

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

INFORMATIKOS FAKULTETAS

PROGRAMŲ INŽINERIJOS KATEDRA

*Aistė Vaškevičienė*

**Matematinų išraiškų pertvarkymo  
programinė įranga. Nuoseklieji algoritmai**

Magistro darbas

Darbo vadovas: doc. dr. Romas Marcinkevičius

KAUNAS, 2004

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS

INFORMATIKOS FAKULTETAS

PROGRAMŲ INŽINERIJOS KATEDRA

## **Matematinų išraiškų pertvarkymo programinė įranga. Nuoseklieji algoritmai**

Informatikos mokslo magistro baigiamasis darbas

Kalbos konsultantė  
Lietuvių kalbos katedros lektorė  
dr. J. Mikelionienė

Darbo vadovas  
Programų inžinerijos katedros docentas  
dr. R. Marcinkevičius

Recenzentas  
Kompiuterių katedros docentas  
dr. S. Maciulevičius

Atliko  
IFM-8/2 grupės studentė  
A. Vaškevičienė

KAUNAS, 2004

## TURINYS

|  |           |
|--|-----------|
| Santrauka .....                                      | 6         |
| Summary .....  | 7         |
| <b>1. Įvadas .....</b>                               | <b>8</b>  |
| 1.1. Taikymo sritis .....                            | 8         |
| 1.2. Projekto tikslai .....                          | 8         |
| 1.2.1. Projekto tikslas ir adresatas .....           | 8         |
| 1.2.2. Produkto užsakovas .....                      | 9         |
| 1.3. Temos aktualumas .....                          | 9         |
| 1.3.1. Problemos sprendimas pasaulyje .....          | 9         |
| 1.3.2. Problemos sprendimas Lietuvoje .....          | 9         |
| 1.4. Metodologija .....                              | 10        |
| 1.4.1. Projekto vykdymo metodika .....               | 10        |
| 1.4.2. Produkto kūrimo technologijos .....           | 10        |
| 1.5. Analizės tvarka .....                           | 10        |
| 1.6. Tyrimo objektas ir tikslas .....                | 10        |
| 1.7. Dokumento struktūra .....                       | 11        |
| <b>2. Analizė .....</b>                              | <b>12</b> |
| 2.1. Problemos aprašymas .....                       | 12        |
| 2.1.1. Nagrinėjama problema .....                    | 12        |
| 2.2. Problemos analizė .....                         | 12        |
| 2.2.1. Įžanga .....                                  | 13        |
| 2.2.2. Gramatinis nagrinėjimas .....                 | 13        |
| 2.2.3. Leksikos analizė .....                        | 13        |
| 2.2.4. Mazgų medžiai ir lentelės .....               | 15        |
| 2.2.5. Išvados .....                                 | 16        |
| 2.3. Darbo tikslai .....                             | 16        |
| 2.4. Priimti sprendimai .....                        | 16        |
| 2.4.1. Sistemos veikimo principas .....              | 17        |
| 2.4.2. Matematinų išraiškų pertvarkymo sistema ..... | 17        |
| 2.4.3. Naudojami produktai .....                     | 18        |
| <b>3. Projektavimas .....</b>                        | <b>19</b> |
| 3.1. Produkto apibūdinimas .....                     | 19        |
| 3.1.1. Programų sistemos funkcijos .....             | 19        |
| 3.1.2. Sistemos kontekstas .....                     | 20        |
| 3.1.3. Produkto vartotojas .....                     | 21        |

|  |           |
|--|-----------|
| 3.1.4. Vartotojo problemos.....  | 21        |
| 3.1.5. Vartotojo tikslai.....  | 21        |
| 3.1.6. Bendri apribojimai.....   | 21        |
| 3.2. Reikalavimų specifikacija .....                                   | 22        |
| 3.2.1. Diegimo aplinka .....   | 22        |
| 3.2.2. Bendradarbiaujančios sistemos .....                             | 22        |
| 3.2.3. Veiklos kontekstas.....   | 22        |
| 3.2.4. Veiklos padalijimas .....                                       | 22        |
| 3.2.5. Sistemos ribos .....  | 23        |
| 3.2.6. Panaudojimo atvejų sąrašas .....                                | 23        |
| 3.2.7. Funkciniai reikalavimai .....                                   | 23        |
| 3.2.8. Reikalavimai duomenims .....                                    | 24        |
| 3.2.9. Reikalavimai vykdymo charakteristikoms .....                    | 24        |
| 3.3. Architektūros specifikacija.....                                  | 25        |
| 3.3.1. Apibendrintas architektūros modelis.....                        | 25        |
| 3.3.2. Sistemos struktūra .....  | 26        |
| 3.3.3. Matematinų išraiškų pertvarkymo sistema .....                   | 27        |
| 3.3.4. Maple sąsaja.....   | 27        |
| 3.3.5. Panaudojimo atvejų sekų diagramos .....                         | 27        |
| 3.3.6. Objektų bendradarbiavimo diagramos .....                        | 28        |
| 3.3.7. Objektų būsenų kaitos diagramos .....                           | 29        |
| 3.3.8. Veikimo aplinka .....   | 29        |
| 3.3.9. Klasių diagrama .....   | 30        |
| 3.3.10. Vykdyto charakteristikos .....                                 | 31        |
| 3.3.11. Kokybė.....  | 32        |
| 3.4. Detalios architektūros specifikacija .....                        | 33        |
| 3.4.1. Diferencijavimo valdymas .....                                  | 33        |
| 3.4.2. Matematinų išraiškų pertvarkymo sistema .....                   | 34        |
| 3.4.3. Matematinė išraiška.....  | 35        |
| 3.5. Programinė realizacija.....                                       | 37        |
| 3.5.1. Matematinė išraiška.....  | 37        |
| 3.5.2. Matematinės išraiškos transformavimas į operacijų medį.....     | 38        |
| 3.5.3. Operacijų medžio transformavimas į matematinę išraišką.....     | 40        |
| 3.5.4. Matematinų išraiškų diferencijavimas.....                       | 41        |
| <b>4. Tyrimas .....</b>  | <b>44</b> |
| 4.1. Tyrimo aplinkybės .....   | 44        |
| 4.1.1. Tyrimo objektas ir tikslas .....                                | 44        |
| 4.1.2. Tyrimo kryptys.....   | 44        |
| 4.1.3. Tyrimo įrankiai.....  | 44        |
| 4.1.4. Tyrimo duomenys .....   | 45        |
| 4.1.5. Programinė įranga .....   | 45        |
| 4.1.6. Kompiuterinė technika .....                                     | 46        |
| 4.2. Eksperimentai .....   | 48        |
| 4.2.1. Matematinų išraiškų ilgio įtaka.....                            | 48        |
| 4.2.2. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (2 naudojami procesoriai) ..... | 49        |

|  |           |
|--|-----------|
| 4.2.3. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (3 naudojami procesoriai) ..... | 50        |
| 4.2.4. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (4 naudojami procesoriai) ..... | 51        |
| 4.2.5. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (5 naudojami procesoriai) ..... | 52        |
| 4.3. Rezultatų įvertinimas .....                                       | 53        |
| 4.3.1. Apibendrinti rezultatai .....                                   | 53        |
| 4.3.2. Tendencijos .....   | 54        |
| 4.3.3. Rezultatų įvertinimas .....                                     | 55        |
| 4.3.4. Rezultatų gerinimas .....                                       | 55        |
| <b>5. Išvados.....</b>   | <b>56</b> |
| 5.1. Sukurta sistema .....   | 56        |
| 5.2. Pagrindiniai tyrimų rezultatai .....                              | 56        |
| 5.3. Plėtros kryptys .....   | 56        |
| 5.4. Algoritmų tobulinimas .....                                       | 56        |
| 5.5. Rekomendacijos.....   | 57        |
| <b>6. Literatūra.....</b>  | <b>58</b> |
| 6.1. Literatūra .....  | 58        |
| 6.2. Naudoti dokumentai .....  | 59        |
| <b>7. Santrumpų ir terminų žodynai .....</b>                           | <b>60</b> |
| 7.1. Santrumpos .....  | 60        |
| 7.2. Terminai .....  | 60        |
| <b>Priedai.....</b>  | <b>61</b> |
| Priedas A. Magistro darbo dokumentas.....                              | 61        |
| Dokumento paskirtis .....  | 61        |
| Dokumento autoriai.....  | 61        |
| Dokumento istorija.....  | 61        |

## Santrauka

Šis projektas – tai matematinių išraiškų pertvarkymo programinės įrangos gyvavimo ciklas. Galutinis produktas – tai sistema, kuri funkcionuoja integruodamasi su Maple ir MPI sistemomis. Maple – tai universalus matematinis programinis produktas [2], [3]. Ši sistema reikalinga patogiai įvesti ir išvesti duomenis, panaudoti standartines funkcijas. MPI – tai paskirstytosios procesorių sistemos valdymo servisas [6], [7]. Šis servisas reikalingas reikalavimuose apibrėžtiems pertvarkymams lygiagrečiai vykdyti naudojant kelis vieno procesoriaus kompiuterius.

Projekto tikslas – suprojektuoti, realizuoti ir atiduoti užsakovui naudoti sukurtą produktą vietoj dabartinių lėtesnių sprendimų. Būtent greitis yra pagrindinis šio produkto nefunkcinis reikalavimas. Dabartiniai sprendimai egzistuoja, tačiau jų laikiniai parametrai netenkina užsakovų. Dauguma tokių sprendimų yra universali matematinė programinė įranga, kuri naudoja vartotojui nesunkiai prieinamą vieną kompiuterio procesorių. Daugiaprocesorinės sistemos yra labai brangios. Mūsų sukurtas produktas yra specializuotas, dėl to jame yra greitesnis pats pertvarkymo algoritmas. Be to, mūsų produktas naudoja už daugiaprocesorinę sistemą daug pigesnę variantą – vieno procesoriaus kompiuterių, sujungtų į vietinį tinklą, procesorius. Lygiagrečiai (naudojant visus procesorius) atliekamas matematinės išraiškos pertvarkymas ypač sumažina bendrą uždavinio sprendimo laiką.

Kadangi resursai buvo labai riboti, sistemos realizacija užtuko 16 mėnesių. Per šį laiką buvo atlikta poreikio analizė, surinkti ir specifikuoti reikalavimai, suprojektuota sistemos architektūra, detalios suprojektuoti sistemos komponentai, sistema realizuota ir ištestuota, įdiegta pas užsakovą. Projektas buvo pilnai dokumentuotas ir turi tokius dokumentus kaip projekto paraiška, projekto planas, reikalavimų specifikacija, architektūros specifikacija, detalios architektūros specifikacija, testavimo planas, testavimo ataskaita, diegimo ataskaita. Produktas taip pat dokumentuotas ir turi vartotojo dokumentaciją, reklaminę medžiagą, interneto svetainę.

Šiame dokumente detalios nagrinėjama taikomoji sritis, analizuojami esami ir pasirinkti sprendimai bei algoritmai, pateikiami pagrindiniai produkto projektavimo ir realizavimo etapų aspektai. Pagrindinę dokumento dalį sudaro atliktas tyrimas. Tyrimo metu mūsų sistemos matematinių išraiškų pertvarkymams sugaištas laikas buvo lyginamas su kitomis sistemomis. Taip pat buvo analizuojama kaip pertvarkymų laiką įtakoja sistemos charakteristikos, pvz. matematinės išraiškos ilgis ar naudojamų procesorių kiekis. Tyrimų rezultatai pateikti lentelėmis ir grafikais, pagal tai tendencingai padarytos išvados.

## Summary

This project is a life cycle of the software for reformation of the mathematical expressions. A final product is a system, which operate integrated with Maple and MPI systems. Maple is universal mathematical software product [2], [3]. This system is required to handily input and output data, to have ability using standard functions. MPI is a service for controlling the distributed system [6], [7]. This service is required for parallel reformations of the mathematical expressions using several single-processor computers.

The project goal is to design, implement and deliver to customer for usage developed product instead of current slower solutions. Exactly speed is the key non-functional requirement for the product. Current solutions exist, but the speed is unacceptable for the customer. Most solutions are universal mathematical software, which uses one single-processor computer, which is obtainable for most users. Multi-processor systems are very expensive. The product we developed is specialized, so it has high-speed reformation algorithm. Besides, our product uses cheaper solution then multi-processor system – it uses processors of intranet single-processor computers. Parallel (using all processors) performing the reformation of mathematical expressions especially reduces the total time of decision of the problem.

We have been developing the system for 16 months, because the resources were limited. We have done demand analysis, collected and specified requirements, designed system architecture and components, implemented the system, tested it and installed it for the customer while this period. The all project was documented by writing such documents as project order, project schedule, requirement specification, architecture specification, detail architecture specification, test schedule, test report, install report. The product also was documented and has user guide, publicity and Internet site.

We have deeply researched environment, analyzed present and selected solutions and algorithms, reported key aspects of product design and implementation stages in this document. The main part of the document consists of accomplished research. The time taken for reformation of mathematical expressions in our system was compared with the taken time in other systems during the research. It was also analyzed how the system characteristics, like length of the mathematical expression or number of processors, influence the reformation time. Research results are presented in tables and diagrams, accordingly figured tendentious conclusions.

## **1. ĮVADAS**

Šiame skyriuje trumpai apžvelgiamas visas magistro baigiamasis darbas: apibrėžiama taikymo sritis, nustatomi darbo tikslai, trumpai aprašomas temos aktualumas, nurodoma taikoma metodika, apibrėžiamas tiriamasis objektas, pristatoma teorinė literatūra, nustatoma analizės tvarka, nurodoma dokumento struktūra.

### **1.1. Taikymo sritis**

Taikomoji sritis – labai didelių (ilgų) matematinių išraiškų pertvarkymas. Tai labai konkreti ir sudėtinga programinės įrangos taikymo sritis. Labai didelėms matematinėms išraiškoms pertvarkyti naudojami daugiaprocesoriniai kompiuteriai arba vieno procesoriaus kompiuterių tinklai. Tokiose sistemose skaičiavimai yra suskaidomi į atskirus procesus ir vykdomi lygiagrečiai. Didelės projektavimo ir programavimo išlaidos bei santykinai maža paklausa lemia ypatingai dideles tokių sistemų kainas. Dėl to šioje srityje neįmanoma suderinti pigumo ir efektyvumo, todėl paprastesniems skaičiavimams efektyvesne programine įranga galime laikyti universalias matematinės programas, kurios pasižymi ypač plačiu funkcionalumu, vidutiniu greičiu ir vis dar aukšta kaina. Dažniausiai naudojami šie universalūs matematiniai produktai: Mathcad, Maple, MatLab.

Tokioje taikomojoje srityje dirba matematikos, fizikos, chemijos ir kt. mokslininkų grupės. Taigi ir produktas yra orientuotas į šių mokslinių sričių specialistus. Savo produktą Lietuvoje galėtume siūlyti aukštųjų mokyklų mokslininkams, institutų ir laboratorijų specialistams. Jį galėtume publikuoti ir internete, kad apie produktą sužinotų ir užsienio mokslininkai bei specialistai.

Praktikoje didelės matematinės išraiškos yra gaunamos sprendžiant didesnes diferencialinių lygčių sistemas, skaičiuojant aukštos eilės diferencialą.

### **1.2. Projekto tikslai**

#### **1.2.1. Projekto tikslas ir adresatas**

Projektas tikslas – sukurti numatytą produktą ir platinti jį tarp vartotojų, dirbančių taikomojoje srityje. Šiuo atveju, taikomoji sritis – tai matematinių išraiškų pertvarkymas. Šioje srityje dirba matematikos, fizikos, chemijos ir kt. mokslininkų grupės. Todėl ir produktas yra skirtas šių mokslo sričių specialistams.



### **1.2.2. Produkto užsakovas**

Produkto užsakovas – Kauno technologijos universiteto Informatikos fakulteto Programų inžinerijos katedros docentas dr. Romas Marcinkevičius. Užsakovas dažnai naudoja Maple sistemą ir yra suinteresuotas naudoti naująją specializuotą sistemą, kuri sukurta siekiant padidinti pertvarkymų greitį. Projekto eigoje visos autorinės teisės priklausė sistemos kūrėjams, o galutinio produkto autorinės teisės buvo perleistos ir priklauso užsakovui.

Kai produktas jau realizuotas, galimi ir kiti sistemos vartotojai, numatyti 1.2.1. skyrelyje.

## **1.3. Temos aktualumas**

### **1.3.1. Problemos sprendimas pasaulyje**

Matematinių išraiškų pertvarkymas – labai konkreti ir sudėtinga programinės įrangos taikymo sritis. Didelės projektavimo ir programavimo išlaidos bei santykinai maža paklausa lemia ypatingai dideles tokių sistemų kainas. Šioje srityje neįmanoma suderinti pigumo ir efektyvumo.

Išsiskiria tokios produktų klasės:

- ✦ universali matematinė programinė įranga: pritaikyta įvairioms platformoms, turi platų funkcionalumą, integralumą, patrauklią vartotojo sąsają;
- ✦ specializuota matematinė programinė įranga: pritaikyta konkrečiai taikymo sričiai, turi ribotą funkcionalumą, dažnai sudėtingą vartotojo sąsają.

Pasaulyje geriausiai žinomi matematinių produktų kūrėjai yra MathSoft, MathWorks, Waterloo Maple kompanijos. Jų produktai gerai žinomi visame pasaulyje. Tokių kompanijų produktai yra labai universalūs, turi patogias grafines sąsajas, puikias integracines priemones. Žinomiausi pasaulyje produktai yra Mathcad, MatLab, Mathematica, Maple, IDL, Gauss, LabView [1].

Nagrinėjamoje probleminėje srityje paskirstytos sistemos naudojamos gana retai, kadangi kiekvienas matematinio uždavinio tipas reikalauja vis kitokio procesorių valdymo mechanizmo. Kompanija Risc-Linz 1998 m. pradėjo kurti tokių mechanizmų aibę ir pavadino ją Distributed Maple [2].

### **1.3.2. Problemos sprendimas Lietuvoje**

Peržiūrėjus prieinamus literatūros šaltinius, mums nepavyko rasti tokio Lietuvos programinės įrangos gamintojo, kuris būtų sukūręs ar kurtų universalią matematinę programinę įrangą. Tačiau Lietuvoje yra kuriami specializuotos paskirties užsakomieji projektai, kurie dažniausiai vis tiek susiveda į kompliktuotas, daug resursų reikalaujančios programinės įrangos kūrimą.

## **1.4. Metodologija**

### **1.4.1. Projekto vykdymo metodika**

Visi projekto etapai buvo vykdomi pagal Programų inžinerijos standartus ir dėstytojų rekomendacijas. Projekto eigoje buvo išklaustyti tokie naudingi moduliai kaip Programų inžinerijos procesai, Programų inžinerijos valdymas, Reikalavimų specifikavimas, Programų projektavimas, Duomenų projektavimas, Programų sistemos architektūros analizė, Programų testavimo metodai, Programinės įrangos įdiegimo tyrimas, Programinės įrangos kokybė, Programinės įrangos įrankiai, Informacinės technologijos projektavimo vadyboje. Vykdamas projektą buvo griežtai atsižvelgta į šių modulių teorinę medžiagą, atsakingų dėstytojų rekomendacijas.

### **1.4.2. Produkto kūrimo technologijos**

Projektavimo etapuose buvo naudojama UML projektavimo technologija. Realizavimo etape buvo naudojamas objektinis programavimas, C++ programavimo kalba ir šios kalbos kompiliatorius Linux operacinei sistemai. Testavimo vykdymui buvo naudojami specialiai pritaikyti automatinio testavimo įrankiai.

## **1.5. Analizės tvarka**

Pirmiausia reikia detaliai aprašyti inžinerinę problemą. Problemai spręsti būtina išnagrinėti susijusią literatūrą ir esamus sprendimus. Tokiu būdu išsigilinus į problemą, galime išsikelti sau detalius darbo tikslus, parinkti ir pagrįsti tuos tikslus įgyvendinančius sprendimus. Sprendimams realizuoti reikia suprojektuoti ir realizuoti tinkamos architektūros bei greitų ir patikimų algoritmų visumos sistemą.

## **1.6. Tyrimo objektas ir tikslas**

Teoriniuose ir eksperimentiniuose tyrimuose bus tiriamas sukurtas produktas. Tyrimo tikslas – ištirti matematinių išraiškų pertvarkymo greitį. Bus atlikti tyrimai, kokią įtaką matematinių išraiškų pertvarkymo greičiui daro įvairios sistemos ir duomenų charakteristikos, pvz. sistemos procesorių kiekis, lygiagrečių procesų kiekis, matematinės išraiškos ilgis ir sudėtingumas ir pan. Tuo pačiu bus atlikti pertvarkymų greičio palyginimai su kitais rinkoje esančiais produktais. Pagal tyrimų rezultatus bus padarytos pagrindinės išvados, nustatyta vizija sistemos plėtrai, pateiktos rekomendacijos naudotojams.

## **1.7. Dokumento struktūra**

Magistro baigiamasis darbas susideda iš 6 esminių dalių: Įvadas, Analizė, Projektavimas, Tyrimas, Išvados ir priedai. Įvade bendrais bruožais apibendrinamas visas magistro darbas ir šio darbo dokumentas. Antroje dalyje analizuojama problema, nagrinėjama susijusi literatūra ir esami sprendimai, nustatomi detalūs darbo tikslai, parenkami ir pagrindžiami tikslus įgyvendinantys sprendimai ir algoritmai. Projektavimo dalyje išdėstomi visų produkto projektavimo etapų dokumentai: pirminis produkto apibūdinimas, reikalavimų specifikacija, architektūros specifikacija ir detalios architektūros specifikacija. Taip pat šioje dalyje detalizuojama produkto programinė realizacija. Tyrimo dalyje apibrėžiamos tyrimo aplinkybės, išdėstomi atlikti eksperimentiniai tyrimai, įvertinami rezultatai. Penktoje dalyje pagal tyrimų rezultatus nustatomos ir išdėstomos darbo išvados, apibrėžiamos galimos produkto plėtros kryptys, pateikiamos rekomendacijos naudotojams. Šeštoji dalis susideda iš kelių skyrių: literatūros, santrumpų ir terminų žodynų bei dokumento priedų.

