = \frac{\frac{įvykiai}{h}}{\frac{km}{h}} \right\}, \qquad \textbf{(2.11)}$$

Tokiu pačiu būdu galima suskaičiuoti ir lengvų lėktuvų kritimo dažnį, paskaičiuotą vienam skrydžio kilometrui, Lietuvoje. Tik šiuo atvejų naudojant literatūroje pateikiamą vidutinį lengvų lėktuvų greitį v = 250 km/h.

2.2.4. Europos sunkių lėktuvų avarijų dažnis

Šiame skyriuje aprašoma pirmoji tyrimo dalis: naudojant JAV sunkių lėktuvų kritimo duomenis ir Europos sunkių lėktuvų kritimo duomenimis, gaunamas lėktuvų kritimo Europoje dažnis.

2.2.4.1. Tikėtinumo funkcijos sudarymas

Remiantis aprašyta metodika, turimiems specifiniams Europos lėktuvų kritimo dažnio duomenims (2.5 lentelė) aprašyti tinka binominė tikėtinumo funkcija, nes duomenys yra avarijų skaičius *r* ir skrydžių skaičius *N*, atitinkantys avarijų skaičių ir stebėtų įvykių skaičių.

2.5 lentelė.

Europos reaktyvinių lėktuvų avarijų statistika 2003 – 2007 ir 2008 metais

Europos valstybė	Avarijų skaičius *r*		Skrydžių skaičius *N*	
	2003-2007 metais	2008 metais	2003-2007 metais	2008 metais
Austrija	0		1396935	
Belgija	2	1	1323329	314222
Kroatija		0		59333
Čekija	0	0	764153	184791
Kipras	0	0	315841	69290
Danija	1		1523687	
Estija	0	0	120148	27553
Suomija	0	0	942836	202252
Prancūzija	3	1	7164190	1506550
Vokietija	1	0	8360436	1822776
Graikija	2		1584697	
Vengrija	0	0	532981	110019
Islandija	0	0	64544	18849
Airija	0	0	1145337	260441
Italija	4		5185301	
Latvija	0	0	154028	51200
Lietuva	0		102307	
Liuksemburgas	0	0	254018	51377
Malta	0		147133	
Olandija	0		2268772	
Norvegija	4	0	1994076	448794
Lenkija	0		721628	
Portugalija	0	0	1119152	278349
Rumunija	1		543383	
Slovakija	0	0	124299	31721
Slovėnija	0	0	122011	36838
Ispanija	2	1	6437342	1456483
Švedija	1	0	1690061	350022

Europos valstybė	Avarijų skaičius *r*		Skrydžių skaičius *N*	
	2003-2007 metais	2008 metais	2003-2007 metais	2008 metais
Šveicarija	0	0	1936206	405350
Jungtinė Karalystė	1	0	9375280	1959130
Iš viso	**22**	**3**	**57414111**	**9645340**

Pagal lentelėje pateiktus 2003 – 2007 m. duomenis avarijų skaičius $r = 22$, o skrydžių skaičius $N = 57414111$, ir gaunama Binominė tikėtinumo funkcija:

$$f_0\left(x|\lambda\right) = Bi\left(\lambda\right) = \frac{57414111!}{22!\left(57414111-22\right)!}\lambda^{22}\left(1-\lambda\right)^{57414111-22}.$$

Pagal lentelėje pateiktus 2008 m. duomenis avarijų skaičius $r = 3$, o skrydžių skaičius $N = 9645340$, ir gaunama Binominė tikėtinumo funkcija:

$$f_1\left(x|\lambda\right) = Bi\left(\lambda\right) = \frac{9645340!}{3!\left(9645340-3\right)!}\lambda^{3}\left(1-\lambda\right)^{9645340-3}.$$

2.2.4.2. Apriorinio skirstinio įvertinimas

Apriorinį skirstinį $g_0(\lambda)$ parinkti galima dviem būdais:

1) pasirinkti funkciją ir iš imties duomenų suskaičiuoti jos parametrų įverčius;
2) rasti geriausiai duomenims tinkančią skirstinio funkciją ir jos parametrus.

Tyrime taikomas pirmas metodas. Nes pagal specifinius duomenis jau sudaryta Binominė tikėtinumo funkcija, todėl siekiant pasinaudoti analitinį skaičiavimą įgalinančiomis jungtinių skirstinių porų savybėmis siekiama parinkti beta apriorinį skirstinį. Statistinės analizės programine priemone SAS atlikta bendro pobūdžio statistinių duomenų analizė, siekiant nustatyti imties pasiskirstymo funkciją, tačiau dėl mažų imčių analizės rezultatais galima naudotis tik kaip orientaciniais.

2.6 lentelėje pateikti nagrinėjami bendro pobūdžio statistiniai duomenys. Suskaičiuoti vidurkiai, bei dispersija, reikalingi bajesiniams skaičiavimams momentų metodu.

2.6 lentelė.

JAV lėktuvų kritimo dažnis 1983 – 2007 m.

Metai	Kritimai tenkantys 1 skrydžiui	1 skrydžio kilometražas (km)	1 skrydžio trukmė valandomis
1983	0,0000042	897,90	1,32
1984	0,00000229	925,63	1,37
1985	0,0000028	915,60	1,36
1986	0,00000289	889,48	1,37

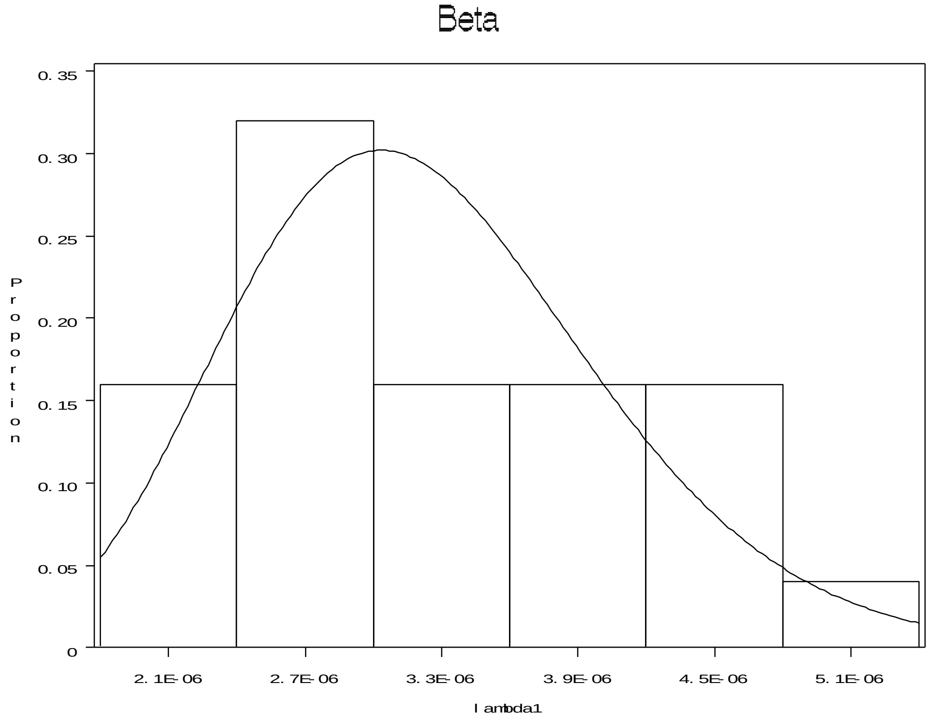
Metai	Kritimai tenkantys 1 skrydžiui	1 skrydžio kilometražas (km)	1 skrydžio trukmė valandomis
1987	0,00000425	910,45	1,39
1988	0,00000354	933,24	1,43
1989	0,00000275	960,48	1,46
1990	0,00000244	968,05	1,48
1991	0,0000028	977,66	1,48
1992	0,000002	1020,88	1,56
1993	0,00000285	1028,74	1,55
1994	0,00000217	1051,53	1,57
1995	0,0000037	1058,06	1,58
1996	0,00000395	1117,13	1,65
1997	0,00000433	1027,94	1,52
1998	0,00000389	969,05	1,51
1999	0,00000368	991,23	1,54
2000	0,00000443	1041,31	1,58
2001	0,00000348	1058,72	1,61
2002	0,00000331	1084,99	1,63
2003	0,00000499	1103,94	1,65
2004	0,00000213	1134,92	1,69
2005	0,00000312	1156,99	1,72
2006	0,00000254	1189,03	1,75
2007	0,00000245	1205,03	1,77
Vidurkis	**3,24E-06**	**1024,72**	**1,54**
Standartinis nuokrypis	**8,14E-07**		
Dispersija	**8,55E-13**		

Pagal lentelės duomenis galime suskaičiuoti beta skirstinio parametrus *a* ir *b*:

$$b = (1-3,24E-06)((3,24E-06(1-3,24E-06)/8,55E-13)-1) = \\ = 4,88411\mathrm{E}+06;$$

$$a = 3,24E-06 \cdot 4,88411\mathrm{E}+06(1-3,24E-06) = 15,8.$$

Sistema SAS atlikus analizę gauta histograma (2.10. pav.) panaši į beta pasiskirstymo tankio funkciją.



2.10. pav. JAV lėktuvų kritimo dažnio histograma

Tolesnei analizei naudosime beta apriorinį skirstinį su parametrais a = 15,8 ir b = 4884110:

$$g_0(\lambda) = Be(\lambda, a, b) = \frac{\Gamma(15{,}8 + 4884110)}{\Gamma(15{,}8)\Gamma(4884110)}\lambda^{15{,}8-1}(1-\lambda)^{4884110-1},$$

$$0 \le \lambda \le 1.$$

2.2.4.3. Lėktuvų avarijų dažnio įvertinimas ir patikslinimas

Pasinaudojant beta – Binominio jungtinių skirstinių poros savybėmis, apskaičiuojame aposteriorinio $g_0(\lambda \mid x)$ beta skirstinio parametrus.

Avarijos tikimybės įverčio (avarijos dažnio) vidurkis μ_1 ir dispersija $\sigma^2{}_1$, apskaičiuoti taip:

$\hat{\lambda}$ = $\mu_1 = (a_0 + r_0)/(a_0 + b_0 + N_0)$ = 6,07E-07;

$\sigma_1^2 = (a_0 + r_0)(b_0 + N_0 - r_0)/(a_0 + b_0 + N_0 + 1)(a_0 + b_0 + N_0)^2$ = 9,74E-15;

σ_1 = 9.87E-08.

