



Kauno technologijos universitetas
Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Daugialypis pensijų fondų rizikos vertinimas ir jų rinkos homogeniškumo tyrimas

Baigiamasis magistro studijų projektas

Simona Jakaitė
Projekto autorė

Doc. Dr. Kristina Šutienė
Vadovė

Kaunas, 2022



Kauno technologijos universitetas

Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Daugialypis pensijų fondų rizikos vertinimas ir jų rinkos homogeniškumo tyrimas

Baigiamasis magistro studijų projektas

Taikomoji matematika (6211AX006)

Simona Jakaitė

Projekto autorė

Doc. Dr. Kristina Šutienė

Vadovė

Prof. Dr. Eimutis Valakevičius

Recenzentas

Kaunas, 2022



Kauno technologijos universitetas

Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas

Simona Jakaitė

Daugialypis pensijų fondų rizikos vertinimas ir jų rinkos homogeniškumo tyrimas

Akademinio sąžiningumo deklaracija

Patvirtinu, kad:

1. baigiamąjį projektą parengiau savarankiškai ir sąžiningai, nepažeisdama(s) kitų asmenų autoriaus ar kitų teisių, laikydamasi(s) Lietuvos Respublikos autorių teisių ir gretutinių teisių įstatymo nuostatų, Kauno technologijos universiteto (toliau – Universitetas) intelektinės nuosavybės valdymo ir perdavimo nuostatų bei Universiteto akademinės etikos kodekse nustatytų etikos reikalavimų;
2. baigiamajame projekte visi pateikti duomenys ir tyrimų rezultatai yra teisingi ir gauti teisėtai, nei viena šio projekto dalis nėra plagijuota nuo jokių spausdintinių ar elektroninių šaltinių, visos baigiamojo projekto tekste pateiktos citatos ir nuorodos yra nurodytos literatūros sąrašė;
3. įstatymų nenumatytų piniginių sumų už baigiamąjį projektą ar jo dalis niekam nesu mokėjęs (-usi);
4. suprantu, kad išaiškėjus nesąžiningumo ar kitų asmenų teisių pažeidimo faktui, man bus taikomos akademinės nuobaudos pagal Universitete galiojančią tvarką ir būsiu pašalinta(s) iš Universiteto, o baigiamasis projektas gali būti pateiktas Akademinės etikos ir procedūrų kontrolieriaus tarnybai nagrinėjant galimą akademinės etikos pažeidimą.

Simona Jakaitė

Patvirtinta elektroniniu būdu

Jakaitė, Simona. Daugialypis pensijų fondų rizikos vertinimas ir jų rinkos homogeniškumo tyrimas. Magistro studijų baigiamasis projektas / vadovė doc. dr. Kristina Šutienė; Kauno technologijos universitetas, Matematikos ir gamtos mokslų fakultetas.

Studijų kryptis ir sritis (studijų kryptių grupė): Taikomoji matematika (Matematikos mokslai).

Reikšminiai žodžiai: gyvenimo ciklo pensijų fondai, vynmedžių jungtys, rizikos vertinimo rodikliai, rizikos persidavimo efektas, dinaminis klasterizavimas.

Kaunas, 2022. 65 p.

Santrauka

Sparčiai besivystančiose finansų rinkose vartotojams yra suteikiama vis daugiau galimybių kaip įveikinti savo pinigus. Priklausomai nuo asmeninių tikslų bei galimybių pastarieji gali rinktis iš įvairių investavimo formų. Nors egzistuoja ne viena kapitalo disponavimo priemonė, vienas iš paprasčiausių finansinių sprendimų – investavimas į gyvenimo ciklo pensijų fondus. Dėl šios priežasties darbe pristatoma pensijų kaupimo sistema, pensijų fondų veikimo principas bei vertinimas. Šiuo tyrimu analizuojamos penkių Lietuvos valdytojų kuruojamų septynių tikslinių amžiaus grupių pensijų fondų logaritminės gražos, kurių atžvilgiu apskaičiuoti įvairūs rizikos vertinimo rodikliai. Siekiant įsitikinti pensijų fondų bei jų lyginamųjų indeksų sąryšingumu, atliktas Granger'io testas bei panaudotos vynmedžių jungtys. Analizuojant rizikos persidavimą tarp pensijų fondų, analizuotas nepastovumo pasiskirstymas rizikos persidavimo efekto perspektyvoje. Naudojant analizės rezultatus, kurtas pensijų fondų rizikos modelis atliekant dinaminį klasterizavimą. Siekiant objektyviai įvertinti fondų veiklą, tiriamas laikotarpis skaidytas į šešis periodus, kurių pirmasis laikomas apšilimo laikotarpiu, todėl į tyrimą nėra įtrauktas. Atsižvelgiant į klasterių sudėtį, daromos išvados apie fondų valdytojų investavimo strategijas, jų valdomų fondų panašumus bei skirtumus.

Jakaitė, Simona. Multi-level risk assessment of pension funds and their homogeneity research. Master's Final Degree Project / supervisor Assoc. Prof. Dr. Kristina Štutienė; Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Kaunas University of Technology.

Study field and area (study field group): Applied Mathematics (Mathematical Sciences).

Keywords: life cycle pension funds, vine copula, risk-based measures, spillover, dynamic clustering.

Kaunas, 2022. 65 p.

Summary

Due to the quick development of financial markets, consumers are given more opportunities to make monetary gain using their own money. Depending on personal goals and capabilities they can choose from various forms of investing. There are many ways to employ one's capital, but one of the easiest is investing in life cycle pension funds. As a result, this research paper presents the system of pension accumulation, the working principles of a pension fund and its evaluation. This research analyzes the logarithmic monetary change of the seven purposive age group pension funds, run and curated by five Lithuanian fund managers, various risk evaluation indexes are calculated. To be certain of the connection between pension funds and their respective comparative indexes, the Granger test and the vine copulas are performed. During the research of risk transmission among pension funds, the distribution of inconsistency in the case of the risk spillover is analyzed. Based on the results, a pension fund risk model is created using dynamic clustering. To objectively evaluate the performance of the funds, the research is divided into six periods, of which the first one is considered a warming period and therefore is disregarded. Considering the composition of the clusters, conclusions regarding fund manager investing strategies, fund similarities and differences are made.

Turinys

Lentelių sąrašas	7
Paveikslų sąrašas	8
Įvadas	9
1. Teorinė dalis	10
1.1. Investavimo priemonės	10
1.2. Pensijų kaupimo sistema – pensijų fondai	11
1.3. Pensijų fondų analizė ir įvertinimas	13
1.3.1. Išoriniai lyginamieji indeksai	13
1.3.2. Investiciniai rodikliai	17
1.3.3. Rizikos persidavimas tarp investicijų	19
1.4. Homogeniškumo tyrimas	21
1.5. Literatūros apibendrinimas	24
2. Duomenys ir tyrimo metodai	25
2.1. Duomenys, jų gavyba	25
2.2. Modelio schema	27
2.3. Sąryšio, įtakos analizė. Išoriniai lyginamieji indeksai	29
2.3.1. Granger'io testas	29
2.3.2. Vynmedžio jungtys	30
2.4. Rizikos persidavimo efektas	32
2.5. Fondų vertinimo rodiklių apskaičiavimas	33
2.6. K-vidurkių klasterizavimo metodas	35
2.6.1. Klasterizavimas	35
2.6.2. Klasterių skaičių nustatymas	36
2.6.3. Klasterių paaiškinamumas	36
2.7. Naudotos programinės įrangos apžvalga	36
3. Tyrimų rezultatai ir jų aptarimas	38
3.1. Pensijų fondų ir lyginamųjų indeksų sąryšio analizė	38
3.1.1. Priežastinio ryšio vertinimas	38
3.1.2. Priklausomumo struktūrų vertinimas	40
3.2. Rizikos persidavimo efektas	43
3.3. Pensijų fondų rizikos vertinimo rodikliai	44
3.4. Homogeniškumo tyrimas	47
Išvados	58
Literatūros sąrašas	60
Priedai	66
1 priedas. Pensijų fondų valdytojų reitingas Sharpe santykio reikšmių atžvilgiu	66
2 priedas. Pensijų fondų valdytojų reitingas Calmar santykio reikšmių atžvilgiu	66
3 priedas. Pensijų fondų valdytojų reitingas Burke santykio reikšmių atžvilgiu	66
4 priedas. Rizikos persidavimo efektas pensijų rinkoje	67
5 priedas. II periodo pensijų fondų vertinimo rodikliai	67
6 priedas. III periodo pensijų fondų vertinimo rodikliai	68
7 priedas. IV periodo pensijų fondų vertinimo rodikliai	70
8 priedas. V periodo pensijų fondų vertinimo rodikliai	71

Lentelių sąrašas

1 lentelė. Daugiapakopės pensijų kaupimo sistema iki 2019 m.	12
2 lentelė. Tikslinių amžiaus grupių pensijų fondų lyginamieji rinkos indeksai	26
3 lentelė. Vynmedžių jungčių uodegų priklausomybės koeficientai	32
4 lentelė. Diebold'o ir Yilmaz'o rizikos persidavimo matrica	32
5 lentelė. Efektyvumo rodikliai.	35
6 lentelė. Granger'io testo rezultatų suvestinė.....	38
7 lentelė. Vynmedžių jungčių parinktųjų rezultatai	41
8 lentelė. Uodegos priklausomumo koeficientai	43
9 lentelė. Bendrovės „Swedbank“ rizikos persidavimo efektas procentais.....	44
10 lentelė. Pensijų fondų valdytojų efektyvumo matų įverčiai	45
11 lentelė. Pensijų fondų valdytojų reitingas Sortino santykio reikšmių atžvilgiu	46
12 lentelė. Pensijų fondų valdytojų rizikos rodiklių įverčiai.....	47
13 lentelė. Pensijų fondų istorinių duomenų periodų skirstymas	48
14 lentelė. I periodo pensijų fondų vertinimo rodikliai	49
15 lentelė. Pensijų fondų pasiskirstymas klasterių atžvilgiu	51
16 lentelė. Klasterizavimo parametrų suvestinė	54
17 lentelė. Klasterizavimo priešastingumo suvestinė.....	55

Paveikslų sąrašas

1 pav. „S&P 500“ indekso kainos diagrama. Parengta autoriaus pagal [2].....	10
2 pav. Vynmedžių jungčių struktūros. Parengta autoriaus pagal [20].....	15
3 pav. Klasterinės analizės metodų klasifikacija. Parengta autoriaus pagal [54].....	21
5 pav. Tikslinės amžiaus grupės „1996–2002“ kainos verčių laike diagrama	26
4 pav. „Aviva“ gyvenimo ciklo pensijų fondų kainos verčių laike diagrama	27
6 pav. Darbo modelio schema. Parengta autoriaus.....	28
7 pav. „Aviva“ „1996–2002“ (kairėje), „1954–1960“ (dešinėje) impulsinio atsako analizės rezultatai	40
8 pav. Bendrovių „Aviva“ (kairėje) ir „SEB“ (dešinėje) „1996–2002“ priklausomumo su lyginamaisiais indeksais struktūros	42
9 pav. Bendrovių „Swedbank“ (kairėje) ir „Aviva“ (dešinėje) „1954–1960“ priklausomumo su lyginamaisiais indeksais struktūros	42
10 pav. Bendrovės „SEB“ tikslinės amžiaus grupės „1996–2002“ fondo slenkančio nepastovumo diagrama. Parengta autoriaus.....	44
11 pav. Alkūnės metodo rezultatas (I periodas)	50
12 pav. I periodo klasterių išsidėstymo žemėlapis	52
13 pav. Rodiklių rodoma įtaka I periodo klasterizavimo bendros sistemos atžvilgiu.....	53
14 pav. Rodiklių rodoma įtaka I periodo klasterių atžvilgiu	53
15 pav. Pensijų fondų dinamika klasterių atžvilgiu.....	57

Įvadas

Greitai besivystančiame pasaulyje atsiranda vis daugiau galimybių, kaip valdyti asmeninius finansus. Siekiant įveikinti turimas lėšas, dažnas apsvarsto investavimo alternatyvą. Remiantis asmens preferencijomis bei lūkesčiais, galima ne viena investavimo forma, tačiau siekiant pastovaus bei daug laiko nereikalaujančio būdo, rekomenduojama investuoti į pensijų fondus. Lietuvoje ši lėšų „įdarbinimo“ forma atsirado po 2004 m. pensijų reformos, o 2019 m. įvestas automatinis dalyvių įtraukimas paskatino didesnę žmonių susidomėjimą. Kadangi šiuo pokyčiu įgalinti gyvenimo ciklo pensijų fondai, jų investavimo strategijos yra iš anksto numatomas pagal dalyvio gimimo datą, tad asmeniui, nusprendusiam kaupti šioje pensijų pakopoje, nelieka fondo pasirinkimo laisvės. Kita vertus, pasirinkus šią investavimo priemonę, sprendimo priėmėjas gali nuspręsti, kuriuo pensijų fondų valdytoju jis pasitiki labiausiai bei kurioje bendrovėje norėtų kaupti pensiją. Siekiant įvertinti jų valdomų fondų sėkmingumą dalyvių atžvilgiu, vienas iš pagrindinių kriterijų yra gaunama grąža. Remiantis šiuo rodikliu taip pat svarbu įvertinti ir galimą prisiimti riziką, kadangi tai tiesiogiai koreliuoja su pelnu. Natūralu, jog fondo dalyviui priimtinausia pasirinkti valdytoją, kuris su mažiausia rizika ateityje generuotų didžiausią grąžą, todėl svarbu visapusiškai įvertinti fondus jų egzistavimo laikotarpio perspektyvoje. Dėl šios priežasties pagrindinis darbo tikslas:

atlikti daugialypį „Aviva Lietuva“, „SEB bankas“, „Swedbank“, „Luminor Bank AS Lithuanian branch“, „INVL Asset Management“ gyvenimo ciklo pensijų fondų vertinimą rizikos rodikliu atžvilgiu bei išskirti šių tikslinių fondų veiklos panašumus bei skirtumus, atliekant jų homogeniškumo tyrimą per rizikos ir efektyvumo rodiklių prizmę.

Siekiant įgyvendinti tikslą sprendžiami šie uždaviniai:

1. surinkti ir paruošti analizei Lietuvos II pakopos gyvenimo ciklo pensijų fondų duomenis nuo jų atsiradimo pradžios iki 2021-12-31;
2. atlikti galimų metodų ir jų realizavimo analizę, išskiriant metodus, kurie būtų taikytini pensijų fondų ir lyginamųjų indeksų priklausomumo struktūrų bei priežastinio ryšio vertinimui, siekiant iširti rinkos lyginamųjų indeksų poveikį tikslinių grupių fondams;
3. iš istorinių duomenų atlikti tikslinių grupių pensijų fondų lyginamąją analizę rizikos ir grąžos įverčių atžvilgiu;
4. išanalizuoti Lietuvos gyvenimo ciklo pensijų fondų elgesio sąveiką, tiriant rizikos persidavimo efektą.
5. atlikti rinkos homogeniškumo tyrimą, su tikslu išskirti pensijų fondų veiklos skirtumus ar panašumus bei identifikuoti rizikos rodiklius, rodančius didžiausią įtaką pensijų fondų grupavimui.

Uždaviniai sprendžiami naudojant programavimo kalbą „R“. Siekiant išspręsti išsikeltus uždavinius išlaikoma struktūra šiose darbo dalyse:

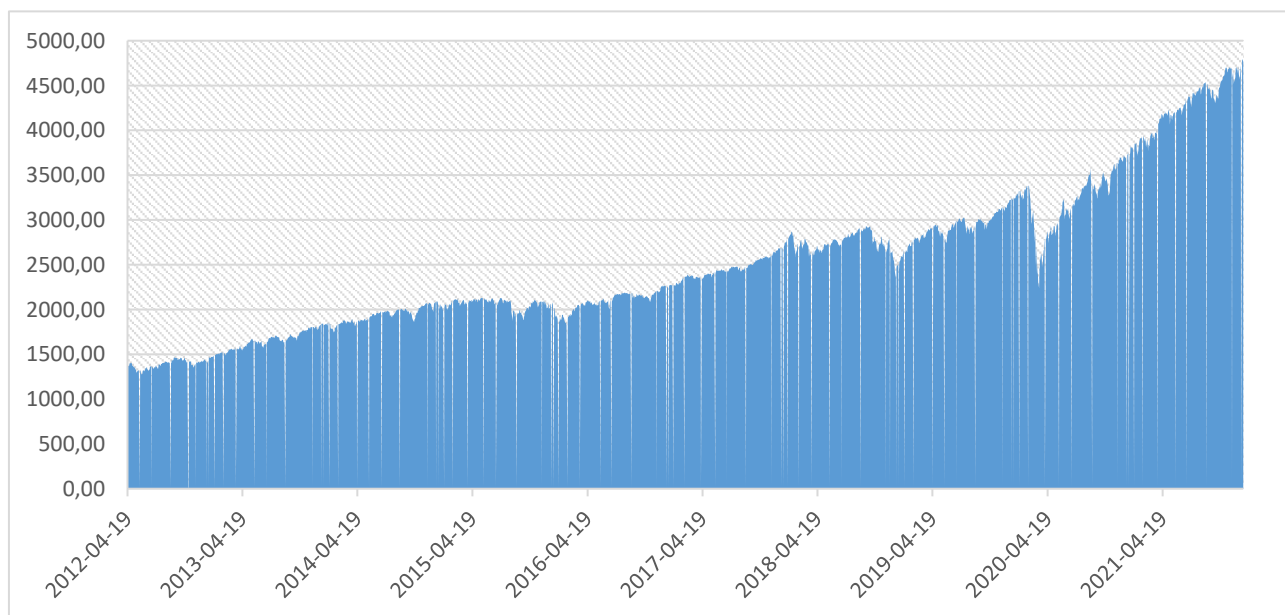
1. pirmoje – pateikiamos sąvokos, investicijų rizikos rodikliai, panašaus pobūdžio tyrimų apžvalga, išskiriant investicijų vertinimo metodus;
2. antrojoje – pateikiami tyrime naudojami bei pasaulyje plačiai taikomi metodai, testai, formulės;
3. trečiojoje – pristatoma tyrimo eiga, aptariami rezultatai, tarpinės išvados.

1. Teorinė dalis

1.1. Investavimo priemonės

Šiandienos didelės kaitos ekonomikos sąlygomis vis dažniau girdima investavimo sąvoka. Žmogaus susidomėjimas tiesiogiai auga su asmeniniu poreikiu turimas lėšas „įdarbinti“. Nors ekonominiu požiūriu investavimas ir taupymas skiriasi, daugelis tai traktuoja kaip panašius veiksmus, pagrįstus didesnių santaupų siekiu ateityje. Svarbu paminėti, kad taupymas yra orientuotas į bendrą uždarbį, neišleidžiamą vartojimui, o investavimas pagrįstas lėšų paskyrimui, siekiant jas išsaugoti bei padidinti jų vertę numatytos grąžos atžvilgiu. Pasirinkus pastarąjį variantą svarbu įvertinti savo galimybes, lūkesčius bei investavimo alternatyvas. Dabartiniuose tyrimuose vis daugiau dėmesio sutelkiama į vieną investavimo, t. y. finansinių sprendimų, formą – prekybą turtu (akcijos, obligacijos, fondai ir t.t.) [1]. Nors ir egzistuoja daugiau kapitalo disponavimo formų, šiame skyriuje plačiau pristatomos minėtos investavimo priemonės.

Ne paslaptis, kad bet kuri įmonė, norinti pradėti savo veiklą, privalo turėti kapitalą įsiregistruodama valdžios institucijose. Šio kriterijaus atžvilgiu įmonės akcija reiškia įmonės nuosavybės teisę, o akcijų paketas identifikuoja įmonės priklausomumo modelį. Perkant dalį akcijų, tampama daliniu įmonės savininku, todėl investavimas būtent šia forma dažnam pasirodo patrauklus. Svarbu paminėti, kad šis investavimo būdas yra bene vienas populiariausių ir dėl galimybės gauti potencialiai didesnę investicinę grąžą ilguoju laikotarpiu. Pavyzdžiui, nagrinėjamas vienas įtakingiausių bei dažniausiai sekamų akcijų indeksų – „S&P 500“, rodantis 500 didelių Jungtinių Amerikos Valstijų (JAV) biržų prekybos sąrašuose esančių įmonių veiklą. Kaip galima pastebėti iš 10 metų indekso istorinių kainų diagramos (žr. 1 pav.), investavimo į akcijas privalumas akivaizdus – matomas ganėtinai tolygus kainos augimas (išskyrus kritimą žemyn Covid-19 pandemijos pradžioje 2020 m.). Šių pokyčių atžvilgiu galima daryti išvadą apie tikėtiną didelį investicijų pajamingumą ilguoju laikotarpiu, turint omenyje, kad sudarant šį indeksą įtraukiamos pirmaujancios bendrovės iš svarbių JAV ekonomikos sektorių. Kita vertus, įmonių nuosavybės modelis nuolat kinta, o akcijos rotuoja rinkoje, todėl šis investavimo būdas laikomas vienu rizikingiausiu [3].



1 pav. „S&P 500“ indekso kainos diagrama. Parengta autoriaus pagal [2].

Iš tiesų, literatūroje teigiama, kad įmonės rizikos profilis yra pagrindinis veiksnys, lemiantis sprendimo priėmimą dėl vertybinių popierių pirkimo [4]. Priklausomai nuo asmeninių preferencijų rizikos atžvilgiu, investavimas į akcijas gali būti mainomas į mažiau rizikingą investavimo formą – prekybą obligacijomis (skolos vertybiniu popieriumi). Pastarąsias leidžia finansų institucijos (pvz. vyriausybė, įmonė), o investuotojas, perkantis obligacijas, skolina lėšas jų leidėjui. Viena iš priežasčių, kodėl, dažnu atveju, investuotojai pasitraukia iš didelės tikėtinos rizikos turto į mažos rizikos turtą, yra mažesnių, tačiau garantuotų, grąžų siekis [5]. Kitas investavimo į obligacijas privalumas – aiškumas, kadangi investuojant į skolos vertybinius popierius yra nustatoma išpirkimo data bei yra žinoma grąža. Taip pat svarbiu faktoriumi laikomas ir šios investavimo formos lankstumas, nes atsiradus poreikiui obligacijas galima parduoti dar prieš išpirkimo datą antrinėje rinkoje [6]. Nors ši investavimo forma laikoma mažiau rizikinga, prieš investuojant svarbu visapusiškai įvertinti ne tik įmonės riziką, bet ir obligacijų išpirkimo terminą, kadangi tai svarbus rodiklis kainų pokyčiams (palūkanų normų svyravimams jautresnės obligacijos, kurių išpirkimo data yra vėlesnė).

Siekiant investuoti nuosavą kapitalą, tačiau susiduriant su dilema renkantis tarp konkrečių vertybinių popierių, pravartu apsvarstyti investavimo į fondus galimybę. Ši opcija itin populiari pradedančiųjų investuotojų atžvilgiu, kadangi tai nereikalauja gilių finansinio raštingumo žinių bei yra paprastas būdas įsigyti plačiai diversifikuotą portfelį. Investicinius fondus sudaro bendras žmonių kapitalas, kurį valdo profesionalūs investuotojai. Fondų veikimo pagrindu, investuotas turtas yra išskirstomas į didelį skaičių įvairių turto klasių. Tokiu būdu kapitalas yra padalinamas į obligacijas, akcijas ar alternatyvias turto klases, taip diversifikuojant investicinį krepšelį bei sumažinant vienos investicijos poveikį visam portfeliui, minimalizuojant bendrąją riziką. Nors investiciniai fondai yra patrauklūs dėl investavimo mažomis sumomis galimybės, šis investavimo būdas nesuteikia garantijos, kad fondo valdytojai viršys rinkos vidurkį. Taip pat patikėjus kapitalą bendrovei, valdančiai fondą, nėra sprendimų priėmimo atskaitomybės, o tai reiškia, jog visus investicinius sprendimus be asmens sutikimo priima valdytojas. Priešingai nei anksčiau minėtų investavimo formų atžvilgiu, investuojant į fondus negalima stebėti investicijų svyravimų per dieną, t. y. fondo vienetų vertės pokytis yra matomas praėjus vienai dienai nuo realios vertės pokyčio [7].

Apibendrinant minėtas investavimo formas, galima daryti išvadą, jog kiekviena priemonė yra galimybė padidinti turimo kapitalo vertę ateityje. Pasirenkant investavimo būdą svarbu visapusiškai įvertinti asmenines preferencijas rizikos, grąžos poreikio bei investicijos valdymo atžvilgiu. Sprendimo priėmėjui svarbu įvertinti turimo kapitalo bei lūkesčių santykį, jog būtų priimta pagrįsta investavimo strategija, atnešanti didžiausią investicinę naudą.

1.2. Pensijų kaupimo sistema – pensijų fondai

Siekiant parodyti investavimo įvairiapusiškumą, investicinio portfelio diversifikaciją bei rizikos valdymo galimybes sprendimo priėmėjo atžvilgiu, šioje tyrimo dalyje kaip viena iš investavimo opcijų bus pristatomi pensijų fondai.

Praeito amžiaus pabaigoje Europos Sąjungoje (ES) susidurta su iššūkiu išlaikyti senstančią visuomenę. Ne viena ekonomiškai stipri bei išsivysčiusi valstybė pajuto didėjančią valstybės socialinių įsipareigojimų našta [8]. Blogėjant demografinėi situacijai, didėjant emigracijai bei ilgėjant gyvenimo trukmei atsirado grėsmė valstybės finansų stabilumui. Galima daryti prielaidą, kad dėl pasaulio finansų krizės sukulto ekonominio nuosmukio, aukštas pensijų lygis bei kitos išmokos

nebuvo užtikrintos. Pajutus minėtas demografines bei ekonomines tendencijas Lietuvoje, buvo priimti pirmieji sprendimai sprendžiant opią amžiaus struktūros pokyčių problemą. 2004 m. pensijų sistemos pertvarka iš dalies privatizavo pensijų sistemą, kadangi nuo valstybinės senatvės pensijų sistemos buvo pereita prie daugiapakopės [8]. Šios sistemos atžvilgiu dalyvavimas pensijų kaupime buvo savanoriškas, kadangi kiekvienas gyventojas dalį įmokų galėjo paskirti pensijai kaupti laisvu sprendimu. Ši reforma užtikrino papildomas pajamas senatvėje bei galimybę sulaukus pensinio amžiaus išmokas gauti ne iš vieno šaltinio. Įvedus tris lėšų senatvei kaupimo šaltinius (žr. 1 lentelė), buvo sukurti investiciniai fondai, kuriems buvo nustatyti apribojimai bei papildomos valdymo sąlygos. Viena vertus, taip buvo siekiama užtikrinti pakankamai dideles valstybines pensijas, tačiau taip pat ir skatinama gyventojus pradėti investuoti nuosavą kapitalą.

1 lentelė. Daugiapakopės pensijų kaupimo sistema iki 2019 m.

Pensijų sistemos pakopa	Veikimo principas	Dalyvavimas
I	Valstybinė pensija, mokama iš dirbančiųjų sumokėtų mokesčių „Sodrai“.	Privalomas. Dalyvauja visi mokantys „Sodros“ įmokas.
II	Dalis valstybės surinktų „Sodros“ mokesčių investuojama ir kaupiama asmens pensijų fondo sąskaitoje.	Neprivalomas. Dalyvavimas savanoriškas.
III	Asmeninė žmogaus investicija, taikant gyventojų pajamų mokesčio lengvatą.	

Šaltinis: Parengta autoriaus pagal [9].

Nors ši reforma suteikė galimybę kiekvienam kaupti papildomas lėšas savo pensijai, 2019 m. įvestas automatinis dalyvių įtraukimas į antros pakopos pensijų kaupimą sukėlė klausimų bei diskusijų apie fondų veiklą. Šiuo pokyčiu pasikeitė antros pakopos valdymas – įvesti gyvenimo ciklo pensijų fondai, kurių dalyvių lėšos investuojamos gyvavimo ciklo principu. Dėl šios naujovės pensijų kaupimo bendrovės visiems fondų dalyviams privalėjo pasiūlyti dalyvauti labiausiai jų amžių atitinkančiuose pensijų fonduose [10]. Kadangi gyvenimo ciklo fondai labiau žinomi kaip fondai pagal numatytą datą, išskirtinis jų bruožas – investavimo strategijos pokyčiai, atitinkantys grupės amžiaus poreikius. Lietuvoje kiekvienas fondo valdytojas kuruoja 7 tikslines amžiaus grupes, kurių investavimo strategija darosi konservatyvesnė didėjant dalyvio amžiui. Tai reiškia, kad pensijos kaupimo pradžioje, dalyviui priskiriamas rizikingesnis investicinis portfelis – pastarojo krepšelį daugiausiai sudaro investicijos į akcijas. Dalyvio amžiui didėjant, jo investicinis portfelis keičiamas didinant investicijų į obligacijas kiekį. Gyvavimo ciklo teorijoje teigiama, kad jaunajai kartai yra optimalu prisiimti didesnę finansinę riziką negu leidžia jų turimas kapitalas [11]. Šis sprendimas grindžiamas rizikos prisiėmimo lygmeniu, turint omenyje, kad jaunam žmogui aukšta rizika priimtinesnė siekiant didesnės grąžos, kai vyresnio amžiaus žmogui pravarčiau rinktis mažesnės rizikos investavimo būdą, siekiant išsaugoti jau sukauptą kapitalą. Sudedant žmogiškąją jaunos kartos ir finansinį vyresniosios kartos kapitalus į kolektyvinį pensijų fondą, jaunoji karta turi galimybę dalyvauti akcijų biržoje ir uždirbti daugiau premijos iš rizikos, negu jie tai galėtų padaryti savarankiškai [11]. Taip pat svarbu paminėti, kad fondo dalyviui kylant per tikslines amžiaus grupes, investavimo strategija keičiasi palaipsniui, t. y. net ir sulaukus pensinio amžiaus, fondo valdytojas dalį dalyvio lėšų investuoja ir į akcijas, siekdamas stabdyti infliacijos padarinius.

Lietuvoje egzistuoja penkios gyvenimo ciklo pensijų fondus kuruojančios bendrovės, įsteigusios septynerių metų laikotarpio septynias tikslinių amžiaus grupių fondus. Siekiant didesnio aiškumo bei patogumo fondų dalyvių atžvilgiu, visų valdytojų fondų pavadinimai yra identiški: 1954–1960, 1961–1967, 1968–1974, 1975–1981, 1982–1988, 1989–1995, 1996–2002. Šias amžiaus grupes reiktų interpretuoti kaip gimimo datų režius, pavyzdžiui, „1954–1960“ fondas skirtas asmenims gimusiems tarp 1954-ųjų ir 1960-ųjų metų. Svarbu paminėti, jog veikia papildomas fondas – turto išsaugojimo, kuris skirtas pensinio amžiaus sulaukusiems asmenims.

1.3. Pensijų fondų analizė ir įvertinimas

Nusprendus kaupti pensiją gyvenimo ciklo fonduose, sprendimo priėmėjui svarbu įvertinti valdytojų kuruojamų fondų veiklą bei jų sėkmingumą. Svarbiu faktoriumi tampa galimos rizikos bei tikėtinos gražos santykis, leidžiantis priimti asmeniškai naudingiausią sprendimą. Siekiant įvertinti šį rodiklį praktikoje naudojami įvairūs lyginamieji indeksai bei matai, kurie padeda ne tik vertinti fondo veiklą, bet ir pasirinktos strategijos tikslumą, todėl šiame poskyryje bus pristatomos dažniausiai naudojamos investicijų vertinimo priemonės.

1.3.1. Išoriniai lyginamieji indeksai

Vertinant fondų veiklą svarbu atsižvelgti ne tik į investavimo strategiją, bet ir į rinkos pokyčius, kadangi keičiantis jos sąlygoms, keičiasi ir lyderiaujantys fondai. Vienas iš būdų įvertinti fondo veiklos sėkmingumą – gretinti investiciją pasirinkto lyginamojo indekso atžvilgiu. Iš anksto nustatytu matu galima objektyviai įvertinti pasiektą gražą, kainos augimą bei iš dalies prognozuoti ateities kainų svyravimus. Nors šiuo rinkos lyginamuoju indeksu gali būti pasirinktas bet kuris finansinių priemonių indeksas, praktikoje tampa įprasta investicinius fondus vertinti su lyginamuoju indeksu. Šis indeksas apibrėžiamas kaip rodiklis, kurio kintančios reikšmės perspektyvoje vertinama investicinio portfelio graža.