Šis dokumentas parengtas pagal bendruosius nurodymus baigiamiesiems darbams, dokumento struktūra sudaryta pagal Programų inžinerijos katedros rekomendacijas.

## **2. ANALIZĖ**

Šiame skyriuje detaliai aprašoma sprendžiama problema, nagrinėjama susijusi literatūra ir esami sprendimai, iškeliami detalūs darbo tikslai, parenkami ir pagrindžiami tikslus įgyvendinantys sprendimai bei algoritmai.

### **2.1. Problemos aprašymas**

Užsakovas iki šiol matematinėms išraiškoms pertvarkyti naudojo įvairius programinius paketus, tačiau sprendimų laikiniai parametrai užsakovo netenkino. Dauguma tokių sprendimų yra universali matematinė programinė įranga, kuri naudoja vartotojui nesunkiai prieinamą vieną kompiuterio procesorių. Daugiaprocesorinės sistemos yra labai brangios. Turėjo būti sukurta specializuota sistema, dėl to joje turėjo būti greitesnis pats pertvarkymo algoritmas. Be to, sistema turėjo naudoti už daugiaprocesorinę sistemą daug pigesnę variantą: vieno procesoriaus kompiuterių, sujungtų į vietinį tinklą, procesorius. Lygiagrečiai atliekamas matematinės išraiškos pertvarkymas taip pat turėjo sumažinti bendrą uždavinio sprendimo laiką.

Reikia tokios sistemos, kuri pakeistų šiuo metu užsakovo naudojamus programinius paketus ir būtų greitesnė. Greitis yra pagrindinis šios sistemos nefunkcinis reikalavimas. Pagrindinis funkcinis reikalavimas – matematinių išraiškų pertvarkymas. Taigi, apibendrinant, mūsų galutinis tikslas buvo sukurti greitą ir patikimą matematinių išraiškų pertvarkymo sistemą. Todėl turėjome tokias pagrindines problemas: diferencijavimo laiko minimizavimas bei patikimumo užtikrinimas.

#### **2.1.1. Nagrinėjama problema**

Kuriamai sistemai reikėjo sukurti matematinių išraiškų pertvarkymo modulį, kuris greitai ir patikimai mokėtų diferencijuoti matematinės išraiškas. Sistema turi turėti itin paprastą sąsają, kuria galima būtų paduoti pradinę matematinę išraišką ir kuria galima būti pasiimti rezultatinę matematinę išraišką.

Reikia detaliai išnagrinėti matematinių išraiškų analizės ir nagrinėjimo metodikas, esamus sprendimus ir priimti tinkamus sprendimus kuriamai sistemai. Analizuojant reikia neužmiršti ir kitų tos pačios klasės uždavinių, pvz. teksto analizavimas, gramatinis nagrinėjimas, leksikos ir sintaksės tikrinimas, kompiliatoriai.

### **2.2. Problemos analizė**

Problemai spręsti pirmiausia reikia detaliai išanalizuoti susijusią literatūrą bei esamus sprendimus.

### 2.2.1. Įžanga

Nagrinėjama problema apima tokias koncepcijas kaip gramatinis nagrinėjimas, simbolių atpažinimas, leksikos analizė, mazgų medžiai ir lentelės.

Pirmasis matematinių išraiškų analizės algoritmą 1975 m. sumodeliavo Robert M. Graham. Matematinėse išraiškose buvo naudojami keturi aritmetiniai operandai: daugyba, dalyba, suma ir atimtis. Matematikos principais operandų simboliams buvo priskirti prioritetai: aukščiausi prioritetai daugybai bei dalybai, žemiausi sumai ir skirtumui. Matematinės išraiškos galėjo turėti ir skliaustelius. Iš esmės, algoritmo taisyklės atitiko algebros, kurią mokėmės dar mokykloje, taisyklės, pavyzdžiui daugyba (arba dalyba) skaičiuojama prieš sumavimą ar atimtį; pradėti reikia nuo vidinių skliaustelių ir eiti išorės link; jeigu gretimi operandai turi vienodą prioritetą, tai pirmiau vykdomas pirmesnis (kairesnis).

Šio autoriaus algoritmas buvo pagrindas daugeliui kitų iki šiol sukurtų ir kuriamų algoritmų. Panagrinėjime Vajoningo profesoriaus Bill Murray algoritmą, kuris pirmiausia išplėtė algoritmą papildydamas jį eksponentės operandu bei keliomis funkcijomis (sin, cos, ir pan.). Taip pat jis įvedė konstantas ir kintamuosius, kuriuos galima apibrėžti vardais. Šie elementai matematinėje išraiškoje yra atpažįstami leksikos analizės fazėje. Dar vėliau algoritmas buvo papildytas ir vektorių bei matricų palaikymu, bet mes šito nenagrinėsime.

### 2.2.2. Gramatinis nagrinėjimas

Gramatinis nagrinėjimas (*angl.* Parser) – tai procesas, kai tekstas yra sudalomas į dalis, kiekvienai daliai priskiriant įvairius atributus ir, svarbiausia, nustatant ryšius su kitomis dalimis. Pavyzdžiui jeigu tai būtų šnekamosios kalbos sakinytis, galėtume jį padalinti į žodžius, priskiriant jiems tokius atributus kaip kalbos dalis, sakinio dalis, laikas, giminė ir pan. Tokiu būdu mes detalizuojame, labiau suprantame gramatiškai išnagrinėtą sakinį. Iš esmės, gramatinis nagrinėjimas yra struktūros atpažinimas ir suvokimas.

Matematinių išraiškų gramatinis nagrinėjimas – tai algoritmas, kuris identifikuoja matematinio reiškinių struktūrą ir sudedamąsias dalis. Išraiška, susidedanti iš daugybės simbolių, tarp kurių yra skaičiai, raidės, žodžiai, specialūs simboliai ir t. t. Gramatinio nagrinėjimo tikslas yra atpažinti minėtus elementus ir transformuoti juos į priimtus žymėjimus, pvz. simbolį “+” transformuoti į sumos ženklą, simbolius “-4,03” transformuoti į realų neigiamą skaičių -4,03 ir pan. Be to, visi transformuoti elementai turi būti susieti tarpusavyje ir sudėti į tinkamą duomenų struktūrą.

### 2.2.3. Leksikos analizė

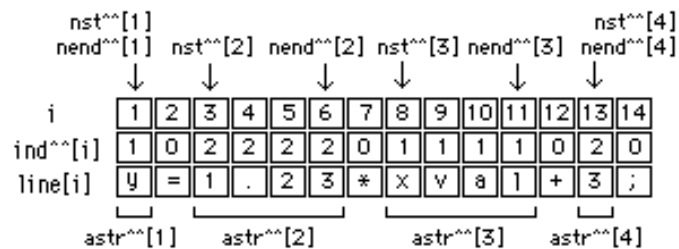
Leksikos analizės procedūra yra nagrinėjimo proceso pagrindas. Jis identifikuoja pagrindinius elementus matematinėje išraiškoje, pakeičia juos žymėjimais, nustato jų tipus, priskiria

prioritetus. Operandų ir jų dėmenų pozicijos atitinkamai nustatomos ir sintaksinėje struktūroje. Priklausomai nuo pozicijų, organizuojamas ir operandų hierarchiškumas, kas nusako operacijų vykdymo seką.

Nagrinėsime algoritmą, pritaikytą Pascal kalbai. Leksikos analizės įėjimu yra laikoma simbolių eilutė *line*. Algoritmo išėjime yra trys surikiuoti masyvai: žymėjimų masyvas  $sy^{[i]}$ , žymėjimų tipų masyvas  $tokentype^{[i]}$  ir prioritetų masyvas  $pr^{[i]}$ , kur  $i=1..ntot$ .

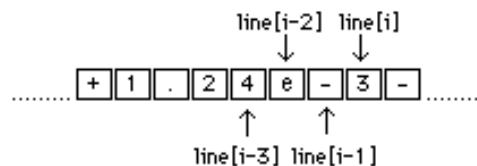
Kad simbolių eilutėje išskirti sudedamąsias dalis, naudojamas rodyklių masyvas  $ind^{[i]}$ , kur  $i=1..length(line)$ . Šios rodyklės atitinka kiekvieną simbolių eilutės simbolių. Masyvas  $astr^{[i]}$  yra skirtas simbolių grupėms (trumpesnėms simbolių eilutėms), t. y. kintamųjų, konstantų ir funkcijų vardams saugoti. Šių simbolių grupių pradžios ir pabaigos pozicijos pagrindinėje eilutėje yra saugomos atitinkamuose masyvuose  $nst^{[j]}$  ir  $nend^{[j]}$ .

Po to, kai apibrėžtas reikiamas kiekis atminties, visi kintamieji inicijuojami, iš išraiškos pašalinami visi tarpai. Pradedamas ciklas *for i := 1 to length(line)*. Kiekvienam eilutės simboliui, kuris priklauso alfabetui,  $ind^{[i]} := 1$ , o kiekvienam skaitmeniniam simboliui (0..9) arba taškui  $ind^{[i]} := 2$ . Dabar pagal masyve *ind* sudarytas 0, 1 ar 2 sekas galima nustatyti simbolių eilutės sudedamąsias dalis, greitai nustatant jų pradžios ir pabaigos pozicijas. Žemiau esanti schema iliustruoja simbolių eilutės  $y = 1.23 * xval + 3$  padalijimą į simbolių grupes.



pav. 1. Simbolių grupių nustatymas

Norint, kad algoritmas suprastu moksliniu formatu užrašytus skaičius, pvz.  $1.24e-3$ , reikia modifikuoti algoritmą. Kiekvienam  $i > 3$  simboliui peržiūrime tris ankstesnius simbolius:  $line[i-3]$ ,  $line[i-2]$  ir  $line[i-1]$ . Jeigu  $(ind^{[i-3]} = 2)$  and  $(line[i-2] \text{ in } ['e', 'E'])$  and  $(line[i-1] \text{ in } ['- ', '+ '])$  and  $(ind^{[i]} = 2)$ , tai  $ind^{[i-2]} := 2$  ir  $ind^{[i-1]} := 2$ .



pav. 2. Mokslinio formato skaičiaus interpretavimas

Toliau, simbolių grupės  $astr^{[i]}$  yra sukabinami su operando simboliu, kad išgauti surikiuotą žymėjimų masyvą  $sy^{[i]}$ . Nulinis žymėjimas  $sy^{[0]} := '@'$ , kad vėliau jį galima būtų naudoti

kaip skyriklį. Šis surikiuotas žymėjimų masyvas dabar vaizduoja matematinę išraišką. Dar toliau reikia nustatyti žymėjimų tipus  $tokentype^{[i]}$ , priklausomai nuo  $sy^{[i]}$ . Viduje  $for\ i := 0\ to\ ntot\ do$  kiekvienas žymėjimo tipas automatiškai inicijuojamas kaip 'string'. Jeigu ( $sy^{[i]}$  in ['+', '-', '\*', '/', '^', '=']) or ( $tokentype^{[i]} = 'binary'$ ). Jeigu ( $sy^{[i]} = 'pi'$ ) or ( $sy^{[i][1]}$  in ['0'..'9', ':']), tai  $tokentype^{[i]} := 'constant'$ . Jeigu  $sy^{[i]}$  yra viena iš funkcijų (pvz. sqrt, sin, cos, exp, ln ir pan.), tai  $tokentype^{[i]} := 'function'$ . Jeigu  $tokentype^{[i]} = 'string'$ , bet nelygi nei 'binary', nei 'constant', nei 'function', tada  $tokentype^{[i]} := 'variable'$ . Galų gale, kiekvienam  $i > 0$ , jeigu  $sy^{[i]}$  in ['+', '-'], ir  $tokentype^{[i-1]}$  nėra nei kintamasis, nei skaičius, o  $sy^{[i-1]}$  yra arba užsidarantys skliausteliai, arba kabutė, tada  $tokentype^{[i]} := 'unary'$ .

Sekantis ciklas nuo 1 iki  $ntot$  patikrina kiekvieną konstantą, kuri nelygi 'pi', patikrinant netgi kiekvieną simbolį. Jeigu simbolis yra raidė, bet ne 'e' ir ne 'E', tai generuojama klaida. Jeigu raidė vis dėl to yra 'e' arba 'E', tai kairesnis simbolis būtinai turi būti skaičius, o dešinesnis – skaičius arba '+', arba '-'. Priešingu atveju generuojama klaida. Be to, visi kiti simboliai taip pat turi būti skaičiai arba iš aibės ['e', 'E', '+', '-', ':']. Priešingu atveju irgi generuojama klaida.

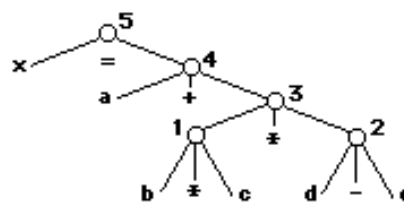
Galų gale, žymėjimams priskiriami prioritetai  $pr^{[i]}$ .

lentelė 1. Žymėjimų prioritetai

| Žymėjimas | Prioritetas |
|-----------|-------------|
| ^         | 7           |
| * /       | 6           |
| + -       | 5           |
| =         | 4           |
| );        | 3           |
| (         | 2           |
| @         | 1           |
| kiti      | 0           |

#### 2.2.4. Mazgų medžiai ir lentelės

Mazgų lentelė yra analizės algoritmų pagrindas. Medžio tipo struktūra sudaryta jungiamųjų taškų (mazgų) aibės pilnai apibrėžia matematinę išraišką. Kiekvienas įrašas, vadinamas mazgu, yra numeruojamas ir susideda iš visos būdingos informacijos. Kaip DNR molekulė, mazgų lentelė nusako kodą, atskleidžiantį matematinės išraiškos struktūrą ir sintaksę. Mazgų medis yra grafinis matematinių išraiškų atvaizdavimo būdas.



pav. 3. Mazgų medžio apibrėžta išanalizuota matematinė išraiška

Tokios duomenų struktūros, dar dažnai vadinamos operacijų medžiu, saugojimui yra struktūrą beveik atitinkanti mazgų lentelė, kuri yra numeruotas įrašų, kuriuose yra visa informacija apie mazgą ir jo ryšius, masyvas.

Po to kai matematinė išraiška buvo išanalizuota ir transformuota į mazgų lentelę, o vizualiai į mazgų medį, bet kokiems veiksams atlikti yra naudojamas vienas bendras algoritmas – medžio perrinkimas nuo šaknies iki šakų.

### **2.2.5. Išvados**

Išanalizavę literatūrą, vis dėl to pasinaudojome 1975 metais Robert M. Graham sumodeliuoto matematinių išraiškų analizės algoritmo idėja ir jo modifikacijomis naudojant patobulintas duomenų struktūras.

## **2.3. Darbo tikslai**

Identifikavus problemą ir išanalizavus esamus sprendimus, sistemos kūrėjų komanda išsikėlė sau darbo tikslus, kurių dalis, susijusi su nagrinėjama problema, yra išvardijama žemiau:

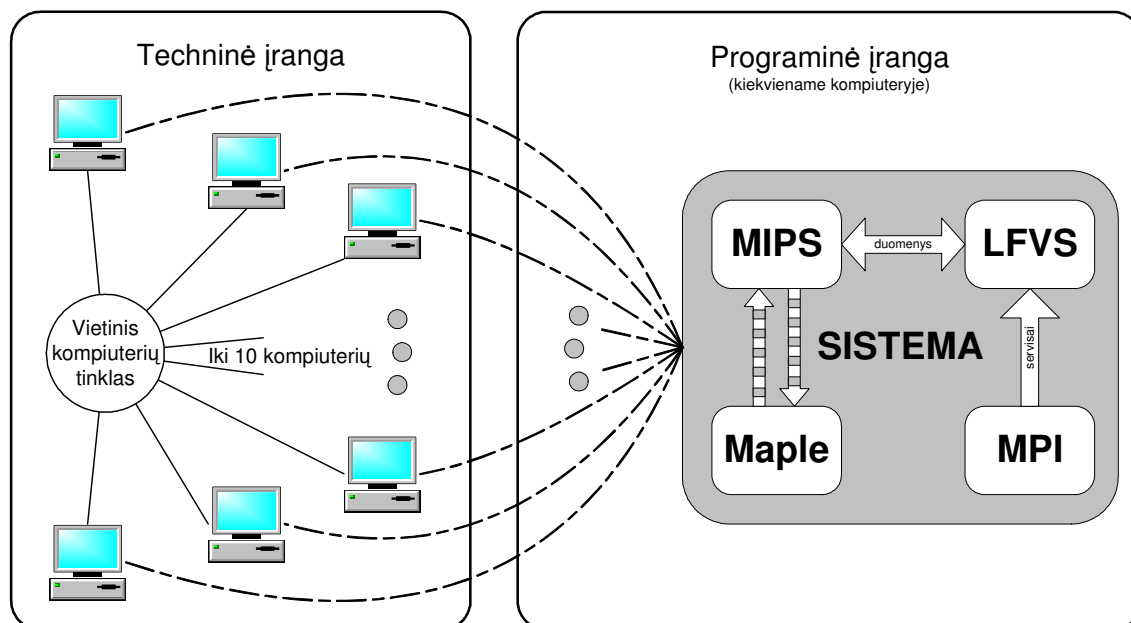
- ✦ suprojektuoti detalią sistemos architektūrą išskiriant reikiamas valdymo ir objektų klases;
- ✦ suprojektuoti ir realizuoti matematinių išraiškų pertvarkymo algoritmą;
- ✦ ištestuoti matematinių išraiškų pertvarkymo algoritmo patikimumą;
- ✦ integruoti matematinių išraiškų pertvarkymo algoritmą į sistemą;
- ✦ atlikti matematinių išraiškų pertvarkymo sistemos tyrimus, palyginti su kitomis sistemomis;
- ✦ įvertinti tyrimų rezultatų, išvelgti tendencijas, padaryti išvadas, pateikti rekomendacijas.

## **2.4. Priimti sprendimai**

Darbo tikslams pasiekti sistemos kūrėjų komanda pirmiausia turėjo priimti įvairius strateginius sprendimus, kurie numatytų sistemos veikimo principą, sistemos aplinką, programų inžinerijos metodikas, technologijas, programavimo kalbas ir pan.



### 2.4.1. Sistemos veikimo principas



pav. 4. Sistemos veikimo principas

Aptarsime aukščiau pavaizduotos sistemos veikimo principą. Pirmiausia, sistema turėjo mokėti tiesiog diferencijuoti matematinę išraišką. Tokios funkcijos yra paskirtos matematinėms išraiškų pertvarkymo sistemai MIPS. Dar didesniai diferencijavimo greičiui užtikrinti buvo pasirinkta lygiagrečių skaičiavimų logika. Tokia logika realizuojama lygiagrečiaus funkcionavimo valdymo sistemoje LFVS, kuri atsakinga už matematinės išraiškos suskaldymą į smulkesnes ir paprastesnes išraiškas, jų perdavimą atskiriems MIPS skaičiavimų procesams ir, galiausiai, apskaičiuotų išraiškų atgalinį sujungimą. Procesams lygiagretinti yra naudojamas MPI servisas. Efektyvumui užtikrinti reikalingi keli procesoriai. Visa minėta programinė įranga įdiegiama į kiekvieną naudojamą kompiuterį. Vartotojas bet kuriame kompiuteryje inicijuoja matematinės išraiškos diferencijavimą. LFVS suskaido išraišką į smulkesnes ir per MPI servisą inicijuoja atskirus procesus kituose kompiuteriuose. Procesuose veikiant MIPS pagal reikalavimus pertvarko matematinę išraišką ir grąžina iniciatoriui. Grąžinti rezultatai yra sujungiami ir išvedami vartotojui.

### 2.4.2. Matematinė išraiškų pertvarkymo sistema

Matematinė išraiškų pertvarkymo sistema veikia kaip visai atskira posistemė, t. y. gauna duomenis, atlieka pertvarkymus ir grąžina rezultatus. Detaliau, MIPS veikia tokiais etapais:

- ✦ perteklinių simbolių pašalinimas;
- ✦ tekstinės matematinės išraiškos transformavimas į operacijų medį;
- ✦ operacijų medžio supaprastinimas;
- ✦ diferencijavimas atliekant operacijų medžio šakų pakeitimus;

- ✦ pakartotinis operacijų medžio supaprastinimas;
- ✦ operacijų medžio transformavimas į tekstinę matematinę išraišką.

Prieš atliekant bet kokius veiksmus pirmiausia yra pašalinami visi tarpo simboliai, kadangi jie nedaro jokios įtakos išraiškai. Taip pat prieš atliekant pertvarkymus tekstinė matematinė išraiška yra transformuojama į matematinės išraiškos operacijų medį. Dabar jau gali būti atliekamas diferencijavimas. Tiesa, ištyrėme, kad prieš ir po diferencijavimo naudinga atlikti operacijų medžio supaprastinimą, ekvivalentų matematinės išraiškos supaprastinimui. Galų gale gautasis operacijų medis yra vėl transformuojamas į rezultatinę tekstinę matematinę išraišką.

### **2.4.3. Naudojami produktai**

Projekto metu dažnai buvo naudojamas Maple programinis paketas. Jis buvo pasirinktas dėl to, kad jį naudoja užsakovas. Prie šio produkto yra priderintos matematinės išraiškos vaizdavimo taisyklės. Be to, Maple paketas yra patikimas, greitas, lankstus, pritaikytas papildomų funkcijų integracijai, veikiantis Linux operacinėje sistemoje. Produkto gamintojas – Waterloo Maple, Inc.. Buvo naudojama Maple 7 versija.

### 3. PROJEKTAVIMAS

Šiame skyriuje išdėstomi visų produkto projektavimo etapų dokumentai: pirminis produkto apibūdinimas (projekto paraiška), reikalavimų specifikacija, architektūros specifikacija ir detalios architektūros specifikacija. Čia yra įkelti tik su magistro darbu susiję minėtų dokumentų skyriai. Taip pat šioje dalyje detalizuojama produkto programinė realizacija.

