

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS  
INFORMATIKOS FAKULTETAS  
SISTEMINĖS ANALIZĖS KATEDRA

Mantas Puida

**Hiperbolinio vaizdų filtravimo skirtingo matavimo  
erdvėse analizė**

Magistro darbas

Darbo vadovas  
doc. dr. J. Valantinas

Kaunas, 2004

KAUNO TECHNOLOGIJOS UNIVERSITETAS  
INFORMATIKOS FAKULTETAS  
SISTEMINĖS ANALIZĖS KATEDRA

TVIRTINU

Katedros vedėjas  
(parašas) prof. R. Barauskas  
2004 05

## **Hiperbolinio vaizdų filtravimo skirtingo matavimo erdvėse analizė**

Informatikos mokslo magistro baigiamasis darbas

Kalbos konsultantė

Lietuvių kalbos katedros lektorė

(parašas) dr. J. Mikelionienė

2004 05

Vadovas

(parašas) doc. dr. J. Valantinas

2004 05

Recenzentas

Kompiuterių katedros docentas

(parašas) dr. P. Kanapeckas

2004 05

Atliko

IFM-8/1 gr. stud.

(parašas) M. Puida

2004 05

Kaunas, 2004

## Santrauka

Šiame darbe tiriama skaitmeninių vaizdų hiperbolinio filtravimo skirtingo matavimo erdvėse efektyvumas, nagrinėjama optimalios filtravimo erdvės parinkimo problema.

Darbe pateikiama populiarių vaizdo suglaudavimo (informaciją išsaugančių bei prarandančių) metodų apžvalga. Išsamiai nagrinėjamos vaizdo glodumo įverčių radimo, vaizdo dimensiškumo keitimo, hiperbolinio vaizdų filtravimo ir jo efektyvumo įvertinimo problemos bei jų sprendimo metodai.

Taip pat pateikiamos eksperimento atlikimo schemas, skirtos teoriniams teiginiams bei atitinkamoms hipotezėms patikrinti. Darbe išsamiai komentuojami atliktų eksperimentų su vienmačiais, dvimačiais ir trimačiais vaizdais rezultatai.

Remiantis gautais rezultatais, formuluojamos išvados apie vaizdų hiperbolinio filtravimo efektyvumą skirtingose (nei „gimtoji“) vaizdų erdvėse, pateikiamos argumentuotos išvados apie optimalios filtravimo erdvės parinkimo kriterijaus darbą. Be to nurodomos tolimesnių tyrimų kryptys bei pateikiama su darbu susijusi literatūra.

Darbe gautais rezultatais paremtas pranešimas „Hiperbolinio vaizdų filtro darbo ypatumai“, perskaitytas konferencijoje „Matematika ir matematikos modeliavimas“ (KTU – 2004). Pranešimo tekstas pateikiamas prieduose.

## Summary

This Master degree paper analyses hyperbolic image filtering in spaces of different dimensionality. It investigates the problem of optimal filtering space selection.

Several popular image compression methods (both lossless and lossy) are reviewed. This paper analyses the problems of image smoothness parameter discovering, image dimensionality changing, hyperbolic image filtering and filtering efficiency evaluation and provides the solution methods of the problems.

Schemes for the experimental examination of theoretical propositions and hypotheses are prepared. This paper comprehensively describes experiments with one-, two- and three-dimensional images and the results of the experiments.

Conclusions about the efficiency of hyperbolic image filtering in other than “native” image space are based on the results of the experiments. The criterion for the selection of optimal image filtering space is evaluated. Guidelines for further research are also discussed.

The presentation *Specific Features of Hyperbolic Image Filtering*, which was based on this Master degree paper, was made at the conference *Mathematics and Mathematical Modeling* (KTU – 2004). This text is available in appendixes.

## Turinys

1. Įvadas .....	5
2. Skaitmeninių vaizdų kodavimo (suglaudavimo) metodų analizė .....	8
2.1 Skaitmeninių vaizdų erdvė .....	8
2.2 Trumpa vaizdų suglaudavimo metodų apžvalga .....	10
2.2.1 Vaizdų suglaudavimo metodai be informacijos praradimo .....	10
2.2.2 Vaizdų suglaudavimas su informacijos praradimu .....	14
3. Apibendrinta hiperbolinio vaizdų filtravimo idėja, jos realizavimo ypatumai. ....	18
3.1 Diskrečių transformacijų taikymas hiperboliniame filtravime .....	19
3.2 Vaizdo glodumo įvertinimas skirtingo matavimo erdvėse .....	21
3.3 Vaizdo dimensiškumo keitimas: teoriniai aspektai ir procedūros .....	23
3.4 Hiperbolinių vaizdų filtrų organizavimas.....	26
3.4.1 Struktūrinė schema .....	26
3.4.2 Filtravimo erdvės parinkimo kriterijai .....	28
4. Eksperimentinis rezultatų įvertinimas .....	30
4.1 Vienmačių vaizdų hiperbolinio filtravimo skirtingo matavimo erdvėse tyrimas ..	30
4.2 Dvimačių vaizdų hiperbolinio filtravimo skirtingo matavimo erdvėse tyrimas ....	32
4.3 Trimačių vaizdų hiperbolinio filtravimo skirtingo matavimo erdvėse tyrimas .....	36
4.4 Optimalios filtravimo erdvės parinkimo kriterijaus darbo įvertinimas.....	40
5. Išvados .....	42
6. Literatūra .....	44
7. Priedai .....	45
7.1 Pranešimas perskaitytas konferencijoje „Matematika ir matematikos modeliavimas“ (KTU – 2004) .....	45

## 1. Įvadas

Realiame pasaulyje žmonės supa begalę įvairiausių vaizdų, vieni jų mažiau svarbūs, kiti, atvirkščiai, itin svarbūs, bet visi jie išlieka tik tiek, kiek žmogus juos prisimena. Tad dar ankstyvame žmonijos raidos etape atsirado poreikis tuos vaizdus išsaugoti, atkurti bei perduoti. Pirmas žmonijos bandymas išsaugoti vaizdus buvo piešimas (pirmieji piešiniai anglimi ant olos sienų), kad ir netobulas bet ilgą laiką tai buvo vienintelis būdas užfiksuoti bei parodyti kitiems, ką žmogus matė. Vėliau piešimo technika evoliucionavo į tapybą. Dailininkai sugebėdavo gana tiksliai perteikti matomus vaizdus, tačiau ir pastarasis būdas nebuvo tobulas: perteikiamas vaizdas būdavo subjektyvus, jo detalumas ribotas, be to, didelė tapyimo proceso trukmė. Netgi buvo sugalvotas prietaisas padedantis piešti – *camera obscura* [1]. Šis prietaisas (tiesiog dėžė su objektyvu ir veidrodžiu) projektuodavo vaizdą ant popieriaus, tad dailininkui belikdavo tik apvedžioti kontūrus. Didžiulis žingsnis pirmyn vaizdų išsaugojimo srityje buvo XIXa. atsiradusi fotografija. Per kelis dešimtmečius išstobulėjusi fotografija, kaip vaizdų išsaugojimo priemonė, stipriai aplenkė tapybą: objektyvumas, didelis detalumas, greitas išsaugojimo procesas (kiek lėtesnis atkūrimo procesas).

Negatyvinis fotografijos procesas atskyrė dvi su vaizdų išsaugojimu susijusias veiklas: vaizdo išsaugojimą ir vaizdo atkūrimą. Vaizdo išsaugojimas fotografijoje vyksta kadro eksponavimo metu – šviesai jautri emulsija paveikiama šviesa. Vaizdo atkūrimas fotografijoje daug sudėtingesnis procesas – negatyvo ryškinimas, negatyvo eksponavimas ant fotopopieriaus, fotopopieriaus ryškinimas. Nepaisant sudėtingumo, šių dviejų veiklų atskyrimas leido beveik neribotą skaičių kartų atkurti išsaugotą vaizdą, o tai buvo dar vienas platus ir rimtas žingsnis realaus pasaulio vaizdų išsaugojimo bei atkūrimo srityje.

Vis dėlto, tiek fotografija, tiek tapyba bei piešimas (išsaugant vaizdus) susidūrė su problema – realaus pasaulio vaizdai yra tolydūs (jei nenagrinėsime atstumų mažesnių už šviesos bangos ilgį), o išsaugant juos, įmanoma fiksuoti tik ribotą vaizdą sudarančių elementų skaičių (piešime ir tapyboje tai siejama su tuo, kokį mažiausią tašką tašką gali nupiešti dailininkas, fotografijoje tai siejama su sidabro druskų kristalų dydžiu). Tad galime teigti, jog išsaugant vaizdus, praktiškai, atliekamas vaizdo diskretizavimas – vaizdą sudarančios šviesos intensyvumas bei chromatinės charakteristikos fiksuojamos tik tam tikruose taškuose.

Fotografija išsprendė vaizdų išsaugojimo bei atkūrimo (iš dalies perdavimo) problemas, bet žmonėms iškilo poreikis analizuoti, modifikuoti ir kitaip apdoroti išsaugotus vaizdus, tas, praktiškai, buvo sunkiai įgyvendinama operuojant analoginiais vaizdais. Vaizdų apdorojimas tapo įmanomu tikrai atsiradus kompiuteriams. Kita vertus norint apdoroti vaizdus

kompiuteriu, pastarieji, akivaizdu, turi būti ne tik diskretizuojami, bet ir kvantuojami (fiksuojamos šviesos intensyvumo reikšmės). Paprasčiausias tokio pertvarkio rezultatas – plokščias dvimatis skaitmeninis paveikslėlis, paprastai tapatinamas su dvimačiu taškų masyvu, kuriame užrašomi užfiksuoti vaizdo elementų (pikselių) šviesos intensyvumai.

Atsiradus kompiuterių tinklams, tapo įmanoma efektyviai perduoti skaitmeninius vaizdus. Tačiau, tiek perduodant skaitmeninius vaizdus kompiuterių tinklais, tiek juos išsaugant susidurta su vaizdui užrašyti reikalingo didelio informacijos kiekio problema. Didelės raiškos vaizdą (vaizdas sudarytas iš kelių milijonų pikselių) sudarančios informacijos kiekis siekia 10-30 MB, todėl tokiems skaitmeniniams vaizdams buvo pradėti taikyti duomenų suglaudinimo algoritmai.

Pirmiausia buvo sukurti ir panaudoti informacijos neprarandantys algoritmai (RLE, LZW ir kt.). Deja, daugeliu atveju jų pagalba pasiektas vidutinis vaizdo suglaudinimo lygis neviršija 2-3 kartų. Nepaisant to, kai kurie skaitmeninių vaizdų užrašymo ir suglaudimo formatai tapo standartu *de facto* internete (GIF, PNG). Beje, šie metodai turi ir kitų apribojimų, pavyzdžiui, GIF formatas leidžia fiksuoti ne daugiau kaip 256 skirtingas spalvas. Realiai, šie metodai puikiai tinka brėžiniams ir kitiems nespalvingiems griežtų geometrinių formų vaizdams koduoti (glaudinti), bet visiškai netinka nuotraukoms.

Buvo pastebėta, jog žmogaus akis nėra jautri smulkiems vaizdo iškraipymams, taip pat nevienodai jautri chromatinių charakteristikų pokyčiams, lyginant pastaruosius su intensyvumo pokyčiais ir panašiai. Remiantis šiais pastebėjimais buvo sukurti skaitmeninių vaizdų suglaudimo su nežymiu informacijos praradimu metodai. Šie metodai leidžia efektyviau (10-20 kartų) suspausti skaitmeninį vaizdą be aiškiai pastebimų iškraipymų. Vienas tokių metodų – JPEG padarė tikrą perversmą internete. Būtent šis skaitmeninių vaizdų kodavimo standartas leido milijonams žmonių keistis nuotraukomis internete, dėti jas į WWW puslapius ir t.t. Visi aukščiau paminėti metodai gali būti taikomi tik nespalvotiems vaizdams, todėl spalvoti vaizdai skaidomi į dedamąsias komponentes, ir kiekviena komponentė vėliau apdorojama atskirai. Daugelis informaciją prarandančių metodų remiasi vaizdo analize spektrinėje srityje, t.y. vaizdo išskaidymu į sudarančiomis harmonikomis. Vienas iš taip „dirbančių“ skaitmeninių vaizdų suglaudinimo metodų – hiperbolinis vaizdų filtravimas. Šių metodų apžvalga pateikiama šio darbo 2 skyriuje.

Hiperbolinis vaizdų filtravimas remiasi tuo, jog žmogaus akis nėra labai jautri aukštoms vaizdą sudarančioms harmonikoms. Tad, filtravimo procese tiesiog pašalinamos aukštos vaizdą sudarančios harmonikos. Kadangi pašalintų harmonikų nereikia išsaugoti, gaunamas suspaudimo efektas. Viena šio metodo ypatybių – hiperboliniai filtrai gali dirbti tiek vienmatėje, tiek dvimatėje, tiek trimatėje erdvėje. Turint omenyje, jog tas pats skaitmeninis

vaizdas gali būti užrašytas ir dvimatėje, ir trimatėje, ir vienmatėje erdvėje, iškyla klausimas – kurioje iš tų erdvių hiperbolinis filtravimas efektyviausias (išsami šio metodo taikymo, eksperimentinio tyrimo bei hipotezės tikrinimo metodika pateikiama darbo 3 skyriuje).

Šiame darbe bandoma atsakyti į pastarąjį klausimą, o tiriamojo darbo tikslai yra šie:

- susipažinti su skaitmeninių vaizdų efektyvaus suglaudinimo algoritmais,
- įsisavinti hiperbolinio vaizdų filtravimo idėją,
- iširti, kaip hiperbolinis vaizdų filtras „dirba“ skirtingo matavimo erdvėse,
- nustatyti, ar įmanoma iš anksto numatyti, kurioje erdvėje hiperbolinis filtravimas efektyviausias konkrečiam vaizdai bus efektyviausias.

## 2. Skaitmeninių vaizdų kodavimo (suglaudavimo) metodų analizė

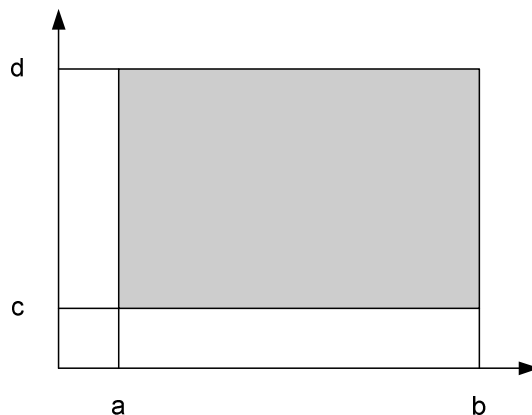
### 2.1 Skaitmeninių vaizdų erdvė

Realaus pasaulio vaizdai gali būti nagrinėjami dviem aspektais: sandaros ir tuo, kaip žmogus juos mato (priima). Vaizdai yra sudaryti iš realaus pasaulio objektų išspinduliuotos (ar atspindėtos) šviesos spindulių, kurie projektuojami į akies tinklainę. Būtent tuo ir remsimės, sudarinėdami matematinį realaus pasaulio vaizdų modelį, o realaus pasaulio vaizdą siesime su šviesos spindulių projekcija į ribotų fizinių matmenų stačiakampę plokštumos sritį.

Tarkime, jog  $\mathbf{R}$  – realaus pasaulio vaizdų aibė, o  $V \in \mathbf{R}$  – šios aibės elementas (realaus pasaulio vaizdas).  $V$  būdingos šios savybės:

1. Kiekvienas vaizdas turi fizinius matmenis („atramą“) (1 pav.), t. y.

$$\square = \{(x, y) \mid a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\} \subset \mathbb{R}^2.$$



1 pav. Realaus pasaulio vaizdo „atrama“.

Kiekvienas atramos taškas atitinka vieną ir tik vieną realaus pasaulio vaizdo tašką.

Atstumas tarp bet kokių dviejų atramos taškų nusakomas euklidine metrika  $d$ , būtent:

$$d = d(p_1, p_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}.$$

2. Kiekvienas vaizdas  $V$  turi chromatines (spalvines) charakteristikas, kurios nusako šviesos dažnius ir intensyvumus.
3. Vaizdas  $V \in \mathbf{R}$  nėra susietas su jokia jo detalizacijos schema (t. y. vaizdas tolydus).
4. Realaus pasaulio vaizdų aibė yra uždara „iškirpimo“ operacijos atžvilgiu.
5. Realaus pasaulio vaizdų aibė yra uždara izotropinio ištempimo operacijos atžvilgiu.



Chromatinės vaizdo charakteristikos (konkrečiai, šviesos intensyvumas) dažniausiai aprašomos panaudojant realiųjų skaičių intervalą  $I=[0;255]$  bei funkciją  $f: \square \rightarrow I$ , aprašančią šviesos intensyvumą konkrečiame atramos taške.

Spalvotą vaizdą galima modeliuoti kaip susidedantį iš keleto spalvinių komponentių, kai atskirai fiksuojamas kiekvienos spalvinės komponentės intensyvumas. Tad, supaprastintai, pakanka nagrinėti tik nespalvotus (su pilka intensyvumo skale) vaizdus, kuriems fiksuojamas tik šviesos intensyvumas.