Siekiant įvertinti pensijų fondo valdytojo bei bendros rinkos situacijos santykį, Lietuvoje nuo 2007 m. visiems II pakopos pensijų fondams investavimo strategijoje privalu nusimatyti lyginamąjį indeksą [12]. Šiuo reglamentu valdytojams privaloma skelbti fondo finansinius pasiekimus kartu su lyginamojo indekso rezultatais, taip suteikiant galimybę objektyviai įvertinti kolektyvinio investavimo subjekto veiklą. II pakopos pensijų fondams veikiant gyvenimo ciklo fondų principu, svarbiu faktoriumi tampa lyginamojo indekso sandara. Kadangi jauniausių amžiaus grupių pensijų fondai daugiausia investuoja į akcijas, natūralu, kad rinkos lyginamasis indeksas turėtų būti panašaus profilio, priešingu atveju veiklos vertinimas bus neobjektyvus bei nekorektiškas. Taip pat, renkant lyginamąjį indeksą, atsižvelgiama ir į geografinį faktorių, kadangi pastaruoju galima įvertinti, į kurių regionų akcijas ketinama investuoti. Pavyzdžiui, lyginamajam indeksui esant sudarytam iš 80 proc. išsivysčiusių Europos valstybių ir 20 proc. kylančių rinkų indeksų dalių, galima daryti prezumpciją, kad pasirinkta investavimo strategija sąlyginai nerizikinga. Ši išvada pagrįsta faktu, kad didžioji portfelio dalis investuojama ganėtinai saugiomis sąlygomis, o mažoji – į sąlyginai rizikingesnes bei ne tokias stabilias rinkas.

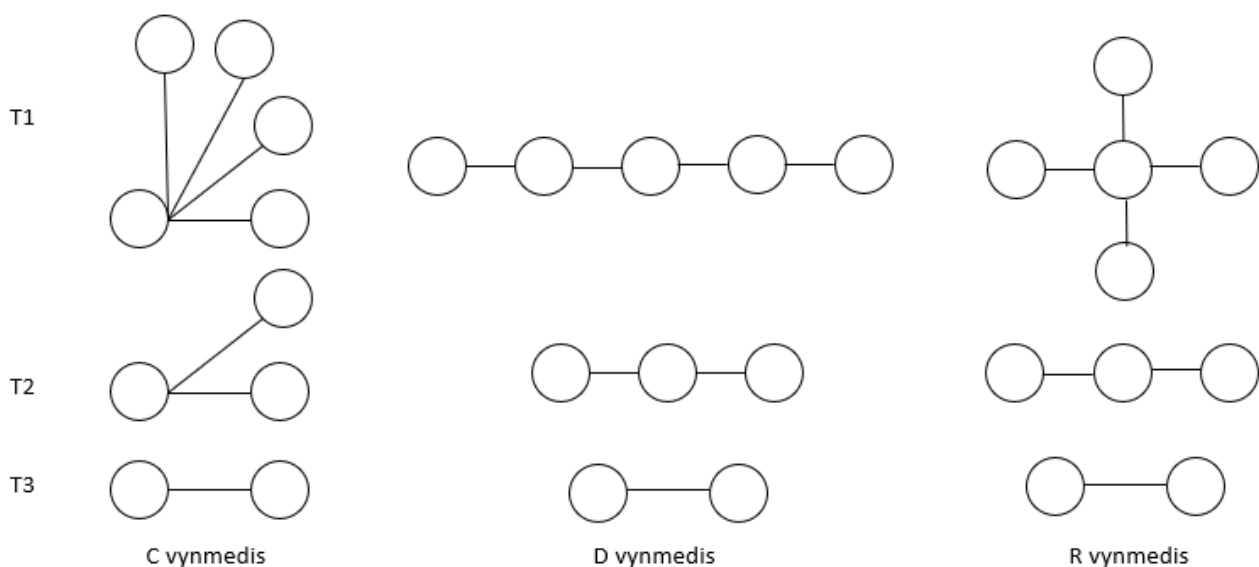
Išoriniai lyginamieji indeksai Taip pat naudingi ateities kainų svyravimų prognozavimui. Literatūroje teigiama, kad verslo dinamiką galima nuspėti tam tikru mastu, naudojant pirmaujančius ekonominius rodiklius, kurie linkę kilti ar kristi anksčiau už likusią ekonomiką [13]. Tyrimų autoriai, nagrinėdami ryšį tarp akcijų biržos ir makroekonominių rodiklių, rėmėsi Granger'io priežastingumo testu. Šio tyrimo metu nagrinėtas dvimatis ryšys tarp Vokietijos akcijų rinkos gražos bei pramonės gamybos,

infliacijos, palūkanų normos, valiutos kurso ir panašių rodiklių, leido suprasti abipusę įtaką tarp investicinių priemonių bei minėtų indeksų. Nors analizės metu neatrastas makroekonominių rodiklių poveikis akcijų rinkoms Granger'io priežastingumo požiūriu, tačiau atrasta, jog akcijų rinka atlieka sąlyginai svarbų vaidmenį pramonės produkcijos bei palūkanų normos svyravimų atžvilgiu [13]. Remiantis šiais rezultatais, padaryta išvada, jog Vokietijos akcijų birža yra informatyvi, o tai leidžia spekuliuoti apie jos naudingumą prognozuojant kitų investicinių formų dinamiką. Vienas iš dažniausiai praktikoje minimų šio metodo trūkumų – pagalbinių kintamųjų, perduodančių ar sukeliančių netiesioginių priežastinių ryšių, nežinojimas, latentinių padarinių aptikimas įvardijimas kaip viena sudėtingesnių užduočių [14]. Nors egzistuoja šimtai ekonominių indeksų, kurie galėtų būti įvardijami kaip investicijos pagalbiniai kintamieji, nagrinėjant pensijų fondus investavimo perspektyvoje, minėtas trūkumas nėra itin reikšmingas. Kadangi fondų išoriniai lyginamieji indeksai parinkti atsižvelgiant į fondo portfelio struktūrą, daroma prielaida, kad pastarieji tarpusavyje susiję dėl panašios veiklos krypties.

Abipusės sąveikos ryšys pastebėtas tiriant Jungtinės Karalystės pensijų fondus ir finansinę plėtrą 1970-2008 m. laikotarpiu [15]. Tyrimo autoriai atskleidė pensijų fondų teigiamą poveikį finansų rinkų plėtrai naudojant Granger'io bei Johansen'o kointegracijos testus. Pastarasis metodas, nors ir rečiau taikomas, tačiau taip pat minimas analizuojant Amerikos bei Europos akcijų rinkas. Atlikto tyrimu daroma išvada apie stiprius akcijų kointegracijos įrodymus bei bendras stochastines tendencijas [16]. Analizės metu pabrėžiama, jog tarptautinė akcijų rinkų kointegracija prisideda prie investicinio portfelio diversifikavimo strategijos institucinio investuotojo kontekste. Remiantis šiuo tyrimu, galima daryti prezumpciją, jog kuriant platų gyvenimo ciklo pensijų fondo investicinį krepšelį, galima diversifikacija, kurianti sąveiką su lyginamuoju indeksu. Svarbu paminėti, kad naudojant šiuos metodus buvo atlikta ryšio analizė tarp Malaizijos akcijų rinkos ir valiutų kurso, kurio atžvilgiu buvo išskirtas Granger'io testo pranašumas [17]. Tyrimo autoriaus teigiama, kad Johansen'o kointegracijos testas yra problematiškesnis, naudojant daugiau nei du kintamuosius. Taip pat išskirtas trūkumas dėl jautrumo imties dydžiui, kadangi šis metodas neturi tiksliai apibrėžto ribinio pasiskirstymo.

Kitas svarbus aspektas tiriant išorinių lyginamųjų indeksų ir pensijų fondų santykį yra priklausomumo struktūros analizė. Statistikoje priklausomybė reiškia ryšį tarp atsitiktinių dydžių ar duomenų rinkinių, o šio sąryšio atžvilgiu viena iš labiausiai paplitusių finansų ir draudimo sąvokų – koreliacija. Nors ši priemonė ryšiui nustatyti yra dažnai naudojama, tačiau koreliacijai apibrėžti taikomi metodai yra ganėtinai neinformatyvūs apie tikrąją dydžių tarpusavio priklausomybę [18], todėl mokslinėje literatūroje vis daugiau dėmesio skiriama gilesnei laiko eilučių priklausomumo struktūrų analizei. Vienas naujesnių įrankių priklausomybės įverčiams sudaryti – 2015 m. sukurtas kvantilių ant kvantilių (angl. quantile-on-quantile), arba kitaip, QQ metodas. Taikant šią priemonę, buvo atliktas tyrimas analizuojant aukso ir lyginamųjų indeksų priklausomybę nuo dešimties akcijų rinkų, įskaitant penkias didesnes išsivysčiusias rinkas (Jungtinė Karalystė, Japonija, Kanada, Vokietija, Jungtinės Amerikos Valstijos) bei penkių euro zonos šalių (Graikija, Airija, Portugalija, Ispanija, Airija) akcijų biržas [18]. QQ metodas atskleidžia minėtų rinkų tarpusavio santykių niuansus, parodant, jog auksas yra investicinio portfelio diversifikatorius bei akcijų portfelio mažesnės rizikos garantas, kadangi tai saugi investavimo priemonė. Įdomu, jog šio tyrimo atžvilgiu pastebėtas aukso ir akcijų rinkų poros ryšių skirtumas nuo šalies bei konkrečios rinkos būklės. Finansinio turto priklausomybės struktūros modeliavimas yra itin svarbus, kuriant optimalų portfelį bei siekiant tikslingai pasirinkti investavimo objektą, kurio vertė kiltų nepriklausomai nuo aplinkybių

[18]. Kai pasiekiami didžiuliai daugiamaciai duomenys, atsiranda poreikis sukurti lanksčias daugiamates paskirstymo klases. Dėl šios priežasties per pastarąjį dešimtmetį jungčių modeliavimas tapo dažnai naudojama finansų, ekonomikos priemone. Kadangi jungtys gali būti naudojamos kaip statistinė ir matematinė priemonė, taikoma vertinant sudėtinę finansinę riziką, jungtimis pagrįstas priklausomybės modeliavimas yra populiarus analizės įrankis. Viena iš plačiau naudojamų jungčių rūšių – vynmedžio jungtis (angl. vine copula), suteikianti daugiau lankstumo ir leidžianti modeliuoti sudėtingus priklausomybės modelius. Naudojant daugybę dvimačių jungčių, galinčių būti išdėstyti ir analizuojamų medžio struktūroje, siekiama ištirti kelias tarpusavio priklausomybes, kintančias laike [19]. Vynmedžių jungčių metodas leidžia sukurti ribinius modelius kiekvienam kintamajam atskirai ir sujungti juos su priklausomybės struktūra [20]. Literatūroje yra nusistovėjusi vynmedžių jungčių klasifikacija, kuri teigia, jog kiekviena jungtis turi reguliarią vynmedžio (angl. Regular vine) jungtį, tačiau yra du specifiniai porūšiai – C vynmedis (angl. Canonical vine) ir D vynmedis (angl. Drawable vine) (žr. 2 pav.)



2 pav. Vynmedžių jungčių struktūros. Parengta autoriaus pagal [20].

Finansuose vynmedžių jungtys daugiausia buvo naudojamos modeliuojant priklausomybę tarp investicijos turto grąžos, rizikos valdymo bei išvestinių finansinių priemonių dar nuo dešimtojo dešimtmečio vidurio [20]. Pavyzdžiui, tiriant priklausomybės struktūrą tarp naftos ir trijų Jungtinių Amerikos Valstijų dolerio keitimų tarifų Kinijoje, Indijoje bei Pietų Korėjoje, tyrėjų naudotas vynmedžių jungtimis paremtas GARCH modelis [21]. M. Rockinger'is ir E. Jondeau pritaikė vynmedžių modeliavimą, tiriant penkių pagrindinių tarptautinių akcijų indeksų sąlyginę priklausomybę [22]. Ši metodologija naudota ir analizuojant pensijų fondų tarpusavio priklausomumą, esant ekstremalių finansų rinkų sukrėtimams. Z. Peng'as savo tyrime taiko C vynmedį, įvertinant fondų ryšius finansinių krizių (2000-2003, 2007-2009) metu [23]. Atliekant modeliavimą įvairiomis rinkos aplinkybėmis, autorius atskleidžia, jog portfelio diversifikacija gali iš dalies sumažinti turto praradimo galimybę, tačiau didelių sukrėtimų metu akcijų rinkos rizikos veiksniai stipriai paveikia pensijų fondus. Ši išvada priimta remiantis sustiprėjusiu pensijų fondų priklausomumo ryšiu neramumų laikotarpiu, darant prielaidą, jog finansų rinkų tarpusavio priklausomybė daro jas jautresnes bendriems išoriniams sukrėtimams.

Natūralu, jog dėl panašių investavimo strategijų, pensijų fondai tarpusavyje stipriai koreliuoti. Tai yra vienas pagrindinių aspektų, kodėl vynmedžių jungčių taikymas yra optimalus sprendimas stiprių ryšių turinčių duomenų modeliavimui. Nors ši priemonė yra ypač lanksti, išreiškiant sudėtingas priklausomybes, naudojant porinių jungčių kaskadas, taikant šį metodą susiduriama su kompleksiskumu. Tiriant sudėtingą kelių indeksų priklausomybę buvo pasiūlyta efektyvi R vynmedžio jungtis, kuri pasirinkta remiantis didžiausio tikėtimumo (angl. log likelihood) įverčiu [24]. Kadangi daugiamačių jungčių klasė ilgą laiką apsiribojo elipsinėmis (pavyzdžiui, Gaussian ir Student's t jungtys) ir Archimedo šeimomis (pavyzdžiui, Clayton ir Gumbel jungtys) [20], susiduriama su uždaviniu, renkantis tikslingą šeimą iš gausaus jų sąrašo. Sprendžiant, kurią vynmedžių jungčių alternatyvą priimti, dažnu atveju pasirinkimai yra apriboti tam tikrų kriterijų, tad svarbu atsižvelgti į rodiklių visumą. Dėl šios priežasties, siekiant stabilesnių rezultatų, renkantis vynmedžio jungtį, plačiai naudojami ir kiti kriterijai, pavyzdžiui, AIC (angl. Akaike information criterion) ir BIC (angl. Bayesian information criterion) kriterijai. Pastarieji populiarūs savo lankstumu bei lengvu pritaikomumu įvairioms duomenų imtims. Priklausomai nuo tyrimų autorių požiūrio, pasirenkamas rodiklių paketas arba pavieniai rodikliai, vertinant jungties parinkimo korektiškumą. Pavyzdžiui, C. Ozgur'as ir V. Sarikovanlik'as, tirdami Stambulo vertybinių popierių biržą bei taikydami R vynmedžių jungtį, vadovavosi AIC ir didžiausio tikėtimumo kriterijų įverčiais [25]. M. Geidosch'as ir M. Fischer'is, modeliuodami vynmedžio jungtis kredito portfelio rizikos vertinimui, atsižvelgė tik į AIC kriterijų [26]. Nors literatūros šaltiniuose nėra vieningos nuomonės, kuris vertinimo rodiklis tikslingiausias, tačiau populiariausi yra minėtieji kriterijai, kurių pasirinkimas laikomas asmeniniu sprendimu.

Literatūroje galima rasti ir kitų vynmedžių jungčių parinkimo būdų, vienas jų – grafų teorija. Dėl savo panašios struktūros į vynmedžių jungtis, grafai dažnai naudojami medžio atvaizdavimo pasirinkimui, kartu pasirenkant ir jungties tipą iš dvimačių šeimų klasės. Tiriant šešiolikos dimensijų finansinių duomenų rinkinį (tarptautinės akcijos, lyginamieji indeksai), buvo naudojamas automatinis vynmedžio jungties parinkimas, pagrįstas grafų teorija [27]. Tyrimo atrankos metodas apima nuoseklų grafo teorinio algoritmo, kuris randa geriausiai atitinkantį medį, naudojimą. Autorių teigimu šis metodas pajėgus įvertinti iki dvidešimt dimensijų turintį rinkinį, tad metodas pritaikytas didesnių apimčių problemoms spręsti.

Pasaulinės finansų krizės fone finansinių subjektų priklausomybės struktūra vaidina svarbų vaidmenį valdant finansinę riziką, parenkant portfelį ir nustatant turto kainodarą [28]. Nors ekstremalių įvykių rizikos vertinime vynmedžių jungtys taip pat turi pranašumą, kadangi pastarųjų atžvilgiu įmanoma rasti priklausomybę nuo „uodegų“ (angl. tails), tačiau šio rodiklio informatyvumas tiesiogiai susijęs su vynmedžio jungties parinktimi. Pavyzdžiui, Gaussian jungtis nėra pritaikyta sunkių „uodegų“ analizei, o Student's t jungtis apibrėžia simetrišką priklausomybę nuo uodegos, tačiau rodiklis nusakomas tik vienu parametru visų kintamųjų atžvilgiu [24]. Šis matas yra svarbus, kadangi finansinių kintamųjų „uodegos“ priklausomybė apibūdina, kada vieno finansinio turto kaina turi ekstremalių svyravimų [28]. Norint įvertinti turimų gražų priklausomumą ir uodegų ilgumą, svarbu įvertinti duomenų imties skirstinį. Žinoma, tai galima padaryti grafiniu būdu – vizualiai vertinant histogramą, kuri atvaizduoja duomenų pasiskirstymą, tačiau šis būdas nėra tikslus bei suteikia per daug interpretacijų. Kadangi pagrindinė užduotis yra apibūdinti duomenų rinkinį ir jo kintamumą, svarbu duomenis apibūdinti apskaičiuojant asimetriškumą (angl. skewness) ir ekscesą (ang. kurtosis), leidžiančius įvertinti duomenų skirstinį normaliojo pasiskirstymo atžvilgiu. Svarbu paminėti, jog šis

būdas leidžia preliminariai įvertinti laiko eilutes, tačiau remiantis vynmedžių jungčių „uodegos“ parametru gaunami tikslūs režiai, įvertinantys „uodegos“ ilgį.

Svarbu paminėti, jog atliekant pensijų fondų veiklos vertinimą, remiantis išoriniu lyginamuoju indeksu, analizė grindžiama praeities duomenimis. Fondų rezultatų lyginimas gali identifikuoti šios dienos investicijos sėkmingumą, tačiau atliktas vertinimas negarantuoja identiškų ar geresnių rezultatų ateityje. Siekiant objektyviai įvertinti investicijos veiklą bei adekvačiai pasirinkti fondų valdytoją, pravartu apsibrėžti daugiau rodiklių, kurių atžvilgiu fondas būtų apžvelgtas įvairiapusiškai. Dėl šios priežasties naudinga atsižvelgti ne tik į lyginamąjį indeksą, tačiau ir į strategiją, ekonominę situaciją, efektyvumo matavimus, asmeniškai priimtina rizikos lygmenį.

1.3.2. Investiciniai rodikliai

Lietuvoje prasidėjus pensijų fondų veiklai Finansų analitikų asociacija pateikė siūlymą suskirstyti fondus atsižvelgiant į numatomos rizikos lygį, kadangi pastebėta, jog pastarasis lygis fondų portfeliuose skiriasi lygintinai reikšmingai [29]. Viena iš rizikos lygių skirtumo priežasčių – geografinis investavimo strategijos pasirinkimas. Vienų fondų investicinis portfelis yra sudarytas iš pasaulio regionų, kitų dėmesys sutelkiamas Lietuvai artimesniuose kraštuose. Taip pat svarbiu faktoriumi tampa ir taktinis turto paskirstymas, sprendžiant, kiek didinama ar mažinama investavimo į akcijas dalis. Dėl šios priežasties investicinio fondo valdytojas, galintis investuoti 100 proc. lėšų į akcijas, lengvai manipuliuoja portfeliu, sumažindamas investavimo į akcijas proporciją keliais kartais, kai yra tikimasi kainų kritimo. II pensijų kaupimo pakopoje šis modeliavimas nėra taikomas, kadangi investicinis portfelis yra numatomas iš anksto. Dėl šios priežasties iš dalies yra valdomas prisiimamas rizikos lygmuo, tačiau tai nereiškia, jog pensijų fondai nėra rizikinga investicija. Šiuo investavimu egzistuoja sisteminė rizika, kurios negalima panaikinti, tačiau nesisteminė rizika yra mažinama investuojant į skirtingo profilio bendroves. Atliekant investicijos analizę, svarbu riziką įsivertinti skaitine reikšme, ją interpretuojant kaip kapitalo dydį [30]. Literatūroje nėra vieno rizikos apibrėžimo bei nusistovėjusio standartinio šablono, naudojamo investicijos ar portfelio rizikai nustatyti. Taip yra dėl to, jog vienu atveju atitinkamo laikotarpio duomenys gali nepakankamai įvertinti rizikos įvykių galimybę ir tų įvykių mastą. Kitu atveju rizika gali būti dar labiau neįvertinta naudojant normalaus pasiskirstymo tikimybes, kurios retai lemia ekstremalius ar juodosios gulbės įvykius (angl. black swan events) [31]. Dėl šios priežasties rizika vertinama labai įvairiai bei siekiant ją nustatyti, naudojami skirtingi matai. Vienas jų – standartinis nuokrypis. Pastaruoju vadovaujasi Lietuvos bankas, vertinant pensijų fondų valdytojų veiklą ketvirtinėse metų ataskaitose [32]. Šis matas parodo, kaip intensyviai per laikotarpį svyruoja fondo investicinio vieneto vertė [33]. Mokslinėje literatūroje teigiama, jog su didesne rizika gaunama ir didesnė grąža, kadangi rastas teigiamas ryšys tarp grąžos vidurkio ir standartinio nuokrypio – didėjant vienam rodikliui, didėja ir kitas [34]. Tai reiškia, jog esant dideliems kainų svyravimams, standartinis nuokrypis yra aukštas, identifikuojant, jog investicija yra rizikinga. Nors ši metrika greitai apskaičiuojama bei lengvai interpretuojama, ji paremta normaliojo skirstinio prielaida. Pensijų fondų atžvilgiu, dienos grąžos neatitinka normaliojo pasiskirstymo, kadangi finansiniai istoriniai duomenys rodo didelius svyravimus, kurių dažnis didesnis nei leidžia minėtojo skirstinio prezumpcijos [35]. Ši problema literatūroje apibrėžiama kaip finansinio turto verčių sunkios uodegos (angl. heavy tails) dėl kurių gaunami neatitiktiniai. Nors vertinant fondų riziką daugiausia fokusuojamasi į sunkių uodegų skirstinius, galima atrasti ir pusiau sunkių (angl. semi-heavy) uodegų pasiskirstymų taikymą. Šios įžvalgos taikomos ir kitai praktikoje dažnai naudojamai rizikos išraiškai – VaR (angl. Value at Risk). Šis rodmuo nustato vertinamos investicijos nuostolių potencialą ir tikimybę, kad apibrėžtas nuostolis

įvyks. Nors literatūroje pateikiama daug rizikos vertės taikymų, vienas jų aprašomas, kuriant optimalų investicinį portfelį bei vertinant penkių Slovakijos bankų riziką. B. Kollar'as ir P. Adamko taikė VaR rodiklį, kuriuo patvirtinta santykinai maža finansinių nuostolių rizika per trumpą laikotarpį komercinių bankų atžvilgiu [36]. Remiantis priimtomis išvadamis daroma prielaida, jog pagrindinis portfelio nuostolių matas yra rizikos vertė, tačiau dažnu atveju ją sunku įvertinti naudojant VaR rodiklį dėl modeliui netinkamo duomenų pasiskirstymo. Kadangi investicinių duomenų skirstiniai pasižymi „uodegomis“, siekiant apibrėžti subjektų rizikos dydį, pravartu taikyti CVaR (angl. Conditional Value at Risk) kriterijų. Eksperimentų metu pastebėta, jog CVaR minimizavimas duoda optimalų VaR modelio sprendinį, nes VaR niekada neviršys CVaR reikšmės [37]. Šis rodiklis taikytinas apibrėžiant rizikos apribojimus, tiriant Tanzanijos pensijų fondus bei naudojant stochastinį programavimą [38]. Anot autoriaus CVaR plačiau žinomas kaip vidutinis perteklinis nuostolis, vidutinė rizikos vertė ar tikėtina vidutinė vertė (angl. expected shortfall). Nors rizikos vertinimas yra svarbus aspektas tiriant investicijų efektyvumą, literatūroje pabrėžiama, jog investuotojai priima investavimo sprendimus remdamiesi dar dviem kriterijais – grąža bei likvidumu [36]. Pensijų fondus vertinant kaip vieną iš investavimo priemonių, minėtų kriterijų atžvilgiu, svarbu atsižvelgti į gyvenimo ciklo principą. II pensijų kaupimo pakopoje priimama rizika vienoje amžiaus grupėje skirtingų valdytojų perspektyvoje yra panaši, tačiau tikėtinas gaunamų grąžų vidurkio skirtumas. Nors ir svarbu adekvačiai įvertinti galimą prisiimti rizikos lygį, tačiau pastarasis dalinai nuspręstas gimimo datos, todėl svarbu apibrėžti jos santykį su gaunama grąža. Analizuojant Lenkijos pensijų sistemą, atkreiptas dėmesys į „bandos elgesio“ (angl. herd behavior) reiškinių, kuris pagrįstas investavimo strategijų mėgdžiojimu [39]. Dėl šios priežasties investiciniai portfeliai yra panašūs savo struktūra, kas lemia konkurencijos trūkumą, fondų koreliaciją bei panašius rezultatus. Nepaisant to, vienas iš būdų kaip apibrėžti fondų efektyvumą ir rizikos valdymą – taikyti investicijos efektyvumo matavimą (angl. performance measure). Pavyzdžiui, analizuojant Lenkijos ir Vengrijos pensijų fondus remtasi tradiciniais efektyvumo matais, tokiais kaip Sharpe ir Treynor [40]. Sharpe koeficientas atsižvelgia į bendrą portfelio riziką, o Treynor rodiklis orientuotas į sistemine riziką. Gerai diversifikuotam investiciniam portfeliui būdinga bendra rizika, kuri lygi sisteminei rizikai, tad palyginus šiuos du rodiklius galima įvertinti valdytojų diversifikacijos galimybes (jei rodiklių reikšmės vienodos, rodomas stiprus diversifikavimo gebėjimas) [40]. Sharpe koeficientas naudotas apibūdinant ir Lietuvos pensijų fondų veiklą [41]. Autorius atskleidžia, kad gauti rezultatai rodo aukštą fondų rizikingumą santykio su grąža atžvilgiu. Panaši analizė atlikta vertinant Turkijos pensijų fondus, kurių veikla apibrėžta ir Sortino bei Jensen matais [41]. Autoriai rodiklių pasirinkimą grindžia visuotina nuomone, kad veiklos vertinimą turėtų sudaryti du komponentai – rizika ir grąža, o minėti matai orientuoti į standartinį nuokrypį bei į sisteminės rizikos įvertinimą. Vadovaujantis šia logika pravartu dėmesį atkreipti į kaupiamus nuostolius, kurie atsiranda dėl ypač didelių kainos kritimų (angl. drawdown based measures). S. Plastira, vertindama akcijų rinkos portfelius, taikė Calmar, Sterling, Burke, Pain bei Martin rodiklius, kurie paremti rizikos analize didžiausios neigiamos grąžos perspektyvoje [41]. Pavyzdžiui, Calmar koeficientas kiekybiškai įvertina maksimalią neigiamą sukauptą grąžą, o Sterling ir Burke matuoja kiekvieno portfelio riziką, priskiriant numatytus svorius buvusio piko atžvilgiu [42]. Analizuojant tyrimo rezultatus, pastebimas mažas rodiklių įverčių skirtumas, tikėtina, kad dėl panašaus veikimo principo, tad vengiant stiprios koreliacijos, visų rodiklių vertėtų neįtraukti į tyrimą. Svarbu paminėti, kad vadovaujantis šiais matais, autorės daroma išvada, jog portfeliai, sudaryti iš mažų akcijų, ir portfeliai, kurių vertybinių popierių vertė yra didelė, veikia geriau nei portfeliai, kurių charakteristikos priešingos. Ši prezumpcija gali būti taikytina ir gyvenimo ciklo principu veikiantiems fondams, kadangi pastarieji sukuria diversifikacijos galimybę investuodami į įvairias, tačiau mažesnes rinkas. Svarbu paminėti, kad dėl šios priežasties, jaunystėje

investuojama santykinai didesniu kapitalu, taip vėlesniame gyvenime apsidraudžiant nuo didelių neigiamų sukrėtimų poveikio [43]. Dar vienas sukrėtimus apibūdinantis rodiklis, naudojamas investicijų veiklos vertinime – maksimalus smukimas (angl. maximum drawdown). Šis, didžiausias kaupiamasis nuostolis nuo piko iki minimumo, yra vienas plačiausiai naudojamų rizikos rodiklių fondų valdymo kontekste, tačiau vienas mažiausiai išvystytų rizikos matavimų perspektyvoje [44]. Galima daryti prielaidą, kad nėra sukurta daug rodiklio variacijų dėl jo kompaktiškumo, kadangi tai yra vienkartinis matas, turintis mažai informacijos būsimų įvykių prognozavimui. Taip pat rodmenis raidai įtakos daro ir faktorius, jog investicijos, turinčios ilgą istoriją, turės maksimalius išskaitymus, kas leistų daryti išvadas apie investicijos ekstremumus, kuriuos galbūt lėmė stiprūs išorės veiksniai.

Vertinant pensijų fondus iš sprendimo priėmėjo, kurį valdytoją pasirinkti, perspektyvos, svarbu atsižvelgti į rodiklius, kurie maksimaliai padidintų grąžą, kurios tikimasi per ilgą investavimo laikotarpį. Remiantis Z. Peterson'o atliktu tyrimu, vienas iš tokių matų – Kelly kriterijus, kuris gali būti naudojamas optimaliai grąžai apskaičiuoti ir gali generuoti portfelius, panašius į vidutinės dispersijos modelio rezultatus [45]. Šio tyrimu atžvilgiu gauta išvada, jog Kelly kriterijus sujungia rizikos ir grąžos parametrus į vieną tikslo funkciją, dėl to tai naudingas rodiklis vertinant investicijos veiklos efektyvumą. Svarbu paminėti, kad Kelly rodmiuo gerai žinomas lošimo teorijoje, kadangi jis apibrėžia, kaip privati informacija, kuri gavėjui suteikia pranašumą prieš lažybų tarpininką, gali būti panaudota pelningoms lažyboms, kadangi kriterijus formuluoja strategiją, kuri maksimizuoja ilgalaikį turto prieaugį pasikartojančių investicijų atžvilgiu [46]. Dėl šios priežasties literatūroje daugiausia sutinkama praktinių pavyzdžių azartinių žaidimų strategijų grindime, tačiau investavimas į akcijų rinką Taip pat gali būti vertinamas kaip nenutrūkstamas žaidimas, kurio teigiama vienerių metų tikėtina grąža lygi istorinės metinės grąžos vidurkiui per pakankamai ilgą laikotarpį [47]. Vertinant pensijų fondus kaip investavimo alternatyvą, Kelly kriterijus naudojamas optimaliam investicijos dydžiui nustatyti, remiantis tikimybe ir tikėtinu laimėjimo ar pralaimėjimo dydžiu. Šis kriterijus susijęs su ilgalaikio kapitalo augimu, todėl tai svarbus aspektas vertinant investiciją ilgalaikėje perspektyvoje. Kadangi minėto rodiklio veiksniumas pagrįstas panašių rezultatų į dispersijos modelių gavimą, svarbu atsižvelgti ir į dispersijos reikšmę. Literatūroje teigiama, kad dispersija gali reikšmingai numatyti būsimą akcijų grąžą [48], todėl dauguma investuotojų atsižvelgia į šį rodiklį siekiant įvertinti investicijos rizikos didumą bei palyginti portfelio turto našumą. P. Antolin'is, tirdamas privačius pensijų fondus vertino pastarųjų dispersiją kaip rizikos matą, kadangi šis rodmiuo atspindi galimybę, jog faktinė investicijos grąža, arba jos pelnas ar nuostolis, per numatytą laikotarpį yra didesnis ar mažesnis nei tikėtasi [49].

Apibendrinant galima teigti, jog praktikoje naudojama daug investicijų efektyvumą bei riziką apibrėžiančių rodiklių, tačiau dalis jų pasižymi panašiu veikimo principu, todėl pravartu pasirinkti skirtingas sritis padengiančius matus. Svarbu paminėti, kad dauguma rodiklių yra lengvai apskaičiuojami bei interpretuojami, tačiau pensijų fondų analizei pastarųjų taikymo pavyzdžių maža, dėl to svarbu į pensijų fondus žvelgti kaip į investavimo formą.