#### 3.1. Produkto apibūdinimas

##### 3.1.1. Programų sistemos funkcijos

Produkto esmė – matematinių išraiškų simbolinis diferencijavimas. Diferencijavimo rezultatas – nauja matematinė išraiška. Diferencijavimas yra riboto funkcionalumo, t. y. sistema turi atpažinti ir diferencijuoti tokias funkcijas:

- ✦  $f_1(x) + f_2(x)$
- ✦  $f_1(x) - f_2(x)$
- ✦  $f_1(x) \times f_2(x)$
- ✦  $(f(x))^n$
- ✦ ir jų junginius,

kai  $f(x)$ ,  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$  gali būti:

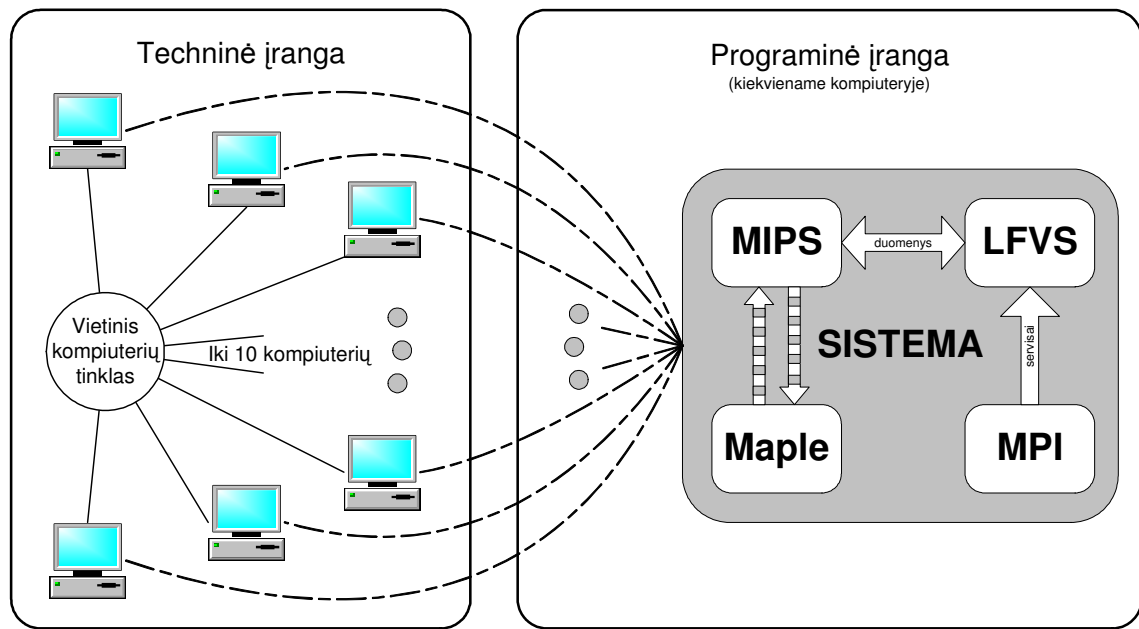
- ✦  $a \cdot x^n + b$
- ✦  $\sin x$
- ✦  $\cos x$
- ✦ ir jų junginiai.

Kitos diferencijavimo formulės paliekamos kitoms produkto versijoms. Taip pat ir kitokie funkcionalumai (pvz., integravimas) paliekami kitoms produkto versijoms. Taigi sistema turi būti atvira funkcionalumų papildymams.

Atliekant matematinės išraiškos diferencijavimą, išraiška turi būti kuo optimaliau skaidoma į nepriklausomas išraiškas, kurias galėtų lygiagrečiai apdoroti atskiri procesoriai. Reikia įvertinti tokios paskirstytos sistemos apribojimus ir ypatybes:

- ✦ sistemos procesoriai neturi bendros atminties;
- ✦ duomenims perduoti gaištamas papildomas laikas.

Apibendrintas sistemos veikimo principas pavaizduotas pav. 5.



pav. 5. Sistemos veikimo principas

Sistema sudaryta iš dviejų posistemų:

- ✦ MIPS – matematinių išraiškų pertvarkymo sistema;
- ✦ LFVS – lygiagretaus funkcionavimo valdymo sistema.

Matematinių išraiškų pertvarkymo sistema atsakinga už matematinių išraiškų reikalavimuose nurodytų pertvarkymų atlikimą. Ši posistemė gali naudotis Maple paslaugomis. Lygiagretų matematinių išraiškų pertvarkymo vykdymą organizuoja lygiagretaus funkcionavimo valdymo sistema. Ši posistemė, naudodamasi paskirstytosios sistemos valdymo terpės MPI servais, manipuliuoja vietiniame tinkle sujungtų kompiuterių procesoriais, t. y. naudoja juos lygiagrečiams skaičiavimams.

Produktas turi turėti vartotojo sąsają, kuri:

- ✦ būtų patogi;
- ✦ būtų lengvai suprantama;
- ✦ nereikalautų papildomų programavimo žinių;
- ✦ mandagiai praneštų apie galinčius kilti nesklandumus.

### 3.1.2. Sistemos kontekstas

Projekte realizuojamas produktas yra integruojamas kartu su Maple ir MPI sistemomis. Produktas naudosis Maple sistema duomenims įvesti ir išvesti (lentelės pavidalu, grafiku) bei kai kurioms funkcijoms (pvz. matematinės išraiškos supaprastinimui) vykdyti. Todėl kuriamas produktas turi atitikti Maple sistemoje taikomus duomenų struktūrų apibrėžimus. Produktas naudos MPI sistemos servisus, lygiagrečiam matematinių išraiškų pertvarkymui valdyti. Todėl kuriamas produktas turi atitikti MPI sistemos teikiamų servisų reikalavimus.

### **3.1.3. Produkto vartotojas**

Potencialūs produkto vartotojai – dabartiniai Maple sistemos vartotojai. Todėl produkto vartotojas gali neblogai žinoti Maple sistemą, bet gali nieko nežinoti apie MPI. Todėl sistema turi būti suprantama ir nežinantiems MPI.

### **3.1.4. Vartotojo problemos**

Dabartinė vartotojo problema: nepatenkinamas didelių matematinių išraiškų diferencijavimo greitis. Sukurtame produkte turi būti pasiektas vartotoją tenkinantis matematinių išraiškų diferencijavimo greitis.

### **3.1.5. Vartotojo tikslai**

Vartojimo požiūriu, kuriamas produktas neturi būti sudėtingesnis nei Maple sistema. Vartotojas neturi papildomai mokytis, kad galėtų inicijuoti matematinių išraiškų diferencijavimą.

Vartotojas naudodamas sukurtą produktą nori greičiau nei su Maple sistema diferencijuoti matematinės išraiškas. Vartotojas negali sau leisti panaudoti efektyvias bet brangias daugiaprocesorines sistemas, tačiau gali sau leisti įsigyti kelis kompiuterius, sujungti juos į vietinį tinklą ir diferencijuoti matematinės išraiškas naudodamas kelis paskirstytus procesorius.

### **3.1.6. Bendri apribojimai**

Produktas turi tokius nefunkcinius reikalavimus:

- ✦ C++ programavimo kalba;
- ✦ Linux operacinė sistema;
- ✦ atvira funkcionalumų papildymams.

Projektas turi tokius organizacinius apribojimus:

- ✦ resursų trūkumas (techniniai resursai testavimui prieinami tik 2 val. per savaitę, kūrėjų grupės vadovas projektui gali skirti tik 2 val. per savaitę, kūrėjų grupės nariai – po 6 val. per savaitę);
- ✦ personalo patirties stoka.

### 3.2. Reikalavimų specifikacija

Reikalavimų specifikacija skirta sistemos reikalavimams tarp sistemos užsakovo ir sistemą realizuojančios komandos suderinti. Dokumentas parengtas pagal programų inžinerijos standartus ir pagal dėstytojų rekomendacijas.

#### 3.2.1. Diegimo aplinka

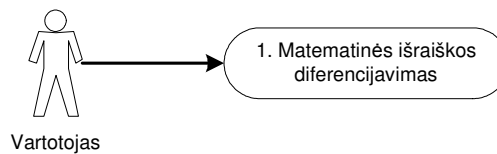
Sistema turi būti sukurta funkcionuoti PC tipo kompiuteriuose Linux operacinėje sistemoje. Sistemos greičiui užtikrinti yra reikalaujamas C++ kompiliatorius. Pilnaverčiam sistemos funkcionavimui reikalingas vietinis kompiuterinis tinklas (iki 10 kompiuterių), su įdiegtomis lygiagreto valdymo MPI ir matematinio programinio paketo Maple sistemomis.

#### 3.2.2. Bendradarbiaujančios sistemos

Sistema turi bendradarbiauti su matematinio programiniu paketu Maple. Tikslī sąsajos specifikacija bus rengiama sistemos realizacijos etape. Šis paketas turi būti naudojamas kai kuriems standartiniams matematinė išraiškų pertvarkymams.

Sistema taip pat turi naudotis lygiagreto funkcionavimo valdymo sistema MPI.

#### 3.2.3. Veiklos kontekstas



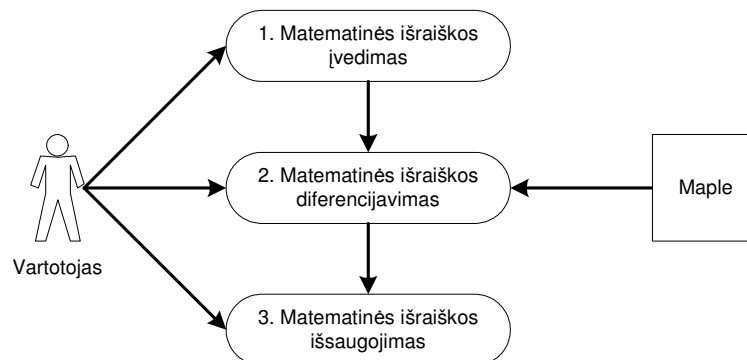
pav. 6. Veiklos konteksto diagrama

#### 3.2.4. Veiklos padalijimas

lentelė 2. Veiklos padalijimas

|                                 |   |
|---------------------------------|---|
| Įvykio Nr.                      | 1   |
| Įvykis                          | <b>Matematinės išraiškos diferencijavimas</b>                             |
| Įeinantys informacijos srautai  | Pradinė matematinė išraiška   |
| Išeinantys informacijos srautai | Išdiferencijuota matematinė išraiška<br>Diferencijavimui sugaištas laikas |

### 3.2.5. Sistemos ribos



pav. 7. Panaudojimo atvejų diagrama

### 3.2.6. Panaudojimo atvejų sąrašas

lentelė 3. Matematinės išraiškos diferencijavimo panaudojimo atvejais

|                           |  |
|---------------------------|--|
| Panaudojimo atvejo Nr.    | 2  |
| Panaudojimo atvejis       | <b>Matematinės išraiškos diferencijavimas</b>  |
| Tikslas                   | Išdiferencijuoti vartotojo įvestą matematinę išraišką  |
| Aktoriai                  | Vartotojas, Maple  |
| Ryšiai su kitais PA       | 1, 3   |
| Nefunkciniai reikalavimai | Diferencijavimas turi būti greitesnis nei užsakovo anksčiau naudoti produktai  |
| Pradinės sąlygos          | Sistema yra aktyvi<br>Matematinė išraiška yra įvesta<br>Maple sistema yra pasiekama  |
| Sužadinimo sąlygos        | Vartotojas sužadina matematinės išraiškos diferencijavimo funkciją   |
| Pabaigos sąlygos          | Ekrane parodoma išdiferencijuota matematinė išraiška arba jos dalis (kai išraiška yra labai ilga)  |
| Pagrindinis scenarijus    | Sistema integruota su Maple sistema išdiferencijuoja įvestą matematinę išraišką<br>Sistema ekrane atvaizduoja išdiferencijuotą išraišką arba jos dalį (kai išraiška yra labai ilga) ir diferencijavimui sugaištą laiką |
| Alternatyvūs scenarijai   | Matematinė išraiška neįvesta<br>Nekorektiška matematinė išraiška<br>Maple sistema yra nepasiekama<br>Kitais atvejais, sistema praneša “Nenumatyta klaida”  |

### 3.2.7. Funkciniai reikalavimai

lentelė 4. Funkcinis reikalavimas Nr. 1

|                     |   |
|---------------------|---|
| Reikalavimo Nr.     | 1   |
| Reikalavimo tipas   | Funkcinis reikalavimas  |
| Panaudojimo atvejis | 1. Matematinės išraiškos diferencijavimas                                     |
| Aprašymas           | Sistema turi teisingai išdiferencijuoti vartotojo įvestą matematinę išraišką  |
| Pagrindimas         | Vartotojui reikalingas tik teisingas matematinės išraiškos išdiferencijavimas |
| Šaltinis            | Vartotojas  |
| Tikimo kriterijus   | Įvesta matematinė išraiška yra teisingai išdiferencijuota                     |
| Užsakovo tenkinimas | 3   |

|                       |  |
|-----------------------|--|
| Užsakovo netenkinimas | 5                                      |
| Priklausomybės        | 2, 3, 4, 5                             |
| Konfliktai            | –                                      |
| Papildoma medžiaga    | –                                      |
| Istorija              | Reikalavimas užregistruotas 2003 03 14 |

### 3.2.8. Reikalavimai duomenims

Matematinė išraiška – tai simbolinė išraiška, galinti susidėti iš lentelėje Nr. nurodytų simbolių.

lentelė 5. Leistini matematinės išraiškos simboliai

| Simbolis | Apibūdinimas                 | Naudojimas             | Pavyzdžiai                      |
|----------|------------------------------|------------------------|---------------------------------|
| 0-9      | Visi skaitmenys              | Skaičiai, indeksai     | 805, t <sup>2</sup>             |
| ,        | Kablelis                     | Trupmenoms             | 2,05                            |
| .        | Taškas                       | Trupmenoms             | 0,92                            |
| A-Z      | Didžiosios lotyniškos raidės | Funkcijos, nežinomieji | PI, X, Y                        |
| a-z      | Mažosios lotyniškos raidės   | Funkcijos, nežinomieji | sin, a, h                       |
| +        | Pliusas                      | Sudėtis                | a + 5, t + t1                   |
| –        | Minusas                      | Atimtis, neigimas      | h – 1, -3                       |
| *        | Žvaigždutė                   | Sandauga               | 7 * h, 2 * PI                   |
| /        | Pavirtęs brūkšniukas         | Dalyba                 | 1 / 2, PI / 2                   |
| ( )      | Skliausteliai                | Operacijų tvarka       | 2 * (b + 3)                     |
| ^        | Stogelis                     | Laipsnis               | c <sup>2</sup> , x <sup>e</sup> |

Matematinėse išraiškose gali būti naudojamos žemiau pateiktoje lentelėje nurodytos funkcijos.

lentelė 6. Matematinėse išraiškose leistinos funkcijos

| Junginys | Apibūdinimas                      | Pavyzdžiai         |
|----------|-----------------------------------|--------------------|
| sin, SIN | Trigonometrinė funkcija sinusas   | sin(x), sin(pi)    |
| cos, COS | Trigonometrinė funkcija kosinusas | cos(a – b), cos(1) |
| x, X     | Nežinomas x                       | x ^ 2, x / 5       |

Matematinės išraiškos ilgis nėra apribotas. Ekrane yra vaizduojama visa matematinė išraiška jei jos ilgis neviršija 1024 simbolių. Priešingu atveju yra vaizduojami pirmi 1024 simboliai.

### 3.2.9. Reikalavimai vykdymo charakteristikoms

Diferencijavimo greitis – pagrindinis sistemos reikalavimas. Skaitinės šio reikalavimo vertės nėra numatytos, nes sistema kuriama tiriamojo darbo pagrindu. Yra numatyta, kad diferencijavimo laikas turi būti mažesnis nei iki šiol užsakovo naudojamų matematinių programinių paketų.



### 3.3. Architektūros specifikacija

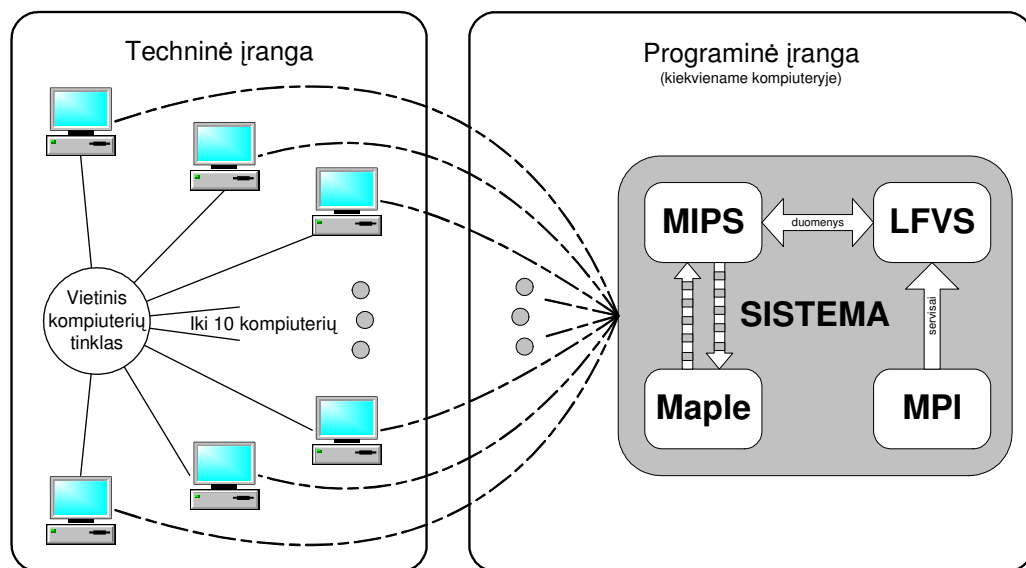
Architektūros specifikacija yra skirta sistemos architektūrai specifikuoti. Dokumentas yra parengtas Rational Unified Process (RUP) pagrindu naudojant Unified Modeling Language (UML).

Dokumente pateikiamas apibendrintas architektūros modelis, sistemos aplinka ir sistemos panaudojimo scenarijai. Vėliau apžvelgiami sistemos projektavimo kriterijai, detalizuojama procesų architektūra, veikimo aplinka, komponentų architektūra, pagrindinių sistemos nefunkcinių reikalavimų įvykdymo priemonės ir sprendimai.

Kuriamos programų sistemos architektūros parinkimas – svarbus projektinis sprendimas – atliekamas vadovaujantis analizės etape pateikta reikalavimų specifikacija.

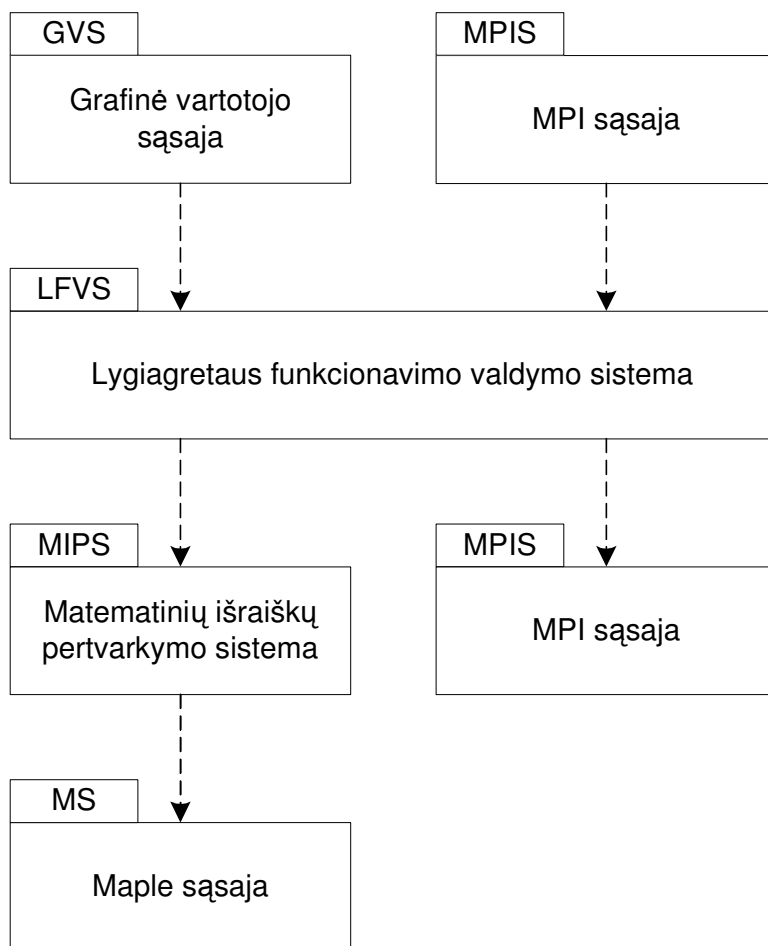
#### 3.3.1. Apibendrintas architektūros modelis

Žemiau pateiktas apibendrintas sistemos veikimo principas.



pav. 8. Sistemos veikimo principas

Toks sistemos veikimo principas buvo numatytas dar projekto paraiškoje. Šis architektūros modelis yra tinkamas ir bus plėtojamas.