Baigtiniai pasirinkto detalizacijos lygio vaizdo modeliai gaunami fiksuojant chromatines charakteristikas tik tam tikruose vaizdo taškuose (pikseliuose). Konkretaus vaizdo elemento (pikselio) šviesos intensyvumo reikšmė gali būti apskaičiuojama taip:

$$f'(P) = \frac{\iint f(x, y) dx dy}{\iint_P dx dy}; \quad (1)$$

čia:  $P$  – pikselio užimama „atramos“ sritis, ir  $f(x,y)$  – šviesos intensyvumą taške  $(x,y)$  nusakanti funkcija. Norint gauti skaitmeninį vaizdą, reikia ne tik diskretizuoti jį, bet ir kvantuoti šviesos intensyvumo lygius. Kvantavimas atliekamas, atsižvelgiant į tai, jog žmogaus akis logaritmiškai reaguoja į šviesos intensyvumo didėjimą (mažėjimą); be to, žmogaus akis fiksuoja tik 1 proc. šviesos intensyvumo pokyčius. Taigi jei  $I_0$  – pradinis intensyvumo lygis, tuomet:  $I_1 = 1,01 I_0$ ,  $I_2 = (1,01)^2 I_0$ , ...,  $I_n = (1,01)^n I_0$ .

Atlikus vienoje ar kitoje erdvėje diskretizavimą bei kvantavimą, jau galima kalbėti apie apibendrintą skaitmeninių vaizdų aibę:

$$S^d(n) = \left\{ [X(m)] \mid m = (m_1, \dots, m_d) \in I^d \right\}; \quad (2)$$

čia:  $I = \{0, 1, \dots, N-1\}$ ,  $N = 2^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $X(m) \in \{0, 1, \dots, 2^p - 1\}$  ir nusako  $m$ -ojo vaizdo elemento (pikselio) šviesos intensyvumą; skaičius  $p$  ( $p \geq 1$ ) nurodo pikselio reikšmėms koduoti skirtą bitų kiekį (kai  $p=1$ , turime dvispalvį – juodai baltą vaizdą; kai  $p>2$  turime pilką (nespalvotą) vaizdą su  $2^p$  intensyvumo lygiais); parametras  $n$  charakterizuoja vaizdo detalizacijos lygį;  $d$  – parametras nusakantis vaizdo dimensiskumą ( $d \in \{1, 2, 3\}$ ). Dimensiskumo įvedimas leidžia praplėsti skaitmeninio vaizdo sąvoką, įvedant vienmatę ir trimatę vaizdų erdves. Vienmačio skaitmeninio vaizdo pavyzdžiu gali būti diskretizuotas garsas, EKG signalai, o trimačio vaizdo – video sekos.

Skaitmeninių vaizdų aibę papildome, įvesdami atstumo (metrikos) tarp bet kurių dviejų šios aibės elementų sąvoką:

$$\delta = \delta(X_1, X_2) = \sqrt{\frac{1}{N^d} \sum_{m \in I^d} (X_1(m) - X_2(m))^2}; \quad (3)$$

čia  $[X_1(m)]$  ir  $[X_2(m)]$  yra du skaitmeniniai vaizdai.

Taigi  $(S^d, \delta)$  yra baigtinė  $d$ -mačių skaitmeninių vaizdų erdvė, kurioje formuluojamos ir sprendžiamos įvairios su vaizdų apdorojimu susijusios problemos.

## 2.2 Trumpa vaizdų suglaudavimo metodų apžvalga

Vaizdų suglaudavimo metodai gali būti skirstomi į informaciją pilnai išsaugančius ir dalinai informaciją prarandančius metodus. Pirmieji metodai dažniausiai naudoja populiarius duomenų suspaudimo algoritmus, tokius kaip RLE, LZW ir kt. Šie metodai duoda menką suspaudimo koeficientą (2-3 kartai) natūralios kilmės vaizdams, bet puikiai tinka dirbtinės kilmės vaizdams – brėžiniams, grafikos darbams ir pan. Šie metodai panaudojami keliuose populiariuose vaizdų kodavimo formatuose: GIF, PNG, TIFF ir kt.

Dalį informacijos prarandantys vaizdų suglaudimo metodai remiasi tuo, jog žmogaus akis nėra jautri mažiems pasikeitimams vaizde (tą patį galima pasakyti ir apie žmogaus klausą). Šie metodai puikiai tinka natūralios kilmės vaizdams (pavyzdžiui, nuotraukoms) suglaudinti, pasiekiamas aukštas duomenų suspaudimo lygis (10-20 kartų), tuo pačiu išsaugant neblogą vizualinę atkurto vaizdo kokybę. Paprastai, šie metodai remiasi vaizdo pervedimu į spektrinę sritį ir tolimesniu jo apdorojimu šioje srityje. Populiariausias vaizdų suglaudavimo metodas su informacijos praradimu yra JPEG standartas. Šis metodas padarė perversmą internete, leido fotografijoms masiškai paplisti visame internete. Tačiau efektyvių vaizdo kodavimo metodų paieška nesustoja – tyrinėjami kiti perspektyvūs metodai: hiperbolinis vaizdų filtravimas, fraktalinės kodavimo procedūros ir panašiai.

### 2.2.1 Vaizdų suglaudavimo metodai be informacijos praradimo

Vaizdų suglaudavimo metodai be informacijos praradimo naudojami tuomet, kai informacijos praradimas netoleruotinas arba patys vaizdai yra specifiniai (grafikai, brėžiniai ir kt.). Natūralios kilmės vaizdams šie metodai leidžia pasiekti 2-3 kartų suspaudimo laipsnį, o specifiniams vaizdams gaunami kur kas geresni rodikliai. Panagrinėsime kelis populiarius tokio tipo suspaudimo metodus: RLE ir LZW.

#### *RLE kodavimo metodas*

Tai labai paprastas duomenų suspaudimo metodas, paremtas idėja, jog prieš kiekvieną koduojamą reikšmę galima nurodyti jos pasikartojimų iš eilės skaičių. Iš čia kilęs ir pats

metodo pavadinimas (RLE – **R**un **L**ength **E**ncoding) [2]. Tarkime norime užkoduoti šešioliktainę seką

0x11 0x11 0x11 0x77 0x77 0x99 0x99 0x99 0x99 0x99 0x99.

Turime 3 kartus pasikartojančią reikšmę 0x11, 2 kartus pasikartojančią reikšmę 0x77 ir 6 kartus pasikartojančią reikšmę 0x99. Užkoduota seka atrodytų taip:

0x03 0x11 0x02 0x77 0x06 0x99.

Suspaudimo laipsnis šiuo atveju bus:

$$\alpha = \frac{11}{6} = 1.83.$$

RLE kodavimo metodas tinka koduoti tiems vaizdams, kuriuose yra daug vienodų iš eilės einančių pikselių, tačiau kai vaizdas įvairesnis, galima gauti ir žymiai blogesnius rezultatus nei išvis nenaudojant suglaudavimo. Siekiant to išvengti, įvedamas specialus „žymėjimas“ nepasikartojančių reikšmių sekoms. Tokiai žymei galima panaudoti skaičių 0x00, šioje vietoje realizacija gali būti įvairi atsižvelgiant į glaudinamų duomenų specifiką.

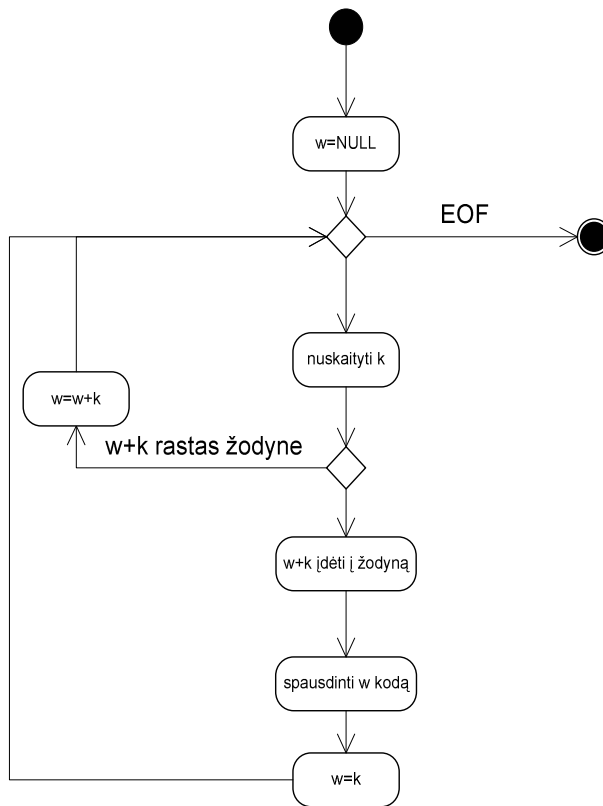
Praktikoje naudojama keletas įvairių šio metodo modifikacijų: Microsoft RLE, CompuServe RLE ir kt. Šis metodas naudojamas šiuose vaizdų ir ne tik kodavimo formatuose: BMP, PDF, TIFF.

### ***LZW kodavimo metodas***

Šis metodas sudėtingesnis už aukščiau aprašytąjį, bet ne mažiau populiarus. Pirmąsyk jis publikuotas 1977 m. (Lempel ir Ziv), o vėliau 1984 m. papildytas (Terry Welch). Metodas remiasi pasikartojančių simbolių sekų žodyno sudarymu, o suspaudimo efektas gaunamas, vietoj pasikartojančių sekų išsaugant tik sekos numerį, kuriuo ji užregistruota žodyne. Ypatingai naudinga algoritmo savybė ta, jog žodyną visai nebūtina išsaugoti – jis gali būti atstatytas duomenų išskleidimo metu [3].

Supaprastintai, minėtas suglaudimo algoritmas gali būti užrašytas UML diagrama (2 pav.)

Imkime simbolių seką: ^WED^WE^WEE^WEB^WET. Pradinis algoritmo žodynas užpildomas visais 256 ASCII simboliais, tad sekančių įrašų numeriai bus didesni už 256. Tai reiškia, jog kiekvienam kodui reikės skirti daugiau nei 8 bitus. Algoritmo veikimas pateikiamas 1 lent.



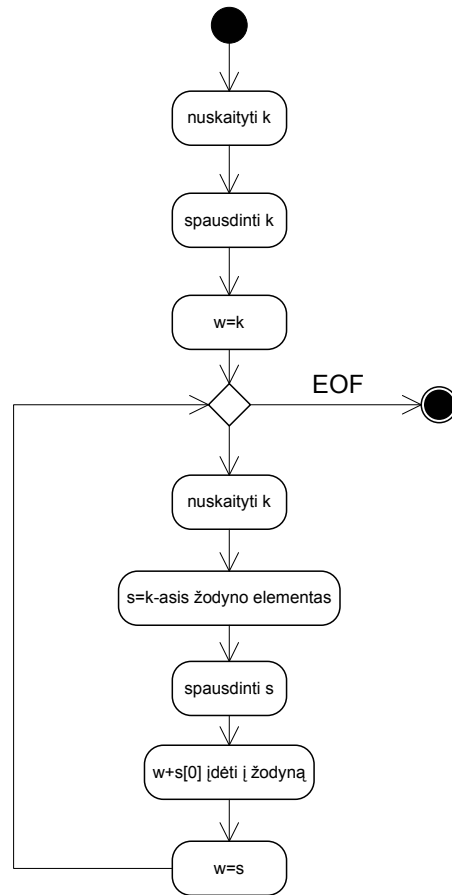
2 pav. LZW suglaudinimo algoritmas.

1 lentelė. Suglaudinimo algoritmo žingsniai.

w	k	išvedimas	kodas	simboliai
NULL	^			
^	W	^	256	^W
W	E	W	257	WE
E	D	E	258	ED
D	^	D	259	D^
^	W			
^W	E	256	260	^WE
E	^	E	261	E^
^	W			
^W	E			
^WE	E	260	262	^WEE
E	^			
E^	W	261	263	E^W
W	E			
WE	B	257	264	WEB
B	^	B	265	B^
^	W			
^W	E			
^WE	T	260	266	^WET
T	EOF	T		

Gavome, jog 19 simbolių seka sutrumpėjo iki 12 simbolių (kodų, kuriems turėtų būti skiriami 9 bitai). Suspaudimo efektas nėra didelis, tačiau, esant didesniems duomenų kiekiams (100 ir daugiau baitų), algoritmo dirbas žymiai efektyvesnis.

Išskleidimo algoritmas taip pat nesudėtingas ir gali būti užrašytas UML diagrama taip:



3 pav. LZW išskleidimo algoritmas.

Algoritmo veikimas išskleidžiant seką „^WED<256>E<260><261><257>B<260>T“ pateikiamas 2 lentelėje:

2 lentelė. Išskleidimo algoritmo žingsniai.

w	k	išvedimas	kodas	simboliai
	^	^		
^	W	W	256	^W
W	E	E	257	WE
E	D	D	258	ED
D	<256>	^W	259	D^
<256>	E	E	260	^WE
E	<260>	^WE	261	E^
<260>	<261>	E^	262	^WEE
<261>	<257>	WE	263	E^W
<257>	B	B	264	WEB
B	<260>	^WE	265	B^
<260>	T	T	266	^WET

Abu algoritmai gana paprasti ir pakankamai greiti, egzistuoja ne viena komercinė jų realizacija, tačiau jų panaudojimą apsunkina patentai (gera žinia, jog įvairiose šalyse jie nustoja galioti 2003-2004 metais). Šis metodas (vidutiniškai) pasiekia didesnę nei „2 kartai“ suspaudimo laipsnį. LZW panaudojamas šiuose grafinių vaizdų kodavimo formatuose: GIF, TIFF, PCX.

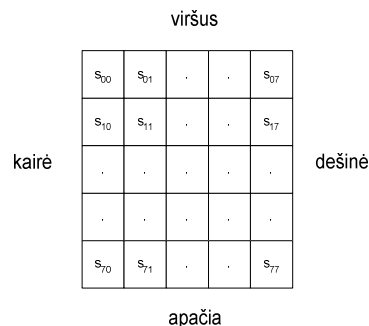
## 2.2.2 Vaizdų suglaudimas su informacijos praradimu

### *JPEG kodavimo metodas*

JPEG – informaciją prarandantis vaizdų kodavimo metodas skirtas spalvotiems bei nespalvotiems vaizdams bei fotografijoms koduoti. Metodas pavadintas pagal šį standartą kūrusios jungtinės fotografijos ekspertų grupės pavadinimą (**J**oint **P**hotographic **E**xperts **G**roup) [4]. Šis standartas aprašo du suglaudimo metodus: informaciją prarandantį ir informaciją išsaugantį. Pirmasis metodas paremtas diskrečiosios kosinusinės transformacijos (DKT) taikymu, tuo tarpu kai antrasis metodas naudoja aritmetinį (arba Hafmano) kodavimą. DKT paremto metodo įgyvendinimas yra privalomas visoms JPEG kodavimo/dekodavimo realizacijoms, todėl šį metodą panagrinėsime plačiau (tačiau nagrinėsime tik privalomas ir dažniausiai naudojamas šio standarto priemones).

Informaciją prarandantis JPEG suglaudimas nespalvotiems vaizdams realizuojamas tokia tvarka:

1. Pradinis paveikslėlis (skaitmeninis vaizdas) suskaidomas blokeliais 8x8. Vėliau kiekvienas blokelis apdorojamas ir koduojamas atskirai (4 pav.).
2. Visų blokelių 8x8 elementų (pikselių) reikšmės centruojamos, atimant 128.



**4 pav. pradinio paveikslėlio (blokelis 8x8).**

3. Blokeliui (8x8) taikoma diskrečioji kosinusinė transformacija (DKT), būtent:

$$S_{vu} = \frac{1}{4} C_u C_v \sum_{x=0}^7 \sum_{y=0}^7 s_{xy} \cos \frac{(2x+1)u\pi}{16} \cos \frac{(2y+1)v\pi}{16};$$

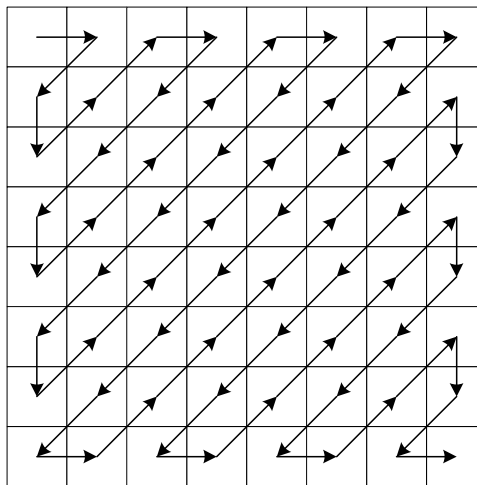
čia:  $C_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ;  $C_u = C_v = 1$ , kai  $u \neq 0, v \neq 0$ .

4. Gauti spektriniai DKT koeficientai kvantuojami, panaudojant specialiai parinktas kvantavimo matricas  $Q$ , t.y.

$$Sq_{vu} = \text{round} \left( \frac{S_{vu}}{Q_{vu}} \right);$$

čia:  $Q_{vu}$  – kvantavimo matricos elementas. Prarandamos informacijos (būtent šiame etape) kiekis priklauso nuo panaudotos matricos  $Q$  vidinės struktūros.

5. Kvantuoti spektriniai DKT koeficientai (kiekvienam blokeliui 8x8) nuskaitomi zigzagine tvarka; be to, saugomos ne absoliučios koeficiento  $S_{0,0}$  reikšmės, o šių reikšmių pokyčiai nuosekliai apeinant blokelių 8x8 (5 pav.).



5 pav. Zigzaginiis kvantuotų spektrinių DKT koeficientų nuskaitymas.

6. Nuskaityti spektriniai koeficientai papildomai apdorojami, taikant aritmetinį (arba Hafmano) kodavimą.
7. Koduoti duomenys išsaugomi.