Pasinaudojant šiais naujais įverčiai, galima apskaičiuoti ir naujus parametrus a_1 ir b_1:

$$b_1 = (1 - 6{,}07\text{E-}07)((6{,}07\text{E-}07(1 - 6{,}07\text{E-}07)/9{,}74\text{E-}15) - 1) = \\ = 6{,}23012\text{E} + 07;$$

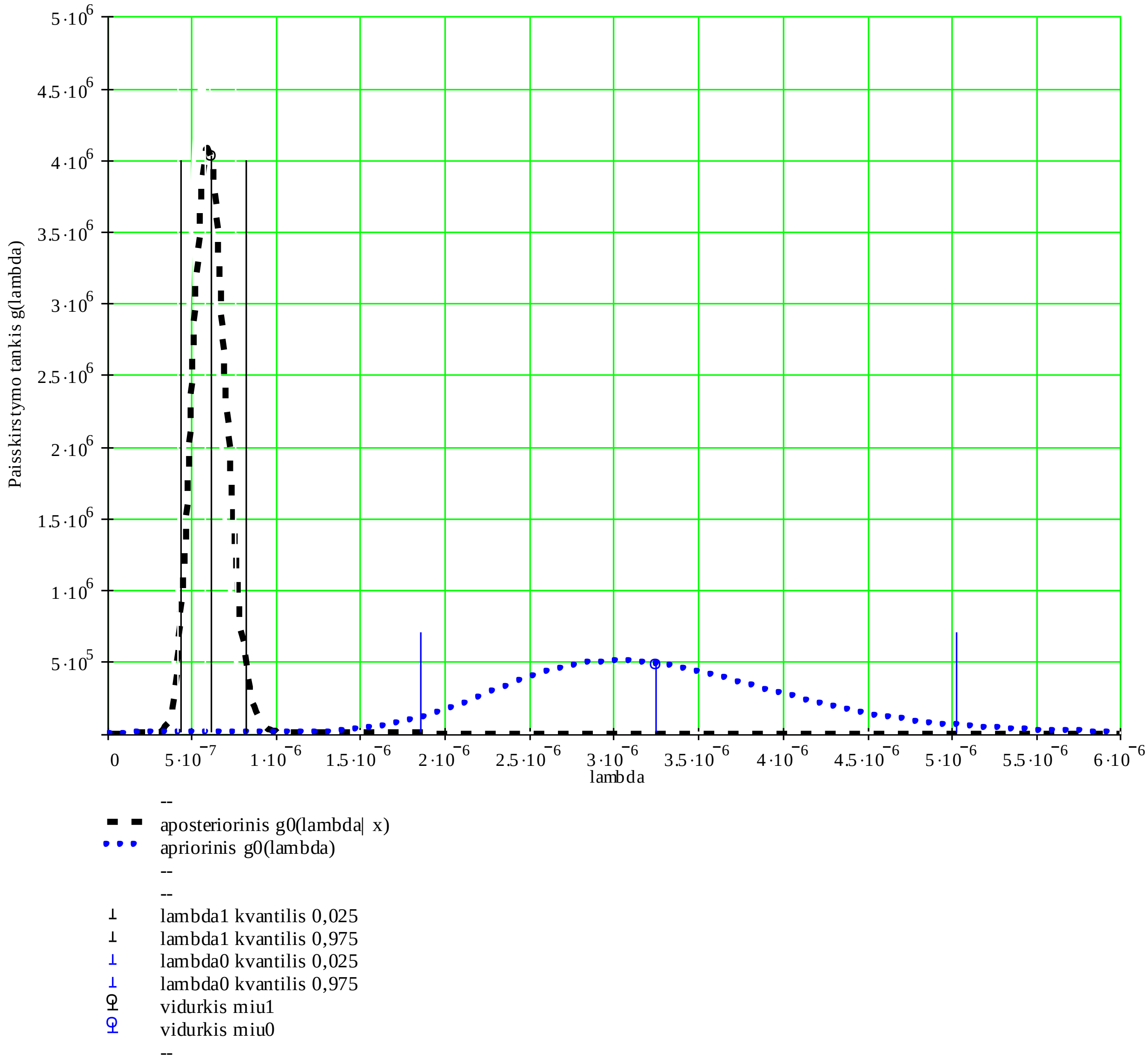
$$a_1 = 6{,}07\text{E-}07 \cdot 6{,}23012\text{E} + 07(1 - 6{,}07\text{E-}07) = 3{,}78\text{E} + 01.$$

Gautas aposteriorinis skirstinys:

$$g_0\left(\lambda|x\right)=Be(\lambda,a_1,b_1)=\frac{\Gamma(37{,}8+62301200)}{\Gamma(37{,}8)\Gamma(62301200)}\lambda^{37{,}8-1}(1-\lambda)^{62301200-1},$$

$0\le\lambda\le1.$

Apriorinis $g_0(\lambda)$ ir aposteriorinis $g_0(\lambda\,|\,x)$ beta skirstiniai pavaizduoti 2.11. paveiksle.



2.11. pav. Apriorinis ir aposteriorinis beta skirstiniai

Iš apriorinio ir aposteriorinio skirstinio skaičiuojamų įverčių – vidurkių – neapibrėžtumui apibūdinti suskaičiuoti $\lambda_{0,025}$ ir $\lambda_{0,975}$ kvantiliai pagal abu šiuos skirstinius (žr. 2.7. lentelėje):

2.7 lentelė.

Beta skirstinių kvantiliai

Skirstinys	Kvantilis $\lambda_{0,025}$	Kvantilis $\lambda_{0,975}$
$g_0(\lambda) = Be(\lambda;15,8;4884110)$	1,845E-6	5,02E-6
$g_0(\lambda\|x) = Be(\lambda;37,8;62301200)$	4,292E-7	8,153E-7

Lėktuvų kritimo dažnio, paskaičiuotas vienam skrydžio kilometrui, įvertis gaunamas tokiu būdu:

$$P_l = \frac{6{,}07\text{E-07}}{1024{,}72} = 5{,}92\text{E-10}.$$

Įverčio neapibrėžtumą apibūdina bajesinis 0,95 tikimybinis intervalas:

2.8 lentelė.

Avarijos tikimybės įverčio neapibrėžtumas

Įvertis	Apatinis rėžis	Viršutinis rėžis
$P_l = 5{,}92\text{E-10}$	$\lambda_A = \frac{4{,}292\text{E}-7}{1024{,}72} = 4{,}19\text{E}-10$	$\lambda_V = \frac{8.15\text{E}-07}{1024{,}72} = 7{,}96\text{E}-10$

Lėktuvo avarijos viename skrydžio kilometre tikimybės įvertis patenka į 0,95 tikimybinį intervalą.

Pasinaudojant beta – Binominio jungtinių skirstinių poros savybėmis, apskaičiuojame aposteriorinio $g_1(\lambda \mid x)$ beta skirstinio parametrus, kai $g_1(\lambda) = g_0(\lambda \mid x)$.

Avarijos tikimybės įverčio (avarijos dažnio) vidurkis μ_2 ir dispersija $\sigma^2{}_2$, apskaičiuoti taip:

$\mu_2 = (a_1 + r_1)/(a_1 + b_1 + N_1) = 5.67\text{E-07}$;

$\sigma_2^2 = (a_1 + r_1)(b_1 + N_1 - r_1)/(a_1 + b_1 + N_1 + 1)(a_1 + b_1 + N_1)^2 = 7.89\text{E-15}$;

$\sigma_2 = 8.88\text{E-08}$.

Pasinaudojant šiais naujais įverčiai, galima apskaičiuoti ir naujus parametrus a_2 ir b_2:

$b_2 \; = 7{,}19465\text{E}+07$;

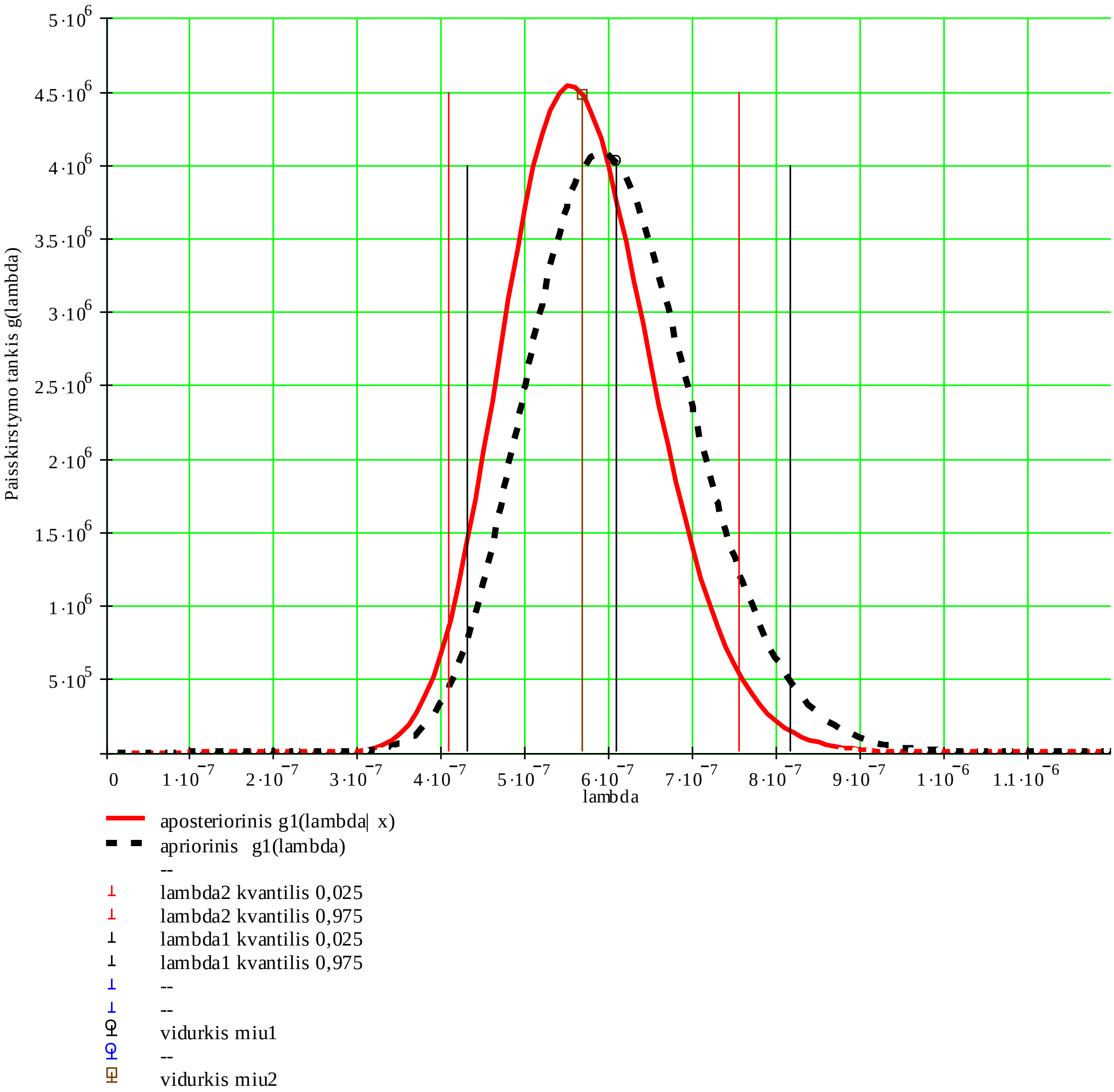
$a_2 \; = 4{,}08\text{E}+01$.