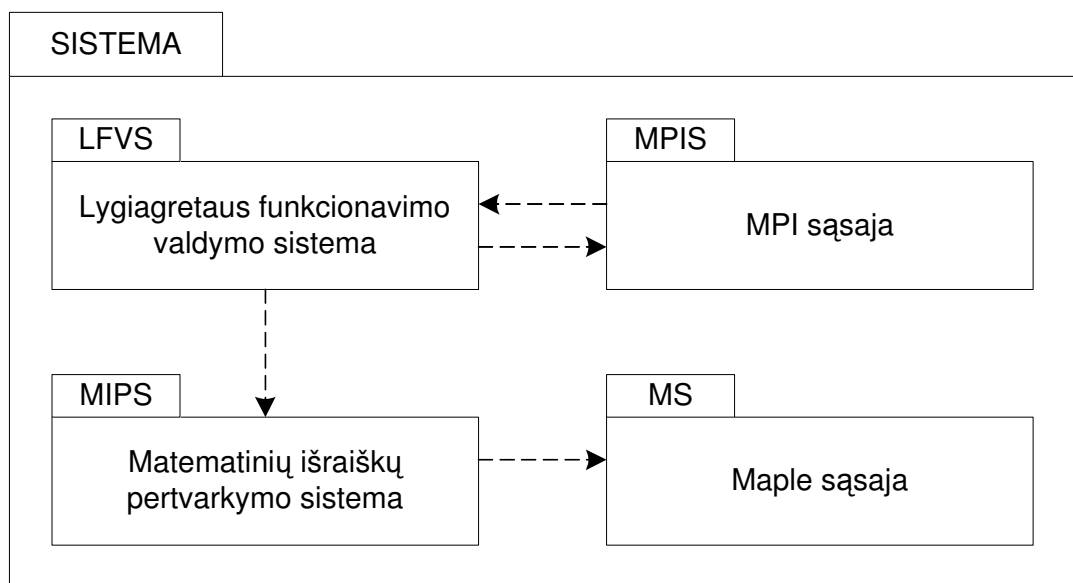


**pav. 9. Architektūros modelis**

Tokios architektūros sistema turi būti įdiegta kiekviename skaičiavimams naudojamame vietinio tinklo kompiuteryje. Vartotojo sąsaja yra naudojama pagrindiniame kompiuteryje, t. y. tame kompiuteryje, kuriame vartotojas inicijuoja skaičiavimus. Kituose kompiuteriuose skaičiavimus inicijuoja MPI servisas. Lygiagretaus funkcionavimo valdymo sistema yra atsakinga už matematinių išraiškų pertvarkymo veiksmų išlygiagretinimą į kelis procesus (jei tai yra naudinga). MPI sąsaja naudojama išlygiagretintiems procesams inicijuoti naudojant MPI servisą. Matematinų išraiškų pertvarkymo sistema geba pagal reikalavimus pertvarkyti reikalavimus atitinkančią matematinę išraišką. MIPS naudoja Maple sąsają, kad galėtų įvykdyti kai kurias standartines Maple funkcijas (pvz. reiškinių supaprastinimas).

### **3.3.2. Sistemos struktūra**

Kuriama sistema yra paskirstyta ir yra projektuojama veikti vietiniame (lokaliame) kompiuterių tinkle, kai sistema yra atskirai įdiegiama kiekviename kompiuteryje.



pav. 10. Sistemos modulių dekompozicija

Kiekviena modulis aptariamas žemiau.

### 3.3.3. Matematinų išraiškų pertvarkymo sistema

Matematinų išraiškų pertvarkymo sistema (MIPS) yra atsakinga už galutinį, reikalavimus atitinkantį matematinų išraiškų pertvarkymą.

Modulio įėjimo duomenimis yra reikalavimus atitinkanti ir korektiška matematinė išraiška. Gautą išraišką MIPS dar perduoda Maple sistemai, kad ši atliktų išraiškos supaprastinimą. Duomenims į Maple sistemą perduoti ir rezultatams grąžinti iš jos yra naudojama Maple sąsaja. Supaprastinta ar ne, išraiška toliau analizuojama kaip tekstinė eilutė ir yra atliekami reikalavimuose apibrėžti pertvarkymai. Pertvarkyta išraiška yra laikoma modulio išėjimo duomenimis (rezultatais).

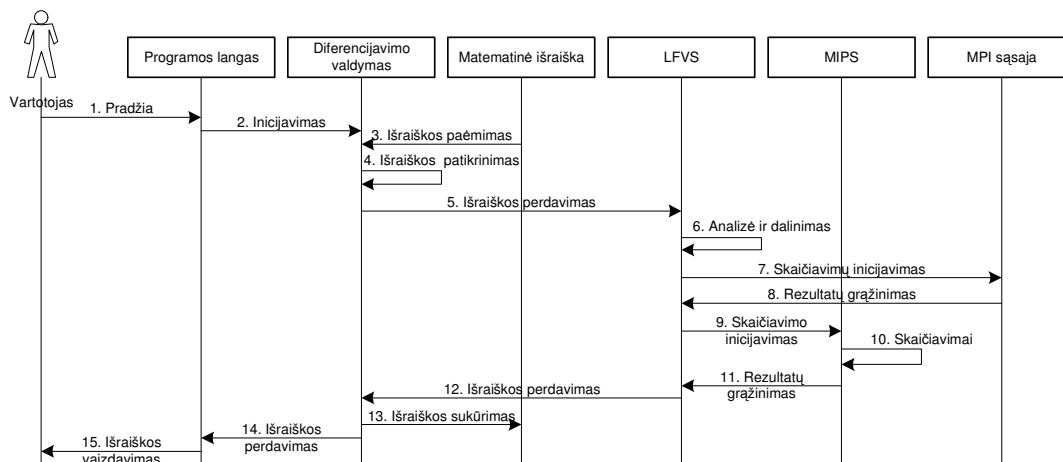
### 3.3.4. Maple sąsaja

Maple sąsaja (MS) yra atsakinga už matematinų išraiškų perdavimą tarp MIPS ir Maple bei Maple funkcijų inicijavimą.

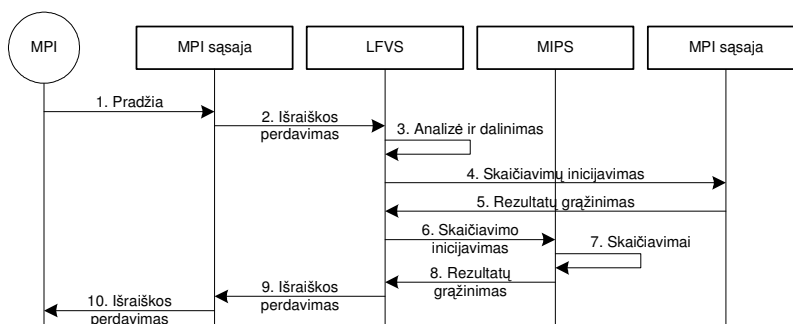
Modulio įėjimo duomenimis yra reikalavimus atitinkanti ir korektiška matematinė išraiška bei Maple funkcijos identifikatorius kartu su papildomais argumentais. Modulis startuoja Maple sistemą, perduoda jai gautą matematinę išraišką, inicijuoja reikalaujamą funkciją ir pasiima iš Maple suskaičiuotą išraišką. Ši išraiška yra laikoma modulio išėjimo duomenimis (rezultatais).

### 3.3.5. Panaudojimo atvejų sekų diagramos

Sekų diagramos naudojamos atvaizduoti sistemos objektų sąveikai, ryšiams tarp objektų ir pranešimams, kuriais keičiasi objektai.



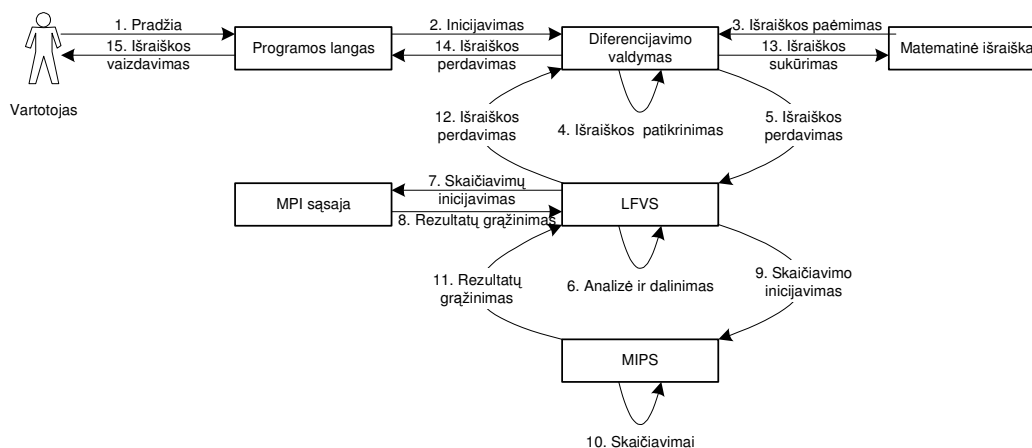
pav. 11. Matematinės išraiškos diferencijavimo (kai inicijuoja vartotojas) sekų diagrama



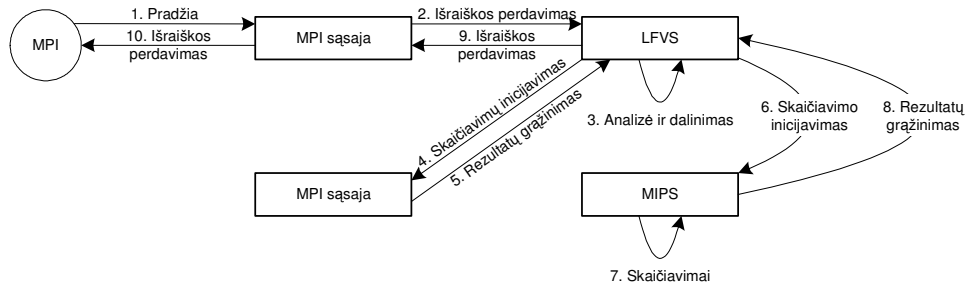
pav. 12. Matematinės išraiškos diferencijavimo (kai inicijuoja sistema) sekų diagrama

### 3.3.6. Objektų bendradarbiavimo diagramos

Objektų bendradarbiavimo diagramos vaizduoja didelį, bet detalių objektų sąveikos paveikslą, nes jos pateikia tiek objektų ryšius, tiek pranešimus.



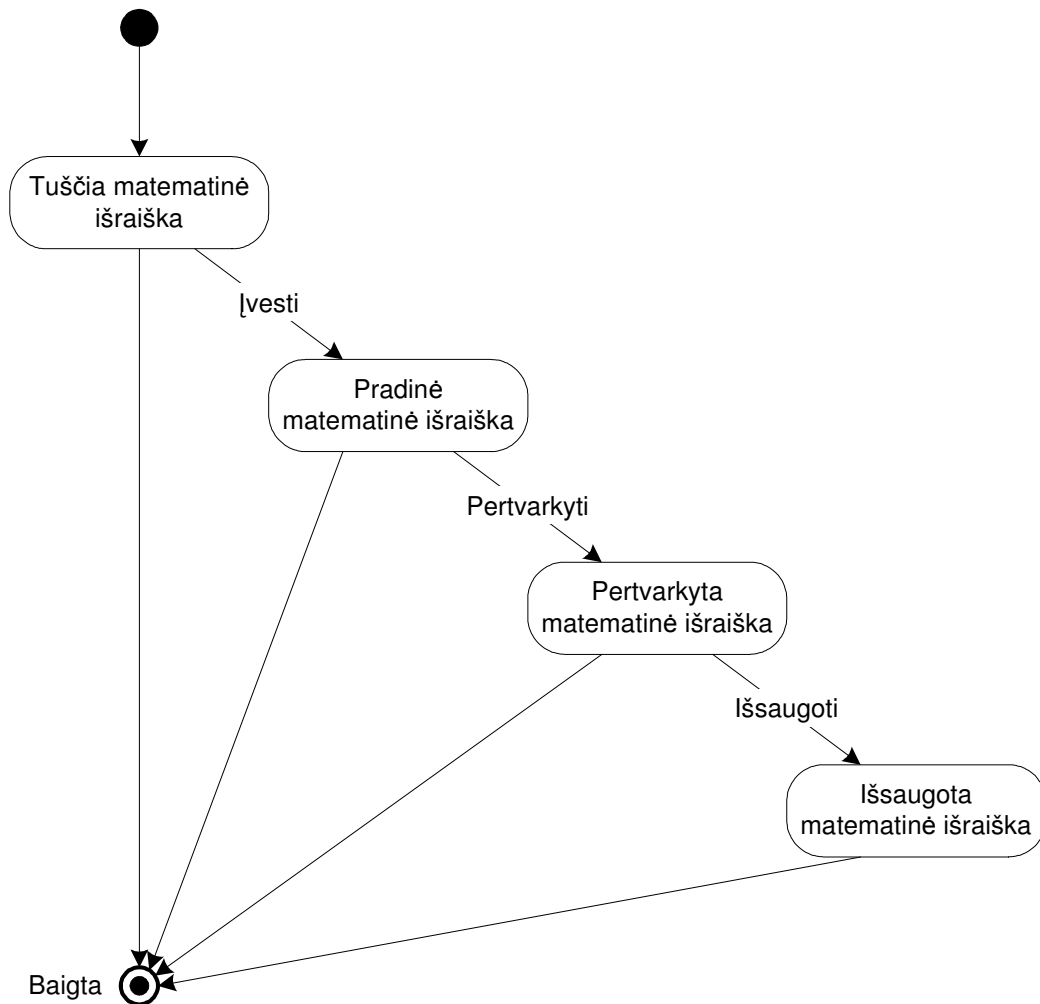
pav. 13. Matematinės išraiškos diferencijavimo (kai inicijuoja vartotojas) bendradarbiavimo diagrama



pav. 14. Matematinės išraiškos diferencijavimo (kai inicijuoja sistema) bendradarbiavimo diagrama

### 3.3.7. Objektų būsenų kaitos diagramos

Būsenų diagramos leidžia aprašyti modeliujamų objektų elgesį. Paprastai jos naudojamos klasių elgesiui aprašyti.



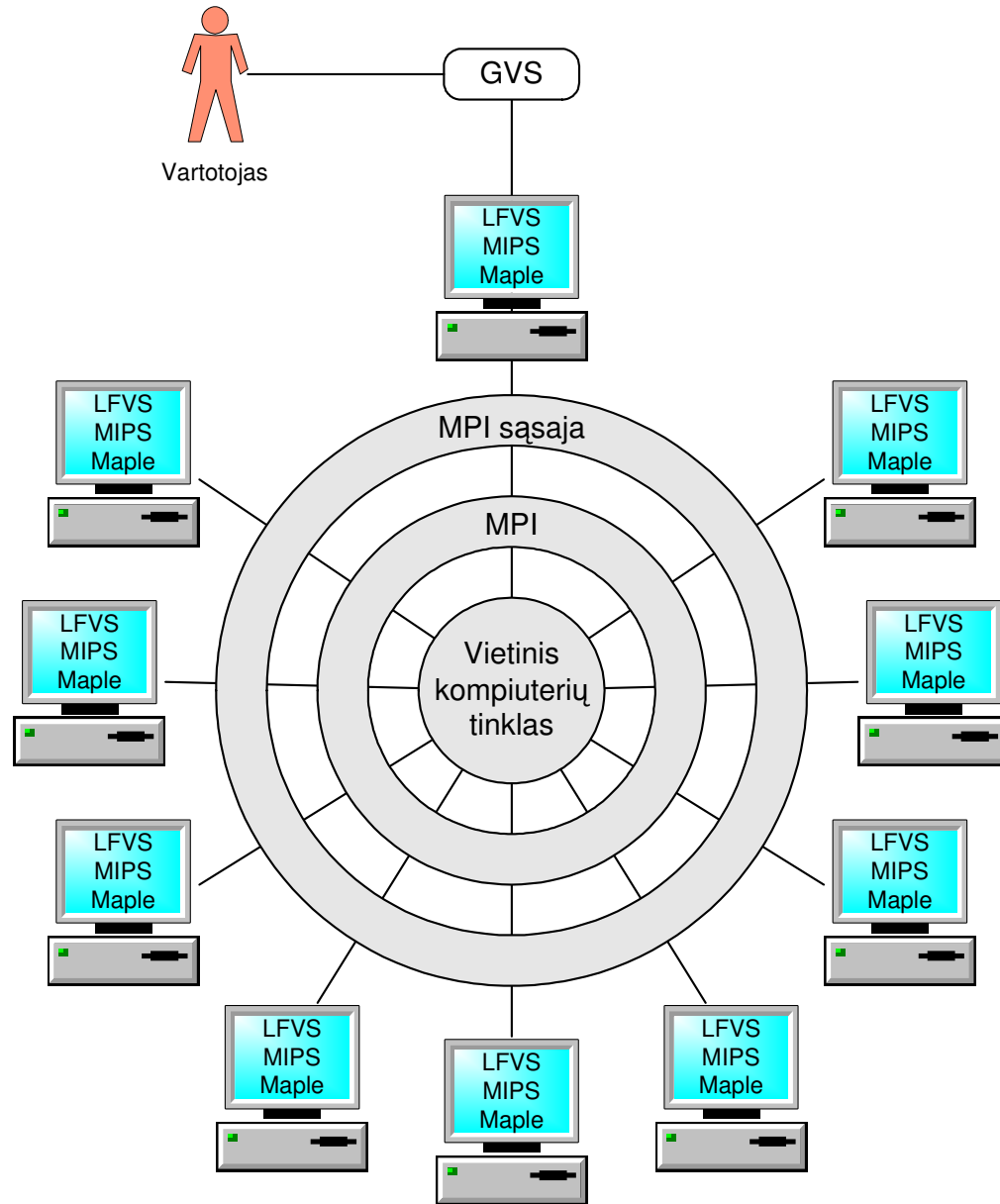
pav. 15. Matematinės išraiškos būsenų kaitos diagrama

### 3.3.8. Veikimo aplinka

Sistema gali funkcionuoti ir atskiroje darbo vietoje. Pilnam sistemos išnaudojimui reikalingi iki 10-ies kompiuterių, sujungtų į vietinį kompiuterių tinklą. Kiekviename kompiuteryje turi būti

įdiegta Linux operacinė sistema, MPI servisas, Maple programinis paketas bei kuriama sistema. Tokios sistemos schema buvo pateikta produkto apibūdinimo skyrelyje.

Žemiau esančioje schemoje pavaizduotas architektūrinių komponentų išsidėstymas minėtoje veikimo aplinkoje.

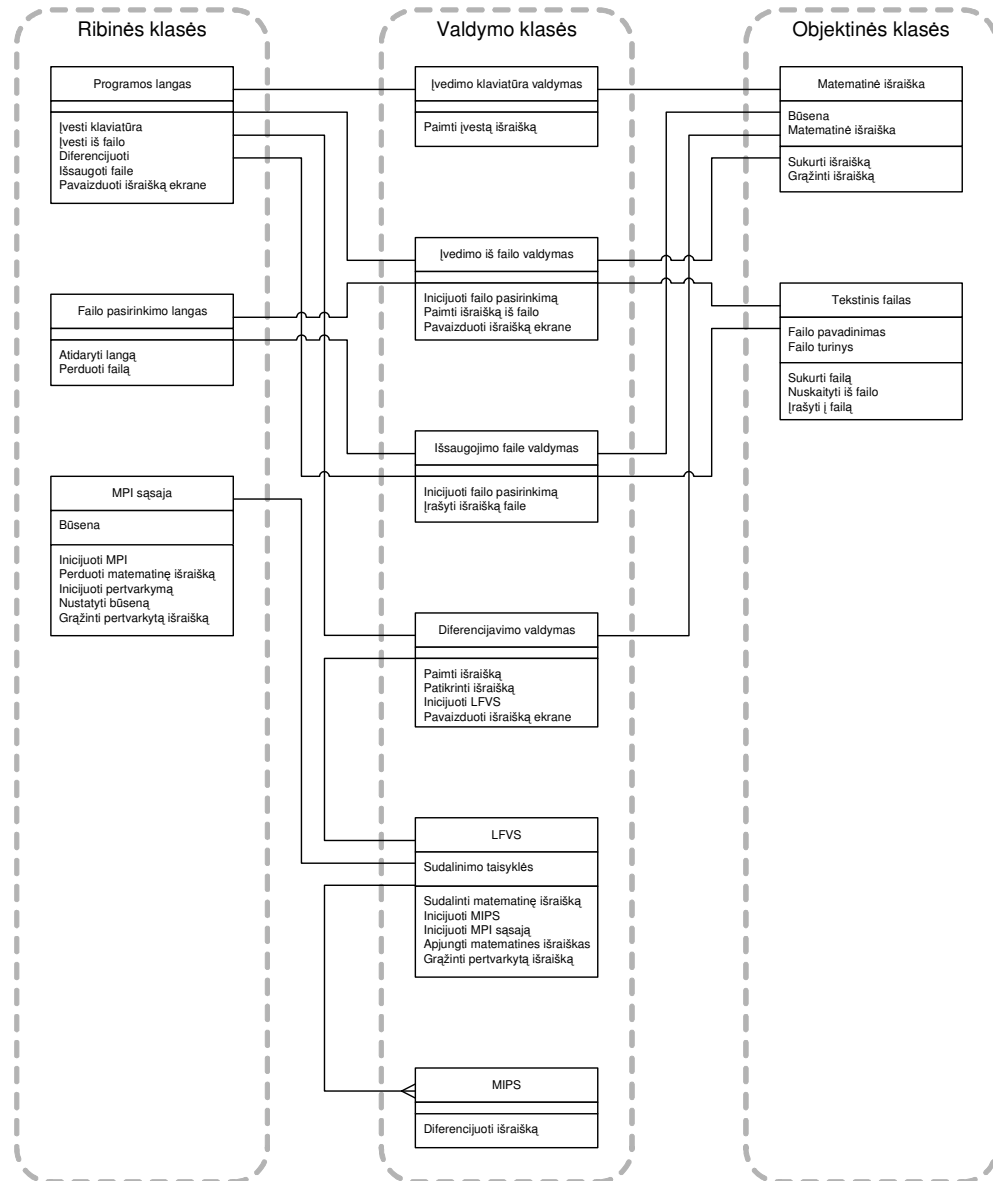


pav. 16. Architektūrinių komponentų išsidėstymas

### 3.3.9. Klasių diagrama

Komponentų architektūra – tai sistemos struktūra sudaryta iš susietų komponentų. Sistemos komponentų projektavimas apima komponentų identifikavimą ir jų sąryšių pavaizdavimą. Čia atspindimi statiniai sistemos aspektai.

Kaip pavaizduota pav. 10., sistema sudaryta iš keturių modulių: LFVS, MIPS, MPI sąsaja ir Maple sąsaja. Žemiau pateikiama klasių diagrama, kurioje matyti kiekvienos klasės pavadinimas, atributai ir operacijos bei ryšiai tarp klasių.



pav. 17. Klasių diagrama

### 3.3.10. Vykdomo charakteristikos

Pagrindinis sistemos reikalavimas – simbolinio diferencijavimo greitis. Dėl to turi būti priimti ir atitinkami architektūriniai sprendimai, kuriems esant būtų užtikrintas minimalus sprendimų laikas.

Jau analizės stadijoje buvo parinkta tinkamiausia veikimo aplinka (Linux operacinė sistema) ir tinkamiausias kompiliatorius (funkcionaliai bei greitai C++ programavimo kalba). Greitis taip pat

turi būti pagrindinis rodiklis modeliuojant ir realizuojant sąsajos, valdymo ir, svarbiausia, skaičiavimų algoritmus. Algoritmų modeliavimas atliekamas vėlyvosiose projektavimo ir ankstyvosiose realizacijos stadijose, dėl to šiame dokumente greičio uždavinio sprendimai dar neapibrėžti.