Vaizdo dekodavimas atliekamas, vykdant tuos pačius veiksmus atvirkščia tvarka (su nežymiais nukrypimais); būtent: kvantavimą keičiant dekvantavimu  $R_{vu} = Sq_{uv} \cdot Q_{uv}$ ; vietoj diskrečiosios kosinusinės transformacijos imant atvirkštinę diskrečiąją kosinusinę transformaciją:

$$r_{yx} = \frac{1}{4} C_u C_v \sum_{u=0}^7 \sum_{v=0}^7 S_{vu} \cos \frac{(2x+1)u\pi}{16} \cos \frac{(2y+1)v\pi}{16};$$

(čia  $r_{xy}$  – atkoduoto vaizdo elementas (pikselis)).

JPEG kodavimo metodas leidžia pasiekti aukštą vaizdo suspaudimo laipsnį (10-20 kartų), tuo pačiu išsaugant aukštą (vizualinę) atkurto vaizdo kokybę. Dėl šių savybių JPEG metodas (standartas) plačiai paplito pasaulyje.

### ***BTC kodavimo metodas***

BTC algoritmas skirtas nespaltotiems dvimačiams vaizdams suglaudinti. Apdorojamas vaizdas, kaip ir JPEG atveju, suskaidomas blokeliais, kurie vėliau koduojami atskirai; iš to ir kilęs metodo pavadinimas – blokinių vaizdų kodavimas (**B**lock **T**runcation **C**oding). Trumpai apie patį metodą.

Paprastai, vaizdas (vaizdo fragmentas, blokelis) pateikiamas kaip pikselių reikšmių aibė  $\{x_k | k=1, 2, \dots, m\}$ ; kita vertus, tą pačią informaciją apie vaizdą „neša“ įvairių eilių pradiniai

$$\text{momentai} - v_k = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i^k, k=1, 2, \dots, m. \text{ Svarbiausieji iš jų} - v_1 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i \text{ ir } v_2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i^2.$$

Bazinio BTC algoritmo idėja gana paprasta – vaizdo elementams (pikseliams) koduoti naudojami tik du lygiai  $a$  ir  $b$ , ir jie parinkami taip, kad būtų išsaugomi pirmieji vaizdo momentai  $v_1$  ir  $v_2$ .

Tarkime, jog  $q$  yra pikselių, kuriems buvo priskirta reikšmė (kvantavimo lygis)  $b$ , skaičius. Tuomet  $m-q$  pikseliams buvo priskirta reikšmė  $a$ . Užrašome:

$$\begin{cases} \frac{1}{m} ((m-q) \cdot a + q \cdot b) = v_1 \\ \frac{1}{m} ((m-q) \cdot a^2 + q \cdot b^2) = v_2 \end{cases}.$$

Išsprendę šią sistemą, gauname :

$$a_{1,2} = v_1 \pm \sigma \sqrt{\frac{m-q}{q}}, \quad \sigma = \sqrt{v_2 - v_1^2}.$$

Kadangi reikšmė  $a$  priskiriama, tiems pikseliams, kurių  $x_i < x_{slenkst.} = v_1$ , tai  $a = v_1 - \sigma \sqrt{\frac{m-q}{q}}$ , o  $b = v_1 + \sigma \sqrt{\frac{m-q}{q}}$ . Baziniame BTC algoritmo variante apdorojamas vaizdas suskaidomas blokeliais 4x4, t. y.  $m=16$ ; kiekvienam 4x4 blokeliui išsaugomos  $a$  ir  $b$  reikšmės bei bitinė plokštuma (4x4), kurios vienetiniai elementai atitinka blokelių 4x4 pikselius su priskirta reikšme  $a$ . Jeigu pradiniam vaizde pikselių reikšmėms koduoti buvo skirta  $p$  bitų, tai gaunamas vaizdo suspaudimo koeficientas bus toks:



$$\alpha = \frac{16p}{2p+16}.$$

Galimos įvairios BTC algoritmo modifikacijos, atsižvelgiant į kvantavimo slenksčio bei lygių parinkimą, kvantavimo rezultatų bei bitinės plokštumos kodavimą (netgi atsisakant jų) [5].

### ***Hiperbolinio vaizdų filtravimo metodas***

Hiperbolinio vaizdų filtravimo metodas gali būti taikomas įvairaus matavimo nespaltotiems vaizdas. Metodas grindžiamas šiomis prielaidomis:

- žmogaus akis nėra labai jautri aukštoms vaizdą sudarančioms harmonikoms;
- vaizdą sudarančių harmonikų amplitudės turi tendenciją mažėti, didėjant jų eilės numeriams.

Bendra hiperbolinio vaizdų filtro veikimo schema parodyta 6 pav. Pastebėsime, jog hiperboliniam vaizdo filtravimui gali būti naudojama bet kuri diskrečioji transformacija (DT), duodanti kompaktišką nenulinių spektrinių koeficientų išsidėstymą (kosinusinė (DKT), Volšo ir Adamaro (VAT), Haaro (HT) ir kt.).

Vienmatė diskrečioji transformacija aprašoma kaip vaizdo (vektoriaus)  $X$  daugyba iš DT matricos  $T$ , t. y.

$$Y = \frac{1}{N} T \cdot X ; \quad (4)$$

čia:  $Y(k)$  –  $k$ -asis vaizdo  $X$  diskrečiojo spektro  $Y$  elementas. Diskrečiosios transformacijos matrica  $T$  yra ortogonalinė, o jos eilutės (transformacijos baziniai vektoriai) išdėstytos pagal dažnį.

Atvirkštinė diskrečioji transformacija užrašoma labai panašiai:

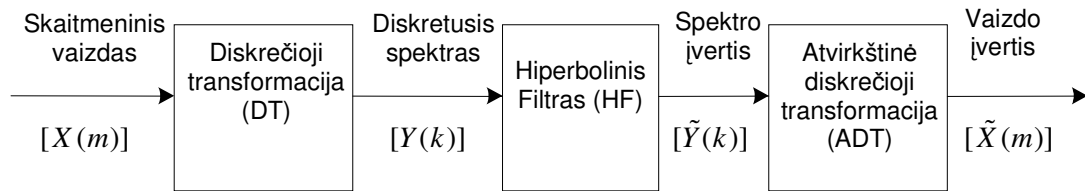
$$X = T^T \cdot Y ; \quad (5)$$

kai kurioms diskrečiosioms transformacijoms  $T = T^T$ , tuomet tą pačią realizaciją galima panaudoti tiek tiesioginei tiek atvirkštinei diskrečiajai transformacijoms. Pastebėsime, jog daugiamačiams vaizdams diskretieji spektrai apskaičiuojami pakartotinai taikant atitinkamas vienmates transformacijas (pagal kiekvieną erdvinę vaizdo koordinatę atskirai).

Imkime  $d$ -matį skaitmeninį vaizdą  $[X(m)] \in S^d(n)$ ,  $d \in \{1, 2, 3\}$ ; jo  $d$ -matį diskretųjį spektrą pažymėsime  $[Y(m)]$ . Hiperbolinio vaizdų filtro veikimas nusakomas išraiška:

$$\tilde{Y}(k) = \tilde{Y}(k_1, \dots, k_d) = \begin{cases} Y(k_1, \dots, k_d), & \bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d \leq M_d ; \\ 0, & \bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d > M_d \end{cases} ; \quad (6)$$

čia:  $\bar{k}_i = \max\{k_i, 1\}$ ,  $i \in \{1, \dots, d\}$ ;  $M_d$  – hiperbolinio filtro lygis  $d$ -matėje erdvėje,  $1 \leq M^d \leq N^d$ .



6 pav. Hiperbolinio vaizdų filtro veikimo schema.

Kaip matome, spektriniai koeficientai, kurių indeksų sandauga didesnė už filtro lygį, yra atmetami (suspaudimo efektas). Atkuriant vaizdą, atmetieji spektriniai koeficientai keičiami nuliais – gaunamas vaizdo įvertis [6].

Aprašytoji hiperbolinio vaizdų filtravimo schema gali būti taikoma tiek vienmačiams, tiek dvimačiams bei trimačiams vaizdams, aišku, atitinkamai parenkant vienmatę, dvimatę ar trimatę diskrečiąsias transformacijas.

Hiperbolinis vaizdų filtras leidžia suspausti vaizdą 5-10 kartų, kartu išsaugant gana neblogą atkurto vaizdo (vizualinę) kokybę. Svarbiausias metodo privalumas yra tas, jog galima spausti įvairiamačius vaizdus, ir vaizdo suspaudimo efektyvumas stipriai susijęs su vaizdo glodumu. Dėl minėtų metodo savybių hiperbolinio filtravimo (skirtingo matavimo erdvėse) metodas pasirinktas tyrimo objektu, išsamesnė metodo analizė pateikiama tolimesniuose skyreliuose.

### 3. Apibendrinta hiperbolinio vaizdų filtravimo idėja, jos realizavimo ypatumai.

Moksliniuose straipsniuose [7,8] pastebėta, jog tas pats skaitmeninis vaizdas gali būti interpretuojamas kaip vienmatis, dvimatis ar trimatis vaizdas, ir, atitinkamai, gali būti filtruojamas (hiperboliniu filtru) bet kurioje iš šių erdvių. Iškelta idėja, jog kai kuriuos skaitmeninius vaizdus tikslingiau (efektyviau) filtruoti ne jų „gimtojoje“ erdvėje, o kurioje nors „gretimoje“ erdvėje. Idėja grindžiama vien teoriniais samprotavimais. Šio darbo vienas pagrindinių tikslų – eksperimentiškai ištirti kaip hiperbolinis vaizdų filtras dirba skirtingo matavimo erdvėse, kaip vaizdo glodumas įtakoja hiperbolinių filtrų darbo efektyvumą. Siekiant įgyvendinti šį tikslą, būtina:

- parinkti ir realizuoti efektyvų (hiperbolinio filtravimo prasme) vaizdo pervedimo iš vienos erdvės į kitą metodą;

- parinkti ir realizuoti kurią nors diskrečiąją transformaciją, pasižyminčią kompaktišku spektrinių koeficientų išsidėstymu;
- realizuoti hiperbolinį filtrą, kuriame būtų susieti filtravimo lygis ir vaizdo suspaudimo efektas (kartais);
- parinkti ir realizuoti vaizdo filtravimo kokybės įvertinimo metodą.

Moksliniame straipsnyje [8] pastebėta, jog hiperbolinio vaizdų filtro darbo efektyvumas glaudžiai susijęs su vaizdo glodumo sąvoka. Hiperbolinio filtro veikimas remiasi tuo, jog atmetami aukštas harmonikas atspindintys spektriniai koeficientai, tad natūralu, jog glodesnis vaizdas (turintis mažiau aukštų harmonikų) bus filtruojamas efektyviau. Taigi, žinant vaizdo glodumą įvairiose erdvėse, galbūt galima prognozuoti, kurioje erdvėje hiperbolinis vaizdo filtravimas bus efektyviausias. Minėtame straipsnyje iškeliami hipotezė, jog hiperbolinis filtras dirbs efektyviausiai toje erdvėje, kurioje parametras (kriterijus)  $(M_d)^{\alpha_d}$  įgyja maksimalią reikšmę;  $M_d$  – hiperbolinio filtro lygis  $d$ -matėje erdvėje (jis parenkamas taip, kad nufiltravus vaizdą visose erdvėse būtų paliktas toks pat spektrinių koeficientų kiekis);  $\alpha_d$  – vaizdo glodumo parametro reikšmė  $d$ -matėje erdvėje ( $d \in \{1, 2, 3\}$ ). Deja šios hipotezės teisingumas nepatikrintas eksperimentiškai, tad dar vienas šio darbo tikslas – eksperimentiškai nustatyti, ar įmanoma iš anksto nuspėti (taikant [8] straipsnyje aprašytą kriterijų), kurioje erdvėje hiperbolinis filtras dirba efektyviausiai (konkrečiam vaizdui). Siekiant įgyvendinti šį tikslą, būtina papildomai : parinkti ir realizuoti vaizdo glodumo kiekybinio įvertinimo metodiką.

Detalesnė atliktų tyrimų eiga pateikiama tolimesniuose skyreliuose.

### 3.1 Diskrečiųjų transformacijų taikymas hiperboliniame filtravime

Kaip jau buvo minėta ankstesniame skyrelyje, diskrečiosios transformacijos yra viena iš esminių hiperbolinio vaizdų filtravimo grandžių. Filtravimui gali būti panaudotos tiksliai tos diskrečiosios transformacijos, kurios duoda kompaktiškai išdėstytus spektrinius koeficientus (kitais tarus transformacijos baziniai vektoriai transformacijos matricoje turi būti išdėstyti pagal dažnį). Praktikoje, patogiau dirbti su realiaisiais skaičiais, todėl tyrimui galėtume naudoti šias transformacijas: diskrečioji Volšo ir Adamaro transformacija, diskrečioji kosinusinė transformacija, diskrečioji Haaro transformacija [9]. Buvo pasirinkta diskrečioji kosinusinė transformacija (DKT), nes ji geriausiai „pakuoja“ spektrinius koeficientus, ir, galima sakyti, plačiausiai taikoma vaizdų kodavime [10].

Diskrečiosios kosinusinės transformacijos (DKT) matrica yra tokia:

$$T = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{N}} & \frac{1}{\sqrt{N}} & \dots & \frac{1}{\sqrt{N}} \\ \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{\pi}{2N}\right) & \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{3\pi}{2N}\right) & \dots & \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{(2N-1)\pi}{2N}\right) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{(N-1)\pi}{2N}\right) & \dots & \dots & \sqrt{\frac{2}{N}} \cos\left(\frac{(2N-1)(N-1)\pi}{2N}\right) \end{pmatrix}; \quad (7)$$

čia:  $N$  – transformuojamo vienmačio vaizdo vektoriaus elementų skaičius. Aišku, kad skaičiuojant diskretųjį vaizdo spektrą pagal apibrėžimą ((4) formulė, 2.2.2 skyrelis), algoritmo sudėtingumas yra  $O(N^2)$ , tad praktikoje jo taikymas yra ribotas (tik mažiems duomenų kiekiams). Kita vertus, nors DKT neturi „greito“ skaičiavimo algoritmo (kurio sudėtingumas būtų mažesnis), diskretųjį DKT spektrą galima rasti taikant greitą Furje transformaciją (GFT). Pastaruoju atveju apdorojamą vaizdą reikia preliminariai modifikuoti. Pastebėsime, jog GFT sudėtingumas apie  $O(N \log_2 N)$ . DKT spektras apskaičiuojamas taip:

1. Modifikuojamas pradinis vaizdas (vektorius).
2. Modifikuotam vektoriui taikoma GFT.
3. Apskaičiuojami spektriniai DKT koeficientai, taikant išraiškas:

$$L_x(k) = \begin{cases} 2\sqrt{N}a_0, & k = 0 \\ 2\sqrt{2N} \left( a_k \cos\left(\frac{k\pi}{2N}\right) + b_k \sin\left(\frac{k\pi}{2N}\right) \right), & k > 0 \end{cases}; \quad (8)$$

čia:  $C_x(k) = a_k + i \cdot b_k$  –  $k$ -asis spektrinis Furje koeficientas (kompleksinis skaičius);  $L_x(k)$  –  $k$ -asis spektrinis DKT koeficientas. Atvirkštinės diskrečiosios kosinusinės transformacijos realizavimas, taikant atvirkštinę GFT (AGFT), šiek tiek sudėtingesnis:

1. Modifikuojamas DKT spektras.

$$\tilde{L}_x(k) = \begin{cases} e^{i \frac{k\pi}{2N}} \cdot L_x(k), & k = 0, 1, \dots, N-1 \\ 0, & k = N, N+1, \dots, 2N-1 \end{cases}. \quad (9)$$

2. Vektoriui  $[\tilde{L}_x(k)]$  taikoma AGFT.
3. Pradinis vaizdas gaunamas panaudojant išraiškas:

$$X(m) = \frac{1-\sqrt{2}}{N} L_x(0) + \sqrt{\frac{2}{N}} x_m. \quad (10)$$

čia:  $\tilde{X}(m) = x_m + i \cdot y_m$  –  $m$ -asis vaizdo, atitinkančio spektrą  $[\tilde{L}_x(k)]$ , elementas.

Kadangi GFT algoritmą galima taikyti tik vaizdams (vektoriams), kurių dydis  $N = 2^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , tad būtent tokie vaizdai ir bus tiriami eksperimentiškai.

Norint apskaičiuoti DKT spektrą dvimačiam vaizdui, reikia paeiliui taikyti vienmatę DKT visoms dvimačio vaizdo eilutėms, o po to, visiems stulpeliams. Analogiškai realizuojama ir trimatė DKT – iš pradžių stulpeliams, tada eilutėms, ir, galiausiai, pagal trečiąją erdvinę vaizdo koordinatę.

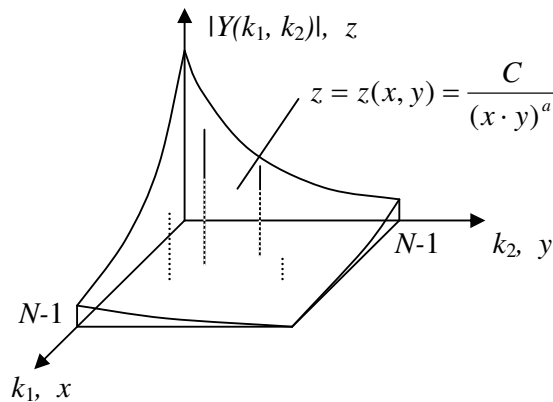
DKT skaičiavimas, panaudojant, GFT realizuotas JAVA kalba, ir ši realizacija panaudota eksperimentams atlikti.