1.3.3. Rizikos persidavimas tarp investicijų

Kadangi kiekvienas fondo valdytojas kuruoja septynias tikslines amžiaus grupes, natūralu, jog dėl griežtų fondų valdymo taisyklių, pastarųjų valdymo strategijos persidengia. Bendras siekis vadovautis gyvenimo ciklo principu, kuriant fondų investicinius portfelius, taip pat prisideda prie investavimo strategijų supanašėjimo, o tai leidžia daryti prielaidą, jog tiksliniai fondai reaguoja į vienodus išorės veiksnius. Šios problematikos atžvilgiu svarbu suprasti kaip fluktuacijos, stebimos

vienose rinkose, persiduoda į kitas rinkas. Nepastovumo pasiskirstymas paprastai atsiranda dėl rinkų ekonomikų tarpusavio priklausomybės, o tai reiškia, jog pasaulinio ar vietinio pobūdžio sukrėtimai gali būti perduodami tarp šalių dėl jų finansinių ryšių [50]. Tiriant kasdienių akcijų indeksų svyravimų perdavimą iš Jungtinių Amerikos Valstijų ir Jungtinės Karalystės į besivystančias rinkas (Izraelis, Turkija, Egiptas), buvo naudotas Diebold'o ir Yilmaz'o pasiūlytas apibendrinto VAR modelio prognozės-klaidos dispersijos skaidymo metodas – rizikos persidavimo efektas (angl. spillover) [50]. Šiuo tyrimu pastebėtas reikšmingas Jungtinių Amerikos Valstijų vienakryptis poveikis Egipto bei Izraelio atžvilgiu bei Jungtinės Karalystės jokios įtakos nedarymas pasirinktoms rinkoms. Autorių teigimu, Egipte bei Izraelyje dominuoja rizikos persidavimo efektas dėl gražų panašumo, kadangi rinkos graža yra esminis rodiklis, paaiškinantis tendenciją ir nepastovumą abiejų rinkų perspektyvoje. Svarbu paminėti, kad tiriant rizikos persidavimo efektą, galima pastebėti išorės veiksnių, lemiančių nepastovumą, sutaptį su efekto analizės rezultatais. Analizuojant Rusijos akcijų biržą, atrastas bendras rizikos persidavimo lygio kilimas politinių ir ekonominių krizių metu, pavyzdžiui, 2014 m. politinės krizės, 2018 m. antirusiškų sankcijų ir naftos kainų kritimo metu bei 2020 m. pandemijos pradžioje matomi didžiausi rizikos persidavimo pikai, kurie identifikuoja aukštą sistemine riziką [51]. Remiantis šiuo tyrimu galima daryti prielaidą, kad gražos nepastovumo poveikiai, kuriuos sukelia vidiniai sukrėtimai, yra trumpalaikiai, lyginant su pastebėtais ilgalaikiais išorės poveikiais. Vertinant išorės veiksnių poveikį akcijų rinkai, buvo atliktas panašaus pobūdžio tyrimas Panamos akcijų rinkos atžvilgiu. Dėl akcininkų bendrovės duomenų nutekėjimo, sukėlusio ne tik moralinę, bet ir finansinę žalą, buvo tirtas akcijų biržos rizikos persidavimo efektas, kuris atskleidė, kad šio įvykio kontekste dauguma rinkų išliko efektyvios, tačiau pastebėtas reikšmingas investuotojų elgesio pokytis, sukėlęs neįprastą gražą per itin trumpą laikotarpį [52]. Minėtose analizėse pastebėta, jog tiriant rizikos persidavimo efektą, vartojamos rizikos pernešėjų bei gavėjų sąvokos, turint omenyje, kad vienos investicijos geriau reaguoja į išorės veiksnius ir riziką „sugeria“, o kitos ją perduoda kitoms rinkoms. Pensijų fondų perspektyvoje šias sąvokas reiktų interpretuoti ne kaip rizikos perdavimą iš vieno fondų valdytojų kitiems, bet kaip rizikos poveikį tarpusavyje rinkų. Kadangi pensijų fondų valdytojai daugiausiai investuoja į užsienio rinkas, rizikos poveikis ateina iš jų pasirinkto investicinio portfelio. Šių portfelių atžvilgiu galima teigti, kad vienus fondus išorės veiksniai veikia labiau, kitus – mažiau, taip vertinant rizikos persidavimo efektą ir fondo kitoniškumą, sistemine riziką. Kadangi finansų rinka yra globali ir tarpusavyje labai susijusi, daugumos išorinių veiksmų poveikiai juntami plačiu mastu. Pavyzdžiui, įvykus Europos finansinei krizei, visų pirma poveikis buvo juntamas Europoje, o tik vėliau Amerikos rinkų, tad tik laiko klausimas, kada pastebimi ekonominių įvykių rezultatai.

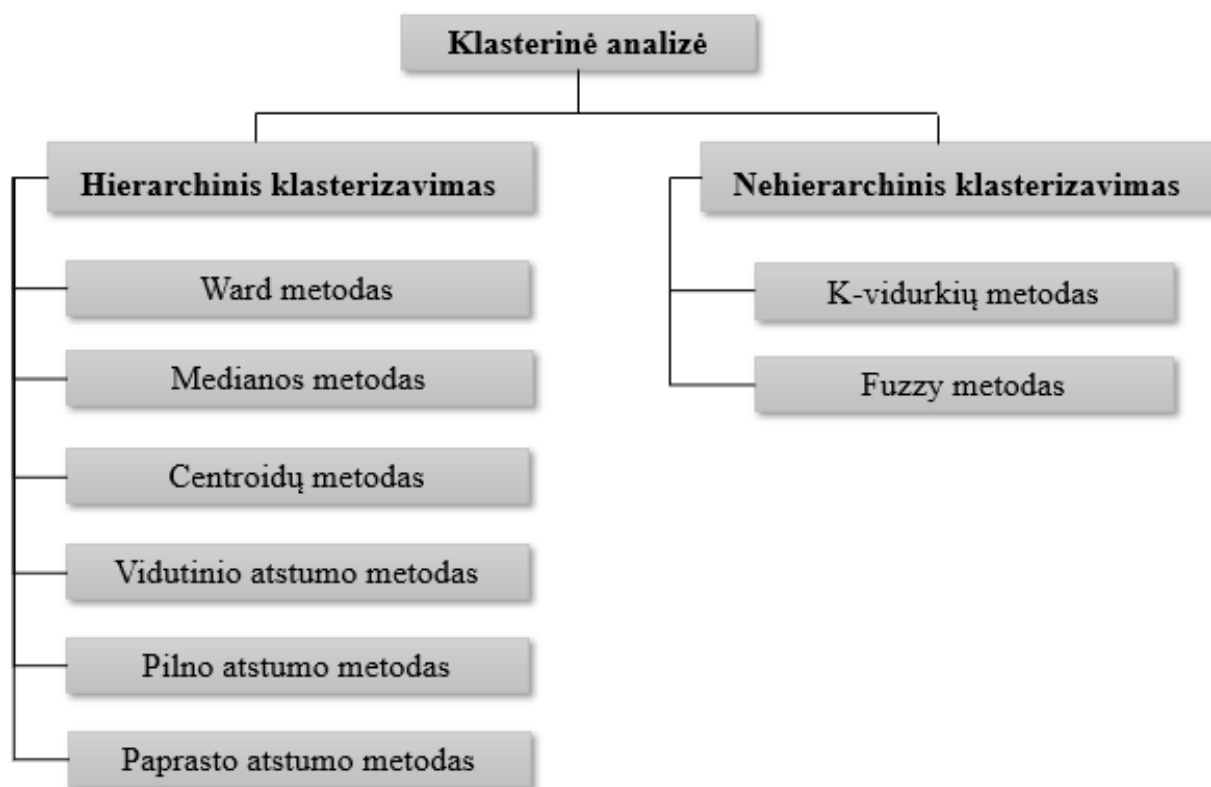
Siekiant įvertinti makroekonominis poveikius vertybinių popierių biržose, vis daugiau dėmesio sutelkiama į akcijų rinkos sąsajas su regioninėmis ar pasaulinėmis akcijų rinkomis, kadangi kuriant investicinius portfelius labai svarbu suprasti, kaip įvairiose rinkose yra persidengęs tarpusavio ryšys. Pavyzdžiui, kalbant apie sistemingų rizikos šaltinių nustatymo perspektyvas, naudinga įrankiu traktuojama slenkančio nepastovumo (angl. rolling volatility) diagrama, kuria remiantis kuriamas panoraminis veiklos efektyvumo vaizdas. Naudojant šią priemonę apskaičiuojama graža per fiksuotą laikotarpį pagal skirtingas pradžios datas ir apskaičiuojamas visų logaritminių gražų vidurkis. Ši priemonė buvo naudota vertinant Baltijos šalių antrosios pakopos pensijų fondų pasiūlą bei investavimo strategijas [53]. Svarbu paminėti, kad šis tyrimas atliktas dar prieš 2019 m. pensijų fondų pertvarką, todėl tyrime Lietuvos pensijų fondų klasifikacija pagrįsta investicijų į akcijas dydžiu. Tyrimo autorių teigimu matomas poreikis griežtinti pensijų fondų investavimo strategijų ir susiejimo su dalyvių amžiumi taisyklės, kadangi atskleista, jog net ir dviejų fondų, priskirtų vienodai kategorijai, atžvilgiu, matomas investavimo strategijų ir rezultatų skirtumas. Slenkančių gražų

diagrama vaizduoja dvylikos mėnesių gražų vidurkio dinamiką, kuri leidžia daryti prielaidą, kad ne visada didžiausiam rizikingumo lygmeniui priskirti fondai teikia atitinkamo didumo grąžą. Dėl šios priežasties grindžiamas fondų kategorizavimo neveiknumas, o tai leidžia daryti prielaidą, jog analizuojant gyvenimo ciklo pensijų fondus pravartu atsižvelgti į šią metriką.

1.4. Homogeniškumo tyrimas

Kaip jau žinoma, po pensijų fondų pertvarkos Lietuvoje privaloma kaupti antroje pensijų pakopoje, tačiau asmeniniu sprendimu lieka fondų valdytojo pasirinkimas. Siekiant pasirinkti palankiausią bendrovę svarbu atsižvelgti ne tik į kuruojamų fondų efektyvumo matavimus, bet ir fondų visumą. Suprantama, kad valdytojų tipologijos atžvilgiu svarbiais faktoriais traktuojami investavimo strategija, fondų dalyvių skaičius, investicinių rodiklių reikšmės, tačiau siekiant universalios vertinimo, reikšmingas ir konkurentų veiklos rezultatų gretinimas. Šiame kontekste pravartu atsižvelgti į visų Lietuvos pensijų fondų valdytojų visumą bei rasti panašiausiai veikiančius fondus, dėl to šiame skyriuje bus pristatomas homogeniškumo metodų taikymas, siekiant pateikti platesnį požiūrį į fondų veiklos efektyvumą.

Literatūroje galima rasti daug būdų, kuriais duomenys suskirstomi į grupes pagal tam tikrų parametru panašumą. Vienas iš plačiausiai naudojamų būdų – klasterinė analizė. Šios analizės metodus galima suskirstyti pagal tankį, grafikus, tačiau žemiau pateikiamas grupavimas pagal hierarchiją (žr. 3 pav.).



3 pav. Klasterinės analizės metodų klasifikacija. Parengta autoriaus pagal [54].

Hierarchinis klasterizavimas yra vienas iš paprasčiausių metodų, kadangi kiekvienas atvejis yra individualus klasteris, kuris skirtingais etapais yra sujungiamas su kitu į jį panašiausiu klasteriu. Šis metodas pagrįstas principu, jog visi objektai yra viename klasteryje, o baigiasi tuo, kad visi yra atskirose grupėse [55]. Šiuo veikimo samprotavimu veikiantis Ward metodas buvo naudotas atliekant

OECD (angl. Organisation for Economic Co-operation and Development) šalyse veikiančių savanoriškų pensijų fondų klasterinę analizę logaritminių gražų atžvilgiu (tyrimo parametrais buvo pasirinkti investuotų pinigų suma, investicijų dalis pagal turto kategorijas) [55]. Atliktos analizės tikslas buvo suskirstyti pensijų fondus atsižvelgiant į jų rizikos lygius. Šiame metode kiekviename žingsnyje yra suliejamos klasterių poros, kurių atstumų kvadratų suma klasteryje padidėjo mažiausiai. Vizualiai šie žingsniai atsispindi pateiktose dendrogramose, kurios formuotos kiekvienam laiko momentui, traktuojamam reikšmingu investavimo procesui (2001 m., 2004 m., 2007 m., 2008 m., 2009 m. pabaigoje). Tyrimo išskaidymas laiko režiais paremtas pasirinkto laikotarpio graža, turint omenyje, kad jei investicijos ar strategijos metai buvo geri arba blogi, pastarojo meto rezultatai turės įtakos to laikotarpio vėlesniam gražos skaičiavimui. Išanalizavus rezultatus pastebimi klasterių pokyčiai, tačiau daugumoje dendrogramų išlieka po du pagrindinius klasterius. 2008 m. ekonominė krizė stipriai pakeičia rezultatus, kadangi daroma stipri įtaka finansinei gražai pagrindinėse biržose, privertusi pensijų fondus adaptuotis, keičiant investavimo strategiją. Svarbu paminėti, kad rotuojant metams bei keičiantis išorės veiksniams, bendras klasterių skaičius išlieka identiškas. Rezultatai rodo, kad savanoriški pensijų fondai, rinkdamiesi ir optimizuodami finansinį portfelį, atsižvelgia į fondų dalyvių rizikos profilį [55].

Analizuojant „Nordea“ akcijų kainas, taikytini Ward'o, centroidų (angl. centroid) ir vidutinio atstumo (angl. average linkage) metodai [56]. Šių metodų atžvilgiu pateiktos atitinkamos dendrogramos, leidžiančios interpretuoti rezultatus. Pagrindinė centroidų ir vidutinio atstumo modelių problema – prasta rezultatų interpretacija. Pastarųjų klasterių vaizdavimas yra neinformatyvus, sunku išskirti klasterius bei įvertinti duomenų sugrupavimą. Priešingai nei šie metodai, Ward'o metodo sukonfigūruota dendrograma leidžia vizualiai atskirti klasterius, suteikiama strateginė informacija, leidžianti daryti atitinkamas išvadas. Apibendrinus galima teigti, kad dėl minėtų pritaikomumo priežasčių, pastarasis metodas yra priimtinesnis.

Kitas mokslininkų plačiai naudojamas klasterizavimo metodas – K-vidurkių (angl. K-means). Šis algoritmas buvo naudotas siekiant įvertinti išankstinę finansinę riziką dėl finansų krizės destruktivumo, tiriant šešiasdešimt tarptautinių įmonių akcijų [57]. Analizuojant penkių metų istorinius duomenis buvo atsižvelgta į bendrovių mokumo, veiklos pajėgumo, pelningumo ir rizikos valdymo aspektus. Šio metodo pagrindinė idėja yra palaipsniui optimizuoti klasterizavimo rezultatus ir nuolat perskirstyti tikslinį duomenų rinkinį kiekvienam klasterio centrui, jog būtų gautas optimalus sprendimas [57]. Svarbu paminėti, kad šis centras turi būti nustatytas iš anksto, kadangi nuo pradinės vertės priklauso klasterizavimo rezultatai [58]. Literatūroje tai įvardinamas kaip vienas iš pagrindinių šio metodo trūkumų. Kita vertus, didžiausias metodo privalumas yra jo paprastumas, greitis ir lengvas rezultatų interpretavimas. Šie metodo privalumai taip pat įvardijami vykdant bendrovių, įtrauktų į „S&P 500“ indeksą, klasterinę analizę [59]. Tyrimo autorių atskleista akcijų kainų pokyčių dinamika ir bendrovių pasiskirstymas į grupes kainų skirtumų atžvilgiu. V. Serapinaitė ir A. Kabašinskas, tirdami Latvijos antros pakopos pensijų fondus naudojo aštuonis skirtingus klasterizavimo metodus, kurių vienas – K-vidurkių (angl. K-means) metodas [60]. Nepaisant plataus K-vidurkių metodo pritaikomumo ir populiarumo, literatūroje sutinkama ir nuomonių kontroversijos. Tiriant GCC (angl. Gulf Cooperation Council) šalių akcijų rinką naudoti K-vidurkių ir Fuzzy metodai, siekiant juos palyginti bei įvertinti tarpusavio sąveiką [61]. Tyrimo rezultatai atskleidė, jog metodai glaudžiai susiję, tačiau dėl Fuzzy metodo lankstumo, pastarasis rekomenduotinas tolimesnėms analizėms vykdyti.

Literatūroje sutinkamas dar vienas klasterizavimo metodų trūkumas – klasterių skaičiaus parinkimas. Siekiant išspręsti šią problemą yra sukurtas ne vienas metodas, tačiau vieni populiariausių bei patikimiausių yra alkūnės (angl. elbow) bei silueto (angl. silhouette) modeliai. Kadangi taikant alkūnės metodą dispersija brėžiama klasterių skaičiaus atžvilgiu, pirmuosiuose klasteriuose bus daug dispersijos ir informacijos, tačiau tam tikru momentu informacijos padidėjimas sumažės, taigi diagramai bus suteikta kampinė struktūra [62]. Remiantis šiuo tašku ir apibrėžiamas optimalus klasterių skaičius, tačiau svarbu paminėti, kad pastarasis parenkamas subjektyviai dėl vaizdinės medžiagos interpretavimo. Ši problematika aktuali ir taikant silueto metodą. Pastaruoju apskaičiuojama kiekvieno duomenų taško reikšmė, kurios vidurkis naudojamas ieškant optimalaus klasterių skaičiaus, tad silueto reikšmė parodo, kiek minėtas taškas yra panašus į savo klasterį, lygintinai su visais kitais klasteriais [62]. Kuo didesnė reikšmė, tuo duomenų taškas yra geriau suderintas su savo klasteriu. Analizuojant šiuos du metodus, buvo tirtos trisdešimt septynios įvairios laiko eilutės, gautos iš įvairių šaltinių (medicinos, ekonomikos, rinkodaros) [63]. Tyrimo metu buvo naudojami Euklido, Manhattan'o bei Minkowski atstumai alkūnės bei silueto metodai. Rezultatai atskleidžia, kad visų atstumų analizėje rastas vienas neatitikimas alkūnės metodo taikyme bei dvi neatitiktytys taikant silueto metodą. Visos išskirtys gautos naudojant Manhattan'o atstumo metriką, o tai leidžia daryti prielaidą apie nepatikimą parametą. Autorių teigimu, naudojant alkūnės metodą, sunku rasti tikslią klasterių skaičiaus reikšmę dėl nežymaus lenkimo atvaizdavimo grafike. Taip pat pabrėžiama, jog kai kurių duomenų atžvilgiu neįmanoma nustatyti klasterių skaičiaus naudojant šį metodą.

Kitas klasterizavimo analizės trūkumas – ypatybių (angl. features) paaiškinamumo stoka. Pavyzdžiui, siekiant suklasifikuoti tam tikras laiko eilutes, gausu metodų, apibrėžiančių, kurios ypatybės rodo didžiausią įtaką klasės parinkimui, tačiau klasterizavimo atžvilgiu šią problematiką nagrinėjančios literatūros yra ne daug. Nepaisant paaiškinamo dirbtinio intelekto (angl. explainable artificial intelligence) populiarumo ir metodų gausos, veiksmingo metodo klasterizavimui dar nėra, todėl naudojant K-vidurkių metodą atliktas tyrimas, kurio pagrindinis fokusas paaiškinamumo ir tikslumo kompromisas [64]. Šios analizės metu naudojamas nedidelis sprendimų medis, padalintas į iš anksto numatytą klasterių skaičių. Grupavimu aiškinamas kiekvienas klasterio priskyrimas po atlikto algoritmo žingsnio, o tai leidžia daryti prezumpciją, jog pastarasis metodas nėra tinkamas didesnių dimensijų duomenų masyvams, kadangi pareikalautų sudėtingesnių paaiškinimų ir didelių laiko resursų. Panašus tyrimas atliktas naudojant neprižiūrimų (angl. unsupervised) sprendimų medžių rinkinį [64]. Vadovaujantis šiuo rinkiniu, galima apibrėžti kiekvieną klasterį apibūdinančių ypatybių ir verčių poras, tačiau net autoriai teigia, kad šiuos mašininio mokymosi modelius sunku paaiškinti ir suprasti. Šios idėjos praktinis variantas yra pateikiamas analizuojant ypatybių svarbą remiantis klaidingo klasifikavimo koeficientu [65]. Vadovaujantis šiuo matu pateikiama apibendrinta statistika apie kiekvieną objektą, todėl naudojantis šiuo įrankiu lengva interpretuoti rezultatus dėl vaizdinės medžiagos pateikties. Išanalizavus literatūros šaltinius yra žinoma, kad klasterizavimą paveikia atsitiktinė iniciacija, todėl rekomenduojama klasterizavimo algoritmą pakartoti keletą kartų su skirtingais kintamųjų rinkiniais [65]. Optimizuojant laiko sąnaudas ir užuot kartoję permutaciją rankiniu būdu, galima tai kartoti per skirtingas klasterio iteracijas, tokiu būdu identifikuojant bet kokią klaidingą svarbą kaip pašalinę. Šia analize apibrėžiamos ypatybės, kurios yra aktualios ir kelia suskurto modelio tikslumo lygmenį.

1.5. Literatūros apibendrinimas

Apibendrinant šiame skyriuje pristatytą literatūrą, galima daryti išvadą, jog atliekant investicijų homogeniškumo tyrimą, lengviausiai interpretuojamas bei suprantamas metodas sprendimo priėmėjo atžvilgiu yra K-vidurkių algoritmas. Siekiant gilesnės lyginamosios analizės, šį metodą pravartu naudoti kiekvienam investicijų istorijos laiko momentui, traktuojamam reikšmingu investavimo procesui. Taikant K-vidurkių algoritmą svarbu apsibrėžti charakteristikas, kuriomis vadovaujantis būtų galima atpažinti panašiai veikiančius investicinių fondų valdytojus. Dėl šios priežasties yra būtina įvertinti investicijos efektyvumą bei riziką apibūdinančius rodiklius, o tai leidžia daryti pirmines išvadas apie jų veiklos sėkmingumą. Atliekant investicijų rezultatų įvertinimą, svarbu atsižvelgti ir į rinkos lyginamuosius indeksus. Kadangi pensijų fondai savo pirminiam veiklos vertinimui turi iš anksto nustatytus indeksus, pravartu atlikti sąryšio bei įtakos analizę, įsitikinant ar lyginamasis indeksas yra naudingas investicijų veiklos prognozavimui bei vertinimui. Tiriant sąryšingumą, svarbu atsižvelgti ir į pensijų fondų tarpusavio sąveiką rizikos persidavimo perspektyvoje. Šiuo tyrimu galima daryti išvadas apie labiausiai riziką sugeriančius ir perduodančius pensijų fondus, darant prielaidas apie investicinių portfelių sudėtį gyvenimo ciklo perspektyvoje. Taigi, analizuoti metodai leis:

1. atlikti pensijų fondų ir lyginamųjų indeksų priklausomumo struktūrų bei priežastinio ryšio vertinimą;
2. įvertinti pensijų fondų elgesio sąveiką rizikos persidavimo efekto perspektyvoje;
3. charakterizuoti pensijų fondus gražos ir rizikos santykių rodikliais;
4. sukurti rizikos vertinimo modelį, išskiriant daugiausiai įtakos turinčius matus.

2. Duomenys ir tyrimo metodai

Šiame skyriuje bus pristatoma:

- duomenys, jų gavyba;
- pensijų fondų ir lyginamųjų indeksų priežastingumo (Granger'io testas) bei priklausomumo struktūrų (Vynmedžio jungtys) analizės metodai;
- fondų vertinimo rodiklių (uodegos parametras, standartinis nuokrypis, dispersija, VaR, Calmar, Burke, Sharpe, Sortino santykiai, Kelly kriterijus, maksimalus nuosmukis) apskaičiavimas;
- K-vidurkių klasterizavimo metodas;
- programinė įranga „R“.

2.1. Duomenys, jų gavyba

Lietuvoje yra 5-ios bendrovės, teikiančios antros pakopos pensijų kaupimo paslaugas. Šios pakopos atžvilgiu gyvenimo ciklo pensijų fondų vieneto verčių istorijos yra viešai prieinamos šių fondų valdytojų internetiniuose puslapiuose. Žemiau pateikiamas bendrovių, kurių 7-ių tikslinių amžiaus grupių fondų istoriniai duomenys naudojami tyrime, sąrašas:

- „Aviva Lietuva“ [66];
- „Swebank investicijų valdymas“ [67];
- „SEB investicijų valdymas“ [68];
- „Luminor Bank AS Lithuanian branch“ [69];
- „INVL Asset Management“ [70].

Svarbu paminėti, jog kiekvienas valdytojas yra pateikęs tikslinių amžiaus grupių fondų dienos grąžas bei fondų investavimo strategijas. Pastarųjų atžvilgiu vienas iš svarbesnių rodiklių – lyginamasis indeksas (angl. *benchmark*). Šio rodiklio reikšmės naudojamos kaip rinkos etalonas, siekiant įvertinti fondo investicijų portfelio grąžą bei fondo valdytojo darbą. Bendrovės, valdančios antrosios pakopos pensijų fondus, individualiai nustato lyginamuosius indeksus kiekvienam fondui, tačiau šie turi būti parinkti atsižvelgiant į fondo taisykles, kaip kad geografinis pasiskirstymas, turto klasės bei jų proporcijos. Kadangi valdytojai vykdo skirtingas strategijas, atitinkančias tikslinę amžiaus grupę, dauguma jų išsiskiria unikaliais lyginamaisiais indeksais. Žemiau pateikiamas fondų valdytojų lyginamųjų indeksų sąrašas (žr. 2 lentelė).

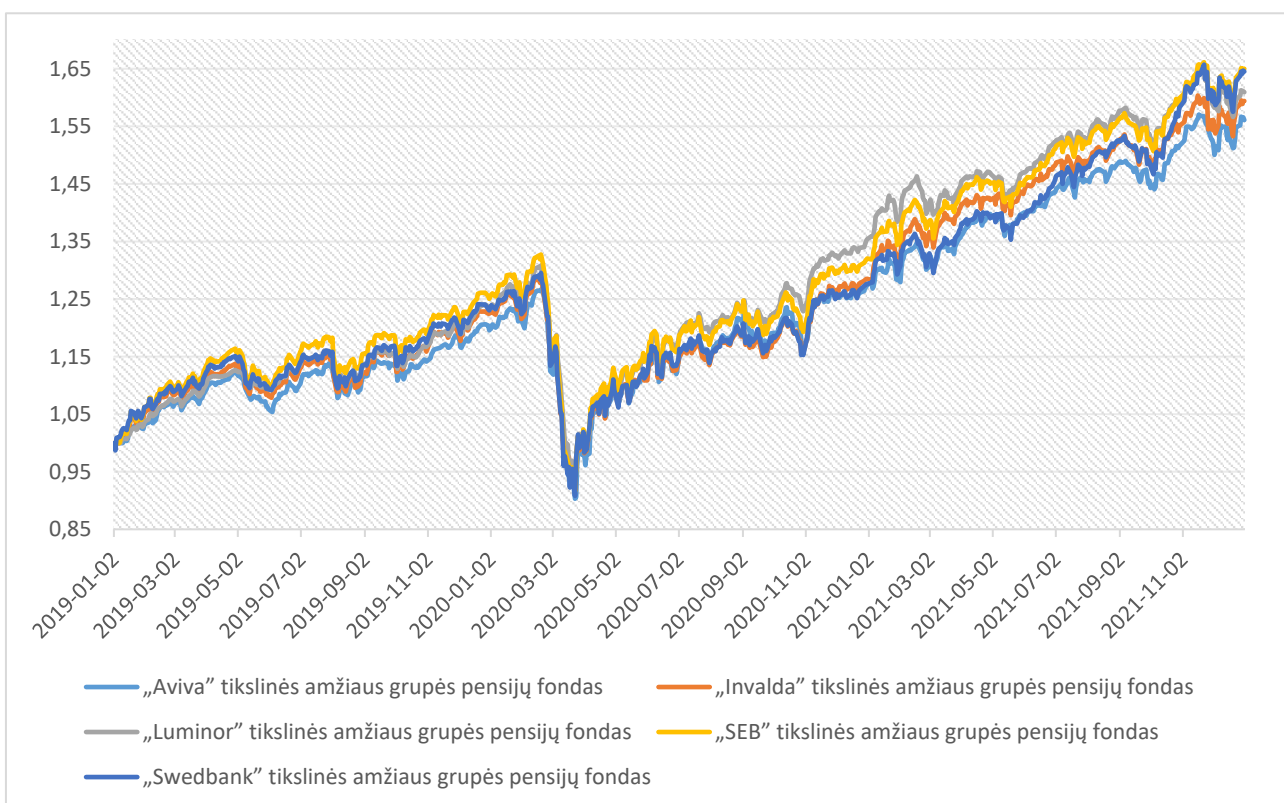
Siekiant tyrimo nešališkumo bei rezultatų tikslumo, vertinant pensijų fondų ir rinkos lyginamųjų indeksų ryšį, naudojami individualūs lyginamieji indeksai, turintys didžiausią fondo vertinimo proporcinį svorį. Atsižvelgiant į antros pakopos naujumą bei tyrime siekiant laiko apibrėžtumo, pasirinktas tiriamasis laikotarpis 2019-01-01 – 2021-12-31.

Analizuojant pensijų fondų veiklą galima pastebėti veiklos tendencingumą, todėl nagrinėjamu pavyzdžiu pasirinktas vienas iš fondų valdytojų (žr. 4 pav.). Kadangi fondų veikla prasidėjo 2019 m., pirmą veiklos pusmetį galime vertinti kaip apšilimo periodą, kurio metu pastebimas negreitas, tačiau pastovus augimas. Šio valdytojo fondų kainos verčių atžvilgiu matomas stiprus nuosmukis 2020 m. pradžioje, o tai leidžia daryti prielaidą apie stiprias Covid-19 pandemijos pasekmes. Svarbu paminėti, kad nuo šio šuolio žemyn fondų kainos kyla, nors ir patirdamos tam tikrus kritimus žemyn. Kaip ir galime pastebėti iš 4 paveikslėlio, aukščiausia dieninė kaina yra išlaikoma jauniausios amžiaus grupės fondo („1996–2002“), o žemiausia – vyriausios („1954–1960“). Nors minėtų amžiaus grupių kainų

pikų skirtumas ganėtinai didelis, net 0.40 €, šis atotrūkis natūralus fondams, valdomiems gyvenimo ciklo principu.