### 3.3.11. Kokybė

Sistemos architektūrai specifikuoti ir tolimesniems projektavimo darbams buvo nustatyti sistemos kokybės kriterijai ir jų prioritetai. Projektuojant ir parenkant sprendimus, bus pirmiausia atsižvelgiama į aukščiausio prioriteto kriterijų patenkinimą. Kriterijų ir prioritetų lentelė yra nustatyta pagal reikalavimų specifikacijoje nurodytus nefunkcinius reikalavimus.

lentelė 7. Sistemos kokybės kriterijai

| <b>Kriterijus</b>         | <b>Prioritetas</b> | <b>I. aukštas</b> | <b>aukštas</b> | <b>vidutinis</b> | <b>žemas</b> | <b>I. žemas</b> |
|---------------------------|--------------------|-------------------|----------------|------------------|--------------|-----------------|
| Panaudojamumas            |                    |                   |                |                  | ●            |                 |
| Saugumas                  |                    |                   |                |                  |              | ●               |
| Efektyvumas               | ●                  |                   |                |                  |              |                 |
| Teisingumas               | ●                  |                   |                |                  |              |                 |
| Patikimumas               | ●                  |                   |                |                  |              |                 |
| Palaikomumas              |                    |                   | ●              |                  |              |                 |
| Testuojamumas             |                    |                   | ●              |                  |              |                 |
| Lankstumas                |                    |                   |                |                  | ●            |                 |
| Suprantamumas             |                    |                   |                | ●                |              |                 |
| Pakartotinis panaudojimas |                    |                   | ●              |                  |              |                 |
| Pernešamumas              |                    |                   |                |                  | ●            |                 |
| Įsiliejimas               |                    |                   |                | ●                |              |                 |

Sistema skirta greitam konkrečių uždavinių sprendimui. Dėl to yra reikalaujamas didelis greitis, teisingumas, patikimumas, tačiau nereikalaujama aukšto panaudojamumo, lankstumo, suprantamumo. Dėl labai aukštų efektyvumo, teisingumo ir patikimumo kriterijų prioritetų, sistemai papildomai reikalingas aukšto prioriteto testuojamumo kriterijus, kad sistema būtų sėkmingai ištestuota. Reikalavimų specifikacijoje apibrėžta nedidelė sistemos pernešimo tikimybė, tačiau aukšta sistemos plėtojimo tikimybė, kas lemia aukštus palaikomumo ir pakartotinio panaudojimo kriterijų prioritetus.



### 3.4. Detalios architektūros specifikacija

Detalios architektūros specifikacija yra skirta sistemos komponentų detaliai architektūrai specifikuoti. Dokumentas parengtas pagal programų inžinerijos standartus ir pagal dėstytojų rekomendacijas. Komponentų projektavimas – vėlyva sistemos projektavimo proceso stadija. Dokumentas skirtas sistemos kūrėjams, kurie naudos dokumentą visose sistemos realizacijos proceso stadijose.

#### 3.4.1. Diferencijavimo valdymas

✦ Klasifikacija

|             |                          |
|-------------|--------------------------|
| Pavadinimas | Diferencijavimo valdymas |
| Tipas       | Valdymo klasė            |
| Posistemė   | Grafinė vartotojo sąsaja |
| Versija     | 1.0, 2003.05.17          |

✦ Apibrėžimas

Komponentas skirtas matematinės išraiškos simboliniam diferencijavimui valdyti.

✦ Atsakomybės

Komponentas atsakingas už matematinės išraiškos simbolinio diferencijavimo valdymą, kas apima matematinės išraiškos korektiškumo patikrinimo inicijavimą, lygiagretaus funkcionavimo valdymo sistemos sužadinimą bei rezultatinės matematinės išraiškos pavaizdavimą pagrindiniame programos lange.

✦ Apribojimai

Apribojimų nėra.

✦ Struktūra

Komponentas neturi viešų subkomponentų.

✦ Sąveikavimas

Komponentas yra naudojamas programos lango komponento egzemplioriaus, kuris atitinkamai sužadina šią valdymo klasę.

Komponentas savo ruožtu naudoja du matematinės išraiškos egzempliorius bei lygiagretaus funkcionavimo valdymo sistemos egzempliorių. Vienas matematinės išraiškos egzempliorius saugo pradinę matematinę išraišką, o kitas – rezultatinę matematinę išraišką. Lygiagretaus funkcionavimo valdymo sistemos komponento egzempliorius naudojamas lygiagrečiam simboliniam diferencijavimui.

✦ Resursai

Komponentas naudojasi operacinės sistemos funkcijomis grafinei vartotojo sąsajai organizuoti.

✦ Skaičiavimai

Komponentas turi vienintelį valdantį metodą, kuris inicijuoja matematinės išraiškos korektiškumo patikrinimą, paleidžia lygiagretaus funkcionavimo valdymo sistemą bei pavaizduoja rezultatinę matematinę išraišką pagrindiniame programos lange.

- ✦ Sąsaja/eksportas

Valdantis metodas parametrų neturi.

### 3.4.2. Matematinų išraiškų pertvarkymo sistema

- ✦ Klasifikacija

|             |   |
|-------------|---|
| Pavadinimas | Matematinų išraiškų pertvarkymo sistema |
| Tipas       | Valdymo klasė                           |
| Posistemė   | Matematinų išraiškų pertvarkymo sistema |
| Versija     | 1.0, 2003.05.16                         |

- ✦ Apibrėžimas

Komponentas skirtas matematinei išraiškai simboliškai diferencijuoti.

- ✦ Atsakomybės

Komponentas atsakingas už simbolinį matematinės išraiškos diferencijavimą.

- ✦ Apribojimai

Simbolinis diferencijavimas – tai diferencijavimas tam tikro kintamojo atžvilgiu, rezultate neįstatinėjant reikšmių, t. y. rezultate paliekant gautą naują matematinę išraišką. Pati diferencijavimo funkcija taip pat yra apribota funkcionalumu. Tai buvo nurodyta dar reikalavimų specifikacijoje.

- ✦ Struktūra

Komponentas neturi viešų subkomponentų.

- ✦ Sąveikavimas

Diferencijuojant ypač aktyviai naudojami du matematinės išraiškos egzemplioriai: vienas su pradine matematine išraiška, kitas su rezultatine matematine išraiška.

Pats komponentas yra naudojamas lygiagretaus funkcionavimo valdymo sistemoje.

- ✦ Resursai

Komponentui svarbiausias resursas yra procesorius.

- ✦ Skaičiavimai

Komponento konstruktorius skirtas komponentui inicijuoti. Valdantis metodas skirtas matematinei išraiškai simboliškai diferencijuoti.

Matematinės išraiškos simbolinio diferencijavimo algoritmas dar nėra numatytas.

- ✦ Sąsaja/eksportas

Komponentui inicijuoti reikalinga iškviešti konstruktorių, kurio parametras yra matematinė išraiška. Valdantis metodas parametrų neturi, tačiau grąžina rezultatinę matematinę išraišką.

### 3.4.3. Matematinė išraiška

- ✦ Klasifikacija

|             |                     |
|-------------|---------------------|
| Pavadinimas | Matematinė išraiška |
| Tipas       | Objektinė klasė     |
| Posistemė   | -                   |
| Versija     | 1.0, 2003.05.15     |

- ✦ Apibrėžimas

Komponentas skirtas matematinei išraiškai saugoti, korektiškumui tikrinti. Realizacijos procese klasė gali būti papildoma kitais funkcionalumais, pvz. nedideliems pertvarkymams vykdyti, supaprastinti ir pan.

- ✦ Atsakomybės

Komponentas atsakingas už vienos matematinės išraiškos saugojimą. Taip pat komponentas geba pasitvarkyti išraišką, t. y. pašalinti ir taip ignoruojamus simbolius, bei patikrinti išraiškos korektiškumą.

- ✦ Apribojimai

Veiksmai su komponentu yra neleidžiami, kol matematinei išraiškai nėra patikrintas korektiškumas. Jei matematinė išraiška nekorektiška, veiksmai ir toliau draudžiami.

Matematinės išraiškos formatas buvo numatytas dar reikalavimų specifikacijoje. Išraiškoje gali būti sakančioje lentelėje nurodyti simboliai.

lentelė 8. Leistini matematinės išraiškos simboliai

| Simolis | Apibūdinimas                 | Naudojimas             | Pavyzdžiai    |
|---------|------------------------------|------------------------|---------------|
| 0-9     | Visi skaitmenys              | Skaičiai, indeksai     | 805, t2       |
| ,       | Kablelis                     | Trupmenoms             | 2,05          |
| .       | Taškas                       | Trupmenoms             | 0,92          |
| A-Z     | Didžiosios lotyniškos raidės | Funkcijos, nežinomieji | PI, X, Y      |
| a-z     | Mažosios lotyniškos raidės   | Funkcijos, nežinomieji | sin, a, h     |
| +       | Pliusas                      | Sudėtis                | a + 5, t + t1 |
| -       | Minusas                      | Atimtis, neigimas      | h - 1, -3     |
| *       | Žvaigždutė                   | Sandauga               | 7 * h, 2 * PI |
| /       | Pavirtęs brūkšniukas         | Dalyba                 | 1 / 2, PI / 2 |
| ()      | Skliausteliai                | Operacijų tvarka       | 2 * (b + 3)   |
| ^       | Stogelis                     | Laipsnis               | c^2, x^e      |

Matematinėse išraiškose gali būti naudojamos žemiau esančioje lentelėje nurodytos funkcijos.

lentelė 9. Matematinėse išraiškose leistinos funkcijos

| Junginys | Apibūdinimas                      | Pavyzdžiai            |
|----------|-----------------------------------|-----------------------|
| sin, SIN | Trigonometrinė funkcija sinusas   | sin(x), sin(pi)       |
| cos, COS | Trigonometrinė funkcija kosinusas | cos(a - b),<br>cos(1) |
| x, X     | Nežinomasis x                     | x^2, x / 5            |

Matematinės išraiškos ilgis nėra apribotas.

✦ **Struktūra**

Pagrindinė komponento dalis – matematinė išraiška. Kad išraiškos dydis nebūtų labai apribotas, jai saugoti išskiriama vieta yra dinaminėje atminties dalyje. Taip pat komponentas turi išraiškos korektiškumo požymį.

✦ **Sąveikavimas**

Komponento egzempliorius yra naudojamas visoje sistemoje. Komponento egzemplioriaus naudojimas yra prasmingas tik esant korektiškai matematinei išraiškai.

✦ **Resursai**

Matematinė išraiška yra saugoma dinaminėje operatyvinės atminties dalyje. Ši atmintis, priklausomai nuo naudojamo kompiuterio, yra ribota. Tačiau, pagal reikalavimų specifikaciją, matematinės išraiškos ilgis nėra apribotas, todėl naudojant komponentą, būtina, kad operatyvinėje atmintyje būtų pakankamai laisvos vietos.

✦ **Skaičiavimai**

Komponento konstruktorius skirtas komponentui inicijuoti. Papildymo metodas geba papildyti matematinę išraišką atitinkamai išskirdamas papildomas atminties. Korektiškumo patikrinimo metodas geba patikrinti matematinės išraiškos korektiškumą. Komponento destruktorius skirtas išskirtai atminčiai atlaisvinti.

Matematinės išraiškos korektiškumo tikrinimas vykdomas rekurentiškai tikrinant tarp skliaustų esančią matematinę išraišką. Matematinė išraiška, kurioje nėra skliaustų, tikrinama kaip išraiškos elementų (kintamųjų, konstantų, operacijų) seka, žinant kokios elementų poros gali būti viena paskui kitą ir kokios negali.

Komponentas turi savo išimčių gaudyklę, t. y. įvykus klaidai, geba tvarkingai nutraukti tolimesnius veiksmus ir apie tai informuoti vartotoją. Specialiai yra apdorojamos darbo su operatyvine atmintimi klaidos.

✦ **Sąsaja/eksportas**

Komponentui inicijuoti reikalinga iškviešti konstruktorių, kuris neturi parametrų. Papildymo metodas kaip parametro reikalauja simbolių eilutės, kuria yra papildoma matematinė išraiška. Korektiškumo patikrinimo metodas bei destruktorius parametrų neturi.

### 3.5. Programinė realizacija

Analizės dalyje aprašytiems sprendimams įgyvendinti reikėjo detalai suprojektuoti ir realizuoti atitinkamus algoritmus bei tinkamas duomenų struktūras. Projektavimo etape nebuvo atliekami algoritmų projektavimai, nes dar projekto plane buvo numatyta, kad algoritmai bus vystomi evoliuciniu būdu programavimo stadijoje. Šiame skyriuje išdėstomi ir pagrindžiami suprojektuoti algoritmai, detalizuojamos naudojamos duomenų struktūros.

#### 3.5.1. Matematinė išraiška

Pagrindinis sistemos objektas – matematinė išraiška – tai simbolinė eilutė, matematikoje reiškianti reiškinį, kuris gali būti sudarytas iš sveikųjų ir realiųjų, teigiamų ir neigiamų skaičių, konstantų, kintamųjų, aritmetinių operandų (neigimas, suma, atimtis, daugyba, dalyba, kėlimas laipsniu, šaknies traukimas) bei įvairių funkcijų (trigonometrinių, logaritminių ir pan.). Matematinės išraiškos ilgis nėra apribotas. Matematinė išraiška gali susidėti iš žemiau esančioje lentelėje nurodytų simbolių.

lentelė 10. Leistini matematinės išraiškos simboliai

| Simbolis | Apibūdinimas                 | Naudojimas             | Pavyzdžiai    |
|----------|------------------------------|------------------------|---------------|
| 0-9      | Visi skaitmenys              | Skaičiai, indeksai     | 805, t2       |
| ,        | Kablelis                     | Trupmenoms             | 2,05          |
| .        | Taškas                       | Trupmenoms             | 0,92          |
| A-Z      | Didžiosios lotyniškos raidės | Funkcijos, nežinomieji | PI, X, Y      |
| a-z      | Mažosios lotyniškos raidės   | Funkcijos, nežinomieji | sin, a, h     |
| +        | Pliusas                      | Sudėtis                | a + 5, t + t1 |
| -        | Minusas                      | Atimtis, neigimas      | h - 1, -3     |
| *        | Žvaigždutė                   | Sandauga               | 7 * h, 2 * PI |
| /        | Pavirtęs brūkšniukas         | Dalyba                 | 1 / 2, PI / 2 |
| ( )      | Skliausteliai                | Operacijų tvarka       | 2 * (b + 3)   |
| ^        | Stogelis                     | Laipsnis               | c^2, x^e      |

Matematinėse išraiškose gali būti naudojamos žemiau pateiktoje lentelėje nurodytos funkcijos.

lentelė 11. Matematinėse išraiškose leistinos funkcijos

| Junginys | Apibūdinimas                      | Pavyzdžiai         |
|----------|-----------------------------------|--------------------|
| sin, SIN | Trigonometrinė funkcija sinusas   | sin(x), sin(pi)    |
| cos, COS | Trigonometrinė funkcija kosinusas | cos(a - b), cos(1) |
| x, X     | Nežinomasis x                     | x ^ 2, x / 5       |

Žemiau pateikti keli matematinių išraiškų pavyzdžiai:

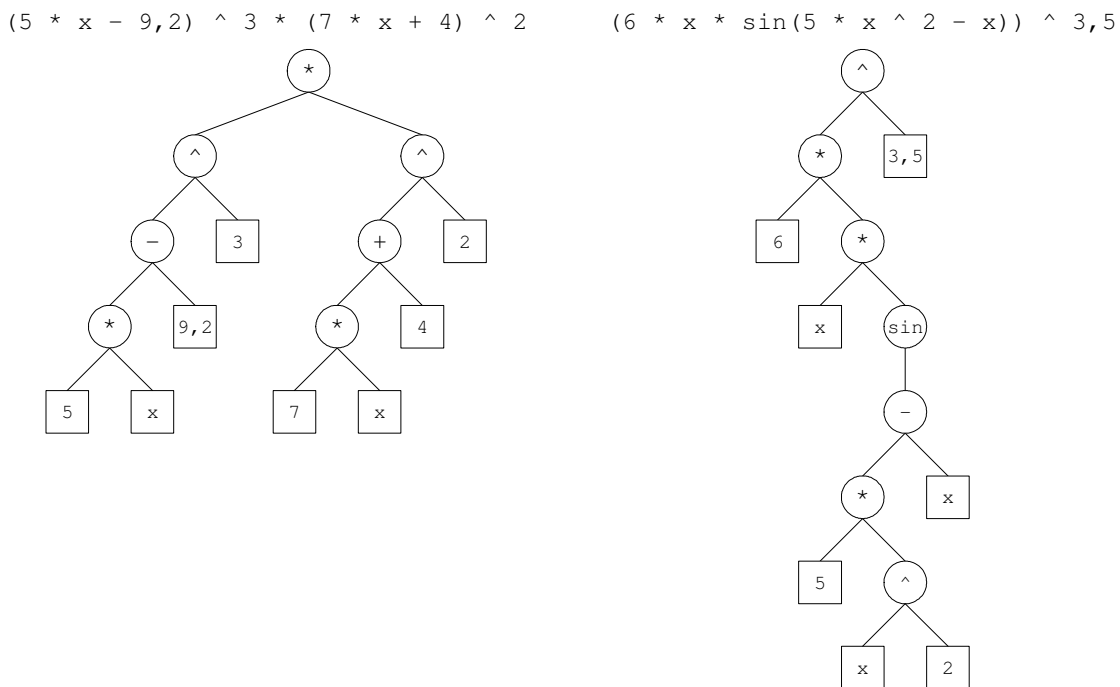
- ✦  $3 * x ^ 4 - 5 * x ^ 3 + 7 * x ^ 2 - 9 * x + 11$
- ✦  $(5 * x - 9, 2) ^ 3 * (7 * x + 4) ^ 2$
- ✦  $2 * \sin(x) - \cos(2 * x)$

- ✦  $(6 * x * \sin(5 * x ^ 2 - x)) ^ 3,5$
- ✦  $(\sin(3 * x)) ^ 2 * (-\cos(x ^ 1/2)) * (4 * x ^ 1/3) ^ 4$

Produktas pritaikytas labai didelių (ilgų) matematinių išraiškų pertvarkymams. Labai didelės matematinės išraiškos gali būti sudarytos pavyzdžiui iš 5 milijonų simbolių.

Matematinėms išraiškoms saugoti išorinėse laikmenose yra naudojama simbolinės eilutės duomenų struktūra, atitinkanti matematinį reiškinį, kurių pavyzdžiai pateikti aukščiau.

Matematinėms išraiškoms saugoti programos vykdymo metu yra naudojama operacijų medžio struktūra, kur medžio viršūnes atitinka reiškinio dėmenys (skaičiai, konstantos, kintamieji), o medžio mazgus atitinka matematiniai operandai (aritmetiniai, trigonometriniai, logaritminiai ir pan.). Žemiau pateikti keli matematinių išraiškų pavyzdžiai, transformuoti į operacijų medžio struktūrą:



pav. 18. Matematinių išraiškų operacijų medžių pavyzdžiai

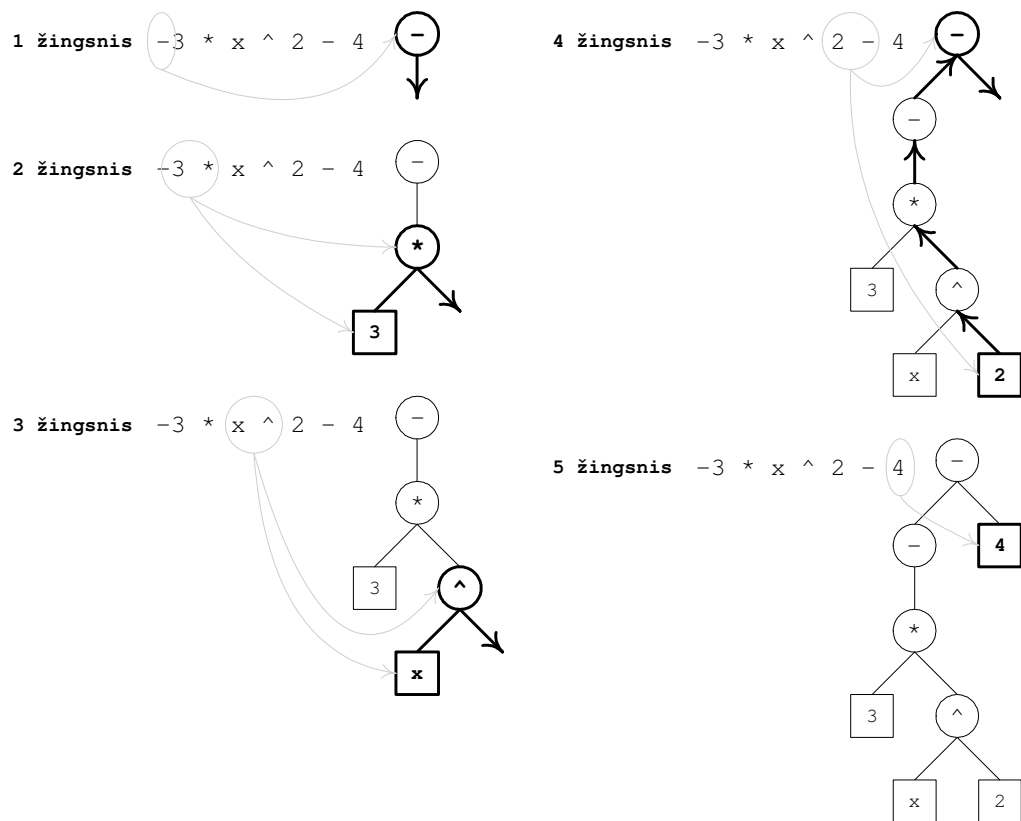
### 3.5.2. Matematinės išraiškos transformavimas į operacijų medį