### 3.2 Vaizdo glodumo įvertinimas skirtingo matavimo erdvėse

Nagrinėkime skaitmeninį vaizdą  $[X(m)] \in S^d(n)$ ,  $m = (m_1, m_2, \dots, m_d) \in I^d$ ,  $d \in \{1, 2, 3\}$  bei diskrečiąją transformaciją DT (baziniai vektoriai surūšiuoti pagal dažnį). Pritaikę DT vaizdui  $[X(m)]$ , gausime diskretųjį vaizdo spektrą  $[Y(k)]$ ,  $k = (k_1, k_2, \dots, k_d) \in I^d$ . Spektrinių koeficientų masyvas  $\{|Y(k)| \mid k \in I^d, k_1^2 + \dots + k_d^2 \neq 0\}$  gali būti aproksimuojamas hiperboliniu „paviršiumi“ (7 pav.)

$$z = z(k) = z(k_1, \dots, k_d) = \frac{C_d}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{\alpha_d}}; \quad (11)$$

čia:  $\bar{k}_i = \max\{k_i, 1\}$ ,  $i \in \{1, \dots, d\}$ ;  $C_d$  - konstanta;  $\alpha_d$  - vaizdo glodumo parametro  $d$ -matėje erdvėje reikšmė. Kitaip tariant, kuo greičiau „gęsta“ spektriniai koeficientai (mažiau aukštų harmonikų), tuo glodesnis vaizdas, tuo didesnė parametro  $\alpha_d$  reikšmė. Būtent šio aproksimuojančio „paviršiaus“ parametras  $\alpha_d$  ir naudosime kaip kiekybinį vaizdo glodumo įvertį  $d$ -matėje erdvėje [11].



7 pav. Vaizdo spektrinius koeficientus aproksimuojantis hiperbolinis paviršius.

Siekiant konkrečiam vaizdui nustatyti glodumo parametras, reikia surasti vaizdo diskretųjį spektrą aproksimuojantį „paviršių“. Šiam tikslui galima panaudoti mažiausių jų kvadratų metodą, stengiantis minimizuoti išraišką:

$$\Delta(C_d, \alpha_d) = \sum_{\substack{k \in I^d \\ (k_1^2 + \dots + k_d^2 \neq 0)}} \left( \frac{C_d}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{\alpha_d}} - |Y[k]| \right)^2 \rightarrow \min . \quad (12)$$

Kairioji (12) išraiškos pusė įgis ekstremalias reikšmes, kai jos dalinės išvestinės pagal  $C_d$  ir  $\alpha_d$  bus lygios nuliui, būtent:

$$\begin{cases} \frac{\partial \left( \sum_k \left( \frac{C_d}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{\alpha_d}} - |Y[k]| \right)^2 \right)}{\partial C_d} = 0 \\ \frac{\partial \left( \sum_k \left( \frac{C_d}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{\alpha_d}} - |Y[k]| \right)^2 \right)}{\partial \alpha_d} = 0 \end{cases} . \quad (13)$$

Nesunku paskaičiuoti šios sistemos pirmosios lygties dalinę išvestinę:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \left( \sum_k \left( \frac{C_d}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{\alpha_d}} - |Y[k]| \right)^2 \right)}{\partial C_d} &= \sum_k 2 \cdot \left( \frac{C_d}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{\alpha_d}} - |Y[k]| \right) \cdot \frac{\partial \left( \frac{C_d}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{\alpha_d}} - |Y[k]| \right)}{\partial C_d} = \\ &= \sum_k \left( 2 \cdot \left( \frac{C_d}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{\alpha_d}} - |Y[k]| \right) \cdot \frac{1}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{\alpha_d}} \right) = 2 \sum_k \left( \frac{C_d}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{2 \cdot \alpha_d}} \right) - 2 \sum_k \left( \frac{|Y[k]|}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{\alpha_d}} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

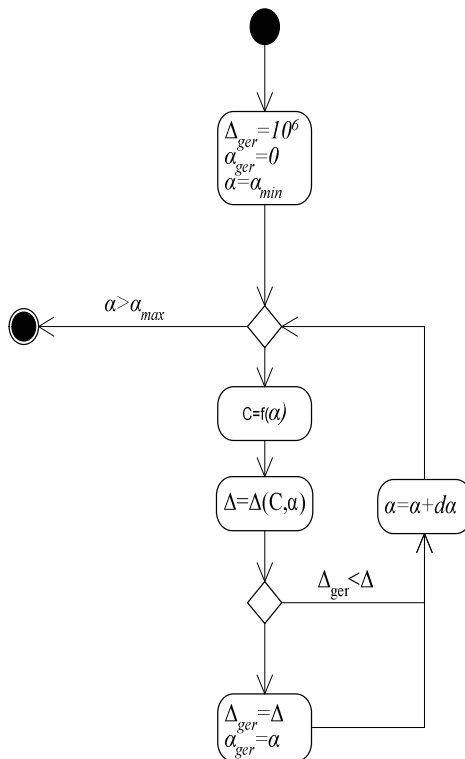
Dabar, iš (13) ir (14) gauname, jog:

$$\begin{aligned} 2 \sum_k \left( \frac{C_d}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{2 \cdot \alpha_d}} \right) - 2 \sum_k \left( \frac{|Y[k]|}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{\alpha_d}} \right) &= 0, \\ 2 \sum_k \left( \frac{C_d}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{2 \cdot \alpha_d}} \right) &= 2 \sum_k \left( \frac{|Y[k]|}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{\alpha_d}} \right), \\ C_d \cdot \sum_k \left( \frac{1}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{2 \cdot \alpha_d}} \right) &= \sum_k \left( \frac{|Y[k]|}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{\alpha_d}} \right), \\ C_d &= \frac{\sum_k \left( \frac{|Y[k]|}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{\alpha_d}} \right)}{\sum_k \left( \frac{1}{(\bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d)^{2 \cdot \alpha_d}} \right)}. \end{aligned} \quad (15)$$

Taigi, turėdami  $\alpha_d$  galime apskaičiuoti  $C_d$ . Deja analiziškai ((13) sistema) surasti  $\alpha_d$  sudėtinga. Galima pasielgti daug paprasčiau ir atkreipti dėmesį į tai, jog turime priklausomybę  $C_d = f(\alpha_d)$  ((15) išraiška); tad užtenka perrinkti galimas  $\alpha_d$  reikšmes ir kiekvienai jų surasti  $C_d$  reikšmes, su kuriomis (12) išraiška įgauna ekstremalią reikšmę. Iš visų ekstremalių reikšmių belieka išrinkti pačią mažiausiąją. Galimas ir kitoks glodumo įverčio radimo būdas: (13) sistemą galima spręsti taikant skaitinius netiesinių lygčių

sprendimo metodus [12] ir iš sprendinių išrinkti tą su kuriuo (12) išraiška įgauna minimalią reikšmę.

Paprasčiausias  $\alpha_d$  apskaičiavimo algoritmas pateiktas 8 pav.

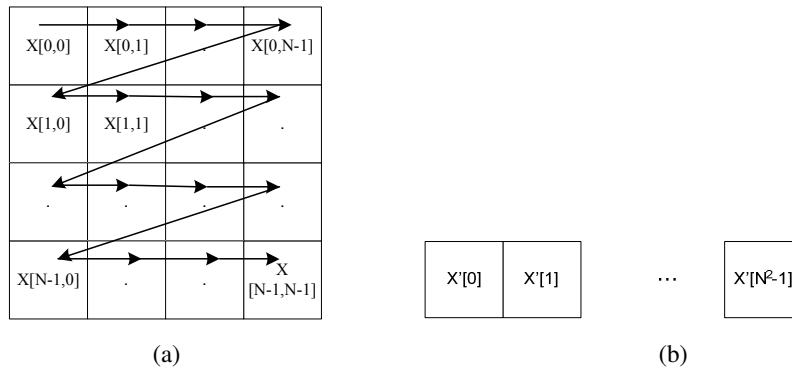


8 pav. Vaizdo glodumo parametro  $\alpha_d$  apskaičiavimo algoritmas.

Realiems vaizdams parametras  $\alpha_d$  įgyja reikšmes iš intervalo (0.00, 2.00); be to, nėra būtinas ir labai didelis tikslumas, tad praktikoje užtenka imti reikšmes  $\alpha_d$  kas 0.1 (arba, kas 0.01). Šis algoritmas realizuotas JAVA kalba, ir buvo panaudotas atliekant eksperimentą.

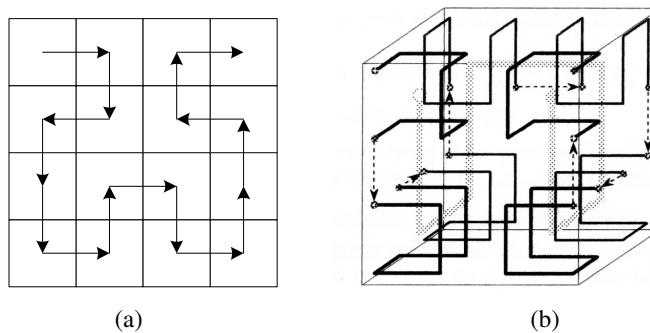
### 3.3 Vaizdo dimensiškumo keitimas: teoriniai aspektai ir procedūros

Kaip jau buvo užsiminta 3-ame skyriuje, tas pats skaitmeninis vaizdas gali būti interpretuojamas kaip dvimatis, trimatis ar, tiesiog, kaip vienmatis vaizdas. Pavyzdžiui, dvimatis vaizdas gali būti nuosekliai nuskaitomas (eilutėmis) ir interpretuojamas kaip vienmatis duomenų masyvas (vaizdas):



9 pav. Skaitmeninio vaizdo užrašymas skirtingo matavimo erdvėse: (a) dvimatis vaizdas; (b) dvimačio vaizdo analogas vienmatėje erdvėje.

Panašiai, trimatis vaizdas gali būti interpretuojamas kaip vienmatis vaizdas. Teoriškai, vaizdo pervedimui iš vienos erdvės į kitą galima panaudoti bet kokią erdvę užpildančią kreivę (trajektoriją), bet, praktiškai, ne visos trajektorijos vienodai (efektyviai) tinka konkrečiam uždaviniui spręsti. Šio darbo tikslas – ištirti hiperbolinio filtro darbo įvairaus matavimo erdvėse efektyvumą, taigi ir vaizdo pervedimas iš vienos erdvės į kitą turi būti atliekamas taip, kad kuo mažiau nukentėtų vaizdo glodumas, t. y. turi būti maksimaliai išsaugomas vaizdo elementų (pikselių) kaimyniškumas. Pastarajam tikslui pasiekti neblogai tinka erdvę užpildančios Hilberto kreivės:



10 pav. Erdvę užpildančios Hilberto kreivės: (a) dvimatė Hilberto kreivė ( $N = 4$ ); (b) trimatė Hilberto kreivė ( $N = 4$ )

Pagrindinės Hilberto kreivių savybės:

- gerai išsaugo vaizdo elementų kaimyniškumą;
- jomis galima užpildyti (ribotą) erdvę, jeigu bet kurios erdvinės vaizdo koordinatės kryptimi yra  $2^n$  taškų (pikselių).

Iš pastarosios savybės seka, jog perėjimas tarp visų trijų erdvių ( $d \in \{1, 2, 3\}$ ) įmanomas tik tuomet, kai vaizdo matmenims galioja sąryšis:

$$n_1 \cdot 1 = n_2 \cdot 2 = n_3 \cdot 3; \quad (16)$$



čia  $n_d$  ( $d \in \{1, 2, 3\}$ ) yra taškų skaičius  $d$ -matėje erdvėje pagal vieną koordinatę.

Panaudojant Hilberto kreives nesunkiai galima pereiti iš dvimatės erdvės į vienmatę (ir atvirkščiai), o taip pat iš trimatės erdvės į vienmatę (ir atvirkščiai), tačiau, tiesioginio perėjimo iš trimatės erdvės į dvimatę erdvę atlikti negalima – reikalinga tarpinė (vienmatė) erdvė:  $3D \rightarrow 1D \rightarrow 2D$ , arba  $2D \rightarrow 1D \rightarrow 3D$ .

Dvimačiu atveju kiekviena  $n$ -os eilės Hilberto kreivė yra sudaryta iš keturių  $n-1$  eilės kreivių, o pastaroji – iš keturių  $n-2$  eilės kreivių. Rekursija kartojama, kol pasiekiamos pirmos eilės Hilberto kreivės (3 lent.) [13].

3 lentelė. Dvimatės Hilberto kreivės ( $d=2$ ;  $P_{1j}=(1\ 0\ -1)$ ,  $P_{2j}=(0\ 1\ 0)$ ).

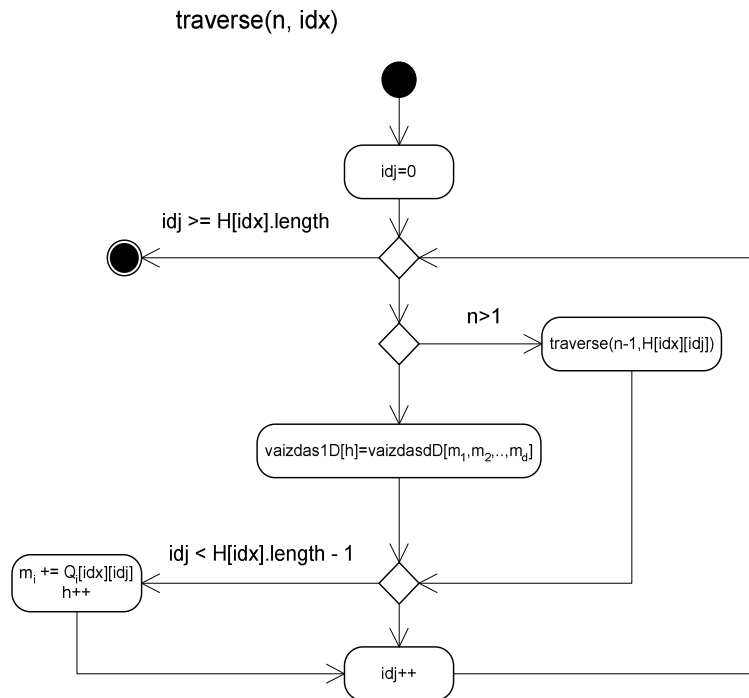
Nr	1-os eilės Hilberto kreivės (dvimatėje erdvėje)	2-os eilės Hilberto kreivės konstruojamos iš 1-os eilės kreivių	Sąsaja tarp 1-os eilės Hilberto kreivių
1		$(H^{(2)}, H^{(1)}, H^{(1)}, H^{(4)})$	$(P_{1j}, P_{2j})$
2		$(H^{(1)}, H^{(2)}, H^{(2)}, H^{(3)})$	$(P_{2j}, P_{1j})$
3		$(H^{(4)}, H^{(3)}, H^{(3)}, H^{(2)})$	$(-P_{1j}, -P_{2j})$
4		$(H^{(3)}, H^{(4)}, H^{(4)}, H^{(1)})$	$(-P_{2j}, -P_{1j})$

Trimačiu atveju situacija panaši – kiekviena  $n$ -os eilės Hilberto kreivė yra sudaryta iš aštuonių  $n-1$  eilės kreivių, o pastaroji – iš aštuonių  $n-2$  eilės kreivių. Rekursija kartojama, kol pasiekiamos pirmos eilės Hilberto kreivės (4 lent.).

4 lentelė. Trimatės Hilberto kreivės ( $d=3$ ;  $Q_{1j}=(1\ 0\ -1\ 0\ 1\ 0\ -1)$ ,  $Q_{2j}=(0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0)$ ,  $Q_{3j}=(0\ 1\ 0\ 0\ 0\ -1\ 0)$ ).

Nr	1-os eilės Hilberto kreivės (dvimatėje erdvėje)	2-os eilės Hilberto kreivės konstruojamos iš 1-os eilės kreivių	Sąsaja tarp 1-os eilės Hilberto kreivių
1		$(H^{(5)}, H^{(10)}, H^{(10)}, H^{(4)}, H^{(4)}, H^{(9)}, H^{(9)}, H^{(7)})$	$(Q_{1j}, Q_{2j}, Q_{3j})$
2		$(H^{(6)}, H^{(9)}, H^{(9)}, H^{(3)}, H^{(3)}, H^{(10)}, H^{(10)}, H^{(8)})$	$(Q_{1j}, -Q_{2j}, -Q_{3j})$
3		$(H^{(7)}, H^{(11)}, H^{(11)}, H^{(2)}, H^{(2)}, H^{(12)}, H^{(12)}, H^{(5)})$	$(-Q_{1j}, -Q_{2j}, Q_{3j})$
4		$(H^{(8)}, H^{(12)}, H^{(12)}, H^{(1)}, H^{(1)}, H^{(11)}, H^{(11)}, H^{(6)})$	$(-Q_{1j}, Q_{2j}, -Q_{3j})$
5		$(H^{(10)}, H^{(1)}, H^{(1)}, H^{(6)}, H^{(6)}, H^{(3)}, H^{(3)}, H^{(12)})$	$(Q_{2j}, Q_{3j}, Q_{1j})$
6		$(H^{(9)}, H^{(2)}, H^{(2)}, H^{(5)}, H^{(5)}, H^{(4)}, H^{(4)}, H^{(11)})$	$(Q_{2j}, -Q_{3j}, Q_{1j})$
7		$(H^{(11)}, H^{(3)}, H^{(3)}, H^{(8)}, H^{(8)}, H^{(1)}, H^{(1)}, H^{(9)})$	$(-Q_{2j}, -Q_{3j}, Q_{1j})$
8		$(H^{(12)}, H^{(4)}, H^{(4)}, H^{(7)}, H^{(7)}, H^{(2)}, H^{(2)}, H^{(10)})$	$(-Q_{2j}, Q_{3j}, -Q_{1j})$
9		$(H^{(2)}, H^{(6)}, H^{(6)}, H^{(12)}, H^{(12)}, H^{(7)}, H^{(7)}, H^{(1)})$	$(Q_{3j}, -Q_{1j}, -Q_{2j})$
10		$(H^{(1)}, H^{(5)}, H^{(5)}, H^{(11)}, H^{(11)}, H^{(8)}, H^{(8)}, H^{(2)})$	$(Q_{3j}, Q_{1j}, Q_{2j})$
11		$(H^{(3)}, H^{(7)}, H^{(7)}, H^{(10)}, H^{(10)}, H^{(6)}, H^{(6)}, H^{(4)})$	$(-Q_{3j}, -Q_{1j}, Q_{2j})$
12		$(H^{(4)}, H^{(8)}, H^{(8)}, H^{(9)}, H^{(9)}, H^{(5)}, H^{(5)}, H^{(3)})$	$(-Q_{3j}, Q_{1j}, -Q_{2j})$

Naudojant 3 ir 4 lentelėse pateiktą informaciją, buvo sudarytas algoritmas vaizdų pervedimui iš vienos erdvės į kitą. Sudėtingiausia algoritmo dalis – rekursinis kreivės apibrėžimas. Sudarytas rekursinis vaizdo pervedimo iš  $d$ -matės  $d \in \{2,3\}$  erdvės į vienmatę algoritmas parodytas 11 pav.