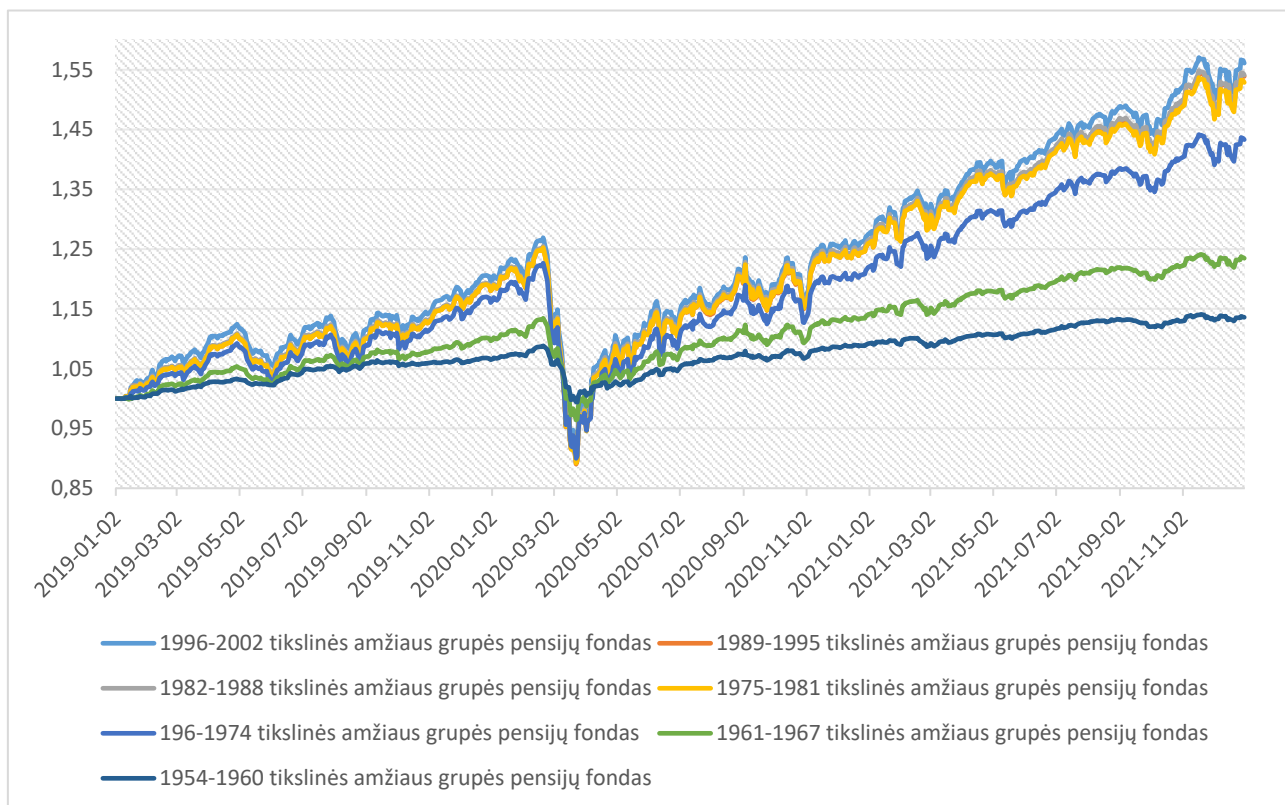
2 lentelė. Tikslinių amžiaus grupių pensijų fondų lyginamieji rinkos indeksai

Fondas	SEB	SWEDBANK	LUMINOR	INVL	AVIVA
1954–1960	Bloomberg Barclays Euro Treasury 1-10yr	Bloomberg Euro Government Index	Bloomberg Euro Government Index	Bloomberg Barclays EuroAgg Corporate 1-3 Year TR Index Value	Bloomberg Barclays Series-E Euro Govt 1-5 Yr Bond Index
1961–1967	Bloomberg Barclays Euro Treasury 1-10yr	MSCI ACWI IMI	MSCI World Index	MSCI ACWI IMI	Bloomberg Barclays Series-E Euro Govt 1-5 Yr Bond Index
1968–1974	MSCI ACWI ESG Screened	MSCI ACWI IMI	MSCI World Index	MSCI ACWI IMI	MSCI World Index
1975–1981	MSCI ACWI ESG Screened	MSCI ACWI IMI	MSCI World Index	MSCI ACWI IMI	MSCI World Index
1982–1988	MSCI ACWI ESG Screened	MSCI ACWI IMI	MSCI World Index	MSCI ACWI IMI	MSCI World Index
1989–1995	MSCI ACWI ESG Screened	MSCI ACWI IMI	MSCI World Index	MSCI ACWI IMI	MSCI World Index
1996–2002	MSCI ACWI ESG Screened	MSCI ACWI IMI	MSCI World Index	MSCI ACWI IMI	MSCI World Index



4 pav. Tikslinės amžiaus grupės „1996–2002“ kainos verčių laike diagrama

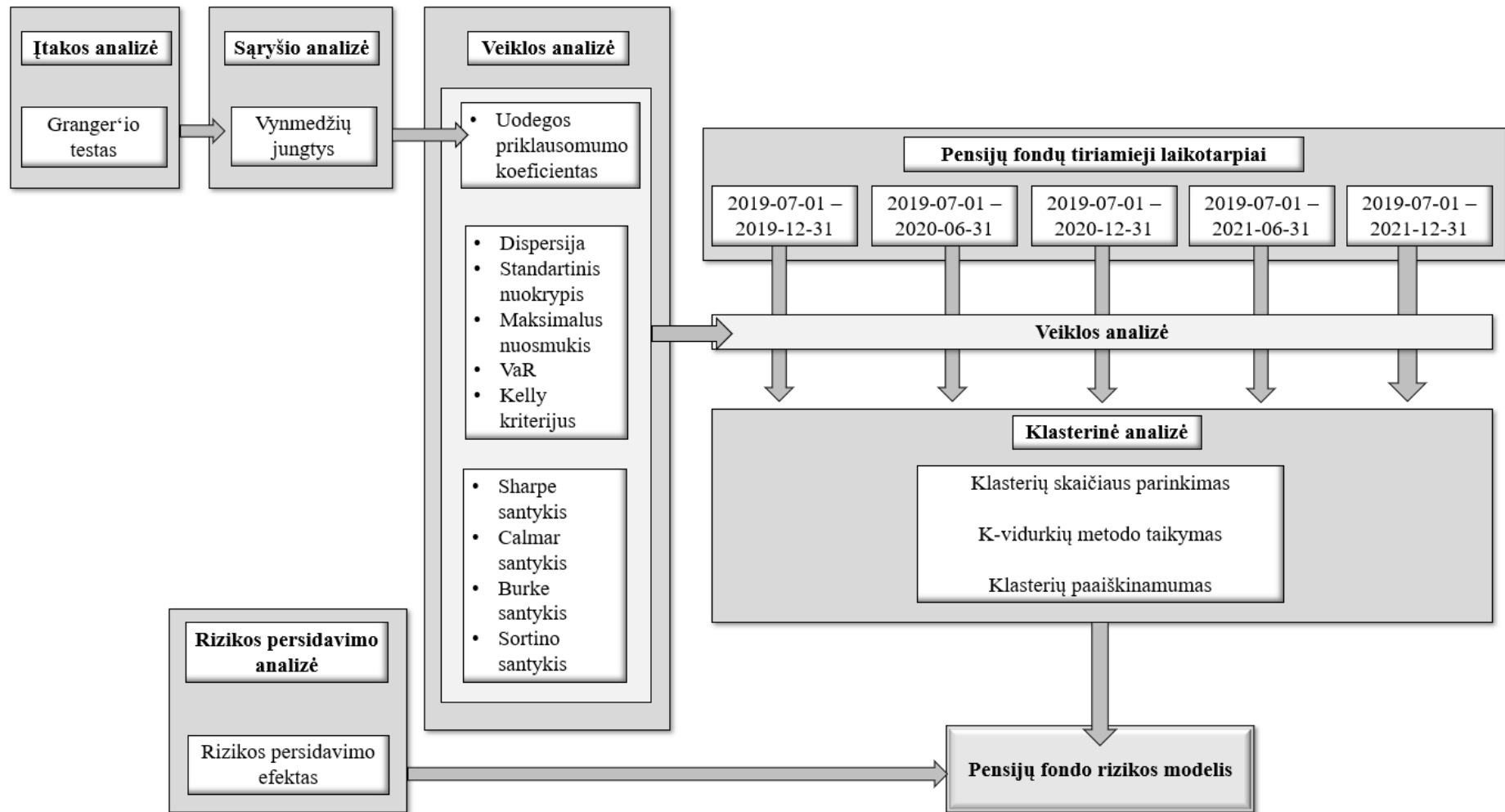
Siekiant įvertinti, kiek panašiai veikia skirtingų valdytojų vienos tikslinės amžiaus grupės fondai, pavyzdžiui pasirinkta „1996–2002“ tikslinė amžiaus grupė (žr. 5 pav.). Kaip galima pastebėti iš kainos verčių laike diagramos, valdytojai veikia ganėtinai panašiai. Nors ir matomas kainų kilimo dėsningumas, tam tikrais laiko momentais pastebimi išskirtinimai. Iki 2020 m. pradžios dominuojančiu valdytoju laikomas „SEB“, tačiau po kritimo žemyn valdytojas „Luminor“ tampa pirmaujančiu, patirdamas identiškus kitiems valdytojams šuolius, tačiau išlaikydamas didžiausią kainą rinkoje.



5 pav. „Aviva“ gyvenimo ciklo pensijų fondų kainos verčių laike diagrama

2.2. Modelio schema

Kadangi kuriamas pensijų fondų rizikos modelis yra kompleksinis, 2 paveikslėlyje pateikiama tiriamojo darbo schema. Remiantis ja, visų prama atliekama įtakos analizė, kuria įvertinamas išorinių indeksų informatyvumas. Įsitikinus, kad lyginamieji indeksai yra naudingi tyrimui, atliekama sąryšio analizė. Įvertinus laiko eilučių priklausomumo struktūras, apskaičiuojamas vienas iš pensijų fondų veiklos vertinimo rodiklių – uodegos priklausomumo koeficientas. Kadangi tai tik vienas rodiklis, apskaičiuojami kiti matai, apibrėžiantys pensijų fondų rizikos ir gražos santykį. Visų rodiklių atžvilgiu atliekamas dinaminis klasterizavimas, naudojant penkis fiksuotus laikotarpius. Svarbu paminėti, jog iš penkių atskirų klasterizavimo rezultatų kuriamas rizikos modelis, kuris yra paaiškinamas veiklos vertinimo rodiklių reikšmėmis bei rizikos persidavimo efekto rezultatais. Pastaruoju yra atliekama rizikos persidavimo analizė, siekiant įvertinti pensijų fondų rinkos rizikingumą bei išorinių veiksnių padarinius.



6 pav. Darbo modelio schema. Parengta autoriaus

2.3. Sąryšio, įtakos analizė. Išoriniai lyginamieji indeksai

Finansų matematikoje analizės objektu pasirenkama graža, kadangi lygintinai su kaina, pastarosios pranašumas yra normalizavimas. Naudojant gražą įvertinami dviejų ar daugiau kintamųjų analitiniai ryšiai, nepaisant to, kad jie kilę iš nevienodų verčių kainų eilučių. Kitaip tariant, gaunami stabilesni bei patikimesni rezultatai dėl silpnesnės koreliacijos. Dėl šios priežasties Lietuvos gyvenimo ciklo pensijų fondų bei jų išorinių lyginamųjų indeksų dieninės kainos perskaičiuojamos į logaritminę gražą pagal (1) formulę:

$$r_t = \ln\left(\frac{p_t}{p_{t-1}}\right), \quad (1)$$

čia p_t investicijos kaina momentu t .

Siekiant įvertinti pensijų fondų lyginamųjų indeksų informacinį efektyvumą bei norint pagrįsti jų investicijų prognozavimo kokybiškumą, šiame poskyryje bus pristatomi priežastinių ryšių bei priklausomumo struktūrų analizės algoritmai.

2.3.1. Granger'io testas

Norint pagrįsti hipotezę, jog viena laiko eilutė yra naudinga prognozuojant kitą, tiriamas priežastinis ryšys tarp gyvenimo ciklo pensijų fondų tikslinių grupių ir jų išorinių lyginamųjų indeksų. Pastaruoju laikmečiu vienas iš dažniausiai naudojamų metodų analizuojant dviejų laiko eilučių priežastingumą – Granger'io testas. Šios statistinės priemonės samprata pagrįsta teigimu, jog pirmam signalui sukėlus antrą signalą, ankstesnėse pirmo signalo reikšmėse slypi informacija, padėsianti prognozuoti antrojo signalo reikšmes. Svarbu paminėti, kad Granger'io priežastingumo testas yra tinkamas priežastingumui iš duomenų nustatyti, tačiau nesuteikia įžvalgų apie tikrąjį priežastinį ryšį tarp dviejų kintamųjų, todėl nėra tiesiogiai taikomas prognozavimui.

Šiame tyrime nagrinėjama dvimatė sistema, kuria modeliuojamos dvi laiko eilutės VAR sistemoje. Modelis sudarytas iš dviejų lygčių [71]:

$$r_t = \sum_{i=1}^n \alpha_i r_{t-1} + \sum_{j=1}^n \beta_j r_{t-j} + \epsilon_t \quad (2)$$

$$rl_t = \sum_{i=1}^n \alpha_j rl_{t-1} + \sum_{j=1}^n \beta_j r_{t-1} + \epsilon_t, \quad (3)$$

čia r_t – dieninė pensijų fondo logaritminė graža, rl_t – dieninė lyginamojo indekso logaritminė graža, α_i, β_j – regresijos koeficientai, t – laiko momentas, ϵ_t – paklaida.

Prieš atliekant testą svarbu nustatyti ar laiko eilutės yra stacionarios. Tai galima įvertinti naudojantis ADF (angl. Augmented Dickey Fuller) testu, kuris aprašomas formule [72]:

$$r_t = (p - 1)r_{t-1} + \epsilon_t, \quad (4)$$

čia r_t – dieninė pensijų fondo logaritminė grąža, t – laiko momentas, p – koeficientas, ϵ_t – paklaida (baltas triukšmas).

Norėdami patikrinti ar X daro įtaką Y laiko eilutei, privalu nustatyti statistiškai reikšmingus atsilikimus (angl. lags) X laiko eilutėje. Tai galima atlikti naudojantis Wald testu tiesiniams apribojimams. Šis testas pagrįstas lyginumu riboto Y modelio, neįtraukiant X , našumą su neribotu Y modeliu, įtraukiant X .

Granger'io priežastingumo tyrimas apima šiuos žingsnius:

1. tikrinamas laiko eilučių stacionarumas. Testo p statistikai esant mažesnei už 5 proc. reikšmingumo lygmenį, nulinė hipotezė atmetama bei daroma išvada, jog laiko eilutė stacionari;
2. atliekamas Wald testas. Testo statistika atitinka asimptotinį χ^2 pasiskirstymą;
3. tikrinama nulinė ne priežastingumo hipotezė: $H_0: \beta_{2,1} = \beta_{2,2} = \beta_{2,3} = 0$. Testo p statistikai esant mažesnei už 5 proc. reikšmingumo lygmenį, nulinė hipotezė atmetama. Daroma išvada, jog X laiko eilutė daro įtaką Y laiko eilutei.

2.3.2. Vynmedžio jungtys

Siekiant išanalizuoti pensijų fondų ir jų lyginamųjų indeksų priklausomumo struktūrą, viena iš galimų priemonių – vynmedžių jungčių pritaikymas. Įprasta vynmedžių jungtis, turinti d kintamųjų, susideda iš tarpusavyje persipynusių medžių rinkinių $T_i = (N_i, E_i)$, kur $i = 1, \dots, d - 1$, o N_i ir E_i atitinkamai žymi medžio T_i mazgų ir briaunų rinkinius [19]. Kiekviena briauna $e \in E_i$ apibūdina sąlyginę poros jungtį C_{j_e, k_e, D_e} , kur mazgai j_e ir k_e yra sąlygojami aibėje D_e . Tuomet daugiamatis tankis $Z = (Z_1, \dots, Z_d)$ gali būti parašytas lygtimi:

$$f(z) = \left[\prod_{i=1}^d f_i(z_i) \right] \times \left[\prod_{i=1}^{d-1} \prod_{e \in E_i} C_{j_e, k_e, D_e} \{ F_{j_e | D_e}(C_{j_e | Z_{D_e}}), F_{k_e | D_e}(z_{k_e} | Z_{D_e}); Z_{D_e} \} \right], \quad (5)$$

čia f_i yra Z_i ribinis tankis, $F_{i | D_e}$ yra jos sąlyginio skirstinio funkcija, atsižvelgiant į poaibį Z_{D_e} , C_{j_e, k_e, D_e} yra sąlyginės poros jungties, susijusios su dvimačiu sąlyginiu skirstiniu, z_{k_e} ir z_{j_e} tankis.

Praktikoje daroma prielaida, kad C_{j_e, k_e, D_e} yra nepriklausoma nuo kintamųjų sąlyginiame rinkinyje D_e , todėl gaunama, kad $C_{j_e, k_e, D_e}(\cdot, \cdot; Z_{D_e}) = C_{j_e, k_e, D_e}(\cdot, \cdot)$.

Renkantis tarp kelių vynmedžių jungčių alternatyvų, dažnu atveju pasirinkimai yra apriboti tam tikrų kriterijų, tad svarbu atsižvelgti į rodiklių visumą. Dėl šios priežasties, renkantis vynmedžio jungtį, siekiant kuo stabilesnio rezultato, plačiai naudojami didžiausio tikėtimumo įvertinimas, AIC ir BIC kriterijai. Pastarieji populiarūs savo lankstumu bei lengvu pritaikomumu įvairioms duomenų imtims.

Didžiausio tikėtimumo įvertinimas parodo dviejų konkuruojančių statistinių modelių tinkamumo gerumą pagal jų tikimybių santykį (6). Kitaip tariant tikimybės santykio testas patikrina, ar šis santykis reikšmingai skiriasi nuo vieno, ar lygiaverčiai, ar jo natūralusis logaritmas labai skiriasi nuo nulio. Tarkime, kad X_1, X_2, \dots, X_n turi jungtinę tankio funkciją $f(X_1, X_2, \dots, X_n | \theta)$. Duota, jog $X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n$ yra stebiniai, θ funkcija gali būti apibrėžta:

$$L(\theta) = L(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta). \quad (6)$$

AIC kriterijus yra prognozavimo paklaidos ir atitinkamai statistinių modelių santykinės kokybės tam tikram duomenų rinkiniui įvertinimas (7). Atsižvelgiant į duomenų modelių rinkinį, AIC įvertina kiekvieno modelio kokybę, palyginti su kiekvienu kitu modeliu. AIC įvertina santykinę tam tikro modelio prarastos informacijos kiekį: kuo mažiau informacijos modelis praranda, tuo aukštesnė to modelio kokybė.

$$AIC = 2k - 2\ln(L), \quad (7)$$

čia k – įvertintų parametru skaičius modelyje, L – maksimali modelio tikėtinumo funkcijos reikšmė.

BIC yra modelio atrankos iš baigtinių modelių rinkinio kriterijus (8). Modelio parinkimui naudojant šį kriterijų, pasirenkamas modelis, turintis mažiausią BIC iš visų kandidatų. BIC bando sumažinti permontavimo riziką įvesdamas baudos terminą, kuris didėja augant parametru skaičiui. Taip leidžiama išfiltruoti bereikalingai sudėtingus modelius, kurie turi per daug parametru, kad juos būtų galima tiksliai įvertinti tam tikrame n dydžio duomenų rinkinyje.

$$BIC = k \ln(n) - 2\ln(L), \quad (8)$$

čia k – įvertintų parametru skaičius modelyje, L – maksimali modelio tikėtinumo funkcijos reikšmė, n – duomenų taškų skaičius.

Ekstremalioji dvimačio skirstinio priklausomybė nuo uodegos gali būti iliustruojama vynmedžio jungties priklausomybės nuo uodegos koeficientais, kuriais matuojama bendra ekstremalių judesių, atsirandančių kairioje (apatiniaje) kvadranto uodegoje arba dešinėje (viršutiniame) kvadranto uodegoje, arba abiejose dvimačio pasiskirstymo uodegose, tikimybę [73]. Šie koeficientai yra apibrėžiami ribomis [73]:

$$\lambda_U = \lim_{u \rightarrow 1} P(Y \geq F_Y^{-1}(u) | X \geq F_X^{-1}(u)) = \lim_{u \rightarrow 1} \frac{1 - 2u + C(u, u)}{1 - u}, \quad (9)$$

$$\lambda_L = \lim_{u \rightarrow 0} P(Y \leq F_Y^{-1}(u) | X \leq F_X^{-1}(u)) = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{C(u, u)}{u}, \quad (10)$$

čia F_X^{-1} ir F_Y^{-1} – ribinės kvantilės funkcijos, C – dvimatės jungties vynmedžio jungtis.

Svarbu paminėti, kad kai $\lambda_U \in (0, 1]$, tuomet vynmedžio jungtis C turi viršutinės uodegos priklausomybės koeficientą, tačiau, kai $\lambda_U = 0$, viršutinė uodega neegzistuoja. Priešingu atveju, kai $\lambda_L \in (0, 1]$, tuomet rodoma apatinės uodegos priklausomybė. Kadangi šie koeficientai nepriklauso nuo ribinių skirstinių, o tik nuo parinktos vynmedžio jungties, egzistuoja šių parametru individualūs apibrėžimai. Populiariausių dvimačių jungčių šeimų uodegų parametru apibrėžtys pateiktos 3 lentelėje.

3 lentelė. Vynmedžių jungčių uodegų priklausomybės koeficientai

Jungtis	Apatinės uodegos koeficientas	Viršutinės uodegos koeficientas
Gaussian	–	–
Student's t	$2t_{v+1} \left(-\sqrt{v+1} \sqrt{\frac{1-\rho}{1+\rho}} \right)$	$2t_{v+1} \left(-\sqrt{v+1} \sqrt{\frac{1-\rho}{1+\rho}} \right)$ (11)
Clayton	$2^{-1/\theta}$ (12)	–
Gumbel	–	$2 - 2^{-1/\theta}$ (13)

Pastaba: t_{v+1} – daugiamatnio studento t skirstinio kaupiamoji skirstinio funkcija, ρ – koreliacijos koeficientas; θ, v – laisvės laipsniai.

Šaltinis: parengta autoriaus pagal [73].

2.4. Rizikos persidavimo efektas

Siekiant ištirti rizikos persidavimo efektą gyvenimo ciklo pensijų fondų perspektyvoje, vadovaujamesi Diebold'o ir Yilmaz'o pasiūlyta idėja, kuri pagrįsta apibendrinto vektorinio autoregresinio (VAR) modelio prognozės-klaidos dispersijos skaidymo sistemos kūrimu (žr. 4 lentelė).

4 lentelė. Diebold'o ir Yilmaz'o rizikos persidavimo matrica

	y_1	y_2	...	y_N	Kitiems
y_1	d_{11}^H	d_{12}^H	...	d_{1N}^H	$\sum_{j=1}^N d_{1j}^H, j \neq 1$
y_2	d_{21}^H	d_{22}^H	...	d_{2N}^H	$\sum_{j=1}^N d_{2j}^H, j \neq 2$
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots
y_N	d_{N1}^H	d_{N2}^H	...	d_{NN}^H	$\sum_{j=1}^N d_{Nj}^H, j \neq N$
Iš kitų	$\sum_{i=1}^N d_{i1}^H, i \neq 1$	$\sum_{i=2}^N d_{i2}^H, i \neq 2$...	$\sum_{i=3}^N d_{i3}^H, i \neq N$	$\frac{1}{N} \sum_{ij=1}^N d_{ij}^H, i \neq j$

Šaltinis: parengta autoriaus pagal [74].

Čia $S_{i \rightarrow j}^H = d_{ij}^H$ yra vienakryptis rizikos persidavimas iš i į j , kuris leidžia sudaryti daugiau agreguotų išsiliejimo indeksų. Svarbu paminėti, kad neįstrižainės stulpelių sumos rodo, koku H laipsniu kintamojo y_j žingsnio prognozės paklaidos kitimas priklauso nuo kitų sistemos kintamųjų [74]. Vidinis rizikos persidavimas apibrėžiamas [74]:

$$S_{j \leftarrow * }^H = \sum_{i=1, i \neq j}^N d_{ij}^H. \quad (14)$$

Įstrižainės suma rodo, koku laipsniu kintamasis y_j lemia visų kitų sistemos kintamųjų pokytį, todėl rizikos perdavimas į išorę apibrėžiamas [74]:

$$S_{j \rightarrow *}^H = \sum_{i=1, i \neq j}^N d_{ji}^H. \quad (15)$$

Bendras rizikos persidavimas sistemoje apibrėžiamas kaip išsiliejimo į vidų ar į išorę vidurkis [74]:

$$S^H = \frac{1}{N} \sum_{i,j=1, i \neq j}^N d_{ij}^H. \quad (16)$$

Generuojant dispersijos skaidymo sistemą, naudojamas apibendrintas Peseran'o ir Shin'o VAR modelis. Pagrindinis apibendrinto dispersinio skilimo naudojimo pranašumas – indeksų nejautrumas rinkų tvarkai. H laipsnio prognozės paklaidos dispersija rinkoje y_i , d_{ij}^H atsakas į vieną standartinio nuokrypio šoką rinkoje y_j išreiškiamas [75]:

$$d_{ij}^H = \frac{\sigma_{jj}^{-1} \sum_{N-1} (e_i' B_N \sum e_j)^2}{\sum_{N-1} (e_i' B_N \sum B_N' e_i)}, \quad (17)$$

čia σ_{jj}^{-1} klaidos standartinis nuokrypis, e_i $i \times j$ dydžio vektorius, kurio i -tasis elementas lygus vienam, o kiti – nuliui [75].

2.5. Fondų vertinimo rodiklių apskaičiavimas

Norint apibrėžti investicijos efektyvumą rizikos perspektyvoje, svarbu įvertinti matus, kurių reikšmės nustato rizikos didumą. Vienas tokių rodiklių – dispersija, kuris dažniausiai naudojamas kaip sklaidos matas (18). Maža dispersijos reikšmė identifikuoja mažą duomenų nuokrypį t. y. rodoma, kad duomenų taškai yra labai arti vidurkio ir vienas kitam. Didelė dispersijos reikšmė traktuojama kaip didelio nuokrypio indikatorius, kadangi duomenys yra išsidėstę toli nuo vidurkio bei vienas kito.

$$S^2 = \frac{\sum (r_t - \mu)^2}{N - 1}, \quad (18)$$

čia μ – grąžų vidurkis, N – imties dydis.

Dispersija gali būti lengvai konvertuojama į sklaidos matą, išreikštą tais pačiais kintamaisiais – standartinį nuokrypį (19). Šis rodiklis yra vienas iš dažniausiai literatūroje naudojamų matų, apibrėžiančių riziką. Turint omenyje, jog standartinis nuokrypis nurodo duomenų sklaidą apie vidurkį, galima teigti, jog juo parodoma, kiek duomenų taškai skiriasi vienas nuo kito. Remiantis tuo, daroma išvada, kad duomenyse esant daug išskirčių, pastarieji bus nepastovūs, išsidėstę ne apie vidurkį, o tai identifikuoja aukštą rizikos lygį. Kuo standartinio nuokrypio reikšmė didesnė, tuo investicijos rizika aukštesnė.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (r_t - \mu)^2}{N}}. \quad (19)$$

Kitas praktikoje dažnai naudojamas investicijos riziką nurodantis rodiklis – VaR (20). Šiuo matu įvertinama potencialių nuostolių, galinčių atsirasti investiciniame krepšelyje per numatytą laikotarpį,

suma. VaR rizikos vertė nurodo tikimybę prarasti daugiau nei tam tikra suma analizuojamame portfelyje.

$$P[r_t < -VaR[I_{t-1}]] = \theta, \quad (20)$$

Čia I_{t-1} informacijos rinkinys laiko momentu $t - 1$.

Vertinant investicijos rizikingumą, pravartu atsižvelgti į kainos nuosmukius. Šiuo tikslu plačiai naudojamas maksimalaus nuosmukio rodiklis (21), kuris nurodo investicijos nuostolį nuo paskutinės pasiektos didžiausios vertės. Šiuo matu iš dalies galima įvertinti grąžų pastovumą bei drastiškų kritimų dydį, turint omenyje, kad neigiama mato vertė reiškia didelius nuostolius.

$$MN = \frac{r_m - r_p}{r_p}, \quad (21)$$

čia r_m – mažiausia grąžos vertė po piko, r_p – grąžos vertė piko metu.

Vertinant investiciją iš sprendimo priėmėjo perspektyvos, svarbu įvertinti, kiek lėšų turėtų būti skiriama, atsižvelgiant į galimą prisiimti rizikos lygį. Šiuo aspektu naudojamas Kelly kriterijus (22). Šis matas nustatomas maksimaliai padidinus tikėtiną turto logaritminę vertę, kuri yra lygiavertė numanomo geometrinio augimo greičio padidinimui, o tai reiškia, kad apskaičiuojamas investicijos naudingumas atsižvelgiant į jos rizikingumą. Apibendrinus galima teigti, jog didesnės vertės Kelly kriterijus identifikuoja naudingesnę investiciją, vertą skirti didesnę lėšų.

$$K = W - \frac{1 - W}{R}, \quad (22)$$

čia W – laimėjimo tikimybė, R – pelno ir nuostolio santykis.

Atliekant investicijos vertinimą, svarbu atsižvelgti ne tik bendrinę riziką, tačiau ir į grąžą. Analizuojant šių matų santykį, naudingi įrankiai įvardinami efektyvumo matai. Kadangi pastarieji įvertina investicijos naudingumą, didesnė rodiklio reikšmė interpretuojama kaip tiriamos investicijos didesnis efektyvumas. Daugiau informacijos apie šiuos matus žiūrėti 5 lentelę.

5 lentelė. Efektyvumo rodikliai.

Rodiklis	Aprašymas	Formulė
Sharpe santykis	Vienas populiariausių efektyvumo matų finansų matematikoje, apibūdinantis santykį tarp grąžos bei standartinio nuokrypio.	$SR = \frac{r_t - r_f}{\sigma_t} \quad (23)$
Calmar santykis	Rodmuo, naudojamas vertinant įvairių rizikos draudimo fondų sėkmę, kadangi tiesiogiai vertinamas rizikos bei grąžos santykis. Juo siekiama parodyti rizikos, reikalingos gauti grąžą, dydį.	$CA = \frac{m}{MD} \quad (24)$
Sortino santykis	Efektyvumo matas, atskiriantis žalingą nepastovumą nuo bendro nepastovumo, naudojant standartinį neigiamo portfelio grąžos nuokrypį, vietoj viso portfelio grąžos standartinio nuokrypio.	$S = \frac{r_t - r_f}{\sigma_{tn}} \quad (25)$
Burke santykis	Savo veikimo principu šis efektyvumo matas panašus į Sharpe santykį, tačiau vietoj standartinio nuokrypio naudojamas nuosmukio įvertinimas. Šiuo matu vertinama ar investicijos grąžoms negresia dideli kainų nuosmukiai.	$BR = \frac{r_t - r_f}{\sqrt{\sum_{t=1}^d D_t^2}} \quad (26)$

Pastaba: r_t – fondo logaritminė grąža; r_f – nerizikingos normos koeficientas; σ_t – fondo standartinis nuokrypis; σ_{tn} – fondo neigiamų gražų standartinis nuokrypis; m – vidutinė metinė grąžos norma; D_t – t-sis nuosmukis.

2.6. K-vidurkių klasterizavimo metodas

Siekiant atlikti homogeniškumo tyrimą, naudojamas K-vidurkių metodas, todėl šiame skyriuje pristatomos pagrindinės metodo charakteristikos bei veikimo principas.

2.6.1. Klasterizavimas

K-vidurkių klasterizavimo metodas priklauso skirstymu pagrįstu metodų grupavimui, kurio veikimo principas remiasi kartotiniu duomenų taškų perkėlimu tarp grupių [76]. Šio metodo pagrindinis tikslas yra padalinti duomenis į numatytą klasterių skaičių k taip, kad viename klasteryje esantys objektai būtų panašūs savo savybėmis, o duomenų taškai skirtinguose klasteriuose būtų kuo labiau nutolę. Galima teigti, kad taškų panašumas yra apibrėžiamas atstumo matu. Nors yra ne vienas būdas kaip pastarąjį išmatuoti, tačiau populiariausias – Euklido atstumas (27):

$$d(x, y) = \left(\sum_{j=1}^d (x_j - y_j)^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (27)$$

Naudojant K-vidurkių metodą bandoma sumažinti šiuos atstumus tarp duomenų taškų klasteryje ir maksimaliai padidinti atstumus tarp skirtingų klasterių, jog neatsirastų persidengimo. Atsižvelgiant į tai, vadovaujamosi algoritmo seka:

1. klasterių skaičiaus nustatymas;
2. atsitiktinis klasterio centrų pasirinkimas;
3. visų duomenų taškų atstumų skaičiavimas iki centrų;
4. duomenų taškų priskyrimas artimiausiam klasteriui;
5. naujų klasterių centrų radimas, skaičiuojant visų klasterio duomenų taškų vidurkį;
6. 3, 4, 5 žingsnių kartojimas iki kol klasterių centrai nebekeičia pozicijos.

2.6.2. Klasterių skaičių nustatymas

Norint atlikti korektišką homogeniškumo tyrimą, naudojantis K-vidurkių metodu, svarbu parinkti klasterių skaičių. Šiam rodikliui įvertinti naudojamas alkūnės metodas, kurio rezultatas pateikiamas grafiniu būdu. Metodo veikimas pagrįstas klasterio kvadratinių klaidų sumos (angl. Within-Cluster-Sum of Squared Errors) apskaičiavimu pagal formulę [77]:

$$KK = \sum_{i=1}^n (C_i - X_i)^2, \quad (28)$$

čia C_i – numatomo klasterio centras, X_i – pradinis duomenų taškas.