Gautas aposteriorinis skirstinys:

$$g_1\left(\lambda \middle| x\right) = Be(\lambda, a_2, b_2) = \frac{\Gamma(40{,}8+71946500)}{\Gamma(40{,}8)\Gamma(71946500)}\lambda^{40{,}8-1}(1-\lambda)^{71946500-1},$$

$0 \le \lambda \le 1.$

Apriorinis $g_1(\lambda)$ ir aposteriorinis $g_1(\lambda \mid x)$ beta skirstiniai pavaizduoti 2.11. pav. Apriorinis ir aposteriorinis beta skirstiniai. paveiksle.



2.12. pav. Apriorinis ir aposteriorinis beta skirstiniai

Iš apriorinio ir aposteriorinio skirstinio skaičiuojamų įverčių – vidurkių – neapibrėžtumui apibūdinti suskaičiuoti $\lambda_{0,025}$ ir $\lambda_{0,975}$ kvantiliai pagal abu šiuos skirstinius (žr. 2.9. lentelėje):

2.9 lentelė.

Beta skirstinių kvantiliai

Skirstinys	Kvantilis $\lambda_{0,025}$	Kvantilis $\lambda_{0,975}$
$g_1(\lambda) = Be(\lambda; 37{,}8; 62301200)$	4,292E-7	8,153E-7
$g_1(\lambda\|x) = Be(\lambda; 40{,}8; 71946500)$	4,068E-7	7,542E-7

Lėktuvų kritimo dažnio, paskaičiuotas vienam skrydžio kilometrui, įvertis gaunamas tokiu būdu:

$$P_l = \frac{5{,}67\text{E-}07}{1024{,}72} = 5{,}54\text{E-}10.$$

Įverčio neapibrėžtumą apibūdina bajesinis 0,95 tikimybinis intervalas:

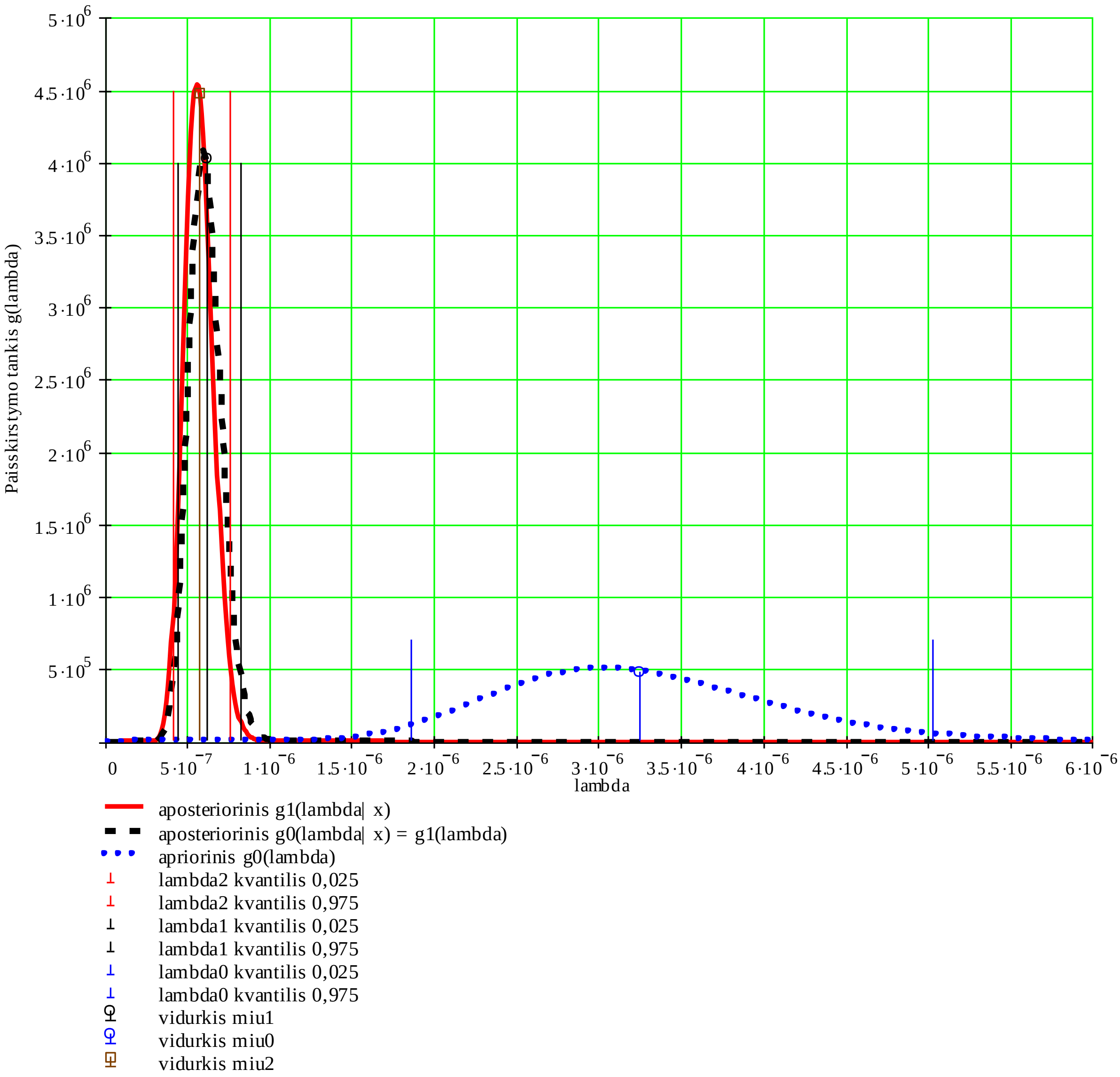
2.10 lentelė.

Avarijos tikimybės įverčio neapibrėžtumas

Įvertis	Apatinis rėžis	Viršutinis rėžis
$P_l = 5{,}54\text{E-}10$	$\lambda_A = \frac{4{,}068\text{E}-7}{1024{,}72} = 3{,}97\text{E}-10$	$\lambda_V = \frac{7{,}542\text{E}-7}{1024{,}72} = 7{,}36\text{E}-10$

Lėktuvo avarijos viename skrydžio kilometre tikimybės įvertis su 0,95 tikimybe patenka į intervalą.

2.13. paveiksle vaizdžiau pateikti pirminio aposteriorinio skirstinio bei jo parametrų ir atnaujinto papildoma duomenų porcija antrojo aposteriorinio skirstinio grafikai, kartu su pirminiu, bendra informacija pagrįstu aprioriniu skirstiniu. Galima nesunkiai pastebėti, kad 0,95 tikimybės intervalas, apibūdinantis vidurkiu išreikšto įverčio neapibrėžtumą, po kiekvieno bajesinio metodo etapo – siaurėjo, o vidurkis mažėjo.



2.13. pav. Apriorinis, aposteriorinis ir atnaujintas aposteriorinis beta skirstiniai

2.2.5. Lėktuvų avarijų dažnis Lietuvoje

2.2.5.1. Tikėtinumo funkcijos sudarymas

Remiantis aprašyta metodika, turimiems specifiniams 2007 m. Lietuvos lėktuvų kritimo dažnio duomenims (2.11 lentelė) aprašyti tinka Puasono tikėtinumo funkcija, nes duomenys yra avarijų skaičius *r* ir bendras skraidytas valandų skaičius *T*, atitinkantys avarijų skaičių ir įvykių stebėjimo laiką.

2.11 lentelė.

LR civilinių orlaivių registre registruotų orlaivių avarijos 2007 m.

	Skraidytų val. sk.	Avarijų sk.
Iki 5700 kg MTOW	26429	6
Virš 5700 kg MTOW	47676	0

Pagal lentelėje pateiktus 2007 m. duomenis lengvų lėktuvų avarijų skaičius $r = 6$, o skraidytų valandų skaičius $T = 26429$, ir gaunama Puasono tikėtinumo funkcija:

$$f_{01}\left(x|\lambda\right) = P(\lambda) = \exp(-26429\lambda)\frac{(26429\lambda)^6}{6!}, \quad \lambda \geq 0.$$

Pagal lentelėje pateiktus 2007 m. duomenis sunkių lėktuvų avarijų skaičius $r = 0$, o skraidytų valandų skaičius $T = 47676$, ir gaunama Puasono tikėtinumo funkcija:

$$f_{02}\left(x|\lambda\right) = P(\lambda) = \exp(-47676\lambda), \quad \lambda \geq 0.$$

2.2.5.2. Apriorinio skirstinio įvertinimas

Remiantis specifine informacija jau sudarytos Puasono tikėtinumo funkcijos, todėl siekiant pasinaudoti analitinį skaičiavimą įgalinančiomis jungtinių skirstinių porų savybėmis siekiama parinkti gama apriorinį skirstinį. Statistinės analizės programine priemone SAS atlikta bendro pobūdžio statistinių duomenų analizė, siekiant nustatyti imties pasiskirstymo funkciją, tačiau dėl labai mažos imties analizės rezultatais galima naudotis tik kaip orientaciniais.

2.12 lentelėje pateikti nagrinėjami duomenys akivaizdu, kad jų nėra daug, tiksliems apibendrinimams daryti. Suskaičiuotas vidurkis, bei dispersija, reikalingi Bajesiniams skaičiavimams momentų metodu.

Pagal lentelės duomenis galime suskaičiuoti gama skirstinio parametrus a ir b:

$$a = \frac{(8,94E-04)^2}{1,74E-07} = \ 4,59;$$

$$b = \frac{8,94E-04}{1,74E-07} = \ 5135,97.$$

Tolesnei analizei naudosime gama apriorinį skirstinį su gautai parametrais a ir b:

$$g_0\left(\lambda\right) = G(\lambda, a, b) = \exp\left(-5135,97\lambda\right)\frac{5135,97^{4,59}\lambda^{4,59\text{-}1}}{\Gamma\left(4,59\right)},$$

$$\lambda > 0.$$

2.12 lentelė.