11 pav. Rekursinis  $d$ -matės erdvę užpildančios Hilberto kreivės generavimo algoritmas.

Čia:  $H$  – matriciniu pavidalu užrašytas 3 ir 4 lentelių trečiasis stulpelis;  $Q_1, Q_2, \dots, Q_d$  – šių lentelių ketvirtasis stulpelis (užrašytas matriciniu pavidalu).

Modifikuota šio algoritmo versija realizuota JAVA kalba ir panaudota atliekant eksperimentą.

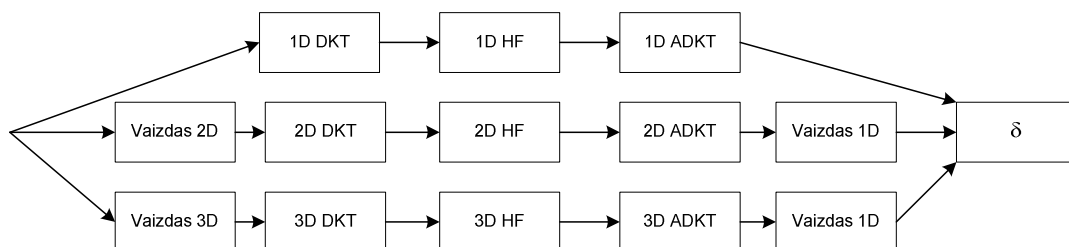
### 3.4 Hiperbolinių vaizdų filtrų organizavimas

#### 3.4.1 Struktūrinė schema

Kadangi šiame darbe siekiama eksperimentiškai patikrinti, kaip veikia hiperbolinis vaizdų filtras skirtingo matavimo erdvėse, todėl ankstesnė hiperbolinio filtravimo schema (6 pav.) turi būti išplėsta. Svarbu nustatyti, ar (esant tam tikroms sąlygoms) konkretų vaizdą efektyviau filtruoti kitoje nei „gimtoji“ erdvė. Tuo tikslu buvo atliekamos trys eksperimentų serijos: viena serija su vaizdais, kurių „gimtoji“ erdvė yra vienmatė, antra su vaizdais, kurių „gimtoji“ erdvė yra dvimatė, ir trečia – su vaizdais, kurių „gimtoji“ erdvė yra trimatė.

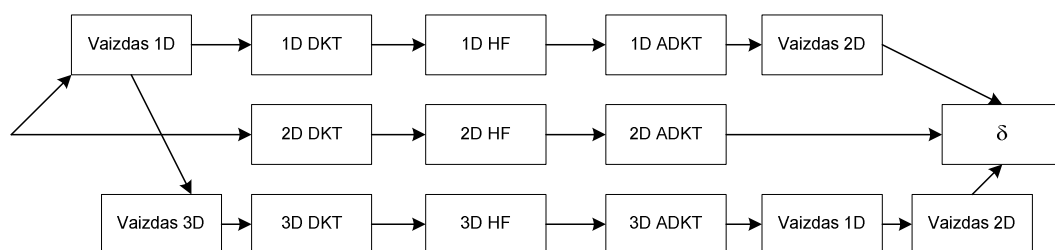
Atliekant pirmąją eksperimentų seriją vienmatis vaizdas buvo pervedamas į dvimatę ir trimatę erdves. Šie trys vaizdai buvo filtruojami lygiagrečiai (naudojant tą patį suspaudimo

laipsni). Gauti vaizdo įverčiai buvo pervedami į vienmatę („gimtają“) erdvę ir lyginami su pradinio vaizdu ((3) metrikos prasme). Eksperimento atlikimo schema pateikta 12 pav.



12 pav. Eksperimento atlikimo schema (vaizdams, kurių „gimtoji“ erdvė yra vienmatė).

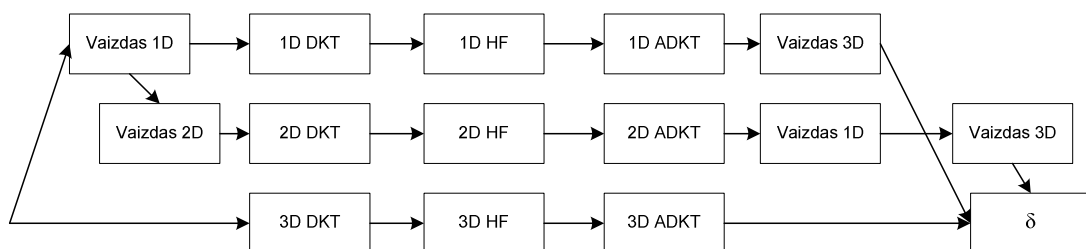
Labai panašiai eksperimentas buvo atliekamas su vaizdais, kurių „gimtoji“ erdvė yra dvimatė. Skirtumas tik tas, kad dvimatis vaizdas buvo pervedamas į vienmatę ir trimatę erdves ir (lygiagrečiai) filtruojamas jose. Gauti vaizdo įverčiai vėl buvo pervedami į dvimatę („gimtają“) erdvę ir lyginami ((3) metrikos prasme) tarpusavyje. Eksperimento atlikimo schema pateikta 13 pav.



13 pav. Eksperimento atlikimo schema (vaizdams, kurių „gimtoji“ erdvė yra dvimatė).

Šiuo atveju, kaip matome, panaudota tarpinė vienmatė erdvė.

Analogiškai buvo eksperimentuojama ir su vaizdais, kurių „gimtoji“ erdvė yra trimatė. Prieš filtravimą vaizdas buvo pervedamas į vienmatę bei dvimatę erdves. Gauti vaizdo įverčiai vėl buvo grąžinami į trimatę erdvę ir lyginami ((3) metrikos prasme) tarpusavyje. Eksperimento atlikimo schema pateikta 14 pav.



14 pav. Eksperimento atlikimo schema (vaizdams, kurių „gimtoji“ erdvė yra trimatė).

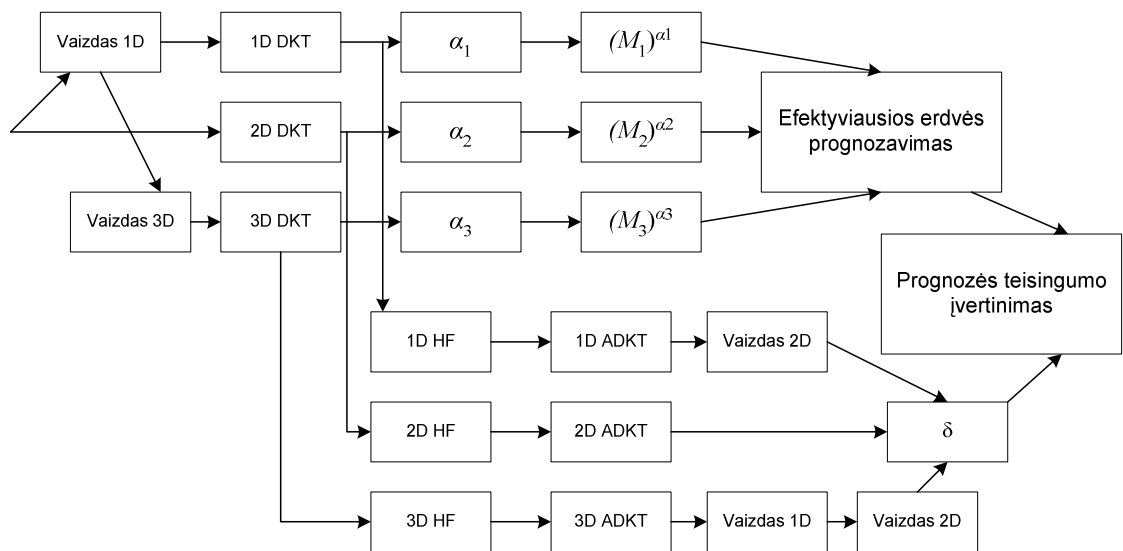
Atlikus eksperimentą pagal bet kurią iš šių schemų ir išanalizavus gautus rezultatus, galima pasakyti, kurioje erdvėje konkretų vaizdą filtruoti efektyviausia (visose erdvėse taikomas tas pats vaizdo suspaudimo laipsnis). Efektyviausias filtravimas toje erdvėje, kur gaunama mažiausia paklaida pradinio vaizdo atžvilgiu.

Eksperimentams buvo panaudoti įvairūs (skirtingos kilmės) vaizdai.

### 3.4.2 Filtravimo erdvės parinkimo kriterijai

Straipsnyje [8] iškeliamą hipotezę – hiperbolinio vaizdų filtro darbo efektyvumas didžiausias toje erdvėje, kurioje dydis (kriterijus)  $(M_d)^{\alpha_d}$  įgyja maksimalią reikšmę;  $M_d$  – hiperbolinio filtro lygis  $d$ -matėje erdvėje (jis parenkamas taip, kad nufiltravus vaizdą visose erdvėse būtų paliektas toks pat spektrinių koeficientų kiekis);  $\alpha_d$  – vaizdo glodumo parametro reikšmė  $d$ -matėje erdvėje,  $d \in \{1, 2, 3\}$ .

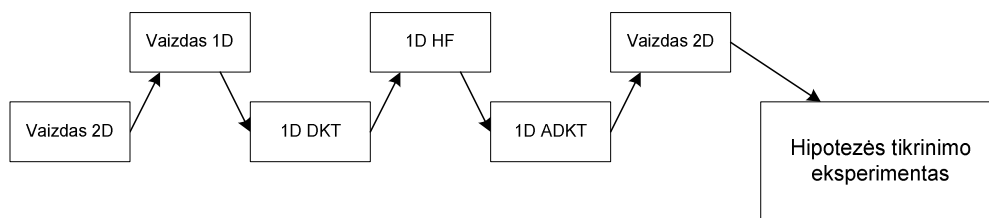
Norint pasinaudoti šiuo kriterijumi, reikia apskaičiuoti ne tik vaizdo glodumą kiekvienoje erdvėje, bet kriterijaus  $(M_d)^{\alpha_d}$  ( $M_d$  nepriklauso nuo pačio vaizdo turinio, o tik nuo vaizdo detalizacijos lygio bei norimo suspaudimo laipsnio) reikšmę. Pagal gautus rezultatus, teigiama (iškeliamą hipotezę), kurioje erdvėje hiperbolinis filtravimas efektyviausias. Po to atliekamas eksperimentas ir (praktiškai) patikrinamas teorinių samprotavimų pagrįstumas. Hipotezė nesiremia faktu, kokia vaizdo „gimtoji“ erdvė, tad eksperimentus (hipotezei tikrinti) užtenka atlikti su dvimačiais paveikslėliais. Hipotezės tikrinimo schema pateikiama 15 pav.



15 pav. Efektyviausios erdvės prognozavimo hipotezės tikrinimo schema.

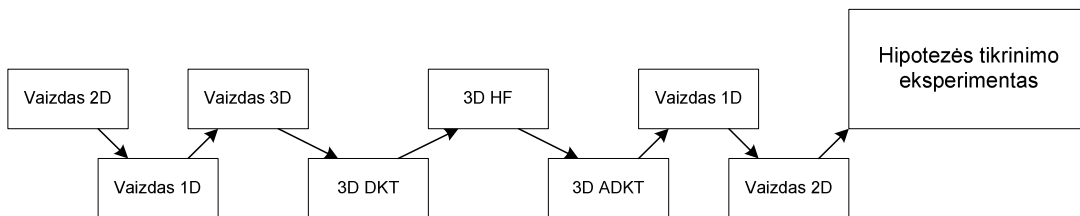
Ši eksperimento atlikimo schema, faktiškai, taikoma hipotezei paneigti, t. y. užtenka realizuoti eksperimentą su „reikiamu“ vaizdu, gauti prognozę paneigiantį rezultatą ir teigti,

jog (bendru atveju) hipotezė nėra teisinga. Tačiau ši schema nenurodo, kaip to „reikiamo“ vaizdo ieškoti, o bandyti perrinkinėti įvairius vaizdus – nėra efektyvu. Atkreiptinas dėmesys į tai, jog vienašyk vaizdą nufiltravus lygiu  $M = M'$ , po to, pakartotinai filtruojant vaizdą lygiu  $M = M''$ ,  $M'' \geq M'$ , vaizdas neturėtų keistis. Tarkime, jog turimas dvimatis vaizdas  $[X(m)]$  efektyviausiai filtruojamas ( $\beta$  kartų) dvimatėje erdvėje tiek teoriškai (prognozė), tiek praktiškai. Perveskime šį vaizdą į vienmatę erdvę ir joje atlikime filtravimą ( $\beta$  kartų). Gautą vaizdo įvertį  $[\tilde{X}_1(m)]$  perveskime atgal į dvimatę erdvę  $[\tilde{X}_{1 \rightarrow 2}(m)]$ . Jeigu šį naujai gautą vaizdą bandysime tirti pagal 15 pav. pateiktą schemą, turėtume gauti, jog efektyviausia šį vaizdą filtruoti ( $\beta$  kartų) vienmatėje erdvėje (jis šioje erdvėje jau filtruotas vieną kartą, tad po antrojo filtravimo vaizdas, idealiu atveju, nepasikeis, ir  $\delta = 0$ ). Kita vertus, vaizdo  $[\tilde{X}_{1 \rightarrow 2}(m)]$  glodumo įverčiai visose erdvėse labai nepasikeis, palyginus su  $[X(m)]$  vaizdo glodumo įverčiais tose pat erdvėse, tad yra didelė tikimybė, jog teorinis kriterijus (kaip ir vaizdai  $[X(m)]$ ) nurodys efektyviausia erdvę esant dvimatę erdvę. Tokia patobulinta hipotezės tikrinimo schema parodyta 16 pav.



16 pav. Patobulinta hipotezės tikrinimo schema (panaudojant vienmačio vaizdo įvertį).

Analogiškai galima pasinaudoti ir trimačio vaizdo įverčiais. Tokia schema pateikiama 17 pav.



17 pav. Patobulinta hipotezės tikrinimo schema (panaudojant trimačio vaizdo įvertį).

Abi patobulintos schemas panaudotos, tiriant aukščiau minėtos hipotezės teisingumą eksperimentiškai. Jų (schemų) panaudojimas pasiteisino.

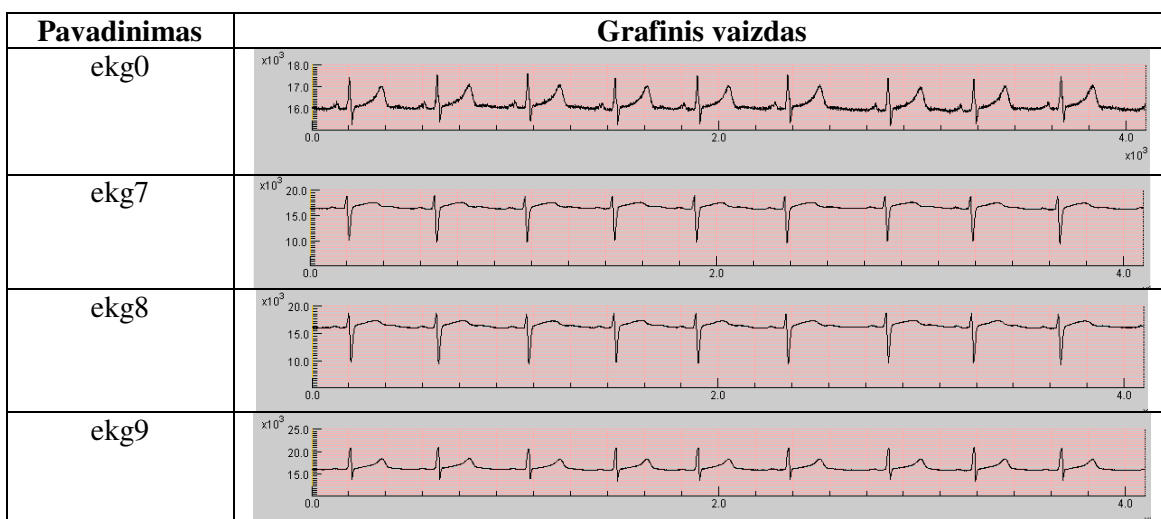
## 4. Eksperimentinis rezultatų įvertinimas

### 4.1 Vienmačių vaizdų hiperbolinio filtravimo skirtingo matavimo erdvėse tyrimas

Vienmačių skaitmeninių vaizdų pavyzdžiais gali būti įvairūs diskretizuoti ir kvantuoti vienmačiai signalai – garso įrašai, EKG signalai ir panašiai. Eksperimentiniam tyrimui pasirinkti EKG signalai, kadangi juos patogiau atvaizduoti grafiškai, tuo pačiu, nėra sudėtinga įvertinti hiperbolinio filtro kokybę vizualiai.