Kai klasterių skaičius lygus vienam, rodiklis turės aukštą reikšmę, didėjant klasterių skaičiui – kvadrato vertės suma klasteryje mažės. Įvertinus klaidų sumą, brėžiama vaizdinė pateiktis klasterių skaičiaus ir kvadrato sumos klasteryje atžvilgiu. Gautame grafike svarbu pastebėti momentą, kuomet kreivė staiga sumažėja, primindama alkūnės sulenkimą, kadangi šis taškas yra laikomas reikiamu klasterių skaičiumi.

2.6.3. Klasterių paaiškinamumas

Siekiant įvertinti klasterizavime naudotų rodiklių rodomą svarbą, matuojamas klaidingo klasifikavimo koeficientas. Rodiklio svarba įvertinama apskaičiuojant modelio numatymo klaidos padidėjimą po funkcijos permutacijos [78]. Šio tyrimo seka aprašoma žingsniais, naudojant sukurta klasterizavimo modelį \hat{f} , tikslinį vektorių y , rodiklių matricą X , paklaidos matą $L(y, \hat{f})$ [78]:

1. įvertinama pradinio modelio klaida $e_o = L(y, \hat{f})$;
2. kiekvieno rodiklio $j \in \{1, \dots, p\}$ atžvilgiu:
 - 2.1. generuojama rodiklių matrica X_p pakeičiant rodiklį j į X masyvą, siekiant nutraukti ryšį tarp j ir tikrojo rezultato y ;
 - 2.2. įvertinama paklaida $e_p = L(y, \hat{f}(X_p))$, remiantis ankstesniu žingsniu pakeistais duomenimis;
 - 2.3. Apskaičiuojama permutacijos rodiklio svarba $FI_j = e_p / e_o$ arba skirtumas $FI_j = e_p - e_o$;
3. Rodikliai surikiuojami mažėjančia FI tvarka.

Surikiuotų rodiklių sąrašas yra interpretuojamas taip, jog aukščiausiai esantis rodiklis rodo didžiausią įtaką klasterių parinkime.

2.7. Naudotos programinės įrangos apžvalga

Programavimo kalba bei aplinka „R“ yra orientuota į statistinius skaičiavimus bei jų vizualizaciją. Ši programinė įranga plačiai naudojama duomenų analitikų bei statistikų dėl gausios metodų paketų bibliotekos, kuri sudaro palankią aplinką skaičiavimui bei projektavimui. „R“ aplinkoje galima greitai bei patogiai atlikti duomenų analizę, statistinės metodikos tyrimus bei jų rezultatus atvaizduoti grafiniu būdu. Taip pat dauguma kiekybinių analitikų šią programavimo kalbą naudoja kaip įrankį duomenims importuoti bei tvarkyti, kadangi tai patogi aplinka duomenų manipuliacijai, nepriklausomai nuo jų struktūros. „R“ yra populiarus atviro kodo programavimo kalba, kuri dėl savo

efektyvumo bei paprastumo yra plačiai naudojama statistinės duomenų analizės tyrimuose nuo XX a. pabaigos.

3. Tyrimų rezultatai ir jų aptarimas

Šiame skyriuje pristatomi Lietuvos gyvenimo ciklo pensijų fondų ir jų lyginamųjų indeksų priežastingumo ir priklausomybės sąryšio analizės rezultatai. Pateikiamas 2 skyriuje nurodytų formulių bei metodų praktinis pritaikymas, tiriant tikslinių amžiaus grupių fondų veiklą bei atliekant valdytojų homogeniškumo tyrimą. Šiame skyriuje pateikiama rezultatų analizė, remiantis vieneto verčių istoriniais duomenimis, perskaičiuotais į dienes gražas pagal (1) formulę. Šio skyriaus struktūra sudaryta iš:

1. pensijų fondų ir lyginamųjų indeksų tarpusavio sąryšio bei duomenų struktūros priklausomumo analizės;
2. pensijų fondų rizikos persidavimo efekto tyrimo;
3. rodiklių, apibrėžiančių fondų veiklą, vertinimo;
4. rizikos modelio, išskiriant homogeniškumo tyrimui reikšmingiausius matus, pateikimo.

3.1. Pensijų fondų ir lyginamųjų indeksų sąryšio analizė

3.1.1. Priežastinio ryšio vertinimas

Siekiant išsiaiškinti, ar pensijų fondų lyginamieji indeksai yra naudingi prognozuojant pensijų fondų tikslinių amžiaus grupių veiklą, buvo atliktas 2.3.1. poskyryje pristatytas Granger'io testas. Remiantis literatūroje nurodyta žingsnių seka, visų pirma patikrintas laiko eilučių stabilumas. Atlikus šį tyrimą galima teigti, jog visi pensijų fondai ir jų lyginamieji indeksai yra stacionarūs, kadangi ADF testo p reikšmė mažesnė nei numatytas 5 proc. reikšmingumo lygmuo, tad nulinė hipotezė yra atmetama. Siekiant minimizuoti kriterijus bei išsiaiškinti maksimalius atsilikimus, atliktas Wald testas, kurio rezultatų reikšmės svyruoja nuo 8 iki 10. Atitinkamai parinktos reikšmės buvo naudojamos Granger'io testui, kurio rezultatai leidžia daryti išvadą, jog rinkos lyginamojo indekso pokyčiai turi įtakos pensijų fondų rezultatyvumui, kadangi testo p statistika visais atvejais mažesnė už 5 proc. reikšmingumo lygmenį. Tai reiškia, nulinė hipotezė atmetama ir daroma prezumpcija, jog esant lyginamojo indekso svyravimas, tikėtina, jog panašaus pobūdžio nuosmukiai ar šuoliai atsikartos pensijų fondų dieninių gražų perspektyvoje.

6 lentelė. Granger'io testo rezultatų suvestinė

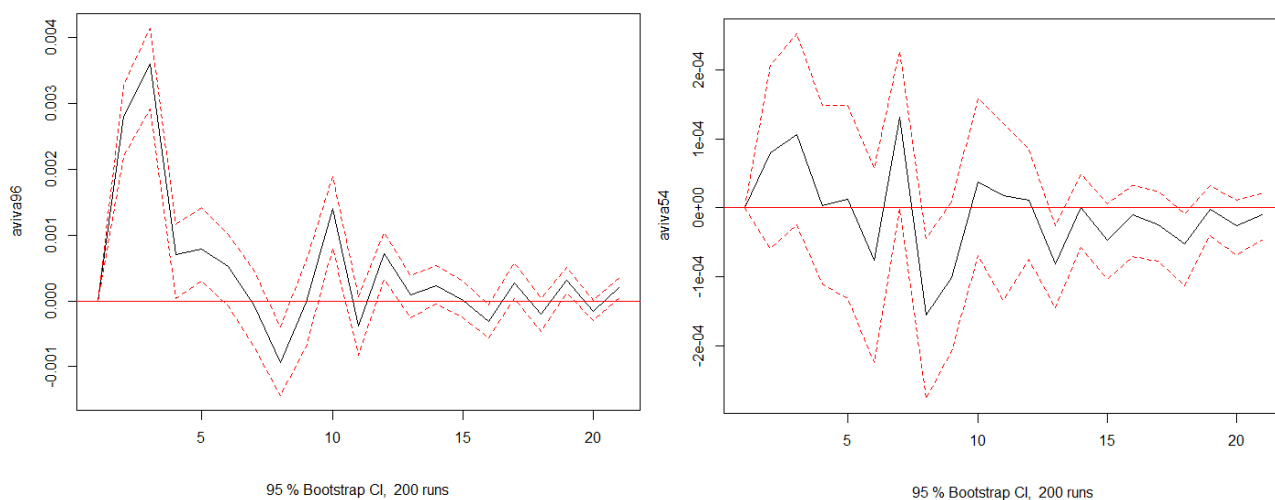
Aviva							
	1954-1960	1961-1967	1968-1974	1975-1981	1982-1988	1989-1995	1996-2002
ADF testo p reikšmė pensijų fondų atžvilgiu	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
ADF testo p reikšmė lyginamojo indekso atžvilgiu	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
Maksimalus atsilikimas	10	10	9	9	9	9	9
Granger'io testo p reikšmė	0,04309	0,002669	2,20E-16	2,00E-17	2,20E-16	2,20E-16	2,20E-16
Invalida							
ADF testo p reikšmė pensijų fondų atžvilgiu	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
ADF testo p reikšmė lyginamojo indekso atžvilgiu	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01

Invalda							
	1954-1960	1961-1967	1968-1974	1975-1981	1982-1988	1989-1995	1996-2002
Maksimalus atsilikimas	9	8	8	8	8	8	8
Granger'io testo p reikšmė	0,04119	4,50E-15	4,50E-15	4,50E-15	7,80E-15	2,30E-15	4,50E-15
Luminor							
ADF testo p reikšmė pensijų fondų atžvilgiu	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
ADF testo p reikšmė lyginamojo indekso atžvilgiu	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
Maksimalus atsilikimas	10	9	8	9	9	9	9
Granger'io testo p reikšmė	0,03479	7,72E-16	7,72E-16	7,72E-16	7,72E-16	7,72E-16	7,72E-16
SEB							
ADF testo p reikšmė pensijų fondų atžvilgiu	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
ADF testo p reikšmė lyginamojo indekso atžvilgiu	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
Maksimalus atsilikimas	10	10	9	9	9	9	9
Granger'io testo p reikšmė	0,04134	0,0123	3,90E-15	3,90E-15	3,90E-15	3,90E-15	3,90E-15
Swedbank							
ADF testo p reikšmė pensijų fondų atžvilgiu	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
ADF testo p reikšmė lyginamojo indekso atžvilgiu	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
Maksimalus atsilikimas	9	8	8	8	8	8	8
Granger'io testo p reikšmė	0,03134	2,11E-15	2,11E-15	2,11E-15	2,11E-15	2,11E-15	2,11E-15

Šaltinis: parengta autoriaus.

Siekiant įvertinti lyginamųjų indeksų poveikį tikslinėms pensijų fondų amžiaus grupėms, atlikta impulsinio atsako analizė. Interpretuojant grafinius rezultatus galima daryti išvadą apie pensijų fondų dieninių gražų raidą, reaguojant į kintamojo patiriamus šokus. Kadangi visų pensijų fondų valdytojų tikslinių amžiaus grupių analizės rezultatai panašūs, pavyzdžiu pasirinkta „Aviva“ bendrovė. Siekiant parodyti fondų įvairiapusiškumą, pasirinkti „1996–2002“ ir „1954–1960“ pensijų fondai bei atitinkami lyginamieji indeksai. Prognozuojant 20-ties dienų laikotarpio lyginamojo indekso smūgių perdavimą fondams, pastebėta, jog konservatyvus fondas yra atsparesnis, kadangi reikšmingos reakcijos į lyginamojo indekso pokyčius pastebimos 7-tą dieną (žr. 7 pav.). Ši išvada padaryta dėl stipraus gražos medianos nuosmukio, esančio žemiau patikimumo intervalo (raudona punktyrinė linija). Galima daryti prezumpciją, jog silpną reakciją lemia investicinio portfelio sudėtis, kadangi investicijos į obligacijas yra mažiau rizikingos. Vertinant jauniausios amžiaus grupės fondo rezultatus, pastebimas stiprus atsakas į lyginamojo indekso pokyčius. Reikšmingos reakcijos į lyginamojo indekso svyravimus matomos nuo pirmos dienos. Kaip galima pastebėti iš 7 paveikslėlio, 8-tą, 10-tą bei 12-tą dienomis dar regimi atsakai, tačiau pastarieji yra lygintinai silpnesni. Po šių reakcijų pastebimas stabilizavimasis, todėl daroma prielaida, jog investicijos į rizikas yra jautresnės rinkos pokyčiams, tačiau dinamika nusistovi poros savaitių bėgyje. Taigi, galima daryti išvadą, jog investicijų į akcijas rizika yra žymiai aukštesnė, lyginant su investavimu į obligacijas, todėl

investicinis portfelis į akcijas yra jautresnis lyginamojo indekso pokyčiams dėl stipresnių bei dažnesnių svyravimų.



7 pav. „Aviva“ „1996–2002“ (kairėje), „1954–1960“ (dešinėje) impulsinio atsako analizės rezultatai

Svarbu paminėti, kad kitų valdytojų pensijų fondų impulso atsako analizės nėra pateikiamos dėl itin panašių rezultatų (pastebėtas dienos skirtumas). Kita vertus, didžiausias skirtumas pastebimas tarp anksčiau minėtų dviejų tikslinių amžiaus grupių, tikėtina, dėl skirtingų investavimo strategijų.

3.1.2. Priklausomumo struktūrų vertinimas

Visų pirma, pirminei priklausomybės analizei įvertinama koreliacija. Kaip galima pastebėti iš rezultatų (žr. 7 lentelė), didžioji dalis pensijų fondų pasižymi teigiama koreliacija, o tai reiškia, jog didėjant lyginamojo indekso dieninėms gražoms, didėja ir pensijų fondų graža. Didžiausia koreliacija pastebima valdytojo „Aviva“ pensijų fonduose, tačiau šios bendrovės valdomi konservatyviausi pensijų fondai pasižymi neigiama koreliacija. Galima daryti prielaidą, jog šios amžiaus grupės nėra tikslingai orientuotos į pasirinktus lyginamuosius indeksus, kadangi pastarųjų gražoms didėjant – fondų gražos mažėja. Mažiausia koreliacija pastebima „SEB“ kuruojamų pensijų fonduose. Pastebima, jog investavimo strategijai darantis mažiau konservatyviai, atsiranda silpna, tačiau neigiama koreliacija. Galima daryti prielaidą, jog lyginamieji indeksai iš dalies atitinka pensijų fondų valdymo strategiją. Kadangi koreliacijos reikšmė nėra itin informatyvi tiriant struktūrų priklausomumą, naudojamos vynmedžių jungtys. Analizuojant pensijų fondų ir jų lyginamųjų indeksų struktūras, dažniausiu atveju gauta „t“ jungtis, kuri grindžiama Student‘*s* t skirstiniu (žr. 7 lentelė). Tik valdytojo „Aviva“ valdomų konservatyviausių fondų atžvilgiu gautos dvi praktikoje mažiau taikomos jungtys. Galima daryti prielaidą, jog šios jungtys gautos dėl išskirtinai neigiamų koreliacijos reikšmių. Svarbu paminėti, kad vynmedžių jungtims buvo parinktos atsižvelgiant į tinkamumo kriterijus – didžiausio tikėtinumo, AIC bei BIC reikšmes.

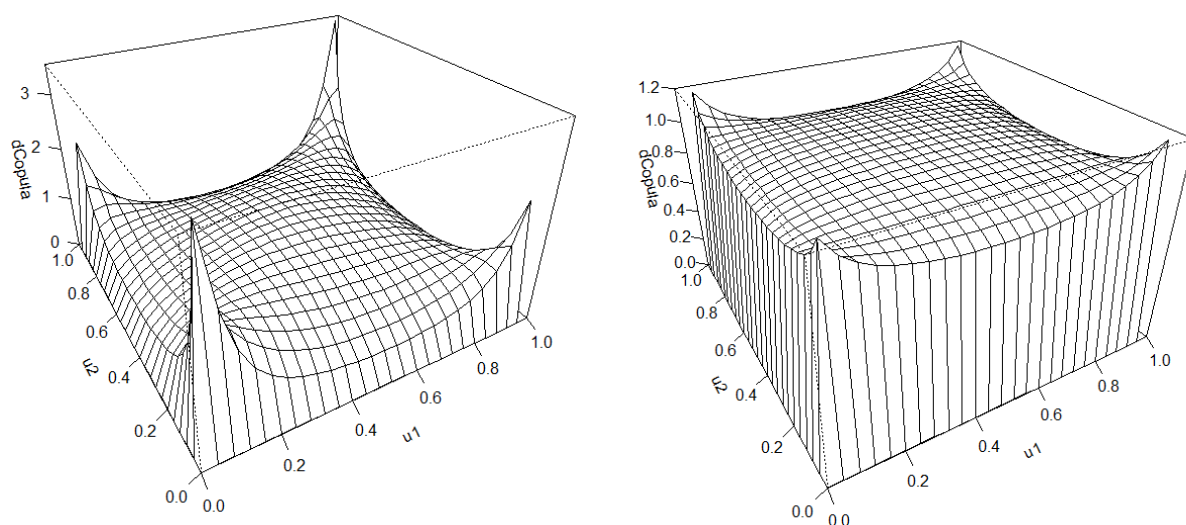
7 lentelė. Vynmedžių jungčių parinkties rezultatai

Aviva							
	1954-1960	1961-1967	1968-1974	1975-1981	1982-1988	1989-1995	1996-2002
Koreliacija	-0,0651	-0,0627	0,1356	0,1415	0,1408	0,1389	0,1278
Vynmedžio jungtis	Rotated Tawn type 1 270 degrees	Rotated Tawn type 1 270 degrees	t	t	t	t	t
Didžiausio tikėtimumo, AIC, BIC reikšmės	4,53; 1,42; 8,5.	3,28; 2,55; 6,7.	82,38; 160,75; 151,51.	84,08; 164,16; 154,91.	83,79; 163,58; 154,33.	86,42; 168,84; 159,59.	82,9; 161,81; 152,56.
Invalda							
Koreliacija	0,0066	0,0796	0,0789	0,0804	0,0795	0,0798	0,0798
Vynmedžio jungtis	t	t	t	t	t	t	t
Didžiausio tikėtimumo, AIC, BIC reikšmės	17,93; 31,85; 22,6.	60,15; 116,29; 107,04.	60,38; 116,76; 107,52.	60,99; 117,99; 108,74.	60,95; 117,91; 108,66.	61,86; 119,73; 110,48.	61,06; 118,12; 108,88.
Luminor							
Koreliacija	0,0613	0,1154	0,0946	0,0944	0,0968	0,0994	0,1020
Vynmedžio jungtis	t	t	t	t	t	t	t
Didžiausio tikėtimumo, AIC, BIC reikšmės	25,36; 46,72; 37,47.	28,87; 53,74; 44,49.	24,84; 45,67; 36,42.	24,64; 45,28; 36,03.	24,38; 44,75; 35,5.	25,76; 47,53; 38,28.	27,81; 51,63; 42,38.
SEB							
Koreliacija	0,0653	0,0181	-0,0102	-0,0074	-0,0079	-0,0074	-0,0048
Vynmedžio jungtis	t	t	t	t	t	t	t
Didžiausio tikėtimumo, AIC, BIC reikšmės	17,82; 31,63; 22,38.	16,34; 28,69; 19,44.	2,53; 1,07; 8,18.	2,28; 0,56; 8,69.	2,461; 0,91; 8,34.	2,44; 0,87; 8,38.	2,19; 0,39; 8,86.
Swedbank							
Koreliacija	0,0701	0,0687	0,0706	0,0727	0,0707	0,0692	0,0684
Vynmedžio jungtis	t	t	t	t	t	t	t
Didžiausio tikėtimumo, AIC, BIC reikšmės	46,77; 89,54; 80,29.	56,44; 108,87; 99,62.	60,31; 116,63; 107,38.	60,08; 116,16; 106,91.	60,33; 116,65; 107,41.	60,67; 117,35; 108,1.	61,18; 118,36; 109,11.

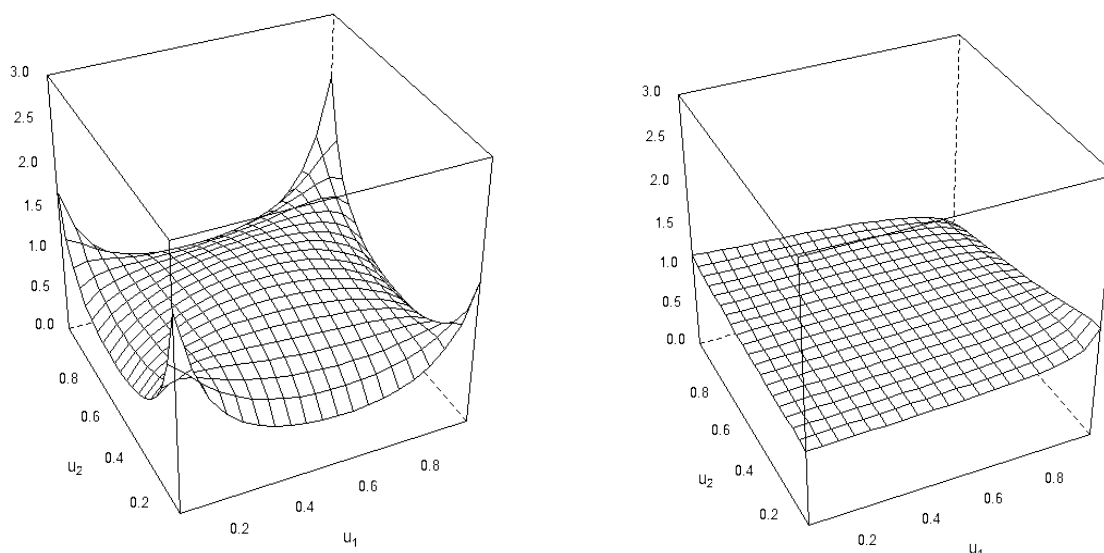
Šaltinis: parengta autoriaus.

Siekiant pavaizduoti pensijų fondų ir lyginamųjų indeksų struktūras naudotos grafinės pateiktys. Pavyzdžiui pasirinktos „Aviva“ ir „SEB“ valdytojų tikslinės amžiaus grupės „1996–2002“, kadangi pastarųjų koreliacijos reikšmingai skiriasi. Kaip galima pastebėti iš 8 paveikslėlio, uodegų buvimas sklaidos galuose vizualiai skiriasi. Matoma, kad bendrovės „SEB“ kuruojamo fondo ir lyginamojo indekso priklausomumo struktūra pasižymi silpna koreliacija dėl plataus vienodo sklaidos laipsnio, o tai reiškia mažą uodegos priklausomumo koeficientą. Priešingai šiam atvejui, „Aviva“ jauniausios amžiaus grupės fondas pasižymi lygintinai aukštu uodegos parametru. Siekiant palyginti rezultatus su skirtingo investicinio portfelio fondu, pavyzdžiui pasirinkti „Swedbank“ bei „Aviva“ konservatyviausi pensijų fondai „1954–1960“. Kaip galima pastebėti iš 9 paveikslėlio, bendrovės „Aviva“ kuruojamas fondas ir jo lyginamasis indeksas pasižymi plokščio paviršiaus struktūra, o tai leidžia identifikuoti itin mažą koreliaciją bei priklausomybės nebuvimą. „Swedbank“ valdytojo

atžvilgiu pastebimos uodegos bei koreliacijos buvimas. Taip pat svarbu paminėti, jog pastaruoju pavyzdžiu gautos skirtingos vnymedžių jungtys, o tai identifikuoja skirtingas duomenų priklausomumo struktūras.



8 pav. Bendrovių „Aviva“ (kairėje) ir „SEB“ (dešinėje) „1996–2002“ priklausomumo su lyginamaisiais indeksais struktūros



9 pav. Bendrovių „Swedbank“ (kairėje) ir „Aviva“ (dešinėje) „1954–1960“ priklausomumo su lyginamaisiais indeksais struktūros

Siekiant pagrįsti hipotezes apie uodegų buvimą, remiantis anksčiau gautomis vnymedžių jungtimis bei atitinkamai 2.3.2 poskyryje pristatytomis formulėmis, apskaičiuoti uodegų priklausomumo koeficientai (žr. 8 lentelė). Kaip galima pastebėti, „Aviva“ konservatyviausi fondai neturi uodegų, kadangi jų vnymedžių jungtims šis priklausomumas nėra būdingas. Didžiausi uodegų priklausomumo koeficientai pastebimi jauniausių amžiaus grupių fonduose, o tai leidžia daryti išvadą apie stiprią fondų sąsają su lyginamaisiais indeksais dėl pasirinktų rizikingesnių investavimo strategijų. Vertinant fondų valdytojus, „SEB“ pasižymi mažiausiu uodegų priklausomumu, o „Aviva“ – didžiausiu.

Kadangi uodegos priklausomumo koeficientas yra informatyvus parametras, apibrėžiantis pensijų fondo bei lyginamojo indekso sąryšį, jis yra įtraukiamas į homogeniškumo tyrimo charakteristikas vėlesniame skyriuje.

8 lentelė. Uodegos priklausomumo koeficientai

Fondas	Aviva	Invalda	Luminor	SEB	Swedbank
1954-1960	0	0,0697	0,1113	0,0802	0,2134
1961-1967	0	0,2185	0,1246	0,0689	0,2144
1968-1974	0,2348	0,2195	0,1129	0,0056	0,2153
1975-1981	0,2400	0,2192	0,1122	0,0044	0,2153
1982-1988	0,2400	0,2192	0,1106	0,0053	0,2154
1989-1995	0,2400	0,2193	0,1162	0,0052	0,2138
1996-2002	0,2323	0,2188	0,1247	0,0042	0,2146

Šaltinis: parengta autoriaus.

3.2. Rizikos persidavimo efektas

Norint įvertinti pensijų fondų elgesio sąveiką rizikos perspektyvoje, tiriamas rizikos persidavimo efektas. Remiantis juo pastebimas aukštas logaritminės grąžos ir rizikos persidavimo efektas – 96,66 proc. atitinkamo VAR modelio klaidų dispersija paaiškinama šiuo metodu (žr. 4 priedas). Aukštas rodiklis pagrindžia prielaidą, jog pensijų fondai tarpusavyje labai susiję, kadangi dauguma valdytojų investuoja į vienodus regionus ar sritis bei pastarųjų valdymo strategijos panašios. Vertinant fondus tarpusavyje „Swedbank“ išsiskiria rizikos perdavimu į kitas rinkas (21 proc.), o tai reiškia, kad šis valdytojas rizikos „nesugeria“, o kaip tik ja pasidalina, fondams reaguojant į išorės veiksnius. Kita vertus, dominuojantis rizikos gavėjas nėra identifikuojamas, kadangi pensijų fondai riziką prisiima panašiu kiekiu – apie 19 proc. bendroje fondų rinkoje. Valdytojo „Aviva“ atžvilgiu pastebimas mažiausias rizikos persidavimas, kadangi tik 14 proc. rizikos yra perduodama į bendrą rinką. Remiantis šiuo tyrimu, galima daryti išvadą apie pensijų fondų valdytojų investavimo strategiją. Kadangi konservatyviausi fondai rizika dalinasi mažiausiai, galima daryti prezumpciją, jog pastarųjų daugiausiai investuojama į obligacijas. Šia idėja paremtas ir aukštas rizikos persidavimas jauniausiose amžiaus grupėse, kadangi šių fondų investicinį krepšelį daugiausia sudaro investicijos į akcijas. Taigi, galima daryti išvadą, kad pensijų fondų valdytojai remiasi gyvenimo ciklo principu.

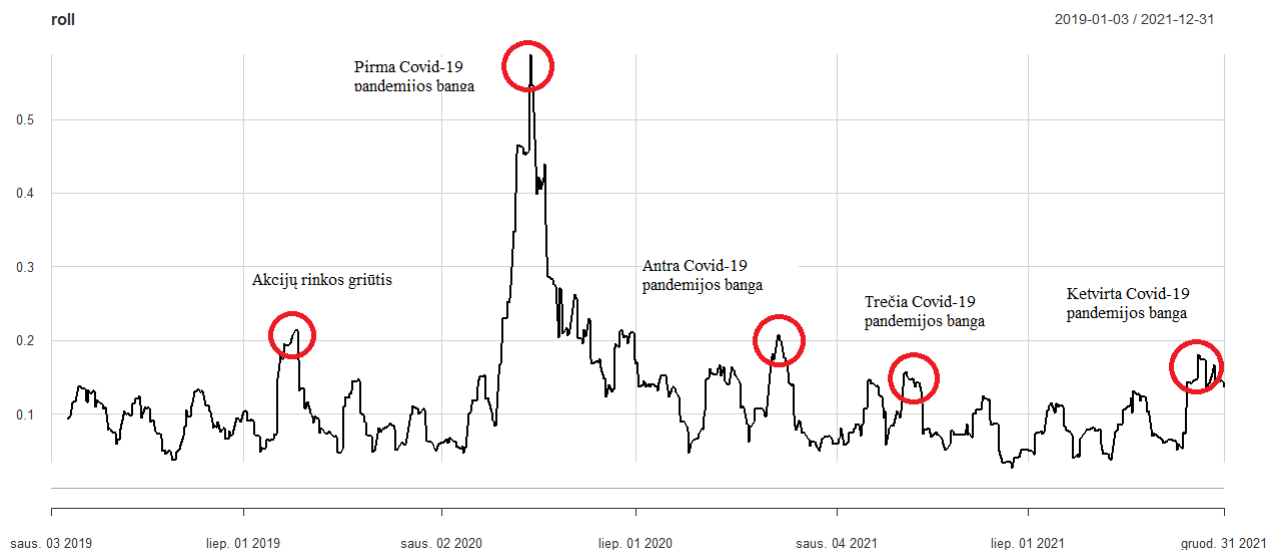
Siekiant detaliau išanalizuoti rizikos persidavimo efektą, pavyzdžiu pasirinktas „Swedbank“ pensijų fondų valdytojas. Kaip galima pastebėti iš 9 lentelės, kiekvienas fondas iš kitų gauna panašų rizikos kiekį – 12 proc. Konservatyviausias fondas „1954–1960“ rizikos perduoda mažiausiai į bendrą rinką, o „1996-2002“ – daugiausiai. Pastebima, kad 85,46 proc. atitinkamo VAR modelio klaidų dispersija paaiškinama šiuo efektu, o tai identifikuoja, jog fondai tarpusavyje yra susiję. Daroma prielaidą, kad dauguma fondų valdytojų investuoja į tas pačias sritis.

9 lentelė. Bendrovės „Swedbank“ rizikos persidavimo efektas procentais

Fondas	1996–2002	1989–1995	1982–1988	1975–1981	1968–1974	1961–1967	1954–1960	Rizika iš kitų
1996-2002	2,07	2,06	2,06	2,06	2,06	2,05	1,92	12,22
1989-1995	2,06	2,06	2,06	2,06	2,06	2,05	1,92	12,22
1982-1988	2,06	2,06	2,07	2,06	2,06	2,05	1,92	12,22
1975-1981	2,06	2,06	2,06	2,06	2,06	2,05	1,92	12,22
1968-1974	2,06	2,06	2,06	2,06	2,06	2,05	1,93	12,22
1961-1967	2,04	2,05	2,05	2,05	2,05	2,06	1,99	12,22
1954-1960	2,01	2,01	2,01	2,01	2,02	2,08	2,15	12,13
Rizika kitiems	12,30	12,31	12,31	12,31	12,31	12,31	11,61	85,46
Rizika kitiems įskaitant save	14,36	14,37	14,37	14,37	14,38	14,38	13,77	100

Šaltinis: parengta autoriaus.

Šiuo tyrimu analizuota pensijų fondų slenkančio nepastovumo diagrama, kuria sukurtas panoraminis veiklos efektyvumo vaizdas. Kadangi pensijų fondai tarpusavyje stipriai susiję, vertinant išorės veiksnių poveikį investicijai, rezultatai labai panašūs, todėl pavyzdžiu pasirinktas „SEB“ tikslinės amžiaus grupės „1996–2002“ fondas. Kadangi pensijų fondai susiję su pasaulinėmis akcijų rinkomis, išorinių veiksnių poveikiai juntami ir jų atžvilgiu. Analizuojant minėto fondo istorinių duomenų nepastovumą, galima pastebėti ekonominių įvykių padarinius (žr. 10 pav.). Kaip ir buvo galima tikėtis, didžiausi rinkos nepastovumai kilę dėl Covid-19 pandemijos, tačiau vienas iš didesnių kainos kritimų (kitaip nepastovumo šuolių) matomas 2019 m. rugsėjo viduryje, prasidėjus akcijų rinkų griūčiai, kuomet per vieną dieną prekybos palūkanų normos pasiekė net 10 proc.



10 pav. Bendrovės „SEB“ tikslinės amžiaus grupės „1996–2002“ fondo slenkančio nepastovumo diagrama. Parengta autoriaus.

3.3. Pensijų fondų rizikos vertinimo rodikliai

Siekiant apibrėžti pensijų fondų veiklos efektyvumą rizikos ir grąžos santykio perspektyvoje, apskaičiuoti 2.5. poskyryje pateikti investicijos vertinimo rodikliai. Remiantis literatūros pavydžiais, rasti efektyvumo matų – Sharpe, Calmar, Burke, Sortino – įverčiai (žr. 10 lentelė).