Bendrosios paskirties aviacijos lėktuvų avarijos 2000 – 2005 m.

	Skraidytų valandų skaičius, tenkantis vienai avarijai	Avarijų skaičius vienai skrydžio valandai
2000	2613	3,83E-04
2001	737	1,36E-03
2002	1736	5,76E-04
2003	704	1,42E-03
2004	1172	8,53E-04
2005	1293	7,73E-04
Vidurkis	-	**8,94E-04**
Dispersija	-	**1,74E-07**
Standartinis nuokrypis	-	**4,17E-04**

2.2.5.3. Lėktuvų avarijų dažnio įvertinimas

Pasinaudojant gama – Puasono jungtinių skirstinių poros savybėmis, apskaičiuojame aposteriorinio $g_0(\lambda \mid x)$ gama skirstinio parametrus.

Lengviems lėktuvams.

Avarijos tikimybės įverčio (avarijos dažnio) vidurkis μ_1 ir dispersija $\sigma^2{}_1$, apskaičiuoti taip:

$\hat{\lambda} = \mu = (r + a) / (b + T) = (6 + 28378144) / (2951300102 + 26429) = 3{,}36E–04$;

$\sigma^2 = (r + a) / (b + T)^2 = (6 + 28378144) / (2951300102 + 26429)^2 = 1{,}06E–08$;

$\sigma = .1{,}03E\text{-}04$

Pasinaudojant šiais naujais įverčiai, galima apskaičiuoti ir naujus parametrus a_1 ir b_1:

$$a = \frac{(3{,}36E-04)^2}{1{,}06E-08} = 10{,}59\,;$$

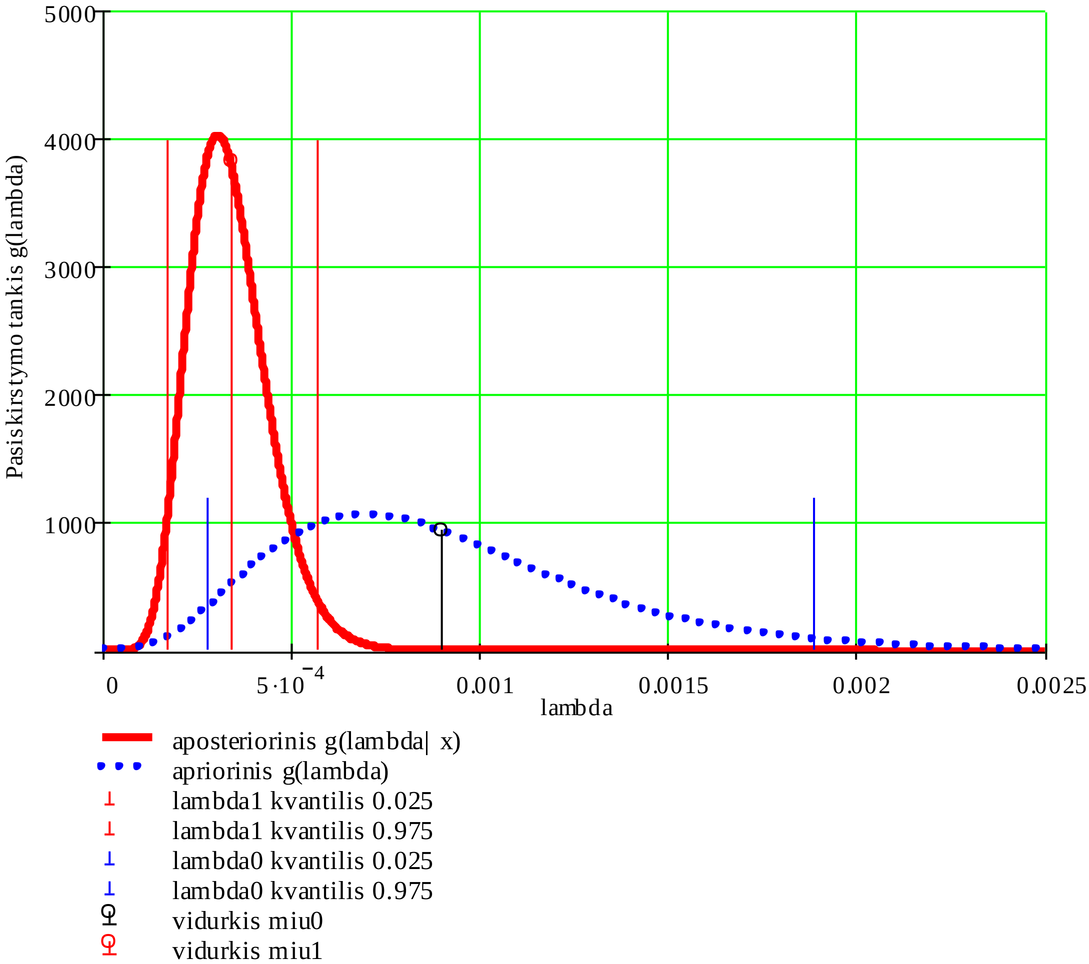
$$b = \frac{3{,}36E-04}{1{,}06E-08} = 31564{,}97\,.$$

Gautas aposteriorinis skirstinys:

$$g_0\left(\lambda \middle| x\right) = G(\lambda, a, b) = \exp\left(-31564{,}97\lambda\right)\frac{31564{,}97^{10{,}59}\lambda^{10{,}59\text{-}1}}{\Gamma\left(10{,}59\right)},$$

$\lambda > 0.$

Apriorinis $g_0(\lambda)$ ir aposteriorinis $g_0(\lambda \mid x)$ beta skirstiniai pavaizduoti 2.14. pav. Apriorinis ir aposteriorinis gama skirstiniai paveiksle.



2.14. pav. Apriorinis ir aposteriorinis gama skirstiniai

Iš apriorinio ir aposteriorinio skirstinio skaičiuojamų įverčių – vidurkių – neapibrėžtumui apibūdinti suskaičiuoti $\lambda_{0,025}$ ir $\lambda_{0,975}$ kvantiliai pagal abu šiuos skirstinius (žr. 2.13. lentelėje):

2.13 lentelė.

Gama skirstinių kvantiliai

Skirstinys	Kvantilis $\lambda_{0,025}$	Kvantilis $\lambda_{0,975}$
$g_0(\lambda) = G(\lambda; 4{,}59; 5135{,}97)$	2,72E-4	1,88E-3
$g_0(\lambda \mid x) = G(\lambda; 10{,}59; 31564{,}97)$	1,65E-4	5,66E-4

Suskaičiuotas lėktuvo avarijos viename skrydžio kilometre įvertis:

$$P_l = \frac{3,36\text{E}-04}{250} = 1,34\text{E}-06.$$

Įverčio neapibrėžtumą apibūdina bajesinis 0,95 tikimybinis intervalas:

2.14 lentelė.

Avarijos tikimybės įverčio neapibrėžtumas

Įvertis	Apatinis rėžis	Viršutinis rėžis
$P_l = 1,34\text{E}-06$	$\lambda_A = \frac{1,65\text{E}-04}{250} = 6,60\text{E}-07$	$\lambda_V = \frac{5,66\text{E}-04}{250} = 2,26\text{E}-06$

Lengvo lėktuvo avarijos skrydžio kilometre Lietuvoje tikimybės įvertis $P_l = 1,34\text{E}-06$ patenka į šį intervalą.

Sunkiems lėktuvams.

Avarijos tikimybės įverčio (avarijos dažnio) vidurkis μ_1 ir dispersija $\sigma^2{}_1$, apskaičiuoti taip:

$\hat{\lambda} = \mu = (r + a) / (b + T) = (6 + 28378144) / (2951300102 + 47676) = 8,69\text{E}–05$;

$\sigma^2 = (r + a) / (b + T)^2 = (6 + 28378144) / (2951300102 + 47676)^2 = 1,65\text{E}–09$;

σ =.4,06E-05

Pasinaudojant šiais naujais įverčiai, galima apskaičiuoti ir naujus parametrus a_1 ir b_1:

$$a = \frac{(8,69E-04)^2}{1,65E-09} = 4,59;$$

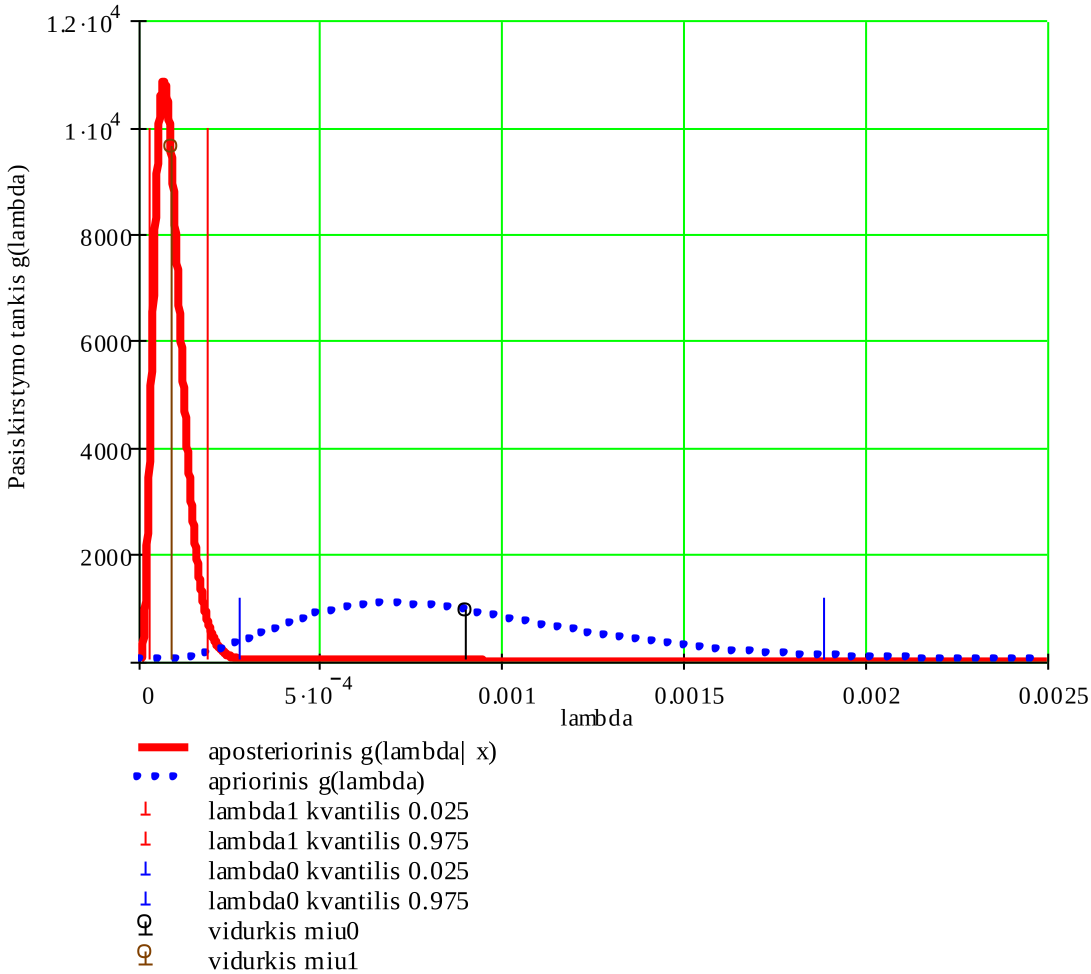
$$b = \frac{8,69E-04}{1,65E-09} = 52811,97.$$

Gautas aposteriorinis skirstinys:

$$g_0(\lambda|x) = G(\lambda, a, b) = \exp(-52811,97\lambda)\frac{52811,97^{4,59}\lambda^{4,59-1}}{\Gamma(4,59)},$$

$\lambda > 0.$

Apriorinis ir aposteriorinis gama skirstiniai pavaizduoti 2.15 paveiksle.