Tyrimams panaudoti 4 realūs EKG signalai (fiksuoti keturiuose skirtinguose žmogaus kūno taškuose). Paimtos pirmos 4096 tų signalų reikšmės (norint atlikti 12 pav. aprašytą eksperimentą, turi būti tenkinama (16) sąlyga). Eksperimentui panaudotų signalų grafikai pateikti 5 lent.

5 lentelė. Tyrimui panaudoti EKG signalai.



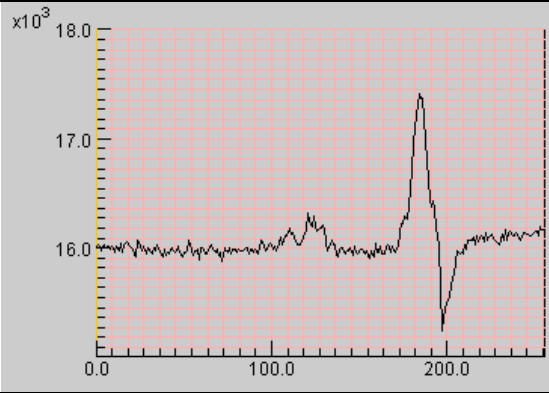
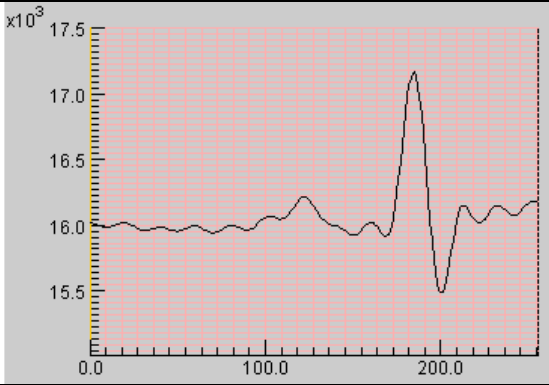
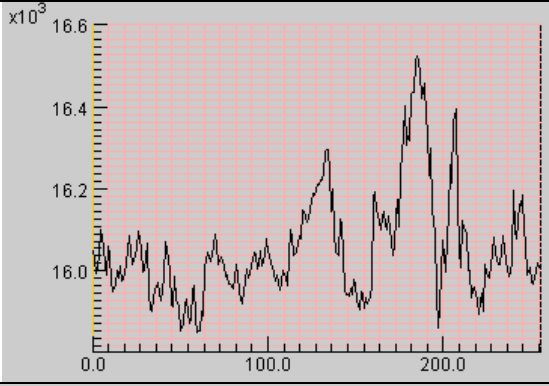
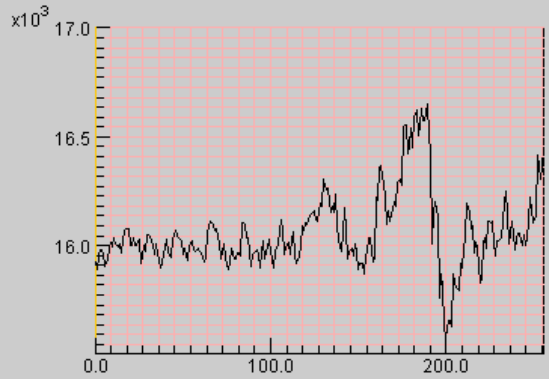
Šie signalai (vienmačiai skaitmeniniai vaizdai) filtruoti hiperboliniu filtru pagal 12 pav. pateiktą eksperimento schemą (suspaudžiant vaizdą 10 kartų). Filtravimo rezultatai pateikiami 6 lent.

6 lentelė. EKG signalų filtravimo rezultatai ( $M_1 = 408$ ,  $M_2 = 65$ ,  $M_3 = 26$ ).

Pav.	$\beta$	$\alpha_1$	$M_1^{\alpha_1}$	$\delta_1$	$\alpha_2$	$M_2^{\alpha_2}$	$\delta_2$	$\alpha_3$	$M_3^{\alpha_3}$	$\delta_3$
ekg0	10	0.47	16.86	59.75	0.46	6.82	187.67	0.50	5.09	179.84
ekg7	10	0.45	14.95	178.12	0.34	4.13	732.06	0.40	3.68	711.38
ekg8	10	0.44	14.08	179.69	0.35	4.31	736.30	0.39	3.56	714.66
ekg9	10	0.45	14.95	267.67	0.41	5.53	622.10	0.44	4.19	606.05

Palyginus  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  ir  $\delta_3$  reikšmes, tampa aišku, jog efektyviausia skaitmeninius EKG signalus filtruoti jų „gimtojoje“ (vienmatėje) erdvėje. Tačiau, svarbu vizualiai įvertinti filtravimo rezultatus. Vaizdo „ekg0“ įverčių fragmentai pateikiami 7 lent.

7 lentelė. Signalo „ekg0“ filtravimo rezultatų fragmentai.

Filtravimo erdvė	Vaizdas
originalas	 <p>The plot shows the original ECG signal. The y-axis is labeled <math>\times 10^3</math> and ranges from 16.0 to 18.0. The x-axis ranges from 0.0 to 200.0. The signal exhibits a clear P wave, a sharp QRS complex, and a T wave, with a baseline that is relatively flat around 16.0.</p>
$d=1$	 <p>The plot shows the ECG signal after a <math>d=1</math> filter. The y-axis is labeled <math>\times 10^3</math> and ranges from 15.5 to 17.5. The x-axis ranges from 0.0 to 200.0. The signal is smoother than the original, with the P, QRS, and T waves still clearly visible.</p>
$d=2$	 <p>The plot shows the ECG signal after a <math>d=2</math> filter. The y-axis is labeled <math>\times 10^3</math> and ranges from 16.0 to 16.6. The x-axis ranges from 0.0 to 200.0. The signal is significantly smoother, with the P, QRS, and T waves appearing as broad, rounded peaks.</p>
$d=3$	 <p>The plot shows the ECG signal after a <math>d=3</math> filter. The y-axis is labeled <math>\times 10^3</math> and ranges from 16.0 to 17.0. The x-axis ranges from 0.0 to 200.0. The signal is very smooth, with the P, QRS, and T waves appearing as very broad, rounded peaks.</p>

Iš pateiktų fragmentų matome, jog hiperbolinis filtras puikiai dirba vienmatėje erdvėje, tuo pat metu labai prastai dirba dvimatėje ir trimatėje erdvėse. Pastarosiose erdvėse gaunami tokie stiprūs signalo iškraipymai, jog nebeįmanoma atpažinti charakteringų EKG signalų sričių.

Apibendrinant rezultatus, gautus atlikus hiperbolinį filtravimą vienamėje erdvėje, galima pastebėti: natūralios kilmės vienamčiams vaizdams optimaliausia filtravimo erdvė yra „gimtoji“ vienmatė erdvė, kitose erdvėse gaunami kelisysk prastesni rezultatai; praktikoje vienmačius vaizdus priimtina filtruoti suspaudžiant iki 10 kartų. Taip pat galima teigti, kad optimalios erdvės parinkimo kriterijus teisingai nurodo optimaliausią filtravimo erdvę – vienmatę erdvę. Atkreipus dėmesį į to pačio vaizdo glodumo parametrus skirtingose erdvėse, matoma, jog Hilberto erdvę užpildančios kreivės gana gerai išsaugo glodumą (o kartais ir pagerina) pereinant į aukštesnio matavimo erdvę.

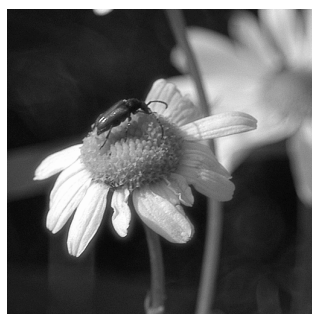
#### 4.2 Dvimačių vaizdų hiperbolinio filtravimo skirtingo matavimo erdvėse tyrimas

Dvimačiai skaitmeniniai vaizdai –, tai skaitmeninės nuotraukos, brėžiniai ir kiti dvimačiai grafiniai vaizdai. Eksperimentiniam tyrimui pasirinktos nuotraukos darytos skaitmeniniu fotoaparatu, nes tai, bene, populiariausias skaitmeninių vaizdų gavimo būdas.

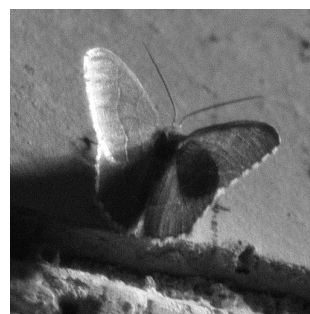
Tyrimui panaudota 10 fotografijų, kuriose fiksuoti skirtingi realaus pasaulio vaizdai. Šie vaizdai „apkarpyti“ iki 512x512 (norint atlikti 13 pav. aprašytą eksperimentą, turi būti tenkinama (16) sąlyga). Eksperimentui panaudoti vaizdai pateikiami 18 pav.



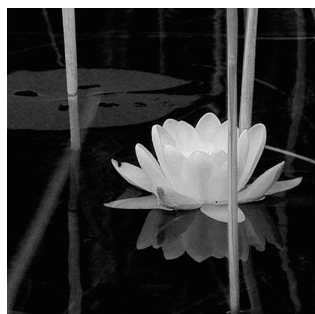
(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)





(g)



(h)



(i)



(j)

18 pav. Eksperimentui panaudoti dvimačiai vaizdai (a) – (j): „img1“ – „img10“.



Šie skaitmeniniai vaizdai buvo filtruojami hiperboliniu filtru pagal 13 pav. pateiktą eksperimento schemą (spaudžiant vaizdą 5 kartus). Filtravimo rezultatai pateikiami 8 lent.


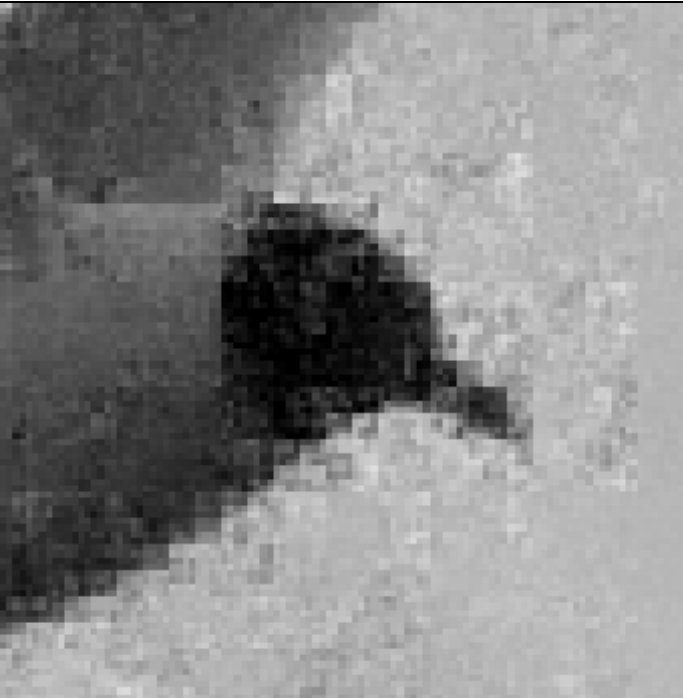
8 lentelė. Dvimačių vaizdų hiperbolinio filtravimo rezultatai ( $M_1 = 52427$ ,  $M_2 = 12959$ ,  $M_3 = 3099$ ).

Pav.	$\beta$	$\alpha_1$	$M_1^{\alpha_1}$	$\delta_1$	$\alpha_2$	$M_2^{\alpha_2}$	$\delta_2$	$\alpha_3$	$M_3^{\alpha_3}$	$\delta_3$
Img1	5	0.51	255	6.37	0.62	355	5.73	0.57	98	9.26
Img2	5	0.62	844	6.08	0.89	4573	5.31	0.81	673	10.68
Img3	5	0.58	546	8.00	0.84	2848	7.55	0.82	729	10.35
Img4	5	0.56	439	7.34	0.72	914	5.45	0.78	529	11.86
Img5	5	0.62	843	11.16	0.99	11788	9.33	1.02	3640	13.95
Img6	5	0.57	490	4.83	0.74	1105	4.29	0.75	415	7.69
Img7	5	0.54	354	8.65	0.67	569	6.37	0.60	124	15.97
Img8	5	0.66	1303	3.38	0.91	5526	2.27	0.87	1090	6.87
Img9	5	0.50	229	6.77	0.57	221	6.39	0.55	83	9.45
Img10	5	0.50	229	10.16	0.62	355	8.01	0.55	83	17.38

Palyginus  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  ir  $\delta_3$  reikšmes, tampa aišku, jog skaitmenines fotografijas efektyviausia filtruoti jų „gimtojoje“ (dvimatėje) erdvėje. Nors, kai kuriais atvejais gretimose erdvėse pasiekiami labai panašūs filtravimo rezultatai (pavyzdžiui, Img9). Pakankamai geri hiperbolinio filtro darbo vienmatėje erdvėje rezultatai gaunami vaizdams, turintiems „linijinę“ struktūrą bei santykinai mažą glodumą „gimtojoje“ erdvėje. Vaizdo „Img6“ įverčių fragmentai (vizualiam įvertinimui) pateikiami 9 lent.

9 lentelė. Vaizdo „Img6“ įverčių fragmentai.

Filtravimo erdvė	Vaizdas
originalas	
$d=1$	

$d=2$	
$d=3$	

Iš šių fragmentų matome, jog hiperbolinis filtras neblogai dirba vienmatėje ir dvimatėje erdvėse, bet prastai dirba trimatėje erdvėje. Galima identifikuoti tipinius iškraipymus įvairiose erdvėse:

- vienmatėje erdvėje filtruotiems dvimačiams vaizdams būdinga ryški pikselizacija didelio kontrasto zonose;

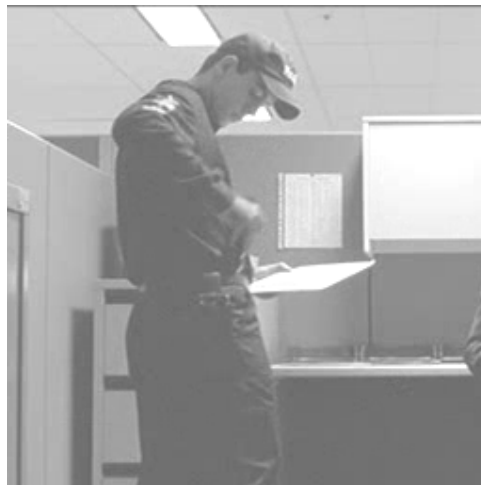
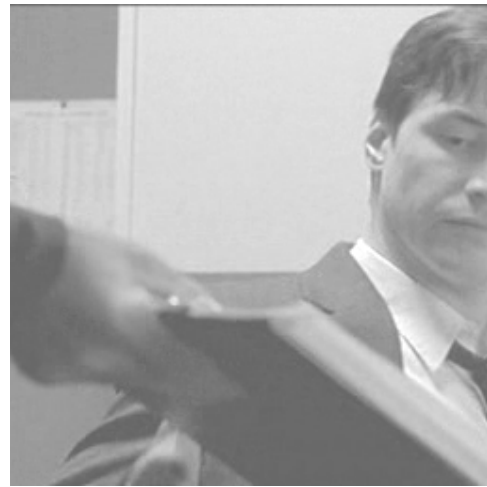
- „gimtojoje“ erdvėje filtruotiems dvimačiams vaizdams būdingas Gibbso efektas (bangelės didelio kontrasto zonose);
- trimatėje erdvėje filtruotiems dvimačiams vaizdams būdingi Hilberto kreivių (konfiguraciją primenantys) triukšmai.

Taigi, hiperbolinį filtravimą tikslinga taikyti vienmatėje ir dvimatėje erdvėse (spaudžiant 5 kartus), kai vaizdo iškraipymai gana nežymūs.

Apibendrinant, galima pasakyti: natūralios kilmės dvimačių vaizdų filtravimą efektyviausia atlikti jų „gimtojoje“ dvimatėje erdvėje, tačiau kartais panašius rezultatus (galbūt ir geresnius) galima gauti ir atliekant filtravimą vienmatėje erdvėje. Sugretinus geriausiai vienmatėje erdvėje filtruojamo (lyginant su dvimatėje erdvėje gautais rezultatais) vaizdo *Img9* specifika su vienmatei erdvei būdingais iškraipymais, galime sakyti, jog vienmatėje erdvėje efektyviausia filtruoti pikselinės ir linijinės struktūros vaizdus. Praktikoje dvimačius vaizdus tikslinga filtruoti suspaudžiant 5-10 kartų. Galima pastebėti, jog Hilberto erdvę užpildančios kreivės gerai išsaugo glodumą, pereinant į aukštesnio matavimo erdvę, bet glodumas visad suprastėja pereinant į žemesnio matavimo erdvę. Nepaisant to, šios kreivės lemia stipriausius vaizdo iškraipymus, būtent, trimatėje erdvėje, tai būtų galima sieti su tuo, jog perėjimui iš dvimatės erdvės į trimatę naudojama tarpinė – vienmatė erdvė. Optimalios filtravimo erdvės kriterijus teisingai prognozuoja optimaliausią erdvę visais atvejais, išskyrus *Img9* vaizdą, šiuo atveju kriterijumi pasikliauti negalime, nes gautos kriterijaus reikšmės labai menkai skiriasi, ir pasikeitus glodumo įverčio reikšmei bent 0.01 (o tai mūsų įverčio tikslumas) nurodoma visai kita optimalaus filtravimo erdvė.