10 lentelė. Pensijų fondų valdytojų efektyvumo matų įverčiai

Aviva							
	1996–2002	1989–1995	1982–1988	1975–1981	1968–1974	1961–1967	1954–1960
Sharpe santykis	0,085	0,074	0,066	0,068	0,069	0,069	0,07
Calmar santykis	0,494	0,47	0,445	0,486	0,496	0,491	0,51
Burke santykis	0,529	0,545	0,479	0,505	0,517	0,509	0,519
Sortino santykis	0,113	0,1	0,089	0,093	0,095	0,093	0,095
Invalda							
Sharpe santykis	0,073	0,065	0,065	0,064	0,063	0,063	0,063
Calmar santykis	0,418	0,446	0,509	0,523	0,516	0,517	0,522
Burke santykis	0,546	0,595	0,589	0,583	0,575	0,573	0,573
Sortino santykis	0,092	0,084	0,085	0,084	0,083	0,083	0,083
Luminor							
Sharpe santykis	0,069	0,091	0,093	0,093	0,093	0,094	0,093
Calmar santykis	0,337	0,509	0,567	0,573	0,573	0,583	0,587
Burke santykis	0,348	0,516	0,558	0,562	0,561	0,568	0,57
Sortino santykis	0,087	0,121	0,123	0,124	0,124	0,126	0,125
SEB							
Sharpe santykis	0,087	0,081	0,078	0,079	0,076	0,075	0,073
Calmar santykis	0,464	0,492	0,544	0,575	0,547	0,541	0,537
Burke santykis	0,482	0,512	0,543	0,565	0,538	0,532	0,573
Sortino santykis	0,113	0,107	0,103	0,104	0,1	0,099	0,097
Swedbank							
Sharpe santykis	0,077	0,072	0,067	0,069	0,069	0,068	0,065
Calmar santykis	0,488	0,541	0,545	0,577	0,58	0,569	0,539
Burke santykis	0,622	0,594	0,549	0,576	0,579	0,567	0,539
Sortino santykis	0,1	0,095	0,089	0,092	0,092	0,091	0,087

Šaltinis: parengta autoriaus.

Kaip galima pastebėti iš 10 lentelės, nei vieno valdytojo atžvilgiu nepastebimas reikšmingas rodiklių skirtumas tarp skirtingų amžiaus grupių fondų, tačiau matoma tendencija, jog mažėjant fondų konservatyvumui, didėja efektyvumo matų įverčiai. Pavyzdžiui, „SEB“ „1954–1960“ ir „1996–2002“ fondų Sharpe santykis skiriasi 0,015. Išimtinis „Luminor“ atvejis, kadangi pastarojo konservatyvaus fondo Sharpe santykis yra didesnis. Taip pat pastebima, jog Sortino bei Sharpe santykiai yra lygintinai mažesni nei Calmar bei Burke santykiai. Svarbu paminėti, kad Sortino bei Sharpe apskaičiavimui naudojamas standartinis nuokrypis, tad mažos rodiklių reikšmės identifikuoja rizikos daromą įtaką. Taip pat dėl mažų Sortino reikšmių galima daryti prezumpciją,

kad neigiamų grąžų standartinis nuokrypis daro dar didesnę poveikį fondui. Dėl šios priežasties atsižvelgta į Sortino santykį bendrame pensijų fondų kontekste (žr. 11 lentelė). Pastebima, jog „Luminor“ yra dominuojantis valdytojas vertinant Sortino santykį, kadangi tik vienas iš kuruojamų fondų neturi aukščiausio įverčio jauniausioje amžiaus grupėje. Priešingai nei šis valdytojas, „Invalda“ pasižymi prasčiausiais Sortino įverčiais, o tai leidžia daryti prielaidą, jog pensijų fondai pasižymi aukšta neigiamų grąžų rizika. Kita vertus, atsižvelgiant į visų efektyvumo matų visumą, nėra išskiriamas vienas dominuojantis valdytojas. Pavyzdžiui, Sharpe santykio atžvilgiu pirmąją „Luminor“ (žr. 1 priedas), Calmar santykio – „Aviva“ bei „Invalda“ (žr. 2 priedas), o Burke santykio – dominuojantis pensijų fondų valdytojas nepastebimas (žr. 3 priedas). Dėl šios priežasties negalima objektyviai įvertinti investicijų, remiantis tik šiais matais, todėl dėmesys skiriamas ir kitų rodiklių reikšmingumui.

11 lentelė. Pensijų fondų valdytojų reitingas Sortino santykio reikšmių atžvilgiu

	Aviva	Invalda	Luminor	SEB	Swedbank
1996–2002	0,113	0,092	0,087	0,113	0,1
1989–1995	0,1	0,084	0,121	0,107	0,095
1982–1988	0,089	0,085	0,123	0,103	0,089
1975–1981	0,093	0,084	0,124	0,104	0,092
1968–1974	0,095	0,083	0,124	0,1	0,092
1961–1967	0,093	0,083	0,126	0,099	0,091
1954–1960	0,095	0,083	0,125	0,097	0,087

Šaltinis: parengta autoriaus.

Siekiant objektyvaus pensijų fondų vertinimo, apskaičiuoti rizikos matai (žr. 12 lentelė). Pastebima, jog standartinis nuokrypis mažėja fondui darantis konservatyvesniam. Remiantis šiuo rodikliu, rizikingiausiais laikomi jauniausios amžiaus grupės fondai, pavyzdžiui, „Invalda“ bei „Swedbank“ kuruojami fondai. Šios amžiaus grupės atžvilgiu pastebimas ir didžiausio nuosmukio reikšmių padidėjimas. Galima daryti prielaidą, jog rizikingesniems fondams yra didesnė tikimybė prarasti dalį kapitalo, dėl to jauniausiose amžiaus grupėse ir pastebimi didžiausi nuosmukiai. Maža dispersija traktuojama kaip investicijos maža rizika, bet ir mažesnė grąža. Sklaida yra investicijos rizikos laipsnio matas, tad šiuo atveju galima teigti, kad tiriami fondai nėra itin rizikingi (tai pagrindžia ir maži standartinio nuokrypio įverčiai). VaR reikšmė visose fonduose yra neigiama (išskyrus „Aviva“ „1996–2002“ fondą). Nors šis rodiklis dažniausiai traktuojamas kaip nuostolio vertinimas, neigiamas VaR reiškia, jog investicinis portfelis turi didelę tikimybę gauti pelno. Nors šio rodiklio įverčiai nėra dideli, tačiau galima daryti išvadą, kad iš pensijų fondų galima gauti pelno. Vertinant Kelly kriterijų galima daryti prielaidą, jog labiausiai apsimoka investuoti į jauniausios amžiaus grupės fondus, o tai tik patvirtina, jog valdytojai vadovaujasi gyvenimo ciklo principu kuruojant fondus, kadangi didžiausia Kelly kriterijaus vertė rodoma didesnes grąžas generuojančių investicijų.

12 lentelė. Pensijų fondų valdytojų rizikos rodiklių įverčiai

Aviva							
	1996–2002	1989–1995	1982–1988	1975–1981	1968–1974	1961–1967	1954–1960
Dispersija	3,99E-06	1,43E-05	5,22E-05	6,80E-05	6,84E-05	6,95E-05	7,19E-05
Maksimalus nuosmukis	-2,332	-2,038	-2,045	-1,983	-1,938	-1,927	-1,886
VaR	0,003	-0,006	-0,012	-0,013	-0,013	-0,013	-0,013
Kelly kriterijus	21,184	9,817	4,574	4,14	4,19	4,111	4,106
Standartinis nuokrypis	0,008	0,008	0,008	0,008	0,007	0,004	0,002
Invalda							
Dispersija	4,16E-06	3,05E-05	7,15E-05	9,37E-05	9,42E-05	9,62E-05	9,73E-05
Maksimalus nuosmukis	-3,492	-2,68	-2,451	-2,411	-2,412	-2,41	-2,398
VaR	-0,003	-0,009	-0,014	-0,017	-0,017	-0,017	-0,017
Kelly kriterijus	17,814	5,893	3,834	3,302	3,255	3,213	3,179
Standartinis nuokrypis	0,01	0,01	0,01	0,01	0,008	0,006	0,002
Luminor							
Dispersija	8,32E-06	2,23E-05	4,37E-05	4,43E-05	4,43E-05	4,49E-05	4,59E-05
Maksimalus nuosmukis	-2,892	-2,451	-2,309	-2,293	-2,278	-2,172	-2,057
VaR	-0,005	-0,008	-0,011	-0,011	-0,011	-0,011	-0,011
Kelly kriterijus	11,915	9,66	7,004	6,962	6,968	6,981	6,88
Standartinis nuokrypis	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,005	0,003
SEB							
Dispersija	5,30E-06	2,55E-05	6,32E-05	7,71E-05	7,73E-05	7,85E-05	8,21E-05
Maksimalus nuosmukis	-3,3	-2,87	-2,956	-2,901	-2,876	-2,848	-2,714
VaR	-0,004	-0,009	-0,014	-0,015	-0,015	-0,015	-0,016
Kelly kriterijus	18,987	8,055	4,886	4,496	4,301	4,214	4,046
Standartinis nuokrypis	0,009	0,009	0,009	0,009	0,008	0,005	0,002
Swedbank							
Sharpe santykis	0,077	0,072	0,067	0,069	0,069	0,068	0,065
Maksimalus nuosmukis	-2,885	-2,487	-2,312	-2,311	-2,312	-2,306	-2,297
VaR	-0,004	-0,01	-0,016	-0,017	-0,017	-0,017	-0,017
Kelly kriterijus	15,507	5,862	3,412	3,466	3,473	3,408	3,216
Standartinis nuokrypis	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,006	0,002

Šaltinis: parengta autoriaus.

3.4. Homogeniškumo tyrimas

Lietuvos gyvenimo ciklo pensijų fondų homogeniškumo tyrimas atliekamas naudojantis 2.6. poskyryje pateiktais metodais. Siekiant rezultatų informatyvumo bei remiantis literatūros

pavyzdžiais, nuspręsta šį tyrimą atlikti skirstant istorinius duomenis į penkis periodus, kuriais atliekamas klasterizavimas, naudojant kiekvieno periodo individualius rodiklius, apskaičiuotus naudojantis 2.5. poskyryje pateiktais metodais. Svarbu paminėti, jog istoriniai duomenys yra sudaryti iš šešių periodų (žr. 13 lentelė), tačiau tyrime pirmas periodas neanalizuojamas, kadangi pastarasis yra fondų veiklos apšilimo laikotarpis (angl. warming period), kuris iškraipytų galutinius rezultatus. Siekiant optimizuoti tyrimo rezultatų pristatymą, detaliau pristatoma tik pirmojo periodo tyrimo seka, kadangi kitų periodų analizė paremta identiška eiga. Po pirmojo periodo analizės pateikiami apibendrinantys visų periodų tyrimo rezultatai bei išvados.

13 lentelė. Pensijų fondų istorinių duomenų periodų skirstymas

Periodas	Periodo laikotarpis
(I fiktyvus)	2019-01-01 – 2019-06-31
I	2019-07-01 – 2019-12-31
II	2019-07-01 – 2020-06-31
III	2019-07-01 – 2020-12-31
IV	2019-07-01 – 2021-06-31
V	2019-07-01 – 2021-12-31

Šaltinis: parengta autoriaus.

Visų pirma, apskaičiuoti penkių periodų pensijų fondų vertinimo rodikliai (žr. 5-8 priedai). Pirmojo periodo fondų vertinimo suvestinė pateikiama 14 lentelėje. Analizuojant pirmojo periodo rodiklių rezultatus, pastebimas uodegų priklausomumo nebuvimas, išskirtinis atvejis – „Luminor“, kadangi penkių pensijų fondų uodegų priklausomumo koeficientai svyruoja apie 0,22 reikšmę. Vertinant fondų standartinio nuokrypio reikšmes, rizikingiausiu fondų valdytoju laikomas „Swedbank“, o dominuojančio mažiausiai rizikingo valdytojo nėra. Analizuojant efektyvumo matavimus matomas dominuojantis valdytojas – „Luminor“, kadangi pastebimas reikšmingas rodiklių skirtumas. Visi pensijų fondai pasižymi neigiama, tačiau maža VaR reikšme, o tai identifikuoja žemą pelningumą. Kaip ir buvo galima nuspėti, Kelly kriterijus yra aukščiausias jauniausioje amžiaus grupėje, o tai leidžia daryti prielaidą, jog fondas yra patrauklus investavimui gražos bei rizikos santykio perspektyvoje. Svarbu paminėti, jog „Invalda“ pasižymi didžiausia Kelly kriterijaus reikšme.

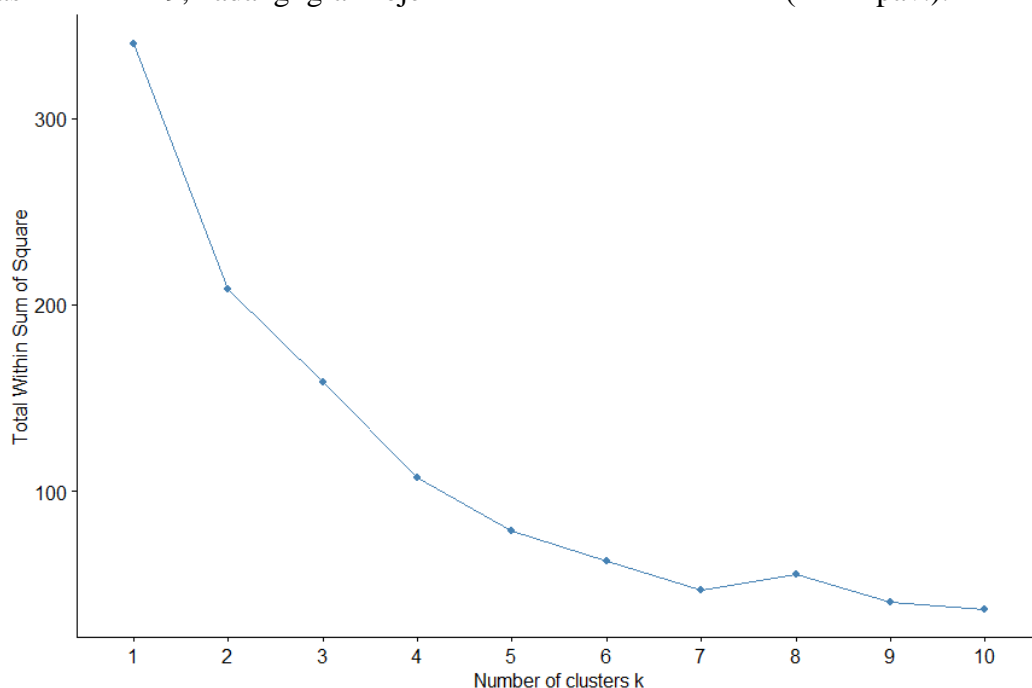
14 lentelė. I periodo pensijų fondų vertinimo rodikliai

Aviva							
	1996– 2002	1989– 1995	1982– 1988	1975– 1981	1968– 1974	1961– 1967	1954– 1960
Dispersija	3,05E-05	3,03E-05	2,97E-05	2,99E-05	2,53E-05	6,57E-06	1,87E-06
Sharpe santykis	0,136	0,135	0,132	0,130	0,130	0,128	0,126
Maksimalus nuosmukis	-2,224	-2,225	-2,215	-2,232	-2,236	-2,246	-2,111
Calmar santykis	4,985	3,976	3,750	3,711	3,659	3,642	3,517
Burke santykis	3,182	2,860	2,786	2,762	2,736	2,694	2,613
Sortino santykis	0,198	0,189	0,181	0,179	0,178	0,176	0,173
VaR	-0,002	-0,004	-0,009	-0,009	-0,009	-0,010	-0,010
Uodegos priklausomumo koeficientas	0	0	0	0	0	0	0
Kelly kriterijus	49,497	26,259	13,032	11,870	11,832	11,603	11,341
Standartinis nuokrypis	0,006	0,006	0,005	0,005	0,005	0,003	0,001
Invalda							
Dispersija	4,55E-05	4,5E-05	4,45E-05	4,41E-05	3,63E-05	1,41E-05	1,41E-06
Sharpe santykis	0,158	0,121	0,109	0,107	0,107	0,107	0,107
Maksimalus nuosmukis	-2,543	-2,524	-2,543	-2,548	-2,541	-2,503	-2,420
Calmar santykis	5,298	3,868	3,448	3,433	2,561	3,412	3,431
Burke santykis	3,848	2,881	2,602	2,576	2,561	2,557	2,574
Sortino santykis	0,235	0,173	0,154	0,152	0,151	0,150	0,151
VaR	-0,002	-0,006	-0,010	-0,011	-0,011	-0,011	-0,012
Uodegos priklausomumo koeficientas	0	0	0	0	0	0	0
Kelly kriterijus	66,317	16,044	9,020	8,057	7,981	7,913	7,907
Standartinis nuokrypis	0,007	0,007	0,007	0,007	0,006	0,004	0,001
Luminor							
Dispersija	2,17E-05	2,16E-05	2,2E-05	2,19E-05	2,19E-05	1,15E-05	3,99E-06
Sharpe santykis	0,138	0,152	0,151	0,150	0,149	0,150	0,148
Maksimalus nuosmukis	-2,720	-2,758	-2,788	-2,773	-2,765	-3,029	-2,590
Calmar santykis	4,125	3,885	3,723	3,728	3,716	3,691	3,593
Burke santykis	3,033	3,233	2,980	2,981	2,961	2,959	2,911
Sortino santykis	0,195	0,212	0,209	0,209	0,208	0,209	0,205
VaR	-0,003	-0,006	-0,008	-0,008	-0,008	-0,008	-0,008
Uodegos priklausomumo koeficientas	0	0	0,21	0,21	0,22	0,21	0,2
Kelly kriterijus	34,485	22,348	16,019	16,017	15,873	16,075	15,803
Standartinis nuokrypis	0,005	0,005	0,005	0,005	0,005	0,003	0,002
SEB							
Dispersija	4,23E-05	3,99E-05	3,95E-05	3,96E-05	3,61E-05	1,45E-05	2,35E-06
Sharpe santykis	0,111	0,121	0,114	0,111	0,111	0,111	0,109
Maksimalus nuosmukis	-2,589	-2,592	-2,606	-2,621	-2,591	-2,616	-2,670
Calmar santykis	3,083	3,247	3,189	3,119	3,125	3,125	3,105
Burke santykis	2,366	2,608	2,493	2,436	2,442	2,436	2,411
Sortino santykis	0,152	0,167	0,158	0,154	0,155	0,154	0,151

SEB							
	1996– 2002	1989– 1995	1982– 1988	1975– 1981	1968– 1974	1961– 1967	1954– 1960
VaR	-0,003	-0,007	-0,010	-0,011	-0,011	-0,011	-0,011
Uodegos priklausomumo koeficientas	0	0	0	0	0	0	0
Kelly kriterijus	36,174	15,786	9,409	8,793	8,826	8,731	8,316
Standartinis nuokrypis	0,007	0,006	0,006	0,006	0,006	0,004	0,002
Swedbank							
Dispersija	4,67E-05	4,64E-05	4,63E-05	4,64E-05	4,61E-05	2,21E-05	4,57E-06
Sharpe santykis	0,115	0,105	0,104	0,104	0,104	0,104	0,101
Maksimalus nuosmukis	-2,549	-2,535	-2,559	-2,554	-2,554	-2,552	-2,528
Calmar santykis	3,612	3,260	3,317	3,325	3,319	3,330	3,201
Burke santykis	2,618	2,424	2,461	2,463	2,458	2,468	2,373
Sortino santykis	0,160	0,147	0,146	0,146	0,146	0,147	0,142
VaR	-0,004	-0,008	-0,012	-0,012	-0,012	-0,012	-0,012
Uodegos priklausomumo koeficientas	0	0	0	0	0	0	0
Kelly kriterijus	26,822	11,151	7,651	7,628	7,616	7,634	7,368
Standartinis nuokrypis	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,005	0,002

Šaltinis: parengta autoriaus.

Naudojantis alkūnės metodu nustatomas reikiamas klasterių skaičius. Vaizdinės diagramos pagalba pasirenkamas skaičius – 9, kadangi grafikoje akivaizdžiai matomas lūžis (žr. 11 pav.).



11 pav. Alkūnės metodo rezultatas (I periodas)

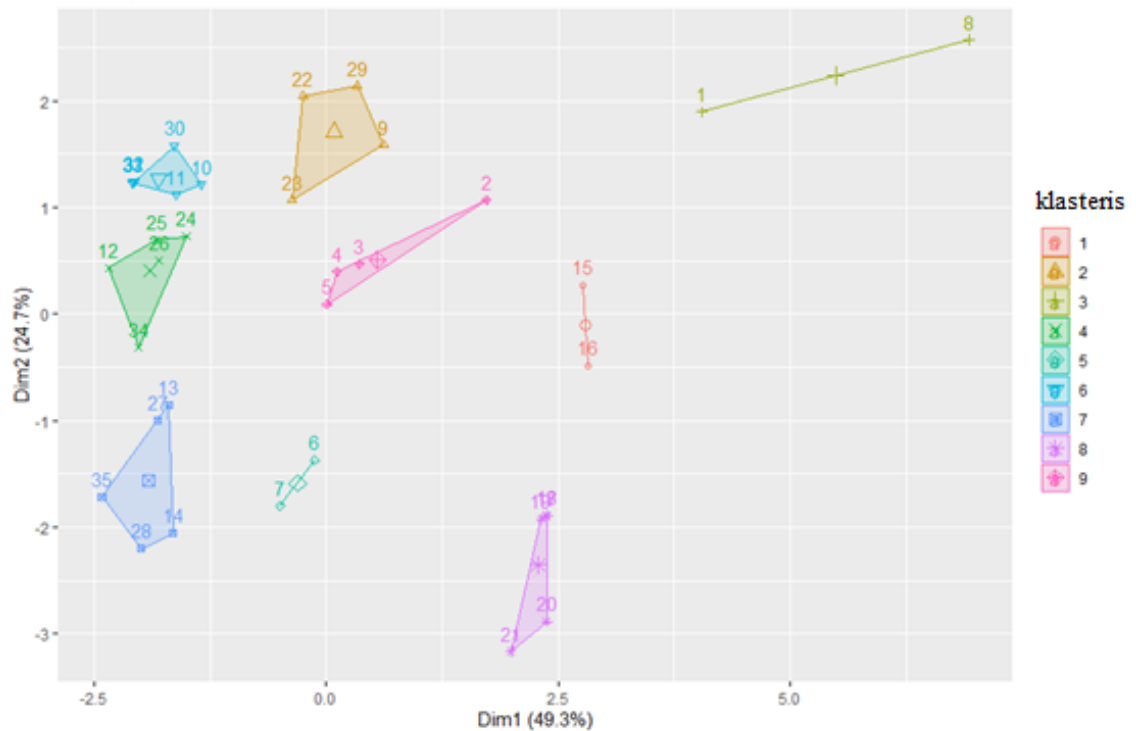
Tyrimas tęsiamas naudojant K-vidurkių metodą, kuriuo gautas klasterių išsidėstymo žemėlapis. Siekiant pavaizduoti pensijų fondų įvairiapusiškumą, maži klasteriai nėra apjungiami į didesnius, todėl yra klasterių ir po kelis objektus. Nors fondų investavimo strategijos yra panašios dėl orientavimosi į gyvenimo ciklo principą, tačiau pastebimi veiklų išskirtinimai, todėl šiuo sprendimu

siekiama parodyti fondų individualumą. Iš 12 paveikslėlio galima pastebėti, jog pensijų fondų klasteriai nepersidengia, išsidėstę sąlyginai toli vienas nuo kito, o tai leidžia daryti prielaidą apie gerą klasterizavimą. Taip pat modelio korektiškumą apibrėžia ir tikslumas, tad svarbu paminėti, jog šio klasterizavimo tikslumas – 89,9 proc. Vertinant fondų pasiskirstymą, galima teigti, jog dauguma pensijų fondų (klasterių atžvilgiu) pasiskirstę pagal tikslines amžiaus grupes bei iš dalies pagal valdytojus. Pavyzdžiui, pirmajame klasteryje matomi „Luminor“ konservatyviausi pensijų fondai – „1954–1960“ ir „1961–1967“, trečiajame – „Aviva“ bei „Invalida“ „1954–1960“. Įdomu, jog aštuntas bei devintas klasteriai sudaryti atitinkamai iš „Luminor“ bei „Aviva“ valdytojų pensijų fondų, o kituose klasteriuose pastebimas mišrus pasiskirstymas. Detalesnė informacija apie fondų pasiskirstymą pateikiama 15 lentelėje.

15 lentelė. Pensijų fondų pasiskirstymas klasterių atžvilgiu

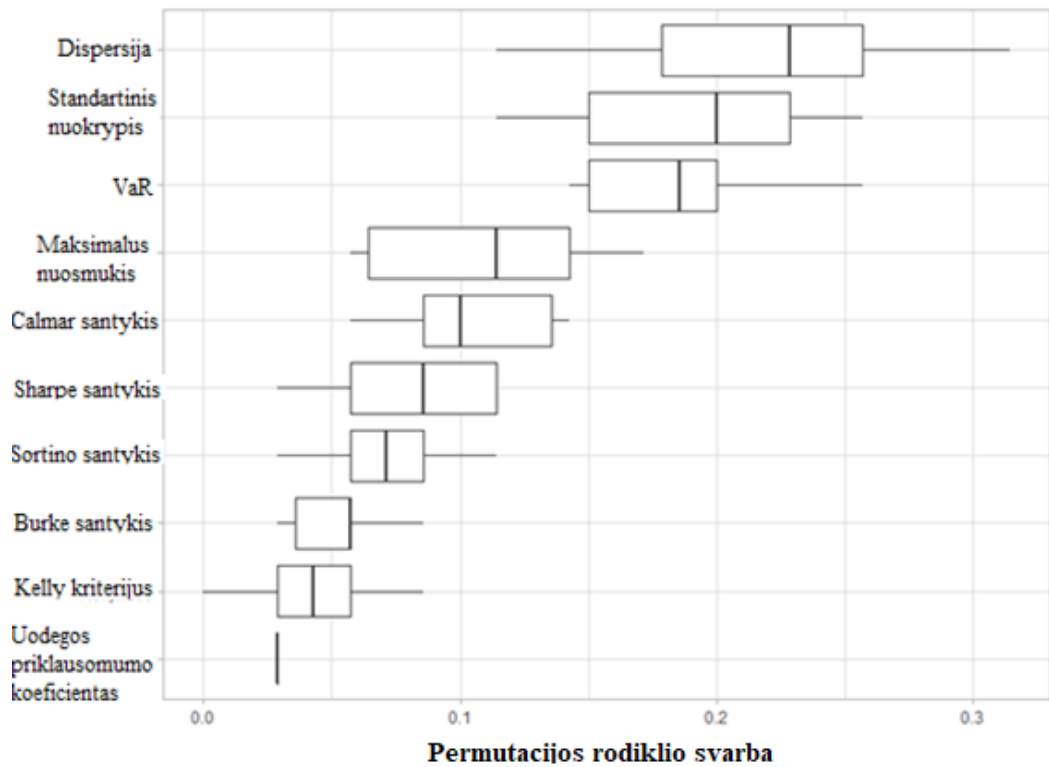
Fondo numeris klasterių žemėlapyje	Fondas	Klasterio numeris
15	Luminor 1954–1960	1
16	Luminor 1961–1967	
9	Ivalda 1961–1967	2
22	SEB 1954–1960	
23	SEB 1961–1967	
29	Swedbank 1954–1960	
1	Aviva 1954–1960	3
8	Invalida 1954–1960	
12	Invalida 1982–1988	4
24	SEB 1968–1974	
25	SEB 1975–1981	
26	SEB 1982–1988	
34	Swebank 1989–1995	
6	Aviva 1989–1995	
7	Aviva 1996–2002	5
4	Aviva 1975–1981	
10	Invalida 1968–1974	
11	Invalida 1975–1981	
30	Swedbank 1961–1967	
31	Swedbank 1968–1974	
32	Swedbank 1975–1981	
33	Swedbank 1982–1988	
13	Invalida 1989–1995	6
14	Invalida 1996–2002	
27	SEB 1989–1995	
28	SEB 1996–2002	
35	Swedbank 1996–2002	
17	Luminor 1968–1974	7
18	Luminor 1975–1981	
19	Luminor 1982–1988	
20	Luminor 1989–1995	
21	Luminor 1996–2002	

Fondo numeris klasterių žemėlapyje	Fondas	Klasterio numeris
2	Aviva 1961–1967	9
3	Aviva 1968–1974	
5	Aviva 1982–1988	



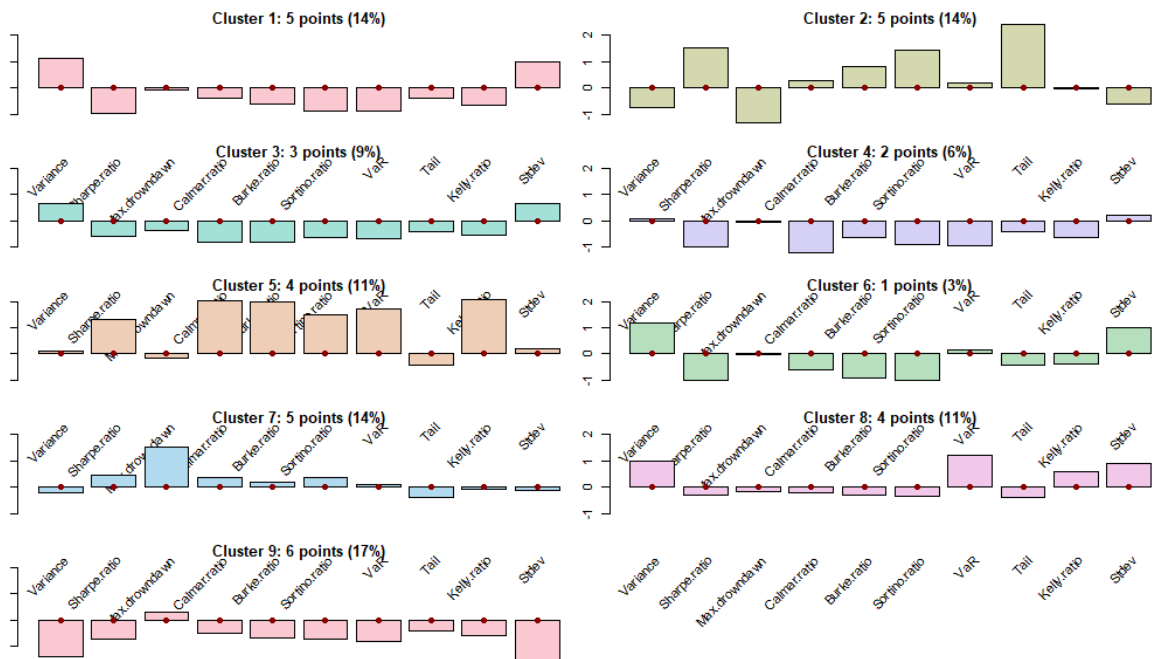
12 pav. I periodo klasterių išsidėstymo žemėlapis

Siekiant įvertinti, kurie rodikliai rodo didžiausią įtaką klasterių parinkčiai, analizuojamas klasterizavimo priežastingumas. Visų pirma atsižvelgiama į bendrą sistemą, kurios atžvilgiu apskaičiuojamas kiekvieno vertinimo rodiklio permutacijos klaidingo klasifikavimo koeficientas. Šis rodiklis per visas iteracijas interpretuojamas kaip kintama svarba, todėl remiantis juo galima apibrėžti kiekvieno objekto statistiką. Remiantis vaizdinės medžiagos pateiktimi (žr. 13 pav.), galima daryti išvadą, jog pirmojo periodo tyrimu didžiausią įtaką rodo dispersija, standartinis nuokrypis, VaR bei maksimalus nuosmukis. Daroma prielaida, jog šiuo laikotarpiu investiciniai fondai dar neseniai pradėję veikti, todėl yra rizikingesni, o tai sąlygoja aukštas standartinio nuokrypio bei dispersijos reikšmes. Atsižvelgiant į VaR matą, galima daryti prielaidą, jog šio rodiklio reikšmės pensijų vertinime buvo mažos, tad daroma prielaida, kad net ir tūkstantosios dalies rodiklio pokytis gali būti reikšmingas klasterių parinkimui. Maksimalaus nuosmukio reikšmingumą Taip pat galima pagrįsti dėl fondų veiklos pradžios, kadangi pastebimi didesni kainų svyravimai.