2.15. pav. Apriorinis ir aposterioriniai gama skirstiniai

Iš apriorinio ir aposteriorinio skirstinio skaičiuojamų įverčių – vidurkių – neapibrėžtumui apibūdinti suskaičiuoti $\lambda_{0,025}$ ir $\lambda_{0,975}$ kvantiliai pagal abu šiuos skirstinius (žr. 2.13. lentelėje):

2.15 lentelė.

Gama skirstinių kvantiliai

Skirstinys	Kvantilis $\lambda_{0,025}$	Kvantilis $\lambda_{0,975}$
$g_0(\lambda) = G(\lambda; 4{,}59; 5135{,}97)$	2,72E-4	1,88E-3
$g_0(\lambda \vert x) = G(\lambda; 4{,}59; 52811{,}97)$	2,65E-5	1,83E-4

Suskaičiuotas lėktuvo avarijos viename skrydžio kilometre įvertis:

$$P_l = \frac{8{,}69\text{E}-05}{800} = 1{,}09\text{E}-07.$$

Įverčio neapibrėžtumą apibūdina bajesinis 0,95 tikimybinis intervalas:

2.16 lentelė.

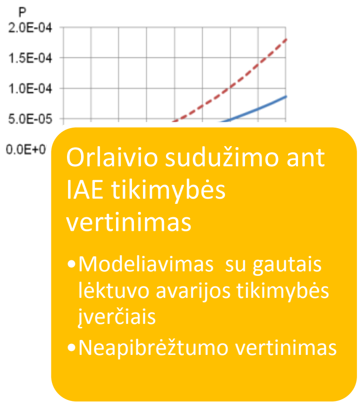
Avarijos tikimybės įverčio neapibrėžtumas

Įvertis	Apatinis rėžis	Viršutinis rėžis
$P_l = 1{,}09\text{E}-07$	$\lambda_A = \dfrac{2{,}65\text{E}-05}{800} = 3{,}31\text{E}-08$	$\lambda_V = \dfrac{1{,}83\text{E}-04}{800} = 2{,}29\text{E}-07$

Sunkaus lėktuvo avarijos skrydžio kilometre Lietuvoje tikimybės įvertis $P_l = 1{,}09\text{E}-07$ patenka į šį intervalą.

2.2.6. Orlaivio sudužimo ant IAE tikimybės įvertinimas

Įvertinus inicijuojančio įvykio – lėktuvo avarijos – tikimybę, galima pereiti prie trečio ekstremalaus įvykio tikimybės vertinimo etapo, pavaizduoto paveiksle.



2.16. pav. Trečias ekstremalaus įvykio tikimybės vertinimo etapas

Orlaivio sudužimo ant Ignalinos AE tikimybės vertinimui, atsižvelgiant į duomenų neapibrėžtumą, naudosime bajesiniu metodu įvertintą lėktuvo avarijos viename skrydžio kilometre tikimybę. Suskaičiuoti dydžiai pateikiami 2.17. lentelėje. Galime pastebėti, kad neapibrėžtumą apibūdinantis standartinis nuokrypis yra eile mažesnis už vidurkį, be to Europos avarijų statistikos duomenimis įvertį atnaujinus, standartinis nuokrypis taip pat sumažėjo.

2.17 lentelė.

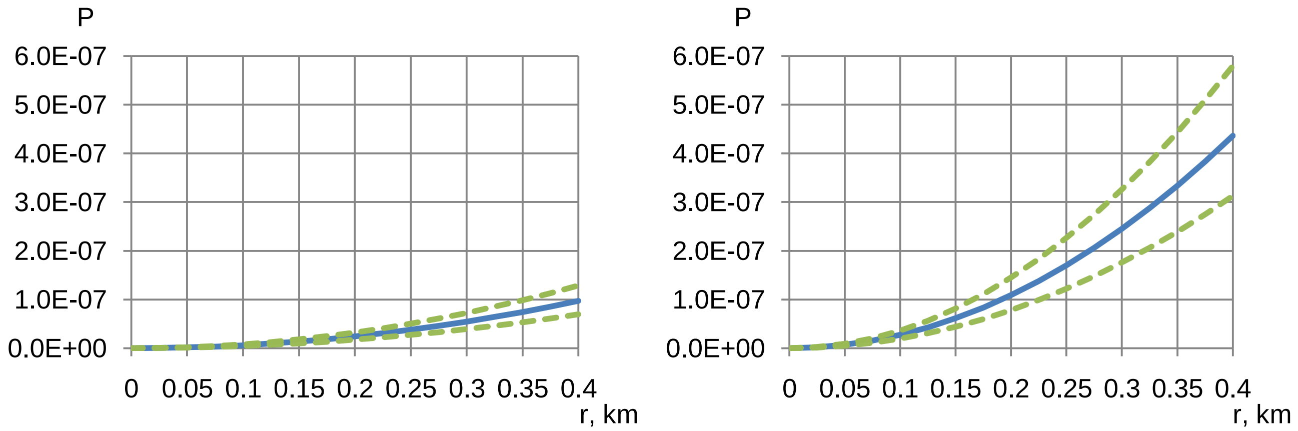
Lėktuvo avarijos viename skrydžio kilometre tikimybės įverčiai

Lėktuvo tipas	Duomenų šaltinis	Vidurkis μ	Standartinis nuokrypis σ	Tikimybės įverčio 0,95 pasikliautinojo intervalo bajesinis įvertis $I_{0,95}$
Masė iki 5700 kg	Lietuvos avarijų statistika	1,34E-06	4,12E-07	$[6{,}60E-07; 2{,}26E-06]$
Masė virš 5700 kg	Lietuvos avarijų statistika	1,09E-07	5,07E-08	$[3{,}31E-08; 2{,}29E-07]$
	Europos avarijų statistika (pirminis įvertis)	5,92E-10	9,63E-11	$[4{,}19E-10; 7{,}96E-10]$
	Europos avarijų statistika (atnaujintas įvertis)	5,54E-10	8,67E-11	$[3{,}97E-10; 7{,}36E-10]$

Naudojantis aprašytu lėktuvo sudužimo ant spinduliu *r* apie Ignalinos atominę elektrinę esančios teritorijos tikimybės modeliu ((2.9) formulė) buvo atlikti skaičiavimai su trimis (neskaičiuota su pirminiu Europos avarijų dažnio įverčiu) lėktuvo avarijos viename skrydžio kilometre tikimybės įverčiais.

Skaičiavimų rezultatus iliustruoja 6 grafikai, kuriuose pavaizduota lėktuvo sudužimo ant Ignalinos AE tikimybės įverčio priklausomybė nuo nagrinėjamo teritorijos apie AE spindulio *r*, bei 0,95 tikimybės bajesinis intervalas, nusakantis įverčio neapibrėžtumą:

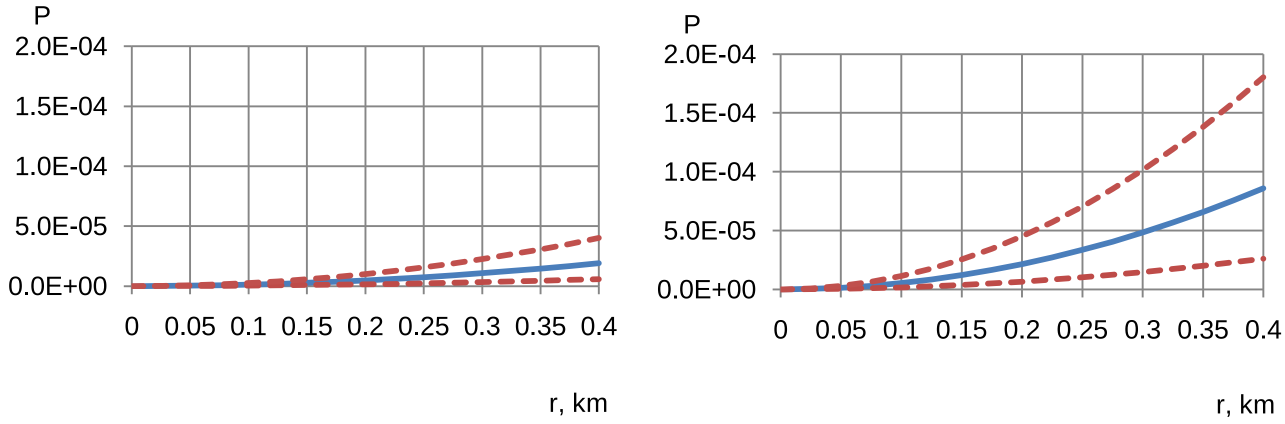
Europos duomenys:



esant 40 000 skrydžių per metus   esant 180 000 skrydžių per metus

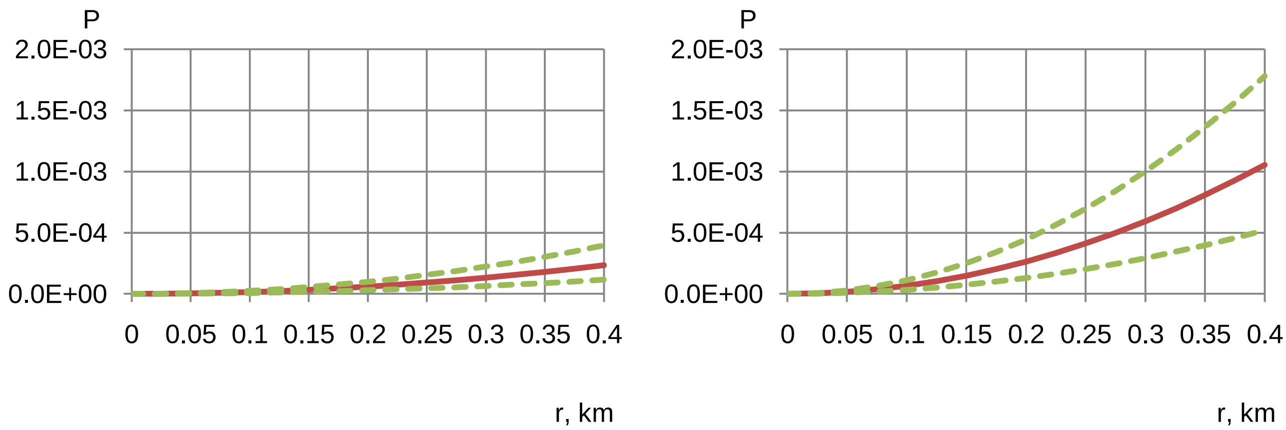
2.17. pav. Sunkaus lėktuvo sudužimo ant IAE tikimybė (Europos avarijų dažnis)