### **4.3 Trimačių vaizdų hiperbolinio filtravimo skirtingo matavimo erdvėse tyrimas**

Skaitmeninės video sekos gali būti interpretuojamos kaip trimačiai skaitmeniniai vaizdai. Eksperimentiniam tyrimui pasirinkta DVD formatu platinamo vaidybinio filmo ištrauka. Analizei panaudoti 256 vaidybinio filmo „Matrica“ kadrai, kurių kiekvienas apkarpytas iki 256x256. Taip gautas trimatis vaizdas 256x256x256 (norint atlikti 14 pav. aprašytą eksperimentą, turi būti tenkinama (16) sąlyga). Eksperimentui panaudoto vaidybinio filmo keli kadrai (trimačio vaizdo pjūviai) pateikiami 19 pav.



19 pav. Kadrai iš filtruojamo vaizdinio filmo.

Ši video seka buvo filtruojama hiperboliniu filtru (spaudžiant 10 kartų). Filtravimo rezultatai pateikiami 10 lent.

10 lentelė. Trimačio vaizdo hiperbolinio filtravimo rezultatai ( $M_1 = 1677720$ ,  $M_2 = 342083$ ,  $M_3 = 75483$ ).

$\beta$	$\alpha_1$	$M_1^{\alpha_1}$	$\delta_1$	$\alpha_2$	$M_2^{\alpha_2}$	$\delta_2$	$\alpha_3$	$M_3^{\alpha_3}$	$\delta_3$
10	0.56	3060.85	8.36	0.60	2091.60	10.19	0.79	7136.75	4.03

Palyginus  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  ir  $\delta_3$  reikšmes, matome, jog skaitmeninius video vaizdus efektyviausia filtruoti jų „gimtojoje“ (trimatėje) erdvėje. Filtravimo vienmatėje erdvėje rezultatai (keli kadrai, vizualiam įvertinimui) pateikiami 20 pav.



**20 pav. Filtravimo vienmatėje erdvėje rezultatai.**

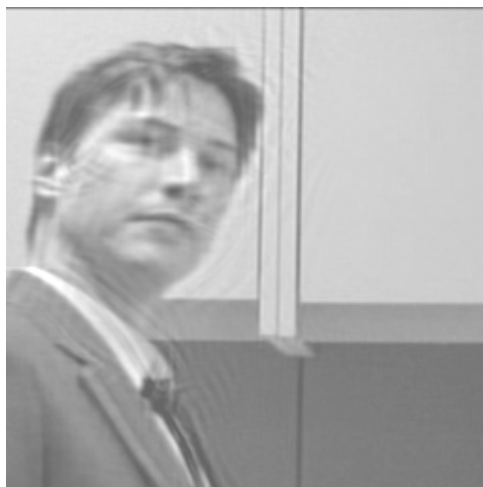
Filtravimo dvimatėje erdvėje rezultatai pateikiami 21 pav.





**21 pav. Filtravimo dvimatėje erdvėje rezultatai.**

Trimatėje („gimtojoje“) erdvėje gauti rezultatai pateikiami 22 pav.



**22 pav. Filtravimo trimatėje erdvėje rezultatai.**

Iš šių kadru matome, jog hiperbolinis filtras neblogai dirba vienmatėje ir trimatėje erdvėse, bet prastai dirba dvimatėje erdvėje. Galima identifikuoti tipinius iškraipymus įvairiose erdvėse:

- vienmatėje erdvėje filtruotiems trimačiams vaizdams būdinga ryški pikselizacija didelio kontrasto zonose;
- dvimatėje erdvėje filtruotiems trimačiams vaizdams būdingi Hilberto kreivių (konfigūraciją primenantys) triukšmai;
- „gimtojoje“ erdvėje filtruotiems trimačiams vaizdams būdingas Gibso efektas (bangelės didelio kontrasto zonose).

Apibendrinant, galima pasakyti, jog geriausiai (vizualine prasme) hiperboliniai filtrai dirba trimatėje bei vienmatėje erdvėse. Jei vaizdas mažai keičiasi, tuomet filtravimas vienmatėje erdvėje vizualiai priimtinesnis, nei trimatėje erdvėje. Kai vaizdo pokyčiai yra intensyvesni, vienmatis hiperbolinis filtras duoda daugiau iškraipymų nei trimatis filtras. Tačiau tiek vienu, tiek kitu atveju (spaudžiant 10 kartų) gaunami vizualiai pastebimi vaizdo iškraipymai, todėl hiperbolinis filtravimas nėra tokia tinkama video sekų suspaudimo procedūra praktikoje, kaip MPEG (MPEG-2, MPEG-4) ar kiti populiarūs video kodavimo (suglaudavimo) metodai. Iš glodumo įverčių reikšmių skirtingose erdvėse, matoma, kad, pereinant į žemesnio matavimo erdvę, gaunamos mažesnės glodumo parametro reikšmės, tad galima teigti: Hilberto erdvę užpildančios kreivės neišsaugo glodumo pereinant į žemesnio matavimo erdvę. Taip pat galima pastebėti, jog Hilberto kreivės prasčiausiai dirba pervedant trimatį vaizdą į dvimatę erdvę, tai galima sieti su tuo, kad šiam pervedimui naudojama tarpinė – vienmatė erdvė. Optimalios filtravimo erdvės parinkimo kriterijus šiam trimačiui vaizdui teisingai nurodo optimalią (trimatę) filtravimo erdvę.

#### 4.4 Optimalios filtravimo erdvės parinkimo kriterijaus darbo įvertinimas

Siekiant patikrinti 3.4.2 skyrelyje aprašytą hiperbolinio filtro optimalios erdvės parinkimo kriterijaus veikimą, buvo atliekamas eksperimentas (pagal 16 pav. aprašytą schemą), panaudojant dvimačio vaizdo „Img6“ vienmatį įvertį. Filtravimo rezultatai pateikiami 11 lent.

11 lentelė. Filtravimo erdvės parinkimo kriterijaus tikrinimas ( $M_1 = 52427$ ,  $M_2 = 12959$ ,  $M_3 = 3099$ ).

Pav.	$\beta$	$\alpha_1$	$M_1^{\alpha_1}$	$\delta_1$	$\alpha_2$	$M_2^{\alpha_2}$	$\delta_2$	$\alpha_3$	$M_3^{\alpha_3}$	$\delta_3$
Img6_1D_2D	5	0.59	608.88	0.26	0.75	1214.58	3.48	0.76	450.12	6.53

Pagal gautus filtravimo rezultatus galime teigti, jog teoriškai (pagal kriterijų) optimaliausia hiperboliniam filtravimui yra dvimatė erdvė, kadangi  $(M_2)^{\alpha_2}$  įgyja didžiausią reikšmę. Tačiau



pagal eksperimentinį filtravimo efektyvumo įvertinimą, geriausi filtravimo rezultatai gaunami vienmatėje erdvėje (teoriškai, antrąsyk filtruojant toje pačioje erdvėje,  $\delta_l=0$ ; bet, spektriniai koeficientai išsaugomi tik sveikųjų skaičių tikslumu, todėl susidaro nedidelė paklaida). Taigi, galime teigti jog [8] straipsnyje aprašytas optimalios hiperboliniam filtravimui erdvės parinkimo kriterijus bendru atveju, neveikia. Kriterijus galioja siauresnėje srityje t. y. atskirai vaizdų klasei. Be to, kriterijus gali būti modifikuotas, kad veiktų ir bendru atveju. Tam reikia papildomų teorinių ir eksperimentinių tyrimų. Taip pat iš šio eksperimento rezultatų galime teigti, jog visgi egzistuoja dvimatės kilmės vaizdai (dirbtiniai ar modifikuoti natūralios kilmės), kuriuos efektyviau filtruoti kitoje, nei „gimtoji“ erdvė.

## 5. Išvados

1. Atlikta išsami hiperbolinio vaizdų filtravimo metodo analizė leido sudaryti šio metodo eksperimentinio tyrimo bei hipotezių tikrinimo schemas. Realizuotos visos šiam tyrimui reikalingos procedūros ir algoritmai, t. y.: greitos (tiesioginė ir atvirkštinė) diskrečiosios kosinusinės transformacijos apskaičiavimo procedūros, hiperbolinio filtro lygio skaičiavimo algoritmas (esant fiksuotam vaizdo suspaudimo laipsniui  $\beta$ ), hiperbolinio vaizdų filtravimo procedūra, algoritmas vaizdo pervedimui iš vienos erdvės į kitą (panaudojant erdvę užpildančias Hilberto trajektorijas), skirtumo tarp vaizdų įverčio apskaičiavimo procedūra. Vaizdo glodumo įverčio analizės pagrindu pasiūlyta ir realizuota nauja vaizdo glodumo įverčių radimo procedūra.
2. Atliktų eksperimentų rezultatai rodo, jog Hilberto kreivių panaudojimas negarantuoja vaizdo glodumo išsaugojimo, pereinant į žemesnio matavimo erdvę, tačiau gana gerai išsaugo (kartais, netgi, pagerina) glodumą, užrašant vaizdą aukštesnio matavimo erdvėje.
3. Iš rezultatų matome, jog Hilberto kreivių panaudojimas nėra efektyvus perėjimų tarp dvimatės ir trimatės erdvių realizavimui (pagrindinė to priežastis – nėra tiesioginio kelio, reikia panaudoti tarpinę vienmatę erdvę). Bandant filtruoti dvimatį vaizdą trimatėje erdvėse (ar atvirkščiai), gaunami prastoki rezultatai.
4. Galima teigti, jog skaitmeninius vaizdus efektyviausia filtruoti jų „gimtojoje“ erdvėje, nors, kai kuriais atvejais, gretimose erdvėse pasiekiami labai panašūs, (o kartais net ir geresni) filtravimo rezultatai.
5. Vaizdus, kurių „gimtoji“ erdvė yra vienmatė, praktikoje tikslinga filtruoti tik vienmatėje erdvėje, kitose erdvėse gaunami labai stiprūs iškraipymai. Galima taikyti vaizdo suspaudimo laipsnį iki 10 kartų.
6. Vaizdus, kurių „gimtoji“ erdvė yra dvimatė, praktikoje tikslinga filtruoti dvimatėje, kiek rečiau, vienmatėje erdvėse. Filtruojant trimatėje erdvėje, gaunami labai ryškūs ir nemalonūs akiai iškraipymai. Priimtini suspaudimo laipsniai iki 10 kartų.

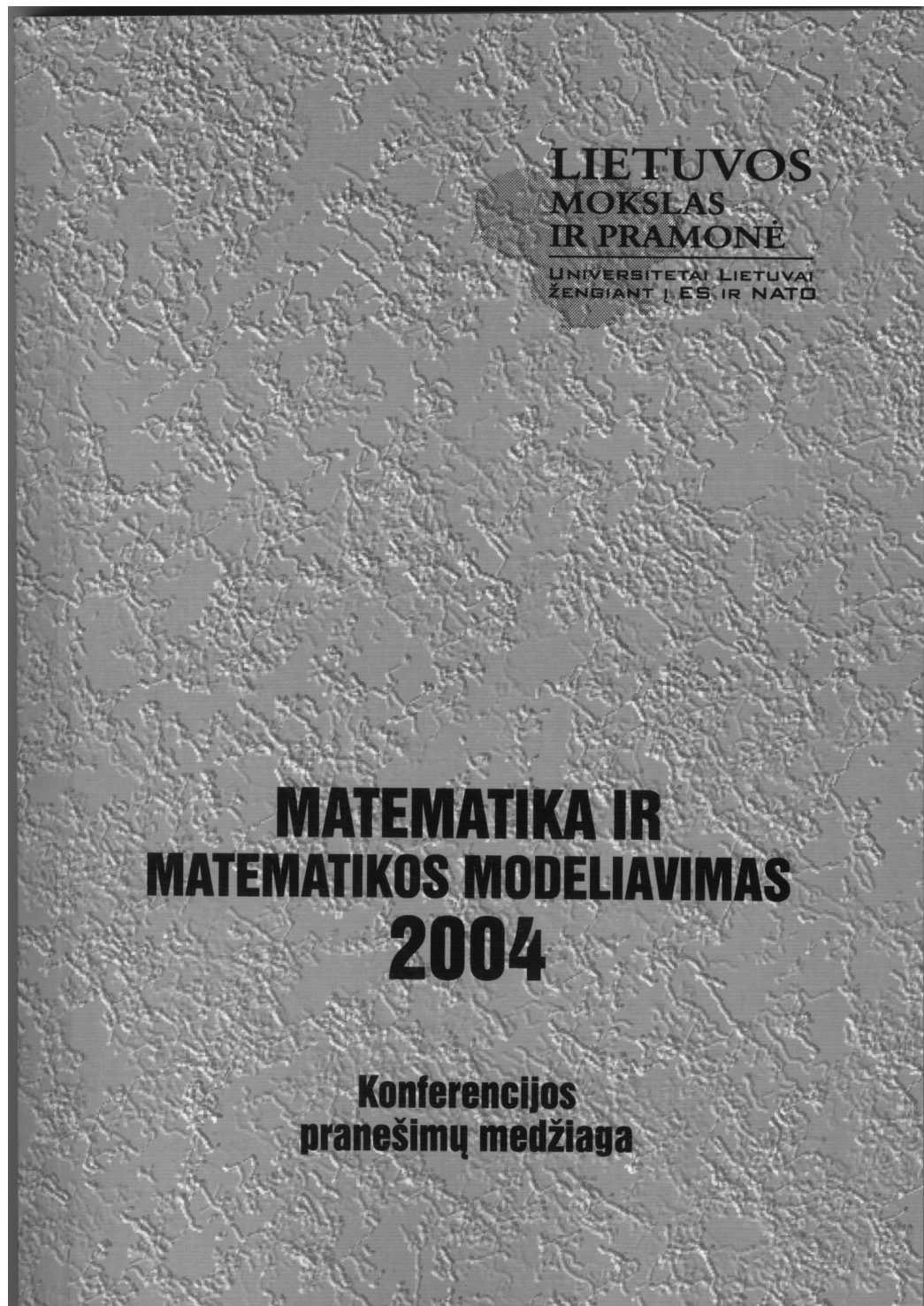
7. Vaizdus, kurių „gimtoji“ erdvė yra trimatė, praktikoje tikslinga filtruoti trimatėje, kartais ir vienmatėje erdvėje. Priimtini suspaudimo laipsniai iki 10 kartų, tačiau gaunami rezultatai yra žymiai prastesni už kitų informaciją prarandančių vaizdų suglaudinimo metodų rezultatus.
8. Eksperimentų rezultatai iš dalies prieštarauja anksčiau iškeltai hipotezei apie optimalios hiperboliniam filtravimui erdvės parinkimą. Minėtąją hipotezę reikia koreguoti, reikia tiksliau nusakyti jos veikimo zonas, atsižvelgiant į apdorojamų vaizdų specifiką.
9. Bazinis hiperbolinis vaizdų filtravimo metodas veikia prasčiau nei kiti populiarūs (su informacijos praradimu) vaizdų suglaudinimo metodai: JPEG (JPEG 2000), MPEG (MPEG2, MPEG4). Tačiau, patobulinus šį metodą (panaudojus suskaidymą blokeliais, aritmetinį spektrinių koeficientų kodavimą bei, galbūt, kvantavimą) galima pasiekti pakankamai aukštą efektyvumą.
10. Tikslinga būtų tęsti tyrimus šiomis kryptimis: kitų erdvę užpildančių trajektorijų paieška ir panaudojimo analizė; naujų hipotezių, apibūdinančių efektyviausias (hiperbolinio filtravimo prasme) erdves, formulavimas ir realizacija; kitų kriterijų, nusakančių atstumą tarp pradinio ir nufiltruoto vaizdų, eksperimentinis taikymas.

## 6. Literatūra

1. Frizot M. The new history of photography. Köln: Könenmann Verlagsgesellschaft mbH, 1998, p. 15-32.
2. RLE compression. <http://www.prepressure.com/techno/compressionrle.htm>.
3. Marshall D. Multimedia lectures. Lempel-Ziv-Welch (LZW) Algorithm. <http://www.cs.cf.ac.uk/Dave/Multimedia/node214.html>.
4. Wallace G. K. The JPEG Still Picture Compression Standard // Comm. of the ACM, 1991, Nr. 34, p. 30-44.
5. Franti P., Nevalainen O., Kaukoranta T. Compression of Digital Images by Block Truncation Coding. A survey, *The Computer Journal*, Vol. 37, No. 4, 1994, p. 308-332.
6. Zinterhof P., Zinterhof jun. P. Hyperbolic filtering of Walsh Series. RIST++ (University of Salzburg, Austria), 1993.
7. Valantinas J. A new approach to hyperbolic filtering of grey-level images. *Information Technology and Control*, No. 1(7), Kaunas: Technologija, 1998, p. 35-42.
8. Valantinas J. Hyperbolic image filtering under the influence of image dimensionality. *Information Technology and Control*, No. 3(24), Kaunas: Technologija, 2002, p. 7-13.
9. Ahmed N., Rao K. R. Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing. Berlin: Springer-Verlag, Heidelberg-New York, 1975.
10. Marshall D. Multimedia lectures. The Discrete Cosine Transform (DCT). <http://www.cs.cf.ac.uk/Dave/Multimedia/node231.html>
11. Valantinas J., Morkevičius N. Smoothness Analysis of Two-Dimensional Gray-Level Images. *Information Technology and Control*, Kaunas: Technologija, 2000, Nr. 1(14).
12. Plukas K. Skaitiniai metodai ir algoritmai. Kaunas: Naujasis Lankas, 2001. p. 61-102.
13. Valantinas J., Valantinas R. Problem-Oriented Change of Image Dimensionality. *Proceedings of Third International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis*, Rome (Italy), Universita degli Studi ROMA TRE, 2003, p. 228-232.
14. Valantinas J., Puida M. Hiperbolinio vaizdų filtro darbo ypatumai. Konferencija: Matematika ir matematikos modeliavimas. Kaunas: Technologija, 2004.