Matematinėms išraiškoms transformuoti iš simbolinės eilutės duomenų struktūros į operacijų medžio duomenų struktūrą yra naudojamas išraiškos skaidymo pagal operandus algoritmas. Visiems operandams (neigimas, suma, dalyba, sin, log ir pan.) yra priskirti skaidymo prioritetai, kurių didėjimo tvarka matematinė išraiška yra transformuojama į operacijų medžio struktūrą. Matematinėms išraiškoms su skliausteliais transformavimas rekursiškai vykdomas kiekvienai atskiruose skliauteliuose esančiai subiškai. Žemiau esančioje lentelėje didėjimo tvarka nurodyti operandų prioritetai.

lentelė 12. Operandų prioritetai

| Operandas        | Ženklas | Prioritetas | Pavyzdžiai  |
|------------------|---------|-------------|---|
| Funkcijos        |         | 0           | $\sin(x)$ , $\arctg(2 / y)$ , $\ln(z)$                                  |
| Teigimas         | +       | 5           | $+5$ , $+x$ , $+(7,1 * y ^ 3)$  |
| Neigimas         | -       | 5           | $-1$ , $-y$ , $-\sin(g / 2)$  |
| Suma             | +       | 5           | $y + 5$ , $\sin(x) + \cos(x)$ , $x ^ 2 + 2 * x$                         |
| Atimtis          | -       | 5           | $4 - z$ , $\ln(y) - e$ , $(b - a) - (d - c)$                            |
| Daugyba          | *       | 6           | $4 * x$ , $(3 + h) * \arccos(w)$ , $2 * x * y * z$                      |
| Dalyba           | /       | 6           | $r / 2$ , $\text{tg}(x) / \text{ctg}(x)$ , $(-5 * x ^ 2) / (6 * y ^ 3)$ |
| Kėlimas laipsniu | ^       | 7           | $y ^ 3$ , $\cos(x) ^ 2$ , $(\sin(x) - 1) ^ (n - 1)$                     |

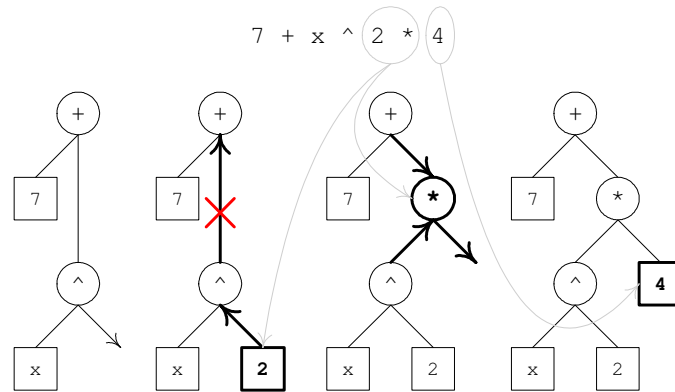
Žemiau esančiame pavyzdyje gerai matyti, kuria kryptimi priklausomai nuo operando prioriteto formuojasi operacijų medis.



pav. 19. Matematinės išraiškos transformavimo į operacijų medį pavyzdys

Jeigu operandas yra aukštesniu arba tokiu pačiu prioritetu nei ankstesnysis operandas, tada operacijų medis iš karto piešiamas platyn į šakas (aukščiau esančiame pavyzdyje 2 ir 3 žingsniai). Jeigu operandas yra žemesniu prioritetu nei ankstesnysis operandas, tada operacijų medžio šaknies link kiekviename mazge yra ieškomas žemesnio arba tokio pačio prioriteto operandas. Pagal operando prioritetą pasirenkama grandis: jeigu operandų prioritetai sutampa, pasirenkama žemesnio lygio grandis (esanti arčiau operacijų medžio šaknies), jeigu nesutampa – aukštesnio lygio grandis (esanti toliau nuo operacijų medžio šaknies). Pasirinkta grandis yra pertraukiama ir

jos viduryje patalpinamas operandas. Operando įterpimas tarp dviejų mazgų yra pavaizduotas žemiau esančiame pavyzdyje.



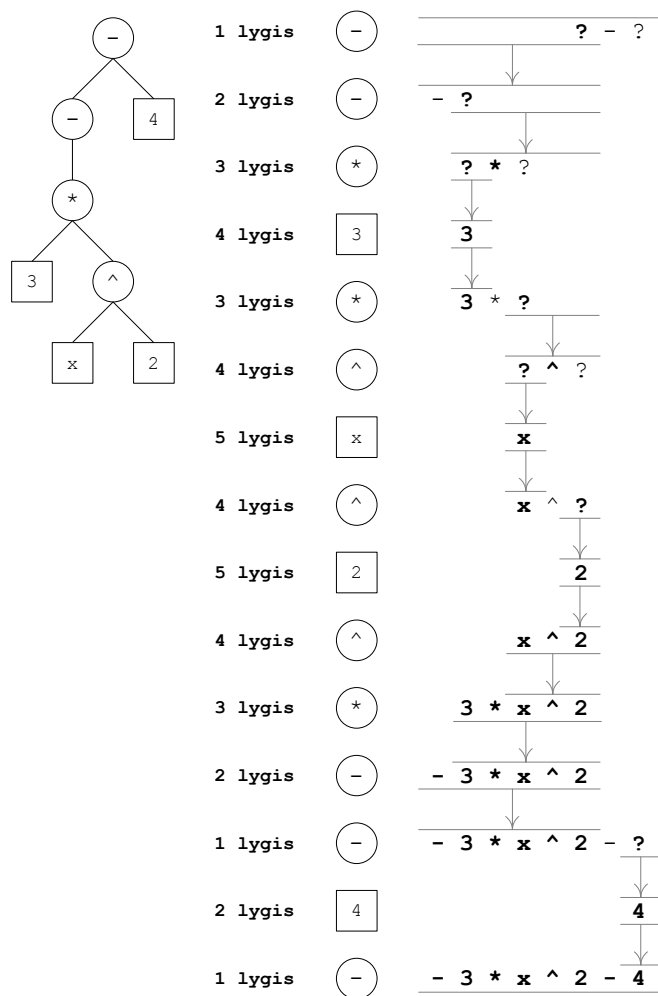
pav. 20. Operando įterpimas tarp dviejų mazgų

Kai iki pat operacijų medžio šaknies nėra randamas žemesnio arba tokio paties prioriteto operandas arba pačioje šaknyje randamas tokio paties prioriteto operandas, tada naujasis operandas tampa operacijų medžio šaknimi (pirmame pavyzdyje 4 žingsnis).

### 3.5.3. Operacijų medžio transformavimas į matematinę išraišką

Matematinėms išraiškoms transformuoti iš operacijų medžio duomenų struktūros į simbolinę eilutės duomenų struktūrą naudojamas adaptuotas medžio perėjimo nuo šaknies iki viršūnių (arba lapų, nesišakojančių šakų) algoritmas, kiekvieno žingsnio pabaigoje sudedant visus operando dėmenis į simbolinę matematinę išraišką. Žemiau pateiktas transformavimo pavyzdys.



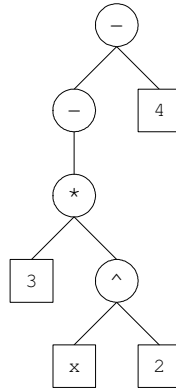


pav. 21. Operacijų medžio transformavimas į matematinę išraišką

### 3.5.4. Matematinų išraiškų diferencijavimas

Matematinų išraiškų pertvarkymo sistemai (MIPS) įėjimo ir išėjimo duomenys yra matematinė išraiška. Algoritmo pradžioje matematinė išraiška yra transformuojama į operacijų medžio duomenų struktūrą, tada operacijų medis pertvarkomas ir transformuojamas atgal į matematinę išraišką.

Matematinei išraiškai pertvarkyti naudojamas adaptuotas medžio perėjimo nuo šaknies iki viršūnių (arba lapų, nesišakojančių šakų) algoritmas, kiekvieno žingsnio pabaigoje atliekant operando ir jo dėmenų pakeitimą sprendiniu. Žemiau pateiktas matematinės išraiškos pavyzdys, jo pagrindu detalizuotas pertvarkymo algoritmas ir rezultato matematinė išraiška.

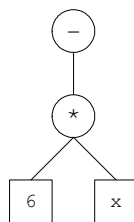


pav. 22. Matematinės išraiškos pavyzdys

|         |     |   |   |    |
|---------|-----|---|---|----|
| 1 lygis | (-) | ( | $\frac{A - B}{A' - B'}$                           | )' |
|         |     |   |   |    |
| 2 lygis | (-) | ( | $\frac{-A}{-(A')}$                                | )' |
|         |     |   |   |    |
| 3 lygis | (*) | ( | $\frac{A * B}{(A' * B) + (A * B')}$               | )' |
|         |     |   |   |    |
| 4 lygis | [3] |   | $\frac{3'}{0}$                                    |    |
|         |     |   |   |    |
| 3 lygis | (*) | ( | $0 * B + 3 * B'$                                  | )  |
|         |     |   |   |    |
| 4 lygis | (^) | ( | $\frac{A^B}{A' * (B * (A^{(B-1)}))}$              | )' |
|         |     |   |   |    |
| 5 lygis | [x] |   | $\frac{x'}{1}$                                    |    |
|         |     |   |   |    |
| 4 lygis | (^) |   | $1 * (2 * (x^{(2-1)}))$                           |    |
|         |     |   |   |    |
| 3 lygis | (*) | ( | $0 * (x^2) + 3 * (1 * (2 * (x^{(2-1)})))$         | )  |
|         |     |   |   |    |
| 2 lygis | (-) | ( | $-(0 * (x^2) + 3 * (1 * (2 * (x^{(2-1)}))))$      | )  |
|         |     |   |   |    |
| 1 lygis | (-) | ( | $-(0 * (x^2) + 3 * (1 * (2 * (x^{(2-1)})))) - B'$ | )  |
|         |     |   |   |    |
| 2 lygis | [4] |   | $\frac{4'}{0}$                                    |    |
|         |     |   |   |    |
| 1 lygis | (-) | ( | $-(0 * (x^2) + 3 * (1 * (2 * (x^{(2-1)})))) - 0$  | )  |
|         |     |   |   |    |
|         |     |   | $- 6 * x$   |    |

pav. 23. Matematinės išraiškos diferencijavimas

Pakomentuosime diferencijavimo veikimą. Šakninis operandas yra atimtis. Atimties išvestinė yra lygi dėmenų išvestinių skirtumui. Leidžiamės į pirmojo dėmens išvestinės skaičiavimą, t. y. į 2-ą lygį. Čia operandas yra neigimas. Neigimo išvestinė lygi neigiamai dėmens išvestinei. Leidžiamės į to dėmens išvestinės skaičiavimą, t. y. į 3-ią lygį. Čia operandas yra daugyba. Daugybos išvestinė yra lygi pirmo dėmens išvestinės ir antro dėmens sandaugos bei antro dėmens išvestinės ir pirmo dėmens sandaugos sumai. Leidžiamės į pirmojo dėmens išvestinės skaičiavimą, t. y. į 4-ą lygį. Čia yra operacijų medžio viršūnė (arba lapas, nesišakojanti šaka), kuriame įrašyta konstanta 3. Konstantos išvestinė lygi 0 (nuliui). Grįžtame į 3-ią lygį. Leidžiamės į antrojo daugybos dėmens išvestinės skaičiavimą, t.y. į 4-ą lygį. Čia operandas yra kėlimas laipsniu. Kėlimo laipsniu, kai laipsnyje yra konstanta, išvestinė yra lygi pagrindo išvestinei padaugintai iš laipsnio ir dar padaugintai pagrindo pakelto vienetu sumažintu laipsniu. Reikės skaičiuoti tik pagrindo išvestinę, todėl ir leidžiamės į 5-ą lygį. Čia yra operacijų medžio viršūnė, kuriame įrašytas kintamasis  $x$ . Kintamojo, kurio pagrindu vyksta diferencijavimas, išvestinė yra lygi 1. Grįžtame į 4-ą lygį ir įstatome visas reikšmes į kėlimo laipsniu išvestinės formulę. Įstatymas šiuo atveju reiškia operacijų medžio šakos pakeitimą kita, dažniausiai šakotesne, šaka. Turime ir šį rezultatą, tad grįžtame į 3-ią lygį, kur taip pat įstatome visas reikšmes į daugybos išvestinės formulę. Lygiai taip grįžtame į 2-ą lygį ir vienintelę reikšmę įstatome į neigimo išvestinės formulę. Grįžtame į 1-ą lygį, kur turime suskaičiuoti antrojo atimties dėmens išvestinę. Tai atliekame patekdami į 2-ą lygį, kur apskaičiuojame konstantos išvestinę. Grįžę atgal į 1-ą lygį, įstatome abiejų atimties dėmenų išvestines į atimties išvestinės formulę ir štai turime rezultatą.



**pav. 24. Diferencijavimo rezultatas**

Diferencijavimo rezultatas yra pertvarkytas matematinės išraiškos operacijų medis. Tačiau, medis po diferencijavimo yra labai išsikerojęs, todėl tiesiog būtina jį supaprastinti, kaip ir parodyta pavyzdyje. Matematinės išraiškos operacijų medis taip pat supaprastinamas ir prieš diferencijavimą.

## **4. TYRIMAS**

Šiame skyriuje apibrėžiamos tyrimo aplinkybės, įvairiais pjūviais lentelėmis ir grafikais išdėstomi atlikti eksperimentiniai tyrimai, įvertinami rezultatai. Šio skyriaus pagrindu yra daromos pagrindinės darbo išvados.

### **4.1. Tyrimo aplinkybės**

#### **4.1.1. Tyrimo objektas ir tikslas**

Teoriniuose ir eksperimentiniuose tyrimuose tiriamas sukurtas produktas matematinėms išraiškoms pertvarkyti.

Tyrimo tikslas – ištirti matematinių išraiškų pertvarkymo, o konkrečiai diferencijavimo, greitį, palyginti jį su kitų sistemų greičiu, nustatyti sistemos ir duomenų charakteristikų kitimo įtaką skaičiavimų greičiui.

#### **4.1.2. Tyrimo kryptys**

Tyrimo metu buvo lyginamas sistemos greitis esant besikeičiančioms sąlygoms. Sąlygomis čia vadiname įvairių sistemos ir duomenų charakteristikų rinkinius. Išskyrėme tokias charakteristikas, kurių kitimo pagrindu galėtume atlikti tyrimą:

- ✦ matematinės išraiškos ilgis;
- ✦ matematinės išraiškos sudėtingumas;
- ✦ kompiuterinės technikos našumas;
- ✦ papildomi sistemos apkrovimai.

Pagrindine tyrimų kryptimi pasirinkome matematinės išraiškos ilgio įtakos diferencijavimo greičiui tyrimus.

Tyrimo įtraukėme ir matematinių išraiškų pertvarkymo greičio palyginimą su kitais produktais.

#### **4.1.3. Tyrimo įrankiai**

Tyrimams atlikti buvo naudojama testavimo etape sukurto automatinio testavimo įrankio atskira modifikacija. Įrankio pagalba galima vykdyti matematinių išraiškų pertvarkymą ir greta rezultatų gauti pertvarkymams sugaištą laiką sekundėmis.

Taip pat buvo naudojami atskirai sukurti testinių atvejų generavimo ir testavimo rezultatų apibendrintos suvestinės sudarymo įrankiai.

#### 4.1.4. Tyrimo duomenys

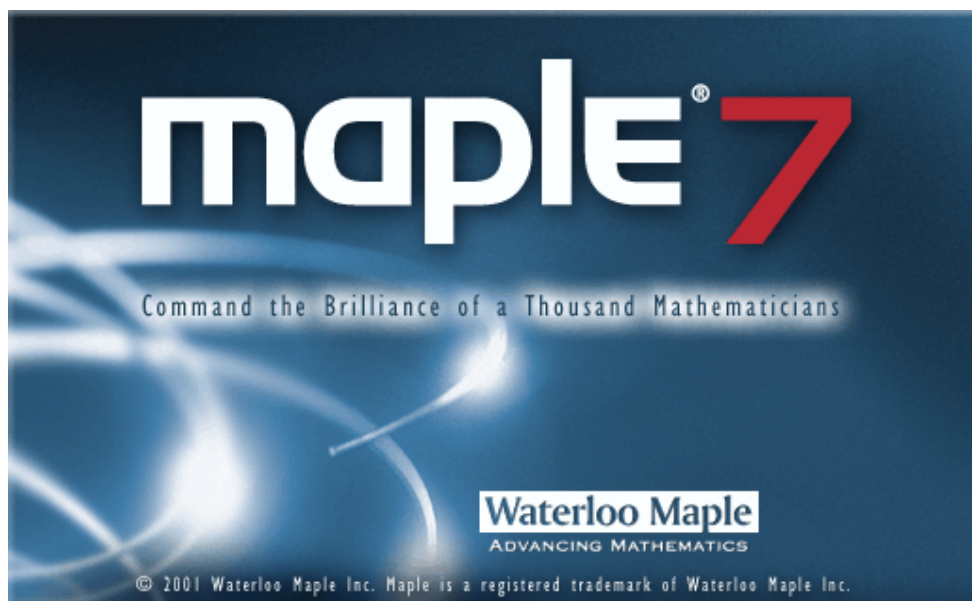
Tyrimams atlikti buvo naudojama testavimo etape sukauptų testinių atvejų biblioteka. Be šiai bibliotekai priklausančių matematinių išraiškų, papildomai buvo sugeneruotos dar kelios labai ilgos išraiškos.

Visose tyrimuose naudotose matematinėse išraiškose figūruoja įvairūs reikalavimuose numatyti operandai: neigimas, suma, atimtis, daugyba, dalyba, kėlimas laipsniu, sinusas ir kosinusas. Taip pat intensyviai naudojami ir skliausteliai. Tyrimo metu duomenims naudotos matematinės išraiškos buvo nuo 28.567 iki 28.851.913 simbolių ilgio, o pertvarkytos matematinės išraiškos buvo nuo 61.432 iki 62.372.342 simbolių ilgio.

#### 4.1.5. Programinė įranga

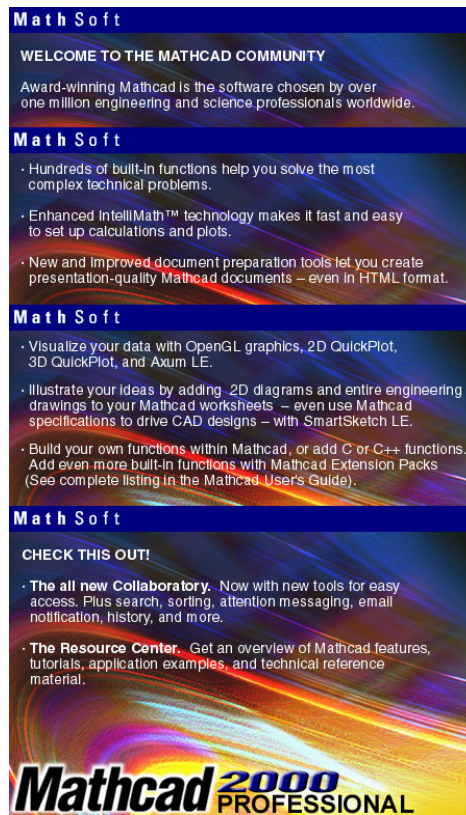
Sukurto produkto matematinių išraiškų pertvarkymo greitis gali būti lyginamas su įvairiais universaliais matematiniais produktais: Maple, Mathcad, MatLab, Mathematica ir pan.

Pirmiausia pasirinkome Maple, nes jį naudoja užsakovas. Mūsų sukurtoje sistemoje prie šio produkto yra priderintos matematinės išraiškos vaizdavimo taisyklės. Maple sukūrė kompanija Waterloo Maple, Inc. Buvo pasirinkta Maple 7 versija (naujausia versija – Maple 9.5).



pav. 25. Universalus matematinis produktas Maple 7

Taip pat keli testai buvo vykdomi ir su Mathcad. Tai populiariausias universalus matematinis produktas pasaulyje. Mathcad kitais tikslais sistemos kūrėjai yra naudoję ir anksčiau. Mathcad sukūrė kompanija MathSoft. Tyrimams buvo pasirinkta Mathcad 2000 Professional versija (naujausia versija – Mathcad 11.2).



pav. 26. Universalus matematinis produktas Mathcad 2000 Professional

Tačiau Mathcad priemonėmis nepavyko sukurti automatizuoto tyrimo įrankių, dėl to tyrimas šiuo produktu buvo nutrauktas. Tai neturėtų labai pakenkti tyrimų patikimumui, nes daugelis šaltinių teigia, kad tyrimams naudojama Maple sistema yra pati profesionaliausia.

#### 4.1.6. Kompiuterinė technika

Tyrimai buvo atliekami naudojant Kauno Technologijos Universitetui priklausančio Informacinių technologijų plėtros instituto 320 auditorijos kompiuterių sistemą. Čia yra sukonfigūruotas 8 kompiuterių, kurių charakteristikos pateiktos žemiau esančioje lentelėje, klasteris.

lentelė 13. Klasterio kompiuterių charakteristikos

| Eil. Nr. | Kompiuterio vardas   | Archi-itektūra | Operacinė sistema | Procesorių kiekis | Procesorių dažnis | Atminties kiekis |
|----------|----------------------|----------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------------|
| 1.       | tulpe.elen.ktu.lt    | x86            | Linux 2.4.21      | 1 / 2             | 2.992 MHz         | 1.032.276 MB     |
| 2.       | kopustas.elen.ktu.lt | x86            | Linux 2.4.21      | 1 / 2             | 2.992 MHz         | 1.032.276 MB     |
| 3.       | alyva.elen.ktu.lt    | x86            | Linux 2.4.21      | 1 / 2             | 2.992 MHz         | 1.032.276 MB     |
| 4.       | zibute.elen.ktu.lt   | x86            | Linux 2.4.21      | 1 / 2             | 2.992 MHz         | 1.032.276 MB     |
| 5.       | roze.elen.ktu.lt     | x86            | Linux 2.4.21      | 1 / 2             | 2.992 MHz         | 1.032.276 MB     |
| 6.       | kietas.elen.ktu.lt   | sun4u          | SunOS 5.9         | 1 / 1             | 167 MHz           | 498.160 MB       |
| 7.       | geras.elen.ktu.lt    | sun4u          | SunOS 5.9         | 1 / 1             | 270 MHz           | 498.184 MB       |
| 8.       | astra.elen.ktu.lt    | x86            | Linux 2.4.21      | 1 / 2             | 2.992 MHz         | 1.032.472 MB     |

Sukurtos sistemos tyrimų metu nebuvo naudojami 1-as, 6-as ir 7-as kompiuteriai. 1-asis buvo sugedęs, o 6-as ir 7-as nebuvo naudojami dėl jų našumo trūkumo bei operacinių sistemų nesuderinamumo.