Lietuvos duomenys:



esant 40 000 skrydžių per metus esant 180 000 skrydžių per metus

2.18. pav. Sunkaus lėktuvo sudužimo ant IAE tikimybė (Lietuvos avarijų dažnis)



esant 40 000 skrydžių per metus esant 180 000 skrydžių per metus

2.19. pav. Lengvo lėktuvo sudužimo ant IAE tikimybė (Lietuvos avarijų dažnis)

Galima pastebėti, kad didėjant spindulio *r* reikšmei, didėja ne tik orlaivio sudužimo ant IAE tikimybės P reikšmė, bet ir įverčio neapibrėžtumas. Šie dydžiai taip pat didėja, augant skrydžių skaičiui, tačiau ši priklausomybė yra tiesinė (pagal (2.9) formulę).

2.18. lentelėje atskirai pateikti skaičiavimo rezultatai, kai *r* = 0,2 km, t.y. vertinama orlaivio sudužimo *r* spindulio teritorijoje aplink Ignalinos AE tikimybė.

2.18 lentelė.

Lėktuvo sudužimo ant IAE (*r* = 0,2 km) tikimybės įverčiai

Lėktuvo tipas	Duomenų šaltinis	40 000 skrydžių per metus	180 000 skrydžių per metus
Masė iki 5700 kg	Lietuvos avarijų statistika	5,86E-05 $I_{0,95}$ = [2.89E-05; 9.89E-05]	2,64E-04 $I_{0,95}$ = [1.30E-04; 4.45E-04]
Masė virš 5700 kg	Lietuvos avarijų statistika	4,77E-06 $I_{0,95}$ = [1.45E-06; 1.00E-05]	2,15E-05 $I_{0,95}$ = [6.52E-06; 4.51E-05]
	Europos avarijų statistika	2,42E-08 $I_{0,95}$ = [1.74E-08; 3.22E-08]	1,09E-07 $I_{0,95}$ = [7.81E-08; 1.45E-07]

Išvadas apie tai, ar šios tikimybių reikšmės turėtų kelti susirūpinimą dėl Ignalinos atominės elektrinės saugos, gali daryti tik atominės energetikos srityje dirbantys mokslininkai, kompleksiškai įvertinę riziką. Nes visų pirma, lengvų lėktuvų avarijos jokios didelės žalos pagrindiniams pastatams padaryti negali.

IŠVADOS

1. Darbe išplėtota Bajeso teoremos taikymu pagrįsta ekstremalių įvykių tikimybės vertinimo metodika leidžia panaudoti retus statistinius duomenis ir nagrinėti, kaip kinta tikimybės įverčio neapibrėžtumas priklausomai nuo turimos informacijos.

2. Atsižvelgiant į retus duomenis galima sudaryti arba apriorinį skirstinį, arba tikėtinumo funkciją. Buvo pasiūlyta parinkti tokius apriorinius skirstinius, kad aposteriorinio skirstinio parametrai būtų lengvai nustatomi ir jis įgytų tokį pat pasiskirstymo funkcijos tipą, kaip ir apriorinis skirstinys. Šia naudinga savybe pasižyminčių apriorinio skirstinio ir tikėtinumo funkcijos Beta-Binominio ir Gama-Puasono jungtinių porų taikymas leidžia periodiškai patikslinti gautus įverčius ir tokiu būdu sumažinti jų neapibrėžtumą.

3. Išplėtota metodika įgalina atlikti praktinių uždavinių sprendimą ir įvertinti, kokia lėktuvų avarijos tikimybė. Naudojant JAV ir Europos sunkių (virš 5700 kg) lėktuvų avarijų duomenis nustatyta, kad Europoje vykdomo skrydžio metu vidutinis avarijos viename skrydžio kilometre dažnis yra lygus 5,54E-10. Atsižvelgiant į Lietuvos įvairių lėktuvų avarijų statistiką buvo nustatyta, kad sunkių lėktuvų avarijos tikimybė, paskaičiuota vienam skrydžio kilometrui (1,09E-07), yra maždaug 10 kartų mažesnė, nei lengvų lėktuvų (1,34E-06).

4. Įvertinta lėktuvų avarijos tikimybė yra dalis informacijos, kuri būtina analizuojant riziką, kad lėktuvas sudūš ant pavojingo objekto, pvz. Ignalinos AE. Naudojant retus Lietuvos statistinius duomenis nustatyta, kad sunkaus lėktuvo sudužimo ant Ignalinos AE tikimybės įvertis su 0,95 pasikliovimo lygmeniu patenka į [1,45E-06; 1,00E-05] intervalą. Tokia informacija vertinant ir kontroliuojant riziką leidžia atsižvelgti ne tik į ekstremalaus įvykio tikimybės įvertį, bet ir į jo neapibrėžtumą.

PADĖKOS

Noriu padėkoti savo tiriamojo darbo vadovui, dr. Robertui Alzbutui, už įdomią ir aktualią tematiką bei praktiką Lietuvos energetikos institute. Praktikos ir tiriamojo darbo metu įgijau žinių apie saugos ir rizikos vertinimą, Bajeso metodą patikimumo parametrų vertinimui, taip pat apie modeliavimo rezultatų analizę, kurios man bus labai naudingos ateityje, siekiant tapti gera savo srities specialiste. Labai vertinu dr. R. Alzbuto metodinius patarimus ir išsamius komentarus, kurie palengvino baigiamojo darbo rašymo procesą.

Taip pat noriu padėkoti Fundamentaliųjų mokslų fakulteto dekanui, doc. Vytautui Janilioniui, bei prof. Jonui Aksomaičiui už rūpestį bei patarimus studijų klausimais. Esu dėkinga už pagalbą renkantis tiriamojo darbo temą bei vadovą.

Kristinai Kupčiūnienei norėčiau padėkoti už pagalbą ir patarimus ieškant retų lėktuvų avarijų statistinių duomenų.

LITERATŪRA

1. Aksomaitis J. A. Tikimybių teorija ir statistika: vadovėlis aukštųjų mokyklų studentams. Kaunas, Technologija, 2002. 348 p.
2. Alzbutas R. Risk Minimization and Reliability Control of Systems in Nuclear Power Plants Considering Data and Modelling Uncertainty. Daktaro disertacija, Kaunas, 2003.
3. Alzbutas R., Dundulis G., Augutis J., Ušpuras E. Probabilistic modelling of aircraft crash and impact on Ignalina NPP considering uncertainty. Proceedings of the 8th international conference on probabilistic safety assessment and management PSAM 8, USA, 2006, P. 1-9.
4. Alzbutas R., Kupčiūnienė K. External events importance for safety of the Ignalina nuclear power plant. Proceedings of the 16th International Conference on Nuclear Engineering. 2008. P. 1-7.
5. Alzbutas R., Kupčiūnienė K., Adlytė R., Augutis J. Lėktuvo kritimo ant Ignalinos AE tikimybės vertinimas atsižvelgiant į duomenų neapibrėžtumą. Energetika. ISSN 0235-7208. 2007. Nr.1, p. 1-9. [INSPEC]
6. Alzbutas R., Kupčiūnienė K., Augutis J. Probabilistic analysis of hazardous events and safety of the Ignalina nuclear power plant. International conference on probabilistic safety assessment and management (PSAM9), Hong Kong, China, May 18-23, 2008. China, 2008. ISBN 978-988-99791-5-7, p. 1-8.
7. Augutis J., Ušpuras E. Technologijų rizika. Lietuvos energetikos institutas, 2006, 247 p.
8. Blank L. Statistical Procedures for Engineering, Management and Science. JAV, McGraw-Hill Inc., 1980, 649 p.
9. Civilinės aviacijos administracijos tinklalapis [interaktyvus] [žiūrėta 2009 03]. Prieiga per internetą: http://www.caa.lt.
10. Čekanavičius V., Murauskas G. Statistika ir jos taikymai [vadovėlis aukštųjų mokyklų studentams] (I dalis). Vilnius : TEV, 2003-2004. 239p.
11. Devictor N., Bolano-Lavin R. Uncertainty and sensitivity methods in support of PSA level 2. SARNET-PSA2-P06, Revision 0, February 2006, p. 1-50.
12. External Events (Excluding Earthquakes) in Relation to Nuclear Power Plant Design. DS 301 draft 4. 13-12-2000
13. External Events (Excluding Earthquakes) in Relation to Nuclear Power Plant Design. DS 301 draft 4. 13-12-2000
14. External Human Induced Events in Site Evaluation for Nuclear Power Plants Safety Guide. Safety Standards Series No. NS-G-3.1, IAEA, Vienna, 2002.
15. External Human Induced Events in Site Evaluation for Nuclear Power Plants. Draft Safety Guide No. NS-G-3.1 to supersede SS No. 50-SG-S5.
16. Garthwaite P. Elicitation of Expert Opinion as a Prior Distribution. Open University, UK.
17. J.A.C.D.E.C. agentūros tinklalapis [interaktyvus] [žiūrėta 2009 05] Prieiga per internetą: http://www.jacdec.de/.
18. Kaplan S. & Garrick J. On the quantitative definition of risk. Risk Analysis, 1 (1), 11-27, 1981.