## 7. Priedai

### 7.1 Pranešimas perskaitytas konferencijoje „Matematika ir matematikos modeliavimas“ (KTU – 2004)



Julija Anilionienė	Šviesos diodo modelis ir jo taikymas optinio ryšio sistemose .....	81
Dovilė Astapenko, Vytautas Janilionis, Arvydas Matiukas	Širdies vainikinių arterijų susiaurėjimo prognozavimas pagal elektrokardiogramos ir vektorkardiogramos parametrus .....	85
Edita Janavičiūtė, Vytautas Janilionis, Jūratė Klumbienė	Juvenilinės hipertenzijos prognozavimas naudojant neparimetrinius diskriminantinės analizės metodus .....	91
Gintautas Narvydas	Duomenų klasifikavimas naudojant neuroninius tinklus .....	96
Mantas Gilius, Jonas Rimas	Priverstinės sinchronizacijos sistemos matematinio modelio tyrimas .....	102
Laurynas Baumila, Jonas Rimas	Tarpusavio sinchronizacijos sistemos, sudarytos iš keturių generatorių, matematinio modelio tyrimas .....	107
Mantas Puida, Jonas Valantinas	Hiperbolinio vaizdų filtro darbo ypatumai .....	112
Alvyda Maciulevičiūtė, Gediminas Račkauskas	Nuolaidų - priemokų sistemos analizė ir modeliavimas .....	117
Aušra Žvironienė, Zenonas Navickas	Ethernet tinklų imitacinio modelio verifikatoriaus sudarymo algoritmas .....	123
Gintarė Leonaitė, Jonas Rimas	Pereinamųjų procesų sinchronizacijos sistemoje tyrimas .....	127
Akvilina Valaitytė, Eimutis Valakevičius	Stochastinio proceso kintamumo parametro modeliavimas .....	132
Antanas Mikšys, Eimutis Valakevičius	Lizingo kompanijos pinigų srautų modeliavimas .....	136
Narimantas Listopadskis	Šilumos sklidimo modelių taikymas .....	141

## HIPERBOLINIO VAIZDŲ FILTRO DARBO YPATUMAI

**Mantas Puida, Jonas Valantinas**

*Kauno technologijos universitetas*

Realiaame pasaulyje mus supa begalė įvairiausių vaizdų, kuriuos dažnai stengiamės efektyviai išsaugoti, apdoroti bei atkurti. Tuo tikslu šie analoginiai (tolydūs) pasaulio vaizdai diskretizuojami ir kvantuojami. Paprasčiausias tokio pertvarkio rezultatas – plokščias dvimatis skaitmeninis paveikslėlis, kuris paprastai tapatinamas su dvimačiu taškų masyvu, būtent:

$$S^2(n) = \{[X(m)] \mid m = (m_1, m_2) \in I^2\}; \quad (1)$$

čia:  $I = \{0, 1, \dots, N-1\}$ ,  $N = 2^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $X(m) \in \{0, 1, \dots, 2^p - 1\}$  ir nusako  $m$ -ojo vaizdo elemento (pikslio) šviesos intensyvumą; skaičius  $p$  ( $p \geq 1$ ) nurodo pikselio reikšmėms koduoti skirtą bitų kiekį; parametras  $n$  charakterizuoja vaizdo detalizacijos lygį.

Galima neapsiriboti dvimate erdve ir išplėsti skaitmeninio vaizdo sąvoką tiek į vienmatę, tiek į trimatę erdves. Tuomet, tokių apibendrintų skaitmeninių vaizdų aibę žymėsime taip:

$$S^d(n) = \{[X(m)] \mid m = (m_1, \dots, m_d) \in I^d\}; \quad (2)$$

čia įvedamas naujas vaizdo dimensiškumą nusakantis parametras  $d$  ( $d \in \{1, 2, 3\}$ ). Visų kitų parametrų interpretacija tokia pati kaip ir (1) išraiškoje. Vienmačių vaizdų pavyzdžiais gali būti - diskretizuotas garsas, skaitmeniniai EKG signalai. Trimačio skaitmeninio vaizdo pavydžiu gali būti video sekos.

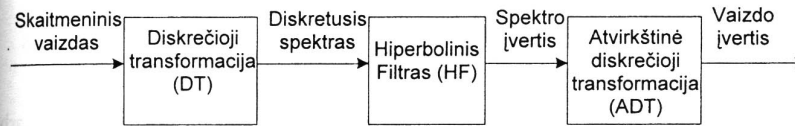
Siekiant sumažinti skaitmeninio vaizdo išsaugojimui reikalingų duomenų kiekį, naudojamas duomenų suglaudinimas. Vienas iš efektyvių suglaudinimo (su informacijos praradimu) būdų yra hiperbolinis vaizdų filtravimas [1,2]. Hiperbolinis vaizdų filtravimas grindžiamas šiomis prielaidomis: pirma, žmogaus akis nėra labai jautri aukštoms vaizdą sudarančioms harmonikoms, antra, harmonikų amplitudės turi tendenciją mažėti, didėjant jų eilės numeriams. Bendra hiperbolinio vaizdų filtro veikimo schema parodyta 1 pav.

Pastebėsime, jog hiperboliniam vaizdo filtravimui gali būti naudojama bet kuri diskrečioji transformacija (DT), duodanti kompaktišką nenulinių spektrinių koeficientų išsidėstymą (pavyzdžiui, kosinusinė (DKT), Volšo ir Adamaro (VAT), Haaro (HT)).

Hiperbolinio vaizdų filtro veikimas nusakomas išraiška:

$$\tilde{Y}(k) = \tilde{Y}(k_1, \dots, k_d) = \begin{cases} Y(k_1, \dots, k_d), & \bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d \leq M_d; \\ 0, & \bar{k}_1 \cdot \dots \cdot \bar{k}_d > M_d \end{cases} \quad (3)$$

čia:  $Y(k) = Y(k_1, \dots, k_d)$  –  $k$ -axis ( $k \in I^d$ ) vaizdo  $[X(m)]$  diskrečiojo spektro  $[Y(k)]$  elementas;  $\bar{k}_i = \max\{k_i, 1\}$ ,  $i \in \{1, \dots, d\}$ ;  $M_d$  – hiperbolinio filtro lygis  $d$ -matėje erdvėje,  $1 \leq M^d \leq N^d$ ,  $d \in \{1, 2, 3\}$ .



1 pav. Hiperbolinio vaizdų filtro veikimo schema

Aprašytoji hiperbolinio vaizdų filtravimo schema gali būti taikoma tiek vienmačiams, tiek dvimačiams bei trimatėms vaizdams, aišku, atitinkamai parenkant vienmatę, dvimatę ar trimatę diskrečiąsias transformacijas.

Straipsnyje [3] buvo iškelta idėja, jog tas pats skaitmeninis vaizdas gali būti traktuojamas ir kaip vienmatis, ir kaip dvimatis, ir kaip trimatis vaizdas. Tai priklauso nuo to, kokio matavimo erdvėje tas vaizdas užrašomas. Vadinasi, konkretus skaitmeninis vaizdas gali būti filtruojamas skirtingose erdvėse, kitaip tariant, vaizdo filtravimo efektyvumą galima analizuoti įvairiose (ne tiktai „gimtojoje“) erdvėse. Perėjimui tarp skirtingo matavimo erdvių gali būti panaudotos įvairios erdvę užpildančios kreivės (pavyzdžiui, daugiamatės Hilberto kreivės; 2 pav.).

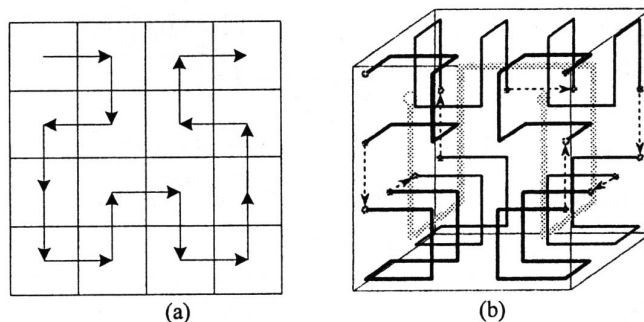
Hilberto kreivės pasižymi tuo, kad pereinant iš vienos erdvės į kitą erdvę išsaugomas gretimų taškų (pikselių) kaimyniškumas. Naudojant dvimatę Hilberto kreivę (2 pav., a), dvimatį vaizdą galima pervesti į vienmatę erdvę ir atvirkščiai. Naudojant trimatę Hilberto kreivę (2 pav., b), trimatį vaizdą galima pervesti į vienmatę erdvę ir atvirkščiai.

Perėjimas tarp dvimatės ir trimatės erdvių kiek sudėtingesnis – per tarpinę vienmatę erdvę. Hilberto kreivėmis galima užpildyti aprėžtą diskrečiąją erdvę, kurios atskiroje koordinatėje yra  $2^n$  taškų. Vadinasi, apdorojamo vaizdo matmenys turi tenkinti sąlygą:

$$n_1 \cdot 1 = n_2 \cdot 2 = n_3 \cdot 3; \quad (4)$$

čia:  $n_1$  – vaizdo detalizacijos lygis vienmatėje erdvėje,  $n_2$  – vaizdo detalizacijos lygis dvimatėje erdvėje ir  $n_3$  – vaizdo detalizacijos lygis trimatėje erdvėje.





**2 pav.** Erdvę užpildančios Hilberto kreivės: (a) dvimatė Hilberto kreivė ( $N = 4$ );  
(b) trimatė Hilberto kreivė ( $N = 4$ )

Straipsnyje [3] iškeliamą hipotezę – hiperbolinio vaizdų filtro darbo efektyvumas didžiausias toje erdvėje, kurioje dydis  $(M_d)^{\alpha_d}$  įgyja maksimalią reikšmę;  $M_d$  – hiperbolinio filtro lygis  $d$ -matėje erdvėje (jis parenkamas taip, kad nufiltravus vaizdą visose erdvėse būtų paliekta toks pat spektrinių koeficientų kiekis);  $\alpha_d$  – vaizdo glodumo parametro reikšmė  $d$ -matėje erdvėje. Pastarasis parametras gaunamas,  $d$ -matį diskretųjį vaizdą  $[X(m)] \in S^d(n)$  spektrą  $[Y(k)]$  aproksimuojant hiperboliniu „paviršiumi“

$$z = z(k) = z(k_1, \dots, k_d) = \frac{C_d}{(k_1 \dots k_d)^{\alpha_d}}; \quad (5)$$

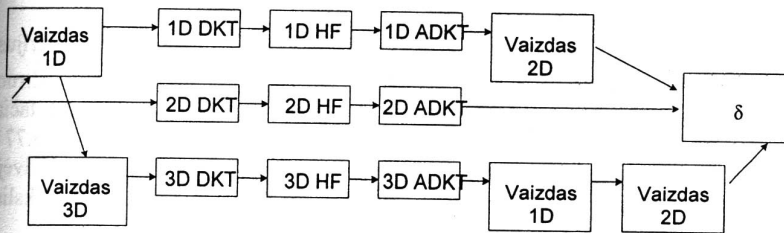
čia:  $C_d$  - konstanta;  $\alpha_d$  – vaizdo glodumo parametro  $d$ -matėje erdvėje reikšmė. Akivaizdu, jog hiperbolinio filtravimo metu bus (teoriškai) atmetami tie spektriniai koeficientai, kurie  $(M_d)^{\alpha_d}$  kartų mažesni už  $z(1, \dots, 1)$ . Taigi, jei kurioje nors erdvėje išsaugomų spektrinių koeficientų intervalas platesnis, tai ir filtravimas toje erdvėje turėtų būti efektyvesnis.

Filtravimo efektyvumui įvertinti, paprastai, naudojamas vidutinės kvadratinės paklaidos kriterijus:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{N^d} \sum_{m \in I^d} (X(m) - \tilde{X}(m))^2}; \quad (6)$$

čia  $[\tilde{X}(m)]$  yra vaizdo  $[X(m)]$  įvertis, t.y. po filtravimo atkurtas vaizdas.

Minėtai hipotezei patikrinti buvo atliktas eksperimentas, pasitelkiant keletą dvimačių nespaltotų skaitmeninių vaizdų (512x512). Pastebėjome, jog pasirinktų vaizdų matmenys tenkina (4) sąlygą. Eksperimento atlikimo schema pateikta 3 pav.



3 pav. Hiperbolinio vaizdo filtravimo (HF) skirtingo matavimo erdvėse schema

Gauti eksperimento rezultatai pateikiami lentelėje (visiems vaizdams erdvė  $S^2(9)$  yra „gimtoji“).

1 lentelė ( $\beta$  – vaizdo suglaudinimo koeficientas;  $M_1=52427$ ,  $M_2=12959$ ,  $M_3=3099$ )

Pav.	$\beta$	$\alpha_1$	$M_1^{\alpha_1}$	$\delta_1$	$\alpha_2$	$M_2^{\alpha_2}$	$\delta_2$	$\alpha_3$	$M_3^{\alpha_3}$	$\delta_3$
Img1	5	0.51	255	6.37	0.62	355	5.73	0.57	98	9.26
Img2	5	0.62	844	6.08	0.89	4573	5.31	0.81	673	10.68
Img3	5	0.58	546	8.00	0.84	2848	7.55	0.82	729	10.35
Img4	5	0.56	439	7.34	0.72	914	5.45	0.78	529	11.86
Img5	5	0.62	843	11.16	0.99	11788	9.33	1.02	3640	13.95
Img6	5	0.57	490	4.83	0.74	1105	4.29	0.75	415	7.69
Img7	5	0.54	354	8.65	0.67	569	6.37	0.60	124	15.97
Img8	5	0.66	1303	3.38	0.91	5526	2.27	0.87	1090	6.87
Img9	5	0.50	229	6.77	0.57	221	6.39	0.55	83	9.45
Img1	5	0.50	229	10.16	0.62	355	8.01	0.55	83	17.38

Detalesnė gautų eksperimentinių rezultatų analizė leidžia suformuluoti tokias apibendrintas išvadas:

1. Hilberto kreivių panaudojimas negarantuoja maksimalaus vaizdo glodumo išsaugojimo, pereinant į žemesnio matavimo erdvę, tačiau gana gerai išsaugo (kartais, netgi, pagerina) glodumą, užrašant vaizdą aukštesnio matavimo erdvėje.
2. Atliktas eksperimentas leidžia teigti, jog skaitmeninius vaizdus efektyviausia filtruoti jų „gimtojoje“ erdvėje. Nors, kai kuriais atvejais gretimose erdvėse pasiekiami labai panašūs, o kartais net ir geresni (ypač, atliekant eksperimentus su mažesnės detalizacijos vaizdais) filtravimo rezultatai (Img9; 1 lentelė). Pakankamai geri hiperbolinio filtro darbo vienmatėje erdvėje rezultatai gaunami vaizdams, turintiems „linijinę“ struktūrą bei santykinai mažą glodumą „gimtojoje“ erdvėje.
3. Eksperimentų rezultatai iš dalies prieštarauja anksčiau iškeltai hipotezei, jog skaitmeninį vaizdą efektyviausia filtruoti toje erdvėje,

kurioje  $(M_d)^{\alpha_d}$  išraiška įgyja maksimalią reikšmę (kriterijus). Pavyzdžiui, vaizdą *Img9* pagal šį kriterijų efektyviausia filtruoti vienmatėje erdvėje ( $52427^{0.5} = 229$ , ir  $12959^{0.57} = 221$ ; 1 lentelė), tačiau gautos vidutinės kvadratinės paklaidos reikšmės (atitinkamai, 6.77 ir 6.39) rodo, jog efektyvesnis filtravimas vis tik yra dvimatėje erdvėje. Taigi, minėtąją hipotezę reikia koreguoti, kitaip tarus, reikia tiksliau nusakyti jos veikimo zonas.

#### Literatūra

1. P. Zinterhof, P. Zinterhof jun. Hyperbolic filtering of Walsh Series. RIST++ (University of Salzburg, Austria), 1993.
2. J. Valantinas. A new approach to hyperbolic filtering of grey-level images. Information Technology and Control, No. 1(7), Technologija, Kaunas 1998, 35-42.
3. J. Valantinas. Hyperbolic image filtering under the influence of image dimensionality. Information Technology and Control, No. 3(24), Technologija, Kaunas 2002, 7-13.

#### SPECIFIC FEATURES OF HYPERBOLIC IMAGE FILTERING

**Mantas Puida, Jonas Valantinas**

The paper analyses hyperbolic image filtering efficiency in spaces of different dimensionality. The analysis is based on the use of image smoothness parameter values in various spaces. Experimental results are presented.