## 4.2. Eksperimentai

### 4.2.1. Matematinų išraiškų ilgio įtaka

Matematinų išraiškų ilgio įtaka pertvarkymų greičiui buvo tiriama sistemoje naudojant nuo 2 iki 5 procesorių ir tiek pat lygiagrečių procesų. Buvo pasirinktos nuo 28.694 iki 8.621.540 simbolių ilgio matematinės išraiškos.

lentelė 14. Matematinų išraiškų ilgio įtaka

| Charakteristikos  |                | Duomenys       |                 | Rezultatai       |                 | Sugaištas laikas |              |
|-------------------|----------------|----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|--------------|
| Procesorių kiekis | Procesų kiekis | Duomenų failas | Išraiškos ilgis | Rezultatų failas | Išraiškos ilgis | MIPS laikas      | Maple laikas |
| 2                 | 2              | expr9000.txt   | 28.695          | expr9000.txt     | 61.844          | 0 s              | 0 s          |
| 2                 | 2              | expr9100.txt   | 86.160          | expr9100.txt     | 185.720         | 3 s              | 4 s          |
| 2                 | 2              | expr9200.txt   | 171.825         | expr9200.txt     | 372.238         | 6 s              | 4 s          |
| 2                 | 2              | expr9300.txt   | 285.527         | expr9300.txt     | 619.136         | 9 s              | 7 s          |
| 2                 | 2              | expr9400.txt   | 865.470         | expr9400.txt     | 1.876.867       | 28 s             | 22 s         |
| 2                 | 2              | expr9500.txt   | 1.721.990       | expr9500.txt     | 3.726.800       | 55 s             | 43 s         |
| 2                 | 2              | expr9600.txt   | 2.878.752       | expr9600.txt     | 6.240.910       | 92 s             | 69 s         |
| 2                 | 2              | expr9700.txt   | 8.621.540       | expr9700.txt     | 18.678.390      | 278 s            | 146 s        |
| 2                 | 2              | expr9800.txt   | 17.305.880      | expr9800.txt     | 37.409.525      | 551 s            | 249 s        |
| 2                 | 2              | expr9900.txt   | 28.845.371      | expr9900.txt     | 62.350.917      | 926 s            | 550 s        |
| 3                 | 3              | expr9000.txt   | 28.695          | expr9000.txt     | 61.844          | 0 s              | 0 s          |
| 3                 | 3              | expr9100.txt   | 86.160          | expr9100.txt     | 185.720         | 2 s              | 4 s          |
| 3                 | 3              | expr9200.txt   | 171.825         | expr9200.txt     | 372.238         | 3 s              | 4 s          |
| 3                 | 3              | expr9300.txt   | 285.527         | expr9300.txt     | 619.136         | 4 s              | 7 s          |
| 3                 | 3              | expr9400.txt   | 865.470         | expr9400.txt     | 1.876.867       | 14 s             | 22 s         |
| 3                 | 3              | expr9500.txt   | 1.721.990       | expr9500.txt     | 3.726.800       | 29 s             | 43 s         |
| 3                 | 3              | expr9600.txt   | 2.878.752       | expr9600.txt     | 6.240.910       | 49 s             | 69 s         |
| 3                 | 3              | expr9700.txt   | 8.621.540       | expr9700.txt     | 18.678.390      | 146 s            | 146 s        |
| 3                 | 3              | expr9800.txt   | 17.305.880      | expr9800.txt     | 37.409.525      | 294 s            | 249 s        |
| 3                 | 3              | expr9900.txt   | 28.845.371      | expr9900.txt     | 62.350.917      | 489 s            | 550 s        |
| 4                 | 4              | expr9000.txt   | 28.695          | expr9000.txt     | 61.844          | 0 s              | 0 s          |
| 4                 | 4              | expr9100.txt   | 86.160          | expr9100.txt     | 185.720         | 1 s              | 4 s          |
| 4                 | 4              | expr9200.txt   | 171.825         | expr9200.txt     | 372.238         | 2 s              | 4 s          |
| 4                 | 4              | expr9300.txt   | 285.527         | expr9300.txt     | 619.136         | 3 s              | 7 s          |
| 4                 | 4              | expr9400.txt   | 865.470         | expr9400.txt     | 1.876.867       | 10 s             | 22 s         |
| 4                 | 4              | expr9500.txt   | 1.721.990       | expr9500.txt     | 3.726.800       | 20 s             | 43 s         |
| 4                 | 4              | expr9600.txt   | 2.878.752       | expr9600.txt     | 6.240.910       | 34 s             | 69 s         |
| 4                 | 4              | expr9700.txt   | 8.621.540       | expr9700.txt     | 18.678.390      | 100 s            | 146 s        |
| 4                 | 4              | expr9800.txt   | 17.305.880      | expr9800.txt     | 37.409.525      | 202 s            | 249 s        |
| 4                 | 4              | expr9900.txt   | 28.845.371      | expr9900.txt     | 62.350.917      | 335 s            | 550 s        |
| 5                 | 5              | expr9000.txt   | 28.695          | expr9000.txt     | 61.844          | 0 s              | 0 s          |
| 5                 | 5              | expr9100.txt   | 86.160          | expr9100.txt     | 185.720         | 1 s              | 4 s          |
| 5                 | 5              | expr9200.txt   | 171.825         | expr9200.txt     | 372.238         | 2 s              | 4 s          |
| 5                 | 5              | expr9300.txt   | 285.527         | expr9300.txt     | 619.136         | 2 s              | 7 s          |
| 5                 | 5              | expr9400.txt   | 865.470         | expr9400.txt     | 1.876.867       | 8 s              | 22 s         |
| 5                 | 5              | expr9500.txt   | 1.721.990       | expr9500.txt     | 3.726.800       | 16 s             | 43 s         |
| 5                 | 5              | expr9600.txt   | 2.878.752       | expr9600.txt     | 6.240.910       | 26 s             | 69 s         |
| 5                 | 5              | expr9700.txt   | 8.621.540       | expr9700.txt     | 18.678.390      | 74 s             | 146 s        |
| 5                 | 5              | expr9800.txt   | 17.305.880      | expr9800.txt     | 37.409.525      | 156 s            | 249 s        |
| 5                 | 5              | expr9900.txt   | 28.845.371      | expr9900.txt     | 62.350.917      | 262 s            | 550 s        |

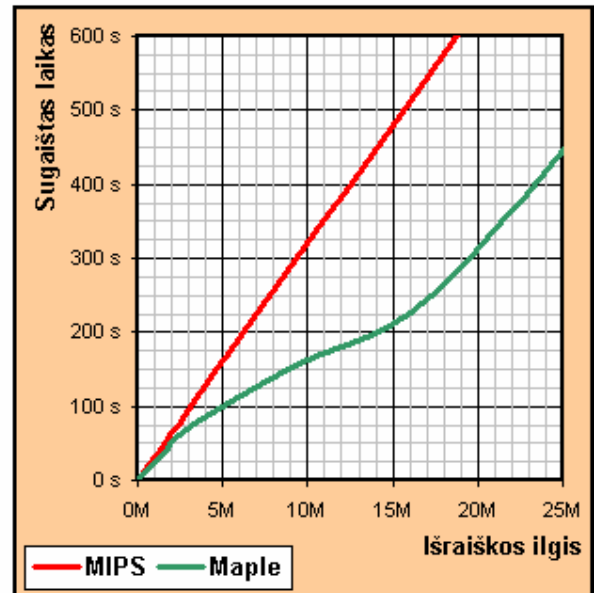
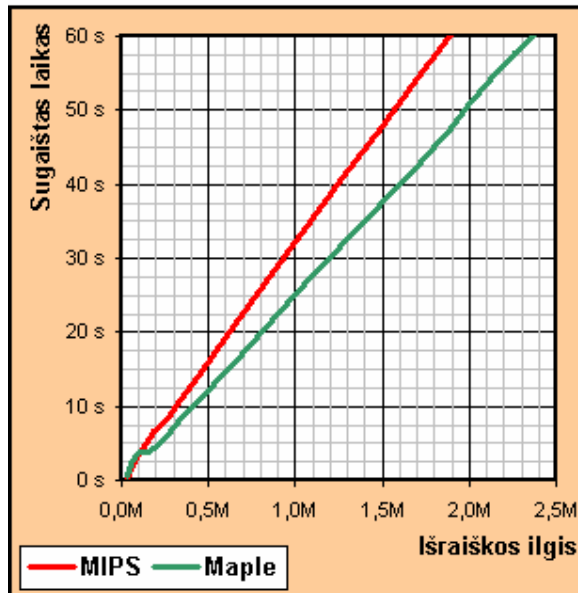


Sekančiuose skyreliuose matematinų išraiškų ilgio įtaka pertvarkymų greičiui yra šiek tiek detalizuojama.

#### 4.2.2. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (2 naudojami procesoriai)

lentelė 15. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (2 naudojami procesoriai)

| Charakteristikos  |                | Duomenys       |                 | Rezultatai       |                 | Sugaištas laikas |              |
|-------------------|----------------|----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|--------------|
| Procesorių kiekis | Procesų kiekis | Duomenų failas | Išraiškos ilgis | Rezultatų failas | Išraiškos ilgis | MIPS laikas      | Maple laikas |
| 2                 | 2              | expr9000.txt   | 28.695          | expr9000.txt     | 61.844          | 0 s              | 0 s          |
| 2                 | 2              | expr9100.txt   | 86.160          | expr9100.txt     | 185.720         | 3 s              | 4 s          |
| 2                 | 2              | expr9200.txt   | 171.825         | expr9200.txt     | 372.238         | 6 s              | 4 s          |
| 2                 | 2              | expr9300.txt   | 285.527         | expr9300.txt     | 619.136         | 9 s              | 7 s          |
| 2                 | 2              | expr9400.txt   | 865.470         | expr9400.txt     | 1.876.867       | 28 s             | 22 s         |
| 2                 | 2              | expr9500.txt   | 1.721.990       | expr9500.txt     | 3.726.800       | 55 s             | 43 s         |
| 2                 | 2              | expr9600.txt   | 2.878.752       | expr9600.txt     | 6.240.910       | 92 s             | 69 s         |
| 2                 | 2              | expr9700.txt   | 8.621.540       | expr9700.txt     | 18.678.390      | 278 s            | 146 s        |
| 2                 | 2              | expr9800.txt   | 17.305.880      | expr9800.txt     | 37.409.525      | 551 s            | 249 s        |
| 2                 | 2              | expr9900.txt   | 28.845.371      | expr9900.txt     | 62.350.917      | 926 s            | 550 s        |

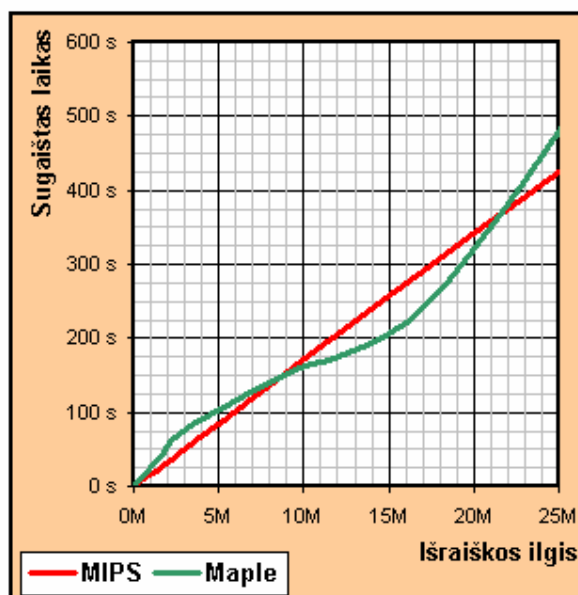
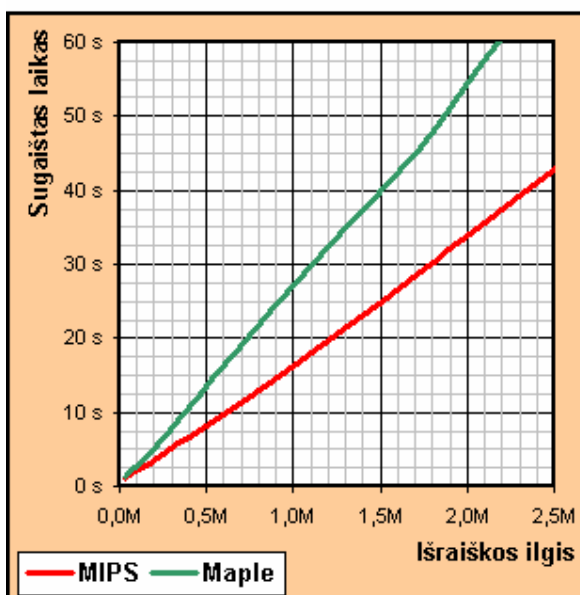


pav. 27. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (2 naudojami procesoriai)

### 4.2.3. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (3 naudojami procesoriai)

lentelė 16. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (3 naudojami procesoriai)

| Charakteristikos  |                | Duomenys       |                 | Rezultatai       |                 | Sugaištas laikas |              |
|-------------------|----------------|----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|--------------|
| Procesorių kiekis | Procesų kiekis | Duomenų failas | Išraiškos ilgis | Rezultatų failas | Išraiškos ilgis | MIPS laikas      | Maple laikas |
| 3                 | 3              | expr9001.txt   | 28.922          | expr9001.txt     | 63.297          | 1 s              | 1 s          |
| 3                 | 3              | expr9101.txt   | 86.215          | expr9101.txt     | 186.497         | 2 s              | 3 s          |
| 3                 | 3              | expr9201.txt   | 173.777         | expr9201.txt     | 378.010         | 3 s              | 4 s          |
| 3                 | 3              | expr9301.txt   | 287.920         | expr9301.txt     | 623.400         | 5 s              | 8 s          |
| 3                 | 3              | expr9401.txt   | 866.648         | expr9401.txt     | 1.883.594       | 14 s             | 24 s         |
| 3                 | 3              | expr9501.txt   | 1.727.643       | expr9501.txt     | 3.742.278       | 29 s             | 46 s         |
| 3                 | 3              | expr9601.txt   | 2.872.551       | expr9601.txt     | 6.222.326       | 49 s             | 74 s         |
| 3                 | 3              | expr9701.txt   | 8.647.693       | expr9701.txt     | 18.753.983      | 147 s            | 146 s        |
| 3                 | 3              | expr9801.txt   | 17.308.035      | expr9801.txt     | 37.413.622      | 294 s            | 247 s        |
| 3                 | 3              | expr9901.txt   | 28.851.913      | expr9901.txt     | 62.372.342      | 491 s            | 604 s        |

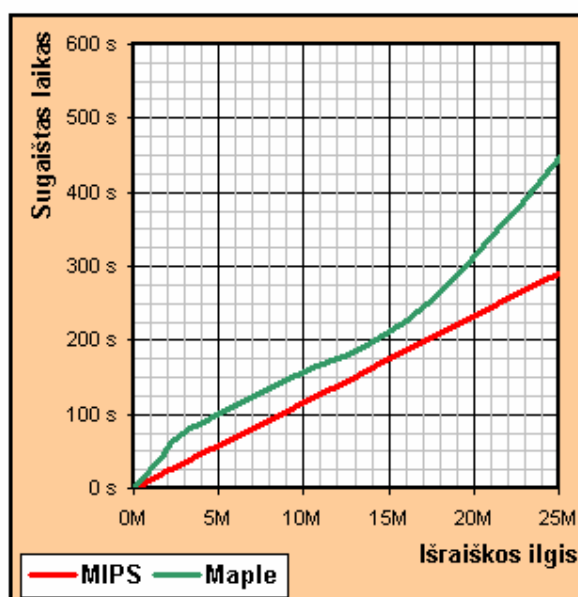
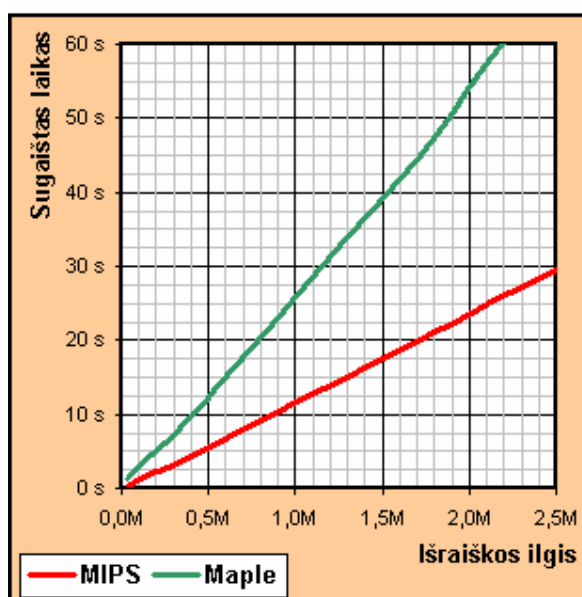


pav. 28. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (3 naudojami procesoriai)

#### 4.2.4. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (4 naudojami procesoriai)

lentelė 17. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (4 naudojami procesoriai)

| Charakteristikos  |                | Duomenys       |                 | Rezultatai       |                 | Sugaištas laikas |              |
|-------------------|----------------|----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|--------------|
| Procesorių kiekis | Procesų kiekis | Duomenų failas | Išraiškos ilgis | Rezultatų failas | Išraiškos ilgis | MIPS laikas      | Maple laikas |
| 4                 | 4              | expr9002.txt   | 28.751          | expr9002.txt     | 62.039          | 0 s              | 1 s          |
| 4                 | 4              | expr9102.txt   | 85.419          | expr9102.txt     | 183.488         | 1 s              | 3 s          |
| 4                 | 4              | expr9202.txt   | 172.909         | expr9202.txt     | 374.853         | 2 s              | 5 s          |
| 4                 | 4              | expr9302.txt   | 286.894         | expr9302.txt     | 620.521         | 3 s              | 7 s          |
| 4                 | 4              | expr9402.txt   | 864.761         | expr9402.txt     | 1.876.381       | 10 s             | 22 s         |
| 4                 | 4              | expr9502.txt   | 1.725.880       | expr9502.txt     | 3.737.053       | 20 s             | 45 s         |
| 4                 | 4              | expr9602.txt   | 2.878.669       | expr9602.txt     | 6.237.786       | 34 s             | 74 s         |
| 4                 | 4              | expr9702.txt   | 8.626.377       | expr9702.txt     | 18.692.958      | 100 s            | 143 s        |
| 4                 | 4              | expr9800.txt   | 17.305.880      | expr9800.txt     | 37.409.525      | 202 s            | 249 s        |
| 4                 | 4              | expr9900.txt   | 28.845.371      | expr9900.txt     | 62.350.917      | 335 s            | 550 s        |

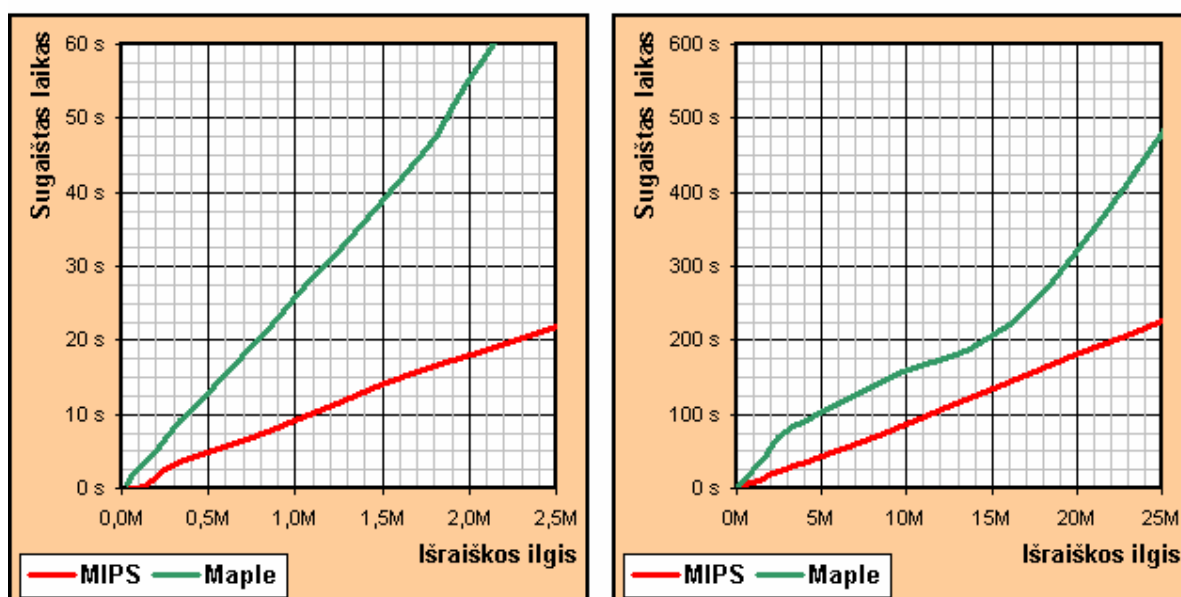


pav. 29. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (4 naudojami procesoriai)