19. Kopustinskas V., Alzbutas R., Augutis J. Matematinių modelių parametrų jautrumo ir rezultatų neapibrėžtumo statistiniai tyrimo metodai. Energetika. ISSN 0235-7208. 2007. Nr. 3, p. 10-15.
20. Kopustinskas V., Alzbutas R., Augutis J. Matematinių modelių parametrų jautrumo ir rezultatų neapibrėžtumo statistiniai tyrimo metodai. Energetika. ISSN 0235-7208. 2007. Nr. 3, p. 10-15. [INSPEC]
21. Kupčiūnienė K., Alzbutas R. Probabilistic modelling of extreme events. 5th conference of young scientists on energy issues CYSENI 2008, Kaunas, Lithuania, 29 May, 2008. Kaunas: LEI, 2008. ISSN 1822-7554, p. 53-63.
22. Lietuvos statistikos departamento duomenų bazė [interaktyvus] [žiūrėta 2009 05] Prieiga per internetą: http://www.stat.gov.lt/lt/.
23. Murray R. Spiegel, Probability and Statistics. Great Britain, J.W. Arrowsmith Ltd. Bristol, 1980, 372 p.
24. PRA Procedures Guide. Office of Nuclear Regulatory Research. U.S. Nuclear Regulatory Commission. Washington, D.C., 1983. 1000 p.
25. Procedures of performance PSA, US NRC, NUREG/CR-2300, 1983.
26. Research for sites of nuclear power plants, Safety series 50-SG-S9, IAEA.
27. Tarptautinio Vilniaus oro uosto tinklalapis [interaktyvus] [žiūrėta 2009 04]. Prieiga per internetą: http://www.vilnius-airport.lt.
28. Treatment of Eternal Hazards in Probabilistic Safety assessment for Nuclear power Plants, Safety Series No 50-P-7, IAEA, Vienna, 1995.
29. UAB „Visagino atominė elektrinė“ tinklalapis [interaktyvus] [žiūrėta 2009 04]. Prieiga per internetą: www.vae.lt
30. Vilemas J. Išorinių įvykių įtaka Ignalinos AE ir kitų branduolinių objektų saugai. 2005.
31. VĮ „Oro navigacija“ tinklalapis [interaktyvus] [žiūrėta 2009 04]. Prieiga per internetą: http://www.ans.lt.
32. Walpole R. E. Introduction to Statistics. JAV, 1974, 340 p.

1 PRIEDAS. EUROPOS LĖKTUVŲ STATISTIKA

Šaltinis [17] – agentūra J.A.C.D.E.C. Reaktyvinių lėktuvų avarijų skaičius Europoje.

JACDEC´s AIRLINER SAFETY STATISTICS: REGIONS / COUNTRIES																
COUNTRY	08	07	06	05	04	03	02	01	00	99	98	97	96	95	94	93
Albania	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Austria	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
Belgium	1	0	2	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
Belorussia	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Bosnia Herzegovina	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0
Croatia	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Czech Republic	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Cyprus	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Denmark	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Estonia	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Finland	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
France	1	1	0	0	1	1	0	0	4	4	1	1	0	0	3	3
Germany	0	0	0	1	1	3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Greece	0	1	0	1	0	0	0	0	1	2	0	3	0	0	0	0
Hungary	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
Iceland	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ireland	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Italy	1	1	1	2	0	0	0	3	0	2	1	1	2	1	0	0
Latvia	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Lithuania	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Luxemburg	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Macedonia	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
Malta	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Moldova	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Netherlands	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1
Norway	0	0	2	1	0	1	0	2	0	0	0	0	1	0	0	1
Poland	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Portugal	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
Romania	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
Serbia & Montenegro	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
Slovakia	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
Slovenia	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Spain	1	0	0	0	1	1	2	2	0	1	2	0	0	1	2	3
Sweden	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0
Switzerland	0	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0
Turkey	0	4	0	1	0	2	1	0	1	2	2	0	2	1	1	0
Ukraine	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	1
United Kingdom	0	0	1	0	0	0	2	3	0	2	2	4	2	1	2	2
© Jacdec 2009																

Skrydžių skaičius Europos šalių duomenimis 2003-2007 metais pagal eurostat

Date of extraction: Thu, 17 Jul 08 11:13:54

Last update: Thu Apr 24 10:45:35 MEST 2008

table avia_tf_acc

Aircraft traffic data by reporting country

unit	flight
	Flight
tra_meas	tot_caf
	Total commercial air flights (passengers + all-freight and mail)
aircraft	total
	Total aircraft
tra_cov	total
	Total transport

	2003a00	2004a00	2005a00	2006a00	2007a00
Belgium	231212	244333	242037	292407	315071
Czech Republic	112905	142930	160854	169175	:
Denmark	298628	316171	311458	299952	302692
Germany (including ex-GDR from 1991)	1496260	1610892	1687933	1754486	1821480
Estonia	19293	21646	26101	26438	30805
Ireland	209830	202884	230455	244832	:
Greece	289750	314911	305765	327212	:
Spain	1090567	1212656	1304151	1354247	1476662
France	1400476	1403605	1407558	1456657	1494586
Italy	947334	969572	1018665	1072756	:
Cyprus	63984	58513	60474	65046	67933
Latvia	19504	24148	31237	36353	44167
Lithuania	:	:	33110	34108	36471
Luxembourg (Grand-Duché)	49026	50899	51381	51370	51346
Hungary	81266	103382	116527	117163	114647
Malta	30802	30753	29852	27576	28188
Netherlands	425089	440482	444926	473728	487446
Austria	247297	277222	284349	284516	:
Poland	:	122229	131042	231192	:
Portugal	198367	205515	224780	235009	255481
Romania	:	109256	121455	147995	:
Slovenia	:	25195	29059	32414	35347
Slovakia	17437	24527	26994	28056	27293
Finland	178610	191126	189128	194293	195759
Sweden	329870	346622	333811	343269	340774
United Kingdom	1715958	1805954	1907882	1953864	1995865
Iceland	13512	16089	16899	18044	:
Norway	360632	384298	392444	423186	:
Switzerland	391648	381814	387981	380286	394968

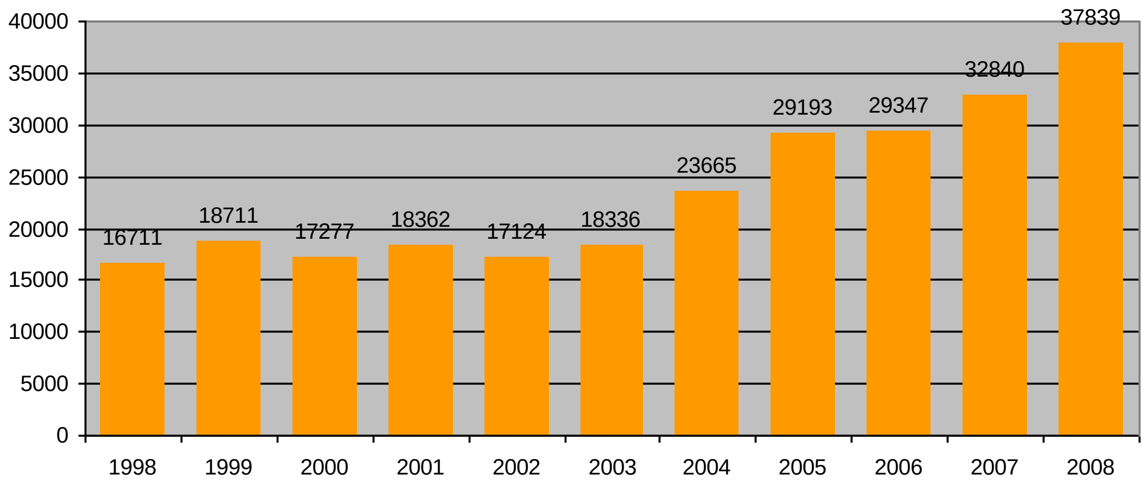
2 PRIEDAS. JAV LĖKTUVŲ AVARIJŲ STATISTIKA 1983 – 2007 METAIS

Lėktuvų avarijos ir jų dažniai, 1988 – 2007 metais, JAV oro vežėjai dirbantys pagal 14 CFR 121, planuojami skrydžiai.

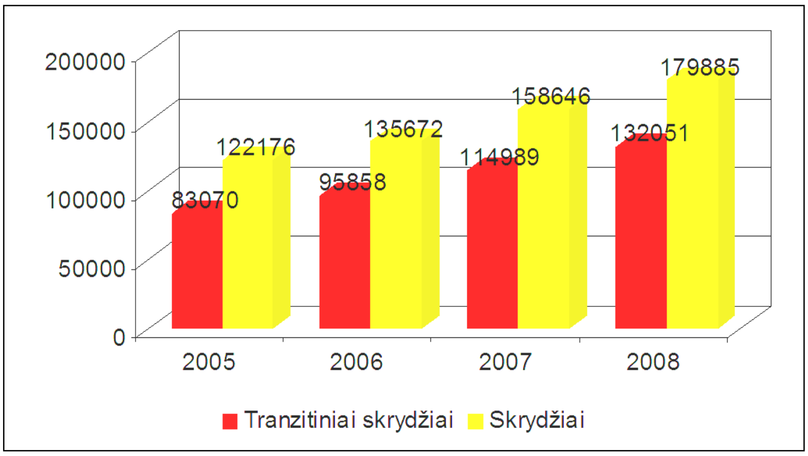
Metai	Lėktuvų kritimų sk.	Skraidytų valandų sk.	Nuskristų mylių sk.	Nuskristų kilometrų sk.	Skrydžių sk.	Kritimai per 100 000 skrydžių	Kritimai tenkantys skrydžiui	Vidutinis lėktuvo greitis km/h	Vidutinis 1 skrydžio kilometražas
1983	22	6914969	2920909000	4700747374	5235262	0.42	0.0000042	679.79	897.90
1984	13	7736037	3258910000	5244707255	5666076	0.229	0.00000229	677.96	925.63
1985	17	8265332	3452753000	5556667324	6068893	0.28	0.0000028	672.29	915.60
1986	21	9495158	3829129000	6162385781	6928103	0.289	0.00000289	649.00	889.48
1987	32	10115407	4125874000	6639950567	7293025	0.425	0.00000425	656.42	910.45
1988	27	10521052	4260785000	6857068775	7347575	0.354	0.00000354	651.75	933.24
1989	20	10597922	4337234000	6980101514	7267341	0.275	0.00000275	658.63	960.48
1990	19	11524726	4689287000	7546675898	7795761	0.244	0.00000244	654.82	968.05
1991	21	11139166	4558537000	7336254170	7503873	0.28	0.0000028	658.60	977.66
1992	15	11732026	4767344000	7672296462	7515373	0.2	0.000002	653.96	1020.88
1993	22	11981347	4936067000	7943829810	7721870	0.285	0.00000285	663.02	1028.74
1994	18	12292356	5112633000	8227985243	7824802	0.217	0.00000217	669.36	1051.53
1995	30	12776679	5328969000	8576144286	8105570	0.37	0.0000037	671.23	1058.06
1996	31	12971676	5449997000	8770919972	7851298	0.395	0.00000395	676.16	1117.13
1997	43	15061662	6339432000	10202326853	9925058	0.433	0.00000433	677.37	1027.94