13 pav. Rodiklių rodoma įtaka I periodo klasterizavimo bendros sistemos atžvilgiu

Iš 13 paveikslėlio taip pat galima identifikuoti klasterių centrus, kurie dažnu atveju skirtinguose klasteriuose išsiskiria. Pavyzdžiui, remdamiesi 14 paveikslėliu pastebima, kad antras klasteris turi kitokį uodegos priklausomumo koeficiento dimensijos centrą nei kiti klasteriai. Dėl šios įžvalgos daroma prielaida, jog antro klasterio sudėčiai didžiausią įtaką rodo minėtas matas. Taip pat svarbu paminėti, jog efektyvumo matai (Sharpe, Burke, Sortino santykiai) rodo didžiausią įtaką ketvirtame klasteryje.



14 pav. Rodiklių rodoma įtaka I periodo klasterių atžvilgiu

Remiantis pirmo periodo pensijų fondo tyrimo žingsnių seka, analizė tęsiama likusių fondų atžvilgiu. Vertinant apskaičiuotus fondų rizikos ir gražos santykio rodiklius, pastebima, kad nuo antrojo periodo atsiranda uodegų priklausomumo koeficientas. Kadangi šio periodo pradžia žymima 2020 m. sausio 1 d., galima daryti prielaidą, jog dėl išorinių veiksnių (Covid-19 pandemija) atsirado fondų ir lyginamųjų indeksų priklausomumo struktūros pokyčių, t. y. susiformavo sunkios uodegos dėl didelių ekonomikos nuosmukių. Taip pat pastebima, kad antruoju bei trečiuoju periodu santykinai padidėja dispersijos bei standartinio nuokrypio reikšmės, o tai identifikuoja aukštesnę rizikos lygį. Įdomu, jog nuo antrojo periodo maksimalaus nuosmukio įvertis išlieka vienodas per visus periodus. Šio rodiklio stagnacija paaiškinama 5 paveikslėliu, kuriame atsispindi kainų vertės pokytis laike, kadangi 2020 m. kovo pabaigoje visi pensijų fondai patyrė didžiausius kainų nuosmukius jų egzistavimo laikotarpiu. Svarbu paminėti, kad vertinant pensijų valdytojus, Kelly kriterijus yra itin žemas antro periodo tyrimo metu, o tai identifikuoja pensijų fondų, kaip investavimo formos, nepatrauklumą. Žinoma, šis reikšmingas įverčio sumažėjimas irgi susijęs su išoriniais veiksniais. Nuo trečio periodo pastebimas nežymus efektyvumo matų įverčių padidėjimas, daroma prezumpcija, kad gerėjant pasaulinei ekonominei situacijai, pensijų fondų veikla taip pat gerėja. Ketvirto periodo tyrimu matomas Burke santykio padidėjimas, o tai leidžia daryti išvadą apie pradėjusią stabilizuotis rinką, kadangi šis santykis nusako didelių gražų nuosmukių galimybę. Penktame periode nepastebima didelių išskirtinumų vertinant rodiklius.

Atliekant pensijų fondų klasterinę analizę naudoti minėti rodikliai, o visų periodų tyrimų metu gautas identiškas klasterių skaičius – 9. Klasterizavimo kokybiškumui įvertinti apskaičiuotos modelių tikslumo vertės (žr. 16 lentelė). Pastebima, kad modelio tikslumo procentas šiek tiek mažėja, apjungiant daugiau periodų, tačiau vertės visuomet viršija 80 proc., kad leidžia daryti išvadą apie gerą klasterizavimą. Svarbu paminėti, kad ir klasterių išsidėstymo žemėlapiuose nėra pastebimas persidengimas, pastarieji yra nutolę vienas nuo kito.

16 lentelė. Klasterizavimo parametrų suvestinė

Tiriamas periodas	Klasterių skaičius	Sukurto modelio klasterizavimo tikslumas
I	9	89,9 proc.
II	9	88,7 proc.
III	9	86,5 proc.
IV	9	82 proc.
V	9	83,8 proc.

Vertinant klasterizavimo paaiškinamumą, pastebėtas rodiklių, rodančių didžiausią įtaką klasterių parinkčiams, tendencingumas. Siekiant tai įvertinti, sukurta bendra suvestinė, kurioje prioriteto tvarka išskirti reikšmingiausi rodikliai (žr. 17 lentelė). Kaip galima pastebėti, vieni iš reikšmingiausių matų yra standartinis nuokrypis, dispersija, uodegos priklausomumo koeficientas bei VaR. Daroma prielaida, kad šie matai yra informatyviausi vertinant investicinius fondus, kadangi jais apibrėžiama rizika yra vienas iš svarbesnių rodiklių. Taip pat dažnu atveju reikšmingu rodikliu išskiriamas ir maksimalus nuosmukis, o tai leidžia daryti išvadą, kad atliekant klasterinę analizę, didžiausias nuosmukis yra vertingas matas, kadangi juo yra įvertinamas stipriausias kainų nuosmukis visos duomenų istorijos atžvilgiu. Įdomu, jog ketvirto bei penkto periodų tyrimų atveju reikšmingais

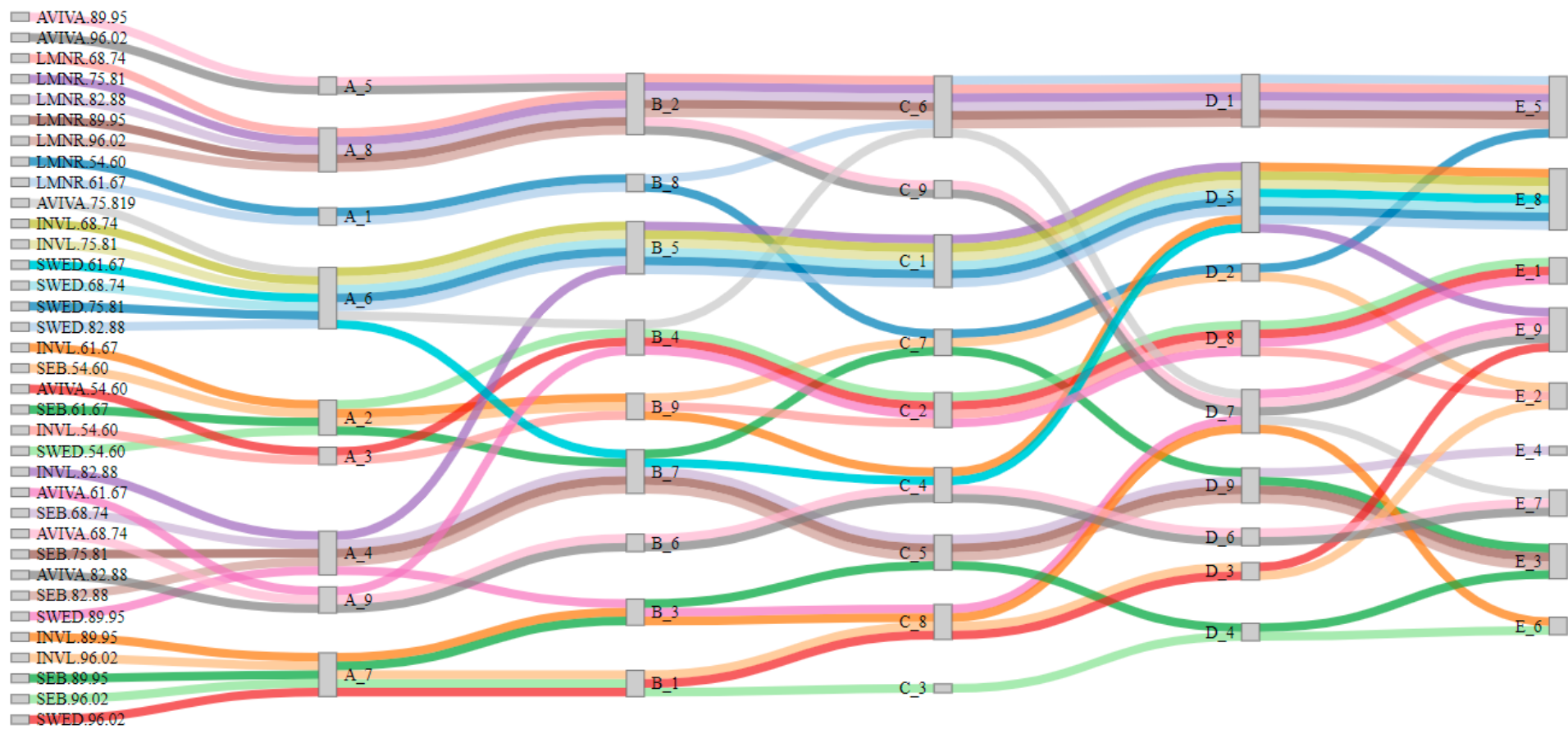
rodikliais įvardijami Burke bei Sharpe santykiai. Galima daryti prezumpciją, jog šie rodikliai tapo reikšmingesni dėl ekonominės situacijos gerėjimo, bendros pensijų fondų gražos augimo bei stiprių ir netikėtų kainos nuosmukių nebuvimo.

17 lentelė. Klasterizavimo priežastingumo suvestinė

Tiriamas periodas	Rodikliai, rodantys didžiausią įtaką klasterių parinkčiai
I	<ol style="list-style-type: none"> 1. Dispersija. 2. Standartinis nuokrypis. 3. VaR. 4. Maksimalus nuosmukis.
II	<ol style="list-style-type: none"> 1. Standartinis nuokrypis. 2. Dispersija. 3. Maksimalus nuosmukis. 4. VaR. 5. Uodegos priklausomumo koeficientas.
III	<ol style="list-style-type: none"> 1. Maksimalus nuosmukis. 2. VaR. 3. Uodegos priklausomumo koeficientas. 4. Standartinis nuokrypis.
IV	<ol style="list-style-type: none"> 1. Uodegos priklausomumo koeficientas. 2. Dispersija. 3. Burke santykis. 4. Standartinis nuokrypis. 5. Maksimalus nuosmukis
V	<ol style="list-style-type: none"> 1. Sharpe santykis. 2. VaR. 3. Standartinis nuokrypis. 4. Uodegos priklausomumo koeficientas.

Siekiant vizualiai pavaizduoti pensijų fondų judėjimą dinaminio klasterizavimo atžvilgiu, sukurta diagrama, perteikianti 35-ių fondų pasiskirstymą per klasterius (žr. 15 pav.). Kaip galima pastebėti, yra klasterių, sudarytų iš vieno pensijų fondo (pavyzdžiui, „SEB“ „1968–1974“). Taip pat matomas kai kurių fondų migravimas per klasterius, tačiau yra atvejų, kai jų pasiskirstymas nusistovi. Pavyzdžiui, valdytojo „Luminor“ konservatyviausi pensijų fondai pirmo klasterizavimo metu buvo priskirti vienam klasteriui, o likę penki fondai – atskiram. Antrojo klasterizavimo metu konservatyviausi fondai išsiskyrė, galima daryti prielaidą, jog dėl didžiausią reikšmingumą rodančio rodiklio (standartinio nuokrypio) verčių pokyčio, kadangi nuo antrojo periodo matomas stiprus šio mato skirtumas tarp „1961–1967“ ir „1954–1960“ fondų. Nepaisant to, penkto klasterizavimo metu šie du fondai buvo priskirti klasteriui, kuriame buvo anksčiau minėti likę fondai. „Luminor“ valdytojas yra vienintelis iš visų šiame tyrime analizuotų bendrovių, kurio visi pensijų fondai buvo priskirti tam pačiam klasteriui. Dėl šios priežasties galima daryti išvadą, jog „Luminor“ vykdoma strategija yra unikali, valdomi fondai – išskirtiniai. Dar vienas iš didesnių klasterių yra sudarytas iš „Swedbank“ bei „Invalida“ pensijų fondų. Pastebima, jog į šio klasterio sudėtį nėra įtraukiami rizikingiausi ir konservatyviausi fondai, tad daroma prielaida, jog nors fondų veikla yra panaši, kelių fondų vykdomos strategijos kardinaliai skiriasi. Taip pat pastebimas klasterių pasiskirstymas pagal pensijų fondų vykdomą veiklą. Dažnu atveju paskutiniuoju etapu į vieną klasterį yra priskiriami konservatyviausi fondai (pavyzdžiui, „SEB“ „1954–1960“, „Aviva“ „1954–1960“ ir „1961–1967“ fondai) arba jauniausios amžiaus grupės fondai (pavyzdžiui, „Aviva“ ir „Invalida“ „1996–2002“

fondai), o tai identifikuoja apie panašią fondų veiklą bei strategijų, orientuotų į gyvenimo ciklo principą, kūrimą bei palaikymą.



15 pav. Pensijų fondų dinamika klasterių atžvilgiu

Išvados

Atlikus daugialypį pensijų fondų rizikos vertinimą bei jų rinkos homogeniškumo tyrimą, gautos šios išvados:

1. Pensijų fondų kainų verčių svyravimai laike labai panašūs – pastebimi kertiniai momentai, kurių metu kainos reikšmingai kyla arba krenta. Šių šuolių stiprumas priklauso nuo pensijų fondų investicinio portfelio, todėl matoma, jog didžiausi nuosmukiai patiriami jauniausių amžiaus grupių fondų, kurie pasižymi aukštu rizikos lygiu.
2. Vienas iš patogiausių būdų vertinti investicijos veiklos sėkmingumą – išorinio lyginamojo indekso identifikavimas. Siekiant įvertinti pastarųjų įtakos analizę, praktikoje dažniausiai naudojamas Granger'io testas. Šio metodo pagalba analizuojant pensijų fondų ir jų lyginamųjų indeksų priežastinių ryši, pastebėta, jog rinkos lyginamojo indekso pokyčiai turi įtakos pensijų fondų rezultatyvumui. Daroma išvada, kad konservatyvūs fondai silpniau reaguoja į indekso svyravimus dėl mažiau rizikingo investicinio kapitalo.
3. Pensijų fondai ir lyginamieji indeksai pasižymi kompleksinėmis tarpusavio jungtimis, todėl siekiant įvertinti jų sąryšį naudotos vynmedžių jungtys, kurios pasižymi lankstumu bei sudėtingu priklausomybių modeliavimu. Tiriant priklausomumo struktūras, dažniausiai gautos „t“ jungtys, leidžiančios įvertinti sunkių uodegų parametą. Pastebima, jog jauniausios amžiaus grupės fondai pasižymi žymiai sunkesnėmis uodegomis nei vyresnio amžiaus grupių fondai.
4. Pastebėta, jog pensijų rinka yra globali ir tarpusavyje labai susijusi, kadangi 96,66 proc. atitinkamo VAR modelio klaidų dispersija paaiškinama rizikos persidavimo efektu. Daroma išvada, jog pensijų fondų valdytojas „Swedbank“ yra didžiausias rizikos pernešėjas, o „Aviva“ – mažiausias.
5. Dėl stiprių rinkos sąsajų pastebimi išorinių veiksnių poveikiai pensijų fondams. Įvertinus slenkančio nepastovumo diagramą stipriausi ekonominiai veiksniai įvardinami Covid-19 pandemija bei 2019 m. akcijų rinkų griūtis.
6. Investicijų veiklos apibūdinimui literatūroje minima daug rodiklių, tačiau vieni populiariausių – efektyvumo bei rizika paremti matai. Dėl šios priežasties tyrime naudoti Sharpe, Calmar, Burke, Sortino santykiai, standartinis nuokrypis, dispersija, uodegos priklausomumo matas, Kelly kriterijus, maksimalus nuosmukis ir VaR. Įvertinus rodiklių reikšmes pensijų fondų atžvilgiu, daroma išvada, kad fondų valdytojai vadovaujasi gyvenimo ciklo principu, kadangi didėjant amžiui – rizikos rodikliai mažėja. Taip pat pastebima, jog jauniausios amžiaus grupės generuoja didžiausią grąžą, prisiimdamos aukščiausią rizikos lygį. Kita vertus, pavienių rodiklių vertinimas nėra tikslingas būdas pensijų fondų vertinimui atlikti.
7. Dinaminio klasterizavimo tyrimu matomas pensijų fondų veiklos progresas nuo jų įkūrimo pradžios. Daroma išvada, kad sunkiausias veiklos periodas yra 2019-01-01 – 2019-12-31, kuomet patiriami didžiausi nuostoliai dėl pasaulinės pandemijos padarinių. Kita vertus, pensijų fondų rinka nuo 2020-06-31 pradeda augti, o tai identifikuoja greitą pensijų fondų adaptaciją.
8. Vertinant klasterizavimo paaiškinamumą, pastebėtas rodiklių, rodančių didžiausią įtaką klasterių parinkčiai, tendencingumas. Standartinis nuokrypis, maksimalus nuosmukis, uodegos priklausomumo koeficientas bei VaR yra svarbiausi rodikliai, apibūdinantys išskirtus klasterius.
9. Dinaminio klasterizavimo rezultatų atžvilgiu pastebimas valdytojo „Luminor“ išskirtinumas. Šios bendrovės kuruojami fondai nepersidengia su kitais, o formuoja atskirą klasterį, todėl daroma išvada apie jo unikalumą bei vykdomos strategijos tikslingumą. Svarbu paminėti, kad dauguma klasterių sudaryti iš panašaus profilio pensijų fondų, pavyzdžiui, klasterį sudaro tik rizikingiausių

arba konservatyvių amžiaus grupių fondai, tad daroma išvada, jog fondai yra panašūs strateginiu valdymu, kuris orientuotas į gyvenimo ciklo principą.

10. Atlikta analizė leidžia identifikuoti pensijų fondų išskirtinumą bei apibūdinti jų veiklos rizikingumą, tačiau tolimesniu tyrimu rekomenduojama atlikti išsamesnį tyrimą, kuriame būtų įtraukiami ir gražą charakterizuojantys rodikliai. Tokiu būdu pensijų fondai būtų apibrėžiami išsamiau, o modelis būtų informatyvesnis.

Literatūros sąrašas

1. DUCLOS, Rod. The psychology of investment behavior: (De)biasing financial decision-making one graph at a time. *Journal of Consumer Psychology*. 2015, vol. 25(2), 317–325, ISSN 1057-7408 [žiūrėta 2022 m. vasario 20 d.]. Prieiga per: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcps.2014.11.005>
2. MACROTRENDS. S&P 500 Index - 90 Year Historical Chart. *Macrotrends* [interaktyvus]. 2022 [žiūrėta 2022 m. vasario 20 d.]. Prieiga per internetą: <https://www.macrotrends.net/2324/sp-500-historical-chart-data>
3. HABIB A., M. M. HASAN, H. JIANG. Stock price crash risk: review of the empirical literature. *Accounting and Finance, Forthcoming* [interaktyvus]. 2017, vol. 51, 211-251 [žiūrėta 2022 m. vasario 22 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.1111/acfi.12278>
4. QIAO Z., E. CLARK, W. K. WONG. Investors' preference towards risk: evidence from the Taiwan stock and stock index futures markets. *Accounting and Finance, Forthcoming* [interaktyvus]. 2012, vol. 54, 251-274 [žiūrėta 2022 m. vasario 22 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.1111/j.1467-629X.2012.00508.x>
5. SOYLU, Ozgur Bayram. Do foreign direct investment and savings promote economic growth in Poland? *Economics and Business Review* [interaktyvus]. 2019, vol. 5(19), 3-22, ISSN 2392-1641 [žiūrėta 2022 m. vasario 22 d.]. Prieiga per internetą: 10.18559/ebr.2019.4.1
6. ŠIAULIŲ BANKAS. Obligacijos. *Šiaulių bankas* [interaktyvus]. N. d. [žiūrėta 2022 m. vasario 23 d.]. Prieiga per internetą: <https://sb.lt/lt/privatiems/investavimas/vertybiniu-popieriu-prekyba/obligacijos>
7. JANGOGO A., A. M. MULI. Investment strategies, fund size and financial performance of defined contribution schemes in kenya: theoretical review. *International Academic Journal of Economics and Finance* [interaktyvus]. 2019, vol. 3(3), 253-265 [žiūrėta vasario 23 d.]. Prieiga per internetą: http://iajournals.org/articles/iajef_v3_i3_253_265.pdf
8. KLYVIENĖ, Violeta. Lietuvos pensijų reformos poveikis valstybės finansams. *Lietuvos bankas* [interaktyvus]. N. d. [žiūrėta 2022 m. vasario 23 d.]. Prieiga per internetą: https://www.lb.lt/uploads/documents/docs/publications/klyviene_2.pdf
9. LIETUVOS BANKAS. II pakopos pensijų fondai. *Lietuvos bankas* [interaktyvus]. 2020 [žiūrėta 2022 m. vasario 25 d.]. Prieiga per internetą: <https://www.lb.lt/lt/ii-pakopos-pensiju-fondai>
10. LIETUVOS RESPUBLIKOS SOCIALINĖS APSAUGOS IR DARBO MINISTERIJA. Pensijų kaupimo sistema. *Lietuvos Respublikos socialinės apsaugos ir darbo ministerija* [interaktyvus]. 2021 [žiūrėta 2022 m. vasario 23 d.]. Prieiga per internetą: <https://socmin.lrv.lt/lt/veiklos-sritys/socialinis-draudimas/pensiju-kaupimo-sistema>
11. BOELAARS I., R. COX, M. LEVER, R. MEHLOPF. The allocation of financial risks during the life cycle in individual and collective DC pension contracts. *CPB Netherlands Bureau for Economic* [interaktyvus]. 2015, nr. 317 [žiūrėta 2022 m. vasario 23 d.]. Prieiga per internetą: <https://www.cpb.nl/sites/default/files/publicaties/download/cpb-discussion-paper-317-allocation-financial-risks-during-life-cycle-individual-and-collective-dc-p.pdf>
12. VITANYTĖ, Vaida. II pakopos pensijų fondų rizikos analizė. *Mykolo Riomerio universitetas* [interaktyvus]. 2007 [žiūrėta 2022 m. vasario 23 d.]. Prieiga per internetą: <https://vb.mruni.eu>
13. PLIHAL, Tomáš. Granger Causality between Stock Market and Macroeconomic Indicators: Evidence from Germany. *Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis*

- [interaktyvus]. 2016, vol. 64(6), 2101-2108 [žiūrėta 2022 m. vasario 24 d.]. Prieiga per internetą: 10.11118/actaun201664062101
14. SONG Xiaojun, Abderrahim TAAMOUTI. A better understanding of Granger causality analysis: A big data environment. *Oxford Bulletin of Economics & Statistics* [interaktyvus]. 2019, vol. 81(4), 911-936 [žiūrėta 2022 m. vasario 26 d.]. Prieiga per internetą: 10.1111/obes.12288
 15. LIANG Ren, Li BING. Management of UK Pension Funds and Financial Market Development: 1970-2008. *3rd International Conference on Information Management, Innovation Management and Industrial Engineering* [interaktyvus]. 2010, 594-598 [žiūrėta 2022 m. vasario 26 d.]. Prieiga per internetą: 10.1109/ICIII.2010.623
 16. SKERMAN Robert. Daniel Della MAGGIORA. Johansen cointegration analysis of American and European stock market indices: an empirical study. *Lund University* [interaktyvus]. 2009 [žiūrėta 2022 m. kovo 2 d.]. Prieiga per internetą: <https://lup.lub.lu.se>
 17. MANSOR H. I. Cointegration and Granger Causality tests of stock price and exchange rate interactions in Malaysia. *ASEAN Economic Bulletin* [interaktyvus]. 2000, vol. 17(1), 36-47 [žiūrėta 2022 m. kovo 2 d.]. Prieiga per internetą: <https://www.jstor.org/stable/25773607>
 18. SHAHZAD, S.J.H., RAZA, N., SHAHBAZ, M., ALI, A. Dependence of stock markets with gold and bonds under bullish and bearish market states. *Resources Policy* [interaktyvus]. 2017, 52, 308-319 [žiūrėta 2022 m. kovo 3 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2017.04.006>
 19. CZADO C., E. F. ACAR, M. LYSY. Flexible dynamic vine copula models for multivariate time series data. *Econometrics and Statistics* [interaktyvus]. 2019, vol. 12, 181-197 [žiūrėta 2022 m. kovo 5 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.1016/j.ecosta.2019.03.002>
 20. CZADO C., T. NAGLER. Vine copula based modeling. *Annual Review of Statistics and Its Applications* [interaktyvus]. 2021, vol. 9, TBA:1-27 [žiūrėta kovo 5 d.]. Prieiga per internetą: <https://tnagler.github.io/vine-arisa.pdf>
 21. HUNG, Ngo Thai. Interdependence of oil prices and exchange rates: Evidence from copula-based GARCH model. *AIMS Energy* [interaktyvus]. 2019, vol. 7, 465-482 [žiūrėta 2022 m. kovo 5 d.]. Prieiga per internetą: 10.3934/energy.2019.4.465
 22. ROCKINGER Michael, Eric JONDEAU. Conditional Dependency of Financial Series: An Application of Copulas. *SSRN Electron J.* [interaktyvus]. 2001, hal-00601478 [žiūrėta 2022 m. kovo 6 d.]. Prieiga per internetą: <https://hal.archives-ouvertes.fr>
 23. PENG, Zhun. Sensitivity of Pension Fund's Balance Sheet: a non-linear risk factor approach. *University of Evry and EPEE* [interaktyvus]. 2015 [žiūrėta 2022 m. kovo 6 d.]. Prieiga per internetą: https://www.univ-evry.fr/fileadmin/mediatheque/ueve-institutionnel/03_Recherche/laboratoires/Epee/wp/15-06.pdf
 24. ZHANG Shan, Lakshmi Narasimhan RHEAGARAJAN. Fusion of correlated decisions using regular vine copulas. *IEEE* [interaktyvus]. 2018, arXiv:1803.09350v2 [žiūrėta 2022 m. kovo 6 d.]. Prieiga per internetą: <https://arxiv.org/pdf/1803.09350.pdf>
 25. OZGUR Cemile, Vedat SARIKOVANLIK. An application of regular vine copula in portfolio risk forecasting: evidence from Istanbul stock exchange. *Quantative Finance and Economics* [interaktyvus]. 2021, vol. 5(3), 452-470 [žiūrėta 2022 m. kovo 9 d.]. Prieiga per internetą: 10.3934/QFE.2021020
 26. GEIDOSCH Marco, Matthias FISHER. Application of vine copulas to credit portfolio risk modeling. *Journal of Risk and Financial Management* [interaktyvus]. 2016, vol. 9(2), 1-15, ISSN

- 1911-8074 [žiūrėta 2022 m. kovo 12 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.3390/jrfm9020004>
27. DIBMAN J., E. C. BRECHMAN, C. CZADO, D. KUROWICKA. Selecting and estimating regular vine copula and application to financial returns. *Computational Statistics and Data Analysis* [interaktyvus]. 2013, vol. 59, 52-69 [žiūrėta 2022 m. kovo 12 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1202.2002>
28. WANG G. J., C. XIE. Tail dependence structure of the foreign exchange market: A network view. *Expert Systems with Applications* [interaktyvus]. 2015 [žiūrėta 2022 m. kovo 12 d.]. Prieiga per internetą: 10.1016/j.eswa.2015.10.037
29. ZAURA, Julijus. Lietuvos pensijų fondų ekonominis įvertinimas ir perspektyvos. *Šiaulių universitetas* [interaktyvus]. 2008 [žiūrėta vasario 24 d.]. Prieiga per internetą: <https://epublications.vu.lt>
30. MANGRAM, E. Myles. A simplified perspective of the Markowitz portfolio theory. *Global journal of business research* [interaktyvus]. 2013, vol. 7(1), 59-70 [žiūrėta 2022 m. kovo 9 d.]. Prieiga per internetą: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2147880
31. MISHRA P. K. COVID-19, Black Swan events and the future of disaster risk management in India. *Progress in Disaster Science* [interaktyvus]. 2020, vol. 8, ISSN 100137 [žiūrėta 2022 m. kovo 9 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.1016/j.pdisas.2020.100137>
32. LIETUVOS BANKAS. Pensijų kaupimo veiklos rodikliai: II pakopos pensijų rezultatai. *Lietuvos bankas* [interaktyvus]. 2020 [žiūrėta 2022 m. kovo 9 d.]. Prieiga per internetą: <https://www.lb.lt>
33. LIETUVOS BANKAS. Visų pensijų fondų graža – su pliuso ženklu. *Lietuvos bankas* [interaktyvus]. 2019 [žiūrėta 2022 m. kovo 15 d.]. Prieiga per internetą: <https://www.lb.lt/lt/naujienos/visu-pensiju-fondu-graza-su-pliuso-zenklu>
34. HOLGERSSON H. E. T. Estimating mean-standard deviation ratios of financial data. *Journal of Applied Statistics* [interaktyvus]. 2011, vol. 39(3), 657-671 [žiūrėta 2022 m. kovo 15 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.1080/02664763.2011.610443>
35. GUMUSTEKIN Ezgi, Gunes TOPCU. Normality of Turkish stock returns over time. *Acta academica karviniensia* [interaktyvus]. 2018, vol. 18(4), 40-51 [žiūrėta 2022 m. kovo 16 d.]. Prieiga per internetą: 10.25142/aak.2018.027
36. KOLLAR Boris, Peter ADAMKO. Possibilities of Var application in financial investments. *SHS Web of conferences* [interaktyvus]. 2020, vol. 74, 01014 [žiūrėta 2022 m. kovo 18 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.1051/shsconf/20207401014>
37. CIBULSKIENĖ Diana, Martynas BRAZAUSKAS. A Theoretical approach to quantitative downside risk measurement methods. *Central and Eastern European journal of management and economics*. 2016, vol. 4, no. 2, p. 105-123 [žiūrėta 2022 m. kovo 19 d.].
38. MWAKISISILE, Andongwiseye John. Asset liability management for Tanzania pension funds. *Linköping University* [interaktyvus]. 2018, ISSN 978-91-7685-512-6 [žiūrėta 2022 m. kovo 19 d.]. Prieiga per internetą: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1206757/FULLTEXT01.pdf>
39. DOPIERALA Lukasz, Magdalena MOSIONEK-SCHWEDA. Pension fund management, investment performance, and herding in the context of regulatory changes: new evidence from the Polish pension system. *Risks* [interaktyvus]. 2020, vol. 9(6) [žiūrėta 2022 m. kovo 21 d.]. Prieiga per internetą: <https://www.mdpi.com/2227-9091/9/1/6>

40. BOHL M., J. LISCHEWSKI, S. VORONKOVA. Pension funds' performance in strongly regulated industries in Central Europe: evidence from Poland and Hungary. *Emerging Markets Finance and Trade* [interaktyvus]. 2014, vol. 47(3), 80-94 [žiūrėta 2022 m. kovo 21 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.2753/REE1540-496X4704S305>
41. STATINO, Oleg. Lietuvos pensijų fondų veiklos vertinimas. *Mykolo Riomerio universitetas* [interaktyvus]. 2019 [žiūrėta 2022 m. kovo 22 d.]. Prieiga per internetą: <https://vb.mruni.eu>
42. PLASTIRA, Sotiria. Performance evaluation of sice, book-to-market and momentum portfolios. *Procedia Economics and Finance* [interaktyvus]. 2014, vol. 14, 481-490 [žiūrėta 2022 m. kovo 23 d.]. Prieiga per internetą: [https://doi.org/10.1016/S2212-5671\(14\)00737-0](https://doi.org/10.1016/S2212-5671(14)00737-0)
43. SIEGMANN, Arjen. Minimum funding ratios for defined-benefit pension funds. *Journal of Pension Economics and Finance* [interaktyvus]. 2010, vol. 10(3), 417-434 [žiūrėta 2022 m. kovo 23 d.]. Prieiga per internetą: doi:10.1017/S1474747210000296
44. GOLDBERG Lisa, Ola MAHMOUD. Drawdown: from practice to theory and back again. *Mathematics and Financial economics* [interaktyvus]. 2016 vol. 5, arXiv:1404.7493 [žiūrėta 2022 m. kovo 23 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1404.7493>
45. PETERSON, Zachariah. Kelly's criterion in potfolio optimiaztion: a decoupled problem. *Adams State University* [interaktyvus]. 2018 [žiūrėta 2022 m. kovo 23 d.]. Prieiga per internetą: 10.21314/JOIS.2017.097
46. WINSELMANN, Kai Philipp. Essays on the Kelly Criterion and Growth Optimal Strategies. *Otto Beisheim School of Management* [interaktyvus]. 2018 [žiūrėta 2022 m. kovo 23 d.]. Prieiga per internetą: <https://opus4.kobv.de>
47. ROTANDO Louis, Edward THORP. The Kelly criterion and the stock market. *The American Mathematical Monthly* [interaktyvus]. 1992, vol. 99(10) ISSN 0002-9890 [žiūrėta 2022 m. kovo 26 d.]. Prieiga per internetą: <http://www.edwardthorp.com/wp-content/uploads/2016/11/TheKellyCriterionAndTheStockMarket.pdf>
48. ZHANG Yaojie, Feng MA, Chao LIANG. Good variance,bad variance, and sock return predictability. *International Journal of Finance and Economics* [interaktyvus]. 2020, vol. 26(3) [žiūrėta 2022 m. kovo 26 d.]. Prieiga per internetą: 10.1002/ijfe.2022
49. ANTOLIN, Pablo. Pension Fund Performance. *OECD Working Papers on Insurance and Private Pensions* [interaktyvus]. 2008, vol. 20, ISSN 19936397 [žiūrėta 2022 m. kovo 26 d.]. Prieiga per internetą: doi.org/10.1787/19936397
50. ABOU-ZAID, Ahmed. Volatility spillover effects in emerging mena stock market. *Review of Applied Economics* [interaktyvus]. 2011, vol. 7(1-2) [žiūrėta 2022 m. kovo 26 d.]. Prieiga per internetą: <https://ageconsearch.umn.edu>
51. BALASH V., A. FAIZLIEV, S. SIDIROV, E. CHISTOPOLSKAYA. Conditional Time-Varying General Dynamic Factor Models and Its Application to the Measurement of Volatility Spillovers across Russian Assets. *Mathematics* [interaktyvus]. 2021, vol. 9(19), 2484 [žiūrėta 2022 m. gegužės 2 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.3390/math9192484>
52. NASIR A., A. C. GHERGHINA, K. I. KHAN, P. N. MATA. Testing Stock Market Efficiency from Spillover Effect of Panama Leaks. *Journal of Risk and Financial Management* [interaktyvus]. 2022, vol. 15(2): 79 [žiūrėta 2022 m. gegužės 2 d.]. Prieiga per internetą: 10.3390/jrfm15020079
53. MEDAIŠKIS Teodoras, Tadas GUDAITIS. Evaluation of second pillar pension funds' supply and investment strategies in baltics. *Journal of Business Economics and Management*