#### 4.2.5. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (5 naudojami procesoriai)

lentelė 18. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (5 naudojami procesoriai)

| Charakteristikos  |                | Duomenys       |                 | Rezultatai       |                 | Sugaištas laikas |              |
|-------------------|----------------|----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|--------------|
| Procesorių kiekis | Procesų kiekis | Duomenų failas | Išraiškos ilgis | Rezultatų failas | Išraiškos ilgis | MIPS laikas      | Maple laikas |
| 5                 | 5              | expr9003.txt   | 28.859          | expr9003.txt     | 62.834          | 0 s              | 0 s          |
| 5                 | 5              | expr9103.txt   | 86.147          | expr9103.txt     | 185.661         | 0 s              | 3 s          |
| 5                 | 5              | expr9203.txt   | 173.741         | expr9203.txt     | 377.280         | 1 s              | 4 s          |
| 5                 | 5              | expr9303.txt   | 288.259         | expr9303.txt     | 625.574         | 3 s              | 8 s          |
| 5                 | 5              | expr9403.txt   | 860.550         | expr9403.txt     | 1.866.003       | 8 s              | 22 s         |
| 5                 | 5              | expr9503.txt   | 1.727.841       | expr9503.txt     | 3.744.006       | 16 s             | 45 s         |
| 5                 | 5              | expr9603.txt   | 2.876.643       | expr9603.txt     | 6.230.294       | 25 s             | 77 s         |
| 5                 | 5              | expr9703.txt   | 8.631.403       | expr9703.txt     | 18.705.667      | 75 s             | 144 s        |
| 5                 | 5              | expr9801.txt   | 17.308.035      | expr9801.txt     | 37.413.622      | 156 s            | 247 s        |
| 5                 | 5              | expr9901.txt   | 28.851.913      | expr9901.txt     | 62.372.342      | 260 s            | 604 s        |

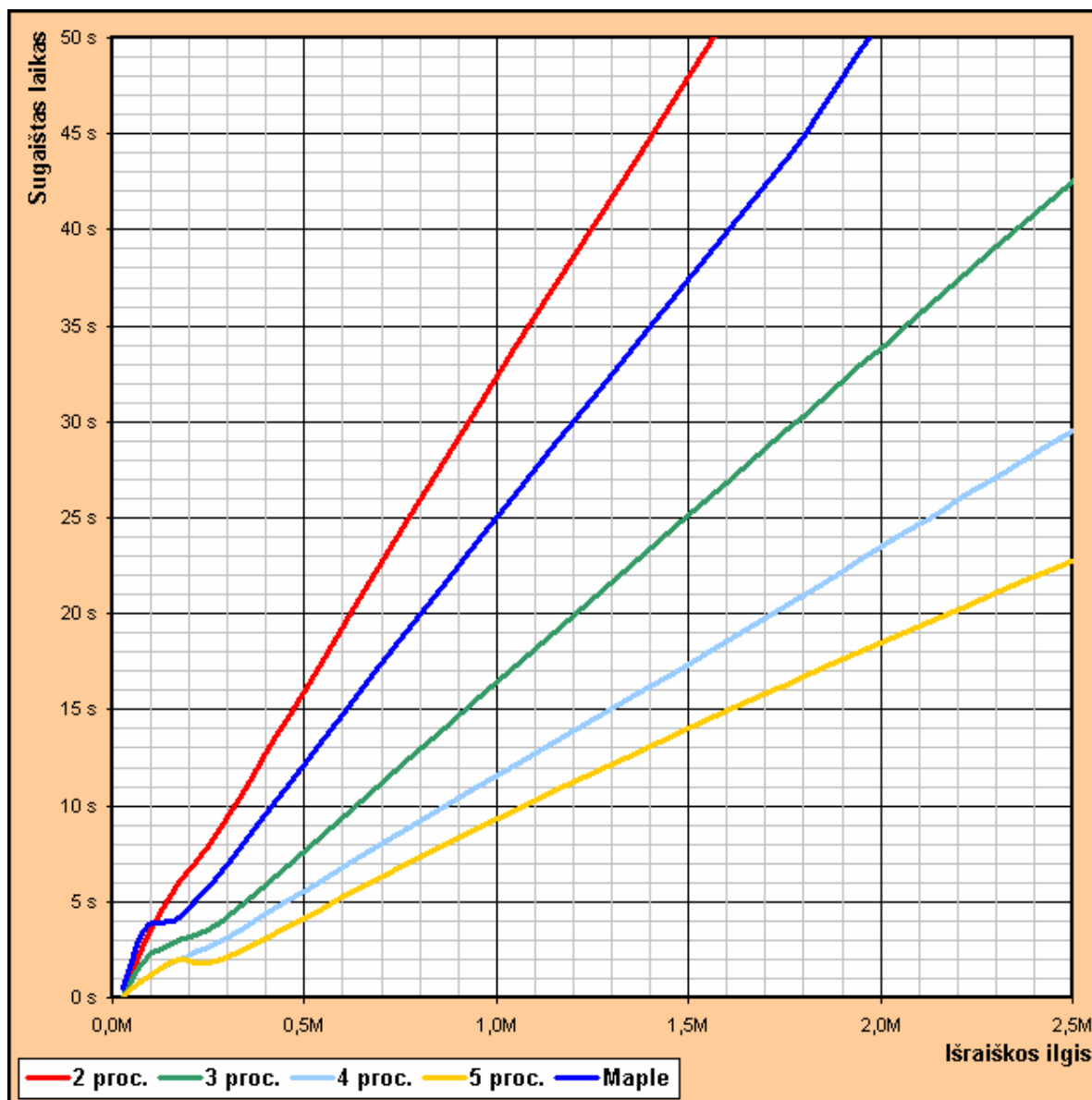


pav. 30. Matematinų išraiškų ilgio įtaka (5 naudojami procesoriai)

### 4.3. Rezultatų įvertinimas

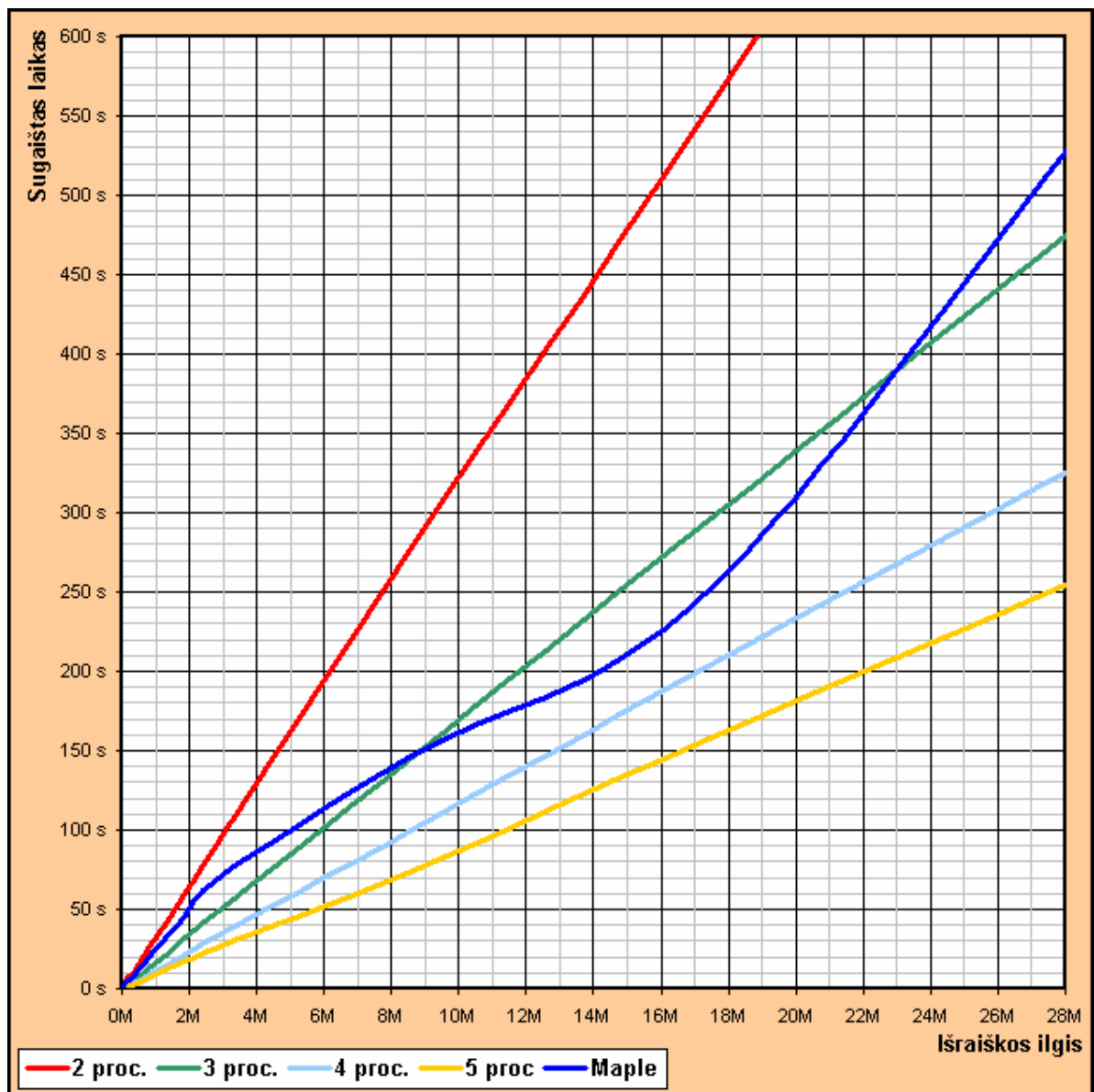
#### 4.3.1. Apibendrinti rezultatai

Žemiau pateikiame apibendrintą matematinių išraiškų pertvarkymo greičio priklausomybę nuo matematinių išraiškų ilgio. Pirmasis grafikas rodo priklausomybę, kai matematinių išraiškų ilgis yra iki 2.500.000, antrasis grafikas – iki 28.000.000 simbolių.



pav. 31. Matematinių išraiškų ilgio (iki 2,5 mln. simbolių) įtaka

Atskiros grafikų kreivės rodo priklausomybę naudojant skirtingus kiekius procesorių. Mėlynoji kreivė rodo Maple sistemos greitį pertvarkant tas pačias matematinės išraiškas naudojant vieną procesorių.



pav. 32. Matematinų išraiškų ilgio (iki 28 mln. simbolių) įtaka

#### 4.3.2. Tendencijos

Iš abiejų grafikų matosi tokios tendencijos:

- ✦ matematinėms išraiškoms iki 100.000 simbolių sistemoje užtenka naudoti 2 procesorius, kad skaičiavimai truktų trumpiau nei su Maple sistema;
- ✦ matematinėms išraiškoms nuo 100.000 iki 8.500.000 simbolių sistemoje jau reikia naudoti 3 procesorius, kad skaičiavimai truktų trumpiau nei su Maple sistema;
- ✦ matematinėms išraiškoms nuo 8.500.000 iki 23.000.000 simbolių sistemoje jau reikia naudoti 4 procesorius, kad skaičiavimai truktų trumpiau nei su Maple sistema;
- ✦ matematinėms išraiškoms nuo 23.000.000 simbolių sistemoje užtenka naudoti 3 procesorius, kad skaičiavimai truktų trumpiau nei su Maple sistema.

Pagal tendencijas matosi, kad Maple sistemą galime maždaug sulyginti su sukurta sistema, kai joje naudojami 3 procesoriai.

#### **4.3.3. Rezultatų įvertinimas**

Atlikus tyrimą išryškėjo sukurtos sistemos privalumai ir trūkumai. Pagrindinis trūkumas yra tai, kad vis dėl to nepavyko sukurti greitesnio matematinių išraiškų pertvarkymo algoritmo nei jis yra profesionalioje sistemoje Maple. Pagrindinis privalumas yra tai, kad vis dėl to pavyko sukurti tokią sistemą, kurioje naudojant 4 ir daugiau procesorių, būtų galima efektyviau nei iki šiol spręsti taikymo srities uždavinius.

#### **4.3.4. Rezultatų gerinimas**

Žinant, kad buvo siekiama padaryti specializuotą matematinių išraiškų pertvarkymo algoritmą, dar galima tikėtis jo pagreitėjimo. Pirmiausia reikia atlikti dar išsamesnius atskirų algoritmo dalių tyrimus. Tokių tyrimų tikslas – išryškinti tas algoritmo vietas, kurios užtrunka nepagrįstai ilgai laiko. Tyrimų rezultatų pagrindu turi būti atliekamos algoritmo modifikavimas. Po modifikacijų tyrimai būtinai turi būti pakartoti.

## **5. IŠVADOS**

Šiame skyriuje užfiksuojama sukurta sistema, pakartojami pagrindiniai tyrimų rezultatai, jų pagrindu padaromos ir išdėstomos darbo išvados. Skyriaus gale apibrėžiamos galimos produkto plėtros kryptys, pateikiamos rekomendacijos naudotojams.

### **5.1. Sukurta sistema**

Per 16 mėnesių buvo sukurta ir pilnai dokumentuota matematinių išraiškų pertvarkymo programinė įranga. Sistema skirta matematinių išraiškų pertvarkymui lygiagrečiai naudojant kelis vieno procesoriaus kompiuterius, sujungtus į vietinį tinklą. Šiuo metu sistema pritaikyta matematinių išraiškų diferencijavimui.

### **5.2. Pagrindiniai tyrimų rezultatai**

Tyrimų metu nustatėme, kad sukurta sistema yra itin efektyvi, kai sistemoje naudojami bent 3 procesoriai. Sistemos efektyvumas yra mažesnis esant 2 procesoriams, nes naudojami tik vienas vykduojantis procesas antrajame procesoriuje. Matematinių išraiškų ilgis pertvarkymų greitį įtakoja beveik tiesiškai proporcingai.

### **5.3. Plėtros kryptys**

Darbo tiksluose buvo numatytas susiaurintas funkcionalumas. Dėl to lieka nemenka erdvė funkcionalumui plėsti, t. y. diferencijavimo funkcijų papildymas ir kitokie pertvarkymai, pvz. integravimas. Kadangi sistema yra komplikauta ir sudėtinga, liko erdvės algoritmams optimizuoti, greičiui bei patikimumui didinti.

Produktas neturi patogios grafinės vartotojo sąsajos, todėl sekančiose versijose galima būtų ją sukurti pagal sistemos naudotojų rekomendacijas.

### **5.4. Algoritmų tobulinimas**

Kalbant apie matematinių išraiškų pertvarkymo algoritmo tobulinimą, pirmiausia sistemos kūrėjams reikia detaliai ištirti atskiras algoritmo dalis, kad nustatyti nepagrįstai ilgai veikiančias vietas. Po kiekvienos algoritmo modifikacijos būtina kartoti tyrimus, kad pastebėti modifikacijų įtaką ir tendencijas.

Projektuojant naujus algoritmus, galima bandyti keisti ne tik algoritmo pagrindą, bet ir duomenų struktūras, galbūt net sąsajos tipą bei valdymą. Naujus algoritmus reiktų lyginti su esamais algoritmais taikant tą pačią detalaus tyrimo procedūrą.



## 5.5. Rekomendacijos

Žemiau lentelės forma pateiktos rekomendacijos sistemos naudotojams kada kurią sistemą naudoti.

lentelė 19. Kada kurią sistemą naudoti

| Matematinės išraiškos ilgis |            | Naudojamų procesorių kiekis |       |       |      |      |
|-----------------------------|------------|-----------------------------|-------|-------|------|------|
| nuo                         | iki        | 1                           | 2     | 3     | 4    | 5    |
| 0                           | 100.000    | Maple                       | MIPS  | MIPS  | MIPS | MIPS |
| 100.000                     | 8.500.000  | Maple                       | Maple | MIPS  | MIPS | MIPS |
| 8.500.000                   | 23.000.000 | Maple                       | Maple | Maple | MIPS | MIPS |
| 23.000.000                  | $\infty$   | Maple                       | Maple | MIPS  | MIPS | MIPS |

## 6. LITERATŪRA

Šiame skyriuje pateikiamas literatūros sąrašas, nurodomi papildomai naudoti dokumentai.

### 6.1. Literatūra

- [1] Problem Solving Environments [interaktyvus]. – [žiūrėta 2002 10 24]. Prieiga per internetą: <[www-cgi.cs.purdue.edu/cgi-bin/acc/pses.cgi](http://www-cgi.cs.purdue.edu/cgi-bin/acc/pses.cgi)>
- [2] Distributed Maple [interaktyvus]. – [žiūrėta 2002-10-17]. Prieiga per internetą: <<http://www.risc.uni-linz.ac.at/software/distmaple>>
- [3] Maple [interaktyvus]. – [žiūrėta 2002-10-10]. Prieiga per internetą: <<http://www.maplesoft.com/products/maple7>>
- [4] The Maple Reporter. 2001.
- [5] Ross S. S. Maple 6: The Analytical Engine. 2000.
- [6] Message Passing Interface Forum: Document for a Standard Message-Passing Paradigm. – 1993.
- [7] MPI forum [interaktyvus]. – [žiūrėta 2002-10-10]. Prieiga per internetą: <<http://www.mpi-forum.org>>
- [8] Grossman F., Klerer R. J., Klerer M. A language for highlevel programming of mathematical applications: In Proceedings of the International Conference on Computer Languages. – Miami Beach, FL, USA: 1988.
- [9] Chang S. K. A method for the structural analysis of 2-D mathematical expressions: Information Sciences 2. – 1970.
- [10] Lee H. J., Lee M. C. Understanding mathematical expressions using procedure-oriented transformation: Pattern Recognition. – 1994.
- [11] Earley J. An efficient context-free parsing algorithm. – Communications of ACM, 6, 8: 1970.
- [12] Aho A. V., Peterson T. G. A minimum-distance error-correcting parser for context-free languages. – Journal on Computing, 1, 4: SIAM, 1972.
- [13] Stolcke A. An efficient probabilistic context-free parsing algorithm that computes prefix probabilities. – Computational linguistics, 21, 2: 1995.
- [14] Okamoto M., Miao B. Recognition of mathematical expressions by using the layout structures of symbols. – Proceedings of the First International Conference on Document Analysis and Recognition. – Saint-Malo, France: 1991.

## 6.2. Naudoti dokumentai

lentelė 20. Naudoti dokumentai

| <b>Dokumentas</b>                    | <b>Data</b> | <b>Dokumento autorius</b>       |
|--------------------------------------|-------------|---------------------------------|
| Projekto paraiška                    | 2002.11.27  | A. Vaškevičienė, V. Vaškevičius |
| Reikalavimų specifikacija            | 2003.03.17  | A. Vaškevičienė, V. Vaškevičius |
| Architektūros specifikacija          | 2003.04.15  | A. Vaškevičienė, V. Vaškevičius |
| Detalios architektūros specifikacija | 2003.05.23  | A. Vaškevičienė, V. Vaškevičius |
| Testavimo planas                     | 2003.09.28  | A. Vaškevičienė, V. Vaškevičius |
| Vartotojo dokumentacija              | 2003.12.11  | A. Vaškevičienė, V. Vaškevičius |
| Dokumentacija                        | 2004.01.05  | A. Vaškevičienė, V. Vaškevičius |

## 7. SANTRUMPŲ IR TERMINŲ ŽODYNAI

Šiame skyriuje atskirai pateikiami santrumpų ir terminų žodynai.

### 7.1. Santrumpos

lentelė 21. Santrumpos

| Santrumpa | Apibūdinimas  |
|-----------|---|
| MIPS      | Matematinų išraiškų pertvarkymo sistema   |
| LFVS      | Lygiagretaus funkcionavimo valdymo sistema  |
| MPI       | Message Passing Interface – pranešimų perdavimo sąsaja  |
| Maple     | Universalus simbolinės matematikos produktas (gamintojas – Waterloo Maple, Inc). Naudojama Maple 7 versija. |
| Mathcad   | Universalus simbolinės matematikos produktas (gamintojas – MathSoft). Naudojama Mathcad 2000 Professional.  |

### 7.2. Terminai

lentelė 22. Terminai

| Terminas                     | Terminas anglų kalba (English) | Apibūdinimas   |
|------------------------------|--------------------------------|--|
| Matematinė išraiška          | Mathematical expression        | Matematinis reiškinys sudarytas iš skaičių, kintamųjų, aritmetinių, trigonometrinių, logaritminių funkcijų |
| Diferencijavimas             | Differentiation                | Simbolinio diferencialo (išvestinės) nustatymas  |
| Nuoseklieji algoritmas       | Sequential algorithm           | Standartinis algoritmas, vykdomas viename procese  |
| Lygiagretieji algoritmas     | Parallel algorithm             | Algoritmas, kurio atskiros dalys lygiagrečiai vienu metu vykdomos atskiruose procesuose                    |
| Lygiagretusis funkcionavimas | Parallel operation             | Kelių procesų veikimas vienu metu  |

## **PRIEDAI**

### **Priedas A. Magistro darbo dokumentas**

#### **Dokumento paskirtis**

Dokumentas skirtas magistro darbui ir tyrimui aprašyti. Taip pat šis dokumentas yra Kauno technologijos universiteto Informatikos fakulteto Programų inžinerijos katedros modulio “Magistro baigiamasis darbas” atsiskaitymo ataskaita.

#### **Dokumento autoriai**

Ši magistro darbo dokumentą ruošė Kauno technologijos universiteto Informatikos fakulteto Programų inžinerijos katedros IFM-8/2 grupės magistrantė Aistė Vaškevičienė ir docentas dr. Romas Marcinkevičius.

Dokumentą maketavo Aistė Vaškevičienė.

#### **Dokumento istorija**

Magistro darbas pradėtas rengti 2004 m. kovo 1 d.

**lentelė 23. Dokumento istorija**

| <b>Data</b> | <b>Versija</b> | <b>Aprašymas</b>                        | <b>Redaktorius</b> |
|-------------|----------------|---|--------------------|
| 2004.04.18  | 1.0            | Pirminės dokumento struktūros sudarymas | A. Vaškevičienė    |
| 2004.05.05  | 1.1            | Pradinis dokumento parengimas           | A. Vaškevičienė    |
| 2004.05.07  | 1.2            | Lietuvių kalbos konsultantės redakcija  | J. Mikelionienė    |
| 2004.05.10  | 1.3            | Įvairūs pataisymai ir papildymai        | A. Vaškevičienė    |
| 2004.05.12  | 1.4            | Darbo vadovo redakcija                  | R. Marcinkevičius  |
| 2004.05.13  | 1.5            | Įvairūs pataisymai ir papildymai        | A. Vaškevičienė    |
| 2004.05.16  | 1.6            | Tyrimų skyrius                          | A. Vaškevičienė    |
| 2004.05.19  | 1.7            | Analizės skyrius                        | A. Vaškevičienė    |
| 2004.05.20  | 1.8            | Lietuvių kalbos konsultantės redakcija  | J. Mikelionienė    |
| 2004.05.21  | 1.9            | Darbo vadovo redakcija                  | R. Marcinkevičius  |
| 2004.05.24  | 2.0            | Galutinė redakcija                      | A. Vaškevičienė    |