Metai	Lėktuvų kritimų sk.	Skraidytų valandų sk.	Nuskristų mylių sk.	Nuskristų kilometrų sk.	Skrydžių sk.	Kritimai per 100 000 skrydžių	Kritimai tenkantys skrydžiui	Vidutinis lėktuvo greitis km/h	Vidutinis 1 skrydžio kilometražas
1998	41	15921447	6343690000	10209179439	10535196	0.389	0.00000389	641.22	969.05
1999	40	16693365	6689327000	10765428271	10860692	0.368	0.00000368	644.89	991.23
2000	49	17478519	7152260000	11510446717	11053826	0.443	0.00000443	658.55	1041.31
2001	41	17157858	6994939000	11257263110	10632880	0.348	0.00000348	656.10	1058.72
2002	34	16718781	6927954000	11149461202	10276107	0.331	0.00000331	666.88	1084.99
2003	51	16887756	7015935000	11291052897	10227924	0.499	0.00000499	668.59	1103.94
2004	23	18184016	7604248000	12237850893	10782989	0.213	0.00000213	673.00	1134.92
2005	34	18712191	7843717000	12623238892	10910460	0.312	0.00000312	674.60	1156.99
2006	27	18647896	7851864000	12636350217	10627481	0.254	0.00000254	677.63	1189.03
2007	26	18818099	7946309000	12788344711	10612478	0.245	0.00000245	679.58	1205.03
Vidutiniškai								664.46	1024.72

3 PRIEDAS. ORO EISMAS VILNIAUS SKRYDŽIŲ INFORMACIJOS REGIONE



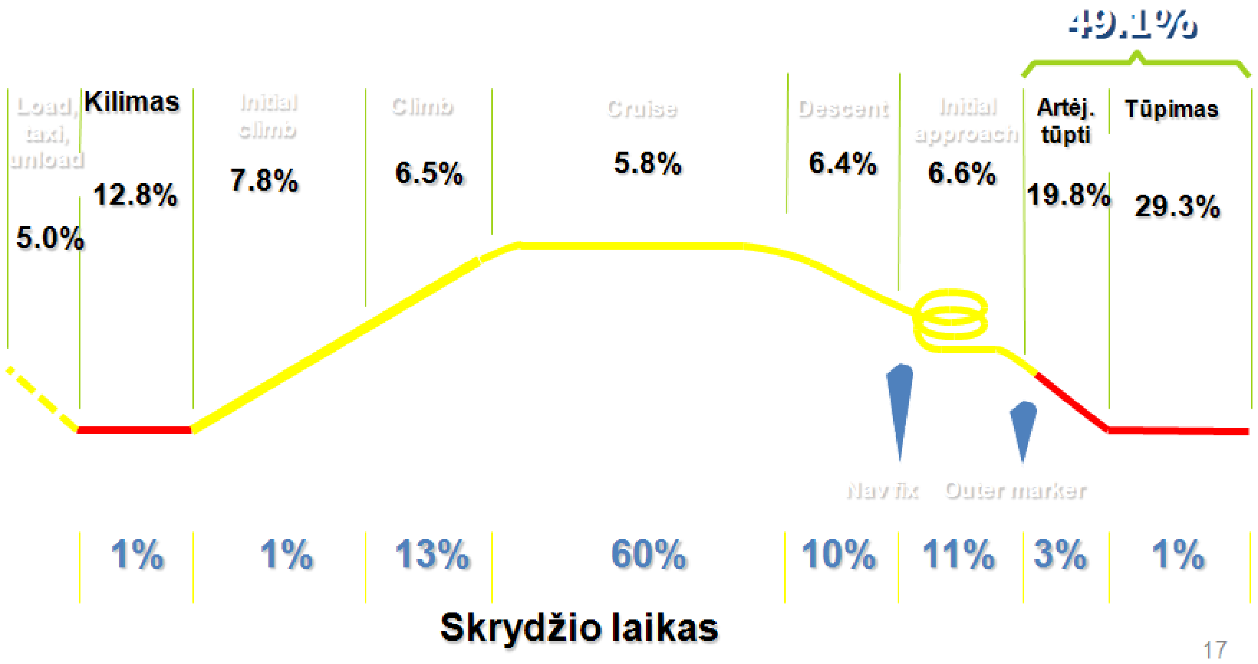
Skrydžiai tarptautiniame Vilniaus oro uoste (vnt.) [Šaltinis: Tarptautinio Vilniaus oro uosto pristatymas. 2009m.]

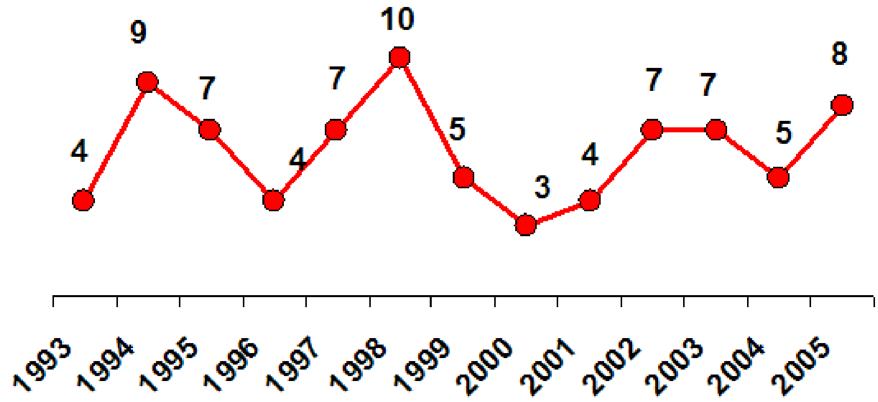


Oro eismas Vilniaus skrydžių informacijos regione (FIR) 2005–2008 metais [http://www.ans.lt]

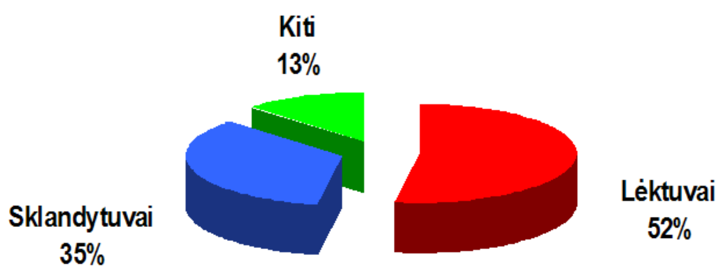
4 PRIEDAS. CAA DUOMENYS IKI 2007 METŲ

Kada įvyksta avarijos?

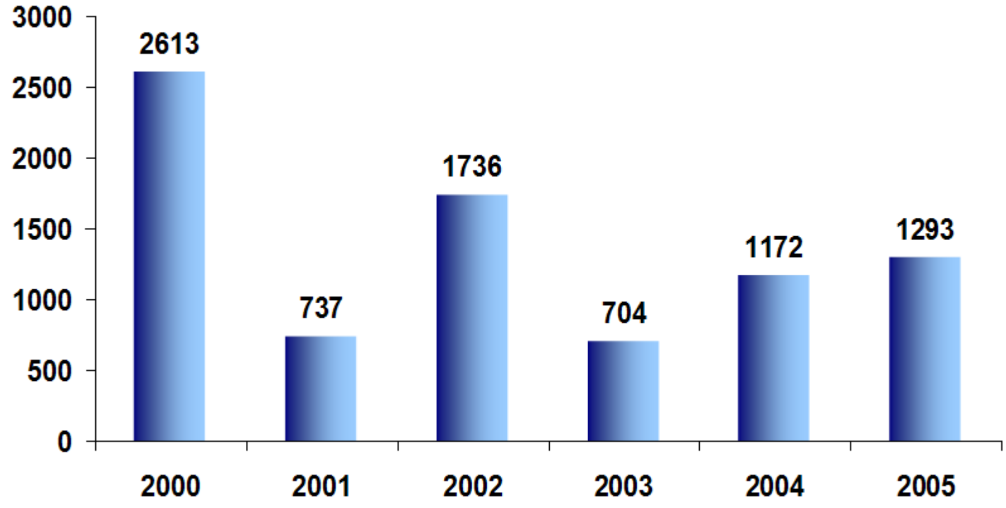




Lietuvoje registruotų bendrosios paskirties orlaivių avarijos

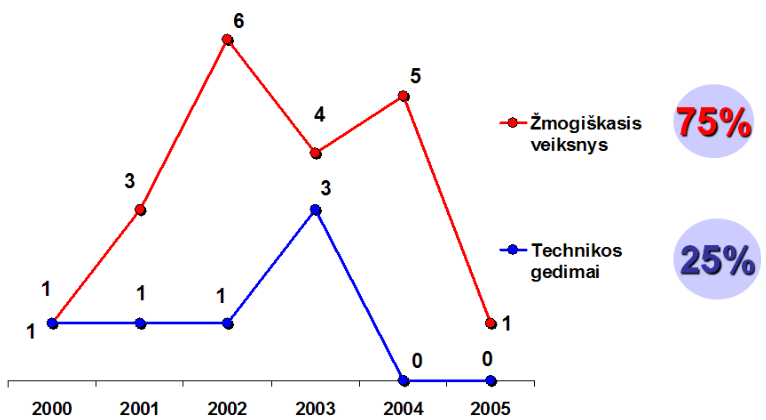


Avarijas patyrusių orlaivių pasiskirstymas



Skraidytų valandų skaičius, tenkantis vienam įvykiui

Avarijų priežastys



http://www.caa.lt/lt.php/aviacijos_naujienos/nr_4_70_2008_05_16/1348

LR civilinių orlaivių registre registruotų orlaivių (iki 5700 kg MTOW) avarijos 2007 m.

Registruotų orlaivių sk.	**Skraidytų val. sk.**	**Avarijų sk.**		**Žuvusiųjų sk.**
		be aukų	su aukom	
585	26429	5	1	2

LR civilinių orlaivių registre registruotų orlaivių (virš 5700 kg MTOW) avarijos 2007 m.

Registruotų orlaivių sk.	**Skraidytų val. sk.**	**Avarijų sk.**	**Žuvusiųjų sk.**
40	47676	-	-