- [interaktyvus]. 2017, vol. 18(6): 1174-1192, ISSN 1611-1699 [žiūrėta 2022 m. gegužės 2 d.]. Prieiga per internetą: doi:10.3846/16111699.2017.1381145
54. THRUN, Michael Christoph. *Approaches to Cluster Analysis. In: Projection-Based Clustering through Self-Organization and Swarm Intelligence*. Springer Vieweg, Wiesbaden, 2018, ISSN 978-3-658-20540-9 [žiūrėta 2022 m. gegužės 2 d.]. Prieiga per internetą: https://doi.org/10.1007/978-3-658-20540-9_3
 55. BARNA F., M. L. MOS, V. SEULEAN. A cluster analysis of OECD Pension Funds. *Timisoara journal of Economics* [interaktyvus]. 2011, vol. 4(3), ISSN 1844-7139 [žiūrėta 2022 m. gegužės 5 d.]. Prieiga per internetą: https://www.researchgate.net/publication/241769329_A_Cluster_Analysis_of_OECD_Pension_Funds
 56. GRAGG Sofia, Sarah BJARKBY. A cluster analysis of stock to define an investment strategy. *KTH Royal Institute of Technology, Stockholm* [interaktyvus]. 2019 [žiūrėta 2022 m. gegužės 5 d.]. Prieiga per internetą: <https://kth.diva-portal.org/smash/get/diva2:1333940/FULLTEXT01.pdf>
 57. ZHU Zhangyao, Na LIU. Early Warning of Financial Risk Based on K-Means Clustering Algorithm. *Hindawi* [interaktyvus]. 2021, 5571683 [žiūrėta 2022 m. gegužės 6 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.1155/2021/5571683>
 58. ABIDINI S. N. Z., S. H. JAAMAN, M. ISMAIL, A. S. A. BAKAR. Clustering Stock Performance Considering Investor Preferences Using a Fuzzy Inference System. *Symmetry* [interaktyvus]. 2020, vol. 12(7), 1148 [žiūrėta 2022 m. gegužės 6 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.3390/sym12071148>
 59. LEE A. J. T., M. C. LIN, R. T. KAO, K. T. CHEN. An Effective Clustering Approach to Stock Market Prediction. *PACIS Proceedings* [interaktyvus]. 2010, vol. 54 [žiūrėta 2022 m. gegužės 6 d.]. Prieiga per internetą: <https://aisel.aisnet.org/pacis2010/54>
 60. SERAPINAITĒ Vitalija, Andrius KABASINSKAS. Clustering of Latvian Pension Funds Using Convolutional Neural Network Extracted Features. *Mathematics* [interaktyvus]. 2021, 9, 2086 [žiūrėta 2022 m. gegužės 6 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.3390/math9172086>
 61. AUBY S. A., S. MAJEWSKI, A. MAJEWSKA, K. NERMEND. A comparison of k-means and fuzzy c-means clustering methods for a sample of gulf cooperation council stock markets. *Folia Oeconomica Stetinensia* [interaktyvus]. 2014, ISSN 1898-0198 [žiūrėta 2022 m. gegužės 6 d.]. Prieiga per internetą: 10.1515/fofi-2015-0001
 62. NANJUNDAN S., S. SANKARAN, C. R. ARJUN, G. P. ANAND. Identifying the number of clusters for K-Means: A hypersphere density based approach. *Communication and Signal Processing* [interaktyvus]. 2019, vol. 1 [žiūrėta 2022 m. gegužės 6 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1912.00643>
 63. SAPUTRA D. M., D. SAPUTRA, L. D. OSWARI. Effect of Distance Metrics in Determining K-Value in KMeans Clustering Using Elbow and Silhouette Method. *Advances in Intelligent Systems Research* [interaktyvus]. 2019, vol. 172 [žiūrėta 2022 m. gegužės 6 d.]. Prieiga per internetą: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>
 64. FROST Nave, Michal MOSHKOVITZ. ExKMC: Expanding Explainable k-Means Clustering. *Cornel University* [interaktyvus]. 2020, vol. 1 [žiūrėta 2022 m. gegužės 6 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2006.02399>
 65. Cran R Project. Feature importance in k-means clustering. *Cran R Project* [interaktyvus]. N. d. [žiūrėta 2022 m. gegužės 6 d.]. Prieiga per internetą: <https://cran.r->

project.org/web/packages/FeatureImpCluster/readme/README.html?fbclid=IwAR32bKugcx88-QVoyzTD08DVIV5ephaLC-RS25KrujXHgprmgGgSHj0JsYKw

66. Aviva. Pensijų fondai. *Aviva* [interaktyvus]. 2022 [žiūrėta 2022 m. sausio 5 d.]. Prieiga per internetą: <https://www.aviva.lt/lt/pensiju-fondai/>
67. Swedbank. Pensijų fondų rezultatai. *Swedbank* [interaktyvus]. 2022 [žiūrėta 2022 m. sausio 5 d.]. Prieiga per internetą: <https://www.swedbank.lt/private/pensions/pillar2/allFunds?language=LIT>
68. SEB. II pakopos pensijų fondai. *SEB* [interaktyvus]. 2022 [žiūrėta 2022 m. sausio 5 d.]. Prieiga per internetą: <https://www.seb.lt/privatiems/taupymas-ir-investavimas/pensija/ii-pakopos-pensiju-fondai>
69. Luminor. Pensijų fondai. *Luminor* [interaktyvus]. 2022 [žiūrėta 2022 m. sausio 5 d.]. Prieiga per internetą: <https://www.luminor.lt/lt/pensiju-fondai>
70. INVL. INVL II pakopos pensijų fondų rezultatai. *INVL* [interaktyvus]. 2022 [žiūrėta 2022 m. sausio 5 d.]. Prieiga per internetą: <https://www.invl.com/pensija/ii-pakopos-pensija/invl-ii-pakopos-pensiju-fondu-rezultatai>
71. ELEMUCHE O., C. O. OMEKARA, F. I. NSUDE. Application of Granger Causality Test in Forecasting Monetary Policy Transmission Channels for Nigeria. *International Journal of Statistics and Applications* [interaktyvus]. 2019, vol. 8(3), 119-128, ISSN 2168-5215 [žiūrėta 2022 m. gegužės 6 d.]. Prieiga per internetą: <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>
72. PRABHAKARAN, Selva. Augmented Dickey Fuller Test (ADF Test) – Must Read Guide. *Mashine Learning plus* [interaktyvus]. 2019 [žiūrėta 2022 m. gegužės 6 d.]. Prieiga per internetą: <https://www.machinelearningplus.com/time-series/augmented-dickey-fuller-test>
73. OMARI C. O., P. N. MWITA. Conditional Dependence Modelling with Regular Vine Copulas. *Journal of Statistical and Econometric Methods* [interaktyvus]. 2019, vol. 8(1) 97-133, ISSN 1792-6939 [žiūrėta 2022 m. gegužės 7 d.]. Prieiga per internetą: https://www.researchgate.net/publication/330011192_Conditional_Dependence_Modelling_with_Regular_Vine_Copulas
74. BOECKELMANN Lukas, Arthur STALLA-BOURDILLON. Structural Estimation of TimeVarying Spillovers: an Application to International Credit Risk Transmission. *Banque de France* [interaktyvus]. 2020, WP 798 [žiūrėta 2022 m. gegužės 7 d.]. Prieiga per internetą: <https://publications.banque-france.fr/sites/default/files/medias/documents/wp798.pdf>
75. HABIBI Hamidreza, Hassan MOHAMMADI. Return and volatility spillovers across the Western and MENA countries. *The North American Journal of Economics and Finance* [interaktyvus]. 2022, vol. 60, ISSN 101642 [žiūrėta 2022 m. gegužės 7 d.]. Prieiga per internetą: <https://doi.org/10.1016/j.najef.2022.101642>
76. CHARTIER, Sylvain. The k-means clustering technique: General considerations and implementation in Mathematica. *Tutorials in Quantitative Methods for Psychology* [interaktyvus]. 2013, vol. 9(1), 15-24 [žiūrėta 2022 m. gegužės 8 d.]. Prieiga per internetą: 10.20982/tqmp.09.1.p015
77. PANDEY, Aditya Kumar. A Simple Explanation of K-Means clustering. *Analytics Vidhya* [interaktyvus]. 2020 [žiūrėta 2022 m. gegužės 7 d.]. Prieiga per internetą: <https://www.analyticsvidhya.com/blog/2020/10/a-simple-explanation-of-k-means-clustering/>
78. MOLNAR, Cristoph. Interpretable Machine Learning. A Guide for Making Black Box Models Explainable. *Cristophm Github* [interaktyvus]. 2022 [žiūrėta 2022 m. gegužės 7 d.]. Prieiga per internetą: <https://christophm.github.io/interpretable-ml-book/>

Priedai

1 priedas. Pensijų fondų valdytojų reitingas Sharpe santykio reikšmių atžvilgiu

	Aviva	Invalda	Luminor	SEB	Swedbank
1996-2002	0,085	0,073	0,069	0,087	0,077
1989-1995	0,074	0,065	0,091	0,081	0,072
1982-1988	0,066	0,065	0,093	0,078	0,067
1975-1981	0,068	0,064	0,093	0,079	0,069
1968-1974	0,069	0,063	0,093	0,076	0,069
1961-1967	0,069	0,063	0,094	0,075	0,068
1954-1960	0,07	0,063	0,093	0,073	0,065

2 priedas. Pensijų fondų valdytojų reitingas Calmar santykio reikšmių atžvilgiu

	Aviva	Invalda	Luminor	SEB	Swedbank
1996-2002	0,494	0,418	0,069	0,087	0,077
1989-1995	0,47	0,446	0,091	0,081	0,072
1982-1988	0,445	0,509	0,093	0,078	0,067
1975-1981	0,486	0,523	0,093	0,079	0,069
1968-1974	0,496	0,516	0,093	0,076	0,069
1961-1967	0,491	0,517	0,094	0,075	0,068
1954-1960	0,51	0,522	0,093	0,073	0,065

3 priedas. Pensijų fondų valdytojų reitingas Burke santykio reikšmių atžvilgiu

	Aviva	Invalda	Luminor	SEB	Swedbank
1996-2002	0,529	0,546	0,348	0,482	0,622
1989-1995	0,545	0,595	0,516	0,512	0,594
1982-1988	0,479	0,589	0,558	0,543	0,549
1975-1981	0,505	0,583	0,562	0,565	0,576
1968-1974	0,517	0,575	0,561	0,538	0,579
1961-1967	0,509	0,573	0,568	0,532	0,567
1954-1960	0,519	0,573	0,57	0,573	0,539

4 priedas. Rizikos persidavimo efektas pensijų rinkoje

	AVIV	AVIV	AVIV	AVIV	AVIV	AVIV	AVIV	INVL	INVL	INVL	INVL	INVL	INVL	INVL	LMN	LMN	LMN	LMN	LMN	LMN	LMN	SEB	SEB	SEB	SEB	SEB	SEB	SEB	SEB	SEB	SEB	SEB	SEB	SEB	SEB	SEB	SEB	SEB	Rizika iš lėšų	
AVIVA.54.60																																								
AVIVA.61.67																																								
AVIVA.68.74																																								
AVIVA.75.81																																								
AVIVA.82.88																																								
AVIVA.89.95																																								
AVIVA.96.02																																								
INVL.54.60																																								
INVL.61.67																																								
INVL.68.74																																								
INVL.75.81																																								
INVL.82.88																																								
INVL.89.95																																								
INVL.96.02																																								
LMNR.54.60																																								
LMNR.61.67																																								
LMNR.68.74																																								
LMNR.75.81																																								
LMNR.82.88																																								
LMNR.89.95																																								
LMNR.96.02																																								
SEB.54.60																																								
SEB.61.67																																								
SEB.68.74																																								
SEB.75.81																																								
SEB.82.88																																								
SEB.89.95																																								
SEB.96.02																																								
SWED.54.60																																								
SWED.61.67																																								
SWED.68.74																																								
SWED.75.81																																								
SWED.82.88																																								
SWED.89.95																																								
SWED.96.02																																								
Rizika kitiems																																							96,66	
Rizika kitiems įskaitant save																																						100		

5 priedas. II periodo pensijų fondų vertinimo rodikliai

Aviva							
	1996– 2002	1989– 1995	1982– 1988	1975– 1981	1968– 1974	1961– 1967	1954– 1960
Dispersija	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000
Sharpe santykis	0,011	0,014	0,008	0,011	0,011	0,010	0,010
Maksimalus nuosmukis	-1,886	-1,927	-1,938	-1,983	-2,045	-2,038	-2,332
Calmar santykis	0,080	0,100	0,031	0,048	0,051	0,045	0,039
Burke santykis	0,092	0,128	0,037	0,055	0,059	0,052	0,045
Sortino santykis	0,014	0,018	0,011	0,014	0,014	0,013	0,013
VaR	-0,005	-0,010	-0,018	-0,020	-0,020	-0,020	-0,020
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,110	0,120	0,280	0,280	0,280	0,280	0,280
Kelly kriterijus	1,984	1,268	0,405	0,048	0,051	0,435	0,405
Standartinis nuokrypis	0,012	0,012	0,012	0,012	0,010	0,005	0,003
Invalda							
Dispersija	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000
Sharpe santykis	0,001	0,004	0,005	0,004	0,004	0,004	0,004
Maksimalus nuosmukis	-2,398	-2,410	-2,412	-2,411	-2,451	-2,680	-3,492
Calmar santykis	-0,006	-0,006	-0,016	-0,036	-0,036	-0,036	-0,030
Burke santykis	-0,008	-0,009	-0,022	-0,047	-0,046	-0,046	-0,038
Sortino santykis	0,001	0,004	0,006	0,005	0,005	0,005	0,006
VaR	-0,006	-0,016	-0,023	-0,025	-0,025	-0,026	-0,025
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,140	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160
Kelly kriterijus	0,142	0,216	0,193	0,138	0,139	0,140	0,159
Standartinis nuokrypis	0,014	0,014	0,014	0,014	0,012	0,008	0,003
Luminor							
Dispersija	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000

Sharpe santykis	0,017	0,020	0,013	0,013	0,013	0,013	0,015
Maksimalus nuosmukis	-2,057	-2,172	-2,278	-2,293	-2,309	-2,451	-2,892
Calmar santykis	0,109	0,132	0,066	0,071	0,067	0,073	0,088
Burke santykis	0,116	0,141	0,070	0,075	0,071	0,077	0,092
Sortino santykis	0,020	0,025	0,016	0,016	0,016	0,017	0,019
VaR	-0,008	-0,013	-0,018	-0,017	-0,017	-0,017	-0,017
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,200	0,300	0,270	0,270	0,270	0,280	0,290
Kelly kriterijus	1,890	1,430	0,666	0,692	0,673	0,706	0,786
Standartinis nuokrypis	0,010	0,009	0,009	0,009	0,009	0,007	0,004
SEB							
Dispersija	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000
Sharpe santykis	0,003	0,007	0,009	0,007	0,007	0,006	0,006
Maksimalus nuosmukis	-2,714	-2,848	-2,876	-2,901	-2,956	-2,870	-3,300
Calmar santykis	0,010	0,031	0,029	0,008	0,008	0,001	-0,006
Burke santykis	0,011	0,035	0,032	0,009	0,009	0,002	-0,007
Sortino santykis	0,004	0,009	0,011	0,009	0,009	0,008	0,007
VaR	-0,006	-0,014	-0,021	-0,023	-0,023	-0,023	-0,024
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,150	0,140	0,280	0,110	0,100	0,100	0,100
Kelly kriterijus	0,454	0,508	0,387	0,287	0,286	0,259	0,231
Standartinis nuokrypis	0,013	0,012	0,012	0,012	0,011	0,007	0,003
Swedbank							
Dispersija	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000
Sharpe santykis	0,012	0,008	0,005	0,005	0,005	0,005	0,003
Maksimalus nuosmukis	-2,297	-2,306	-2,312	-2,311	-2,312	-2,487	-2,885
Calmar santykis	0,096	0,042	-0,019	-0,019	-0,019	-0,023	-0,048
Burke santykis	0,133	0,050	-0,021	-0,021	-0,021	-0,026	-0,054
Sortino santykis	0,015	0,010	0,007	0,007	0,007	0,006	0,004
VaR	-0,007	-0,016	-0,025	-0,025	-0,025	-0,025	-0,026
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,110	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150	0,150
Kelly kriterijus	1,705	0,475	0,194	0,194	0,194	0,182	0,108
Standartinis nuokrypis	0,014	0,014	0,014	0,014	0,014	0,009	0,004

6 priedas. III periodo pensijų fondų vertinimo rodikliai

Aviva							
	1996– 2002	1989– 1995	1982– 1988	1975– 1981	1968– 1974	1961– 1967	1954– 1960
Dispersija	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000
Sharpe santykis	0,051	0,046	0,038	0,039	0,040	0,039	0,037
Maksimalus nuosmukis	-1,886	-1,927	-1,938	-1,983	-2,045	-2,038	-2,332
Calmar santykis	0,366	0,355	0,300	0,319	0,322	0,314	0,334
Burke santykis	0,410	0,437	0,340	0,353	0,358	0,347	0,334
Sortino santykis	0,066	0,060	0,050	0,052	0,053	0,051	0,050
VaR	-0,005	-0,008	-0,016	-0,018	-0,018	-0,018	-0,018
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,120	0,130	0,220	0,220	0,220	0,230	0,230

Kelly kriterijus	10,240	4,767	2,066	1,882	1,891	1,830	1,747
Standartinis nuokrypis	0,011	0,011	0,010	0,010	0,009	0,005	0,002
Invalda							
Dispersija	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000
Sharpe santykis	0,050	0,035	0,031	0,030	0,030	0,030	0,030
Maksimalus nuosmukis	-2,398	-2,410	-2,412	-2,411	-2,451	-2,680	-3,492
Calmar santykis	0,362	0,286	0,266	0,253	0,254	0,251	0,261
Burke santykis	0,492	0,411	0,334	0,308	0,308	0,305	0,314
Sortino santykis	0,061	0,044	0,040	0,038	0,038	0,038	0,039
VaR	-0,005	-0,013	-0,019	-0,022	-0,022	-0,022	-0,022
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,150	0,210	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220
Kelly kriterijus	9,450	2,486	1,465	1,239	1,236	1,214	1,236
Standartinis nuokrypis	0,012	0,012	0,012	0,012	0,011	0,007	0,003
Luminor							
Dispersija	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000
Sharpe santykis	0,045	0,058	0,055	0,055	0,055	0,056	0,058
Maksimalus nuosmukis	-2,057	-2,172	-2,278	-2,293	-2,309	-2,451	-2,892
Calmar santykis	0,280	0,395	0,392	0,397	0,395	0,408	0,422
Burke santykis	0,296	0,416	0,405	0,410	0,408	0,420	0,432
Sortino santykis	0,055	0,074	0,070	0,071	0,071	0,073	0,075
VaR	-0,007	-0,011	-0,015	-0,015	-0,015	-0,015	-0,015
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,210	0,200	0,180	0,180	0,180	0,190	0,200
Kelly kriterijus	5,948	4,821	3,308	3,346	3,346	3,411	3,432
Standartinis nuokrypis	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,006	0,004
SEB							
Dispersija	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000
Sharpe santykis	0,045	0,042	0,039	0,036	0,036	0,035	0,034
Maksimalus nuosmukis	-2,714	-2,848	-2,876	-2,901	-2,956	-2,870	-3,300
Calmar santykis	0,281	0,300	0,297	0,282	0,281	0,274	0,263
Burke santykis	0,305	0,327	0,315	0,294	0,293	0,285	0,300
Sortino santykis	0,055	0,054	0,049	0,046	0,046	0,045	0,043
VaR	-0,005	-0,011	-0,018	-0,020	-0,020	-0,020	-0,006
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,160	0,150	0,000	0,080	0,000	0,000	0,070
Kelly kriterijus	7,909	3,371	1,961	1,680	1,673	1,615	1,508
Standartinis nuokrypis	0,011	0,011	0,011	0,011	0,010	0,006	0,003
Swedbank							
Dispersija	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0000
Sharpe santykis	0,056	0,037	0,029	0,029	0,029	0,029	0,026
Maksimalus nuosmukis	-2,297	-2,306	-2,312	-2,311	-2,312	-2,487	-2,885
Calmar santykis	0,444	0,322	0,242	0,245	0,247	0,241	0,210
Burke santykis	0,600	0,377	0,260	0,262	0,265	0,257	0,224
Sortino santykis	0,071	0,048	0,037	0,038	0,038	0,037	0,034
VaR	-0,006	-0,014	-0,014	-0,022	-0,022	-0,022	-0,022
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,120	0,200	0,210	0,210	0,210	0,210	0,210

Kelly kriterijus	8,745	2,412	1,175	1,175	1,184	1,156	1,032
Standartinis nuokrypis	0,013	0,012	0,012	0,012	0,012	0,008	0,003

7 priedas. IV periodo pensijų fondų vertinimo rodikliai

Aviva							
	1996– 2002	1989– 1995	1982– 1988	1975– 1981	1968– 1974	1961– 1967	1954– 1960
Dispersija	9,5E-05	9,2E-05	9,0E-05	9,0E-05	7,0E-05	1,9E-05	5,2E-06
Sharpe santykis	0,061	0,059	0,055	0,056	0,057	0,056	0,055
Maksimalus nuosmukis	-1,886	-1,927	-1,938	-1,983	-2,045	-2,038	-2,332
Calmar santykis	0,400	0,426	0,416	0,447	0,451	0,446	0,446
Burke santykis	0,438	0,511	0,463	0,483	0,489	0,482	0,474
Sortino santykis	0,079	0,078	0,073	0,075	0,076	0,075	0,074
VaR	-0,004	-0,007	-0,014	-0,016	-0,016	-0,016	-0,016
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,090	0,100	0,130	0,140	0,140	0,140	0,160
Kelly kriterijus	13,326	6,778	3,270	2,966	2,977	2,919	2,832
Standartinis nuokrypis	0,010	0,010	0,010	0,009	0,008	0,004	0,002
Invalda							
Dispersija	1,2E-04	1,2E-04	1,2E-04	1,2E-04	9,2E-05	4,0E-05	5,5E-06
Sharpe santykis	0,054	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,051
Maksimalus nuosmukis	-2,398	-2,410	-2,412	-2,411	-2,451	-2,680	-3,492
Calmar santykis	0,351	0,385	0,429	0,443	0,443	0,441	0,453
Burke santykis	0,470	0,542	0,528	0,529	0,528	0,524	0,533
Sortino santykis	0,066	0,064	0,065	0,066	0,066	0,065	0,066
VaR	-0,004	-0,011	-0,017	-0,019	-0,019	-0,019	-0,019
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,110	0,140	0,150	0,150	0,150	0,160	0,150
Kelly kriterijus	11,508	3,990	2,627	2,311	2,302	2,263	2,281
Standartinis nuokrypis	0,011	0,011	0,011	0,011	0,010	0,006	0,002
Luminor							
Dispersija	5,9E-05	5,8E-05	5,7E-05	5,8E-05	5,7E-05	3,0E-05	1,1E-05
Sharpe santykis	0,049	0,072	0,074	0,099	0,076	0,077	0,077
Maksimalus nuosmukis	-2,057	-2,172	-2,278	-2,293	-2,309	-2,451	-2,892
Calmar santykis	0,278	0,457	0,508	0,522	0,520	0,531	0,543
Burke santykis	0,289	0,472	0,513	0,525	0,523	0,532	0,541
Sortino santykis	0,062	0,094	0,097	0,099	0,099	0,101	0,102
VaR	-0,006	-0,010	-0,013	-0,013	-0,013	-0,013	-0,013
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,160	0,080	0,080	0,080	0,080	0,090	0,100
Kelly kriterijus	7,305	6,653	4,919	4,987	4,982	5,015	4,999
Standartinis nuokrypis	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,005	0,003
SEB							
Dispersija	1,0E-04	9,9E-05	9,7E-05	9,6E-05	7,9E-05	3,2E-05	6,4E-06
Sharpe santykis	0,057	0,061	0,059	0,058	0,058	0,057	0,054
Maksimalus nuosmukis	-2,714	-2,848	-2,876	-2,901	-2,956	-2,870	-3,300
Calmar santykis	0,326	0,402	0,441	0,449	0,448	0,440	0,476
Burke santykis	0,348	0,432	0,459	0,460	0,459	0,450	0,476

Sortino santykis	0,070	0,078	0,076	0,075	0,075	0,073	0,070
VaR	-0,004	-0,010	-0,016	-0,017	-0,017	-0,018	-0,018
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,110	0,100	0,000	0,000	0,000	0,000	0,010
Kelly kriterijus	11,157	5,369	3,303	2,947	2,936	2,850	2,672
Standartinis nuokrypis	0,010	0,010	0,010	0,010	0,009	0,006	0,003
Swedbank							
Dispersija	1,3E-04	1,3E-04	1,3E-04	1,3E-04	1,2E-04	4,8E-05	8,0E-06
Sharpe santykis	0,062	0,052	0,046	0,048	0,048	0,047	0,044
Maksimalus nuosmukis	-2,297	-2,306	-2,312	-2,311	-2,312	-2,487	-2,885
Calmar santykis	0,444	0,425	0,399	0,421	0,424	0,413	0,381
Burke santykis	0,590	0,489	0,420	0,441	0,445	0,433	0,399
Sortino santykis	0,079	0,067	0,060	0,063	0,063	0,062	0,058
VaR	-0,005	-0,012	-0,019	-0,019	-0,019	-0,019	-0,019
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,090	0,120	0,130	0,140	0,140	0,140	0,140
Kelly kriterijus	10,902	3,747	2,090	2,140	2,154	2,101	1,941
Standartinis nuokrypis	0,011	0,011	0,011	0,011	0,011	0,007	0,003

8 priedas. V periodo pensijų fondų vertinimo rodikliai

Aviva							
	1996–2002	1989–1995	1982–1988	1975–1981	1968–1974	1961–1967	1954–1960
Dispersija	8,2E-05	8,0E-05	7,9E-05	7,8E-05	6,0E-05	1,6E-05	4,5E-06
Sharpe santykis	0,066	0,064	0,061	0,063	0,063	0,063	0,062
Maksimalus nuosmukis	-1,886	-1,927	-1,938	-1,983	-2,045	-2,038	-2,332
Calmar santykis	0,405	0,430	0,432	0,472	0,480	0,478	0,478
Burke santykis	0,437	0,507	0,472	0,500	0,509	0,505	0,494
Sortino santykis	0,087	0,086	0,081	0,085	0,086	0,085	0,084
VaR	-0,004	-0,007	-0,013	-0,014	-0,014	-0,015	-0,014
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,070	0,080	0,150	0,150	0,150	0,160	0,160
Kelly kriterijus	15,478	7,947	3,911	3,539	3,572	3,522	3,416
Standartinis nuokrypis	0,009	0,009	0,009	0,009	0,008	0,004	0,002
Invalda							
Dispersija	1,1E-04	1,1E-04	1,1E-04	1,1E-04	8,0E-05	3,4E-05	4,6E-06
Sharpe santykis	0,046	0,051	0,053	0,054	0,054	0,054	0,054
Maksimalus nuosmukis	-2,398	-2,410	-2,412	-2,411	-2,451	-2,680	-3,492
Calmar santykis	0,274	0,357	0,428	0,459	0,459	0,456	0,463
Burke santykis	0,362	0,492	0,512	0,527	0,527	0,521	0,524
Sortino santykis	0,057	0,064	0,069	0,071	0,071	0,070	0,071
VaR	-0,004	-0,010	-0,016	-0,018	-0,018	-0,018	-0,018
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,080	0,230	0,230	0,230	0,230	0,230	0,230
Kelly kriterijus	10,692	4,345	2,983	2,650	2,640	2,590	2,576
Standartinis nuokrypis	0,010	0,010	0,010	0,010	0,009	0,006	0,002
Luminor							
Dispersija	5,3E-05	5,1E-05	5,1E-05	5,1E-05	5,0E-05	2,6E-05	9,6E-06
Sharpe santykis	0,049	0,074	0,077	0,078	0,077	0,078	0,078

Maksimalus nuosmukis	-2,057	-2,172	-2,278	-2,293	-2,309	-2,451	-2,892
Calmar santykis	0,252	0,432	0,491	0,506	0,501	0,508	0,514
Burke santykis	0,261	0,441	0,487	0,499	0,494	0,499	0,502
Sortino santykis	0,061	0,096	0,101	0,103	0,102	0,103	0,104
VaR	-0,005	-0,009	-0,012	-0,012	-0,012	-0,012	-0,012
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,120	0,140	0,120	0,120	0,120	0,130	0,140
Kelly kriterijus	7,886	7,294	5,418	5,452	5,421	5,418	5,349
Standartinis nuokrypis	0,007	0,007	0,007	0,007	0,007	0,005	0,003
SEB							
Dispersija	9,1E-05	8,7E-05	8,5E-05	8,5E-05	6,9E-05	2,8E-05	5,6E-06
Sharpe santykis	0,058	0,066	0,065	0,065	0,064	0,063	0,061
Maksimalus nuosmukis	-2,714	-2,848	-2,876	-2,901	-2,956	-2,870	-3,300
Calmar santykis	0,313	0,407	0,464	0,480	0,477	0,469	0,457
Burke santykis	0,330	0,432	0,474	0,480	0,479	0,471	0,500
Sortino santykis	0,073	0,085	3,913	0,084	0,084	0,082	0,080
VaR	-0,004	-0,009	-0,014	-0,016	-0,016	-0,016	-0,017
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,100	0,090	0,010	0,020	0,020	0,020	0,020
Kelly kriterijus	12,379	6,293	3,913	3,498	3,479	3,386	3,205
Standartinis nuokrypis	0,010	0,009	0,009	0,009	0,008	0,005	0,002
Swedbank							
Dispersija	1,2E-04	1,1E-04	1,1E-04	1,1E-04	1,1E-04	4,1E-05	6,8E-06
Sharpe santykis	0,063	0,060	0,057	0,060	0,060	0,059	0,056
Maksimalus nuosmukis	-2,297	-2,306	-2,312	-2,311	-2,312	-2,487	-2,885
Calmar santykis	0,417	0,461	0,474	0,512	0,516	0,504	0,477
Burke santykis	0,546	0,521	0,489	0,523	0,527	0,514	0,485
Sortino santykis	0,081	0,078	0,074	0,079	0,079	0,077	0,074
VaR	-0,005	-0,011	-0,017	-0,018	-0,018	-0,018	-0,018
Uodegos priklausomumo koeficientas	0,080	0,230	0,230	0,230	0,230	0,230	0,230
Kelly kriterijus	12,048	4,622	2,737	2,822	2,829	2,769	2,605
Standartinis nuokrypis	0,011	0,011	0,011	0,011	0,010	0,006	0,003